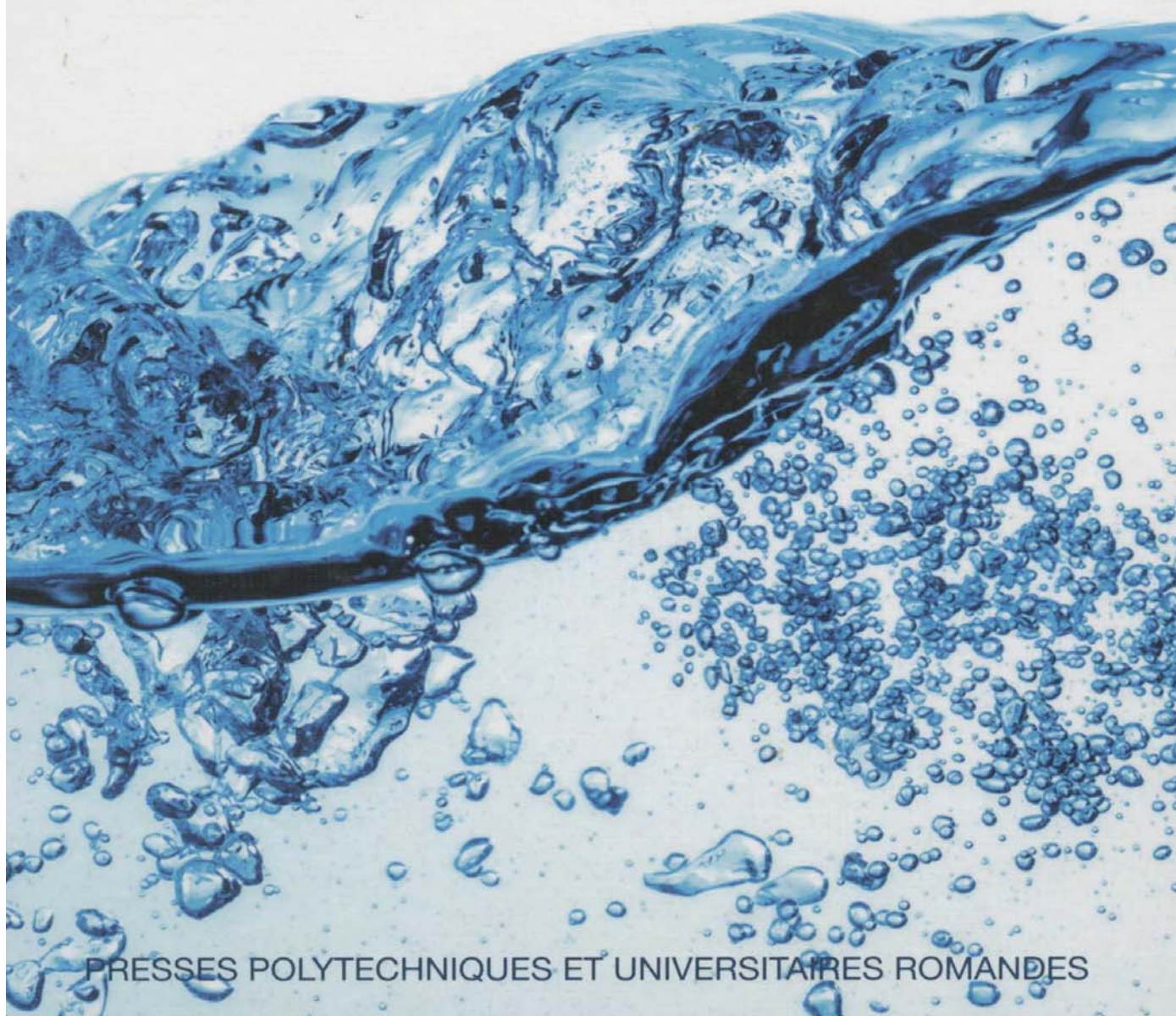


ANALYSE PHÉNOMÉNOLOGIQUE DES ÉCOULEMENTS

**COMMENT TRAITER UN PROBLÈME DE MÉCANIQUE
DES FLUIDES AVANT DE RÉSOUDRE LES ÉQUATIONS**

JEAN SYLVESTRE DARROZÈS
ARNAULT MONAVON



PRESSES POLYTECHNIQUES ET UNIVERSITAIRES ROMANDES

Table des matières

Avant-propos	v
Introduction	vii
Ecoulements laminaires	1
CHAPITRE 1 Similitude classique et ses limites	3
1.1 Similitude classique élémentaire.....	3
1.2 Similitude classique élaborée.....	5
1.2.1 Rappel des équations.....	5
1.2.2 Groupements adimensionnels fondamentaux.....	6
1.3 Introduction de l'analyse phénoménologique dans l'approche d'un problème.....	9
1.3.1 Questions non résolues par la similitude classique.....	9
1.3.2 Relation d'équivalence : ordre de grandeur d'une quantité physique.....	11
1.3.3 Relation d'ordre : classement des ordres de grandeur.....	12
1.3.4 Analyse phénoménologique élémentaire du phénomène de diffusion.....	13
1.3.5 Problème de Rayleigh thermique et technique de recherche des solutions semblables.....	20
CHAPITRE 2 Approximations liées aux groupements sans dimension fondamentaux	27
2.1 Ecoulements à grand nombre de Reynolds.....	27
2.2 Ecoulements à grand nombre de Froude.....	32
2.3 Ecoulements à grand nombre de Péclet.....	33
2.4 Ecoulements à faible nombre de Strouhal.....	36
2.5 Ecoulements à faible nombre de Mach.....	39
2.5.1 Approximation de fluide incompressible.....	39
2.5.2 Ecoulement à grand nombre de Strouhal et faible nombre de Mach. Approximation acoustique.....	45
CHAPITRE 3 Première approximation liée à la géométrie : approximation du plan tangent	53
3.1 Voisinage d'une surface de révolution.....	54

3.1.1	Géométrie et système de coordonnées curvilignes orthogonales	54
3.1.2	Gradient d'une fonction scalaire	56
3.1.3	Gradient d'une fonction vectorielle	57
3.1.4	Tenseur taux de déformation	58
3.1.5	Divergence du champ de vitesse	59
3.1.6	Accélération en variables d'Euler	59
3.1.7	Laplacien d'un vecteur	60
3.2	Exemple d'application : film de ruissellement sur une ogive parabolique	61
3.2.1	Enoncé du problème	61
3.2.2	Coordonnées curvilignes	62
3.2.3	Choix des échelles	62
3.2.4	Equations du problème	63
3.2.5	Conditions aux frontières	63
3.2.6	Analyse de la composante tangentielle	64
3.2.7	Classement des types de ruissellements possibles	65
3.2.8	Equations simplifiées pour les situations à viscosité dominante	67
3.3	Exemple d'écoulements rampants : écoulement de Hélé-Shaw	70
3.3.1	Position du problème	70
3.3.2	Formulation adimensionnelle du problème	71
3.3.3	Conditions sur les données pour avoir un écoulement rampant	72
3.3.4	Equations et solution du problème en première approximation	73
CHAPITRE 4	Deuxième approximation liée à la géométrie : approximation dite « de la ligne tangente » ou « par tranches »	75
4.1	Formalisme général	76
4.1.1	Géométrie et système de coordonnées curvilignes orthogonales	76
4.1.2	Gradient d'une fonction scalaire	78
4.1.3	Gradient d'un vecteur	79
4.1.4	Divergence d'un vecteur	80
4.1.5	Expression eulérienne de l'accélération	80
4.1.6	Laplacien d'un vecteur	81
4.2	Écoulement extérieur autour d'un câble	82
4.2.1	Position du problème	82
4.2.2	Première analyse des équations de Navier-Stokes	83
4.2.3	Analyse locale des équations de Navier-Stokes	84
4.2.4	Equation pour le câble	87

4.3	Ecoulement intérieur dans une conduite à coudes multiples.....	87
4.3.1	Enoncé du problème.....	87
4.3.2	Choix des échelles.....	88
4.3.3	Formulation adimensionnelle des équations.....	89
4.3.4	Equations dans le cas d'une viscosité dominante.....	90
4.3.5	Solution pour l'écoulement dominé par la viscosité.....	91
4.4	Ecoulement de Poiseuille généralisé.....	93
CHAPITRE 5	Compléments liés à la géométrie des écoulements	97
5.1	Ecoulements filaires dits écoulements par tranches....	97
5.1.1	Etablissement des équations pour un écoulement filaire rectiligne.....	98
5.1.2	Ecoulements en eau peu profonde.....	101
5.2	Comportements locaux.....	103
5.2.1	Voisinage d'un point d'arrêt : exemple de problème d'école.....	103
5.2.2	Analyse dimensionnelle d'un comportement local.....	105
5.3	Ecoulements géométriquement voisins.....	107
5.3.1	Equations de la théorie des profils minces.....	108
5.3.2	Phénomène d'aplatissement des conditions aux limites.....	111
5.3.3	Effets de bouts, effets de bord.....	113
5.4	Perturbations régulières et perturbations singulières .	115
5.4.1	Un exemple d'approximation uniformément valable : fluide à viscosité faiblement variable avec la température.....	116
5.4.2	Perturbations singulières et approximations non uniformément valables.....	125
CHAPITRE 6	Technique des développements asymptotiques raccordés	127
6.1	Introduction.....	127
6.2	Définitions générales.....	131
6.3	Développements asymptotiques et développement convergers.....	132
6.3.1	Construction du développement asymptotique d'une fonction.....	132
6.3.2	Définition d'un développement asymptotique .	133
6.3.3	Définition d'un développement convergent	134
6.3.4	Exemple permettant la comparaison.....	134
6.4	Développements asymptotiques non uniformément valables.....	135
6.4.1	Construction du développement asymptotique d'une fonction.....	135

6.4.2	Exemple de développement asymptotique non uniformément valable	136
6.4.3	Développement asymptotique extérieur	137
6.4.4	Développement asymptotique intérieur	137
6.4.5	Condition de raccord	138
6.4.6	Développement composite	139
6.5	Solution d'une équation sous forme de développement asymptotique	140
6.5.1	Formulation extérieure	140
6.5.2	Formulation intérieure	142
6.5.3	Solution complète en première approximation	143
6.6	Recherche du comportement de la solution d'une équation	144
6.6.1	Voisinage d'une valeur, voisinage de l'infini ...	144
6.6.2	Méthode dite de la variable-like expansion	145
6.6.3	Exemple d'application : singularité au bord d'attaque d'un profil mince	147
CHAPITRE 7	Couche limite laminaire dynamique	153
7.1	Enoncé d'un problème particulier	153
7.2	Approximation de couche limite	155
7.3	Solution de Blasius	157
7.4	Equation de Prandtl. Généralisation	158
7.5	Calcul des frottements à la paroi	159
7.6	Caractère parabolique des équations de couche limite	161
7.7	Couche limite dynamique sur plaque plane avec gradient de pression	163
7.7.1	Position du problème	164
7.7.2	Solution de Falkner-Skan	165
7.8	Epaisseurs de couche limite	169
7.9	Compléments sur la couche limite laminaire sans gradient de pression	170
7.9.1	Singularité de bord de fuite	170
7.9.2	Correction de fluide parfait due à la présence d'une couche limite sur plaque plane sans gradient de pression	172
7.10	Méthodes intégrales	174
7.10.1	Relation intégrale de Kármán	174
7.10.2	Principe des méthodes intégrales approchées ..	175
7.10.3	Profils de Pohlhausen sans gradient de pression	176
7.10.4	Profils de Pohlhausen pour une couche limite avec gradient de pression	177
CHAPITRE 8	Convection forcée. Couche limite thermique laminaire	179
8.1	Présentation générale d'un problème thermique	179

8.2	Analyse de l'équation de la chaleur dans le fluide	181
8.3	Etude physique des phénomènes de couche limite	185
8.4	Equation de couche limite thermique laminaire	186
8.4.1	Fluides ayant un nombre de Prandtl d'ordre unité	186
8.4.2	Fluides bons conducteurs	188
8.4.3	Fluides mauvais conducteurs	190
8.5	Quelques définitions fondamentales	192
8.5.1	Température d'arrêt	192
8.5.2	Cas d'une paroi athermane (adiabatique)	192
8.5.3	Cas d'une paroi à température fixée	194
8.6	Couche limite thermique sur plaque plane	196
8.6.1	Paroi adiabatique	198
8.6.2	Paroi à température fixée	200
8.7	Méthode intégrale	202
8.7.1	Relation intégrale thermique	202
8.7.2	Extention de la méthode de Pohlhausen aux problèmes de couche limite thermique	204
CHAPITRE 9	Convection libre	207
9.1	Equations du problème	207
9.1.1	Position du problème	207
9.1.2	Equation de continuité	208
9.1.3	Equation de quantité de mouvement	208
9.1.4	Equation de l'énergie	209
9.2	Formulation adimensionnelle des équations	209
9.3	Analyse phénoménologique de la convection libre	210
9.4	Couche limite convective laminaire	212
9.5	Résolution des équations	215
CHAPITRE 10	Diffusion de masse dans les mélanges non réactifs	217
10.1	Equilibre des mélanges de gaz parfaits	217
10.1.1	Définitions générales	217
10.1.2	Mélanges de gaz parfaits	218
10.2	Thermostatique des mélanges liquide-vapeur	220
10.2.1	Diagrammes de phase	221
10.2.2	Quelques définitions	222
10.2.3	Relation de Clapeyron	223
10.2.4	Influence des interfaces en thermostatique diphasique	224
10.2.5	Mélanges air-vapeur d'eau. Humidité	227
10.3	Description des écoulements de mélanges	228
10.3.1	Généralités	228
10.3.2	Equation de diffusion d'une espèce	232
10.3.3	Expression du flux de diffusion	234

Ecoulements turbulents	237
CHAPITRE 11 Echelles de la turbulence	239
11.1 Introduction.....	239
11.2 Formalisme de Reynolds.....	247
11.2.1 Filtres et opérateurs de moyenne	247
11.2.2 Equations moyennes.....	251
11.3 Flux énergétiques spatiaux	254
11.3.1 Bilans énergétiques.....	254
11.3.2 Transformations de l'énergie.....	257
11.3.3 Estimations de la dissipation visqueuse	259
11.4 Echelles de la turbulence	261
11.4.1 Statistiques à deux points	262
11.4.2 Echelles eulériennes.....	266
11.4.3 Turbulence stationnaire, homogène et isotrope.....	272
11.4.4 Echelles lagrangiennes	279
11.4.5 Diffusion turbulente	280
11.4.6 Hypothèse de Taylor	285
CHAPITRE 12 Ecoulements turbulents libres et quasi parallèles	289
12.1 Introduction.....	289
12.2 Caractéristiques communes.....	291
12.2.1 Généralités.....	291
12.2.2 Formulation adimensionnelle.....	293
12.2.3 Analyse phénoménologique	298
12.2.4 Modélisation de la turbulence.....	301
12.3 Jets cinétiques.....	302
12.3.1 Invariant intégral et débit d'entraînement.....	302
12.3.2 Solution semblable	304
12.3.3 Fermeture des équations.....	306
12.3.4 Résolution.....	307
12.3.5 Résultats expérimentaux	308
12.3.6 Compléments.....	309
12.4 Jets thermiques (panaches).....	309
12.4.1 Propriétés générales	310
12.4.2 Solution semblable	311
12.4.3 Fermeture des équations.....	312
12.5 Sillages.....	315
12.5.1 Propriétés générales	316
12.5.2 Solution semblable	317
12.5.3 Fermeture et résolution.....	318
12.5.4 Bilan de l'énergie cinétique turbulente	320
12.6 Couches de mélange.....	324
12.6.1 Propriétés générales	325
12.6.2 Solution semblable	326
12.6.3 Fermeture et résolution.....	327

CHAPITRE 13	Ecoulement entre deux plans parallèles	329
13.1	Position du problème	329
13.2	Approximation extérieure	331
13.3	Approximation intérieure	335
13.4	Raccord des deux approximations	338
13.5	Valeurs numériques	340
13.6	Calcul de la perte de charge	340
13.7	Fermeture des équations	345
13.8	Intégration complète du problème	347
CHAPITRE 14	Couche limite turbulente	349
14.1	Position du problème	349
14.1.1	Généralités	349
14.1.2	Enoncé du problème	351
14.2	Analyse asymptotique	355
14.2.1	Approximation extérieure	355
14.2.2	Approximation intérieure	357
14.2.3	Raccord des deux approximations	360
14.2.4	Coefficient de frottement	363
14.3	Solution semblable	365
14.3.1	Formulation du problème	365
14.3.2	Conditions d'existence de la solution semblable	367
14.3.3	Valeurs numériques	369
14.4	Fermeture des équations	371
14.4.1	Présentation	371
14.4.2	Modèle à longueur de mélange (zéro équation)	372
14.4.3	Modèle $k-L$ (une équation)	375
14.4.4	Modèle $k-\epsilon$ (deux équations)	378
Annexes		387
ANNEXE A	Equations fondamentales de la mécanique des fluides	389
A.1	Lemme fondamental	390
A.2	Formule de la divergence	390
A.3	Dérivée particulière d'une intégrale de volume	391
A.4	Conservation de la masse et équation de continuité	392
A.5	Principe fondamental de la dynamique et équation des quantités de mouvement	393
A.6	Premier principe de la thermodynamique	394
A.7	Relations thermodynamiques des fluides divariants	396
A.8	Equations de la mécanique des gaz parfaits	397
A.9	Autres formes de l'équation de l'énergie des gaz parfaits	398

A.9.1	Equation pour l'enthalpie.....	398
A.9.2	Equation pour l'entropie.....	399
A.10	Second principe de la thermodynamique et inégalité de Clausius-Duhem.....	399
A.11	Equations de la mécanique des fluides incompressibles.....	400
A.11.1	Loi d'état.....	400
A.11.2	Equation de continuité.....	400
A.11.3	Fluides incompressibles à propriétés physiques constantes.....	401
ANNEXE B	Equations en approximation de fluide parfait.....	403
B.1	Approximation de fluide parfait pour les écoulements de fluides incompressibles.....	404
B.1.1	Equations dynamiques.....	404
B.1.2	Equation thermique.....	404
B.2	Théorèmes de Bernoulli pour les écoulements de fluides parfaits incompressibles.....	404
B.2.1	Théorème de Bernoulli en écoulement stationnaire.....	405
B.2.2	Théorème de Bernoulli en écoulement instationnaire.....	405
B.3	Propriétés du vecteur tourbillon en fluides parfaits incompressibles.....	406
B.3.1	Equation du tourbillon.....	406
B.3.2	Théorème de Helmholtz.....	407
B.3.3	Théorème de Lagrange.....	407
B.4	Approximation de fluide parfait pour écoulements compressibles.....	408
B.5	Théorèmes de Bernoulli pour les écoulements de fluides parfaits compressibles.....	409
B.5.1	Théorème de Bernoulli en écoulement stationnaire de fluide compressible.....	410
B.5.2	Théorème de Bernoulli en écoulement instationnaire.....	410
B.6	Relation de Crocco.....	411
ANNEXE C	Opérateurs de dérivation sur les champs tensoriels.....	413
C.1	Notations.....	413
C.2	Dérivées partielles des vecteurs de base.....	414
C.3	Gradient d'une fonction scalaire.....	415
C.4	Gradient d'un vecteur (tenseur ordre 2).....	415
C.5	Tenseur taux de déformation.....	416
C.6	Tenseur taux de rotation.....	417
C.7	Rotationnel d'un vecteur.....	417
C.8	Divergence d'un vecteur.....	417
C.9	Gradient d'un tenseur du second ordre.....	417

C.10	Divergence d'un tenseur du second ordre	418
C.11	Laplacien d'un vecteur	419
ANNEXE D	Equations de Navier-Stokes pour les fluides incompressibles à propriétés physiques constantes	421
D.1	Coordonnées cartésiennes orthonormées.....	421
D.2	Coordonnées cylindriques.....	423
D.3	Coordonnées sphériques	425
ANNEXE E	Conditions initiales et conditions aux limites en mécanique des fluides	429
E.1	Généralités	429
E.2	Conditions dynamiques aux frontières pour un fluide en contact avec un corps solide indéformable.....	430
E.3	Conditions aux limites pour l'équation de l'énergie aux frontières des corps asservis thermiquement	431
E.4	Conditions aux limites dynamiques lorsqu'il y a couplage interfacial	432
E.5	Condition aux limites thermiques lorsqu'il y a couplage interfacial	435
E.6	Interfaces entre deux phases d'une même espèce	436
E.7	Conditions non interfaciales	438
E.8	Coefficients d'échange	440
ANNEXE F	Ecoulements en repère relatif	443
F.1	Lois de composition des mouvements	443
F.2	Equations de Navier-Stokes en repère relatif.....	444
F.3	Théorème de Bernoulli pour le champ de dérangement d'un écoulement de fluide parfait incompressible et irrotationnel.....	446
F.4	Notion de masse ajoutée.....	448
F.5	Approximation géostrophique.....	450
ANNEXE G	Formules et identités remarquables	457
G.1	Définitions et identités vectorielles.....	457
G.2	Formules de dérivation	458
G.3	Relations intégrales.....	458
ANNEXE H	Dimension des principales grandeurs physiques	461
Appendice		463
Petit livre de recettes de l'analyse phénoménologique appliquée à la mécanique des fluides		465
Bibliographie		471
Index		475