

OSMANOV Hamid

MATHEMATIQUES

Les Séries

Rappels de cours
Exercices corrigés

OFFICE DES PUBLICATIONS UNIVERSITAIRES



OSMANOV Hamid



2-515-342-1



MATHEMATIQUES

Les Séries

Rappels de cours
Exercices corrigés

2^{ème} ÉDITION



OFFICE DES PUBLICATIONS UNIVERSITAIRES

SOMMAIRE

AVANT-PROPOS	3
CHAPITRE I	
SÉRIES NUMÉRIQUES	
I. Propriétés des séries convergentes	5
I.1 Série convergente et la somme d'une série	5
I.2 Condition nécessaire de convergence d'une série	6
I.3 Série à termes de nombres complexes	8
I.4 Critère de Cauchy de la convergence d'une série	9
II. SÉRIES NUMÉRIQUES À TERMES POSITIFS	11
II.1 Critère de la convergence d'une série numérique à termes positifs	11
II.2 Comparaison des séries à termes positifs	12
II.3 Méthode de la recherche de la partie principale	14
II.4 Règle de d'Alembert	18
II.5 Règle de Cauchy	19
II.6 Critère d'intégrale de Cauchy	20
III. Séries alternées	22
IV. Séries absolument convergentes	24
V. Critères de Dirichlet et d'Abel	28
V.1 Critère de Dirichlet	28
V.2 Critère d'Abel.	28
VI. Séries semi-convergente	29
ÉNONCÉ DES EXERCICES	31
RÉPONSES AUX EXERCICES DU CHAPITRE I	44
CORRIGÉS DÉTAILLÉS DE CERTAINS EXERCICES	49

CHAPITRE II

I. Suite de fonctions	113
I.1. Convergence de suite de fonctions	113
I.2. Convergence uniforme de suites de fonctions	114
II. Critères de convergence uniforme de suites de fonctions	118
ENONCES DES EXERCICES DU CHAPITRE II	121
REPONSES AUX EXERCICES DU CHAPITRE II	128
CORRIGES DETAILLES DE CERTAINS EXERCICES DU CHAPITRE II	134

CHAPITRE III

I. Series de fonctions	165
I.1. Convergence uniforme d'une série de fonctions	167
I.2. Critère de Cauchy de la convergence uniforme des séries de fonctions	169
I.2.1 La négation du critère de Cauchy	169
I.3. Critère de Weierstrass de la convergence uniforme de la série de fonctions	172
I.4. Critères de Dirichlet et de d'Abel de la convergence uniforme de la série de fonctions.	173
I.4.1 Critère de Dirichlet	173
I.4.2 Critère de d'Abel	174
I.5. Continuité de la fonction limite d'une suite de fonctions et somme d'une série de fonctions	177
I.6. Intégration des suites de fonctions et séries de fonctions	178
I.7. Dérivations des suites et des séries de fonctions théorème 5	180
I.8. Série entières	181
I.8.1. Intervalle de convergence	181
I.8.2. Dérivation et intégration des séries entières	184
I.9. Série de Taylor et de Maclaurin	184
I.10. Développement de certaines fonctions en séries de Taylor	187
ENONCES DES EXERCICES DU CHAPITRE III	193
REPONSES AUX EXERCICES DU CHAPITRE III	216
CORRIGES DETAILLES DE CERTAINS EXERCICES	231

CHAPITRE IV
SERIES DE FOURIER

IV.1. Developpement d'une fonction donnee en une serie trigonometrique	289
IV.2. Series de fourier des fonctions paires et impaires	294
IV.3. Developpement sur l'intervalle $]0, \pi[$	297
IV.4. Serie de fourier des fonctions de periode $2l$	299
IV.5. Serie de fourier sous forme complexe	302
IV.6. Recherche de la somme de certaines series trigonometriques	303
EXERCICES ENONCES	305
REPONSES AUX EXERCICES DU CHAPITRE IV	315
CORRIGES DETAILLES DE CERTAINS EXERCICES	322
BIBLIOGRAPHIE	356



OSMANOV Hamid est mathématicien, docteur d'état universitaire, professeur. Il enseigne depuis plusieurs années au sein de l'université M'hamed Bougara de Boumerdes.

Il est l'auteur de plusieurs travaux scientifiques publiés dans différentes revues internationales.

Le présent ouvrage traite une partie importante de l'analyse Mathématiques, à savoir la théorie des séries. Il traite des séries numériques, des suites des fonctions, des séries des fonctions, des séries entières et des séries de Fourier. Chaque chapitre est composé de rappels de cours et d'exercices.

Pour les rappels de cours, sont cités, les définitions, les théorèmes, les critères nécessaires pour les convergences simples, et les convergences uniformes des suites des fonctions et des séries de fonctions.

Pour les exercices, et dans chaque chapitre, une partie est corrigée et l'autre partie est laissée non corrigée, pour le travail personnel des étudiants.

Les exercices proposés permettent à l'étudiant d'assimiler les cours et d'évaluer ses connaissances.

Il s'adresse aux étudiants des filières Sciences et Technologies LMD des universités et des Grandes Ecoles.

1OPU 5402

Prix: 740 DA

www.opu-d



9789961 016497