

ALGÈBRE COMMUTATIVE

Chapitre 10

N . B O U R B A K I
É L É M E N T S D E
M A T H É M A T I Q U E


MASSON

Table des matières

CHAPITRE X.— PROFONDEUR, RÉGULARITÉ, DUALITÉ	X.1
§ 1. <i>Profondeur</i>	X.2
1. Définition homologique de la profondeur.....	X.2
2. Profondeur et acyclicité	X.4
3. Profondeur et complexe de Koszul	X.5
4. Profondeur et suites régulières.....	X.8
5. Profondeur le long d'une partie fermée.....	X.10
6. Profondeur des algèbres	X.11
7. Majorations de la profondeur	X.13
8. Anneaux noethériens localement intègres ; anneaux noethériens normaux	X.15
9. Profondeur et connexité	X.16
10. Profondeur et normalité	X.19
§ 2. <i>Modules et anneaux macaulayens</i>	X.23
1. Modules macaulayens.....	X.23
2. Support d'un module macaulayen	X.24
3. Modules macaulayens sur un anneau local.....	X.26
4. Parties fortement sécantes et quotients d'un module macaulayen	X.28
5. Anneaux de Macaulay	X.30
6. Modules macaulayens et algèbres finies	X.32
7. Modules macaulayens et algèbres plates	X.34
§ 3. <i>Profondeur et dimension homologique</i>	X.37
1. Dimension projective, dimension injective, dimension homologique	X.37
2. Localisation de la dimension homologique	X.38
3. Dimension homologique des anneaux noethériens	X.39
4. Quotient par un élément simplifiable.....	X.43
5. Profondeur et dimension projective	X.45
6. Profondeur et dimension injective	X.47
7. Anneaux de Gorenstein.....	X.48
8. Anneaux de Gorenstein et algèbres plates	X.51

§ 4. Anneaux réguliers	X.53
1. Propriétés homologiques élémentaires des anneaux locaux réguliers	X.53
2. Caractérisation homologique des anneaux noethériens réguliers	X.54
3. Anneaux réguliers et algèbres finies	X.57
4. Anneaux présentables	X.58
5. Anneaux réguliers et extensions plates	X.59
§ 5. Intersections complètes.....	X.62
1. Idéal engendré par une suite complètement sécante.....	X.62
2. Caractérisation des idéaux complètement sécants	X.63
3. Idéaux complètement sécants et anneaux réguliers.....	X.65
4. Anneaux gradués réguliers	X.66
5. Suites régulières et extension des scalaires	X.68
6. Idéaux complètement sécants et extension des scalaires	X.70
§ 6. Extension des scalaires dans les algèbres régulières.....	X.71
1. Algèbres essentiellement de type fini	X.71
2. Produits tensoriels d'algèbres de Macaulay ou de Gorenstein.....	X.72
3. Extension séparable du corps de base dans les algèbres régulières ou normales	X.74
4. Algèbres absolument régulières ou absolument normales	X.75
5. Caractérisations des algèbres absolument régulières	X.78
§ 7. Algèbres lisses.....	X.83
1. Dérivations et relèvements d'homomorphismes	X.83
2. Algèbres formellement lisses	X.84
3. Exemples d'algèbres formellement lisses	X.87
4. Relèvements d'homomorphismes dans les algèbres filtrées complètes ...	X.89
5. Quotients formellement lisses d'algèbres	X.90
6. Extension du corps de base dans les algèbres régulières (carac- téristique non nulle)	X.92
7. Un critère pour les algèbres locales formellement lisses	X.95
8. Existence de rétractions pour les applications linéaires	X.97
9. Le critère jacobien	X.98
10. Algèbres lisses	X.102
§ 8. Dualité des modules de longueur finie.....	X.105
1. Modules injectifs indécomposables.....	X.105
2. Structure des modules injectifs indécomposables	X.106
3. Dualité de Matlis	X.110
4. Dualité des modules de longueur finie.....	X.114

5. Foncteurs dualisants	X.115
6. Changement d'anneaux ; dualité de Macaulay	X.119
7. Dualité des modules d'extensions et des produits de torsion	X.120
§ 9. <i>Modules dualisants</i>	X.125
1. Modules dualisants.....	X.125
2. Quotient par une suite régulière	X.128
3. Changement d'anneaux.....	X.130
4. Structure des modules dualisants.....	X.133
5. Dualité des modules de type fini.....	X.134
6. Exemple le cas de la dimension 1	X.137
§ 10. <i>Cohomologie locale, dualité de grothendieck</i>	X.142
1. Cohomologie locale	X.142
2. Cohomologie locale sur un anneau de Macaulay	X.145
3. Dualité de Grothendieck sur un anneau de Macaulay.....	X.147
Exercices du § 1	X.151
Exercices du § 2	X.154
Exercices du § 3	X.157
Exercices du § 4	X.162
Exercices du § 5	X.165
Exercices du § 6	X.169
Exercices du § 7	X.170
Exercices du § 8	X.173
Exercices du § 9	X.175
Exercices du § 10	X.179
Index des notations	X.182
Index terminologique.....	X.183