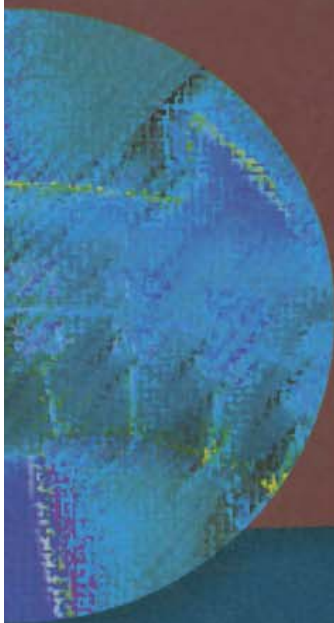




LES NOUVEAUX

Précis

B R É A L

Mathématiques

ALGÈBRE ET GÉOMÉTRIE

MPSI

Cours

Méthodes

Exercices
résolus

D. GUININ • B. JOPPIN

 **Breal**

1. Notions de base

A. Éléments de logique	10
B. Notions sur les ensembles	13
C. Relation binaire sur un ensemble	16
D. Applications	21
E. Lois de composition interne	24
F. Opération et équivalence compatibles	26
G. Morphismes	27
Méthodes : L'essentiel ; mise en œuvre	28
Énoncés des exercices	31
Solutions des exercices	34

2. Entiers naturels – Dénombrements

A. Entiers naturels	40
B. Ensembles finis	43
C. Problèmes de dénombrement	46
Méthodes : L'essentiel ; mise en œuvre	50
Énoncés des exercices	54
Solutions des exercices	57

3. Groupes – Anneaux – Corps

A. Groupes et morphismes de groupes	64
B. Anneaux	68
C. Corps	72
D. Groupe symétrique S_n	73
Méthodes : L'essentiel ; mise en œuvre	78
Énoncés des exercices	85
Solutions des exercices	88

4. Arithmétique des entiers

A. Division euclidienne dans $\mathbb{N}$	94
B. Entiers relatifs	96
C. PGCD et PPCM de deux entiers	98
D. Nombres premiers	103
Méthodes : L'essentiel ; mise en œuvre	106
Énoncés des exercices	113
Solutions des exercices	115

5. Nombres complexes

A. Corps des nombres complexes	120
B. Racines $n^{\text{ièmes}}$	123
C. Application à la trigonométrie	125
D. $z \mapsto az + b$, a non nul	126
Méthodes : L'essentiel ; mise en œuvre	128
Énoncés des exercices	133
Solutions des exercices	136

6. Espaces vectoriels – Applications linéaires

A. Espaces et sous-espaces vectoriels	144
B. Applications linéaires	148
C. Somme de sous-espaces vectoriels	153
D. Projecteurs et involutions	155
E. Formes linéaires – Hyperplans	157
Méthodes : L'essentiel ; mise en œuvre	159
Énoncés des exercices	164
Solutions des exercices	168

7. Polynômes – Équations algébriques

A. Algèbre $K[X]$	176
B. Division euclidienne	180
C. Fonctions polynômes	181
D. Dérivation des polynômes	182
E. Équations algébriques	185
F. PGCD de deux polynômes	188
G. Polynômes premiers entre eux	191
H. Polynômes irréductibles	194
Méthodes : L'essentiel ; mise en œuvre	196
Énoncés des exercices	202
Solutions des exercices	206

8. Fractions rationnelles

A. Corps des fractions rationnelles	214
B. Décomposition en éléments simples	217
Méthodes : L'essentiel ; mise en œuvre	221
Énoncés des exercices	231
Solutions des exercices	234

9. Espaces vectoriels de dimension finie

A. Familles libres ou génératrices – Bases	242
B. Bases d'un espace de dimension finie	247
C. Sous-espaces supplémentaires	249
D. Espace produit – Applications linéaires	250
E. Rang d'une application linéaire	251
F. Rang d'un système de vecteurs	252
G. Dualité en dimension finie	253
Méthodes : L'essentiel ; mise en œuvre	254
Énoncés des exercices	265
Solutions des exercices	269

10. Calcul matriciel

A. Notion de matrice	276
B. Opérations sur les matrices	278
C. Matrices carrées	281
D. Changement de bases – Rang	286
E. Opérations élémentaires	288
Méthodes : L'essentiel ; mise en œuvre	293
Énoncés des exercices	301
Solutions des exercices	306

11. Déterminants – Systèmes linéaires

A. Applications p-linéaires	316
B. Formes n-linéaires alternées. Déterminant dans une base	318
C. Déterminant d'un endomorphisme	321
D. Déterminant d'une matrice carrée	322
E. Développement suivant une colonne ou une ligne	327
F. Systèmes d'équations linéaires	332
Méthodes : L'essentiel ; mise en œuvre	336
Énoncés des exercices	345
Solutions des exercices	349

12. Géométrie affine

A. Sous-espaces affines d'un espace vectoriel	358
B. Applications affines	361
C. Applications affines remarquables	363
D. Espaces affines de dimension finie	366
E. Barycentre	367
F. Formes affines - Hyperplans affines	369
Méthodes : L'essentiel ; mise en œuvre	373
Énoncés des exercices	379
Solutions des exercices	382

13. Espaces vectoriels euclidiens

A. Produit scalaire	388
B. Groupe orthogonal de E euclidien	397
C. Matrices orthogonales	399
D. Endomorphismes symétriques ou antisymétriques	401
E. Orientation – Produit vectoriel	403
F. Groupe orthogonal en dimension 2 ou 3	408
Méthodes : L'essentiel ; mise en œuvre	414
Énoncés des exercices	425
Solutions des exercices	429

14. Géométrie affine euclidienne

A. Distances et projections orthogonales	438
B. Hyperplans, plans, droites	440
C. Isométries	444
D. Similitudes	447
E. Cercles et sphères	448
F. Les coniques	451
Méthodes : L'essentiel ; mise en œuvre	458
Énoncés des exercices	466
Solutions des exercices	469

INDEX	475
-----------------	-----

Notions de base

A. Éléments de logique	10
1. Construction de propositions	10
2. Méthodes de démonstration	11
3. Quantificateurs	11
B. Notions sur les ensembles	13
1. Vocabulaire et notations usuelles	13
2. Fonction caractéristique d'un sous-ensemble	13
3. Règles de calcul	14
4. Différence symétrique	15
5. Familles d'ensembles	15
C. Relation binaire sur un ensemble	16
1. Vocabulaire et notations usuelles	16
2. Relation d'ordre	17
3. Relation d'équivalence	19
D. Applications	21
1. Image directe ou réciproque d'un sous-ensemble	21
2. Composition – Application réciproque	22
E. Lois de composition interne	24
1. Propriétés globales	24
2. Éléments particuliers	24
F. Opération et équivalence compatibles	26
G. Morphismes	27
Méthodes : L'essentiel ; mise en œuvre	28
Énoncés des exercices	31
Solutions des exercices	34