

SCHAUM'S

ALGÈBRE LINÉAIRE

3^e édition

SEYMOUR LIPSCHUTZ MARC LIPSON

Un cours concis et efficace

Des exemples pour comprendre

568 exercices résolus pour s'entraîner

Des applications en informatique
et en sciences de l'ingénieur

EdiScience

Dans cet ouvrage : ☒ Bien débiter en algèbre linéaire ☒ Matrices ☒ Equations linéaires ☒ Espaces vectoriels ☒ Produit scalaire ☒ Déterminants ☒ Diagonalisation ☒ Formes canoniques ☒ Analyses quantitatives

Sommaire

Avant-propos		XI
Chapitre 1 Vecteurs dans $\mathbb{R}^n$ et $\mathbb{C}^n$		1
1.1 Introduction		1
1.2 Vecteurs dans $\mathbb{R}^n$		3
1.3 Addition vectorielle et multiplication scalaire		4
1.4 Produit scalaire		5
1.5 Vecteurs liés, hyperplans, droites et courbes de $\mathbb{R}^n$		9
1.6 Vecteurs de $\mathbb{R}^3$ (vecteurs spatiaux) — notation ijk		12
1.7 Nombres complexes		15
1.8 Vecteurs de $\mathbb{C}^n$		16
Exercices corrigés		17
Exercices supplémentaires		28
Solutions		32
Chapitre 2 Algèbre de matrices		34
2.1 Introduction		34
2.2 Matrices		34
2.3 Addition matricielle et multiplication scalaire		36
2.4 Symbole $\sum$ de sommation		37
2.5 Produit de matrices		38
2.6 Transposée d'une matrice		40
2.7 Matrices carrées		40
2.8 Puissances de matrices ; polynômes de matrices		42
2.9 Matrices inversibles		43
2.10 Matrices carrées particulières		45
2.11 Matrices complexes		48
2.12 Matrices par blocs		49
Exercices corrigés		52
Exercices supplémentaires		64
Solutions		69

Chapitre 3	Systèmes d'équations linéaires	72
3.1	Introduction	72
3.2	Définitions fondamentales — solutions	72
3.3	Systèmes équivalents ; opérations élémentaires	76
3.4	Petits systèmes carrés d'équations linéaires	77
3.5	Systèmes sous forme triangulaire ou échelon	81
3.6	Méthode d'élimination de Gauss	83
3.7	Matrices échelon, forme canonique et équivalence en lignes	87
3.8	Formulation matricielle de la méthode de Gauss	91
3.9	Équation matricielle d'un système d'équations linéaires	95
3.10	Systèmes d'équations linéaires et combinaisons linéaires de vecteurs	98
3.11	Systèmes homogènes d'équations linéaires	101
3.12	Matrices élémentaires	104
3.13	Décomposition LU	108
	Exercices corrigés	110
	Exercices supplémentaires	133
	Solutions	136
Chapitre 4	Espaces vectoriels	139
4.1	Introduction	139
4.2	Espaces vectoriels	140
4.3	Exemples d'espaces vectoriels	141
4.4	Combinaisons linéaires, ensembles engendrés	142
4.5	Sous-espaces	145
4.6	Espaces vectoriels engendrés, espace ligne d'une matrice	148
4.7	Dépendance et indépendance linéaires	151
4.8	Bases et dimension d'un espace vectoriel	154
4.9	Application aux matrices, rang d'une matrice	157
4.10	Somme et somme directe	160
4.11	Composantes d'un vecteur	162
	Exercices corrigés	166
	Exercices supplémentaires	195
	Solutions	203

Chapitre 5	Applications linéaires	206
5.1	Introduction	206
5.2	Applications et fonctions	206
5.3	Applications linéaires	210
5.4	Noyau et image d'une application linéaire	213
5.5	Applications linéaires régulières et singulières, isomorphismes	217
5.6	Opérations sur les applications linéaires	218
5.7	Algèbre d'opérateurs linéaires	219
	Exercices corrigés	222
	Exercices supplémentaires	239
	Solutions	244
Chapitre 6	Applications linéaires et matrices	246
6.1	Introduction	246
6.2	Représentation matricielle d'un endomorphisme	246
6.3	Changement de base	251
6.4	Similitude	256
6.5	Matrices et applications linéaires : cas général	257
	Exercices corrigés	259
	Exercices supplémentaires	280
	Solutions	284
Chapitre 7	Produit scalaire – orthogonalité	286
7.1	Introduction	286
7.2	Produit scalaire	286
7.3	Exemples d'espaces vectoriels euclidiens	288
7.4	Inégalité de Cauchy-Schwarz – applications	290
7.5	Orthogonalité	292
7.6	Ensembles orthogonaux et bases	294
7.7	Procédé d'orthogonalisation de Gram-Schmidt	297
7.8	Matrices orthogonales et matrices définies positives	299
7.9	Espaces euclidiens complexes	302
7.10	Espaces vectoriels normés	304
	Exercices corrigés	307
	Exercices supplémentaires	328
	Solutions	333

Chapitre 8	Déterminants	335
8.1	Introduction	335
8.2	Déterminants d'ordre 1 et 2	335
8.3	Déterminants d'ordre 3	337
8.4	Permutations	338
8.5	Déterminants d'ordre quelconque	339
8.6	Propriétés des déterminants	340
8.7	Mineurs et cofacteurs	342
8.8	Calcul pratique des déterminants	343
8.9	Matrice adjointe	344
8.10	Application aux équations linéaires, règle de Cramer	345
8.11	Sous-matrices, mineurs et mineurs principaux	346
8.12	Déterminants des matrices par blocs	348
8.13	Déterminants et volume	348
8.14	Déterminant d'un opérateur linéaire	349
8.15	Multilinéarité et déterminants	350
	Exercices corrigés	351
	Exercices supplémentaires	366
	Solutions	370
Chapitre 9	Diagonalisation : valeurs propres et vecteurs propres	372
9.1	Introduction	372
9.2	Polynômes de matrices	373
9.3	Polynôme caractéristique, théorème de Cayley-Hamilton	374
9.4	Diagonalisation, valeurs propres et vecteurs propres	376
9.5	Calcul des valeurs propres et des vecteurs propres, diagonalisation d'une matrice	381
9.6	Diagonalisation des matrices réelles symétriques	384
9.7	Polynôme minimal	386
9.8	Polynômes caractéristique et minimal d'une matrice par blocs	388
	Exercices corrigés	390
	Exercices supplémentaires	409
	Solutions	413

Chapitre 10 Formes canoniques	415
10.1 Introduction	415
10.2 Forme triangulaire	415
10.3 Sous-espaces invariants	416
10.4 Décomposition en somme directe invariante	417
10.5 Décomposition primaire	418
10.6 Opérateurs nilpotents	420
10.7 Forme canonique de Jordan	420
10.8 Sous-espaces cycliques	421
10.9 Forme canonique rationnelle	422
10.10 Espaces quotients	423
Exercices corrigés	425
Exercices supplémentaires	442
Solutions	446
Chapitre 11 Formes linéaires, espace dual	447
11.1 Introduction	447
11.2 Formes linéaires et espace dual	447
11.3 Base duale	448
11.4 Espace bidual	449
11.5 Formes linéaires annulatrices	450
11.6 Transposée d'une application linéaire	450
Exercices corrigés	451
Exercices supplémentaires	457
Solutions	459
Chapitre 12 Formes bilinéaires, quadratiques et hermitiennes	460
12.1 Introduction	460
12.2 Formes bilinéaires	460
12.3 Matrices et formes bilinéaires	461
12.4 Formes bilinéaires alternées	462
12.5 Formes bilinéaires symétriques, formes quadratiques	463
12.6 Formes bilinéaires réelles symétriques	466
12.7 Formes hermitiennes	467
Exercices corrigés	468
Exercices supplémentaires	478
Solutions	482

Chapitre 13	Opérateurs linéaires sur un espace euclidien	483
13.1	Introduction	483
13.2	Opérateur adjoint	483
13.3	Analogie entre $\mathcal{A}(V)$ et $\mathbb{C}$; opérateurs linéaires particuliers	485
13.4	Opérateurs auto-adjoints	486
13.5	Opérateurs orthogonaux et unitaires	487
13.6	Matrices orthogonales et unitaires	487
13.7	Changement de base orthonormé	488
13.8	Opérateurs positifs et définis positifs	489
13.9	Diagonalisation et formes canoniques dans un espace euclidien	489
13.10	Théorème spectral	491
	Exercices corrigés	492
	Exercices supplémentaires	502
	Solutions	506
Annexe	Produits multilinéaires	507
A.1	Introduction	507
A.2	Applications bilinéaires et produit tensoriel	508
A.3	Applications multilinéaires alternées et produit extérieur	509
Index		513