

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE SAAD DAHLEB BLIDA 1
FACULTE DE TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT DE MECANIQUE

Projet de Fin d'Etudes
Pour l'obtention de Diplôme de Master en Génie Mécanique
Spécialité Construction mécanique

**Analyse modale et contrôle statique des plaques
nanocomposites par utilisation des couches
piézoélectriques**

Promoteur :

Pr. TIBERKAK Rachid

Co - Promoteur :

Mr. LAZAR Mohamed Essedik

Réalisé par :

HAMOU Adem

ZERROUKHAT Billel

Promotion: 2024/2025

REMERCIEMENTS

Tout d'abord. Nous remercions Allah de nous avoir donné le savoir et la volonté et le courage pour réaliser ce modeste travail.

Nous adressons nos remerciements à nos promoteurs, monsieur le professeur TIBERKAK Rachid et monsieur LAZAR Mohamed Essedik, pour leurs soutiens, conseils, orientations et encouragements tout au long de ce travail.

Nos remerciements vont également aux membres du jury pour avoir accepté d'examiner le présent travail.

Merci à nos parents pour leur sacrifice et leur soutien. Que dieu les protège. À nos frères et sœurs. À tout nos familles. À tous nos chers amis. Et à tous ceux qui nous aiment.

Un grand remerciement à tous les enseignants du département de génie mécanique et nos collègues et tous nos amis.

ADEM & BILLEL

RÉSUMÉ

Le contrôle des vibrations est désormais l'un des domaines les plus importants de l'ingénierie, Tant dans le secteur industriel que dans le domaine de la recherche.

Cette étude concerne le contrôle statique de la déflexion utilisant des matériaux piézoélectriques, l'utilisation de ces matériaux est l'un des moyens les plus importants pour contrôler les vibrations dans les systèmes mécaniques, et en raison des propriétés uniques de convertissement électromécaniques.

MOTS CLÉS : vibrations, piézoélectrique, nanocomposite , contrôle statique .

Abstract

Vibration control is now one of the most important areas of engineering, both in the industrial sector and in the field of research.

This study deals with control static of the deflection using piezoelectric materials, the use of these materials is one of the most important ways to control vibrations in mechanical systems, and because of the unique electromechanical converting properties.

Keywords: Vibration, piezoelectric, nanocomposite, control static .

ملخص

إن التحكم في الاهتزازات الميكانيكية سيكون من أهم المجالات المهمة في مجال الهندسة، لاسيما في قطاع الصناعة أوفي مجال البحث العلمي .

هذه الدراسة تعني التحكم الثابت في الانحراف باستعمال المواد الكهروضغطية. إن هذه المواد واحدة من أهم الوسائل المستخدمة في التحكم النشط في الأنظمة الميكانيكية، بسبب خصائصها الفريدة في التحول الكهروميكانيكي
الكلمات المفتاحية : اهتزازات ، الكهروضغطية ،نانو مركبات التحكم الثابت.

Sommaire

Introduction générale.....	12
----------------------------	----

CHAPITRE 1: Les nanocomposites

1.1 Introduction	15
1.2 Définition d'un nanocomposites	15
1.3 Classification des nanocomposites.....	16
1.3.1 Selon la matrice.....	16
1.3.2 Selon le renfort.....	17
1.4 Procédes d'elaboration des nanocomposites	19
1.4.1 Mélange en solution	19
1.4.2 Mélange à l'état fondu.....	20
1.4.3 Polymérisation in situ.....	20
1.5 Caractérisation des nanocomposites.....	21
1.5.1 Spectroscopie raman	21
1.5.2 Microscopie électronique à balayage	22
1.5.3 Diffraction de rayons X	23
1.6. Propriété des nanocomposites	23
1.6.1 Propriété mécanique	23
1.6.2 Propriété barrières	24
1.6.3 Stabilité thermique	24
1.7 Domaine et application des nanocomposites	25
1.7.1 Industrie automobile	25
1.7.2 Aérospatiale	25
1.7.3 Energie	26

1.7.4 Electronique	26
1.8 Les types de distribution de nanotube de carbone a gradient fonctionnel (FG-CNTR) ...	26
1.9 Les constants élastique d'un nanocomposites unidirectionnelle à base de CNT.....	28
1.9.1 Module d'élasticité longitudinal	28
1.9.2 Module d'élasticité transversal	29
1.9.3 Module de cisaillement	29
1.9.4 Coefficient de poisson longitudinal et transversal	29
1.9.5 Masse volumique	30
Conclusion	30

CHAPITRE 2 :Piézoélectricité et contrôle des vibrations

2.1 Introduction	32
2.2 Définition de la piézoélectricité	32
2.3 Classe cristallines	33
2.4 Les principaux matériaux piézoélectrique	34
2.5 Coefficient du couplage électromécanique	34
2.6 Mode de vibration piézoélectrique	35
2.7 Equation fondamentale de la piézoélectricité	36
2.8 Application de la piézoélectricité	37
2.8.1 Cpteurs	38
2.8.2 Actionneur.....	38
2.9 Contrôle des vibrations	39
2.9.1 Contrôle passif	39
2.9.2 Semi-actif	40
2.9.3 Contrôle actif	40
Conclusion	42

CHAPITRE 3 :Théorie des plaque.

3.1 Introduction	44
3.2 Définition d'une plaque	44
3.3 Classification des plaques	45
3.3.1 La théorie des plaque de love kirchhoff	45
3.3.1.1 Champ de déplacement	46
3.3.1.2 Champ de déformation	47
3.3.2 La théorie des plaque du premier ordre de reissner-mindlin	47
3.3.2.1 Champ de déplacement	48
3.3.2.2 Champ de déformation	48
3.4 Loi de comportement	50
3.4.1 Résultantes des forces et des moments et loi constitutive	51
3.5 Matériaux composité	52
3.5.1 Relation contrainte déformation	52
3.5.2 Comportement en flexion et de torsion	54
3.5.3 Equation constitutive d'un stratifié	55
3.6 Matériaux piézoélectrique	56
3.6.1 Loi de comportement	56
3.6.2 Champ électrique	57
3.6.3 Energie cinétique.....	58
3.6.4 Energie potentielle	58
3.6.5 Travail pour plaque piézoélectrique.....	59
3.7 Théorie des plaque sandwich piézoélectrique (multicouches)	59
3.7.1 Energie cinétique	60
3.7.2 Energie potentielle du sandwich	61
3.7.3 Travail des efforts extérieurs	61

Conclusion.....	62
-----------------	----

Chapitre 4 : Applications et discussions

4.1 Introduction	64.
4.2 Analyse modal d'une plaque composite orthotrope	64
4.3 Etude de l'influence des conditions aux limites	66
4.4 Vérification l'effet inverse de la piézoélectricité.....	67
4.5 Contrôle statique de déflexion par un actionneur piézoélectrique.....	68
4.5.1 Recouvrement totale	68
4.5.2 Recouvrement partiel	72
4.6 Plaque sandwich encasté en deux cotés (CFCF)	72
Conclusion	73

Conclusion générale et recommandations

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....

Liste des figures :

Figure	Titre	Page
Figure 1.1	Explication sur le terme nano	16
Figure 1.2	Représentation schématique des différents renforts.	18
Figure 1.3	Classification des nanocomposites	19
Figure 1.4	Méthode d'élaboration des nanocomposites polymère : a) mise en œuvre dans le fondu, b) mise en solution, c) polymérisation in situ	21
Figure 1.5	Représentation schématique de l'instrumentation RAMAN	22
Figure 1.6	Microscope Electronique à Balayage MEB-EDX (SEM-EDX)	22
Figure 1.7	Représentations schématique d'un diffractomètre	23
Figure 1.8	Application des nanocomposites dans Industrie automobile	25
Figure 1.9	Application des nano composites dans Aérospatiale	25
Figure 1.10	Application des nano composites dans énergie	26
Figure 1.11	Application des nano composites dans Électronique	26
Figure 1.12	Les différents types de distribution de carbone nanotube CNT .	27
Figure 2.1	Effets piézoélectriques (a) effet direct (b) effet inverse	32
Figure 2.2	Classes Cristallines	33
Figure 2.3	Fonctionnement d'un accéléromètre piézoélectrique	38
Figure 2.4	Actionneur bimorphe	39
Figure 2.5	Courbure d'une plaque produite par l'expansion d'une couche piézoélectrique et contraction de l'autre	39
Figure 2.6	Diagramme de contrôle passif	39
Figure 2.7	Diagramme de contrôle semi-actif	40
Figure 2.8	Diagramme de contrôle actif	41

Figure 3.1	Géométrie d'une plaque	44
Figure 3.2	Déformation d'une plaque mince	46
Figure 3.3	Illustration de la plaque de Reissner-Mindlin	47
Figure 3.4	Directions principales dans un pli	52
Figure 3.5	plaque sandwich piézoélectrique	60
Figure 4.1	Maillage (6x6) et les conditions aux limites(CFFF) de plaque étudiée	64
Figure 4.2	Les quatres premiers modes propres (ELLL)	65
Figure 4.3	Plaque piézoélectrique avec un potentiel électrique égale à 100	67
Figure 4.4	Déformation de la plaque piézoélectrique chargé avec 100V	68
Figure 4.5	La forme du sandwich piézoélectrique étudié	68
Figure 4.6	Déformation de la plaque	69
Figure 4.7	Déformation de la plaque sous l'effet d'une tension électrique de 30V	69
Figure 4.8	Déformation de la plaque sous l'effet d'une tension électrique de 50V	70
Figure 4.9	Déformation de la plaque sous l'effet d'une tension électrique de 70 V	70
Figure 4.10	Déflexion de la ligne centrale pour différentes potentiel électrique (SFFF)	71
Figure 4.11	Déflexion de la ligne centrale pour différentes potentiel électrique (CFCF)	71
Figure 4.12	Localisations A, B et C des pastilles piézoélectriques	72

Liste des tableaux :

Tableau	Titre	Page
Tableau 1.1	Fraction volumique des CNTs en fonction de la coordonnée d'épaisseur pour divers cas de distribution de CNTs.	27
Tableau 1.2	Trois valeurs différents de fraction volumique de nanotube	28
Tableau 2.1	Mode de vibration et coefficient de couplage associé à la forme géométrique	35
Tableau 2.2	Equation piézoélectrique et électromécanique	36
Tableau 2.3	Grandeurs électriques, mécaniques et piézoélectriques	37
Tableau 4.1	Les quatre premières fréquences propres (ELLL)	65
Tableau 4.2	comparaison des fréquences propres avec la référence cité avec différentes condition aux limites	66
Tableau 4.3	Propriété de matériaux piézoélectrique	67
Tableau 4.4	Représente les valeurs de la déflexion pour chaque localisations avec différentes charge appliquée (charge mécanique ,électrique)	72

Nomenclature

[C]	la matrice de rigidité
[S]	la matrice souplesse
[ε]	la déformation
δ	variation subie pendant l'intervalle de temps considéré
[σ]	la contrainte
φ_x et φ_y	rotation de cisaillement des sections normales a l'axe x et y
λ	coefficient de lamé
x, $\dot{x}$, $\ddot{x}$	le déplacement, la vitesse et l'accélération à l'état
E1	module d'élasticité longitudinal
E2	module de cisaillement longitudinal
G12	module de cisaillement longitudinal
$G_{13}=G_{23}$	module de cisaillement transversal
δ_{ij}	le symbole de Kronecker
w	déplacements transversal
t et r	désigne les variables de translation et de rotation
T_σ	la matrice de changement de base (1',2',3') des contraintes
T_ε	la matrice de changement de base (1',2',3') des déformations
K_{2ij}	coefficients de couplage
N	résultantes en membrane
A	la matrice de rigidité en membrane
B	la matrice de couplage membrane-flexion-torsion
D	la matrice de rigidité en flexion
M_f	moments de flexion et de torsion
{F}	force volumique
{f}	force surfaciques
{P}	forces ponctuelles
{D}	vecteur de déplacements électriques
{ ε }	vecteur de déformation
{E}	vecteur des champs électrique
[e]	matrice des constantes piézoélectrique ou de couplage mécanique

$[d]$	matrice de permittivité électrique
$[C]$	matrice des constantes élastiques
$\{E\}$	le champ électrique
$\{h_p\}$	épaisseur de la sous-couche électrique
$\{h_c\}$	épaisseur de l'âme
$\{D\}$	charge électrique surfacique ou déplacements électrique
$\{Q\}$	vecteur de charge électrique
$\{\sigma_t\}$ et $\{\tau_t\}$	sont respectivement les contraintes de membrane et de cisaillements
θ_x et θ_y	rotation totale par rapport a x et y respectivement
u et v	déplacement de la membrane par rapport a x et y respectivement
ν_{12} et ν_{21} et ν_{31}	coefficient de poisson
$[Q_{ij}]$	la matrice de rigidité réduite exprimée dans les axes principaux (1, 2,3)
$[Q'_{ij}]$	matrice de rigidité réduite d'un composite unidirectionnel
$[S'_{ij}]$	la matrice de souplesse dans la base (1',2',3')
CNT	Carbone nanotube
PMMA	polyméthacrylate de méthyle

INTRODUCTION GENERALE

Dans de nombreuses applications industrielles ou de défense, les vibrations constituent un problème majeur. C'est le cas par exemple des cartes électroniques composant les ordinateurs embarqués à bord d'avions ou d'hélicoptères, l'un des moyens classiques pour atténuer les vibrations mécaniques d'une structure est d'utiliser des éléments passifs tels que les amortisseurs et les matériaux viscoélastiques. Ce pendant. Il existe de sérieuses limitations liées à ces matériaux : ils sont peu efficaces pour les basses fréquences. Ils sont efficaces seulement pour une configuration précise et non adaptatifs. En outre. Le poids ajouté par ces matériaux est souvent non désiré notamment dans le domaine de l'aéronautique (Fuller 1996).

Pour répondre à un tel problème, l'une des solutions consiste à faire du contrôle actif des vibrations. Cette technique, est en développement depuis environ une quinzaine d'années (Eriksson1996) fait appel au contrôle actif qui consiste à injecter de l'énergie secondaire dans le système afin de supprimer les vibrations non désirées. Le contrôle actif est un vieux concept qui a vu son origine dans le domaine acoustique dans les années 'Trente' avec le brevet de (Lueg 1936) intitulé (Processof silencing sound oscillation).

Le contrôle actif de vibrations des structures dites intelligentes, c'est-à-dire des structures intégrant des capteurs et des actionneurs alliés à un calculateur et capables de répondre aux stimulations extérieures. Parmi les nombreux types de matériaux qu'on peut découvrir, les matériaux piézoélectriques présentent des caractéristiques rares. Grâce à leur aptitude de conversion électromécanique et à leur faible encombrement, l'utilisation de transducteurs piézoélectriques ouvre la porte à un vaste choix d'applications en dynamique des structures.

L'objectif principal de ce travail de recherche est de mettre en évidence et d'exploiter les propriétés des matériaux piézoélectriques sur un sandwich, qui intègre une couche centrale de nanocomposite entre deux sous-couches piézoélectriques (actionneurs et / ou capteurs), qui peut être considéré comme une structure intelligente (smart structure) et permettant le contrôle actif des vibrations.

Le mémoire s'organise en quatre chapitres :

Le premier chapitre est divisé en deux parties : la première partie présente une revue générale sur les nanocomposites, leurs propriétés et les méthodes de caractérisation ainsi que les procédés d'élaboration, et la deuxième partie présente les formules théoriques pour calculer les caractéristiques mécaniques d'un nanocomposite unidirectionnel.

Le deuxième chapitre se compose de deux parties : la première partie la piézoélectricité ; dans la seconde partie est présentée les différents types de contrôle des structures.

Le troisième chapitre se présente la théorie de la flexion des plaques minces (hypothèse de KIRCHOFF) pour l'analyse dynamique des plaques élastiques isotropes et orthotropes, puis proposé la théorie des plaques épaisses (hypothèse MINDLIN-REISSNER) pour prendre en considération d'autres phénomènes générés, comme l'influence des effets de cisaillement transverse, permettant de perfectionner l'approximation du modèle de la structure.

Le quatrième chapitre est réservé exclusivement aux applications et discussions des résultats obtenues principalement par logiciel ANSYS.

Le travail est terminé par une conclusion générale qui englobe les discussions des résultats obtenues, les remarques et les perspectives.

CHAPITRE 1

Les Nanocomposites

1.1 Introduction

Au cours de ces dernières années, l'industrie de la transformation des matériaux nanocomposites a bénéficié d'une croissance rapide et régulière, soutenue en particulier par la diversité des applications. Les matériaux nanocomposites disposent d'atouts importants par rapport aux matériaux traditionnels. Ils apportent de nombreux avantages fonctionnels : légèreté, résistance mécanique et chimique, maintenance réduite, liberté de formes. Ils permettent d'augmenter la durée de vie de certains équipements grâce à leurs propriétés mécaniques et chimiques. Ils contribuent au renforcement de la sécurité grâce à une meilleure tenue aux chocs et au feu. Ils offrent une meilleure isolation thermique ou phonique et, pour certains d'entre eux, une bonne isolation électrique. Ils enrichissent aussi les possibilités de conception en permettant d'alléger des structures et de réaliser des formes complexes, aptes à remplir plusieurs fonctions. Dans chacun des marchés d'application (automobile, bâtiment, électricité, équipements industriels, ...), ces performances remarquables sont à l'origine de solutions technologiques innovantes. L'utilisation de renforts de taille nanométrique aboutit à l'appellation des nanocomposites qui présentent plusieurs intérêts par rapport aux composites classiques. Le premier intérêt réside dans la surface interrassiale entre les nanocharges et la matrice. Pour un poids donné, les nanoparticules présentent une surface d'échange beaucoup plus importante que les particules de taille microscopique. Les nanocomposites ont donc de meilleures propriétés en comparaison avec les composites classiques, comme par exemple une meilleure répartition des contraintes à l'intérieur de la matrice.

1.2 Définition d'un nanocomposite

Un nanocomposite est un matériau solide multiphasé dont une des phases a au moins une dimension inférieure à 100 nanomètres. Un nanocomposite est généralement la combinaison d'une matrice massive avec une phase de renfort nanométrique de propriétés différentes résultantes des différences structurales et chimiques.

En Comparaison, un nanomètre correspond à 1/50000ème de l'épaisseur d'un cheveu les plus petites choses qui peuvent être vues à l'œil ont des largeurs d'environ 10.000nm, la longueur de dix atomes d'hydrogène alignés est de un nanomètre .Toutes les grandes familles de matériaux sont concernées :(métaux, céramique, carbones, polymères, etc.). [1]

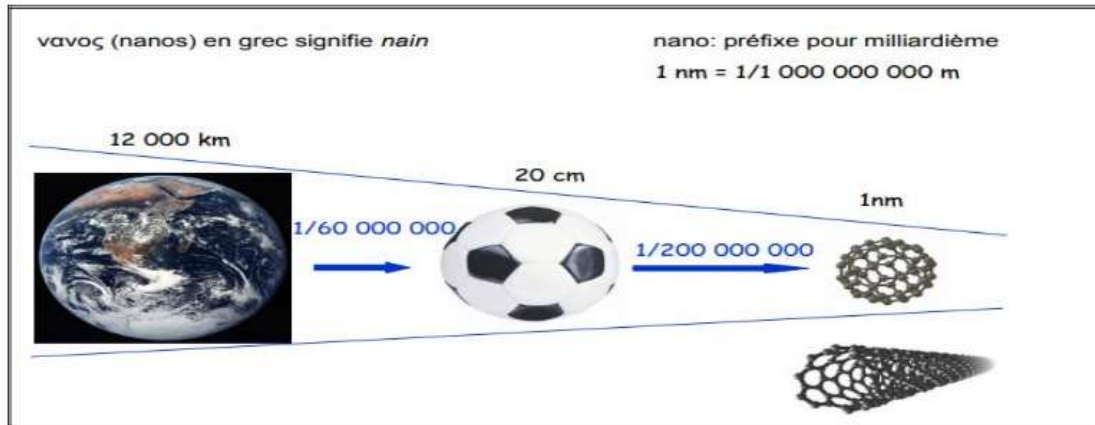


Figure 1.1 : Explication sur le terme nano [1]

1.3 Classification des nanocomposites:

1.3.1 Selon la matrice :

On peut appliquer la classification classique des composites suivant la nature de la matrice, dans l'ordre croissant de la température d'utilisation. [2]

➤ Nanocomposites à matrices polymères:

La première grande famille de nanocomposites regroupe les matériaux à matrices polymères. On peut classer les nanocomposites à matrice polymère en quatre sous familles (ce sont les classes les plus importantes) selon le type de le nanocharge incorporée Dans la matrice et leur intérêt scientifique. Il est très connu que les nanocomposites à base des nanocharge carboniques et ceux à base d'argiles sont les plus étudiés et les plus répondus dans le domaine industriel.

Les nanocomposites polymères contenant des nanocharges carboniques forment la plus grande famille de nanocomposites à matrice polymère dû à leurs propriétés spécifiques qui peuvent être atteintes à des faibles pourcentages de nanocharge. Les fibres et le noir de carbone sont bien connus pour leur pouvoir renforçant. L'engouement naissant des nanotechnologies a permis la synthèse de nouvelles nanocharge carboniques avec un pouvoir renforçant similaire, voir meilleur, que celui possible avec les fibres et le noir de carbone, avec en plus tous les avantages que leur confèrent leur aspect nanométrique. Ils sont les nanotubes de carbone et les nanofeuillets de graphène. [2]

➤ **Nanocomposites à matrice métallique :**

Un domaine de températures allant, jusqu'à 600 degrés dont certains procédés de fabrication, s'inspirent de la métallurgie des poudres. Les particules de seconde phase peuvent être des oxydes, borures, carbures, nitrures.

Les nanocomposites à matrice métallique encore appelés MMC pour métal-matrix composite se sont développés grâce à la facilité et à la maîtrise des procédés de fabrication ainsi qu'à leur faible coût.

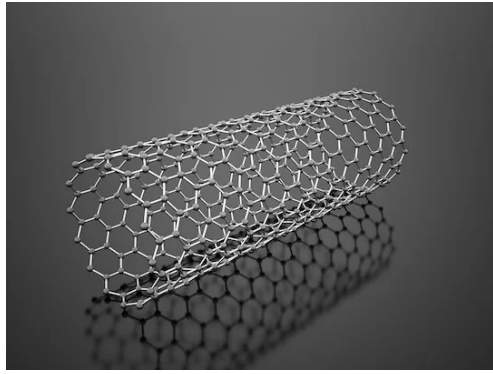
➤ **Nanocomposites à matrice céramique :**

Les matériaux céramiques et les nanocomposites à matrice céramiques sont généralement fragiles. La fabrication de ces matériaux se fait par frittage de différents oxydes et matériaux inorganiques ce qui consiste en un «compactage» de ces différents composants sous haute pression et quelques fois hautes températures. Les propriétés de ces matériaux dépendent Fortement de leur structure, il s'est avéré que les céramiques composées de nanograins sont ductiles, les joints entre ces derniers, bloquant plus efficacement la propagation des fissures.

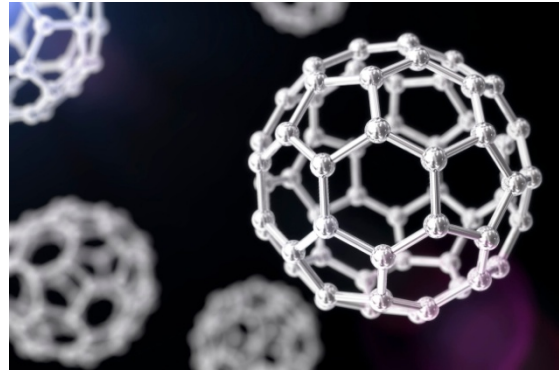
Depuis une vingtaine d'années, de nouvelles voies de préparation ont permis l'obtention d'oxydes nanocristallins et de poudres non oxydées de très haute pureté. Néanmoins, le passage de nanopoudres à un matériau céramique nanostructure est très difficile, l'agglomération des poudres augmentant avec la diminution de la taille des particules. Le frittage, nécessitant de hautes pressions et dans certains cas de températures élevées, est généralement accompagné par une rapide croissance des grains rendant difficile le maintien d'une nanostructure tout en augmentant la densité. Comme dans le cas de certains matériaux métalliques, une solution consiste à ajouter des additifs ayant pour but de diminuer la croissance des grains. Un exemple de nanocomposites à matrice céramique est celui à matrice Al_2O_3 renforcée par des nanoparticules de SiC. [2]

1.3.2 Selon le renfort:

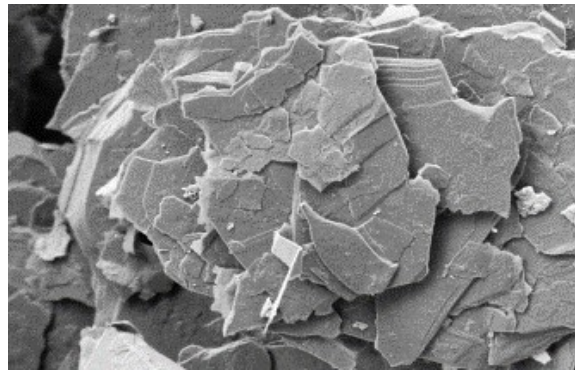
Les renforts ont au moins une de leurs dimensions morphologiques inférieure à 100 nm et peuvent être classés en fonction de leur géométrie, les nanoparticules à trois dimensions nanométriques, les nanofibres et les feuillets.



a : carbone nanotube (monoparoi)



b : nanoparticule



c : nanofeuillet

Figure 1.2 : Représentation des différents nanorenforts [2]

1) Nanocharges à 1 dimension nanométrique (Plaques /lamelles/feuillets)

Ce sont des matériaux constitués de couches d'épaisseur de l'ordre du nanomètre et avec un rapport de forme, dans les deux autres dimensions, d'au moins 25. Parmi ce type de matériaux, les argiles sont peut-être les plus connues, elles sont naturelles donc faciles à extraire. Leur structure a été étudiée et déterminée il y a de nombreuses années.[3]

2) Nanocharges à 2 dimensions nanométriques (nanotubes et nanofibres)

Les deux dimensions de la nanocharge sont de l'ordre du nanomètre et le troisième est beaucoup plus grand (> 100 nm), formant ainsi une structure fibrillaire telle que celle des nanotubes de carbone ou des whiskers de cellulose. Le facteur de forme (longueur/diamètre) est d'au moins 100. De tels nanocharges conduisent à des matériaux ayant des propriétés exceptionnelles, en particulier en matière de rigidité.[3]

3) Nanocharges à 3 dimensions nanométriques

Ce sont des charges dont les trois dimensions sont de l'ordre du nanomètre. Il s'agit de nanoparticules iso dimensionnelles (nanoparticules sphériques telles que la silice ou possédant une structure cage comme la silsesquioxane).[3]

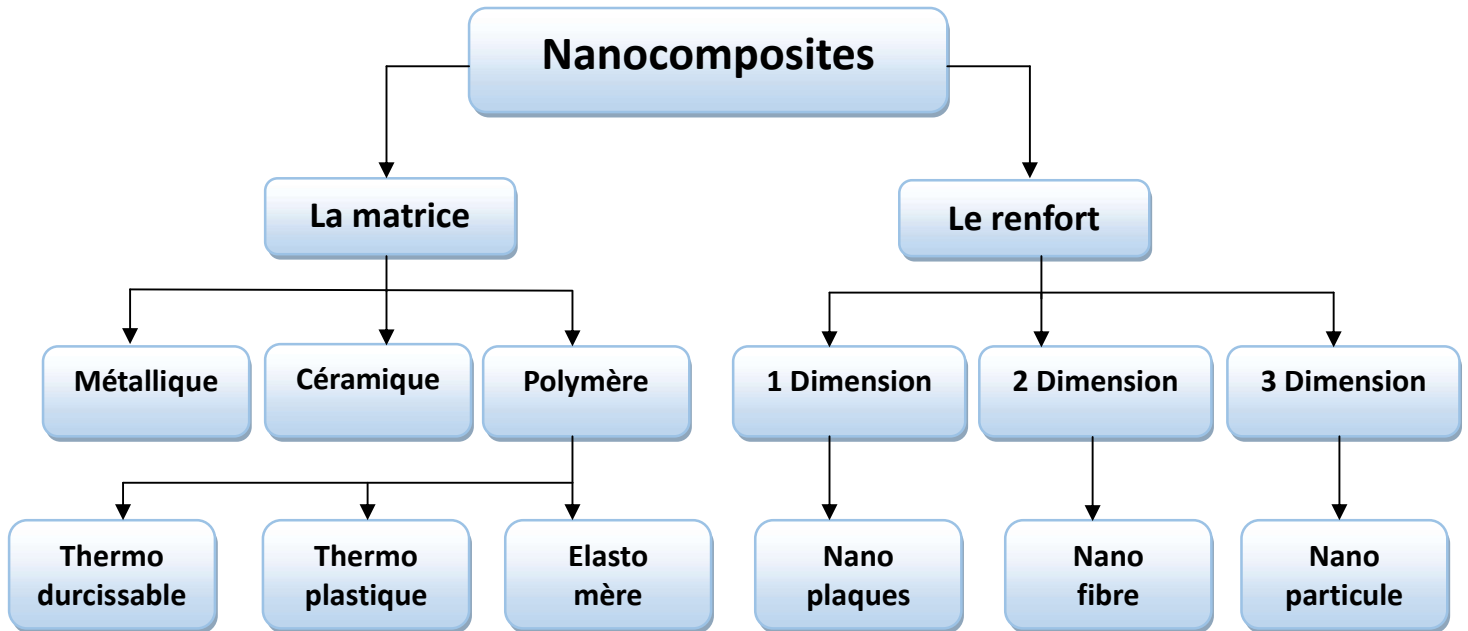


Figure 1.3 : Classification des nanocomposites.

➤ Les propriétés de fibre de carbone nanotube CNT : [28]

- Les CNT sont 100 fois plus résistantes que l'acier inoxydable, Et six fois plus légers.
- Les CNT sont aussi dures que le diamant et leur capacité thermique est deux fois supérieure à celle du diamant pur.
- La capacité de conduction électrique des CNT est 1000 fois plus élevée que celle du cuivre.
- Les CNT thermiquement stables jusqu'à 4000 K.

1.4 Procèdes d'élaboration des nanocomposites:

Les méthodes d'élaboration des nanocomposites polymères sont toutes basées sur une première étape de dispersion des nanoparticules dans un liquide, elles diffèrent toute fois par le type de phase organique et par le traitement à effectuer ensuite traitement thermique, élimination du solvant éventuel.[4]

1.4.1 Mélange en solution :

Cette méthode consiste à disperser des nanoparticules dans une solution polymère à l'aide d'un solvant adéquat, puis à évaporer ce solvant pour former des films ou des feuilles nano composites. Elle permet en effet d'abaisser la viscosité permettant ainsi de faciliter la dispersion des (NTC). Le solvant du polymère utilisé doit également pouvoir disperser de manière homogène les nanotubes de carbone. La matrice polymère est tout d'abord mise en solution dans son solvant. Les nanotubes sont de leur côté dispersés dans le même solvant sous agitation par ultrasons. Cette solution de (NTC) est ensuite ajoutée à la matrice solubilisée sous agitation. Les nanotubes peuvent de cette manière s'introduire entre les chaînes macromoléculaires du polymère. Enfin Le solvant est extrait par évaporation. [4]

1.4.2 Mélange à l'état fondu :

C'est une des techniques classiques pour préparer des composites polymères qui consiste à disperser des particules dans un polymère, généralement un thermoplastique, à l'état fondu. Cette méthode est la plus simple. Dans ce cas, le polymère et les nanotubes sont incorporés, dans une extrudeuse chauffée. Le cisaillement apporté par la rotation des vis est l'élément déterminant dans la qualité de la dispersion des charges. Les (NTC) peuvent ainsi circuler au sein du polymère fondu. Des nano composites à base de polyéthylène, polypropylène, polyamide, polycarbonate, polyéthylène téréphtalate, polylactide, polyméthacrylate de méthyle et autres polymères thermoplastiques ont été obtenus par cette méthode (Aubry, 2009). L'inconvénient de cette méthode est que la viscosité augmente considérablement avec le taux de (NTC).[4]

1.4.3 Polymérisation in situ :

Cette méthode consiste à disperser des nanoparticules dans des solutions adaptées de monomères puis à effectuer une polymérisation classique afin d'obtenir des nano composites. La fabrication de (NC) par un procédé de polymérisation in situ est divisée en plusieurs étapes. Dans un premier temps, les charges sont ajoutées au monomère liquide. Etant donné la faible viscosité de ce dernier, la dispersion des charges peut s'effectuer grâce à l'utilisation d'ultrasons ou encore via agitation mécanique en régimes turbulents. Une fois les charges bien dispersées dans la matrice, on débute la polymérisation. Lorsque la polymérisation est achevée, il ne reste plus qu'à extraire le monomère résiduel (ex : par dégazage sous vide) .[4]

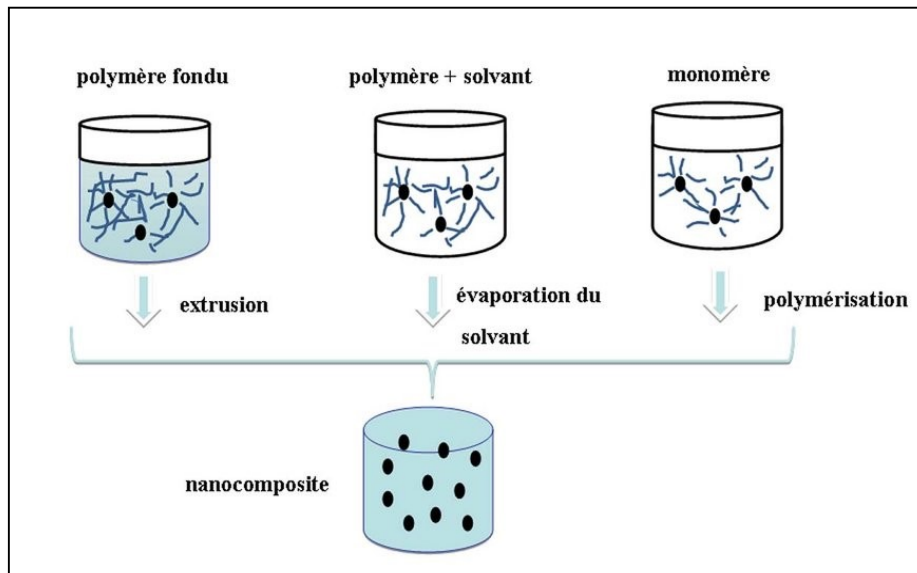


Figure 1.4 : Méthode d'élaboration des nanocomposites polymère : a) mise en œuvre dans le fondu, b) mise en solution, c) polymérisation in situ [4].

1.5 Caractérisation des nanocomposites :

La caractérisation des nanocomposites est une étape indispensable pour comprendre leur structure, leur réseau cristallin et les interactions vibrationnelles entre les atomes. Ces matériaux, qui combinent une matrice et des nanofillers, présentent des propriétés physico-chimiques et mécaniques souvent améliorées, mais celles-ci dépendent fortement de leur organisation à l'échelle nanométrique. Pour analyser ces caractéristiques, des techniques avancées telles que la spectroscopie (Raman, FTIR) et la diffraction des rayons X (DRX) sont couramment employées. Ces méthodes permettent d'étudier la cristallinité, les liaisons chimiques et les phénomènes d'interaction entre la matrice et les nanofillers.

1.5.1 Spectroscopie Raman :

La spectroscopie Raman est une technique qui a été découverte par Sir C.V. RAMAN et KRISHNAN, ils furent les premiers à observer le phénomène de diffusion inélastique en 1928. Il fit passer la lumière dans un filtre photographique afin de créer une lumière monochromatique. Il observa qu'une faible portion de cette lumière. Ce type d'analyse permet entre autres d'acquérir des informations concernant les vibrations moléculaires pouvant mener à l'identification de la structure chimique de composé tant organique qu'inorganique ainsi que leur quantification.

Le principe de fonctionnement illustré à la Figure 1.5 indique qu'une source de lumière monochromatique est envoyée sur un échantillon. Trois phénomènes se produisent lorsque les photons entrent en contact avec l'échantillon, la diffusion, l'absorption et enfin la

transmission de la lumière faisant parvenir au détecteur l'information est ensuite envoyée à un microprocesseur. [5]

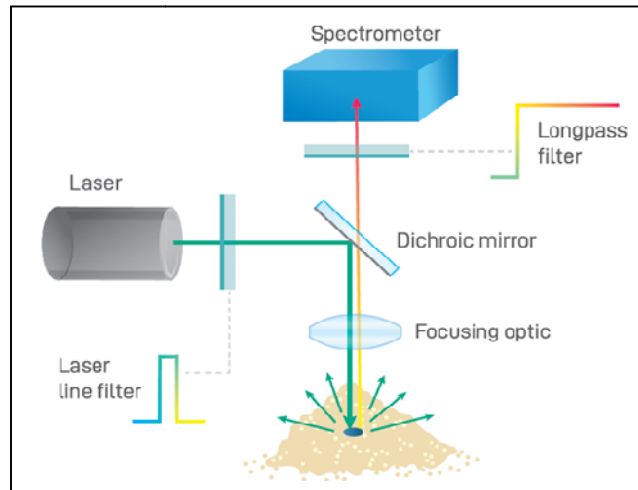


Figure 1.5 : Représentation schématique de l'instrumentation RAMAN [5]

1.5.2 Microscopie électronique à balayage :

La microscopie électronique à balayage permet plusieurs types d'analyses telles que l'étude de l'aspect topographique, les distances interatomiques ainsi que l'analyse des caractéristiques micro structurales d'objets solides. Les analyses se basent sur la détection des électrons secondaires survenant des interactions électron-matière à la surface de l'échantillon, balayé par quelques électrons incidents primaires. La diffusion de ces électrons primaires peut engendrer deux types d'interactions. Tout d'abord des interactions électrostatiques entre les électrons et le noyau nommées diffusion élastique ou une diffusion inélastique. Ceci permettra entre autres l'obtention d'images de hautes résolutions comme il est illustré en Figure 1.6.[6]

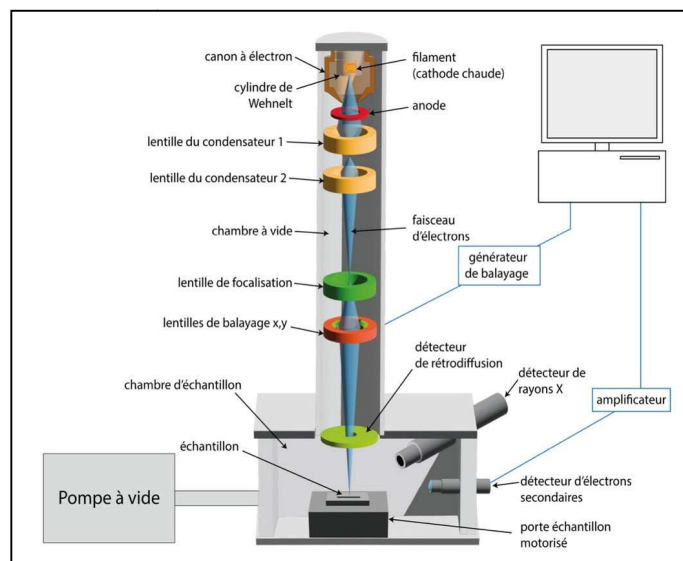


Figure 1.6 : Microscope Electronique à Balayage MEB-EDX (SEM-EDX). [6]

1.5.3 Diffraction des rayons X :

La méthode de diffraction des rayons X permet de déterminer les distances interatomiques lors de l'étude de corps cristallin. L'appareillage utilisé est généralement un Goniomètre qui comme il est illustré en Figure 1.7 est constitué d'une source de rayons X (tube à rayon X), d'un monochromateur et d'un détecteur.

Lors de l'interaction des rayons X avec la matière, trois phénomènes principaux se produisent, l'effet photoélectrique, la diffusion incohérente (perte d'énergie de collision des photons incidents) et la diffusion cohérente.

Le principe de cette méthode est le suivant : les rayons X sont générés dans un tube sous vide en chauffant une cathode en tungstène par une tension électrique. Par la suite, la surface de l'échantillon représentée par un empilement de plans est bombardée par ces rayons X. Les rayons diffusés auront la même fréquence que les rayons de la source ; ceci est connu sous le nom de diffusion cohérente ou diffusion Rayleigh, l'angle de réflexion est égal à l'angle incident et l'énergie du photon diffracté est plus faible que celle du photon incident ceci est une caractéristique du phénomène de diffraction. [5]

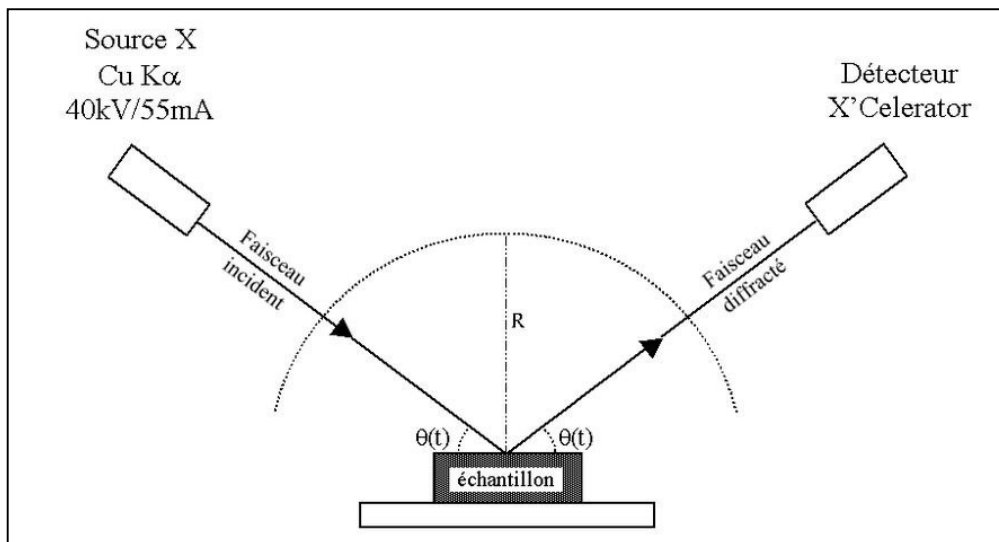


Figure 1.7 : Représentations schématique d'un diffractomètre [5]

1.6 Propriétés des nanocomposites :

1.6.1 Propriétés mécanique :

L'ajout de nanorenfort à une matrice polymère va permettre d'améliorer les propriétés mécaniques, en particulier le module d'Young dont l'exfoliation des feuillets est le facteur et la contrainte à la rupture. Les feuillets intercalés ont une surface de contact feuillet/polymère beaucoup plus faible que les feuillets exfoliés. Ainsi, l'ajout d'argile à une matrice de type polyamide va permettre d'obtenir des morphologies exfoliées. Les modules de ces polyamides sont alors considérablement renforcés.

En revanche, le module d'un composite à base de polyméthylméthacrylate / nanoargile, qui montre une structure plutôt intercalée, n'augmente que très peu. La contrainte à la rupture d'un matériau varie fortement selon la nature des interactions argile/matrice. [7]

1.6.2 Propriétés barrières :

Depuis les travaux du groupe de recherche de Toyota, la capacité des nanocomposites à réduire l'absorption d'humidité et à diminuer la perméabilité à l'eau et aux gaz a été mise en œuvre.

La perméabilité au dioxyde de carbone a été mesurée dans le cas de polyimides partiellement exfoliés préparés par Lan et al , le rapport de la perméabilité du nanocomposite à la perméabilité de la matrice pure diminue de manière importante dès que le taux de charge augmente, pour des valeurs faibles ($< 2\%$ en masse), les résultats montrent que meilleure est la dispersion, meilleure sera l'imperméabilité.[7]

1.6.3 Stabilité thermique :

L'amélioration de la stabilité thermique de nanocomposites à matrice polymère a été mise en évidence par les premiers travaux de Blumstein en 1965 (système PMMA / Montmorillonite) il a été montré que le PMMA intercalé entre les feuillets d'argile dans des conditions où la matrice PMMA seule est complètement dégradée. Burnside et Giannelis ont observé un comportement similaire dans le cas du polydiméthylsiloxane (PDMS) réticulé. l'analyse thermogravimétrique a montré une température de décomposition de 140°C plus élevée pour le nanocomposite que pour le PDMS pur, ce qui valorise ces polymères et permet leur utilisation à de plus hautes températures. [7]

1.7 Domaines et application des nanocomposites :

Les nanocomposites sont des matériaux qui intègrent des nanoparticules dans une matrice, généralement sous forme de polymère ou de métal, pour améliorer leurs propriétés physiques, mécaniques, thermiques ou électriques. Les applications des nano composites sont vastes et couvrent de nombreux domaines, notamment : [8]

1.7.1 Industrie automobile :

Les nanocomposites sont utilisés dans la fabrication de pièces légères mais résistantes, telles que des pare-chocs, des panneaux de carrosserie et des composants intérieurs.

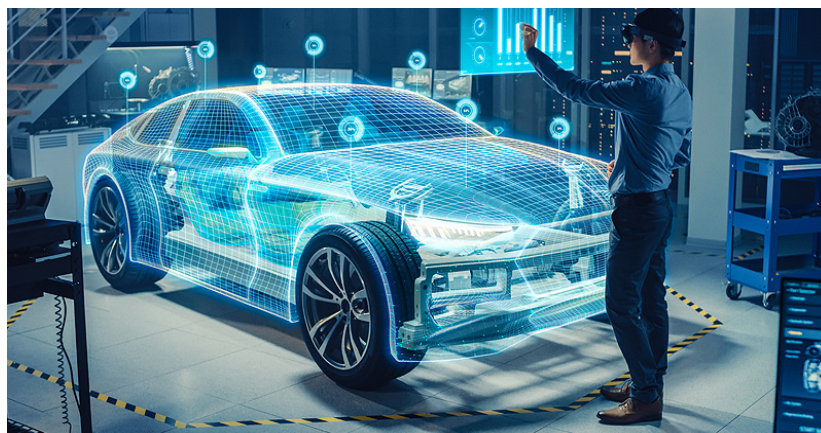


Figure 1.8 : Application des nanocomposites dans Industrie automobile. [8]

1.7.2 Aéronautique :

Les nanocomposites sont utilisés pour développer des matériaux plus légers, plus résistants et plus résistants à la chaleur pour les applications aéronautiques, notamment dans la construction d'avions et de satellites.



Figure 1.9 : Application des nanocomposites dans Aéronautique. [8]

1.7.3 Énergie :

Les nanocomposites sont utilisés dans les batteries et les super condensateurs pour améliorer leur capacité de stockage d'énergie et leur efficacité.



Figure 1.10 : Application des nanocomposites dans énergie. [8]

1.7.4 Électronique :

Les nanocomposites sont utilisés pour produire des dispositifs électroniques miniaturisés tels que des capteurs, des transistors et des circuits imprimés.

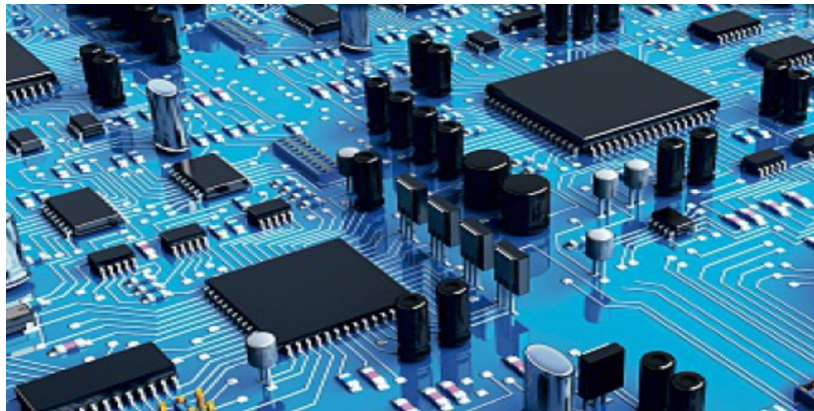


Figure 1.11 : Application des nanocomposites dans Électronique. [8]

1.8 Les types de distribution de nanotube de carbone a gradient fonctionnel (FG-CNTR) :

Les matériaux nanocomposites renforcés par nanotubes de carbone à gradient fonctionnel (FG-CNTRC) constituent une nouvelle génération de matériaux composites dans lesquels les nanotubes de carbone (NTC) sont conçus pour se graduer selon des règles spécifiques et des directions souhaitées au sein d'une matrice polymère .Cinq types de distributions de CNT sont considérés. UD représente les distributions uniformes, et les quatre autres types de distributions fonctionnellement graduées de CNT sont indiqués par FG-A, FG-V, FG-X et

FG-O. Le tableau 1.1 présente la fonction de distribution des NTC sur l'épaisseur de la plaque.[29]

CNTs Distribution	V_{CNT}
UD CNTRC	V_{CNT}^*
FG-V CNTRC	$V_{CNT}^* (1 + 2\frac{z}{h})$
FG-O CNTRC	$2V_{CNT}^*(1 - 2\frac{ z }{h})$
FG-X CNTRC	$4V_{CNT}^* \frac{ z }{h}$

Tableau 1.1 : Fraction volumique des CNTs en fonction de la coordonnée d'épaisseur pour divers cas de distribution de CNTs.

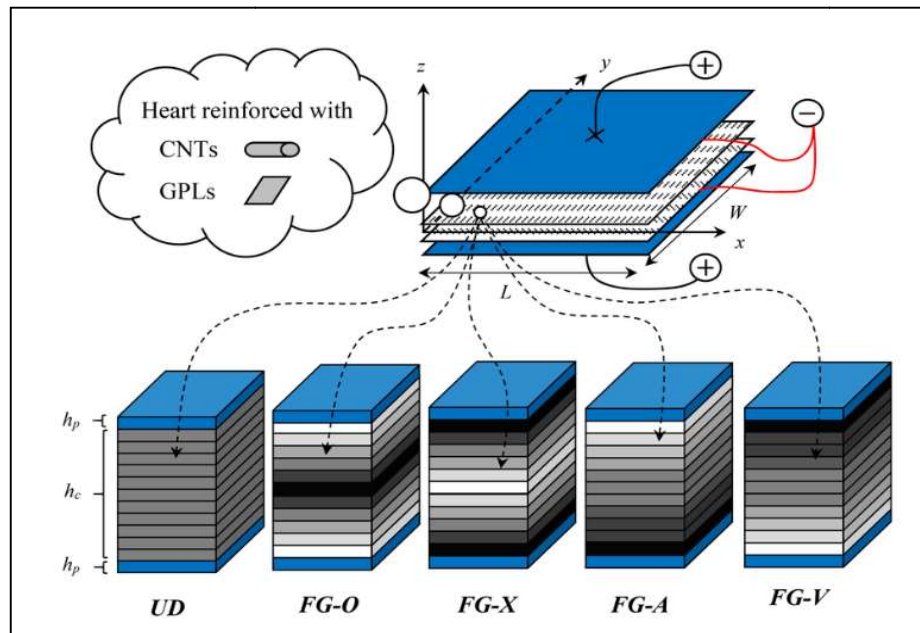


Figure 1.12 : Les différents types de distribution de carbone nanotube CNT.

Dans le type FG-X, la distribution des NTC est maximale près des surfaces supérieure et inférieure, tandis que le plan médian est exempt de NTC. En revanche, pour le type FG-O, les surfaces supérieure et inférieure sont exemptes de NTC et la surface médiane de la plaque est enrichie en NTC. Dans le type FG-V, la surface supérieure est enrichie en NTC et la surface inférieure est exempte de NTC. Dans le type UD, chaque surface de la plaque, quelle que soit son épaisseur, présente la même fraction volumique de NTC.

1.9 Les constantes élastiques d'un nanocomposite unidirectionnel renforcé par CNT :

Les matériaux unidirectionnel (Isotrope transverse) possède un axe de révolution noté 1 parallèle au fibre appelé direction longitudinale tout axe normale à la direction longitudinale appelé direction transverse 2 et 3. Ces matériaux sont fréquemment utilisées dans les applications qui requièrent une forte résistance dans une direction particulière, Les propriété des matériaux unidirectionnel sont déterminer par 5 constantes d'élasticités indépendante sont déterminer soit par un essai mécanique (traction ; cisaillement) ou par une approche théorique. [9]

1.9.1 Module d'élasticité longitudinal :

Le module d'Young longitudinal est déterminé expérimentalement par un essai de traction et théoriquement par la formule suivante :[10]

$$E_{11} = \eta_1 \cdot V_{CNT} \cdot E_{11}(CNT) + V_m \cdot E_m \quad (1.1)$$

Avec :

- V_{CNT} : Fraction volumique de CNT
- $E_{11}(CNT)$: Module longitudinal de CNT en Gpa
- V_m : Fraction volumique de la matrice
- E_m : Module longitudinal de la matrice
- η_1 : Un facteur de correction

V_{CNT}	η_1	η_2	η_3
0.12	0.137	1.022	0.715
0.17	0.142	1.626	1.138
0.28	0.141	1.585	1.109

Tableau 1.2 : Trois valeurs différentes de fraction volumique de nanotube.

La fraction volumique est calculée par :

$$V_{CNT} = \frac{W_{CNT}}{W_{CNT} \left(1 - \frac{\rho_{CNT}}{\rho_m}\right) + \frac{\rho_{CNT}}{\rho_m}} \quad (1.2)$$

➤ V_{CNT} et V_m sont liés par la formule :

$$V_{CNT} + V_m = 1 \quad (1.3)$$

Avec :

- W_{CNT} : Fraction pondérale de CNT
- ρ_{CNT} : Masse Volumique de CNT en Kg /m³
- ρ_m : Masse volumique de la matrice en Kg /m³

1.9.2 Module d'élasticité transversal :

Le module d'Young transversal est déterminé expérimentalement par un essai de traction transversal suivant la direction normale de la fibre ou bien par la formule suivante : [10]

$$E_{22} = \frac{\eta_2}{\frac{V_{CNT}}{E_{22_{CNT}}} + \frac{V_m}{E_m}} \quad (1.4)$$

1.9.3 Module de cisaillement :

Le module de cisaillement est déterminé expérimentalement par un essai de cisaillement ou théoriquement par la formule suivante : [10]

$$G_{12} = \frac{\eta_3}{\frac{V_{CNT}}{G_{12_{CNT}}} + \frac{V_m}{G_m}} \quad (1.5)$$

- $G_{12(CNT)}$: Module de cisaillement de CNT
- G_m : Module de cisaillement de la matrice
- G_{12} : Module de cisaillement de nanocomposite

1.9.4 Coefficient de poisson longitudinal et transversal :

Le coefficient est déterminé par un essai de traction longitudinal ou par la formule suivante:

$$\mu_{12} = \frac{V_{CNT}}{\mu_{12(CNT)}} + \frac{V_m}{\mu_m} \quad (1.6)$$

Où :

$$\frac{\mu_{12}}{E_{11}} = \frac{\mu_{21}}{E_{22}} \quad (1.7)$$

Avec :

- $\mu_{12(CNT)}$: Coefficient de poisson longitudinal de CNT
- μ_m : Coefficient de poisson longitudinal de matrice

1.9.5 Masse volumique :

La masse volumique de nanocomposite déterminée par la formule suivante : [10]

$$\rho = V_{CNT}\rho_{CNT} + V_m\rho_m \quad (1.8)$$

Conclusion :

Ce chapitre est divisé en deux parties : la première partie présente une revue générale sur les nanocomposites, leurs propriétés et les méthodes de caractérisation ainsi que les procédés d'élaboration, et la deuxième partie présente les formules théoriques pour calculer les caractéristiques mécaniques d'un nanocomposite unidirectionnel.

CHAPITRE 2

Piézoélectricité et contrôle des vibrations

2.1 Introduction

A partir des efforts des chercheurs et des ingénieurs dans notre époque, la technologie connaît un développement croissant, ce développement nous a apporté de nombreuses innovations qui ont profité à notre monde, parmi eux les matériaux intelligents, qui ont fait un saut qualitatif dans le domaine de récupération d'énergie et de contrôle de vibration. Ces derniers endommagent les équipements mécaniques en fonctionnement. Cela pourrait entraîner une fatigue des matériaux, une détérioration des performances du système, ainsi qu'une augmentation du niveau de bruit. En particulier, la structure pourrait être endommagée en raison de la vibration de haute amplitude lorsque l'excitation se situe juste autour des fréquences de valeurs propres de la structure. Plusieurs catastrophes telles que l'effondrement d'un pont ou un accident d'avion ont été attribuées à des problèmes causés par les vibrations.

Ainsi, le contrôle des vibrations devient un problème urgent pour les ingénieurs en mécanique. De ce point de vue, les techniques de vibrations sont apparues afin de réduire l'impact de ces dernières sur les systèmes.

2.2 Définition de la piézoélectricité

La piézoélectricité (du grec *piezein*, presser) est la capacité de certains matériaux (cristaux, céramiques, polymères) de pouvoir transformer une énergie mécanique en une énergie électrique représentant l'effet piézoélectrique direct, et réciproquement une excitation électrique en déformation, c'est l'effet piézoélectrique inverse. [11]

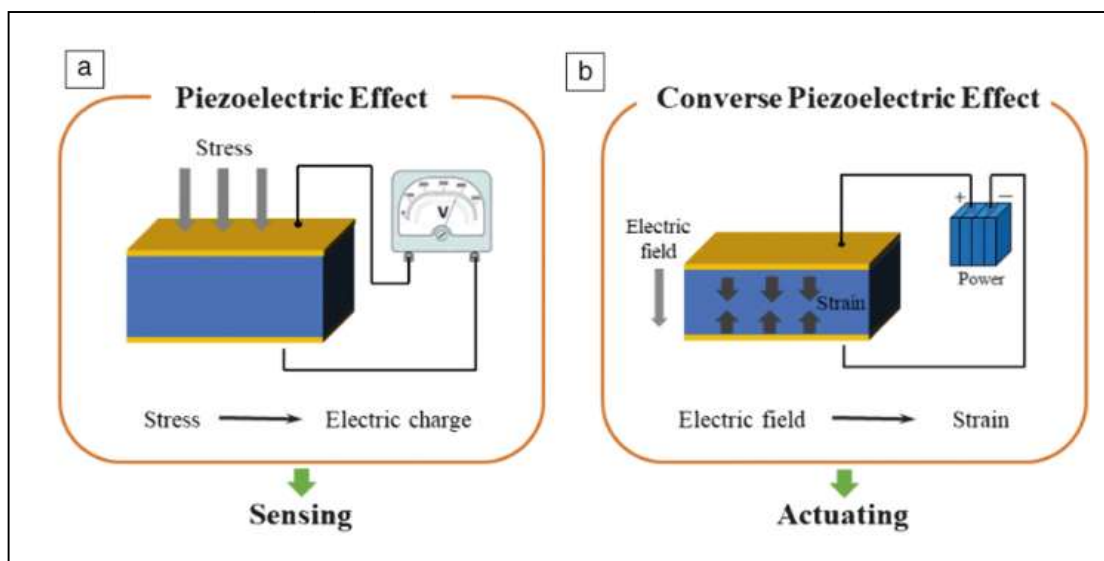


Figure 2.1 : Effets piézoélectriques (a) effet direct (b) effet inverse

2.3 Classes Cristallines

L'existence de la piézoélectricité à l'échelle macroscopique provient donc de la structure cristalline des matériaux. Comme la montre la Figure 2.2, on dénombre 32 classes cristallines dont 21 sont Centro-symétriques. Parmi celles-ci, 20 sont piézoélectriques. Les matériaux ferroélectriques ont la particularité de pouvoir se polariser selon deux axes ou plus, chaque direction étant équiprobable. Par application d'un champ électrique, on peut faire basculer la polarisation d'un axe à un autre. C'est en fait ce phénomène qui est en grande partie responsable de leurs propriétés piézoélectriques: le basculement modifie localement la structure cristalline, et rend l'effet beaucoup plus important que chez les autres matériaux. Ceci explique que seuls les ferroélectriques sont utilisés dans les applications courantes. L'application d'une force sur un élément piézoélectrique provoque l'apparition de charges sur les électrodes. Ces charges sont stockées dans la capacité propre de l'élément et donnent naissance à un champ électrique. C'est l'effet direct. De même l'application d'une tension déforme le matériau piézoélectrique créant ainsi une force. C'est l'effet inverse. La Figure 2.1 illustre les deux effets piézoélectriques [12]

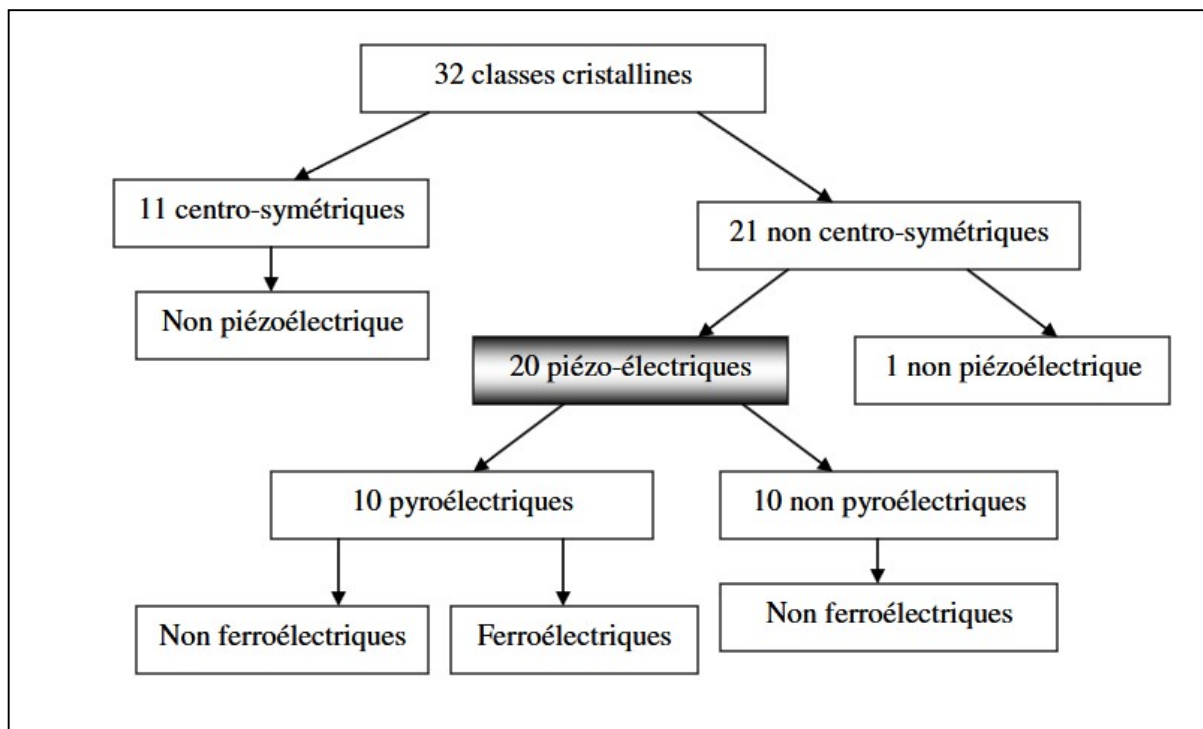


Figure 2.2 : Classes Cristallines

2.4 Les Principaux matériaux piézoélectrique

Les matériaux piézoélectriques sont très nombreux et peuvent être classés selon leur Composition chimique, leur structure cristallographique ou leur intérêt scientifique ou Industriel : [13]

- **Les cristaux naturels** : forme naturelle des matériaux piézoélectriques, comme le quartz, la tourmaline, la topaze.
- **Les céramiques** : matériaux de synthèse composés d'oxydes à structure pérovskite comme le titanate de plomb (PbTiO_3) et, plus communément, le titano-zirconate de plomb ($\text{Pb}(\text{Zr}_x\text{Ti}_{1-x})\text{O}_3$ ou PZT). Leurs propriétés sont globalement bien meilleures que celles des cristaux naturels. Faciles à fabriquer, leurs propriétés peuvent être adaptées en fonction d'une application donnée.
- **Les composites** : c'est une composition de deux phases, une phase piézoélectrique (souvent une céramique PZT) et une phase non piézoélectrique (typiquement une résine époxy). Certaines de leurs caractéristiques sont meilleures que celles des céramiques conventionnelles, particulièrement dans le domaine des transducteurs acoustiques hautes fréquences pour l'imagerie.
- **Les polymères** : ils offrent une meilleure flexibilité qui convient aux applications portables, de plus ils sont mis en œuvre sous forme de films ce qui convient aux applications haute fréquence (quelques dizaines de MHz). Aujourd'hui, les polymères les plus utilisés dans l'industrie sont le PVDF (polyvinylidène difluorure) et certains de ses copolymères.

2.5 Coefficient du couplage électromécanique

Le couplage électromécanique définit la capacité d'un matériau piézoélectrique à transformer l'énergie électrique en énergie mécanique et réciproquement. Il n'est pas relié aux pertes ni au rendement mais traduit plutôt une adaptation entre ces deux formes d'énergie du matériau. Le coefficient de couplage est obtenu à partir d'une étude thermodynamique du système considéré comme linéaire en négligeant les effets thermiques. Il peut s'écrire sous la forme suivante : [14]

$$K^2 = \frac{\text{Energie mécanique stockée}}{\text{Energie électrique fournie}}$$

2.6 Modes de vibration piézoélectrique

Les céramiques piézoélectriques peuvent présenter plusieurs modes de vibration (de résonance) selon leur forme géométrique, la direction de polarisation et de la direction du champ électrique appliqué. Le tableau 2.1 présente selon le mode de vibration l'expression des constantes piézoélectriques, diélectriques et mécaniques pouvant être mesurées [15]

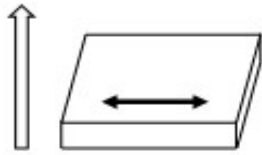
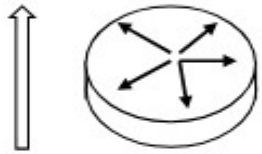
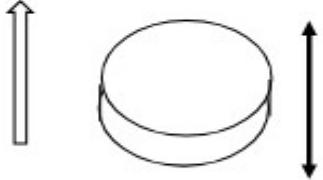
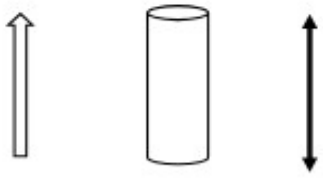
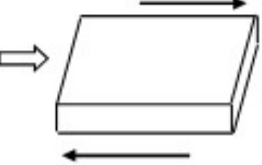
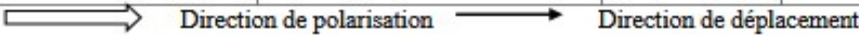
Modes de Vibration piézoélectrique			
Modes de Vibration	Forme géométrique L :Longueur ; l : Largeur ; H : Epaisseur ; D : Diamètre		Coefficient de couplage
Mode transversal		$H, l < L/5$	$K_{31} = \frac{d_{31}}{\sqrt{s_{11}^E \epsilon_{33}^T}}$
Mode radial		$D < 10H$	$K_p = K_{31} = \sqrt{\frac{2}{1 + \frac{s_{11}^E}{s_{12}^E}}}$
Modes en Epaisseur		$D > 10H$	$K_t = \frac{e_{33}}{\sqrt{c_{11}^D \epsilon_{11}^S}}$
Mode longitudinal		$D < L/2.5$	$K_{33} = \frac{d_{33}}{\sqrt{s_{11}^E \epsilon_{11}^T}}$
Mode de cisaillement		$L > 3.5 (H, l)$	$K_{15} = \frac{d_{15}}{\sqrt{s_{11}^E \epsilon_{11}^T}}$
			

Tableau 2.1 : Mode de vibration et coefficient de couplage associé à la forme géométrique

2.7 Equation fondamentale de la piézoélectricité

La piézoélectricité est un phénomène de couplage entre les grandeurs électriques (champ électrique E , déplacement électrique D) et les grandeurs mécaniques (contrainte T , déformation S) sont reliés dans le tableau comme suit : [11]

Variables indépendantes	Grandeurs électriques	Grandeurs mécaniques
E, T	$D = dT + \varepsilon^T E$	$S = S^E T + d^t E$
D, T	$E = \beta^T D - g^T$	$S = S^D T + g^t D$
E, S	$D = \varepsilon^S E + Es$	$T = c^E S - e^t E$
D, S	$E = \beta^S D - Hs$	$T = c^D S - h^t D$

Tableau 2.2 : Equation piézoélectrique et électromécanique

$[]^t$: Transportée de la matrice.

T (N/m²) : Contrainte mécanique.

S (m/m) : déformation relative.

E (v/m) : Champ électrique.

D (C/m²) : Induction ou déplacement électrique.

S (m²/N) : Compliance ou susceptibilité élastique ou souplesse.

C (N/m²) : Raideur ou constante élastique.

β (m/F) : Constante d'imprimabilité diélectrique.

ε (F/m) : Permittivité électrique.

En considérant les symétries des cristaux de la céramique piézoélectrique et en supposant qu'il n'existe pas de contrainte mécanique selon les axes 1 et 2, les équations de ce mode s'écrivent :

- **L'effet direct de la piézoélectricité**

$$\{D\} = [e] \{\varepsilon\} + [d]^T \{E\} \quad (2.1)$$

- **L'effet inverse de la piézoélectricité**

$$\{\sigma\} = [C] \{\varepsilon\} - [e]^T \{E\} \quad (2.2)$$

Type	Termes	Appellations/ Unités	Dimension
Electrique	D	Déplacement électrique (C/m)	(3x1)
	E	Champ électrique (V/m)	(3x1)
	ϵ ou d	Permittivité électrique (F/m)	(3x3)
	β	Constante d'imperméabilité diélectrique (m/F)	(3x3)
Mécanique	S ou ϵ	Déformation	(6x1)
	T ou σ	Contrainte (N/m ²)	(6x1)
	S	Compliance ou susceptibilité élastique (m ² /N)	(6x1)
	C ou E	Module de Young (N/m ²)	(6/6)
Piézoélectrique	d	Constante piézoélectrique (proportionnalité entre la charge et la déformation)(C/N)	(3x6)
	e	Constante piézoélectrique (proportionnalité entre la charge et la déformation (C/m ²)	(3x6)
	g	Constante piézoélectrique (proportionnalité entre la contrainte et le champ (Vm/N)	(3x6)
	h	Constante piézoélectrique (proportionnalité entre la déformation et le champ (V/m	(3x6)

Tableau 2.3 : Grandeurs électriques, mécaniques et piézoélectriques

2.8 Application de la piézoélectrique

Les matériaux piézoélectriques sont largement considérés dans plusieurs applications en raison du fait qu'ils sont légers et compacts, peu coûteux, et présentent un comportement électromécanique relativement linéaire pour des chargements de faible amplitude. Grâce aux effets piézoélectriques direct et inverse, ces matériaux peuvent être utilisés dans les applications de type capteur et actionneur. Cependant, les actionneurs piézoélectriques sont parfois délaissés à cause des faibles déplacements qu'ils génèrent. Cette limitation est une conséquence directe du caractère rigide des céramiques ferroélectriques.

Dans cette section, nous présentons quelques applications à base de matériaux piézoélectriques

2.8.1 Capteurs

Les accéléromètres piézoélectriques tendent à devenir les capteurs des vibrations absolues les plus utilisés pour la surveillance des machines tournantes. Leur principe de fonctionnement repose sur la propriété des matériaux piézoélectriques : générer une charge électrique proportionnelle à la contrainte de compression ou de cisaillement que le matériau subit, comme le montre schématiquement la figure 2.3.

Un accéléromètre est composé d'un disque aux matériaux piézoélectriques qui jouent le rôle d'un ressort sur lequel repose une masse sismique précontrainte. Quand la masse se déplace sous l'effet d'une accélération, elle exerce sur le disque piézoélectrique des contraintes qui induisent à la surface de ce dernier une charge électrique proportionnelle à cette accélération. [16]

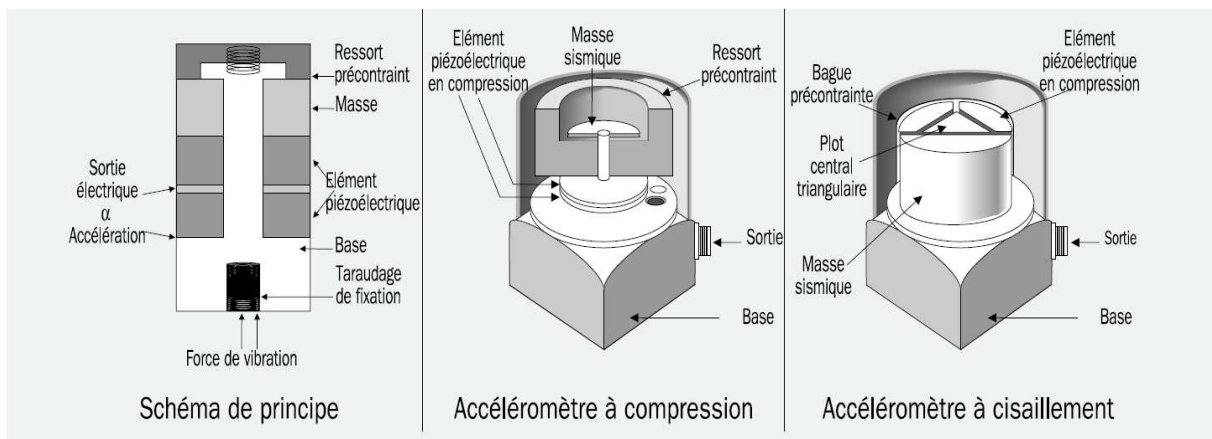


Figure 2.3 : Fonctionnement d'un accéléromètre piézoélectrique

2.8.2 Actionneur

Les actionneurs utilisent l'effet piézoélectrique inverse : dans ces dispositifs, les champs électriques sont utilisés pour contrôler la déformation ou le déplacement. Les actionneurs monolithiques contrôlables qui utilisent une contrainte induite par la tension pour entraîner le déplacement sont appelés actionneurs piézoélectriques. Il existe deux principaux types d'actionneurs piézoélectriques : [17]

- Actionneur direct, où le déplacement obtenu est égal à la déformation du matériau piézoélectrique. L'actionneur direct permet des courses entre 0 et 100 μm
- Actionneurs agrandis dans lesquels des dispositifs mécaniques amplifient ce mouvement de 2 à 20 fois. Ils ont généralement une course de 0,1 à 1 mm.

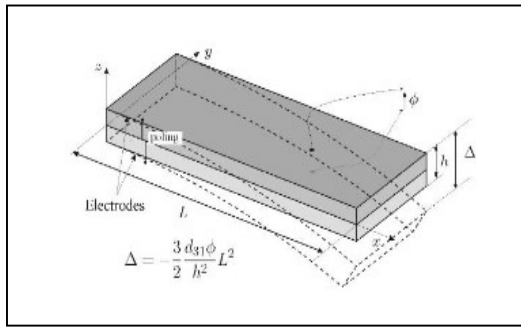


Figure 2.4 : Actionneur bimorphe

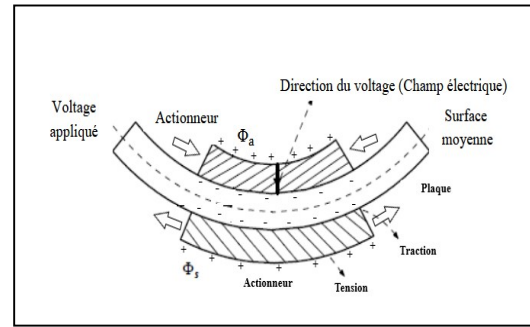


Figure 2.5 : Courbure d'une plaque produite Par l'expansion d'une couche Piézoélectrique et contraction de l'autre

2.9 Contrôle des vibrations

Ces dernières années, les méthodes de contrôles sont devenues une source d'intérêt afin de protéger les structures contre les endommagements et les actions dynamiques. Par conséquent, pendant la construction, nous devons protéger les structures avec des systèmes de protection, en réduisant la réponse. Parmi les méthodes de contrôle innovantes on peut distinguer trois approches différentes passif, actif et semi-actif.

2.9.1 Contrôle Passif :

Le contrôle passif des vibrations provient des propriétés dissipatives dû à l'intégration ou à l'ajout de matériaux ou systèmes, possédant des propriétés amortissantes est présenté par Cet ajout de masse peut entraîner une augmentation significative du poids des structures ce qui en fait une contrainte supplémentaire, en les rendant plus lourds et donc contraignant dans certaines applications telles que les applications aéronautiques et aérospatiales . Ces systèmes additionnels sont couplés aux structures d'origine de telle façon que les vibrations des structures résultantes soient amorties passivement, c'est-à-dire, sans aucune intervention extérieure supplémentaire. Les revêtements composés de matériaux polymères viscoélastiques constituent des solutions très efficaces pour réduire les amplitudes de résonance de structures vibrantes. [18]

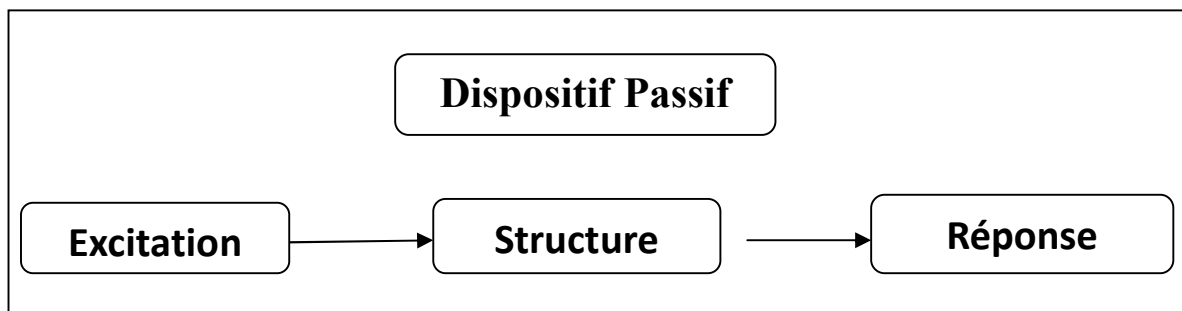


Figure 2.6 : Diagramme de contrôle passif

2.9.2 Contrôle semi-actif

Comme son l'indique, le contrôle semi –active est un compromis entre les systèmes passifs et actif. Un dispositif semi –actif, tout comme l'amortissement, ne peut que dissiper de l'énergie en produisant une force qui s'oppose à la vitesse relative entre la caisse et la roue. Par contre cette force est contrôlable en temps réel .un premier avantage de ce concept est le caractère adaptatif dans le temps de l'amortissement .on peut imaginer régler l'amortissement de manière optimale au cours du temps pour des excitations des caractéristiques lentement ou rapidement variables. Cette modification des caractéristiques en temps réel est issue de la loi de contrôle. L'idée principale du contrôle semi-actif est très simple : elle consiste à changer, en temps réel, les caractéristiques des dispositifs de dissipation d'énergie et ce changement ne nécessite qu'une source minimale d'énergie [20]

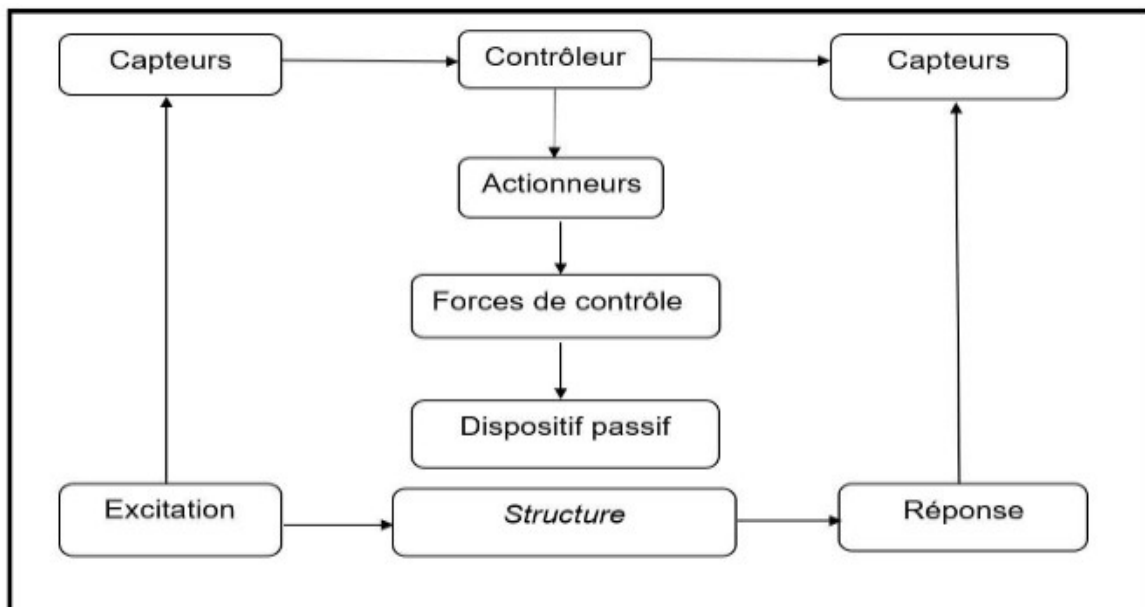


Figure 2.7 : Diagramme de contrôle semi-actif

2.9.3 Contrôle actif :

Les amortisseurs actifs, peuvent amortir une bande large de fréquence. Donc, l'étude du contrôle actif des structures est une continuité logique de la technologie du contrôle passif et semi-actif. Un système de contrôle est dit actif si un ou plusieurs actionneurs appliquent des forces sur une structure selon un algorithme de contrôle et en utilisant pour leurs fonctionnement une source d'énergie externe. Ces forces peuvent être utilisées pour dissiper ou ajouter de l'énergie dans la structure à contrôler. Afin de mettre en place un tel système, il existe deux approches qui sont radicalement différentes : [19]

La première consiste à identifier la perturbation qui crée les vibrations pour l'annuler en lui superposant une excitation "inverse".

La deuxième consiste à identifier la réponse de la structure plutôt que l'excitation qui la fait vibrer.

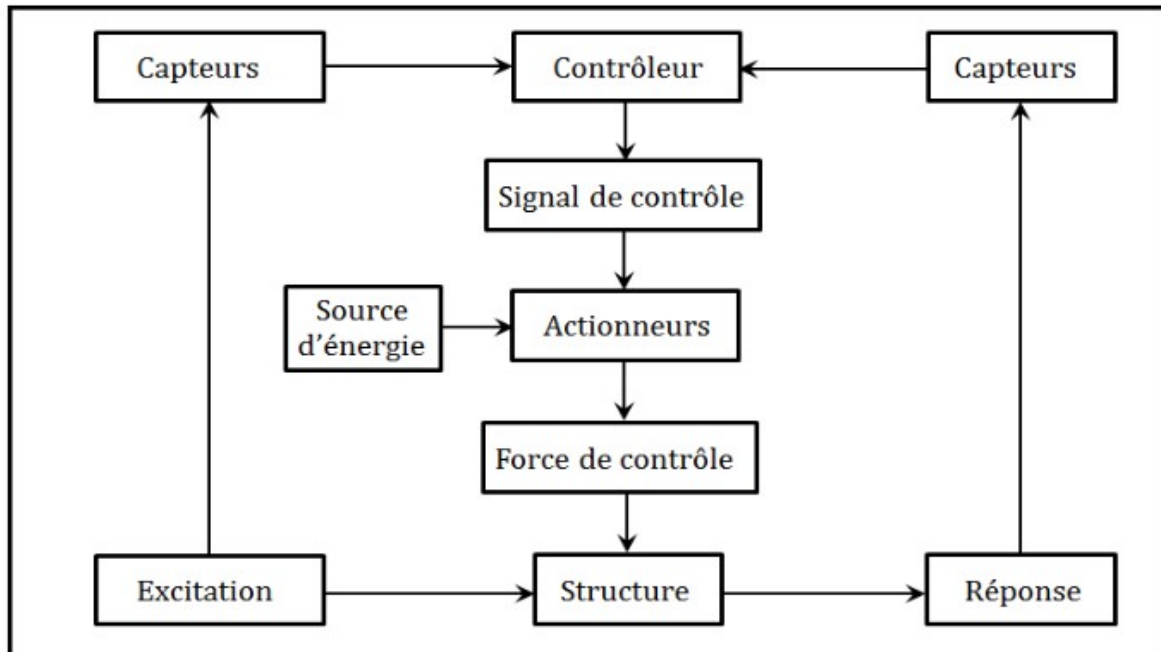


Figure 2.8 : Diagramme de contrôle actif

Il consiste premièrement, à placer les capteurs sur la structure pour identifier, à chaque instant, la réponse ou l'excitation. Lorsque la réponse de la structure est mesurée à chaque instant et cette information est utilisée ensuite pour la correction de la force de contrôle appliquée instantanément, la configuration de contrôle est connue sous le nom du contrôle à boucle fermée.

En deuxième étape, il consiste à choisir une loi de contrôle qui permet, à chaque instant, à l'actionneur, en apportant de l'énergie de l'extérieur, de produire une force de contrôle. Lors de la conception d'un système de contrôle actif des vibrations par rétroaction, on commence par étudier le comportement dynamique de la structure à contrôler, puis on choisit une loi de contrôle de rétroaction qui répond au mieux à la problématique.

Conclusion

Dans ce chapitre nous avons étudiée les principes fondamentaux de la piézoélectricité, nous donnons également une description plus détaillée de ces matériaux piézoélectriques et après cela nous avoir appelée les équations qui réagissent la piézoélectricité sans oublier l'application quant la deuxième partie, on a présenté aussi une description des techniques de contrôle de vibration (Actif, Passif, Semi-actif).

CHAPITRE 3

Théorie des plaques

3.1 Introduction:

Les plaques sont largement utilisées dans les structures de l'industrie sous-marine, l'aérospatiale, le génie civil et les bâtiments communs (ponts, toitures de bâtiments ...), les domaines énergétiques et la conception industrielle (turbines, pièces). Mécanicien, carrosserie), même dans le monde de la vie (artères, bronches) ... etc. Tous ces domaines sont stratégiques et très importants économiquement. Pour cette raison, ces plaques font l'objet de nombreux travaux depuis plus d'un siècle.

3.2 Définition d'une plaque :

Une plaque est un solide défini par une surface de référence plane (plan x,y) et par une petite épaisseur (notée $h(x,y)$), par rapport aux autres dimensions ,à savoir la longueur et la largeur. Suivant l'ordre de grandeur de h par rapport aux autres dimensions, on introduit l'adjectif mince ou épaisse aux plaques et aux coques. Cependant, ce qualificatif n'implique pas seulement une caractéristique géométrique, mais définit aussi un rôle particulier des déformations dites de cisaillement transversal (CT). Cette influence est d'autant plus importante que les structures sont minces car l'épaisseur h varie en sens inverse de l'influence CT, la plaque peut être constituée d'un matériau homogène. [21]

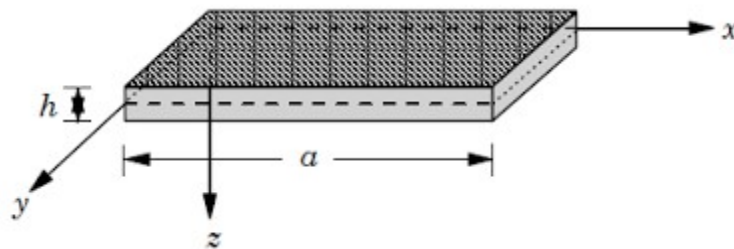


Figure 3.1 : Géométrie d'une plaque

Ces plaques sont souvent suivies de l'adjectif mince ou épais suivant la grandeur de l'épaisseur h , nous admettons généralement :

- Pour les plaques épaisses : $\frac{1}{20} < \frac{h}{L} < \frac{1}{4}$
- Pour les plaques minces : $\frac{h}{L} < \frac{1}{20}$

3.3 Classification des plaques :

Les éléments de plaques en flexion de type déplacement pouvant être classés en deux catégories : [22]

- Éléments basés sur la théorie de Kirchhoff (ignorant le cisaillement transverse)
- Éléments basés sur la théorie de HENCKY MINDLIN-REISSNER (cisaillement transverse)

3.3.1 La théorie des plaques de love- KIRCHHOLF :

Les hypothèses adoptées pour les plaques minces par Kirchhoff généralisent à deux dimensions celles adoptées pour les poutres sans déformations à l'effort tranchant : [23]

- 1) La plaque est d'épaisseur petite devant les autres dimensions. Elle possède un plan moyen aussi appelé plan neutre
- 2) L'hypothèse des sections droites inclut celle dite de conservation des normales (les points matériels situés sur une normale à la surface moyenne non déformée restent sur la normale à la surface moyenne déformée) ce qui conduit au modèle classique généralement associé au nom de Kirchhoff (mais qui doit également beaucoup aux scientifiques français du 19e siècle : Sophie Germain, Lagrange, Poisson, Boussinesq, Levy, Saint-Venant).
- 3) La déformation en cisaillement transverse est donc négligée
- 4) Les termes non linéaires du déplacement sont négligés, en particulier, l'inertie de rotation est négligée. Seul le déplacement transversal w est considéré
- 5) La contrainte σ_z dans la direction transversale est nulle. Elle doit en effet s'annuler sur les faces extérieures et, du fait que la plaque est mince, il est naturel d'admettre qu'elle est nulle en tout z .
- 6)) Les éléments basés sur la théorie sont les mieux adaptés à la modélisation des plaques minces. Leur formulation ne nécessite que l'approximation d'une seule composante de déplacement $w(x, y)$. Les dérivées secondes des déplacements interviennent dans l'expression de l'énergie de déformation. Ainsi, la condition de compatibilité inter-éléments correspond à la continuité C du déplacement transverse c'est-à-dire à la continuité w et de la pente normale $\frac{dw}{dx}$.

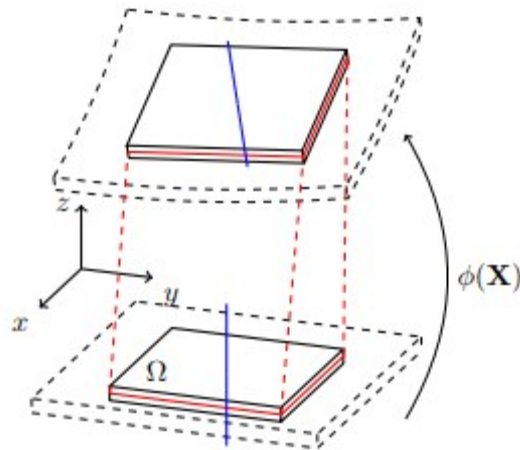


Figure 3.2 : Déformation d'une plaque mince

3.3.1.1 Champ de déplacement :

Lorsque les déformations de cisaillement transverses sont négligées $\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0$.

A partir de cette dernière relation, il est possible d'écrire le déplacement en tout point M d'une plaque sous la forme suivante :

$$\begin{cases} (x, y, z, t) = u_0(x, y, z) + z\theta_x(x, y, t) \\ (x, y, z, t) = v_0(x, y, z) + z\theta_y(x, y, t) \\ w = (x, y, z, t) = w_0(x, y, t) \end{cases} \quad (3.1)$$

Sachant que les rotations (θ_x et θ_y) sont données par :

$$\theta_x = -\frac{\partial w}{\partial x} \quad \text{et} \quad \theta_y = -\frac{\partial w}{\partial y} \quad (3.2)$$

Où :

- u, v : les déplacements de la membrane dans le plan $Z=0$
- w : Le déplacement transversal
- θ_x, θ_y : Rotation totale par rapport à x et y respectivement

3.3.1.2 Champ de déformation :

A partir du champ de déplacement trouvé dans l'équation (3.1), on peut conclure le champ de déformation qui est le suivant :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} - Z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} - Z \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} - 2Z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix} - Z \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (3.3)$$

3.3.2 La théories des plaques du premier ordre de REISSNER-MINDLIN :

La théorie de déformation de cisaillement du premier ordre (ou FSDT First order Shear Deformation Theory) a prolongée la théorie Classique des plaques en tenant compte de l'effet de cisaillement transverse. Et sont les mieux adaptés dans les cas de plaque d'épaisseur modérée ($h/L > 0.1$). Leur formulation est basée sur une approximation des variables indépendantes $u(x,y)$; $v(x,y)$; $w(x,y)$; $\theta_x(x,y)$; $\theta_y(x,y)$, et dans ce cas les Déformations dues au cisaillement transverse ne sont pas négligées (c-a-d les sections droite après déformation ne restent pas perpendiculaires au plan neutre) . [24]

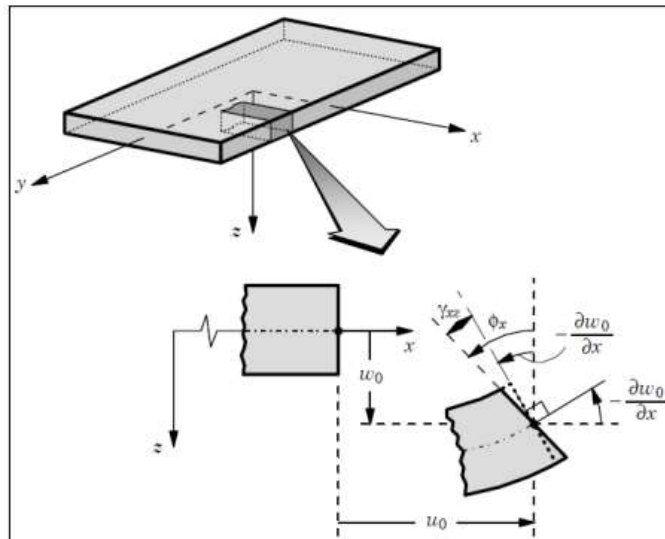


Figure 3.3 : Illustration de la plaque de REISSNER-MINDLIN

3.3.2.1 Champ de déplacement :

Le champ de déplacement est de même forme que dans la théorie des plaques épaisses
Sachant que les rotations (θ_x et θ_y) sont données par :

$$\theta_x = \frac{\partial w}{\partial x} - \varphi_x \text{ et } \theta_y = \frac{\partial w}{\partial y} - \varphi_y \quad (3.4)$$

Donc, les variables cinématiques indépendantes sont :

- φ_x : rotation de cisaillement des sections normales à l'axe x
- φ_y : rotation de cisaillement des sections normales à l'axe y

3.3.2.2 Champ de déformation :

Dans ce cas, On en déduit le champ des déformations correspondant :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} + z \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} + z \frac{\partial \theta_y}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + z \left(\frac{\partial \theta_x}{\partial y} + \frac{\partial \theta_y}{\partial x} \right) \\ \theta_x + \frac{\partial w}{\partial x} \\ \theta_y + \frac{\partial w}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (3.5)$$

Sous forme matricielle, on a :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & z \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & z \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & z \frac{\partial}{\partial y} & z \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} = [D_u] \{u\} \quad (3.6)$$

Où :

- $[D_U]$: Operateur différentiel des déplacements

Avec :

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{mf} \\ \varepsilon_c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{\beta\} + z\{\chi\} \\ \{\gamma\} \end{Bmatrix} \quad (3.7)$$

Où l'indice

- m_f : effet membrane et flexion
- C : effet cisaillement

Le champ des déformations peut être sous-divisé en trois champs :

- Le champ de déformation en flexion :

$$\{\chi\} = z\{\bar{\chi}\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \theta_y}{\partial y} \\ 0 \\ \frac{\partial \theta_x}{\partial x} + \frac{\partial \theta_y}{\partial y} \end{Bmatrix} = z \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} = [D_{uf}]\{u\} \quad (3.8)$$

- Le champ des déformations en membrane :

$$\{\beta\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial x} \\ 0 \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial \theta_y}{\partial x} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} = [D_{um}]\{u\} \quad (3.9)$$

Le champ des déformations en cisaillement transverse

$$\{\gamma\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial w}{\partial x} + \theta_x \\ \frac{\partial w}{\partial y} + \theta_y \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} = [D_{uc}]\{u\} \quad (3.10)$$

3.4 Loi de comportement :

Les champs des déformations et des contraintes dans un milieu sont liés par des lois appelées de comportement, caractérisant le comportement mécanique du milieu. Ces lois sont décrites par des axiomes qui permettent de rendre compte au mieux des phénomènes observés. Les relations contraintes-déformation pour la matrice isotrope s'écrivent sous la forme suivante : [25]

$$\{\sigma_{mf}\} = [C].\{\varepsilon_{mf}\} = [C_{mf}].\{\varepsilon_t\} \quad \text{et} \quad \{\sigma_c\} = [C_c].\{\gamma_t\} \quad (3.11)$$

$$[C_{mf}] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad [C_c] = \frac{E}{2(1+\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{mf} \\ \sigma_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{mf} & 0 \\ 0 & C_c \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Où :

- $\{\sigma_{mf}\}$ et $\{\sigma_c\}$ sont respectivement les contraintes de membrane et de cisaillement.
- $[C]$: matrice de raideur

3.4.1 Résultantes des forces et des moments et loi constitutive :

➤ Les résultantes en membrane :

$$\{N(x, y)\} = \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \{\sigma_{mf}\} dz = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} ([C_{mf}] \{\epsilon_{mf}\}) dz = \quad (3.14)$$

$$\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} ([C_{mf}] \cdot (\{\alpha\} + Z\{x\})) dz = [H_m]\{\alpha\} + [H_{mf}]\{x\}$$

Où :

$$[H_m] = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} [C_{mf}] dz \quad \text{et} \quad [H_{mf}] = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Z [C_{mf}] dz \quad (3.15)$$

➤ Les moments de flexion et de torsion :

$$\{M(x, y)\} = \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Z \{\sigma_{mf}\} dz = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Z ([C_{mf}] \{\epsilon_{mf}\}) dz = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Z ([C_{mf}] (\{\alpha\} + z\{x\})) dz = \quad (3.16)$$

$$\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Z ([C_{mf}] (\{\alpha\}) dz + \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Z^2 [C_{mf}] \{x\} dz = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Z ([H_{mf}]\{\alpha\} + [H_f]\{x\}) \quad (3.17)$$

$$\text{Ou : } [H_f] = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Z^2 [C_{mf}] dz$$

➤ Les résultantes en cisaillement :

$$\{Q(x, y)\} = \begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \{\sigma_{mf}\} dz = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} ([C_c] \{\gamma_t\}) dz = [H_c]\{\gamma\} \quad (3.18)$$

Où :

$$[H_c] = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} [H_c] dz \quad (3.19)$$

Loi constitutive :

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \\ Q \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H_m & H_{mf} & 0 \\ s_y & H_f & 0 \\ s_y & s_y & H_c \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

3.5 Matériau composite

Si on suppose un comportement dans un problème bidimensionnel d'élasticité, et en état de contraintes planes est un état de contraintes à deux dimensions pour lequel les composants du tenseur des contraintes sont indépendants de la coordonnée Z les relations suivantes sont indiqués pour un pli unidirectionnel ou un pli tissu. Pour un état de contrainte plane on a : $\sigma_3 = \tau_{23} = \tau_{31} = 0$. [9]

3.5.1 Relations contrainte déformation :

Il est nécessaire d'exprimer cette relation pour chaque pli k à cause de la discontinuité des contraintes inter-laminaires. Par souci de simplification, on définit un système d'axe principal (local) (1,2,3) , dont l'axe (1) correspond à la direction longitudinale des fibres . [9]

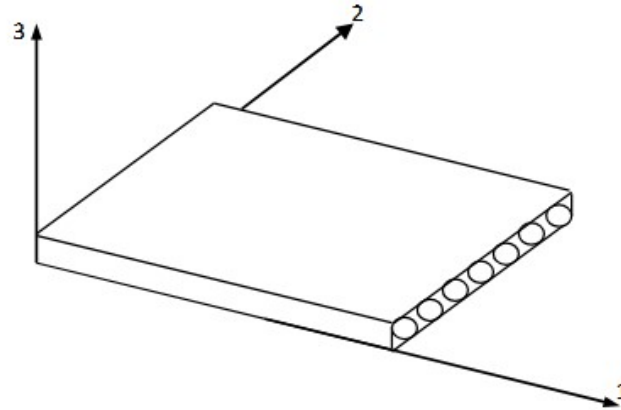


Figure 3.4 : Directions principales dans un pli

La relation contrainte déformation par rapport à ce système d'axe s'écrit :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.21)$$

Avec : $[Q_{ij}]$: matrice de rigidité réduite exprimée dans les axes principaux (1, 2, 3)

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} ; Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} ; Q_{22} = \frac{E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} ; Q_{66} = G_{12} \quad (3.22)$$

Où :

- $[Q_{ij}]$: matrice de rigidité réduite exprimée dans les axes principaux (1, 2, 3)
- E_1 : Module de Young longitudinal.
- E_2 : Module de Young transversal.
- G_{12} : Module de cisaillement longitudinal.
- $\nu_{12}=\nu_{21}$: coefficients de poisson.

Pour faire l'étude du comportement élastique de l'ensemble du stratifié, il est nécessaire d'exprimer la relation (3.21) par rapport au système d'axes global (x ,y, z) cette opération est effectuée en faisant intervenir les matrices de changement de base des contraintes et des déformations.

➤ Pour le champ des contraintes :

$$\{\sigma_{xyz}\} = [T]^{-1}\{\sigma_{123}\} \quad (3.23)$$

$$T = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 0 & 0 & 0 & 2sc \\ s^2 & c^2 & 0 & 0 & 0 & -2sc \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & -s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s & c & 0 \\ -sc & sc & 0 & 0 & 0 & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

➤ Pour le champ des déformations :

$$\{\varepsilon_{xyz}\} = [T']^{-1}\{\varepsilon_{123}\} \quad (3.25)$$

$$T' = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 0 & 0 & 0 & sc \\ s^2 & c^2 & 0 & 0 & 0 & -sc \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & -s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s & c & 0 \\ -2sc & 2sc & 0 & 0 & 0 & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

Où :

- $C = \cos \theta$ et $S = \sin \theta$
- T : est la matrice de changement de base des contraintes.
- T' : est la matrice de changement de base des déformations.

Par substitution de (3.21) et (3.24) dans (3.23), la relation contrainte déformation devient :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.27)$$

$[Q'_{ij}]$: Est la matrice de rigidité réduite d'un composite unidirectionnel ou orthotrope, en dehors de ses axes principaux (x, y, z)

$[Q'_{ij}]$ Exprimé respectivement comme suivant :

$$\begin{cases} Q'_{11} = Q_{11}C^2 + Q_{22}S^2 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})S^2C^2 \\ Q'_{12} = (Q_{11} + Q_{22} + Q_{66})S^2C^2 + Q_{12}(S^4 + C^4) \\ Q'_{16} = (Q_{11} - Q_{22} - Q_{66})S^2C^3 - (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66})CS^3 \\ Q'_{22} = Q_{11}S^4 + Q_{22}C^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})S^2C^2 \\ Q'_{66} = [Q_{11} + Q_{22} - 2(Q_{12} + Q_{66})]S^2C^2 + Q_{66}(C^2 + S^2) \\ Q'_{26} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})S^3C + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})SC^3 \end{cases} \quad (3.28)$$

3.5.2 Comportement d'un stratifié :

On appelle stratifié ce qui résulte de plusieurs couches (ou pli) de nappes unidirectionnelle ou de tissus avec des orientations propres à chaque pli [9]

- **Comportement en membrane :**

$$[N(x, y)] = \left[\sum_{k=1}^n (h_k - h_{k-1}) Q'_k \right] \varepsilon_m(x, y) + \left[\frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (h_k^2 - h_{k-1}^2) Q'_k \right] k(x, y). \quad (3.29)$$

En introduisant les matrices :

$$A = [A_{ij}] \sum_{k=1}^n (h_k - h_{k-1}) Q'_k \text{ et } B = [B_{ij}] = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (h_k^2 - h_{k-1}^2) Q'_k \quad (3.30)$$

• Comportement en flexion et de torsion

$$[M(x, y)] = \left[\frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (h_k^2 - h_{k-1}^2) Q'_k \right] \varepsilon_m(x, y) + \left[\frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (h_k^3 - h_{k-1}^3) Q'_k \right] k(x, y) \quad (3.31)$$

Soit :

$$M(x, y) = [B] \varepsilon_m(x, y) + [D] k(x, y) \quad (3.32)$$

En introduisant les matrices :

$$D = [B_{ij}] = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (h_k^3 - h_{k-1}^3) Q'_k \quad (3.33)$$

3.5.3 Equation constitutive d'un stratifié

La combinaison des résultantes des forces et des moments conduit à reformuler l'équation constitutive du stratifié décrivant le comportement mécanique avec prise en charge de l'effet de cisaillement transverse. [11]

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} & 0 & 0 \\ & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} & 0 & 0 \\ & & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} & 0 & 0 \\ & & & D_{11} & D_{12} & D_{16} & 0 & 0 \\ & & & & D_{22} & D_{26} & 0 & 0 \\ & & Sym & & & D_{66} & 0 & 0 \\ & & & & & & F_{44} & F_{45} \\ & & & & & & & F_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \\ \kappa_{xx} \\ \kappa_{yy} \\ \kappa_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} \quad (3.34)$$

Ou sous forme contractée :

$$\begin{bmatrix} N \\ M_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_m \\ k \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

Avec :

N : résultantes en membrane

A : La matrice de rigidité en membrane

B : La matrice de couplage membrane-flexion-torsion

M_f : Moments de flexion et de torsion

D : La matrice de rigidité en flexion

3.6 Matériau piézoélectrique :

La propriété que présentent certains corps de se polariser électriquement soit de générer un champ ou un potentiel électrique sous l'action d'une contrainte mécanique. On parle d'effet piézoélectrique direct. D'autre part l'effet piézoélectrique inverse est également observé, ou une tension électrique appliquée à un matériau présentant des propriétés piézoélectriques entraîne une modification des dimensions de ce matériau. [26]

3.6.1 Loi de comportement :

Pour un matériau piézoélectrique polarisé dans la direction de l'épaisseur (z), les lois de comportement sont : [27]

- L'effet direct de la piézoélectricité :

$$[D] = (e)\{\varepsilon\} + [d]^T \{E\} \quad (3.36)$$

$$\begin{Bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{24} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \nu \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & 0 \\ 0 & d_{11} & 0 \\ 0 & 0 & d_{11} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{Bmatrix} \quad (3.37)$$

- L'effet inverse de la piézoélectricité :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & e_{31} \\ 0 & 0 & e_{32} \\ 0 & 0 & e_{33} \\ 0 & e_{24} & 0 \\ e_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{Bmatrix} \quad (3.38)$$

$$[\sigma] = (C)\{\varepsilon\} + [e]^T \{E\} \quad (3.39)$$

Où :

$\{\mathbf{D}\}$: Vecteur de déplacement électrique.

$\{\mathbf{e}\}$: Matrices des constantes piézoélectriques ou de couplage électro- mécanique.

$\{\boldsymbol{\varepsilon}\}$: Vecteur des déformations.

$\{\mathbf{d}\}$: Matrice de permittivité électrique.

$\{\mathbf{E}\}$: Vecteur des champs électriques

$\{\boldsymbol{\sigma}\}$: Vecteur de contrainte.

$\{\mathbf{C}\}$: Matrice des constantes élastiques.

3.6.2 Champ électrique

Le champ électrique $\{\mathbf{E}\}$ est le gradient du potentiel électrique $\{\phi\}$, et c'est constant suivant l'épaisseur h_p de la couche piézoélectrique : [27]

$$E_X = E_Y = 0 \quad (3.40)$$

$$E_Z = -\frac{\phi}{h_p} \quad (3.41)$$

Sous forme matricielle :

$$\{\mathbf{E}\} = \begin{Bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{h_p} \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

Où :

$\{\mathbf{E}\}$: Le champ électrique.

$\{\phi\}$: Potentiel électrique.

$\{h_p\}$: Epaisseur de la couche électrique.

3.6.3 Energie cinétique :

L'énergie cinétique de la couche piézoélectrique a la même forme que celle d'un matériau purement élastique, donnée par : [27]

$$E_C = \frac{1}{2} \rho \int_V \{\dot{U}\}^T \{\dot{U}\} dv = \frac{1}{2} \rho \int_V \{\dot{U}\}^T [\bar{m}_p] \{\dot{U}\} ds \quad (3.43)$$

Avec :

$$[\bar{m}_e] = \rho \begin{bmatrix} h_p & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{h_p^3}{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{h_p^3}{12} \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

3.6.4 Energie potentielle :

Par contre l'énergie potentielle est différente à cause de l'effet piézoélectrique, pour un milieu continu, elle comporte initialement une partie élastique et une autre électrique : [27]

$$E_P = \frac{1}{2} \int_V \{\sigma\} \{\varepsilon\} dv - \frac{1}{2} \int_V [D][E] dv = E_{P\text{-élastique}} - E_{P\text{-électrique}} \quad (3.45)$$

En substituant les expressions (3.53) et (3.54) dans (3.59), on obtient :

$$\begin{aligned} E_P &= \frac{1}{2} \int_V \{\varepsilon\}^T [c] \{\varepsilon\} dv - \frac{1}{2} \int_V (\{\varepsilon\}^T \{e\}^T [E] + [E]^T \{e\} \{\varepsilon\}) dv - \frac{1}{2} \int_V [E]^T [D][E] dv \\ &= E_{P\text{-élastique}} - E_{P\text{-piézoélectrique}} - E_{P\text{-électrique}} \end{aligned} \quad (3.46)$$

La composante élastique de cette énergie a aussi la même forme que celle d'une couche élastique, mais avec la différence de la matrice [C], car le matériau piézoélectrique est généralement orthotrope.

La deuxième composante est l'énergie potentielle piézoélectrique qui représente le couplage :

$$E_{P\text{-piézo}} = \frac{1}{2} \int_V (\{a\}^T [e_{mf}]^T \{E\} + [E]^T [e_{mf}]^T \{a\} + \{x\}^T [e_{mf}]^T \{E\} + \{x\}^T [e_{mf}]^T \{x\} + \{\gamma\}^T [e_c]^T \{E\} + [E]^T [e_c]^T \{\gamma\}) \quad (3.47)$$

Où :

$$e_{mf} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{24} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} & 0 \end{bmatrix} \quad e_c = \begin{bmatrix} e_{15} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

Sachant que de cisaillement pour cette dernière est nulle étant donné que $E_x = E_y = 0$, et en intégrant suivant l'épaisseur on obtient :

$$E_{P\text{-piézo}} = - \frac{1}{2} \int_s h_p (\{a\}^T [e_{mf}]^T \{E\} + [E]^T [e_{mf}]^T \{a\}) ds \quad (3.49)$$

Alors que la composante diélectrique de l'énergie potentielle est donnée par :

$$E_{P\text{-diélectrique}} = - \frac{1}{2} \int_s h_p [E]^T [d]^T \{E\} ds \quad (3.50)$$

3.6.5 Travail pour plaque piézoélectrique :

Le travail des efforts externes comporte aussi deux parties, une mécanique et l'autre électrique. [27]

$$T_{mécanique} + T_{électrique} \quad (3.51)$$

3.7 Théorie des plaque sandwich (multicouches) :

L'importance de cette partie est d'aboutir à l'étude d'une plaque sandwich piézoélectrique jouant le rôle d'une structure intelligente permettant le contrôle actif des vibrations.

La formulation traite un sandwich intégrant une couche centrale élastique et entre deux sous couches piézoélectriques (en rôles d'actionneurs et/ou capteurs).

On adopte les hypothèses suivantes : [27]

- l'épaisseur de l'âme (couche centrale) est plus élevée que celles des deux peaux.
- Le déplacement de l'âme (u et v) suivant les directions x et y sont des fonctions linéaires de z .
- Le déplacement transverse (w) est indépendant de z , d'où la déformation ϵ_z est négligeable.

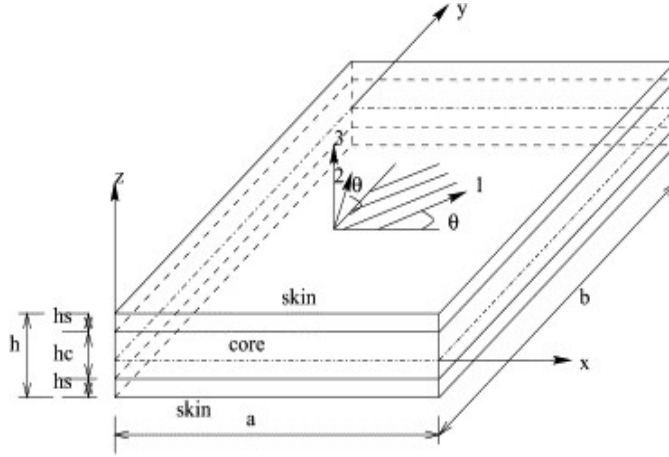


Figure 3.3 : plaque sandwich piézoélectrique

3.7.1 Energie cinétique :

$$E_C = \frac{1}{2} \rho_v \int_v \{\dot{U}\}^T ([L_t]^T [L_t] - z([L_r]^T [L_t] + [L_t]^T [L_r]) + z^2([L_r]^T [L_r])) \{\dot{U}\} dv \quad (3.52)$$

En intégrant dans l'intervalle $[-\frac{hc}{2}, +\frac{hc}{2}]$ pour l'âme (cœur), l'intervalle $[-\frac{hc}{2} - hc, +\frac{hc}{2}]$ pour la couche piézoélectrique inférieure, et l'intervalle $[\frac{hc}{2}, \frac{hc}{2} + h_p]$ pour la couche supérieure, on obtient :

$$E_C = \frac{1}{2} \int_s \{\dot{U}\}^T [\bar{m}_s] \{\dot{U}\} ds \quad (3.53)$$

$$[\bar{m}_s] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_1 + m_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_1 + m_1 \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

Où :

- s : indice pour plaque Sandwich
- h_c : Épaisseur de l'âme (cœur)
- h_p : Épaisseur de la sous-couche piézoélectrique
- $m_1 = \rho_c \cdot h_c + 2 \rho_p \cdot h_p$
- $m_2 = \rho_c \frac{h_c^3}{12}$
- $m_3 = \rho_p \frac{2}{3} \left(\left(\frac{h_c}{2} + h_p \right)^3 - \left(\frac{h_c}{2} \right)^3 \right)$

3.7.2 Energie potentielle du sandwich :

Elle prend la même forme que la relation (3.60), mais avec l'apport des trois sous couche

$$E_{P\text{-élastique}} - E_{P\text{-piézoélectrique}} - E_{P\text{-diélectrique}} \quad (3.55)$$

$$E_P = \frac{1}{2} \int_V \{\varepsilon\}^T [C] \{\varepsilon\} dv - \frac{1}{2} \int_V \{\varepsilon\}^T [e]^T \{E\} + \{E\}^T [e] \{\varepsilon\} dv - \frac{1}{2} \int_V \{E\}^T [D] \{E\} dv \quad (3.56)$$

❖ Pour la composante élastique :

$$E_{P\text{-élastique}} = \frac{1}{2} \int_V (\{a\}^T [H_m] \{a\} ds + \frac{1}{2} \int_V \{\bar{x}\}^T [H_f] \{\bar{x}\} ds + \frac{1}{2} \int_s \{\gamma\}^T [H_c] \{\gamma\} ds) \quad (3.57)$$

$$E_{P\text{-élastique}} = E_{\text{membrane}} + E_{\text{Flexion}} + C_{\text{cisaillement}} \quad (3.58)$$

Où :

- $[H]_m = h_c [C_{mf}]_{\text{cœur}} + 2h [C_{mf}]_{\text{piezo}}$
- $[H]_f = \frac{h_c^3}{12} [C_{mf}]_{\text{cœur}} + \frac{2}{3} \left(\frac{h_c}{2} + h_p \right)^3 - \left(\frac{h_c}{2} \right)^3 [C_{mf}]_{\text{piezo}}$
- $[H]_c = k \cdot h_c [C_c]_{\text{cœur}}$

La composante piézoélectrique du sandwich est l'apport que des deux sous-couches piézoélectriques, c'est donné par :

$$E_{\text{piezo}} = - \frac{1}{2} \int_s 2h_p (\{a\}^T [e_{mf}]^T \{E\} + \{E\}^T [e_{mf}]^T \{E\}) ds \quad (3.59)$$

La même remarque sur la partie diélectrique :

$$E_{\text{dielectrique}} = - \frac{1}{2} \int_s 2h_p (\{E\}^T [d]^T \{E\} ds) \quad (3.60)$$

3.7.3 Travail des efforts extérieurs :

Le travail des efforts externes comporte aussi deux parties, une mécanique et l'autre électrique. [27]

$$T = T_{\text{mécanique}} + T_{\text{électrique}} \quad (3.61)$$

Pour la première composante est donnée par la relation :

$$T_{\text{Mécanique}} = \int_V \{U\}^T [F] dv + \int_s \{U\}^T \{f\} ds + \{U\}^T [P] \quad (3.62)$$

Par contre la deuxième est donnée par :

$$T_{\text{électrique}} = \int_s \{\emptyset\}^T \{D\} ds \quad (3.63)$$

Conclusion :

Cette étude bibliographique nous a permis de présenter un bref rappel sur les théories et principes qui entre dans notre étude, notamment la loi de comportement, la détermination des contraintes et déformations dans le cadre de la théorie des plaques.

CHAPITRE 4

Applications et discussions

4.1 Introduction :

L'objectif de notre travail est de déterminer les fréquences naturelles et les modes propres (caractéristique dynamique) pour des plaques nanocomposites et piézoélectriques et contrôle le mouvement d'un sandwich piézoélectrique en mode actionneur (En utilisant l'effet inverse de la piézoélectricité) à l'aide d'un logiciel ANSYS.

- **Logicielle ANSYS :**

ANSYS c'est un logiciel multiphasique utilisé pour la modélisation des structures en des éléments finis, et aussi il est utilisé pour la résolution numérique d'une grande variété de problèmes mécaniques. Ces problèmes incluent les phénomènes structuraux statiques et dynamiques, thermiques et acoustiques, harmonique Etc.

4.2 Analyse modale d'une plaque nanocomposite orthotrope UD :

On va traiter une plaque nanocomposite orthotropique unidirectionnelle de 20 couches en (SWCNT / PMMA). d'épaisseur de **1 mm** chacune, à comme dimension $A*B$ ($A= 400 \text{ mm}$ et $B= 400 \text{ mm}$), la plaque est encastré d'un seul coté et libre des trois autres (CFFF), avec les propriétés mécaniques suivantes : [30]

SWCNT : $E_L = 5646.6 \text{ Gpa}$, $E_T = 7080 \text{ Gpa}$, $\mu_{CNT} = 0.175$, $G_{12} = 1944.5 \text{ Gpa}$,

$\rho_{CNT} = 1400 \text{ kg/m}^3$, $L=9.26 \text{ nm}$, $R=0.68 \text{ nm}$, $h=0.067 \text{ nm}$

PMMA : $E_m = 3.52 \text{ Gpa}$, $\mu_m = 0.34$, $\rho_m = 1150 \text{ kg/m}^3$,

Composites : $E_{11} = 96 \text{ Gpa}$, $\mu_{12} = \mu_{13} = 0.3$, $G_{12} = G_{13} = G_{23} = 1.06 \text{ Gpa}$.

$E_{22} = E_{33} = 4.08 \text{ Gpa}$, $\mu_{23} = 0.0136$, $\rho = 1180 \text{ kg / m}^3$.

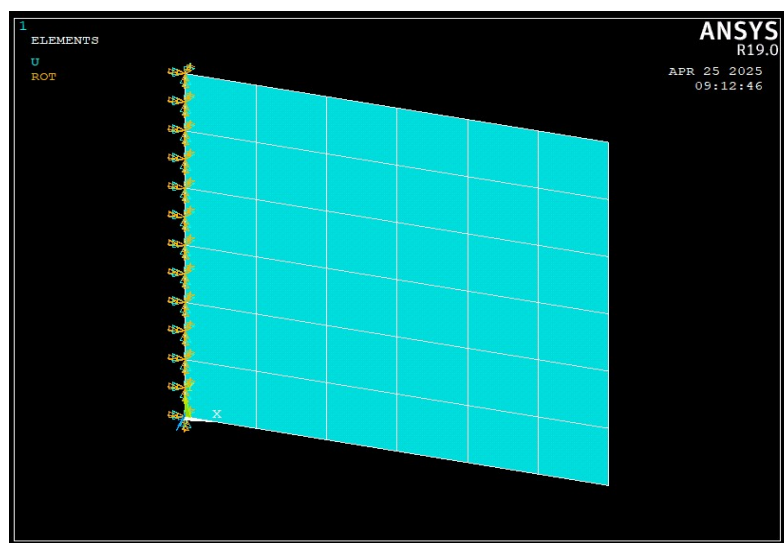


Figure 4.1 : Maillage (6x6) et les conditions aux limites(CFFF) de la plaque étudiée

Les fréquences propres sont présentées sur le tableau suivant :

Fréquence (Hz)	ANSYS	Lazar et al [30]	Différence %
Mode 1	173.38	173.37	0.005
Mode 2	187.56	187.54	0.01
Mode 3	324.15	323.92	0.07
Mode 4	570.46	570.18	0.04

Tableau 4.1 : Les quarts premières fréquences propres (ELLL)

Les fréquences sont très proches et la différence maximale est de 0.07% environs, et qui est acceptable.

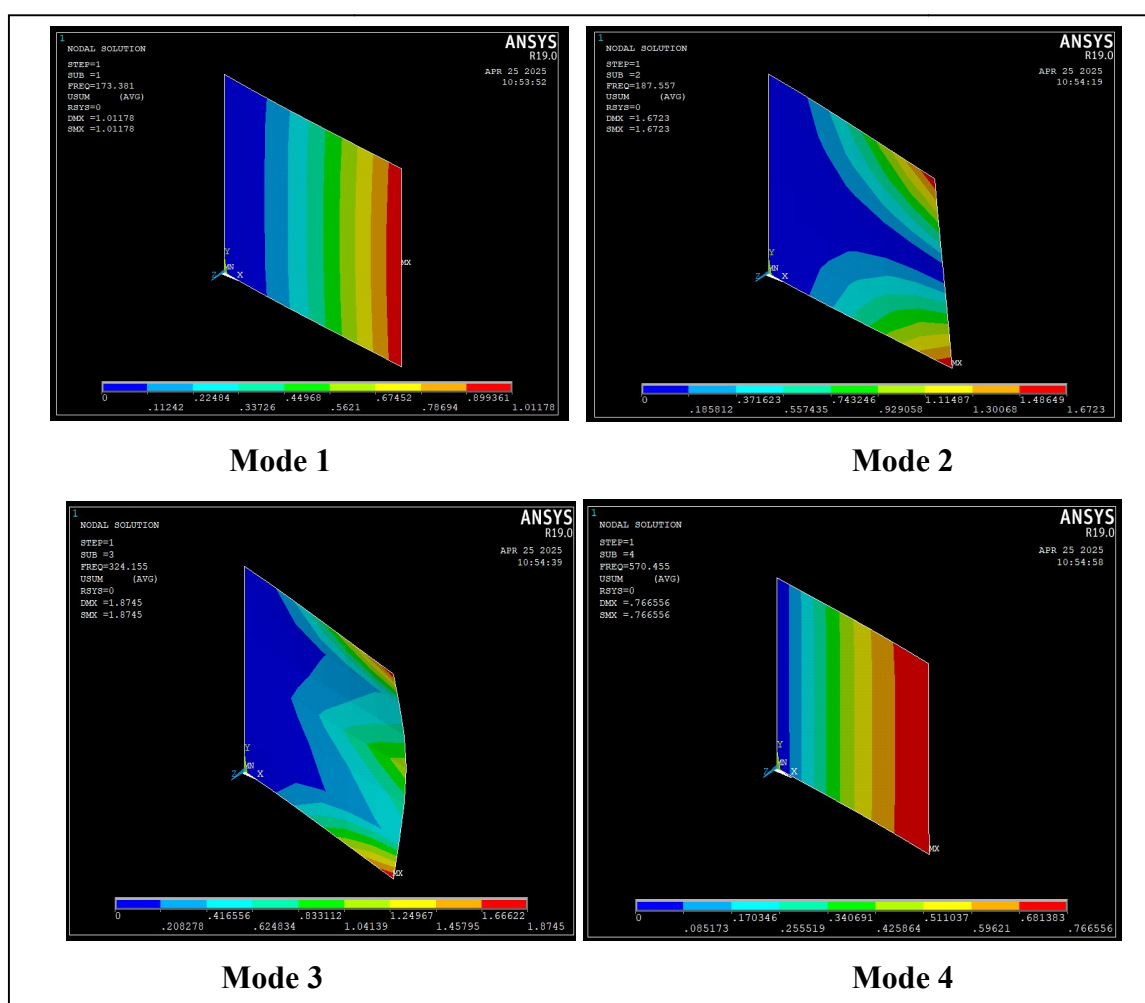


Figure 4.2: Les quarts premiers modes propres (ELLL)

4.3 Etude de l'influence des conditions aux limites :

On reprend la même plaque en nanocomposite, mais avec des conditions aux limites différentes SSSS, CCCC, CFFF, CFCF. Les fréquences propres sont présentées sur le tableau suivant :

Condition aux limites	Fréquence (Hz)	ANSYS	LAZAR [30]	Différence en %
CCCC	1	835.73	835.04	0.08
	2	1033.4	1029.14	0.41
	3	1474.7	1456.46	1.25
	4	1750.5	1745.87	0.26
CFCF	1	800.21	795.19	0.63
	2	804.36	799.30	0.63
	3	852.39	847.29	0.60
	4	1052.2	1051.55	0.06
SSSS	1	490.01	489.88	0.02
	2	665.39	663.99	0.21
	3	1085.6	1075.65	0.92
	4	1189.2	1180.98	0.69
CFFF	1	173.38	173.37	0.005
	2	187.56	187.54	0.01
	3	324.15	323.92	0.07
	4	570.46	570.18	0.04

Tableau 4.2: comparaison des fréquences propres avec la référence citée avec différentes CL.

On remarque que les meilleures conditions aux limites utilisées pour augmenter la rigidité d'une plaque est CCCC, ces fréquences naturelles obtenues sont les meilleures par rapport aux autres conditions.

4.4 Vérification l'effet inverse de la piézoélectricité :

Dans cette partie d'étude, On va traiter une plaque isotrope piézoélectrique (**PZT-5A**) encastrée d'un seul coté avec les dimensions A*B (**A=400mm et B=400mm**) et d'épaisseur **hp=1mm**.

Les propriétés du matériau PZT-5A sont présentées dans le tableau suivant :

Propriétés Mécanique	PZT-5A
Module de YOUNG en Gpa	63
Coefficient de poisson	0.3
Masse Volumique (Kg/m^3)	7750
Constant piézoélectrique (c/m^2)	$e_{31} = e_{32} = 6.1468$
Permittivité électrique (F/m)	$d_{11} = d_{22} = d_{33} = 1.5 \text{ e-}8$

Tableau 4.3 : Propriété de matériaux piézoélectrique

La simulation de cette plaque est représentée dans la figure 4.3 suivante :

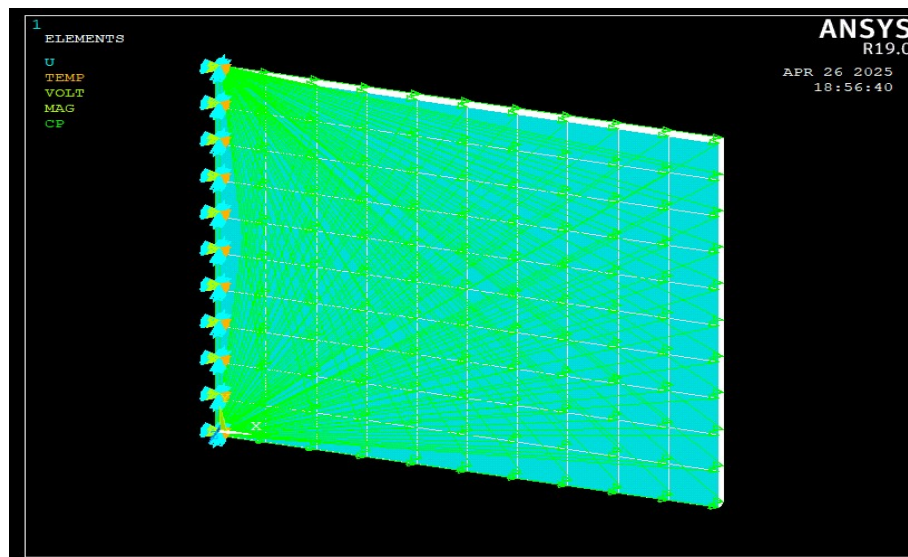


Figure 4.3 : Plaque piézoélectrique avec un potentiel électrique égale à 100 V

Deux configurations de polarisation ont été étudiées. La première, nommée polarisation 01, consiste à appliquer une tension électrique de 100V sur la surface supérieure de la plaque piézoélectrique, tandis que la surface inférieure est maintenue à 0V. La seconde configuration,

dite polarisation 02, correspond au cas inverse. Les résultats obtenus par simulation sous ANSYS sont présentés sur la figure suivante :

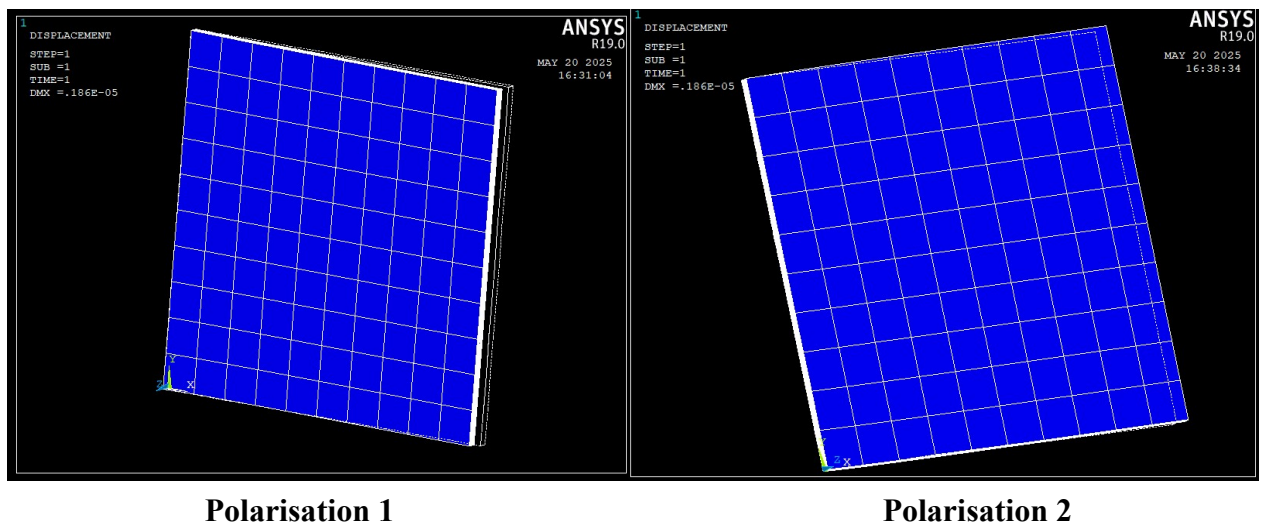


Figure 4.4 : Déformation de la plaque piézoélectrique chargée avec 100V.

D'après la figure 4.4 la plaque se rétrécisse a la polarisation 1 avec une valeur **0.186 e-5 m** et s'allonge a la polarisation 2 avec une valeur **0.186 e-5 m**, Donc l'effet inverse de la piézoélectricité a été maitrisé et qui nous permet de contrôler la déflexion de la plaque.

4.5 Contrôle statique de la déflexion par un actionneur piézoélectrique :

On va traiter un sandwich piézoélectrique encastré d'un seul coté (CFFF) , de dimension $A*B$ ($A = 400\text{mm}$ $B=400\text{mm}$) composée d'une couche centrale en nanocomposite (CNT/PMMA) unidirectionnelle d'épaisseur **20mm** et deux couches piézoélectrique (PZT-5A) d'épaisseur **2 mm** chacune sont colée sur les surfaces latéraux et sont prisent comme actionneurs .

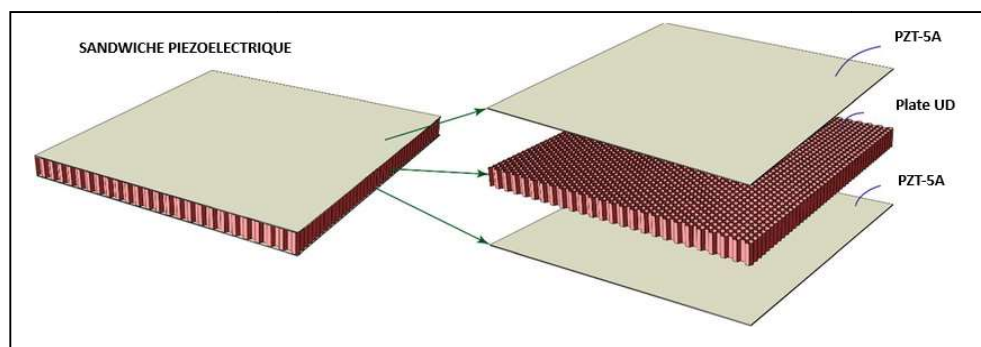


Figure 4.5 : La forme du sandwich piézoélectrique étudié

A. Charge mécanique appliquée sur la surface supérieure (100Pas

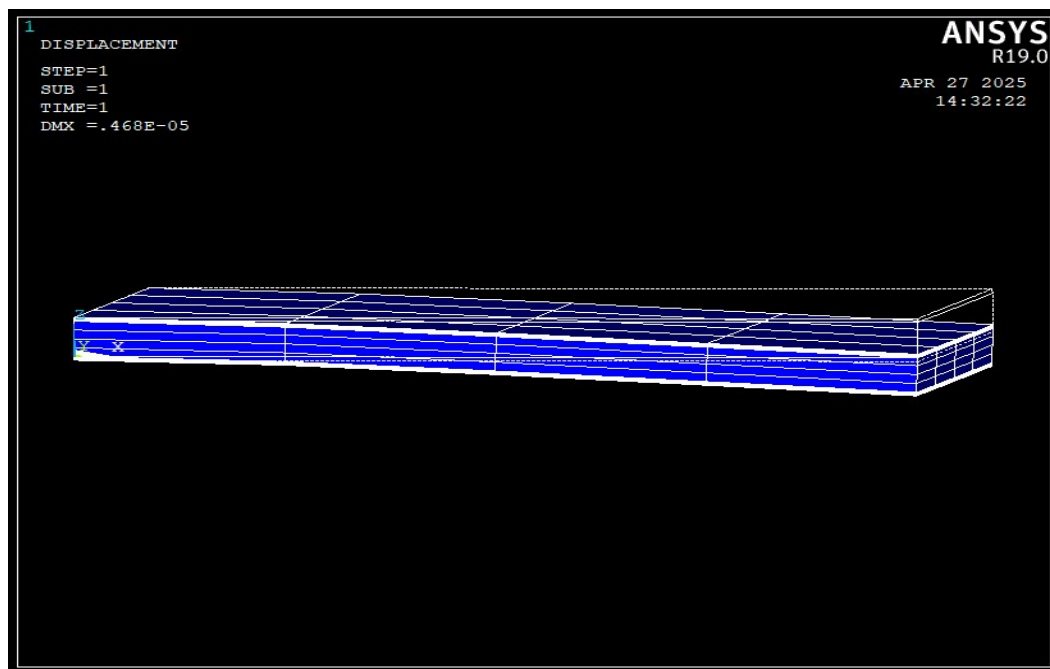


Figure 4.6 : Déformation de la plaque

B. Tension électrique plus une charge mécanique (100Pas) :

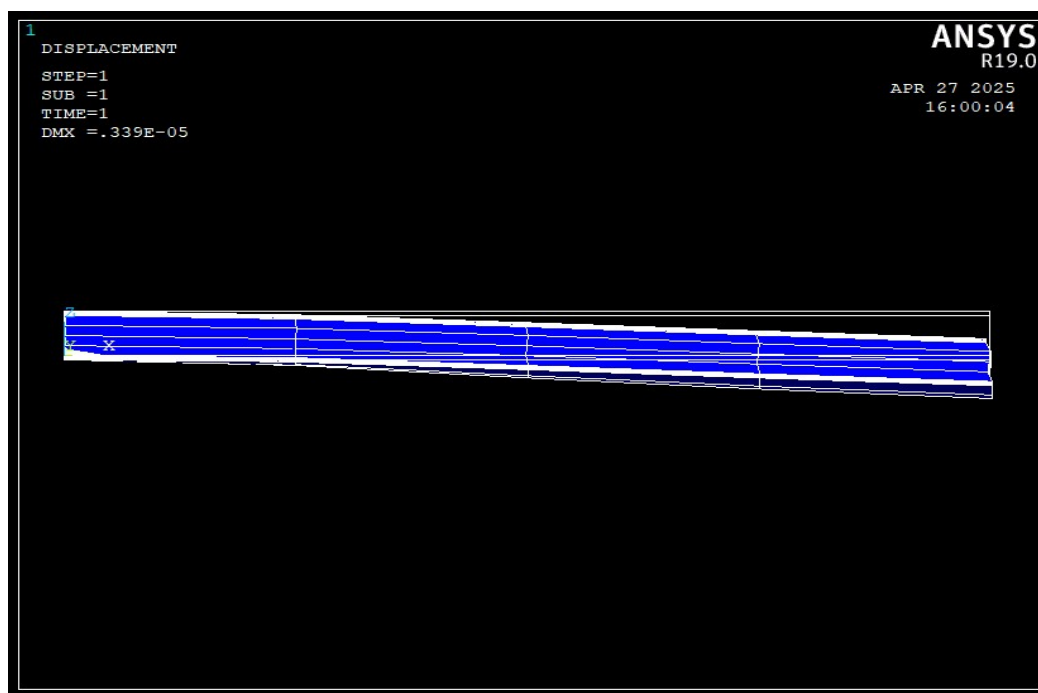


Figure 4.7 : Déformation de la plaque sous l'effet d'une tension électrique de 30V

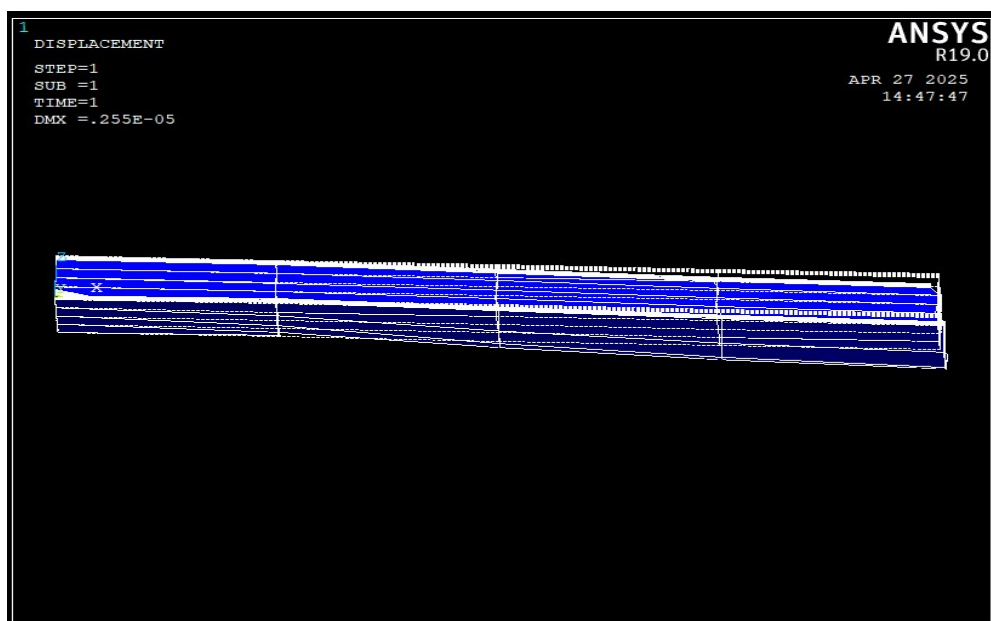


Figure 4.8 : Déformation de la plaque sous l'effet d'une tension électrique de 50V

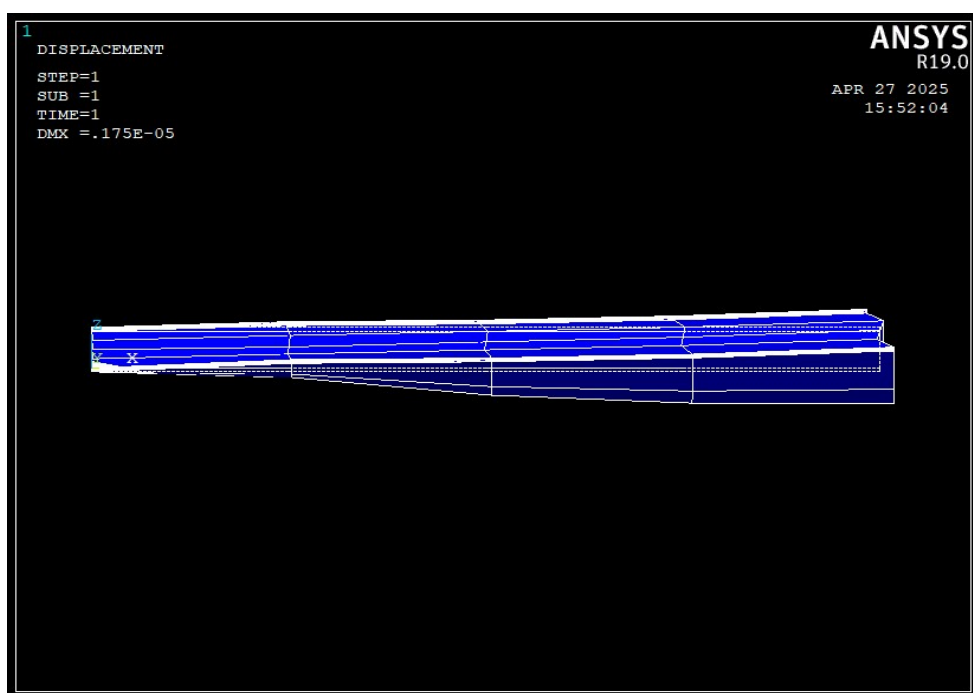


Figure 4.9 : Déformation de la plaque sous l'effet d'une tension électrique de 70 V

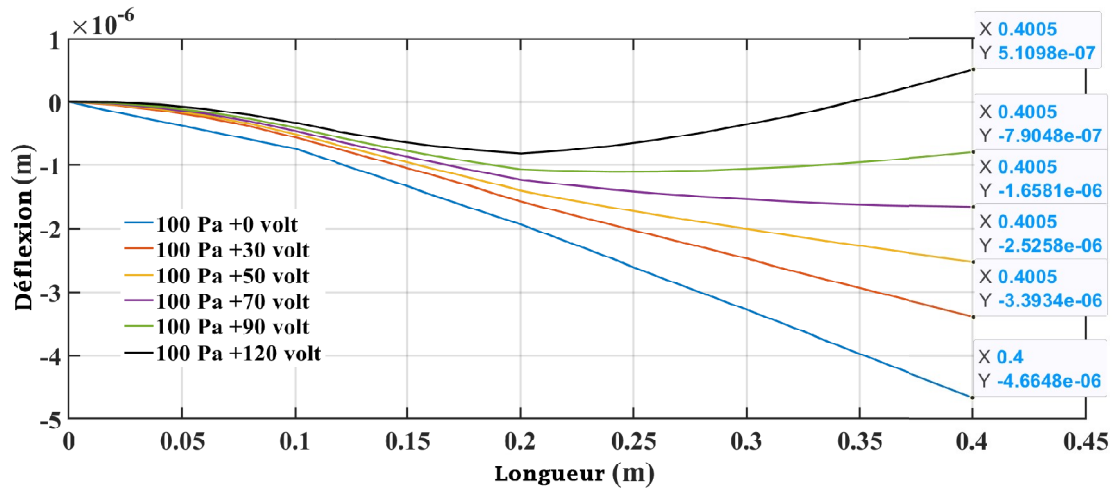


Figure 4.10 : Déflexion de la ligne centrale pour différents potentiel électrique (SFFF)

On remarque que lorsqu'on a appliqué une charge mécanique répartie uniformément sur la surface supérieure la plaque est fléchée avec une valeur égale à -4.664×10^{-6} m, et lorsque on appliquée une tension électrique de 30V et charge mécanique de 100 Pas la plaque est fléchée vers le haut avec une valeur égale à -3.393×10^{-6} m. Et on conclure aussi que la déflexion est proportionnelle au voltage appliqué et pour un voltage de 90V la déflexion est -7.904×10^{-7} m

4.6 Plaque sandwich encastré en deux cotés (CFCF) :

On reprend la même structure avec les mêmes données des matériaux mais avec des conditions aux limites différentes CFCF.

la figure suivante montre la déflexion de la ligne centrale obtenues par ANSYS :

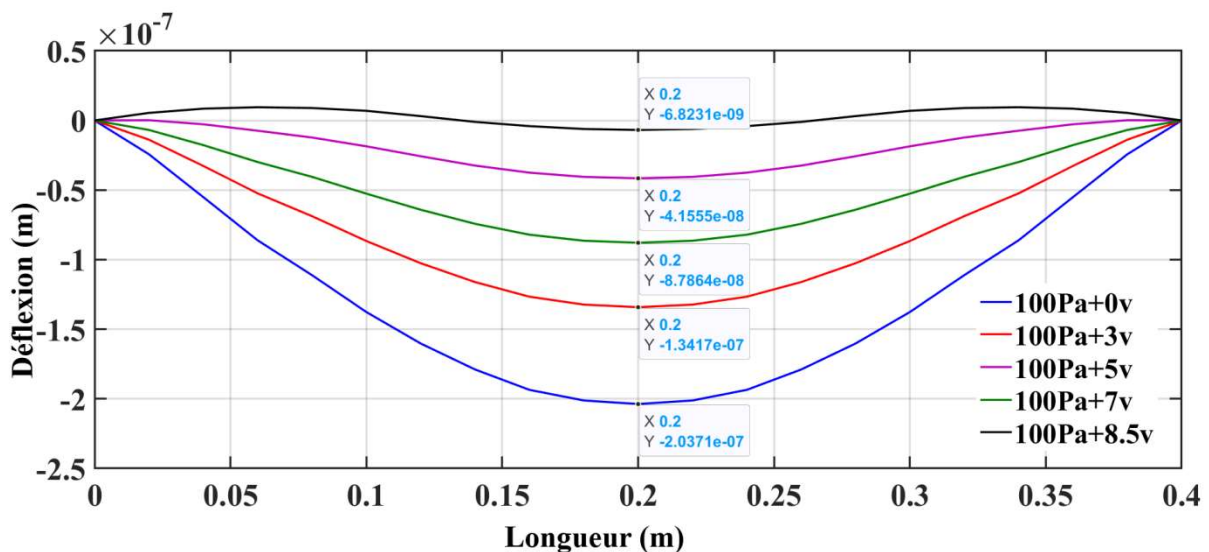


Figure 4.11 : Déflexion de la ligne centrale pour différents potentiel électrique (CFCF)

D'après la figure 4.11 la déflexion maximale est au milieu est de $-2.037.10^{-7}$ m sous la charge mécanique seulement et lorsqu'on applique un potentiel électrique de 5V on trouve que la déflexion réduite à $-4.1555.10^{-8}$ m

4.7 Recouvrement partiel :

Dans cette partie, on va étudier la déflexion de la plaque en nanocomposite précédente mais cette fois ci avec un recouvrement partiel, dans lequel nous utilisons des patches piézoélectrique collé sur le composite comme indiqué sur la figure 4.12.

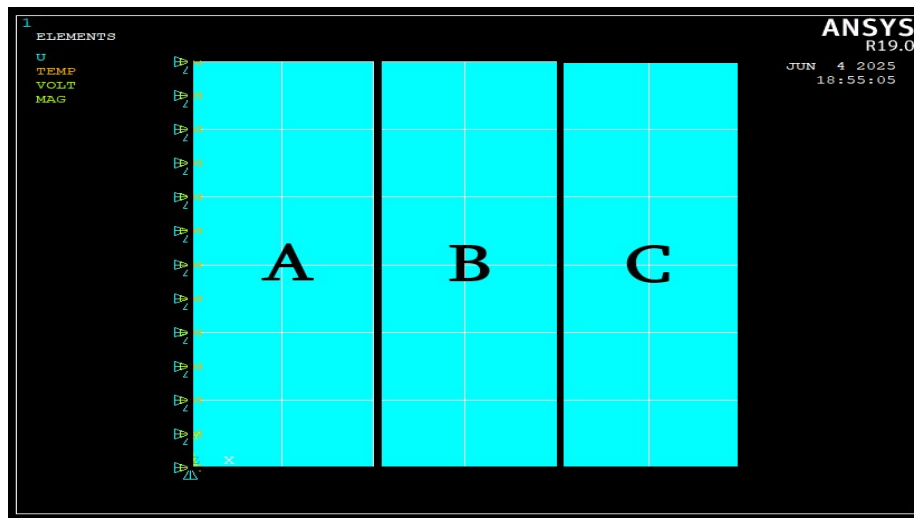


Figure 4.12 : Localisations A, B et C des pastilles piézoélectriques

Les résultats obtenus par ANSYS sont suivants :

Localisations	Déflexion en mètre (10^{-6})			
Charge appliquée	100Pas	100Pas +30V	100Pas+50V	100Pas+70V
A	5.47	4.01	2.98	1.97
B	7.72	7.35	7.10	6.85
C	8.12	8.50	8.76	9.02

Tableau 4.4 : Représente les valeurs de la déflexion pour chaque localisation avec différentes charge appliquée (charge mécanique, électrique)

On remarque que la localisation A offre une meilleur atténuation de la déflexion par rapport aux autres localisations B et C, et la preuve de ce que nous avons dit et la déflexion

maximale au point p est passé de 5.47×10^{-6} à 1.97×10^{-5} , il est noté aussi que malgré le rapport de dimension par rapport au recouvrement totale la pastille en localisation A atteint presque les mêmes performances avec l'application précédente (Recouvrement totale)

Conclusion

Dans ce chapitre nous avons validé une analyse modale pour plaque nanocomposite avec différentes condition aux limites et le contrôle statique en mode actionneur pour différentes CAL et pour deux configurations de recouvrement total et partiel

Conclusion générale

Dans beaucoup de cas, les vibrations représentent des nuisances, elles sont source de bruit acoustique et de détérioration du matériel. Le contrôle de vibration consiste à diminuer l'amplitude des vibrations d'une structure qui vibre, le travail de recherche de ce mémoire portent sur le développement d'une structure intelligente, permettent le contrôle statique et actif des vibrations, pour cela cette étude est articulée en plusieurs chapitres.

Le premier chapitre présente des généralités sur les nanocomposites et des formules théoriques pour le calcul des caractéristiques mécanique.

Le deuxième chapitre fait le point sur le phénomène de la piézoélectricité et leurs applications et ainsi les différents types de contrôle des vibrations.

Et dans le chapitre trois nous avons expliquée les équations nécessaires qui sont basé sur les hypothèses de MINDLIN et KIRCHHOLF pour comprendre le comportement des plaque en matériaux élastique nanocomposites utilisant des éléments piézoélectriques.

Et dans notre application, premièrement on a effectuée une analyse modale d'une plaque nanocomposite sans élément piézoélectrique pour différentes conditions aux limites, les fréquences propre ont été calculé par ANSYS et comparé avec celles de logiciel MATLAB.

On a traité aussi une plaque isotrope piézoélectrique pour montrer l'effet inverse de la piézoélectricité qui consiste à transformer l'énergie électrique en énergie mécanique.

Ensuite, analyse statique (mode actionneur) a été effectuée sur un sandwich piézoélectrique pour deux cas différent, un recouvrement totale et partiel (A, B, C) pour obtenir le meilleur emplacement pour une meilleur atténuation de la déflexion. On a remarquée également que les performances des patches en configuration de surface et position A sont aussi bonne que celles de recouvrements totales des couches piézoélectriques malgré un rapport de surface inférieur 1/3, on a conclu que l'atténuation de la déflexion est proportionnelle à voltage appliquée.

Les résultats prometteurs obtenus à partir de la simulation numérique valident la pertinence du modèle actuel en tant qu'outil d'analyse avancé pour la conception des systèmes de contrôle des vibrations, tant en mode actionneur qu'en mode actif."

En perspective :

- Il serait pertinent d'élargir l'étude à l'analyse dynamique en régime transitoire afin de mieux reproduire des sollicitations réelles, ce qui serait plus proche à des conditions réelles.
- Coupler les actionneurs à des capteurs piézo-électriques pour développer une boucle de contrôle actif en temps réel qui pourrait améliorer la précision et la réactivité du système

Référence bibliographie :

- [1] : Pr. El Maadi Aicha; cours : Les nanocomposites, université Ibn Tofail Kenitra ; 2017 Maroc.
- [2] : Yaich Ghizlane ; Chahud Jillali Zineb; rapport à propose les composites et nanocomposites ; Master physico chimique et analyse des matériaux ; 2018 / 2019.
- [3] : Boumeftah Ali ; Thèse de doctorat ; Nanocomposites organique /inorganique: Préparation, caractérisation et propriétés électrochimique ; 2022 (Laboratoire de Matériaux).
- [4] : H. Samira ; Analyse de flexion statique, le flambement et la vibration des structures composites renforcés par des nanotubes de carbone. Thèse de doctorat ; Université Sidi Belabbes ; 2017.
- [5] : Azrou Isghi Walid; Dahman Rachid ; Etude du comportement mécanique des nanocomposites a base du graphène issue par exfoliation mécanique, mémoire de fin d'études, 2022;Université de Blida.
- [6] : Jacky. R, Microscopie électronique à balayage principe et équipement. [Article de base documentaire]; Technique de l'ingénieur (Réf Article P865); 2013.
- [7] : M^{elle} Kebli Fatiha ; M^{elle} Benaissa Ahlem ; Synthèse et caractérisation des composites par polymérisation in situ de l'aniline chargé d'argile et de la cellulose ; Mémoire fin d'étude ; Centre universitaire Belhadj Bouchaib d'Ain Temouchent ; 2019.
- [8] : mémoire fin d'études,étude bibliographie des nanocomposites et de leurs applications, Université de Echahid Hamma Lakhdar Eloued, 2022/2023.
- [9] :Pr, Tiberkak , Cours Matériaux Composites, Université de Blida, Master : Construction mécanique.
- [10] :Ferzad Ibrahim Ali Dabbagh, Mechanics of nanocomposites homogenization and analysis, 2020.
- [11] : Ezzraimi Madjid, thèse de doctorat, contrôle active des vibrations de plaque composite multicouche, Université de blida 1 ,2019 .
- [12] : M. Aida Cherif, Thèse de doctorat, Optimisation de transformatrice piézoélectricité, Université Ferhat Bel Abbes ,2012 .
- [13] : Thien Hoang, Thèse de doctorat, Dispositif de récupération d'énergie piézoélectrique : modalisation, fabrication et caractérisation, Université de tours France, 2019.

[14] : Doudi Ilhem, Kara Abd El Karim, mémoire fin d'étude Analyse en mode actionneur des plaques composites piézoélectrique, Université de blida 1, 2018/2019.

[15] : Cherif Mouki Abdessattar, mémoire fin d'étude, Contrôle active d'une plaque isotrope par élément piézoélectrique, Université Mohamed Kheidar Biskra, ,2020 .

[16] : Dr. Magraoui ; Cours : dynamique des machines tournantes, Université de blida1, Construction mécanique.

[17] : Omari Yasmine, Nirak Fatima, mémoire fin d'étude, utilisation des éléments piézoélectrique pour l'atténuation des vibrations dans les plaques, Université de blida 1 2019/2020.

[18] : Trindole Marcelo, Contrôle hybride actif-passif des vibrations des structures par des matériaux piézoélectriques et viscoélastique poutres /sandwich/Multicouches intelligente, 2000

[19] : Thèse de doctorat « diverses stratégies de contrôle de vibration sismique, Université de biskra

[20] : hussein Sleiman Thèse de doctorat, Système de suspension semi-active à base de fluide magnétohydrologique pour l'automobile, Ecole nationale supérieur d'arts et métiers spécialité génie électrique, 2010.

[21] : Mr Messousa , différent théorie des plaques, université ibn khaldoun tiaret , 2019 .

[22] : Cheridi Houda , Mémoire fin d'étude , Analyse dynamique des plaque minces et épaisses, université mentouri Constantine , 2022 .

[23] : article: Kirchhoff–Love plate theory, note: The Einstein summation convention of summing on repeated indices is used below.

[24] : Florence Zara thèse de doctorat « Modèle mécanique d'une plaque mince », Version du 10 mai 2017 Université Lyon 1, Faculté des Sciences et Technologie. 10 mai 2017

[25] : J Bruchon, cours : mécanique des milieux continue et loi de comportement, école des mines de saint Etienne, France 2023.

[26] : Michel brissaud livre matériaux piézoélectrique (caractérisation, modélisation et vibration)

[27] : jean marie Berthelot, mécanique des matériaux et structures composites, 23 octobre 2012, France

[28] : <https://www.techno-science.net/>

[29] : Article scientifique, Y. Kiani, free vibration of functionally graded carbone nanotube reinforced composites plates integrated with piezoélectric layers, 2016 .

[30] : Article scientifique, Lazar mohamed essedik et al, active vibration control of piezoelectric multilayers FG-CNTRC and FG-GPLRC plates.