

**NOUVEAU
COURS
DE MATHÉMATIQUES**

Mathématiques supérieures
Mathématiques spéciales
Premier cycle des Universités

A. DONEDDU

**Polynômes
et
Algèbre linéaire**

TOME

2

VUIBERT



Sommaire

Première partie.

POLYNOMES ET FRACTIONS RATIONNELLES

Chapitre 1. — Polynômes

1,1. Définitions	13
1,2. Structure de A-module $A[x]$	15
1,3. Structure d'anneau $A[x]$	17
1,4. Division euclidienne dans $K[x]$	23
1,5. Division selon les puissances croissantes	26
1,6. Idéaux; p.g.c.d.; p.p.c.m.	30
1,7. Polynômes irréductibles	37
1,8. Polynômes à plusieurs indéterminées	39
Exercices	40

Chapitre 2. — Dérivation. Formule de Taylor. Zéros des polynômes

2,1. Dérivation	45
2,2. Formules de Mac-Laurin et de Taylor	49
2,3. Zéros d'un polynôme	51
2,4. Polynômes de $\mathbb{C}[x]$ et $\mathbb{R}[x]$	55
2,5. Élimination	62
2,6. Résolution d'équations particulières	65
Exercices	74

Chapitre 3. — Fractions rationnelles

3,1. Corps des fractions rationnelles	81
3,2. Décomposition d'une fraction rationnelle	84

3,3. Décomposition sur le corps des complexes	89
3,4. Décomposition sur le corps des réels	93
Exercices	98

Chapitre 4. — Polynômes symétriques. Transformation d'une équation

4,1. Polynômes symétriques	101
Polynômes symétriques élémentaires	102
Calcul des polynômes symétriques simples	104
Calcul des polynômes symétriques doubles	106
Calcul des polynômes symétriques quelconques	107
4,2. Applications aux équations algébriques	108
4,3. Transformations des équations	113
Abaissement du degré d'une équation	118
Exercices	122

Deuxième partie

ALGÈBRE LINÉAIRE

Chapitre 5. — Espaces vectoriels

5,1. Structure d'espace vectoriel	129
Structure d'algèbre sur un corps commutatif	132
5,2. Combinaisons linéaires finies	135
5,3. Bases en dimension finie	141
5,4. Familles infinies	147
5,5. Espace produit. Espace quotient	150
5,6. Somme de sous-espaces	153
Exercices	158

Chapitre 6. — Applications linéaires

6,1. Définitions	163
6,2. Image et noyau d'une application linéaire	165

6,3. Applications linéaires et dimensions	170
6,4. Espace vectoriel des morphismes	173
6,5. Algèbre des endomorphismes	175
6,6. Groupe linéaire.....	177
6,7. Projecteurs.....	179
Exercices	183

Chapitre 7. — Formes linéaires

7,1. Dualité	187
7,2. Bidual	190
7,3. Orthogonalité	192
7,4. Transposée d'une application linéaire	196
Exercices	199

Chapitre 8. — Matrices

8,1. Matrice d'une application linéaire.....	203
8,2. Espace vectoriel des matrices de $\mathcal{M}_{p,n}(K)$	208
8,3. Multiplication des matrices.....	211
8,4. Algèbre des matrices carrées d'ordre n	214
8,5. Matrices inversibles. Changement de bases	218
8,6. Transposée d'une matrice	223
Exercices	226

Chapitre 9. — Déterminants

9,1. Applications bilinéaires alternées	231
Déterminant d'ordre 2.....	234
9,2. Applications trilinéaires alternées.....	235
Déterminant d'ordre 3.....	237
9,3. Applications multilinéaires	239
9,4. Applications multilinéaires alternées	241
9,5. Déterminants	247
9,6. Déterminant du produit de deux matrices	249

9,7. Développement d'un déterminant	251
9,8. Comatrice	255
Exercices	261

Chapitre 10. — Théorie du Rang. Équations linéaires

10,1. Théorie du rang	265
Rang d'une matrice	266
10,2. Critère d'indépendance linéaire	269
10,3. Calcul du rang d'une matrice	270
10,4. Équations linéaires	274
10,5. Système de Cramer	277
10,6. Système général	279
Exercices	283

Chapitre 11. — Valeurs et vecteurs propres. Réduction d'une matrice carrée

11,1. Valeurs et vecteurs propres	287
11,2. Polynôme caractéristique	289
11,3. Diagonalisation	294
11,4. Cas des valeurs propres multiples	298
11,5. Réduction à la forme triangulaire	302
11,6. Polynôme minimal	306
Exercices	310
Index	317