NOUVEAU COURS DE MATHÉMATIQUES

Mathématiques supérieures
Mathématiques spéciales
Premier cycle des Universités

A. DONEDDU

Fonctions vectorielles. Séries. Équations différentielles.

TOME

5

VUIBERT

Sommaire

Chapitre 1. — Fonctions vectorielles d'une variable réelle

1,1. Espaces vectoriels normés 13

1,2. Topologie sur un espace normé 18

1,3. Fonction vectorielle d'une variable réelle 24

1,4. Dérivées des fonctions vectorielles d'une variable 31

1,5. Formule de Taylor-Young 40

1,6. Intégration des fonctions vectorielles 42

1,7. Fonctions complexes d'une variable réelle 45

Exercices 49

Chapitre 2. — Séries

2,1. Séries dans un espace vectoriel normé 55
Espace vectoriel des séries convergentes 58

2,2. Séries à termes positifs 61
Série de Riemann 63
Règle de Riemann 66
Critère de Cauchy 68
Critère de d'Alembert 71

2,3. Séries absolument convergentes 74
Commutativité des séries absolument convergentes 77
Familles absolument sommables 78
Associativité des séries absolument convergentes 82

2,4. Séries numériques 85
Multiplication des séries absolument convergentes 86
Séries alternées 89

2,5. Calcul approché de la somme d'une série 92

Exercices 98

Chapitre 3. — Séries de fonctions

3,1. Espace de fonctions bornées 107
Convergence d'une suite de fonctions bornées 110

Convergence uniforme 111
Continuité 113
Intégration et dérivation 115

3,2. Séries de fonctions 121
Convergence simple. Convergence uniforme 121
Séries majorantes 124
Convergence normale 125
Intégration et dérivation 129

Exercices 134

Chapitre 4. — Séries entières. Séries trigonométriques

4,1. Séries entières 139
Lemme d'Abel 141
Rayon de convergence 141
Étude sur le bord du disque de convergence 144
Continuité de la somme d'une série entière 145
Addition de séries entières 146
Intégration et dérivation des séries entières 148

4,2. Séries entières réelles 151
Développement en série de Taylor 151
Application aux fonctions élémentaires 154

4,3. Séries entières dans le champ complexe 159
Fonction exponentielle $z \longmapsto e^z$ 160
Fonctions $z \longmapsto \operatorname{ch} z$ et $z \longmapsto \operatorname{sh} z$ 160
Fonctions $z \longmapsto \cos z$ et $z \longmapsto \sin z$ 161

4,4. Séries trigonométriques 166
Série de Fourier d'une fonction 168
Fonctions réglées 170
Somme partielle de rang n de la série de Fourier 172
Un théorème de convergence 174
Théorème plus général de convergence 175

Exercices 180

Chapitre 5. — Fonctions de plusieurs variables

5,1. Fonctions de variable vectorielle 189

5,2. Continuité 191

5,3. Dérivées partielles 199

5,4. Fonctions différentiables 205

5,5. Composition des fonctions différentiables 217

5,6. Formule des accroissements finis. Fonctions homogènes 226

5,7. Fonctions numériques de plusieurs variables 231
Formule de Taylor 232
Extrémum d'une fonction de deux variables 234
Fonctions implicites 239

5,8. Gradient. Divergence. Rotationnel 243

Exercices 249

Chapitre 6. — Équations différentielles

6,1. Généralités 255

6,2. Équations à variables séparées 258

6,3. Équations homogènes 263

6,4. Équations linéaires du premier ordre 268
Équation de Bernouilli 274
Équation de Riccati 275

6,5. Systèmes différentiels linéaires 278

6,6. Équations linéaires du second ordre 284

6,7. Équations linéaires du second ordre à coefficients constants .. 293

6,8. Systèmes différentiels linéaires à coefficients constants 303

6,9. Potentiels 313
Forme différentielle exacte 315
Potentiel vecteur 318

6,10. Formes différentielles 321
Différentiation extérieure 324
Primitive d'une forme différentielle 325

Exercices 329

Index 341