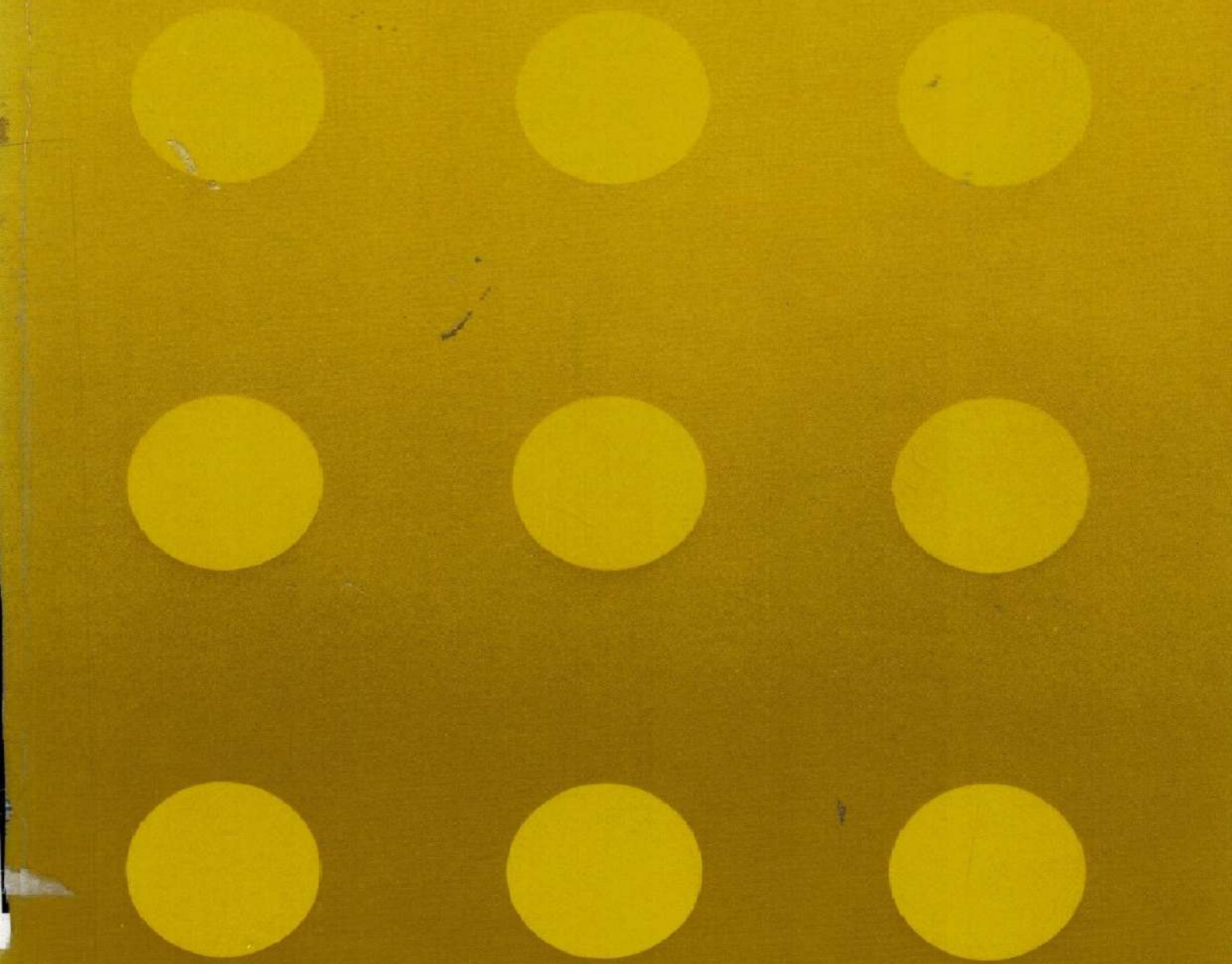
ASSOCIATION D'ÉTUDE POUR L'EXPANSION DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Mathématiques supérieures pour l'homme moderne

4 - Analyse numérique élémentaire



Formation continue des cadres et ingénieurs

Dunod

Table des matières

Chapitre 1. OPÉRATIONS SUR LES POLYNÔMES. INTERPOLATION. DÉRIVATION

1.1 Polynômes de degré n donnés par leurs $(n + 1)$ coefficients A_i 1
a) Calcul des valeurs numériques 1
b) Calcul des dérivées successives 2
c) Division d'un polynôme par $x - a$ 4
d) Division d'un polynôme par $x^2 - sx + p$ 5
1.2 Polynômes de degré n définis par $(n+1)$ valeurs distinctes 6
a) Existence et unicité d'un tel polynôme 7
b) Détermination de ce polynôme. Méthode de Lagrange 8
c) Méthode de Newton 13
d) Cas d'un polynôme de degré n défini par ses n racines 20
1.3 Polynômes définis par leurs valeurs et par celles de certaines de leurs dérivées en un nombre fini de points 21
1.4 Interpolation et dérivation polynomiales 23
a) Généralités 23
b) Erreurs d'interpolation 24

Chapitre 2. RÉSOLUTION DES ÉQUATIONS TRANSCENDANTES

2.1 Généralités 27
2.2 Procédés de séparation des racines 28
a) Méthode graphique 28
b) Méthode de balayage 28
2.3 Méthodes de resserrement et méthodes d'approximation 29
a) Principe général 29
b) Méthode de subdivision binaire 29
c) Méthode d'interpolation 30
d) Interpolation linéaire 30
e) Développement au voisinage d'une racine. Principe 33
f) Méthode de linéarisation 33
g) Méthode de Schroder 35
2.4 Méthodes itératives d'approximations successives 38
a) Principe 38
b) Convergence des méthodes itératives. Ordre de convergence 39

c) Condition suffisante de convergence 41
d) Accélération de la convergence 44
e) Méthode de Wegstein 46
f) Méthode d'Aitken 49

Chapitre 3. RÉSOLUTION DES ÉQUATIONS ALGÉBRIQUES

3.1 Généralités 50
3.2 Classification des méthodes de résolution 51
3.3 Première méthode globale ou de séparation : Méthode de Graeffe ... 51
a) Equations à racines étagées 51
b) Principe de la méthode de Graeffe 53
c) Calcul des coefficients de $f_p(x)$ 54
3.4 Deuxième méthode globale : Méthode de Bernoulli 55
3.5 Méthodes d'approximation déduites des propriétés de la division d'un polynôme $P_n(x)$ par $(x - x_i)$ 58
a) Principe 58
b) Méthode de Lin 59
c) Méthode de Newton 60
3.6 Méthodes déduites des propriétés de la division d'un polynôme $P_n(x)$ par $(x^2 - sx + p)$ 62
a) Principe 62
b) Méthode de Lin 63
c) Méthode de Bairstow 63

Chapitre 4. RÉSOLUTION DES SYSTÈMES LINÉAIRES

4.1 Introduction 68
4.2 Méthodes directes 69
a) Diagonalisation de A 69
b) Méthode de triangularisation 71
c) Méthodes d'orthogonalisation 74
d) Méthode du gradient conjugué (Stiefel-Hestenes) 77
4.3 Méthodes itératives. Généralités 81
a) Principe 81
b) Notations et définitions. Convergence 82
c) Partage régulier d'une matrice. Splitting 83
4.4 Méthodes itératives fondamentales 84
a) Forme générale du splitting 84
b) Méthode de Jacobi 85
c) Algorithme de Gauss-Seidel 86
d) Algorithme de surrelaxation 87
4.5 Méthodes itératives de projection 88
a) Forme générale des méthodes de projection 88
b) Méthode de Kacmarz 89

c) Méthode de Gastinel 89
d) Autres méthodes 89
e) Méthode de Cimmino 90

4.6 Application. Inversion d'une matrice 90

a) Généralités 90
b) Méthodes itératives 91
c) Partition d'une matrice d'ordre n élevé 92

Chapitre 5. CALCUL NUMÉRIQUE DES VALEURS PROPRES ET VECTEURS PROPRES

5.1 Introduction 94
5.2 Calcul des valeurs propres à l'aide du polynôme caractéristique 96

a) Méthodes d'interpolation 96
b) Méthode de Leverrier 96
c) Variante de Souriau. Amélioration de la méthode de Leverrier 97
d) Méthode de Krylov 98

5.3 Cas de matrices de forme particulière 99

a) Polynôme caractéristique des matrices tridiagonales 100
b) Polynôme caractéristique des matrices quasi triangulaires (ou de Hessenberg) 101
c) Calcul des vecteurs propres d'une matrice tridiagonale 101

5.4 Réduction de la matrice à des formes particulières 102

a) Méthode de Danilevski (Réduction à la forme de Frobénius) 102
b) Méthode de Jacobi. Réduction à la forme diagonale 104
c) Méthode de Lanczos. Réduction à la forme tridiagonale 107
d) Méthode de Givens. Réduction d'une matrice symétrique à la forme tridiagonale 109
e) Quasi-triangularisation d'une matrice 110
f) Triangularisation d'une matrice. Algorithme LR de Rutishauser ... 112