500
24 1 es

Analyse mathématique

المكتبة الجامعية
المركز الجامعي بالبليدة

FONCTIONS D'UNE VARIABLE

3e partie

جامعة البليدة 1
مكتبة المعهد
معهد العلوم و التقنيات التطبيقية

Editions Mir • Moscou

جامعة البليدة
مكتبة المعهد
للعلوم و التقنيات التطبيقية
N°INV : 227/2021
Dm
28 AVR 2021

Table des matières

AVANT-PROPOS 5

PREMIÈRE PARTIE

INTRODUCTION À L'ANALYSE 9

CHAPITRE 1. NOMBRES RÉELS 11

§ 1.1. Premières notions sur les ensembles 11
§ 1.2. Axiomes des nombres réels 13
§ 1.3. Conséquences des axiomes d'addition 15
§ 1.4. Conséquences des axiomes de multiplication 16
§ 1.5. Conséquences des axiomes d'ordre 18
§ 1.6. Conséquences de l'axiome de borne supérieure 21
§ 1.7. Principe d'Archimède et ses conséquences 24
§ 1.8. Principe d'intervalles fermés emboîtés de Cantor 28
§ 1.9. Ensemble des nombres réels achevé 30
Exercices 31
Historique 31

CHAPITRE 2. ÉLÉMENTS DE LA THÉORIE DES ENSEMBLES 33

§ 2.1. Opérations sur les ensembles 33
§ 2.2. Equipotence d'ensembles 35
§ 2.3. Ensembles dénombrables 37
§ 2.4. Ensembles ayant la puissance du continu 40
§ 2.5. Notion de structure mathématique. Isomorphisme de structures 41
§ 2.6. Espace n-dimensionnel 45
§ 2.7. Nombres complexes 52
§ 2.8. Notion générale de fonction. Graphique 56
Exercices 57
Historique 58

CHAPITRE 3. ESPACES MÉTRIQUES 60

§ 3.1. Définitions et exemples 60
§ 3.2. Ensembles ouverts 65
§ 3.3. Suites convergentes et homéomorphisme 67
§ 3.4. Valeurs d'adhérence et points d'accumulation 76
§ 3.5. Ensembles fermés 79
§ 3.6. Ensembles partout denses. Fermetures 81
§ 3.7. Espaces complets 83
§ 3.8. Complétion 89
§ 3.9. Compacité 92
Exercices 98
Historique 99

CHAPITRE 4. THÉORIE GÉNÉRALE DES LIMITES 101

§ 4.1. Définition d'une limite 101
§ 4.2. Théorèmes généraux sur les limites 108
§ 4.3. Limites de fonctions numériques 109
§ 4.4. Valeurs d'adhérence d'une fonction 116
§ 4.5. Fonctions non décroissantes suivant une direction 118

§ 4.6. Théorèmes fondamentaux sur des suites numériques 120
§ 4.7. Limites de fonctions vectorielles 124
Exercices 126
Historique 127
CHAPITRE 5. FONCTIONS CONTINUES 128
§ 5.1. Fonctions continues sur un espace métrique 128
§ 5.2. Fonctions numériques continues sur la droite numérique 135
§ 5.3. Fonctions monotones 137
§ 5.4. Logarithme 140
§ 5.5. Exponentielle 143
§ 5.6. Fonctions trigonométriques 151
§ 5.7. Applications des fonctions trigonométriques 157
§ 5.8. Fonctions vectorielles continues d'une variable vectorielle 163
§ 5.9. Suites de fonctions 170
Exercices 174
Historique 175
CHAPITRE 6. SÉRIES 177
§ 6.1. Séries numériques. Séries à termes positifs 177
§ 6.2. Séries à termes réels de signes quelconques 184
§ 6.3. Opérations sur les séries 186
§ 6.4. Séries de vecteurs 192
§ 6.5. Séries de fonctions 200
§ 6.6. Séries de puissances 201
Exercices 205
Historique 208
DEUXIÈME PARTIE
CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL 209
CHAPITRE 7. DÉRIVÉE 211
§ 7.1. Définition d'une dérivée 211
§ 7.2. Deuxième définition de la dérivée 219
§ 7.3. Différentielle 221
§ 7.4. Théorèmes des accroissements finis 223
§ 7.5. Position d'une courbe par rapport à sa tangente 225
§ 7.6. Règles de L'Hospital 228
Exercices 230
Historique 232
CHAPITRE 8. DÉRIVÉES D'ORDRE SUPÉRIEUR 233
§ 8.1. Définitions et exemples 233
§ 8.2. Formule de Taylor 235
§ 8.3. Analyse du comportement d'une fonction au voisinage d'un point donné 239
§ 8.4. Différentielles d'ordre supérieur 243
§ 8.5. Série de Taylor 244
§ 8.6. Exponentielle et fonctions trigonométriques dans le domaine complexe 247
§ 8.7. Fonctions hyperboliques 251
Exercices 253
Historique 255
CHAPITRE 9. INTÉGRALE DE RIEMANN 256
§ 9.1. Définition de l'intégrale et théorèmes d'existence 256
§ 9.2. A quoi sert l'intégrale? 268

§ 9.3. Intégrale comme fonction de sa limite supérieure 274
§ 9.4. Calcul des intégrales indéfinies 279
§ 9.5. Calcul des intégrales définies 288
§ 9.6. Applications de l'intégrale 297
§ 9.7. Intégration et dérivation d'une suite de fonctions 319
§ 9.8. Intégration et dérivation par rapport au paramètre 324
§ 9.9. Intégrales curvilignes 330
Exercices 337
Historique 339

CHAPITRE 10. FONCTIONS ANALYTIQUES 340

§ 10.1. Définitions et exemples 340
§ 10.2. Intégrales curvilignes de fonctions complexes 347
§ 10.3. Théorème de Cauchy et ses conséquences 354
§ 10.4. Résidus et points singuliers isolés 367
§ 10.5. Applications du plan complexe dans lui-même. Fonctions élémentaires 377
Exercices 385
Historique 388

CHAPITRE 11. INTÉGRALES IMPROPRES 389

§ 11.1. Intégrales impropres de première espèce 389
§ 11.2. Intégrales impropres de deuxième et de troisième espèce 400
§ 11.3. Calcul d'intégrales impropres à l'aide de résidus 404
§ 11.4. Intégrales impropres fonctions d'un paramètre 413
§ 11.5. Fonctions gamma et bêta d'Euler 424
Exercices 435
Historique 436

INDICATIONS ET RÉPONSES 437

Bibliographie 447
Index 448

A NOS LECTEURS

Les Editions Mir vous seraient très reconnaissantes de bien vouloir leur communiquer votre opinion sur la traduction et la présentation de ce livre, ainsi que toute autre suggestion que vous voudriez formuler.

Ecrire à l'adresse :
Pervi Rijski péréoulok, 2,
Moscou, I-110, GSP, U.R.S.S.

Imprimé en Union Soviétique