2-510-29-1/1

Ex. 6

3936/57

V. SMIRNOV

2 Sup. 29-1/1

COURS de MATHÉMATIQUES SUPÉRIEURES

tome I

BIBLIOTHEQUE

جامعة البليدة 1
مكتبة المعهد
معهد العلوم و التقنيات التطبيقية

وزارة التعليم و البحث العلمي
المكتبة الجامعية
المركز الجامعي بالبليدة

ÉDITIONS MIR • MOSCOU • 1969

Table des matières

INTRODUCTION 9

CHAPITRE PREMIER. DÉPENDANCE FONCTIONNELLE ET THÉORIE DES LIMITES

I-1. Grandeurs variables 11
I-1-1. La grandeur et sa mesure (11). I-1-2. Le nombre (12). I-1-3. Les grandeurs constantes et variables (14). I-1-4. Intervalle (15). I-1-5. Notion de fonction (16). I-1-6. Procédé analytique pour exprimer une dépendance fonctionnelle (18). I-1-7. Fonctions implicites (20). I-1-8. Tables des fonctions (20). I-1-9. Procédé graphique de représentation des nombres (21). I-1-10. Les coordonnées (23). I-1-11. Graphique et équation d'une courbe (25). I-1-12. Fonction linéaire (27). I-1-13. Accroissement. Propriété fondamentale de la fonction linéaire (28). I-1-14. Graphique du mouvement uniforme (30). I-1-15. Formules empiriques (32). I-1-16. Parabole du second degré (33). I-1-17. Parabole du troisième degré (36). I-1-18. Loi de proportionnalité inverse (37). I-1-19. Fonction $y = ax^n$ (39). I-1-20. Fonctions inverses (41). I-1-21. Fonctions multivoques (42). I-1-22. Fonctions exponentielle et logarithmique (45). I-1-23. Fonctions trigonométriques (ou circulaires) (48). I-1-24. Fonctions trigonométriques (ou circulaires) inverses (52).

I-2. Théorie des limites. Fonctions continues 53
I-2-1. Variable ordonnée (53). I-2-2. Infiniment petits (56). I-2-3. Limite d'une grandeur variable (61). I-2-4. Théorèmes fondamentaux (66). I-2-5. Infiniment grands (68). I-2-6. Variables monotones (69). I-2-7. Critère de Cauchy d'existence d'une limite (71). I-2-8. Variation simultanée de deux grandeurs variables liées par une relation fonctionnelle (75). I-2-9. Exemples (79). I-2-10. Continuité des fonctions (80). I-2-11. Propriétés des fonctions continues (83). I-2-12. Comparaison des infiniment petits et des infiniment grands (87). I-2-13. Exemples (88). I-2-14. Le nombre *e* (90). I-2-15. Propositions non démontrées (94). I-2-16. Les nombres réels (95). I-2-17. Opérations sur les nombres réels (98). I-2-18. Bornes d'un ensemble de nombres. Existence de bornes (100). I-2-19. Propriétés des fonctions continues (102). I-2-20. Continuité des fonctions élémentaires (105).

CHAPITRE II. NOTION DE DÉRIVÉE. APPLICATIONS

II-1. Dérivée et différentielle du premier ordre 109
II-1-1. Notion de dérivée (109). II-1-2. Signification géométrique de la dérivée (111). II-1-3. Dérivées des fonctions simples (114). II-1-4. Dérivées des fonctions de fonction et des fonctions inverses (117). II-1-5. Table des dérivées des fonctions et exemples (122). II-1-6. Notion de différentielle (124). II-1-7. Quelques équations différentielles (127). II-1-8. Estimation des erreurs (129).

II-2. Dérivées et différentielles d'ordre supérieur 131
II-2-1. Dérivées d'ordre supérieur (131). II-2-2. Interprétation mécanique de la dérivée seconde (133). II-2-3. Différentielles d'ordre supérieur (135). II-2-4. Différences des fonctions (136).
II-3. Application de la notion de dérivée à l'étude d'une fonction 138
II-3-1. Critères de croissance et de décroissance d'une fonction (138). II-3-2. Maxima et minima des fonctions (142). II-3-3. Construction de graphiques (147). II-3-4. Plus grande et plus petite valeur d'une fonction (150). II-3-5. Théorème de Fermat (157). II-3-6. Théorème de Rolle (158). II-3-7. Formule de Lagrange (159). II-3-8. Formule de Cauchy (162). II-3-9. Calcul des expressions indéterminées (163). II-3-10. Diverses formes d'indétermination (165).
II-4. Fonctions de deux variables 168
II-4-1. Notions fondamentales (168). II-4-2. Dérivées partielles et différentielle totale d'une fonction de deux variables indépendantes (170). II-4-3. Dérivées des fonctions composées et des fonctions implicites (173).
II-5. Applications géométriques de la notion de dérivée 175
II-5-1. Différentielle d'un arc (175). II-5-2. Convexité, concavité, courbure (177). II-5-3. Asymptotes (180). II-5-4. Construction de courbes (183). II-5-5. Définition paramétrique d'une courbe (185). II-5-6. Equation de Van der Waals (189). II-5-7. Points singuliers des courbes (191). II-5-8. Eléments d'une courbe (195). II-5-9. La chaînette (197). II-5-10. La cycloïde (198). II-5-11. Epicycloïdes et hypocycloïdes (200). II-5-12. Développante du cercle (203). II-5-13. Courbes en coordonnées polaires (204). II-5-14. Spirales (206). II-5-15. Cissoïdes et cardioïde (207). II-5-16. Ovale de Cassini et lemniscate (209).

CHAPITRE III. NOTION D'INTÉGRALE ET APPLICATIONS

III-1. Problèmes fondamentaux du calcul intégral et intégrale indéfinie 211
III-1-1. Notion d'intégrale indéfinie (211). III-1-2. L'intégrale définie comme limite d'une somme (215). III-1-3. Relation entre les intégrales définie et indéfinie (221). III-1-4. Propriétés de l'intégrale indéfinie (226). III-1-5. Table des intégrales les plus simples (227). III-1-6. Règle d'intégration par parties (228). III-1-7. Intégration par changement de variables. Exemples (229). III-1-8. Exemples d'équations différentielles du premier ordre (234).
III-2. Propriétés des intégrales définies 236
III-2-1. Propriétés fondamentales des intégrales définies (236). III-2-2. Théorème de la moyenne (240). III-2-3. Existence de la fonction primitive (243). III-2-4. Cas des fonctions discontinues sous le signe d'intégrale (245). III-2-5. Limites d'intégration infinies. (249). III-2-6. Changement de variable pour une intégrale définie (250). III-2-7. Intégration par parties (252).
III-3. Compléments sur la notion d'intégrale définie 254
III-3-1. Calcul des surfaces (254). III-3-2. Aire d'un secteur (257). III-3-3. Longueur d'un arc (259). III-3-4. Calcul des volumes des corps à partir de leur section transversale (267). III-3-5. Volume d'un corps de révolution (269). III-3-6. Aire d'un corps de révolution (270). III-3-7. Détermination des centres de gravité. Théorèmes de Guldin (274). III-3-8. Calcul approché des intégrales définies; formules des rectangles et des trapèzes (278).

III-3-9. Formule des tangentes et formule de Poncelet (280). III-3-10. Formule de Simpson (281). III-3-11. Calcul d'une intégrale définie avec une borne supérieure variable (286). III-3-12. Méthodes graphiques (286). III-3-13. Aires des courbes à oscillations rapides (290).

III-4. Données complémentaires sur les intégrales définies 291
III-4-1. Notions préliminaires (291). III-4-2. Découpage d'un intervalle et formation de diverses sommes (293). III-4-3. Fonctions intégrables (296). III-4-4. Propriétés des fonctions intégrables (300).

CHAPITRE IV. LES SÉRIES, APPLICATIONS AUX CALCULS APPROCHÉS

IV-1. Notions sur la théorie des séries infinies 305
IV-1-1. Notion de série infinie (305). IV-1-2. Propriétés des séries infinies (306). IV-1-3. Séries à termes positifs. Critères de convergence (309). IV-1-4. Critères de Cauchy et de d'Alembert (311). IV-1-5. Critère intégral de convergence de Cauchy (314). IV-1-6. Séries alternées (316). IV-1-7. Séries absolument convergentes (318). IV-1-8. Critère général de convergence (321).

IV-2. Formule de Taylor et applications 322
IV-2-1. Formule de Taylor (322). IV-2-2. Différentes formes de la formule de Taylor (326). IV-2-3. Séries de Taylor et de Maclaurin (327). IV-2-4. Développement de e^x. (328). IV-2-5. Développement de $\sin x$ et de $\cos x$ (330). IV-2-6. Binôme de Newton (331). IV-2-7. Développement de $\ln(1 + x)$ (337). IV-2-8. Développement de $\operatorname{arc\,tg} x$ (341). IV-2-9. Formules approchées (343). IV-2-10. Maxima, minima et points d'inflexion (345). IV-2-11. Calcul des expressions indéterminées (346).

IV-3. Compléments à la théorie des séries 348
IV-3-1. Propriétés des séries absolument convergentes (348). IV-3-2. Produit de séries absolument convergentes (350). IV-3-3. Critère de Kummer (351). IV-3-4. Critère de Gauss (353). IV-3-5. La série hypergéométrique (355). IV-3-6. Séries doubles (357). IV-3-7. Séries à termes variables. Séries uniformément convergentes (362). IV-3-8. Suites uniformément convergentes des fonctions (365). IV-3-9. Propriétés des suites uniformément convergentes (367). IV-3-10. Propriétés des séries uniformément convergentes (371). IV-3-11. Critères de convergence uniforme (372). IV-3-12. Séries entières. Rayon de convergence (374). IV-3-13. Deuxième théorème d'Abel (375). IV-3-14. Différentiation et intégration d'une série entière (376).

CHAPITRE V. FONCTIONS DE PLUSIEURS VARIABLES

V-1. Dérivées et différentielles de fonctions 380
V-1-1. Notions fondamentales (380). V-1-2. Le passage à la limite (381). V-1-3. Dérivées partielles et différentielle totale du premier ordre (384). V-1-4. Fonctions homogènes (386). V-1-5. Les dérivées partielles d'ordre supérieur (387). V-1-6. Les différentielles d'ordre supérieur (390). V-1-7. Fonctions implicites (392). V-1-8. Exemple (394). V-1-9. Existence des fonctions implicites (396). V-1-10. Courbes dans l'espace et surfaces (398).

V-2. Formule de Taylor, maxima et minima d'une fonction de plusieurs variables 402
V-2-1. Généralisation de la formule de Taylor au cas d'une fonction de plusieurs variables indépendantes (402). V-2-2. Conditions nécessaires d'existence des maxima et minima d'une fonction (404). V-2-3. Etude du maximum et du minimum d'une fonction de deux variables indépendantes (405). V-2-4. Exemples (409). V-2-5. Remarques supplémentaires sur la recherche des maxima et des minima d'une fonction (410). V-2-6. La plus grande et la plus petite valeur d'une fonction (412). V-2-7. Minima et maxima relatifs (413). V-2-8. Remarques complémentaires (416). V-2-9. Exemples (418).

CHAPITRE VI. NOMBRES COMPLEXES, FONDEMENTS DE L'ALGÈBRE SUPÉRIEURE ET INTÉGRATION DES FONCTIONS

VI-1. Les nombres complexes 422
VI-1-1. Les nombres complexes (422). VI-1-2. Addition et soustraction de nombres complexes (425). VI-1-3. Multiplication de nombres complexes (427). VI-1-4. Division des nombres complexes (429). VI-1-5. Puissance d'un nombre complexe (430). VI-1-6. Extraction de racine d'un nombre complexe (433). VI-1-7. Fonction exponentielle (435). VI-1-8. Fonctions trigonométriques et hyperboliques (437). VI-1-9. La chaînette (442). VI-1-10. Logarithme d'un nombre complexe (446). VI-1-11. Grandeurs sinusoïdales et diagrammes vectoriels (447). VI-1-12. Exemples (450). VI-1-13. Courbes définies sous forme complexe (453). VI-1-14. Représentation d'une oscillation harmonique sous forme complexe (455).

VI-2. Propriétés fondamentales des polynômes entiers et calcul de leurs racines 456
VI-2-1. Equation algébrique (456). VI-2-2. Décomposition d'un polynôme en produit de facteurs (458). VI-2-3. Racines multiples (460). VI-2-4. Règle de Horner (462). VI-2-5. Le plus grand commun diviseur (464). VI-2-6. Polynômes réels (465). VI-2-7. Relations entre racines et coefficients d'une équation (466). VI-2-8. Equation du troisième degré (467). VI-2-9. Solution sous forme trigonométrique d'une équation du troisième degré (470). VI-2-10. Méthode itérative (473). VI-2-11. Procédé de Newton (478). VI-2-12. Méthode d'interpolation simple (479).

VI-3. Intégration des fonctions 481
VI-3-1. Décomposition d'une fraction rationnelle en éléments simples (481). VI-3-2. Intégration d'une fraction rationnelle (484). VI-3-3. Intégrale d'expressions contenant des radicaux (486).

VI-3-4. Intégrales du type $\int R\,(x,\ \sqrt{ax^2 + bx + c})\,dx$ (487).

VI-3-5. Intégrales du type $\int R\,(\sin x,\ \cos x)\,dx$ (491). VI-3-6. Intégrales du type $\int e^{ax}\,[P\,(x)\cos bx + Q\,(x)\sin bx]\,dx$ (492).

INDEX 495