

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE POPULAIRE**  
**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE**  
**SCIENTIFIQUE**

**UNIVERSITE SAAD DAHLEB, BLIDA 1**  
**Institut d'Aéronautique et des Etudes Spatiales**



**MEMOIRE DE FIN D'ETUDES**

En vue de l'obtention du diplôme de Master en Aéronautique

**Spécialité : Propulsion Avion**

**Effet de la température sur les propriétés d'un  
matériau composite stratifié  $[\theta_m/90_n]_s$  fissuré et sous  
solicitation de traction uni axiale.**

Par :

- **DOUMAZ Selma**
- **TOUAHRI Redouane**

Devant le jury composé de :

- |                   |              |
|-------------------|--------------|
| • A.BEKHTI        | Président    |
| • K.BAKOUCHE      | Examinatrice |
| • M.KHODJET-KESBA | Encadreur    |
| • B.BOUKERT       | Co-encadreur |

Blida , Septembre 2020

## RESUME

Ce travail de recherche consiste à déterminer l'influence de la température et de l'humidité sur le comportement mécanique d'un stratifié  $[\theta_m/90_n]_s$  à fibres longues et à matrice organique, endommagé par fissuration transverse et sollicité en traction uni axiale. Le but de cette étude est de proposer une modélisation analytique et numérique permettant de décrire le plus précisément possible ce comportement. Pour ce faire, l'étude s'est portée sur deux grands axes : le premier axe traite l'endommagement par fissuration transverse, en utilisant deux types d'approches, une modélisation analytique (modèle de diffusion de cisaillement) basée sur la variation longitudinale des contraintes de cisaillement, ainsi que l'évolution des propriétés élastiques, et une simulation numérique par éléments finis avec le code ABAQUS. Le second axe concerne l'influence couplée du vieillissement hygrothermique et de l'endommagement par fissuration transverse sur le comportement mécanique du matériau composite par modélisation analytique et simulation numérique.

## SUMMARY

This research work consists in determining the influence of temperature and humidity on the mechanical behavior of a long-fiber, organic-matrix laminate  $[\theta_m/90_n]_s$  damaged by transverse cracking and subjected to uni axial tensile stress. The aim of this study is to propose an analytical and numerical modeling to describe this behavior as precisely as possible. for this purpose, the study focused on two main axis: the first deals with the damage by transverse cracking, using two types of approaches, an analytical model (shear lag model) based on the longitudinal variation of shear stresses, as well as the evolution of elastic properties, and a numerical simulation by finite elements with the ABAQUS code. The second axis concerns the combined influence of hygrothermal ageing and damage by transverse cracking on the mechanical behaviour of the composite material by analytical modelling and numerical simulation.

## ملخص

يتناول هذا العمل دراسة تأثير الحرارة والرطوبة على السلوك الميكانيكي للمواد المركبة  $[\theta_m/90_n]_s$  ذات الياف مصفوفة، تخضع لشد احادي المحور والتي تضررت من انشقاق عرضي. الهدف من هذه الدراسة هو تقديم النماذج التحليلية والعديدية، التي تسمح بوصف دقيق للسلوك الميكانيكي للصفائح التالفة، من وجهة نظر خاصة أو عامة. لهذا سنقدم في هذه المذكرة دراسة تنقسم الى قسمين، القسم الاول تحليل الاضرار الناتجة بانشقاق عرضي، بواسطة تحليلين تم تطويرهما، تحليل عددي يهدف لتقييم الخسائر في المواد المركبة، يتمحور على تغيرات الضغط والقص الطولي؛ وكذلك التحليل باستعمال برنامج الالباكيس. القسم الثاني نقوم بدراسة تأثير شروط الحرارة والرطوبة على السلوك الميكانيكي لمادة مركبة  $[\theta_m/90_n]_s$  تخضع لشد احادي المحور والتي تعرضت لضرر نتيجة انشقاق عرضي بواسطة التحليل العددي.

## Remerciements

*Nous tenons à présenter nos remerciements les plus complets à Monsieur Khodjet-Kesba Mohamed , Docteur à l'université de de Blida , qui nous a encadré au quotidien durant ces derniers mois , pour nous avoir accordé toute sa confiance mais aussi pour tout le soutien et les conseils avisés qu'il a su nous apporter en particulier dans la dernière ligne droite de la thèse, nous permettant ainsi d'atteindre les objectifs fixés ainsi que pour sa forte implication concernant l'évolution et la finalisation de ces travaux.*

*Nous remercions aussi notre Co-encadreur, Monsieur Boukert Billel pour ses conseils et son aide durant l'accomplissement de ce travail.*

*Nous remercions vivement Monsieur Bekhti Ahmed d'avoir accepté de présider notre jury de thèse, ainsi que Madame Bakouche Khedaoudj d'avoir accepté la charge d'examinatrice .*

*Nous tenons , enfin, à témoigner toute notre amitié aux personnes qui, par leur sympathie, leurs encouragements et leur bonne humeur, ont rendu le plus agréable possible ce parcours durant ces cinq dernières années .*

*Un grand merci à toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à l'avancement de ces travaux de thèse.*

## *Dédicace 1 :*

*A mes parents, sans qui je ne serai sans doute pas là aujourd'hui,*

*Ma maman qui est pour moi l'incarnation de l'amour pur , du dévouement , de la bonté et de la tendresse , qui m'a toujours encouragée , soutenue et poussé à donner le meilleur de moi-même , qui n'a jamais cessé de prier pour moi , et qui a tant donné et sacrifié pour moi depuis toujours sans jamais se plaindre .*

*Mon papa, mon héros sans cap, qui m'a nourri d'un amour inconditionnel tout au long de ma vie, qui a toujours cru en moi et m'a encouragé quand je doutais de moi-même, qui m'a accompagné à chacun de mes examens sans exception, à qui je ne serai jamais assez reconnaissante pour tout ce qu'il a donné pour moi.*

*Je leur dédie ce travail en témoignage de mon profond amour et de ma reconnaissance. Puisse Dieu, le tout puissant, les préserver et leur accorder santé, longue vie et bonheur.*

*A ma grande sœur Yasmine et mon grand frère Abdenour, qui m'ont encouragée, soutenue, remonté le moral et ont toujours su me redonner le sourire.*

*A toute ma famille qui m'a soutenu tout au long de ce cursus et qui a cru en moi.*

*A mon binôme Touahri Redouane, sans qui le déroulement de ce travail n'aurait jamais été le même, qui m'a supporté et a toujours su garder sa bonne humeur tout au long de ce mémoire.*

*A mon mentor Mr.Allouche , qui n'a jamais cessé de croire en mon potentiel , m'a encouragée durant ces cinq ans et qui beaucoup influé sur mon parcours.*

*A toutes ces personnes rencontrées durant mon cursus, ces amis qui sont devenus une famille et qui ont fait de ce parcours un parcours mémorable.*

***Doumaz Selma***

## *Dédicace 2 :*

*A*vec l'expression de ma reconnaissance, je dédie ce modeste travail à ceux qui, quels que soient les termes embrassés, je n'arriverais jamais à leur exprimer mon amour sincère.

- ❖ *A* l'homme, ma précieuse offre de dieu, à qui je dois ma vie, ma réussite  
et tout mon respect : mon cher père.
- ❖ *A* la femme qui a souffert sans me laisser souffrir, qui n'a jamais dit  
non à mes exigences et qui n'a épargné aucun effort pour me rendre  
heureux : mon adorable mère.
- ❖ *A* mes chères sœurs qui n'ont pas cessé de me conseiller, encourager et soutenir  
tout au long de mes études. Que Dieu les protège et leur offre la chance et le bonheur.
- ❖ *A* mes oncles et mes tantes. Que Dieu leur donne une longue et joyeuse vie.
  - ❖ *A* tous les cousins, et les amis que j'ai connu jusqu'à maintenant.  
Merci pour leurs amours et leurs encouragements.
- ❖ *S*ans oublier mon binôme DOUMAZ Selma pour son soutien moral, sa patience  
et sa compréhension tout au long de ce projet

***TOUAHRI Redouane***

## TABLE DES MATIERES

RESUME	
REMERCIEMENT	
DEDICACES	
TABLE DES MATIERS	
LISTE DES ILLUSTRATIONS GRAPHIQUES ET TABLEAUX	
LISTE DES SYMBOLES	
INTRODUCTION .....	16
1. RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE .....	18
1.1 Introduction .....	18
1.2 Structures composites stratifiées.....	19
1.3 Définition de l'endommagement .....	20
1.4 Echelles d'endommagement .....	21
1.5 Mode d'endommagement.....	22
1.6 Mécanismes d'endommagement .....	23
1.7 Densité de fissuration.....	27
1.8 Présentation du problème .....	28
1.9 Travaux effectués .....	28
1.10 Définition du sujet.....	33
2. MODELISATION DE LA FISSURATION TRANSVERSE.....	34
2.1 Introduction .....	34
2.2 Modélisation analytique .....	34
2.3 Module de Young longitudinal.....	48
2.4 Coefficient de poisson .....	50
2.5 Module de cisaillement longitudinal.....	50
2.6 Modélisation par éléments finis .....	51
2.7 Conclusion .....	53
3. MODELISATION DU VIEILLISSEMENT HYGROTHERMIQUE.....	55
3.1 Introduction .....	55
3.2 Vieillissement naturel et accéléré.....	55
3.3 Types de vieillissement.....	56
3.4 Caractérisation du matériau .....	57
3.5 Introduction du vieillissement sur les propriétés mécaniques du matériau et le modèle de tsai.....	59

3.6 Interprétations .....	66
3.7 Validation des résultats .....	68
4. SIMULATION ET RÉSULTATS DES STRATIFIÉS FISSURÉS AVEC CHARGEMENT MÉCANIQUE .....	70
4.1 Introduction .....	70
4.2 Simulation et résultats des stratifiés fissurés avec chargement mécanique uniquement .....	70
4.3 Simulation et résultats des stratifiés fissurés avec chargement mécanique uniquement .....	110
4.3.1 Introduction .....	110
4.3.2 Organigramme .....	110
4.3.3 Variation de la température et humidité sur la réduction de la rigidité relative...	113
4.3.4 Variation de la température et humidité sur la réduction du coefficient de poisson.....	115
4.3.5 Variation de la température et humidité sur l'évolution de la contrainte longitudinale dans le stratifié [0/90 <sub>n</sub> ]s.....	117
4.3.6 Variation de la température et humidité sur l'évolution de la contrainte de cisaillement inter laminaire dans le stratifié [0/90 <sub>n</sub> ]s.....	120
4.3.7 Conclusion .....	122
CONCLUSION GENERALE .....	124
BIBIOGRAPHIE.....	126

## LISTE DES SYMBOLES

a, c, f, h, b, e : constantes empiriques

(a) : Rapport géométrique de fissuration

$A_{0/R}$  : Energie d'activation

$C_{ini}$  : Concentration initiale

C : Concentration de l'humidité

$C_s$  : Concentration à la saturation

D : Diffusivité

$E_{fx}$  : Module longitudinal de Young dans la direction de la fibre

$E_{fy}$  : Module transversal de Young dans la direction de la fibre

$E_x$  : Module longitudinal de Young dans le pli fissuré

$E_{x0}$  : Module longitudinal de Young dans le pli non fissuré

$E_y$  : Module transversal de Young dans le pli

$E_{0y}$  : Module transversal de Young dans le pli à température de référence

$G_{fx}$  : Module de cisaillement de la fibre

$G_{xz}^{\theta}$  : Module de cisaillement longitudinal

$G_{xz}^{90}$  : Module de cisaillement transversal

$G_m$  : Module de cisaillement de la matrice

$G_{xy}$  : Module de cisaillement dans le pli

$G_{0xy}$  : Module de cisaillement du stratifié à la température de référence

h : Demi épaisseur du stratifié

$h_k$  : Epaisseur du pli d'ordre k

l : Demi longueur entre deux fissures consécutives

n : Nombre de couches à 90°

m : Nombre de couches à 0°

$S_{ij}$  : Élément de la matrice de souplesse (i,j,1,2,3)

$\Delta T$  : Température d'opération – température de cuisson

$T^*$  : Température adimensionnelle

$T_{opr}$  : Température d'utilisation

$T_g$  : Température de transition

$T_{0g}$  : Température de transition à la température de référence

$T_{rm}$  : Température de référence

$t$  : Temps

$t_{\theta}$  : Epaisseur de la couche à  $\theta^{\circ}$

$t_{90}$  : Demi-épaisseur de la couche à  $90^{\circ}$

$u_{\theta}(x, z)$  : Déplacement longitudinal dans la couche à  $\theta^{\circ}$

$\overline{u_{\theta}}(x)$  : Déplacement longitudinal moyen dans la couche à  $\theta^{\circ}$

$\overline{u_{90}}(x)$  : Déplacement longitudinal moyen dans la couche à  $90^{\circ}$

$u_{90}(x, z)$  : Déplacement longitudinal dans la couche à  $90^{\circ}$

$x$  : Coordonnée longitudinale

$x, y, z$  : Repère du pli

$\alpha$  : Rapport d'épaisseur

$\sigma_c$  : Contrainte de traction appliquée

$\sigma_i^{90}$  : Contraintes dans la couche  $90^{\circ}$  avec ( $i=x,y,z$ )

$\sigma_i^0$  : Contraintes dans la couche  $\theta^{\circ}$  avec ( $i=x,y,z$ )

$\tau$  : Contrainte de cisaillement

$\nu_{xy}$  : Coefficient de poisson longitudinal

$\nu_{yz}$  : Coefficient de poisson transverse

$\theta$  : Angle de la couche

$\eta$  : Paramètre de transfert de charge

$\xi$  : Disposition des fissures

## LISTE DES ILLUSTRATIONS GRAPHIQUES ET TABLEAUX

Figure 1.1 : Stratifié constitué de couches parfaitement liées.....	19
Figure 1.2 : Désignation du stratifié.....	20
Figure 1.3 : Principaux endommagements rencontrés dans un matériau composite.....	22
Figure 1.4 : Modes d'endommagements dans un stratifié croisé.....	23
Figure 1.5 : Fissures transverses dans un stratifié $[0_m/90_n]$ .....	24
Figure 1.6 : fissuration transversale de la matrice.....	24
Figure 1.7 : fissuration longitudinale de la matrice.....	25
Figure 1.8 : Mécanisme de délaminage.....	25
Figure 1.9 : Phénomène de décohésion fibre-matrice.....	26
Figure 1.10 : Mécanisme de rupture des fibres.....	26
Figure 1.11 : Evolution de la densité de fissures au sein du pli à $90^\circ$ d'un stratifié carbone /époxy de séquence $[0_m/90_n]_s$ , en fonction de la contrainte de traction monotone.....	27
Figure 2.1 : Stratifié croisé endommagé par fissuration transverse.....	35
Figure 2.2 : fissuration transverse et cellule élémentaire.....	36
Figure 2.3 : Contraintes exercées sur un élément de la couche à $90^\circ$ .....	40
Figure 2.4 : Cellule élémentaire et fissuration transverse.....	49
Figure 2.5 : Un quart de la cellule élémentaire endommagée par fissuration transverse.....	52
Figure 2.6 : application des conditions aux limites et force de traction un quart d'élément...	52
Figure 2.7 : maillage quadratique d'un quart de la plaque composite.....	53
Figure 3.1 : Pénétration d'un solvant dans un polymère.....	57
Figure 3.2 : Réaction de l'hydrolyse.....	57
Figure 3.3 : Organigramme du calcul des propriétés vieilles par AEROTSA.....	62
Figure 3.4 : Effet de la variation de température sur le module de Young longitudinal pour le T300/5208 à différents niveaux de concentration.....	65
Figure 3.5 : Effet de la variation de température sur le module de Young transversal pour le T300/5208 à différents niveaux de concentration.....	65
Figure 3.6 : Effet de la variation de température sur le module de cisaillement longitudinal pour le T300/5208 à différents niveaux de concentration.....	66

Figure 3.7 : Effet de la variation de température sur le coefficient de Poisson longitudinal pour le T300/5208 à différents niveaux de concentration.....	66
Figure 4.1 : Organigramme FISSTRANS.....	72
Figure 4.2 : variation de la contrainte longitudinale pour un stratifié $[0/90_2/0]$ avec $\alpha=1/2$ , $a=5$ pour différentes géométries de fissure.....	74
Figure 4.3 : variation de la contrainte longitudinale pour un stratifié $[0/90_2/0]$ pour $\alpha=1/2$ et $a=5$ pour différents types de fissures .....	74
Figure 4.4 : Variation de la contrainte longitudinale dans composite stratifié $[0,90]_s$ endommagé par fissuration transverse de la couche orientée à $90^\circ$ .....	76
Figure 4.5 : Variation de la contrainte longitudinale dans composite stratifié $[20,90]_s$ endommagé par fissuration transverse de la couche orientée à $90^\circ$ .....	77
Figure 4.6 : Variation de la contrainte longitudinale dans composite stratifié $[45,90]_s$ endommagé par fissuration transverse de la couche orientée à $90^\circ$ .....	78
Figure 4.7 : Variation de la contrainte longitudinale dans composite stratifié $[60,90]_s$ endommagé par fissuration transverse de la couche orientée à $90^\circ$ .....	79
Figure 4.8 : Variation de la contrainte longitudinale de stratifié $[0/90_2]_s$ pour $\alpha=1/2$ et différentes valeurs de rapport géométrique de fissuration $a=25, 10, 5$ . .....	80
Figure 4.9 : Variation de la contrainte longitudinale de stratifié $[20/90_2]_s$ pour $\alpha=1/2$ et différentes valeurs de rapport géométrique de fissuration $a=25, 10, 5$ .....	81
Figure 4.10 : Variation de la contrainte longitudinale de stratifié $[45/90_2]_s$ pour $\alpha=1/2$ et différentes valeurs de rapport géométrique de fissuration $a=25, 10, 5$ . .....	82
Figure 4.11 : Variation de la contrainte longitudinale de stratifié $[60/90_2]_s$ pour $\alpha=1/2$ et différentes valeurs de rapport géométrique de fissuration $a=25, 10, 5$ . .....	83
Figure 4.12 : Variation de la contrainte de cisaillement inter laminaire longitudinale dans composite stratifié croisé $[0/90_2]_s$ endommagé par fissuration transverse de la couche orientée à $90^\circ$ . .....	86
Figure 4.13 : Variation de la contrainte de cisaillement inter laminaire longitudinale dans composite stratifié $[20/90_2]_s$ endommagé par fissuration transverse de la couche orientée à $90^\circ$ .....	87
Figure 4.14 : Variation de la contrainte de cisaillement inter laminaire longitudinale dans composite stratifié $[45/90_2]_s$ endommagé par fissuration transverse de la couche orientée à $90^\circ$ .....	88
Figure 4.15 : Variation de la contrainte de cisaillement inter laminaire longitudinale dans composite stratifié $[60/90_2]_s$ endommagé par fissuration transverse de la couche	

orientée à 90°.....	89
Figure 4.16 : Variation de la contrainte de cisaillement inter laminaire longitudinale de stratifié [0/90 <sub>2</sub> ] <sub>s</sub> pour $\alpha=1/2$ et différentes valeurs du rapport géométrique de fissuration a=25,10,5.....	90
Figure 4.17 : Variation de la contrainte de cisaillement inter laminaire longitudinale de stratifié [20/90 <sub>2</sub> ] <sub>s</sub> pour $\alpha=1/2$ et différentes valeurs du rapport géométrique de fissuration a=25, 10,5.....	91
Figure 4.18 : Variation de la contrainte de cisaillement inter laminaire longitudinale de stratifié [45/90 <sub>2</sub> ] <sub>s</sub> pour $\alpha=1/2$ et différentes valeurs du rapport géométrique de fissuration a=25, 10,5.....	92
Figure 4.19 : Variation de la contrainte de cisaillement inter laminaire longitudinale de stratifié [60/90 <sub>2</sub> ] <sub>s</sub> pour $\alpha=1/2$ et différentes valeurs du rapport géométrique de fissuration a=25, 10,5.....	93
Figure 4.20 : Evolution de la variation de la contrainte longitudinale par modèle parabolique entre les stratifiés [0/90] <sub>s</sub> , [20/90] <sub>s</sub> , [45/90] <sub>s</sub> , [60/90] <sub>s</sub> .....	94
Figure 4.21 : comparaison d'évolution de variation de contrainte longitudinale par modèle parabolique entre les stratifié [0/90] <sub>s</sub> , [60/90] <sub>s</sub> .....	95
Figure 4.22 : Comparaison de l'évolution de la contrainte de cisaillement interlaminaire longitudinale entre les stratifiés [0/90] <sub>s</sub> , [20/90] <sub>s</sub> , [45/90] <sub>s</sub> , [60/90] <sub>s</sub> pour différents $\theta^\circ$ ...	96
Figure 4.23 : Comparaison de l'évolution de la contrainte de cisaillement interlaminaire longitudinale entre les stratifiés [0/90] <sub>s</sub> , [60/90] <sub>s</sub> pour $\theta=0^\circ$ et $60^\circ$ .....	97
Figure 4.24 : Comparaison entre la réduction du module de Young en fonction de la densité de fissuration pour le stratifié [0/90] <sub>s</sub> AS4-3502 et l'expérimental [18].....	98
Figure 4.25 : Comparaison entre la réduction du module de Young en fonction de la densité de fissuration pour le stratifié [0/90 <sub>2</sub> ] <sub>s</sub> AS4-3502 et l'expérimental [18].....	98
Figure 4.26 : Comparaison entre la réduction du module de Young en fonction de la densité de fissuration pour le stratifié [0/90 <sub>3</sub> ] <sub>s</sub> AS4-3502 et l'expérimental [18].....	99
Figure 4.27 : Réduction du module de Young longitudinal en fonction de la densité de fissurations pour le stratifié GF/EP [0/90 <sub>4</sub> ] <sub>s</sub> .....	100
Figure 4.28 : Réduction du module de Young longitudinal en fonction de la densité de fissuration pour le stratifié GF/EP [ $\pm 15/90_4$ ] <sub>s</sub> .....	100
Figure 4.29 : Réduction du module de Young longitudinal en fonction de la densité de fissuration pour le stratifié GF/EP [ $\pm 30/90_4$ ] <sub>s</sub> . ....	101
Figure 4.30 : Réduction du module de Young longitudinal en fonction de la densité de	

fissuration pour le stratifié GF/EP [ $\pm 40/90_4$ ]s .....	101
Figure 4.31 : Réduction de la rigidité longitudinale en fonction de la densité de fissuration pour différents angles $\theta^\circ$ (hors fissure) pour le stratifié [ $\theta/90_3$ ]s.....	102
Figure 4.32 : Réduction de la rigidité longitudinale en fonction des angles de fibre $\theta^\circ$ (hors fissuration) pour différentes densités de fissuration pour le stratifié [ $\theta/90_3$ ]s .....	102
Figure 4.33 : Réduction de la rigidité longitudinale en fonction des angles de fibre $\theta^\circ$ (Hors fissuration) pour différents rapports d'épaisseur avec $\rho = 0.3$ (1/mm).....	103
Figure 4.34 : Réduction du module de cisaillement longitudinal en fonction de la densité de fissuration pour le stratifié verre /époxy [ $0/90_n$ ]s avec différents rapports d'épaisseur.....	104
Figure 4.35 : Réduction du module de cisaillement longitudinal en fonction de la densité de fissuration pour le stratifié verre /époxy [ $\theta/90$ ]s avec différents angles de fibre $\theta^\circ$ .....	105
Figure 4.36 : Réduction du module de cisaillement en fonction des angles de fibre (Hors fissuration) pour différentes densités de fissuration pour le stratifié [ $\theta/90$ ]s ( $t_{90}=0.61$ mm)...	105
Figure 4.37 : Réduction du module de cisaillement en fonction des angles de fibre (hors fissuration) pour différents rapports d'épaisseur avec $\rho = 0.3$ (1/mm).....	106
Figure 4.38 : Réduction du coefficient de Poisson en fonction de la densité de fissuration pour le stratifié GF/EP [ $0_2/90_4$ ]s .....	107
Figure 4.39 : Réduction du coefficient de Poisson en fonction de la densité de fissuration pour le stratifié GF/EP [ $\pm 15/90_4$ ]s .....	107
Figure 4.40 : Réduction du coefficient de Poisson en fonction de la densité de fissuration pour le stratifié GF/EP [ $\pm 30/90_4$ ]s.....	108
Figure 4.41: Réduction du coefficient de Poisson en fonction de la densité de fissuration pour le stratifié GF/EP [ $\pm 40/90_4$ ]s.....	108
Figure 4.42 : Réduction du coefficient de Poisson en fonction de la densité de fissuration pour différents angles $\theta$ (hors fissure) pour le stratifié [ $\pm\theta/90_4$ ]s.....	108
Figure 4.43 : Réduction du coefficient de Poisson en fonction des angles d'orientation des fibres (hors fissuration) pour différentes densités de fissuration pour le stratifié [ $\pm\theta/90_4$ ]s.	109
Figure 4.44 : Organigramme de l'AEROVIEILL.....	112
Figure 4.45 : Réduction de la rigidité relative pour graphite/époxy ( $V_f=0.7$ ) en fonction de la densité de fissures pour [ $0/90_3$ ]s modèle parabolique.....	114
Figure 4.46 : Réduction de la rigidité relative pour graphite/époxy ( $V_f=0.7$ ) en fonction de la densité de fissures pour [ $45/90_3$ ]s modèle parabolique.....	114
Figure 4.47 : Réduction de la rigidité relative pour graphite/époxy ( $V_f=0.7$ ) en fonction de la	

densité de fissures pour $[60/90_3]_s$ modèle parabolique.....	115
Figure 4.48 : Réduction du coefficient de Poisson en fonction de la densité de fissures pour $[0/90_3]_s$ modèle parabolique.....	116
Figure 4.49 : Réduction du coefficient de Poisson en fonction de la densité de fissures pour $[45/90_3]_s$ modèle parabolique.....	116
Figure 4.50 : Réduction du coefficient de Poisson en fonction de la densité de fissures pour $[60/90_3]_s$ modèle parabolique. ....	116
Figure 4.51 : Variation de la contrainte longitudinale dans le stratifié $[0/90_3]_s$ pour ( $\alpha=1/3$ et $a=25$ ).....	117
Figure 4.52 : Variation de la contrainte longitudinale dans le stratifié $[0/90_3]_s$ pour ( $\alpha=1/3$ et $a=2.5$ ) .....	117
Figure 4.53 : Variation de la contrainte longitudinale dans le stratifié $[45/90_3]_s$ pour ( $\alpha=1/3$ et $a=25$ ) .....	118
Figure 4.54 : Variation de la contrainte longitudinale dans le stratifié $[45/90_3]_s$ pour ( $\alpha=1/3$ et $a=2.5$ ) .....	118
Figure 4.55 : Variation de la contrainte longitudinale dans le stratifié $[60/90_3]_s$ pour ( $\alpha=1/3$ et $a=25$ ). ....	118
Figure 4.56 : Variation de la contrainte longitudinale dans le stratifié $[60/90_3]_s$ pour ( $\alpha=1/3$ et $a=2.5$ ) .....	118
Figure 4.57 : Comparaison des évolutions de la contrainte longitudinale le long du stratifié $[0/90_3]_s$ pour $a= 2.5$ sous deux différentes conditions hygrothermiques.....	119
Figure 4.58 : Comparaison des évolutions de la contrainte longitudinale le long du stratifié $[0/90_3]_s$ pour $a= 25$ sous deux différentes conditions hygrothermiques.....	119
Figure 4.59 : Variation de la contrainte de cisaillement inter laminaire dans le stratifié $[0/90_3]_s$ pour ( $\alpha=1/3$ et $a =25$ ).....	120
Figure 4.60 : Variation de la contrainte de cisaillement inter laminaire dans le stratifié $[0/90_3]_s$ pour ( $\alpha=1/3$ et $a =2.5$ ) .....	120
Figure 4.61 : Variation de la contrainte de cisaillement inter laminaire dans le stratifié $[45/90_3]_s$ pour ( $\alpha=1/3$ et $a =25$ ).....	121
Figure 4.62 : Variation de la contrainte de cisaillement inter laminaire dans le stratifié $[45/90_3]_s$ pour ( $\alpha=1/3$ et $a =2.5$ ) .....	121
Figure 4.63 : Variation de la contrainte de cisaillement inter laminaire dans le stratifié	

[60/90 <sub>3</sub> ] <sub>s</sub> pour ( $\alpha=1/3$ et $a=25$ ). .....	121
Figure 4.64 : Variation de la contrainte de cisaillement inter laminaire dans le stratifié [60/90 <sub>3</sub> ] <sub>s</sub> pour ( $\alpha=1/3$ et $a=25$ ). .....	121
Figure 4.65 : Comparaison des évolutions de la contrainte longitudinale le long du stratifié [0/90 <sub>3</sub> ] <sub>s</sub> pour $a=2.5$ sous deux différentes conditions hygrothermiques.....	122
Tableau 3.1 : Caractéristiques des fibres et matrice du T300/5208, [58].....	63
Tableau 3.2 : Caractéristiques de variation de température et d'humidité, [58] ]......	63
Tableau 3.3 : Propriétés du T300/5208 $T_r=22^\circ\text{C}$ et $C=0.5\%$ , [58] ]......	63
Tableau 3.4 : Caractéristiques de diffusion du T300/5208, [58] ]......	63
Tableau 3.5 : Choix des environnements.....	64
Tableau 3.6 : Taux de réduction des propriétés mécaniques $T=60^\circ\text{C}$ , $C=0\%$ , $C=0.15\%$ , $C=1\%$ , $C=1.5\%$ .....	68
Tableau 3.7 : Taux de réduction des propriétés mécaniques $T=120^\circ\text{C}$ , $C=0\%$ , $C=0.15\%$ , $C=1\%$ , $C=1.5\%$ .....	68
Tableau 4.1 : Propriétés élastiques de l'AS4-3502. ....	73

## INTRODUCTION

Alors que leur développement remonte aux années 60, les matériaux composites commencent à peine aujourd'hui à supplanter leurs rivaux métalliques dans les applications aéronautiques. Les avions commerciaux développés récemment laissent une place de plus en plus prépondérante à ces matériaux réputés pour leurs qualités mécaniques et leur faible masse. En une vingtaine d'années, les matériaux composites ont considérablement évolué aussi bien dans leurs caractéristiques qu'au niveau des procédés de mise en œuvre. Ainsi, on est passé du Jumbo Jet 747 dont 1 % de la masse totale de la cellule est composé de fibre de verre, soit de matériaux composites, au Boeing 787 dont les matériaux composites représentent 50% de la masse totale de la cellule. [1]

De manière générale, Un matériau composite est constitué de l'assemblage de deux matériaux de natures différentes, se complétant et permettant d'aboutir à un matériau dont l'ensemble des performances est supérieur à celui des composants pris séparément. [2]

La conception d'une structure composite est néanmoins plus complexe que la conception d'une structure métallique car le composite est fait sur mesure pour la structure étudiée. On a coutume de dire que « le matériau ne préexiste pas à la structure ». Par exemple, si l'on considère un matériau composite formé de plis stratifiés ; le nombre, la direction et la nature des plis dépendront des sollicitations mécaniques dans chaque zone de la structure. [3]

L'introduction des matériaux composites est cependant progressive et prudente à cause de leur durée de vie qui demeure difficile à prédire. Leur comportement à long terme est d'autant plus aléatoire qu'ils sont soumis à des contraintes mécaniques extérieures ou exposés à de hautes températures et différents taux d'humidité.

Les modes d'endommagement des matériaux composites sont totalement différents de ceux des métaux. En fait, le concept de rupture finale, occasionnée par l'amorçage et la propagation de fissures, connu dans le cas des matériaux homogènes et isotropes, n'est plus applicable dans le cas des matériaux composites. Leur structure hétérogène et anisotrope provoque des modes d'endommagement complexes et progressifs. En chargements statique ou cyclique l'initiation et la propagation des endommagements se déroulent selon une série d'événements. La rupture des stratifiés est généralement soudaine et résulte de l'accumulation de micro-endommagements (fissuration de la matrice, décohésion à l'interface fibre-matrice et rupture de fibres).

Dans le cas d'un stratifié  $[\theta_m/90_n]_s$  soumis à une sollicitation de traction monotone, le premier type d'endommagement qui apparaît est la fissuration transverse des couches orientées à  $90^\circ$ , beaucoup de recherches ont été développées [4-5] qui tentent d'évaluer la répartition des contraintes et la dégradation de la rigidité due à des micro-fissures dans les stratifiés. [6]

Cette recherche s'inscrit, en premier lieu dans le cadre de l'étude du comportement des structures composites fissurées et soumises à des efforts de traction uni axiale à travers l'étude des propriétés élastiques. Pour ce faire, deux approches ont été utilisées :

- Une approche analytique faisant appel à la méthode de diffusion de cisaillement (Shear Lag) qui s'intéresse à l'étude du champ de déplacement (parabolique ou progressif).
- Une approche numérique utilisant un modèle par éléments finis.

En Second lieu, les effets de vieillissement dus à l'environnement qui sont la température et l'humidité, sur les constituants élémentaires du composite qui sont les fibres et la matrice sont étudiés à travers le modèle de Tsai.

Dans le but d'effectuer cette étude, notre travail a été divisé en 4 chapitres :

- Le premier chapitre est une recherche bibliographie regroupant les différents modes d'endommagement des matériaux composites notamment, les microfissures dans la matrice ou à l'interface des plis, décohésions fibre/matrice, arrachement des fibres ainsi que des ruptures de fibres, et les différents travaux effectués dans l'axe de vieillissement des matériaux composites.
- Le second chapitre traite la modélisation analytique du comportement mécanique d'un matériau composite de type  $[\theta_m/90_n]_s$  endommagé par fissuration transverse et soumis à une traction uni axiale.
- Le troisième chapitre est consacré à l'étude de l'effet de la température et de l'humidité sur le vieillissement des matériaux composites à matrice polymère.
- Le quatrième chapitre présente deux parties :
  - la première partie est une représentation des résultats obtenus par l'analyse numérique (avec le code MAPLE) et la simulation numérique du comportement du matériau composite fissuré. la simulation numérique s'est portée sur la méthode par éléments finis avec le code ABAQUS.
  - La seconde partie quant à elle est consacrée à l'étude par modèle analytique et simulation numérique de l'influence de la température et humidité sur le comportement mécanique d'un matériau composite  $[\theta_m/90_n]_s$  fissuré et soumis à une traction uni axiale.
- En dernier lieu, une conclusion générale portant sur l'interprétation des résultats obtenus et les perspectives à envisager sera donnée.

## CHAPITRE 1

### RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

#### 1.1 Introduction :

Les composites multicouches sont utilisés dans de nombreux composants aéronautiques en raison de leur faible poids, de leur résistance importante et de leur durée de vie. Dans ce type d'équipement, ils sont soumis à de fortes contraintes et à des écarts de températures importants. Les composites stratifiés à fibres longues de carbone et à matrice époxy présentent d'excellentes propriétés mécaniques spécifiques. Dans les industries aérospatiale et aéronautique, ils ont pris une place importante dans certaines pièces de structures.

Néanmoins, autant ces composites stratifiés peuvent avoir une résistance et une raideur très élevée dans le sens des fibres, autant, leur résistance sur les plis perpendiculaires au chargement est faible. La contrainte pour laquelle des fissures apparaissent étant plus faible dans la direction perpendiculaire que dans le sens des fibres, un réseau de fissures apparaît dans la couche 90°. Cette dégradation du composite a été étudiée par de nombreux auteurs. Expérimentalement, il a été observé que les différents mécanismes d'endommagement dans les stratifiés croisés sont la fissuration transverse, le délaminage en pointe de fissure ou inter laminaire et la fissuration longitudinale [7]. L'ordre et la séquence d'apparition de ces endommagements dépendent principalement des paramètres suivant : la nature des constituants fibre/matrice, l'architecture de la plaque stratifiée, le processus de fabrication et de mise en forme ainsi que les différents types de sollicitations. La rupture finale du composite résulte de la propagation et de l'accumulation de ces trois types d'endommagement.

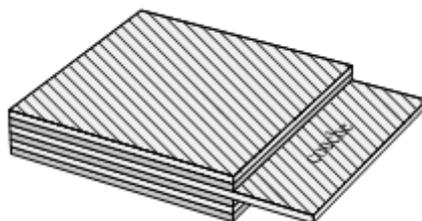
Dans la littérature, ces endommagements ont généralement été étudiés de manière séparée : les études portent soit sur la propagation des fissures transverses par une méthode analytique ou numérique [8], soit sur un modèle analytique de délaminage [9]. Cependant quelques auteurs étudient le rôle des fissures transverses dans le déclenchement du délaminage entre les couches. Par exemple, Wang et Karihaloo [10] étudient le meilleur empilement [0/45/90] pour réduire la concentration de contrainte en pointe de fissure et la

constante de cisaillement en mode II à l'interface. En raison de l'hétérogénéité du matériau composite, des études probabilistes ont aussi été réalisées par deux approches : certains [12-8] utilisent un critère probabiliste sur la répartition de contrainte critique alors que [11] utilise un critère de répartition aléatoire sur le taux de restitution d'énergie critique. [13]

## 1.2 Structures composites stratifiées :

Les structures composites stratifiées sont constituées de couches successives de renforts imprégnés de résines. Les couches sont également nommées plis. Les structures stratifiées réalisées à partir de matériaux composites sont constituées d'empilements de nappes unidirectionnelles ou bidirectionnelles. Ces nappes sont formées de renforts en fibres longues liées par la résine. Le rôle du renfort est d'assurer la fonction de résistance mécanique aux efforts. La résine assure quant à elle la cohésion entre les renforts de manière à répartir les sollicitations mécaniques. Les pièces structurales sont réalisées par empilement de nappes en optimisant les directions des renforts en fonction des charges qu'elles doivent subir.

Les matériaux composites sont modélisés à une échelle intermédiaire entre l'échelle microscopique associée aux constituants de base du composite (le renfort et la matrice) et l'échelle macroscopique liée à la structure. À cette échelle, appelée méso-échelle, une structure stratifiée est schématisée par un empilement de monocouches homogènes dans l'épaisseur et d'interfaces inter-laminaires. La couche et l'interface sont les deux entités appelées méso-constituants, comme illustré sur la Figure 1.1, qui forme les bases des modèles dédiés à l'étude des structures stratifiées. [14]



**Figure 1.1 :** Stratifié constitué de couches parfaitement liées

### 1.2.1 Désignation des structures stratifiées

La désignation des structures stratifiées est délicate car il faut préciser les axes de référence. Un stratifié est codifié de la façon suivante [14] :

- chaque couche est désignée par un nombre indiquant la valeur en degré de l'angle que fait la direction des fibres avec l'axe de référence  $x$ . Sur les figures 1.2(a) et 1.2(b), les couches sont représentées décalées les unes par rapport aux autres. La structure stratifiée est décrite de bas en haut ;
- les couches sont nommées successivement entre crochet en allant de la face inférieure à la face supérieure. Les couches successives sont séparées par le symbole « / » comme l'exemple de la figure 1.2(a) :  $[-45/45/-45/-45/45/-45]$  ;
- les couches successives d'un même matériau et de même orientation sont désignées par un indice numérique, comme l'exemple de la figure 1.2(b) :  $[0/45_2/90/-45_2/0]$  ;
- en cas de stratification hybride (différents matériaux dans un même stratifié), il faut préciser par un indice la nature de la couche ;
- en cas de structures symétriques, la moitié est codifiée et le symbole  $s$  indique la symétrie :  $[-45/45/-45/-45/45/-45]$  devient  $[-45/45/-45]_s$

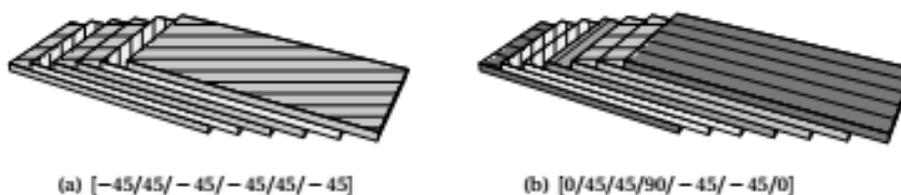


Figure 1.2 - Désignations du stratifié.

### 1.3 Définition de l'endommagement

L'endommagement désigne les phénomènes de création de nouvelles surfaces au sein d'un matériau sous l'effet d'une sollicitation. Krajcinovic définit l'endommagement comme

une augmentation de la taille ou du nombre de fissures. Ceci engendre une diminution des caractéristiques mécaniques du système qui mène à sa ruine. [15]

L'évolution du comportement mécanique d'un matériau, depuis son état initial jusqu'à sa rupture est décrit par la théorie de l'endommagement [LEMA 1988], [CHAB 1988], [FRAN 1993], [LEMA 1996].

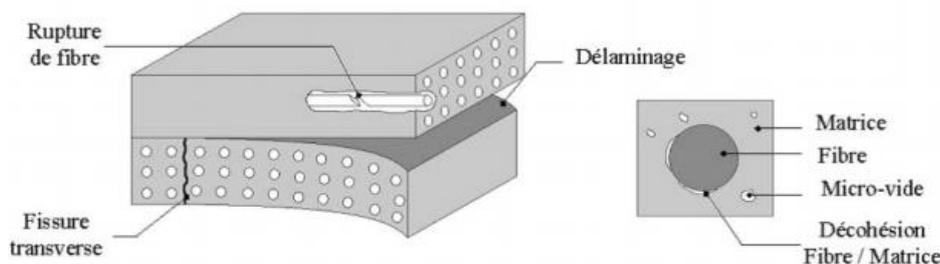
Généralement, la compréhension des mécanismes de fissuration est abordée de deux manières distinctes :

- Par la mécanique de la rupture quand les fissures ont une taille de l'ordre de celle de la structure dans laquelle elles se développent. Dans ce cas, les auteurs s'attachent à l'étude de leur amorçage et leur propagation.
- Par la mécanique de l'endommagement quand les fissures ont une taille de l'ordre de celle de l'élément de volume du matériau. Dans ce cas, les études menées évaluent la conséquence du phénomène au niveau des propriétés mécaniques du matériau.

#### **1.4 Echelles d'endommagement :**

Contrairement aux matériaux métalliques, pour lesquels l'endommagement dépend du chargement imposé, les composites présentent toujours les mêmes endommagements. Du fait de l'hétérogénéité de leur structure, il n'existe pas de mécanisme unique mais plusieurs types de dégradations différentes par leur nature et leur mode de développement. Ces dégradations apparaissent à différentes échelles (Figure 1.3). Ainsi, on distingue [16] :

- A l'échelle microscopique apparaissent des ruptures d'adhérence entre les fibres et la matrice (décohésion fibres/matrice) ou de porosité
- A l'échelle mésoscopique, ou échelle du pli, on observe des fissures intra/laminaires transverses (perpendiculaires à la direction de sollicitation) ou longitudinales (dans la direction de l'application de l'effort) et des ruptures de fibres au stade ultime de la ruine du matériau
- A l'échelle macroscopique, on observe le phénomène de délaminage qui correspond à une séparation locale entre deux couches liée à une concentration importante des contraintes en cisaillement s'amorçant généralement aux bords libres de la structure.

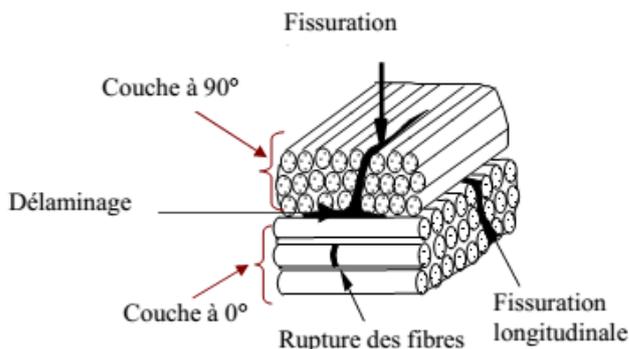


**Figure 1.3 :** Principaux endommagements rencontrés dans un matériau composite.

### 1.5 Mode d'endommagement :

Sous l'influence de chargements thermomécaniques, monotones ou cycliques, les principaux modes d'endommagement, dans un stratifié à fibres longues, peuvent être classés en quatre catégories [17] (Figure 1.4) :

- *Fissuration transverse* : il s'agit de fissures qui traversent toute l'épaisseur des couches les plus désorientées par rapport à l'axe de sollicitation. Des micro-défauts au sein du matériau (comme des vides, des fibres cassées, le décollement fibre/matrice ou des microfissures de la matrice) peuvent être à l'origine de ces fissures amorcées par une forte concentration de contrainte locale. Ces fissures sont assez rectilignes et généralement perpendiculaires aux interfaces entre les couches adjacentes.
- *Fissuration longitudinale* : Il s'agit de fissures qui sont analogues aux précédentes, apparaissent toujours dans la matrice et sont perpendiculaires aux interfaces des couches, mais qui traversent toute l'épaisseur des couches orientées à  $0^\circ$  par rapport à l'axe de sollicitation.
- *Délaminage entre couches* : c'est un mécanisme de décohésion entre les couches qui apparaît sur le bord libre ou/et à l'intérieur de l'éprouvette. A cause des contraintes inter laminaires élevées près des bords, le délaminage s'amorce généralement à cet endroit, puis progresse en séparant les couches.
- *Rupture des fibres* : c'est un dernier mécanisme qui va généralement conduire à la rupture finale de l'éprouvette.



**Figure 1.4 :** Modes d'endommagements dans un stratifié croisé

## 1.6 Mécanismes d'endommagement :

Les mécanismes de dégradation au sein des composites stratifiés sont de natures très diverses de par la forte hétérogénéité du matériau étudié. Cette diversité rend leur étude a priori beaucoup plus délicate que celle de matériaux homogènes classiques. Il convient donc avant tout de bien cerner les types de dommages susceptibles de se développer. Les principaux mécanismes d'endommagement, dans un stratifié à fibres longues, qui peuvent être généralement classés : la fissuration matricielle, délaminage inter-plis, la décohésion fibre/matrice et la rupture des fibres.

### 1.6.1 Fissuration matricielle :

La direction et le mode d'endommagement dépendent de l'orientation et de la proportion des renforts.

#### 1.6.1.1 Fissuration transverse :

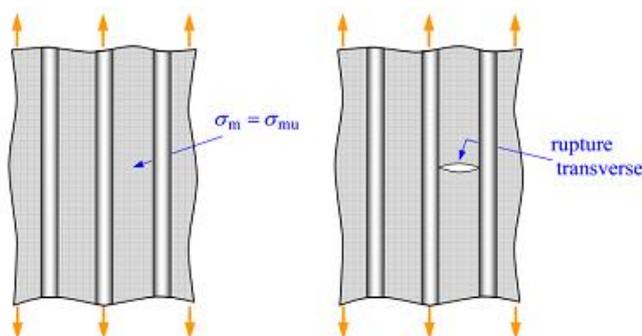
La fissuration transverse ou intra laminaire est un mode d'endommagement que l'on rencontre principalement dans les stratifiés où coexistent des orientations dites « faibles » ( $80^\circ$ ,  $90^\circ$ ) encadrés par des orientations fortes ou « raidisseurs » ( $0^\circ$ ,  $10^\circ$ ). Le réseau de fissures se développe dans les plis d'orientations faibles. En effet, à la différence d'un échantillon unidirectionnel pour lequel la rupture a lieu dès l'apparition de la première fissure, dans le cas de ces stratifiés, les efforts sont repris par les raidisseurs évitant ainsi toute rupture prématurée. Les plis fissurés continuent à participer au transfert de charge et à se fissurer. Ces fissures sont qualifiées de transverses puisqu'elles apparaissent dans les plis d'orientation

transversale par rapport à la direction de sollicitation, parallèlement aux fibres de ces plis (Figure 1.5).



**Figure 1.5** : Fissures transverses dans un stratifié  $[0_n, 90_m]_s$

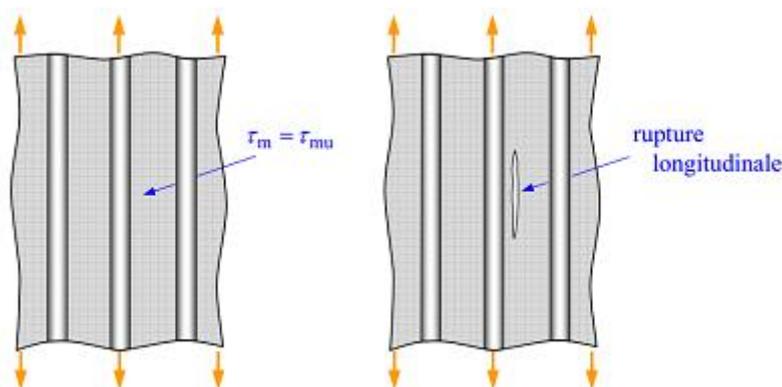
Le mécanisme de multi fissuration est relativement bien décrit par Garret et al dans le cadre de séquences de type  $[\theta_m/90_n]_s$ . Après l'apparition de la première fissure dans le pli, pour un certain niveau de contrainte, une partie de la charge est transférée aux plis voisins à  $\theta^\circ$ . [66]



**Figure 1.6** : fissuration transversale de la matrice.

### 1.6.1.2 Fissuration longitudinale :

Il s'agit de fissures qui sont analogues aux précédentes, apparaissent toujours dans la matrice et sont perpendiculaires aux interfaces des couches, mais qui traversent toute l'épaisseur des couches orientées à  $0^\circ$  par rapport à l'axe de sollicitation.

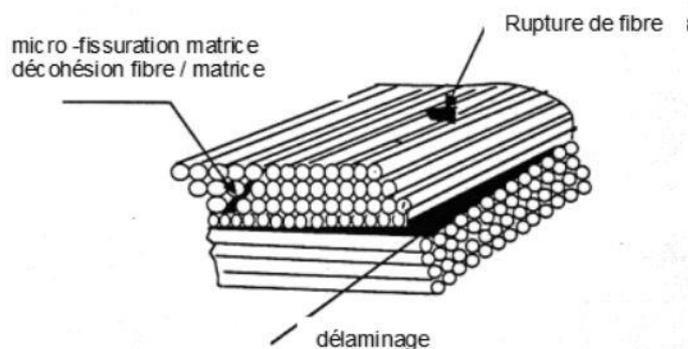


**Figure 1.7** : fissuration longitudinale de la matrice.

### 1.6.2 Délaminage :

Lorsqu'une force de traction est appliquée sur une éprouvette en matériau composite, l'endommagement principal se produit parallèlement à cette force à cause de la faiblesse des interfaces entre les plis. Ce phénomène s'appelle « délaminage »

Ce mécanisme de rupture inter laminaire se traduit par une décohésion plane inter faciale entre les plis qui produit un dédoublement de l'épaisseur du composite



**Figure 1.8** : Mécanisme de délaminage

Le délaminage est un endommagement inter laminaire qui conduit à une décohésion plus ou moins étendue entre deux plis d'orientations différentes. Il s'agit d'un endommagement qui peut s'avérer critique et conduire rapidement à la ruine du matériau.

### 1.6.3 Décohésion fibre matrice :

D'après Bikerman [31] elle apparait lorsque les forces inter faciale sont plus fortes que la force de cohésion. La rupture se produira et se propagera toujours dans la couche ayant la force de cohésion la plus faible. Cette dernière est appelée couche de faible cohésion.

Dans un polymère renforcé par des fibres unidirectionnelles, la décohésion de l'interface intervient lorsque la contrainte de cisaillement  $\tau_m$  dans la matrice atteint la contrainte de décohésion  $\tau_d$ , et cela arrive lorsque cette dernière est inférieure à la contrainte en cisaillement la rupture de la matrice  $\tau_{mu}$

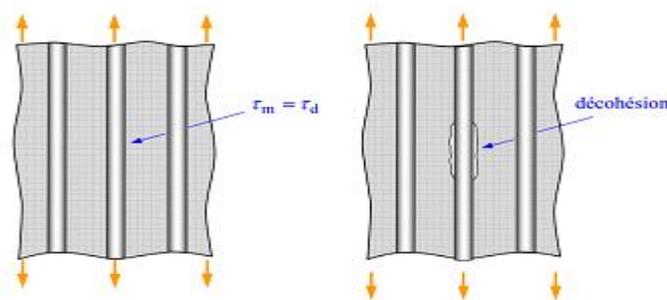


Figure 1.9 : Phénomène de décohésion fibre-matrice

### 1.6.4 Rupture des fibres :

Les ruptures de fibres n'interviennent en général qu'en fin de vie du stratifié composite juste avant la rupture macroscopique. Il s'agit là du mode d'endommagement le plus dangereux pour la structure. La résistance de la fibre étant très élevée, sa rupture est donc le résultat d'une forte sollicitation dans l'axe de la fibre.

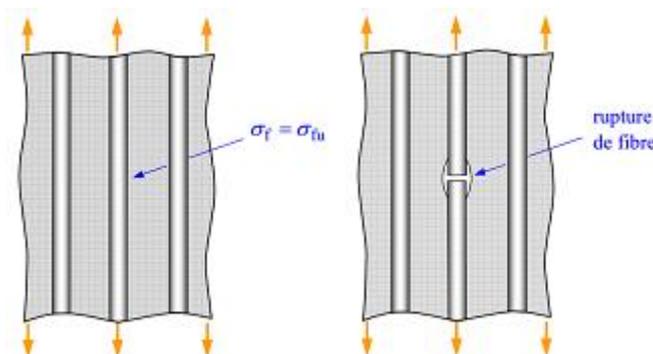


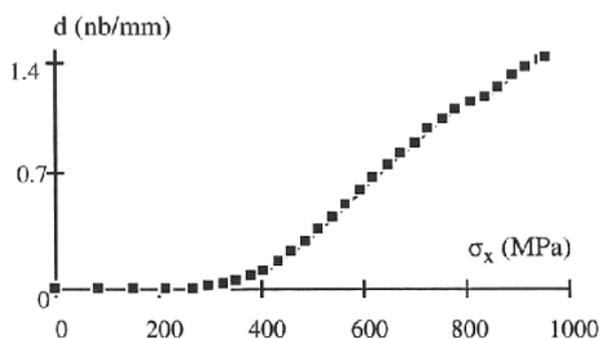
Figure 1.10 : Mécanisme de rupture des fibres

## 1.7 Densité de fissuration :

Dans les cas des stratifiés de types  $[\theta_m/90_n]$  où la seule dégradation du pli est la fissuration intra laminaire , il est possible de comptabiliser le nombre de fissures et d'accéder ainsi à la densité de fissures (nombre de fissures pour une longueur donnée).

Reifsnider [20] met en évidence que la densité de fissures croit de façon monotone et atteint un état de saturation. Généralement, La courbe densité de fissures en fonction de la charge appliquée est une sigmoïde présentant trois phase : un seuil d'amorçage, une augmentation continue de la densité de fissuration au cours de l'augmentation du niveau de chargement et enfin un état de saturation pour lequel la densité de fissures reste constante malgré l'augmentation de la contrainte. Cette forme de courbe peut être justifiée par le fait que la probabilité d'apparition d'une nouvelle fissure suit plus ou moins une loi de type Weibull.

En effet, la présence de nombreuses fissures créent des champs de contraintes non homogènes dans le pli fissuré, ayant pour conséquence de ralentir le régime d'apparition des fissures. lors du transfert de charge s'opérant entre les plis fissurés et les plis adjacents aux niveaux des interfaces entre couches, aux voisinages des pointes de fissures (Garret [9])., les contraintes impliquées peuvent dépasser le seuil de plasticité ou la résistance au délaminage, provoquant l'un de ces phénomènes . Ainsi, les contraintes sont relaxées et ne permettent pas la création de nouvelles fissures. Il se peut cependant que ces phénomènes n'aient pas lieu, ce qui n'entraîne aucun changement dans le régime de fissuration et ainsi aucun palier de saturation n'est atteint.(Figure 1.11)



**Figure 1.11** : Evolution de la densité de fissures au sein du pli à  $90^\circ$  d'un stratifié carbone /époxy de séquence  $[\theta_m/90_n]_s$ , en fonction de la contrainte de traction monotone.

## 1.8 Présentation du problème :

Soit un stratifié symétrique de type  $[\theta_m/90_n]_s$ , soumis à une traction uni-axiale. La couche orientée à  $90^\circ$ , par rapport à l'axe de sollicitation, est endommagée par des fissures transverses.

Dans un premier temps, le problème à résoudre est celui du calcul des variations longitudinales des contraintes de cisaillement en employant deux types d'approches :

- Une approche analytique faisant appel à la méthode de diffusion de cisaillement (Shear Lag) qui s'intéresse à l'étude du champ de déplacement (parabolique ou progressif).
- Une approche numérique utilisant un modèle par éléments finis (ABAQUS)

Suite à cela, l'étude d'un matériau composite à matrice organique dans différentes conditions de vieillissement sera effectuée ainsi que l'analyse des effets de la température et de l'humidité sur les propriétés mécaniques et élastiques de ce dernier.

La dernière étape consiste en l'analyse de l'influence des conditions hygrothermiques sur le comportement mécanique d'un matériau composite  $[\theta_m/90_n]_s$  soumis à une traction uni axiale et endommagé par des fissurations transversales en utilisant les modèles analytiques et une analyse numérique.

## 1.9 Travaux effectués :

La nature des endommagements des matériaux composites, leurs mécanismes d'apparition et de progression ont fait l'objet de nombreuses études. Les endommagements peuvent être liés à des défauts initialement présents dans la structure (liés aux constituants ou au procédé de mise en œuvre) mais aussi être la conséquence de sollicitations extérieures de diverses origines (mécaniques, thermiques, hydriques...).

L'étude des mécanismes d'endommagement est incontournable, sachant que tous les travaux expérimentaux menés durant les deux dernières décennies, montrent que le matériau composite est modifié progressivement. A un état d'endommagement donné, il peut avoir un comportement mécanique très différent de celui du matériau sain. Plusieurs approches

analytiques et numériques ont été développées, afin de prévoir le comportement mécanique d'un composite endommagé et proposer une loi d'endommagement.

- Approches utilisant la diffusion de cisaillement :

Reifsnider [22,23] fut le premier à développer en 1977, une approche analytique modélisant le transfert de charge entre les couches orientées à  $90^\circ$  et  $0^\circ$  dans un stratifié croisé endommagé par fissuration transverse. La philosophie consiste à décomposer la demi-épaisseur du stratifié en trois couches de rigidité différente : la couche longitudinale à  $0^\circ$ , la couche transverse à  $90^\circ$  et une couche fine riche en résine à l'interface  $0^\circ/90^\circ$ . L'auteur suppose ensuite que le transfert de charge se fait par diffusion de cisaillement dans la couche fine. L'épaisseur de la couche fine cisillée est obtenue expérimentalement de façon indirecte [22,24]. Les contraintes normales obtenues par Reifsnider sont réparties de façon uniforme suivant l'épaisseur des couches. D'autres auteurs ont rajouté un degré de raffinement en introduisant une évolution statistique des déformations à la rupture de la couche fissurée et/ou en donnant un champ de déplacement qui varie de façon linéaire ou parabolique suivant l'épaisseur.

Highsmith et Reifsnider [25] proposent un modèle permettant de traiter l'endommagement par fissuration transverse et fissuration longitudinale de stratifiés croisés, soumis à une traction uni axiale. Cette approche est basée sur la théorie de Pagano [26] en prenant comme hypothèse une variation linéaire de la contrainte normale suivant l'épaisseur des couches. Ce modèle prévoit des valeurs significatives des contraintes inter laminaires à l'interface, à l'intersection des fissures transverses et longitudinales. Ce qui est en bon accord avec les observations des délaminages locaux au niveau du croisement des fissures intra laminaires.

Garrett et Bailey [21] utilisent le même type d'approche que [65] pour prédire l'amorçage et la multiplication des fissures transverses. Les contraintes normales sont calculées à partir de la déformation moyenne de la couche transverse. La perte de rigidité obtenue à l'état de saturation est en bon accord avec les résultats expérimentaux pour des couches transverses épaisses. Dans cette approche, le déplacement longitudinal varie de façon linéaire suivant l'épaisseur de la couche transverse.

E.A Adda-Bedia, Bouazza, Tounsi et Benzair [27] ont étudié la prévision de la dégradation de la rigidité dans les matériaux composites fissurés. Les résultats obtenus

montrent que l'augmentation de la densité de fissuration dans les composites  $[\theta_m/90_n]_s$ , engendre une perte de rigidité considérable surtout pour une densité de fissuration supérieure à  $\frac{1}{mm}$ .

- Module longitudinal :

En 1985, Hashin [28] propose un modèle similaire à celui de Vasil'ev et Al, permettant de prédire l'influence des fissures transverses sur la dégradation du module longitudinal et du module de cisaillement longitudinal pour un stratifié croisé. L'auteur donne la borne inférieure du module longitudinal en fonction de la densité de fissures transverses. Les résultats obtenus pour le stratifié  $[0/90_3]_s$ , en époxyde-fibres de verre coïncident avec les valeurs expérimentales données par [22].

M. Bouazza, Tounsi, Benzair et Adda Bedia [29] ont proposé un modèle mathématique basé sur la notion de la fonction de perturbation de contrainte appliquée sur les composites croisées et fissurées. Les effets hygrothermiques ont été pris en considération pour évaluer la variation du module longitudinale due aux fissurations transverses. Les résultats obtenus montrent la dépendance de la dégradation des propriétés élastiques avec la densité de fissuration et les conditions hygrothermiques.

- Effet hygrothermique :

L'influence du vieillissement hygrothermique sur le comportement mécanique d'un matériau composite endommagé par des fissurations a aussi fait l'objet de plusieurs études. Dans des circonstances variées, il s'avère que la présence d'eau diminue la durée de vie en endommagement de composites renforcés par fibres de verre ou fibres de carbone. L'importance des effets observés dépend ici aussi du type de matériau testé.

Kim [30], considéra l'effet de température sur la propagation des fissures dans les polymères, puis examina [31] l'effet de température et d'humidité sur un système graphite/époxy Thornel 300/Namco 5208. L'expérience a été faite sur les trois stratifiés suivants :  $[0_2/\pm 45]_{2s}$ ,  $[90/\pm 45]_{2s}$ , et  $[0/\pm 45/90]_{2s}$ . Les résultats révélèrent que la rigidité à des essais humides à 260°F, est 40% plus faible à la même température mais à sec, l'effet d'humidité et de température combiné, a une influence sur la dégradation de la rigidité dans les stratifiés.

Mercier [16] a traité le vieillissement en milieu humide et l'endommagement par fissuration, de matériaux composites à matrice organique (CMO). La diffusion d'eau dans le matériau (matrice époxy renforcée par des fibres de verre) a été tout d'abord analysée expérimentalement, par détermination des cinétiques d'absorption sous différentes conditions d'humidité. Des baisses de différentes propriétés mécaniques en fonction de la quantité d'eau absorbée, ont été mises en évidence et quantifiées lors d'essais expérimentaux de traction. Les mécanismes physiques à l'origine de ces modifications ont été identifiés. Un mode d'endommagement particulier, la fissuration intra laminaire, ainsi que son couplage avec l'humidité, ont aussi été étudiés expérimentalement. Des différences entre évolutions réversibles et irréversibles des propriétés ont été mises en évidence et analysées en détail.

K. Amara, Tounsi, Megueni et Adda Bedia [32], ont suivi l'évolution de la fissuration transverse dans les stratifiés croisés vieillis, vu que l'évolution et l'état saturé des fissures transverses dépendent de plusieurs paramètres comme, les épaisseurs des couches, la nature du chargement et la séquence d'empilement. Ils ont constaté également que les modèles analytiques proposés par de nombreux auteurs, permettent la détermination du module longitudinal du stratifié endommagé, en fonction de la densité de fissures. Une partie aussi importante a été visée par cette étude, elle concerne l'analyse des fissures transverses dans les stratifiés croisés vieillis. Les propriétés mécaniques de ces matériaux sont bien affectées par les variations de température et d'humidité.

Benzair, Maachou, Amara et Tounsi [33], ont étudié l'effet de la densité de fissuration sur les propriétés élastiques du matériau composite à haute température, en utilisant le modèle modifié de Shear Lag qui tient compte du concept de la fonction de perturbation de contraintes. Ce modèle sera utilisé pour évaluer les effets de fissurations transverses dans la réduction de la rigidité des matériaux composites à haute température. Les résultats ont bien montré l'effet d'une haute température et de l'orientation des fibres des couches extérieures dans la dégradation des propriétés mécaniques.

A. Megueni, Tounsi et Adda Bedia [34], ont étudié l'évolution du facteur de contrainte sous différentes conditions hygrothermique pour un composite vieilli. Dans un premier temps les résultats montrent que les caractéristiques mécaniques des stratifié vieillis ont un comportement linéaire en fonction de la température et de l'humidité. Pour la modélisation, ils ont étudié le cas d'une plaque 2D modélisée à l'aide d'un code élément fini Franc 2D/L, développé à l'université de Kansas (1998). Par la suite une analyse des effets de

vieillessement du composite sur le facteur d'intensité de contrainte pour un matériau fissuré et son évolution selon les conditions environnementales, a été accomplie par cette même équipe.

J. Nairn et autres [35] soumettent deux stratifiés composites à matrice polymère, [0/90<sub>2</sub>], utilisées en construction supersonique par Boeing, le Dupont Avimid K3B polymer/IM7 à fibres de carbone et le PETI5/IM7 à fibres de carbone, à une expérience de vieillissement dont la température varie de 35°C à 95°C. L'augmentation d'eau a un comportement obéissant à la loi de Fick, après saturation un comportement non Fickien est observé. Cette augmentation est due à l'apparition de microfissurations dans les plis à 90° en l'absence de tout chargement mécanique. L'eau absorbée induit des microfissurations au bout de 1000 heures à 80°C. On note une dégradation dans la durabilité (résistance à la rupture) pour une exposition à l'eau à température élevée.

Benkeddad [36] a travaillé sur la prévision du comportement hygrothermique de structures soumises à des conditions de température et d'humidité. Un logiciel d'analyse des plaques stratifiées pour la détermination des contraintes et des déformations hygrothermiques transitoires à travers les plis a été conçu. La prise en compte des effets d'environnement sur les propriétés mécaniques n'a pas eu lieu.

- Méthodes numériques :

Berthelot et le Corre [37] développent un modèle bidimensionnel généralisé basé sur une approche déplacements d'un stratifié croisé endommagé par fissuration transverse. Les auteurs proposent un champ de déplacements piloté suivant l'épaisseur des couches par une fonction arbitraire à déterminer. Ils montrent que les meilleurs résultats, comparativement à l'analyse par éléments finis, sont obtenus en introduisant un cisaillement progressif dans la couche orientée à 0°. Les résultats alors obtenus pour la répartition des contraintes sont en bon accord avec les résultats déduits par le calcul éléments finis, excepté la contrainte normale longitudinale qui vérifie les conditions aux limites en termes de valeurs moyennes ainsi que la contrainte de cisaillement entre les couches orientées à 0° et 90°, au voisinage immédiat des fissures transverses. Ce modèle, associé à des distributions statistiques de contraintes a ensuite été appliqué à l'analyse de la progression de la fissuration transverse dans divers stratifiés.

A.S.D. Wang, Kishore et Li [38] proposent une modélisation 3D de calcul par éléments finis, permettant de prédire la cinétique d'endommagement des stratifiés croisés, en utilisant le

taux de restitution d'énergie critique. Les auteurs étudient l'influence de l'épaisseur de la couche transverse et l'orientation des plis adjacents sur l'amorçage et la propagation des fissures transverses et du délaminage de bord pour des stratifiés de type  $[\theta/90_n]_s$ , en époxy de fibres de carbone. Ensuite, ils mettent en évidence l'influence de l'épaisseur de la couche transverse sur l'initiation des fissures transverses, longitudinales et du délaminage local au niveau de l'intersection des fissures intra laminaires, à l'interface  $0^\circ/90^\circ$  des drapages  $[0_2/90_n]_s$ , ( $n=1,2, 4$ ) en époxyde-fibres de carbone.

### **1.10 Définition du sujet :**

L'idée consiste à analyser le comportement mécanique et élastique d'une plaque mince en composite stratifié de type  $[\theta_m/90_n]_s$ , endommagée par des fissurations transverses, sollicitée en traction uni axiale et opérant dans des environnements caractérisés par des températures et des niveaux d'humidité relative à travers l'utilisation d'une approche analytique ( Le modèle modifié de Shear Lag introduisant la fonction de perturbation de contraintes ) et à travers le modèle de Tsai simplifié prenant en compte l'influence de la température et l'humidité à l'échelle fibre et matrice.

Afin d'enrichir l'interprétation des résultats et réaliser une étude comparative entre l'approche analytique et l'approche numérique, une simulation numérique par le codes MAPLE et ABAQUS a été effectuée le long de ce travail.

## CHAPITRE 2

### MODELISATION DU COMPORTEMENT MECANIQUE D'UN STRATIFIE EN PRESENCE DE FISSURATION TRANSVERSE

#### 1.1. Introduction :

Nous nous intéressons dans ce chapitre à l'étude du comportement mécanique en statique des composites stratifiés à fibre longues de type  $[\theta_m/90_n]_s$  endommagés par fissuration transverse et soumis à une traction uni axiale. La fissuration transverse se manifeste dans les couches dont les fibres sont désorientées par rapport à la direction de sollicitation et se propage parallèlement aux fibres. Dans le cas d'un stratifié de séquences  $[\theta_m/90_n]_s$ , les fissures apparaissent dans les couches à  $90^\circ$ .

Le problème à résoudre en premier lieu est celui de l'élasticité et de la rigidité en fonction de la densité de fissuration sur un stratifié avec fissuration transverse. Pour ce faire, on se base sur deux approches : Une approche analytique et numérique par code MAPLE. Sa résolution consiste à rechercher, dans une cellule élémentaire, le champ des déplacements et les champs de contraintes qui satisfont en chaque point les équations d'équilibre, les relations déformations déplacement.

La modélisation de la fissuration est proposée par le modèle de transfert de chargement par cisaillement (Shear-lag). Ce modèle type est basé sur l'article de Beyerlein et al [39] et développé dans la thèse de N.Kotelnikova [40]. A partir de cette méthode analytique on analyse le comportement à court et à long terme d'un composite unidirectionnel en 2D soumis à un chargement de traction. On considère que les fibres sont les éléments porteurs de la charge de traction. L'équilibre du matériau à côté des fibres rompues est réalisé par la matrice. La matrice transmet les charges aux fibres intactes voisines par cisaillement.

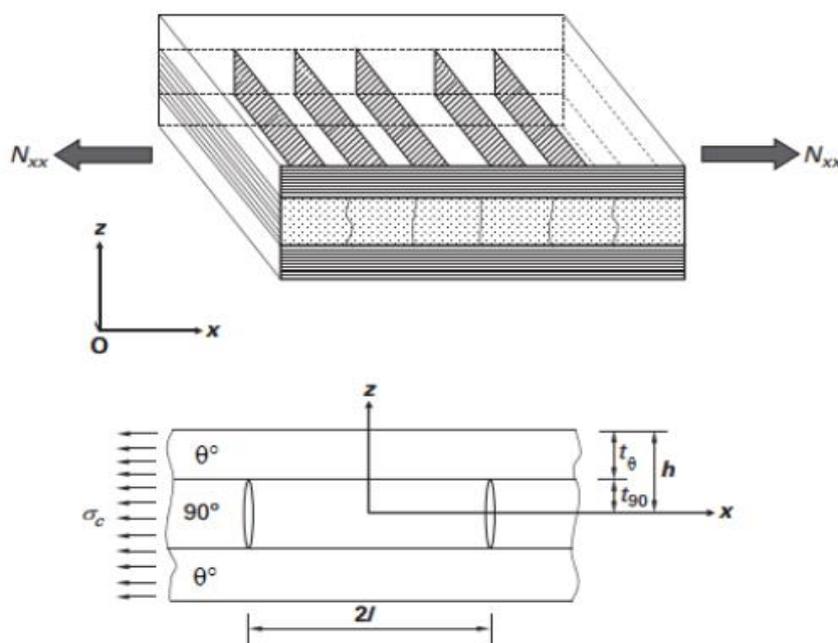
Dans ce chapitre, une étude par modèles parabolique et progressif de diffusion par cisaillement par fissuration transverse est proposée et appliquée pour prédire la réduction de la rigidité en fonction de la densité de fissuration dans un stratifié de séquence  $[\theta/90]_s$ .

## 1.2. Modélisation analytique :

### 1.2.1. Présentation du problème :

Nous considérons un stratifié symétrique de type  $[\theta_m/90_n]_s$ , soumis à une traction uni axiale  $\sigma_c$  suivant l'axe  $x$ . Ce chargement provoque l'apparition puis la multiplication des fissures dans la couche à  $90^\circ$  (Figure 2.1). On suppose que toutes les fissures s'étendent dans la largeur de la plaque, qu'elles sont de géométrie rectangulaire plane et qu'elles sont uniformément réparties le long de l'axe de traction.

Ainsi le stratifié endommagé est représenté par un empilement de cellules élémentaires suivant l'axe ( $z$ ), chaque cellule est limitée par les plans de deux fissures consécutives et les bords libres des couches longitudinales. Les épaisseurs des deux couches et l'espacement entre fissures caractérisent la géométrie de la cellule. Les directions  $x$  et  $z$  sont choisies respectivement suivant la longueur, et l'épaisseur du stratifié.



**Figure 2.1 :** Stratifié croisé endommagé par fissuration transverse

$2 t_{90^\circ}$  : l'épaisseur de la couche à  $90^\circ$ .

$t_{\theta^\circ}$  : l'épaisseur de la couche à  $\theta^\circ$ .

$h$  : l'épaisseur totale  $h = t_{90^\circ} + t_{\theta^\circ}$ .

$2l$  : distance entre deux fissures transverses consécutives.

$N_{xx}$  : Charge en traction appliquée dans la direction  $x$ .

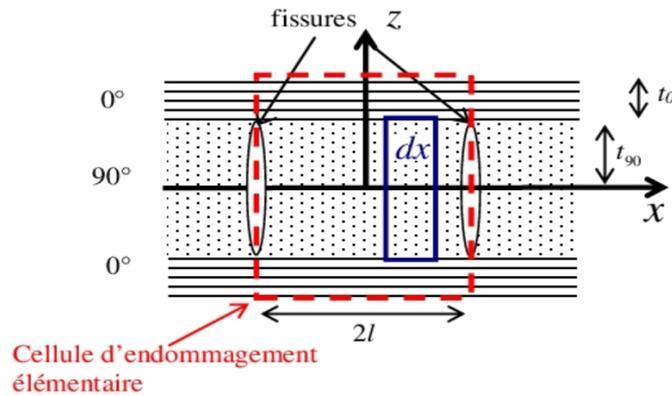
$\sigma_c$  : Contrainte totale appliquée sur le stratifié avec  $\sigma_c = \frac{1}{2h} N_{xx}$

### 1.2.2. Modèle de diffusion par cisaillement :

La résolution exacte du problème d'élasticité d'un stratifié endommagé par fissuration transverse, consiste à rechercher dans chaque cellule élémentaire les champs de déplacements, les champs de contraintes qui satisfont en chaque point les équations d'équilibre, les relations déformations déplacements les conditions de continuité aux frontières et les lois de comportement dans les couches à  $\theta^\circ$  et à  $90^\circ$ . L'approche déplacement (ou approche contraintes) recherche un champ de déplacement vérifiant l'ensemble de ces relations. [41]

#### 1.2.2.1. Champs de déplacement :

On considère une plaque de composite stratifié caractérisée par l'épaisseur  $2t_{90}$  de la couche à  $90^\circ$ , l'épaisseur  $t_\theta$  de la couche à  $\theta^\circ$  et la distance entre deux fissures consécutives  $2l$ . (Figure 2.2)



**Figure 2.2 :** fissuration transverse et cellule élémentaire

Dans notre cas la couche extérieure du stratifié sera nommée  $\theta^\circ$  et Le modèle parabolique (Shear Lag) du 1<sup>er</sup> degré suppose une variation parabolique des déplacements longitudinaux dans les deux couches à  $\theta^\circ$  et  $90^\circ$ . Ainsi, les déplacements longitudinaux sont exprimés de la manière suivante [41] :

$$u_\theta(x, z) = \overline{u_\theta}(x) + f(z).A_\theta(x) \quad (2.1)$$

$$u_{90}(x, z) = \overline{u_{90}}(x) + \left(z^2 - \frac{t_{90}^2}{3}\right).A_{90}(x) \quad (2.2)$$

Où  $\overline{u_\theta}(x)$  et  $\overline{u_{90}}(x)$  sont respectivement les valeurs moyennes (évaluées dans l'épaisseur des couches) des déplacements longitudinaux  $u_\theta(x, z)$  et  $u_{90}(x, z)$  dans les couches à  $\theta^\circ$  et à  $90^\circ$ , tel que :

$$\overline{u}_\theta(x, z) = \frac{1}{t_\theta} \int_{t_{90}}^{t_{90}+t_\theta} u_\theta(x, z) dz \quad (2.3)$$

$$\overline{u}_{90}(x, z) = \frac{1}{t_{90}} \int_{-t_{90}}^{t_{90}} u_{90}(x, z) dz \quad (2.4)$$

La relation (2.4) exprime la variation parabolique du déplacement longitudinal dans l'épaisseur de la couche à 90°. La variation parabolique dans l'épaisseur de la couche à  $\theta^\circ$  est considérée dans le cas d'une analyse parabolique complète [42] étendue aux deux couches.

Les fonctions  $\overline{u}_\theta(x)$ ,  $\overline{u}_{90}(x)$ ,  $A_\theta(x)$ ,  $A_{90}(x)$  et  $f(z)$  sont déterminées. La relation (2.4) est vérifiée par le choix (2.2) de  $u_{90}(x, z)$  alors que la relation (2.3) impose que la fonction  $f(z)$  vérifie la relation :

$$\int_{t_{90}}^{t_{90}+t_\theta} f(z) dz = 0 \quad (2.5)$$

Ensuite, la condition de continuité sur les déplacements entre les couches à  $\theta^\circ$  et à 90° :

$$u_\theta(x, \pm t_{90}) = u_{90}(x, \pm t_{90}) \quad (2.6)$$

Impose alors la relation :

$$\overline{u}_\theta(x) + f(t_{90}) = \overline{u}_{90}(x) + \frac{2}{3} t_{90}^2 A_{90}(x) \quad (2.7)$$

### **1.2.2.2. Contraintes de cisaillement :**

Les contraintes de cisaillement dans chaque couche sont données par :

$$\sigma_{xz}^\theta = G_{xz}^\theta \cdot \gamma_{xz}^\theta \quad (2.8)$$

$$\sigma_{xz}^{90} = G_{xz}^{90} \cdot \gamma_{xz}^{90} \quad (2.9)$$

Avec :

$$\gamma_{xz}^i = \frac{\partial u_i}{\partial z} + \frac{\partial w_i}{\partial x} \quad \text{Avec } i = \theta, 90 \quad (2.10)$$

Sachant que  $G_{xz}^\theta$  et  $G_{xz}^{90}$  sont les modules de cisaillement transverses des couches à  $\theta^\circ$  et 90° respectivement.

Le modèle néglige la variation des déplacements transversaux  $w_i$  suivant la direction  $x$  (les angles de rotation de la déformé du plan moyen ( $\theta_z = \frac{\partial w_i}{\partial x}$ )), ce qui mène à :

$$\gamma_{xz}^i \approx \frac{\partial u_i}{\partial z} \quad (2.11)$$

D'où :

$$\sigma_{xz}^i \approx G_{xz}^i \cdot \frac{\partial u_i}{\partial z} \quad (2.12)$$

Par conséquent, les contraintes de cisaillement s'expriment de la manière suivante [43] :

$$\sigma_{xz}^\theta = G_{xz}^\theta \cdot f'(z) \cdot A_\theta(x) \quad (2.13)$$

$$\sigma_{xz}^{90} = 2 \cdot z \cdot G_{xz}^{90} \cdot A_{90}(x) \quad (2.14)$$

Avec :

$$f'(z) = \frac{\partial f}{\partial z} \quad (2.15)$$

Les contraintes dans la cellule élémentaire doivent satisfaire les conditions aux frontières ainsi que les conditions de continuité et de symétrie [25]:

$$\sigma_{xz}^{90}(x, 0) = 0 \quad (2.16)$$

$$\sigma_{xz}^{90}(x, \pm t_{90}) = \sigma_{xz}^\theta(x, \pm t_{90}) \quad (2.17)$$

$$\sigma_{zz}^{90}(x, \pm t_{90}) = \sigma_{zz}^\theta(x, \pm t_{90}) \quad (2.18)$$

$$\sigma_{xz}^\theta(x, t_\theta + t_{90}) = 0 \quad (2.19)$$

$$\sigma_{zz}^\theta(x, t_\theta + t_{90}) = 0 \quad (2.20)$$

$$\sigma_{xx}^{90}(\pm l, z) = 0 \quad (2.21)$$

$$\sigma_{xz}^{90}(\pm l, z) = 0 \quad (2.22)$$

La condition (2.19) sur la frontière latérale (aucune contrainte de cisaillement sur les surfaces latérales) [43] impose que :

$$f'(t_\theta + t_{90}) = 0 \quad (2.23)$$

La condition de continuité (2.17) de la contrainte de cisaillement à l'interface entre les couches à  $\theta^\circ$  et  $90^\circ$  conduit à :

$$A_{\theta}(x) = 2 \cdot \frac{G_{xz}^{90} \cdot t_{90}}{G_{xz}^{\theta} \cdot f'(t_{90})} \cdot A_{90}(x) \quad (2.24)$$

En associant les équations (2.7) et (2.24), nous obtenons l'expression des déplacements moyens :

$$\overline{u_{\theta}}(x) - \overline{u_{90}}(x) = \left[ \frac{2}{3} \cdot t_{90}^2 - 2 \cdot \frac{G_{xz}^{90} \cdot t_{90} \cdot f(t_{90})}{G_{xz}^{\theta} \cdot f'(t_{90})} \right] \cdot A_{90}(x) \quad (2.25)$$

La contrainte de cisaillement  $\tau(x)$  à l'interface entre les couches à  $\theta^{\circ}$  et  $90^{\circ}$  est définie par la relation suivante :

$$\tau(x) = \sigma_{xz}^{90}(x, t_{90}) \quad (2.26)$$

Elle est ensuite exprimée d'après la relation 2.14 par l'expression :

$$\tau(x) = 2 \cdot G_{xz}^{90} \cdot t_{90} \cdot A_{90}(x) \quad (2.27)$$

En introduisant ensuite la relation (2.25) dans (2.27), nous obtenons l'expression qui exprime la relation entre la contrainte de cisaillement à l'interface et les déplacements longitudinaux moyens dans les couches à  $\theta^{\circ}$  et  $90^{\circ}$  :

$$\tau(x) = \frac{3 \cdot G}{t_{90}} [\overline{u_{\theta}}(x) - \overline{u_{90}}(x)] \quad (2.28)$$

Où G est le paramètre de cisaillement défini de la sorte :

$$G = \frac{G_{xz}^{90}}{1 - 3 \frac{G_{xz}^{90}}{G_{xz}^{\theta}} \cdot \frac{f(t_{90})}{t_{90} \cdot f'(t_{90})}} \quad (2.29)$$

Nous constatons que le paramètre de cisaillement est en fonction de la variation du déplacement longitudinal dans l'épaisseur de la couche à  $\theta^{\circ}$ .

### **1.2.2.3. Estimation des contraintes longitudinales moyennes et de la contrainte de cisaillement à l'interface :**

L'équation d'équilibre dans la couche à  $90^{\circ}$  est donnée par [43] :

$$\frac{\partial \sigma_{xx}^{90}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xz}^{90}}{\partial z} = 0 \quad (2.30)$$

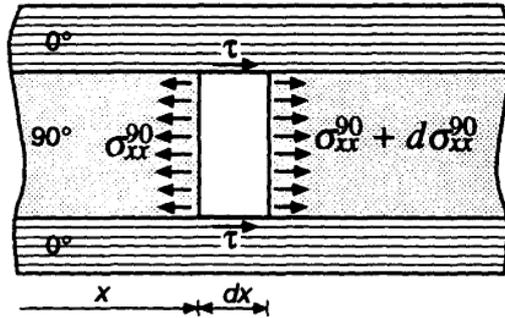
Ou en faisant l'intégration par rapport à l'épaisseur :

$$\int_{-t_{90}}^{t_{90}} \frac{\partial \sigma_{xx}^{90}}{\partial x} dz + \int_{-t_{90}}^{t_{90}} \frac{\partial \sigma_{xz}^{90}}{\partial z} dz = 0 \quad (2.31)$$

Cette relation mène à :

$$\frac{\overline{d\sigma_{xx}^{90}}}{dx} = -\frac{1}{t_{90}} \cdot \tau(x) \quad (2.32)$$

L'équation (2.32) exprime l'équilibre des forces longitudinales appliquées sur un élément de la couche à 90° (Figure 2.3) :



**Figure 2.3** : Contraintes exercées sur un élément de la couche à 90°.

La contrainte moyenne longitudinale dans la couche à 90° définie par :

$$\overline{\sigma_{xx}^{90}}(x) = \frac{1}{2t_{90}} \int_{-t_{90}}^{t_{90}} \sigma_{xx}^{90}(x, z) dz \quad (2.33)$$

Les contraintes longitudinales moyennes dans les couches à 90° et à 0° sont reliées à la contrainte longitudinale moyenne  $\sigma_c$  appliquée au stratifié par la relation :

$$\alpha \overline{\sigma_{xx}^{0}}(x) + \overline{\sigma_{xx}^{90}}(x) = (1 + \alpha) \cdot \sigma_c \quad (2.34)$$

Où  $\alpha$  est le rapport des épaisseurs de la couche à 0° et de la couche à 90°, tel que :

$$\alpha = \frac{t_{0}}{t_{90}} \quad (2.35)$$

Le modèle fait ensuite l'hypothèse que les contraintes moyennes dans les couches à 0° et 90° sont liées aux déformations moyennes par les relations :

$$\overline{\sigma_{xx}^{0}} = E_{0} \cdot \overline{\varepsilon_{xx}^{0}} \quad \text{Avec} \quad \overline{\varepsilon_{xx}^{0}} = \frac{d\overline{u_{0}}}{dx} \quad (2.36)$$

$$\overline{\sigma_{xx}^{90}} = E_{90} \cdot \overline{\varepsilon_{xx}^{90}} \quad \text{Avec} \quad \overline{\varepsilon_{xx}^{90}} = \frac{d\overline{u_{90}}}{dx} \quad (2.37)$$

Où  $E_\theta$  et  $E_{90}$  sont les modules d'Young respectivement des couches à  $\theta^\circ$  et à  $90^\circ$ . En dérivant par rapport à  $x$  la relation (2.28) nous obtenons :

$$\frac{d\tau}{dx} = \frac{3G}{t_{90}} \left[ \frac{d\bar{u}_\theta}{dx} - \frac{d\bar{u}_{90}}{dx} \right] \quad (2.38)$$

En tenant compte des expressions (2.32),(2.36) et (2.37), la relation précédente devient :

$$\frac{d^2 \bar{\sigma}_{xx}^{-90}}{dx^2} = -\frac{3G}{t_{90}} \left[ \frac{\bar{\sigma}_{xx}^{-\theta}}{E_\theta} - \frac{\bar{\sigma}_{xx}^{-90}}{E_{90}} \right] \quad (2.39)$$

Ensuite, en employant la relation (2.34), nous obtenons :

$$\frac{d^2 \bar{\sigma}_{xx}^{-90}}{dx^2} = -\frac{3G}{t_{90}^2} \left[ \frac{1+\alpha}{\alpha \cdot E_\theta} \cdot \sigma_c - \frac{\alpha \cdot E_\theta + E_{90}}{\alpha \cdot E_\theta \cdot E_{90}} \bar{\sigma}_{xx}^{-90} \right] \quad (2.40)$$

$$\frac{d^2 \bar{\sigma}_{xx}^{-90}}{dx^2} = -\frac{3G(t_\theta + t_{90})}{t_{90}^2 t_\theta \cdot E_\theta \cdot E_{90}} \left[ \frac{\alpha \cdot E_\theta + E_{90}}{1+\alpha} \bar{\sigma}_{xx}^{-90} - E_{90} \cdot \sigma_c \right] \quad (2.41)$$

En introduisant le module longitudinal du stratifié non endommagé, donné par la loi des mélanges :

$$E_x^0 = \frac{\alpha \cdot E_\theta + E_{90}}{1+\alpha} \quad (2.42)$$

La relation (2.41) s'écrit finalement sous sa forme réduite :

$$\frac{d^2 \bar{\sigma}_{xx}^{-90}}{dx^2} - \lambda^2 \bar{\sigma}_{xx}^{-90} = -\frac{E_{90}}{E_x^0} \sigma_c \cdot \lambda^2 \quad (2.43)$$

$$\lambda^2 = \frac{3G(t_\theta + t_{90})E_x^0}{t_{90}^2 t_\theta \cdot E_\theta \cdot E_{90}} \quad (2.44)$$

L'équation différentielle (2.43) a une solution de la forme :

$$\bar{\sigma}_{xx}^{-90}(x) = A \cdot \cosh \lambda x + B \cdot \sinh \lambda x + \frac{E_{90}}{E_x^0} \sigma_c \quad (2.45)$$

La contrainte de cisaillement à l'interface entre les couches s'écrit d'après (2.33) :

$$\tau(x) = -\lambda t_{90} \cdot (A \cdot \sinh \lambda x + B \cdot \cosh \lambda x) \quad (2.46)$$

Les constantes A et B sont déterminées de manière à vérifier les conditions suivantes :

- Les surfaces des fissures ne supportent aucune contrainte longitudinale :

$$\overline{\sigma}_{xx}^{-90}(l) = 0 \quad (2.47)$$

- La condition de symétrie de la contrainte de cisaillement inter laminaire :

$$\tau(0) = 0 \quad (2.48)$$

Ces conditions conduisent ainsi aux expressions de la contrainte longitudinale moyenne dans la couche à 90° et de la contrainte de cisaillement à l'interface entre les couches :

$$\overline{\sigma}_{xx}^{-90} = \sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \left( 1 - \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \right) \quad (2.49)$$

$$\tau(x) = \sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \eta \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \quad (2.50)$$

La contrainte longitudinale moyenne dans la couche à  $\theta^\circ$  est ensuite déduite de la relation (2.34) :

$$\overline{\sigma}_{xx}^{-\theta} = \sigma_c \frac{E_\theta}{E_x^0} \left( 1 + \frac{t_{90}}{t_\theta} \frac{E_{90}}{E_\theta} \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \right) \quad (2.51)$$

Les expressions (2.49),(2.50) et (2.51) introduisent le rapport géométrique de fissuration:

$$a = \frac{l}{t_{90}} \quad (2.52)$$

Et le paramètre de transfert de charge :

$$\eta^2 = \lambda^2 t_{90}^2 = 3 \left( 1 + \frac{1}{\alpha} \right) \cdot \frac{G \cdot E_x^0}{E_\theta \cdot E_{90}} \quad (2.53)$$

#### **1.2.2.4. Détermination du champ de déplacements et du champ de contraintes :**

La comparaison des équations (2.27) et (2.50) nous permet de trouver l'expression de la fonction  $A_{90}(x)$  :

$$A_{90}(x) = \sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x} \cdot \frac{1}{2 \cdot G_{xz}^{90} \cdot t_{90}} \cdot \eta \cdot \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \quad (2.54)$$

Ensuite, la relation (2.24) nous permet d'obtenir l'équation de la fonction  $A_\theta(x)$  :

$$A_\theta(x) = \sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x} \cdot \frac{1}{G_{xz}^\theta \cdot f'(t_{90})} \cdot \eta \cdot \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \quad (2.55)$$

En reportant ces expressions dans les expressions (2.1) et (2.2) puis (2.12) et (2.13) nous obtenons les déplacements longitudinaux et les contraintes de cisaillement transverse dans les couches à  $\theta^\circ$  et à  $90^\circ$  :

$$u_\theta(x, z) = \overline{u_\theta}(x) + \sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x} \cdot \frac{1}{G_{xz}^\theta \cdot f'(t_{90})} \cdot \eta \cdot \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \cdot f(z) \quad (2.56)$$

$$u_{90}(x, z) = \overline{u_{90}}(x) + \sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x} \cdot \frac{1}{2 \cdot G_{xz}^{90} \cdot t_{90}} \cdot \eta \cdot \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \cdot \left( z^2 - \frac{t_{90}^2}{3} \right) \quad (2.57)$$

$$\sigma_{xz}^\theta(x, z) = \sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x} \cdot \eta \cdot \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \cdot \frac{f'(z)}{f'(t_{90})} \quad (2.58)$$

$$\sigma_{xz}^{90}(x, z) = \sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x} \cdot \eta \cdot \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \cdot \frac{z}{t_{90}} \quad (2.59)$$

Les contraintes longitudinales dans les couches à  $\theta^\circ$  peuvent être ensuite évaluées à partir de la relation contrainte-déformation :

$$\sigma_{xx}^i(x, z) = E_i \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x} \quad \text{Avec } i = \theta, 90 \quad (2.60)$$

Ce qui nous donne :

$$\sigma_{xx}^\theta(x, z) = \overline{\sigma_{xx}^\theta}(x) + \sigma_c \cdot \frac{E_\theta \cdot E_{90}}{E_x \cdot G_{xz}^\theta \cdot t_{90} \cdot f'(t_{90})} \cdot \eta^2 \cdot \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \cdot f(z) \quad (2.61)$$

$$\sigma_{xx}^{90}(x, z) = \overline{\sigma_{xx}^{90}}(x) + \sigma_c \cdot \frac{E_{90}^2}{2 \cdot E_x \cdot G_{xz}^{90}} \cdot \eta^2 \cdot \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \cdot \left( \frac{z^2}{t_{90}^2} - \frac{1}{3} \right) \quad (2.62)$$

Enfin, les contraintes normales transverses  $\sigma_{zz}^i(x, z)$  peuvent être déduites des équations d'équilibre :

$$\frac{\partial \sigma_{xz}^i}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zz}^i}{\partial z} = 0 \quad \text{Avec} \quad i = \theta, 90 \quad (2.63)$$

Soit :

$$\frac{\partial \sigma_{zz}^\theta}{\partial z} = -\sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x} \cdot \frac{\eta^2 a}{l} \cdot \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \cdot \frac{f'(z)}{f'(t_{90})} \quad (2.64)$$

$$\frac{\partial \sigma_{zz}^{90}}{\partial z} = -\sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x} \cdot \frac{\eta^2 a}{l} \cdot \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \cdot \frac{z}{t_{90}} \quad (2.65)$$

En intégrant ces expressions et en considérant les conditions aux limites et à l'interface données par les relations (2.17) et (2.19) nous obtenons [43] :

$$\sigma_{zz}^\theta(x, z) = -\sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x} \cdot \eta^2 \cdot \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \cdot \frac{f(t_{90}) - f(t_\theta + t_{90})}{t_{90} \cdot f'(t_{90})} \quad (2.66)$$

$$\sigma_{zz}^{90}(x, z) = -\sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x} \cdot \eta^2 \cdot \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \cdot \left( \frac{z^2}{2t_{90}^2} - \frac{1}{2} + \frac{f(t_{90}) - f(t_\theta + t_{90})}{t_{90} \cdot f'(t_{90})} \right) \quad (2.67)$$

### **1.2.2.5. Estimation du déplacement longitudinal dans les couches à $\theta^\circ$ :**

L'analyse parabolique complète fait l'hypothèse d'une variation parabolique du déplacement longitudinal à travers l'épaisseur de la couche à  $90^\circ$  et à travers l'épaisseur de la couche à  $\theta^\circ$ , alors que les analyses initiales telle l'analyse de STEIF [44] considère un déplacement longitudinal parabolique à travers l'épaisseur de la couche à  $90^\circ$  et constant à travers l'épaisseur de la couche à  $\theta^\circ$ . Dans le cas d'une analyse parabolique complète, la fonction  $f(z)$  est écrite sous la forme :

$$f(z) = z^2 + Bz + C \quad (2.68)$$

En tenant compte des conditions (2.5) et (2.22), la fonction  $f(z)$  s'écrit de la façon suivante :

$$f(z) = z^2 - 2 \cdot (t_\theta + t_{90})z + \frac{2}{3} \cdot t_\theta^2 + 2 \cdot t_\theta t_{90} + t_{90}^2 \quad (2.69)$$

Le paramètre de cisaillement (2.31) est alors donné par :

$$G = \frac{G_{xz}^{90}}{1 + \alpha \cdot \frac{G_{xz}^{90}}{G_{xz}^{\theta}}} \quad (2.70)$$

Où  $\alpha$  est le rapport des épaisseurs de couches, introduit en (2.35).

L'introduction des expressions précédentes dans les relations (2.56) à (2.67), conduit aux expressions des déplacements longitudinaux et des contraintes :

$$u_{\theta}(x, z) = \overline{u_{\theta}}(x) - \sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x^0} \cdot \frac{1}{2 \cdot G_{xz}^{\theta} \cdot t_{\theta}} \cdot \eta \cdot \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \left( z^2 - 2(t_{\theta} + t_{90})z + \frac{2}{3}t_{\theta}^2 + 2 \cdot t_{\theta} \cdot t_{90} + t_{90}^2 \right) \quad (2.71)$$

$$u_{90}(x, z) = \overline{u_{90}}(x) + \sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x^0} \cdot \frac{1}{2 \cdot G_{xz}^{90} \cdot t_{90}} \cdot \eta \cdot \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \left( z^2 - \frac{t_{90}^2}{3} \right) \quad (2.72)$$

$$\overline{\sigma_{xx}^{\theta}}(x) = \sigma_c \cdot \frac{E_{\theta}}{E_x^0} \cdot \left( 1 + \frac{t_{90} \cdot E_{90}}{t_{\theta} \cdot E_{\theta}} \cdot \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \right) \quad (2.73)$$

$$\overline{\sigma_{xx}^{90}}(x) = \sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x^0} \cdot \left( 1 - \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \right) \quad (2.74)$$

$$\sigma_{90} = \sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x^0} \quad (2.75)$$

$$\sigma_{xx}^{\theta}(x, z) = \overline{\sigma_{xx}^{\theta}}(x) - \sigma_c \cdot \frac{E_{\theta} \cdot E_{90}}{E_x^0 \cdot G_{xz}^{\theta}} \cdot \frac{1}{2 t_{\theta} t_{90}} \cdot \eta^2 \cdot \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \left( z^2 - 2(t_{\theta} + t_{90})z + \frac{2}{3}t_{\theta}^2 + 2 \cdot t_{\theta} \cdot t_{90} + t_{90}^2 \right) \quad (2.76)$$

$$\sigma_{xx}^{90}(x, z) = \overline{\sigma_{xx}^{90}}(x) + \sigma_c \cdot \frac{E_{90}^2}{2 \cdot E_x^0 \cdot G_{xz}^{90}} \cdot \eta^2 \cdot \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \left( \frac{z^2}{t_{90}^2} - \frac{1}{3} \right) \quad (2.77)$$

$$\sigma_{xz}^{\theta}(x, z) = \sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x^0} \cdot \eta \cdot \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \left( \frac{2 \cdot z - 2(t_{\theta} + t_{90})}{2 \cdot t_{\theta}} \right) \quad (2.78)$$

$$\sigma_{xz}^{90}(x, z) = \sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x} \cdot \eta \cdot \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \cdot \frac{z}{t_{90}} \quad (2.79)$$

$$\tau(x) = \sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x} \cdot \eta \cdot \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \quad (2.80)$$

$$\sigma_{zz}^{\theta}(x, z) = \sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x} \cdot \eta^2 \cdot \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \cdot \frac{t_{\theta}^2}{2 \cdot t_{\theta} \cdot t_{90}} \quad (2.81)$$

$$\sigma_{zz}^{90}(x, z) = -\sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x} \cdot \eta^2 \cdot \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \cdot \left( \frac{z^2 - t_{\theta} \cdot t_{90} - t_{90}^2}{2 \cdot t_{90}^2} \right) \quad (2.82)$$

### 1.2.2.6. Prise en compte d'un cisaillement progressif dans la couche à $\theta^\circ$ :

Le développement de l'analyse généralisée introduit seulement deux conditions (2.5) et (2.22) que doit satisfaire la fonction  $f(z)$ . Ensuite le choix de cette fonction, doit être tel, que la fonction décrive au mieux le comportement réel du stratifié.

La fonction  $f(z)$  qui décrit au mieux le comportement est sous la forme [37] :

$$f(z) = A - \cosh \beta(t_{\theta} + t_{90} - z) \quad (2.83)$$

Où  $A$  et  $\beta$  sont des coefficients à déterminer. Cette fonction satisfait la condition (2.22)

Ensuite la condition (2.5) impose :

$$A = \frac{\sinh \beta t_{\theta}}{\beta t_{\theta}} \quad (2.84)$$

Et la fonction  $f(z)$  s'écrit :

$$f(z) = \frac{\sinh \alpha \eta_t}{\alpha \eta_t} - \cosh \eta_t \left( 1 + \alpha - \frac{z}{t_{90}} \right) \quad (2.85)$$

Avec

$$\eta_t = \beta \cdot t_{90} \quad (2.86)$$

Le paramètre  $\eta_t$  apparaît comme paramètre de transfert du chargement mécanique à travers l'épaisseur de la couche à  $\theta^\circ$ . En tenant compte des considérations précédentes (effets

des paramètres  $E_\theta$ ,  $G_{xz}^\theta$  et  $a$ ), différentes expressions de  $\eta_t$  ont été considérées. Les meilleurs résultats ont été obtenus en prenant :

$$\eta_t = \frac{E_\theta}{G_{xz}^\theta} \cdot \frac{1}{a} \quad (2.87)$$

Les choix de  $f(z)$  et du paramètre  $\eta_t$  sont associés à une compréhension inspirée du phénomène de transfert mis en jeu [45].

Comme précédemment dans le cas de la variation parabolique, les expressions des déplacements longitudinaux et des contraintes sont obtenues à partir des expressions (2.56) à (2.67) nous obtenons :

$$u_\theta(x, z) = \overline{u_\theta}(x) + \sigma_c \cdot \frac{E_{90} \cdot t_{90}}{E_x \cdot G_{xz}^\theta} \cdot \frac{\eta}{\eta_t} \cdot \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \cdot \left( \frac{1}{\alpha \eta_t} - \frac{\cosh \eta_t \left( 1 + \alpha - \frac{z}{t_{90}} \right)}{\sinh \alpha \eta_t} \right) \quad (2.88)$$

$$u_{90}(x, z) = \overline{u_{90}}(x) + \sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x} \cdot \frac{1}{2 \cdot G_{xz}^{90} \cdot t_{90}} \cdot \eta \cdot \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \cdot \left( z^2 - \frac{t_{90}^2}{3} \right) \quad (2.89)$$

$$\sigma_{xz}^\theta(x, z) = \sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x} \cdot \eta \cdot \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \cdot \frac{\sinh \eta_t \left( 1 + \alpha - \frac{z}{t_{90}} \right)}{\sinh \alpha \eta_t} \quad (2.90)$$

$$\sigma_{xz}^{90}(x, z) = \sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x} \cdot \eta \cdot \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \cdot \frac{z}{t_{90}} \quad (2.91)$$

$$\sigma_{xx}^\theta(x, z) = \overline{\sigma_{xx}^\theta}(x) + \sigma_c \cdot \frac{E_{90} \cdot E_\theta}{E_x \cdot G_{xz}^\theta} \cdot \frac{\eta^2}{\eta_t} \cdot \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \cdot \left( \frac{1}{\alpha \eta_t} - \frac{\cosh \eta_t \left( 1 + \alpha - \frac{z}{t_{90}} \right)}{\sinh \alpha \eta_t} \right) \quad (2.92)$$

$$\sigma_{xx}^{90}(x, z) = \overline{\sigma_{xx}^{90}}(x) + \sigma_c \cdot \frac{E_{90}^2}{2 \cdot E_x \cdot G_{xz}^{90}} \cdot \eta^2 \cdot \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \cdot \left( \frac{z^2}{t_{90}^2} - \frac{1}{3} \right) \quad (2.93)$$

$$\tau(x) = -\sigma_c \cdot \frac{1}{a} \cdot \frac{\partial(\overline{\sigma_{xx}^{90}}(x))}{\partial x} \quad (2.94)$$

$$\sigma_{zz}^{\theta}(x, z) = \sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x} \cdot \eta^2 \cdot \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \cdot \frac{1 - \cosh \eta_t \alpha}{\eta_t \cdot \sinh \eta_t \alpha} \quad (2.95)$$

$$\sigma_{zz}^{90}(x, z) = -\sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x} \cdot \eta^2 \cdot \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \cdot \left( \frac{z^2}{2 \cdot t_{90}^2} - \frac{1}{2} - \frac{1 + \cosh \eta_t \alpha}{\sinh \eta_t \alpha} \right) \quad (2.96)$$

### 1.2.2.7. Calcul de la fonction de perturbation de contrainte :

Le model développé par Berthelot [43] sera modifié. En introduisant la fonction de perturbation de contrainte :

$$R(a) = \int_{-a}^{+a} \frac{\cosh(\xi \bar{x})}{\cosh(\xi a)} d\bar{x} = \frac{2}{\xi} \tanh(\xi a) \quad (2.97)$$

$$\xi^2 = \frac{\bar{G} \cdot t_{90} \cdot (t_{90} \cdot E_{90} + t_{\theta} \cdot E_{\theta})}{t_{\theta} \cdot E_{90} \cdot E_{\theta}} \quad (2.98)$$

Le coefficient  $\bar{G}$  dépend de l'hypothèse utilisée pour la couche cisillée et la distribution des contraintes de cisaillement, pour le cas d'une variation parabolique on a :

$$\bar{G} = \frac{3 \cdot G}{t_{90}} \quad (2.99)$$

La diffusion de cisaillement pour une cellule élémentaire est :

$$G = \frac{G_{xz}^{90}}{1 - 3 \cdot \frac{G_{xz}^{90}}{G_{xz}^{\theta}} \cdot \frac{f(t_{90})}{t_{90} \cdot f'(t_{90})}} \quad (2.100)$$

En remplaçant la fonction (2.70) dans (2.100) on aura la diffusion de cisaillement pour le modèle parabolique :

$$G = \frac{G_{xz}^{90}}{1 + \alpha \cdot \frac{G_{xz}^{90}}{G_{xz}^{\theta}}} \quad (2.101)$$

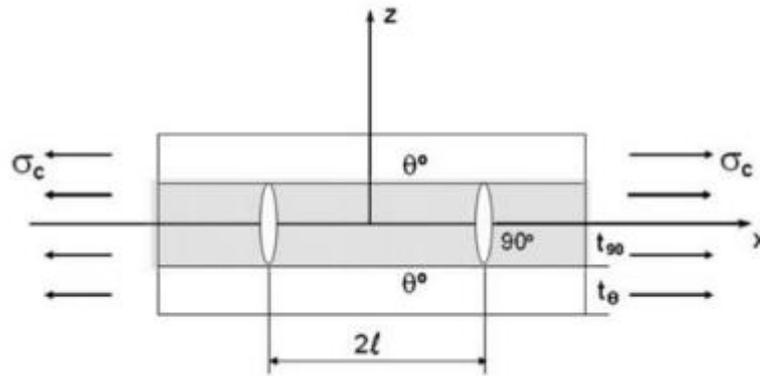
On utilise la fonction  $f(z)$  de la formule (2.85) pour le cas progressif, on aura la formule finale pour G :

$$G = \frac{G_{xz}^{90}}{1 + 3 \cdot \frac{G_{xz}^{90}}{G_{xz}^{\theta}} \cdot \frac{\alpha \eta_t (\tanh \alpha \eta_t)^{-1} - 1}{\alpha \eta_t^2}} \quad (2.102)$$

### 1.3. Module de Young longitudinal :

Nous considérons un stratifié symétrique de type  $[\theta_m/90_n]_s$ , soumis à une traction uni axiale  $\sigma_c$  suivant l'axe x. Ce chargement provoque l'apparition puis la multiplication des fissures dans la couche à  $90^\circ$  (voir Figure 2.4). On suppose que toutes les fissures s'étendent dans toute la largeur de l'éprouvette, et qu'elles sont uniformément réparties le long de l'axe de traction (même espacement entre fissures consécutives) [46].

Ainsi le stratifié endommagé est un empilement de cellules élémentaires suivant l'axe x. Chaque cellule est limitée par les plans de deux fissures consécutives et les bords libres des couches longitudinales. La géométrie de la cellule est caractérisée par les épaisseurs des deux couches et l'espacement entre les fissures.



**Figure 2.4 :** Cellule élémentaire et fissuration transverse.

Les équations liant les déformations et les contraintes sont les suivantes [47] :

(a) Dans la couche à  $\theta^\circ$  :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x^\theta \\ \varepsilon_y^\theta \\ \varepsilon_z^\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11}^\theta & S_{12}^\theta & S_{13}^\theta \\ S_{12}^\theta & S_{22}^\theta & S_{23}^\theta \\ S_{13}^\theta & S_{23}^\theta & S_{33}^\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x^\theta \\ \sigma_y^\theta \\ \sigma_z^\theta \end{pmatrix} \quad (2.103)$$

$$\varepsilon_{xy}^\theta = S_{66}^\theta \cdot \sigma_{xy}^\theta ; \varepsilon_{xz}^\theta = S_{55}^\theta \cdot \sigma_{xz}^\theta ; \varepsilon_{yz}^\theta = S_{44}^\theta \cdot \sigma_{yz}^\theta \quad (2.104)$$

(b) Dans la couche à  $90^\circ$  :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x^{90} \\ \varepsilon_y^{90} \\ \varepsilon_z^{90} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{22}^{90} & S_{12}^{90} & S_{23}^{90} \\ S_{12}^{90} & S_{11}^{90} & S_{12}^{90} \\ S_{23}^{90} & S_{12}^{90} & S_{22}^{90} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x^{90} \\ \sigma_y^{90} \\ \sigma_z^{90} \end{pmatrix} \quad (2.105)$$

$$\varepsilon_{xy}^{90} = S_{66}^{90} \cdot \sigma_{xy}^{90} ; \quad \varepsilon_{xz}^{90} = S_{55}^{90} \cdot \sigma_{xz}^{90} ; \quad \varepsilon_{yz}^{90} = S_{66}^{90} \cdot \sigma_{xz}^{90} \quad (2.106)$$

Tel que :  $S_{ij}$  sont les éléments de la matrice de souplesse pour un composite unidirectionnel.

Nous obtenons l'expression de la réduction du module longitudinal du stratifié due aux fissures transverses :

$$\frac{E_x}{E_{x0}} = \frac{1}{1 + \frac{E_{90} t_{90}}{E_{90} t_{90}} \frac{(1 - \nu_{12} \nu_{xy}^\theta)}{(1 - \nu_{12} \nu_{21})} \frac{1}{2a} R(a) \left( 1 + \nu_{xy}^\theta \frac{(S_{12} t_{90} + S_{12} t_\theta)}{(S_{22} t_{90} + S_{11} t_\theta)} \right)} \quad (2.107)$$

#### 1.4. Coefficient de Poisson :

Afin d'obtenir le coefficient de Poisson pour un stratifié endommagé, on doit calculer les paramètres suivants [48]:

$$\nu_{xy} = - \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x^0} \quad (2.108)$$

Avec :

$$\overline{\varepsilon_x^0} = \varepsilon_x^0 + \frac{\sigma_{x0}^{90}}{E_\theta} \frac{1}{2l_0} R(a) \frac{1}{\alpha} (1 - \nu_{12} \nu_{xy}^0) \quad (2.109)$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_{y0} + \sigma_{x0}^{90} \left( \frac{E_\theta - E_{90}}{E_\theta + \alpha E_{90}} \right) \frac{\nu_{LT}}{E_\theta} \frac{1}{2a} R(a) \quad (2.110)$$

Finalement, le coefficient de Poisson est sous la forme [48]:

$$\frac{\nu_{xy}}{\nu_{xy}^0} = \frac{1 - \frac{E_{90}t_{90}}{\nu_{xy}^0} \frac{(1 - \nu_{12}\nu_{xy}^0)}{(1 - \nu_{12}\nu_{21})} \left( \frac{S_{xy}^\theta S_{11} + S_{12} S_{yy}^\theta}{S_{yy}^\theta t_\theta + S_{11} t_\theta} \right)}{1 + \frac{E_{90}t_{90}}{E_\theta t_\theta} \frac{(1 - \nu_{12}\nu_{xy}^0)}{(1 - \nu_{12}\nu_{21})} \frac{1}{2a} R(a) \left( 1 + \nu_{xy}^\theta \frac{(S_{12}t_{90} + S_{12}t_\theta)}{(S_{22}t_{90} + S_{11}t_\theta)} \right)} \quad (2.111)$$

### 1.5. Module de cisaillement longitudinal :

Lorsque la distance entre les fissures est constante, le module de cisaillement longitudinal peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{G_{xy}}{G_{xy}^0} \geq \frac{1}{1 + \frac{\tanh \mu \rho}{\alpha \mu \rho}} \quad (2.112)$$

Tel que

$$\mu = \sqrt{\frac{3 \left( 1 + \frac{1}{\alpha} \right)}{1 + \alpha \frac{G_\theta}{G_{90}}}} \quad \text{et} \quad \rho = \frac{1}{2lt_{90}} \quad (2.113)$$

Lorsque la distance entre les fissures est très importante alors  $\tanh \mu \rho \sim 1$  et la relation (2.112) devient :

$$\frac{G_{xy}}{G_{xy}^0} \geq \frac{1}{1 + \frac{1}{\alpha \mu \rho}} \quad (2.114)$$

Et si la distance entre les fissures est très petite  $\mu \rho \sim 1$ , le module de cisaillement longitudinal devient alors :

$$\frac{G_{xy}}{G_{xy}^0} \geq \frac{1}{1 + \frac{1}{\alpha}} \quad (2.115)$$

Pour le cas de la densité de fissuration on a deux paramètres :

$$\text{Pour le cas d'un stratifié croisé : } \rho = \frac{1}{2l_0} \quad (2.116)$$

$$\text{Pour le cas d'un stratifié non croisé : } \rho = \frac{1}{2l_0 \cdot \sin(\theta)} \quad (2.117)$$

## **2.6. Modélisation par éléments finis :**

### **2.6.1. Présentation du problème :**

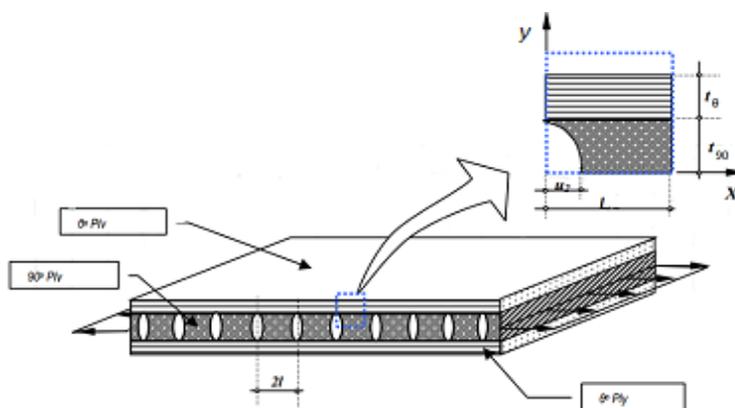
Cette partie est consacrée à l'étude et à l'analyse numérique par éléments finis en 2D du comportement mécanique d'un stratifié de type  $[\theta_m / 90_n]_S$  endommagé par des fissures transverses et soumis à une sollicitation en traction uni axiale .

### **2.6.2. Modélisation :**

La simulation numérique a été effectuée en utilisant le code de calcul « ABAQUS » largement utilisé dans les industries automobiles et aéronautiques basé sur la méthode des éléments finis.

Nous considérons une éprouvette d'un stratifié de séquence  $[\theta_m / 90_n]_S$  , sollicitée en traction uni axiale , endommagée par fissuration transverse , ayant un rapport d'épaisseur de couches «  $\alpha$  » et une rapport géométrique de fissuration «  $a$  » .

Dans le but de faciliter les calculs (en réduisant le nombre de nœuds du maillage) , diminuer le pourcentage d'erreur de calcul et faciliter la création des modèles de fissures ( semi-elliptiques , rectangulaire et linéaire) , nous choisissons d'utiliser un quart de la structure (Figure 2.5).



**Figure 2.5 :** Un quart de la cellule élémentaire endommagée par fissuration transverse.

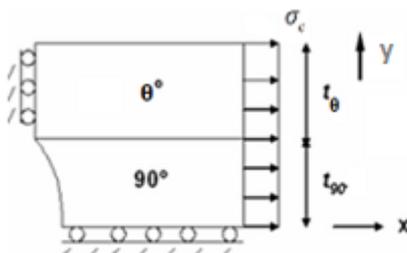
### **2.6.3. Conditions aux limites :**

Pour suivre l'évolution de l'endommagement par fissuration intra laminaire, des essais de traction ont été réalisés sur la plaque étudiée, en considérant un déplacement nul dans les directions OX, OY.

Les conditions dans lesquelles sont effectués les tests sont les suivantes (Figure 2.6) :

- Déplacement longitudinal nul suivant l'axe OX :  $u = 0$

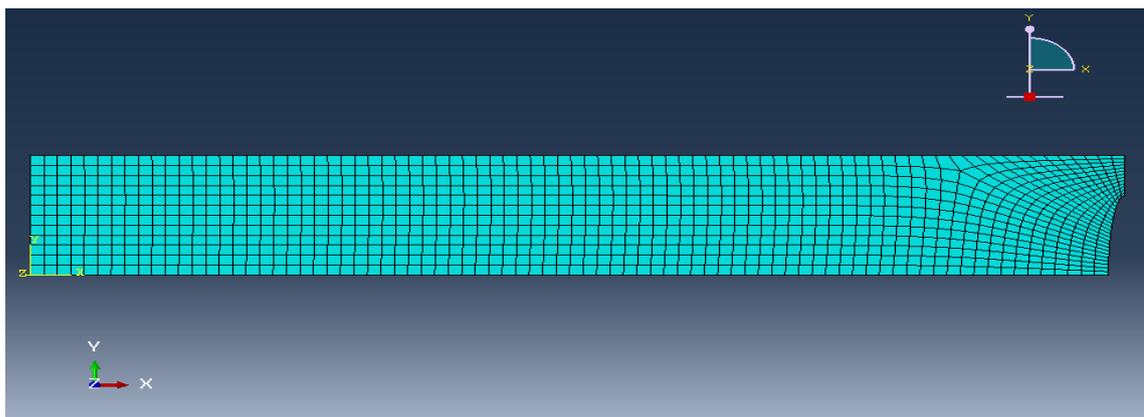
- Déplacement transversal nul suivant l'axe OY :  $v = 0$
- Sollicitation en traction suivant l'axe OX.
- Les fissures sont considérées comme des bords libres (aucune contrainte de cisaillement).



**Figure 2.6 :** application des conditions aux limites et force de traction sur un quart d'élément.

#### 2.6.4. Maillage :

Un maillage est la discrétisation spatiale d'un milieu continu, ou aussi, une modélisation géométrique d'un domaine par des éléments proportionnés finis et bien définis. L'objet d'un maillage est de procéder à une simplification d'un système par un modèle représentant ce système et, éventuellement, son environnement. Dans l'optique de simulations de calculs ou de représentations graphiques.



**Figure 2.7 :** Maillage quadratique d'un quart de la plaque composite.

On procède au maillage de la plaque composite. Afin de garantir la fiabilité des résultats, on opte pour un maillage quadratique raffiné à proximité des plans de fissures transverses, au voisinage de l'interface des couches comme le montre la Figure 2.7. La

densité du maillage est en fonction du rapport des épaisseurs des couches à  $\theta^\circ$  et à  $90^\circ$  et de l'état d'endommagement.

### **2.7. Conclusion :**

Les approches analytiques et numériques ont été étudiées dans ce chapitre dans le but de résoudre le problème du comportement mécanique d'un matériau composite  $[\theta_m/90_n]_s$  soumis à une traction uni axiale et endommagé par des fissurations transversales.

La méthode de diffusion de cisaillement comportant les modèles parabolique et progressif qui a été développée dans ce chapitre et utilisée pour la modélisation du comportement de la contrainte longitudinale dans la couche à  $90^\circ$  ainsi que le cisaillement longitudinal sous chargement mécanique fera l'objet d'une étude comparative avec les résultats de la simulation dans le chapitre 4.

## CHAPITRE 3

### MODELISATION DU VIEILLISSEMENT HYGROTHERMIQUE

#### **3.1. Introduction :**

Notre étude s'inscrit résolument dans le domaine des fissurations hygrothermiques. Dans ce chapitre nous citerons dans un premier temps les effets du vieillissement hygrothermique sur les matériaux composites à matrice organique. Nous évaluerons par la suite le comportement des propriétés mécaniques, sous l'effet de la température et l'humidité.

Notre approche pour résoudre le problème reste évidemment la simulation numérique. Le modèle qui nous permettra d'introduire le vieillissement et son évolution sur ces propriétés est le modèle de Tsai [58], qui tient compte de l'évolution de la température de transition en fonction de l'humidité. Dans ce chapitre nous désignerons le modèle de Tsai par « Tsai simplifié », car la concentration utilisée dans le modèle n'est pas fonction du temps.

#### **3.2. Vieillissement naturel et accéléré :**

Les vieillissements naturels sont souvent trop lents pour évaluer la résistance du matériau, il est nécessaire d'avoir recours à des vieillissements accélérés, pour prévoir un comportement sur des délais relativement courts mais aussi représentatif que possible de la dégradation naturelle du matériau. Ceci ne permet pas d'avoir les détails de la détérioration mais permet par contre d'avoir des baisses de performances des matériaux au cours du vieillissement. Ces vieillissements requièrent la connaissance des principaux mécanismes de dégradation des CMO pour ne pas en introduire d'autre en cours d'expérience. Le terme vieillissement sous-entend que le processus est qualitativement le même, seule la vitesse du processus varie.

Le vieillissement accéléré est utilisé pour contrôler les similitudes avec le vieillissement naturel, et la température est un facteur essentiel dans ce processus d'accélération mais cette variation est limitée jusqu'à un certain seuil, au-delà de ce seuil, le comportement de la matrice se modifie rapidement et il n'est plus représentatif [54].

### **3.3. Types de vieillissement :**

Le vieillissement des matériaux polymères et composites dans les conditions réelles de leur utilisation se caractérise par des cinétiques d'absorption et de dégradation lentes. Cependant, il est nécessaire d'avoir recours à des essais accélérés pour évaluer et quantifier l'impact du vieillissement. Ces essais reposent le plus souvent sur l'exposition des matériaux à un environnement plus sévère que celui de leur utilisation. Généralement, la température est le paramètre le plus utilisé pour accélérer les processus de diffusion, qui peut être associé à d'autres paramètres selon les applications visées (humidité, UV). [55]

#### **3.3.1. Vieillissement physique :**

Il englobe les phénomènes dans lesquels la structure chimique des macromolécules et autres constituants du matériau polymère n'est pas modifiée. Il englobe, les phénomènes de vieillissement sous contrainte mécanique, les phénomènes de relaxation, les phénomènes liés aux transferts de masse comme l'absorption ou la diffusion de molécules [48].

Il est reconnu qu'en dessous de sa température de transition vitreuse  $T_g$ , un polymère n'est généralement pas dans un état d'équilibre thermodynamique. En effet, au cours d'un refroidissement, le matériau se fige avec un excès de volume libre et d'enthalpie au passage de la zone de transition vitreuse. Le vieillissement physique, qui est un phénomène réversible, résulte alors d'une restructuration progressive des molécules dans le polymère vers une configuration plus stable et se traduit par un gain de ductilité ou un gonflement du matériau [50].

La plastification s'accompagne aussi de gonflements, qui dans le cas des composites, conduit à l'apparition de contraintes inter faciales qui peuvent produire des déchaussements de fibres et des délaminages. Ce phénomène est d'autant plus important que la résistance de l'interface est faible [52]. La figure 3.3 schématise la pénétration du solvant dans un polymère.

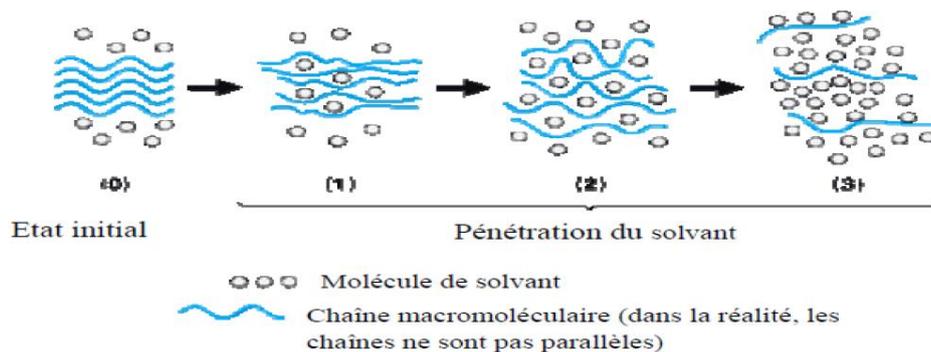


Figure 3.1 : Pénétration d'un solvant dans un polymère [51].

### 3.3.2. Vieillessement chimique :

Certaines études ont montré que la masse d'un échantillon peut augmenter continuellement lorsque celui-ci est placé dans un environnement très humide. La modification de certaines bandes d'absorption en infrarouge du polymère a amené certains auteurs à supposer un mécanisme de dégradation du polymère : l'hydrolyse [51] (Figure 3.2).

Au cours de l'absorption, les molécules d'eau peuvent remplacer les liaisons hydrogène déjà existantes par des liaisons hydrogène entre l'eau et le polymère. Le résultat de ces interactions chimiques à long terme est la dégradation de la résine et de l'interface par hydrolyse.

L'hydrolyse est activée thermiquement et est susceptible d'être catalysée par divers agents chimiques : ions  $\text{OH}^-$ ,  $\text{H}^+$ , métaux de transition, d'où l'influence de la composition du milieu réactionnel dans le vieillissement. Le greffage d'eau sur les chaînes macromoléculaires se caractérise par une masse supérieure à la masse initiale de l'échantillon même après séchage [51].

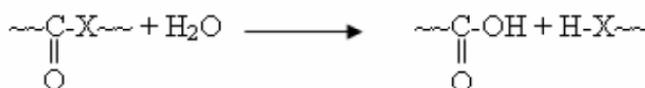


Figure 3.2 : Réaction de l'hydrolyse [51].

### 3.4. Caractérisation du matériau :

Un matériau est caractérisé principalement par ses modules mécaniques qui peuvent être déterminés expérimentalement. Par exemple plusieurs essais de traction sont nécessaires pour déterminer les différents modules d'élasticité du pli élémentaire d'un composite à fibres

continues. Le module d'Young ou module d'élasticité longitudinal et le coefficient de Poisson sont mesurés par un essai de traction monotone sur un unidirectionnel pour un empilement à 0°.

Nous allons devoir choisir les modèles des différents modules qui nous permettront de faire la caractérisation de notre matériau. Le module de Young longitudinal et le coefficient de Poisson sont pris d'après les modèles correspondant à ceux issus de la loi des mélanges. Le module de Young transversal et le coefficient de Poisson, sont pris selon le modèle correspondant à celui de la loi des mélanges modifiée par Hahn décrit en référence [62]. Ce modèle a également été adopté dans les travaux de Sereir et autres [56].

Soit ci-dessous le choix du modèle semi-empirique pour l'évaluation des propriétés du composite en fonction des volumes des fibres [57].

### **3.4.1. Le module de Young dans la direction des fibres :**

Il est bien approché par la relation :

$$E_x = E_m \cdot V_m + E_{fx} \cdot V_f \quad (3.1)$$

$$\text{Avec } V_m = 1 - V_f \quad (3.2)$$

En pratique ce module dépend essentiellement du module longitudinal de la fibre.

### **3.4.2. Le module de Young transversal :**

La relation micromécanique modifiée par Hahn [58] pour le graphite époxy T300/5208 du module de Young transversal est :

$$E_y = \frac{1 + 0.516(V_m / V_f)}{\frac{1}{E_{fy}} + \frac{0.516(V_m / V_f)}{E_m}} \quad (3.3)$$

### **3.4.3. Le module de cisaillement longitudinal :**

De même la relation micromécanique modifiée par Hahn [58] pour le graphite époxy T300/5208 du module de Young transversal est :

$$G_{xy} = \frac{1 + 0.316(V_m / V_f)}{\frac{1}{G_{fy}} + \frac{0.316(V_m / V_f)}{G_m}} \quad (3.4)$$

$$\text{Avec } G_m = \frac{E_m}{2(1 + \nu_m)} \quad (3.5)$$

### **3.4.4. Le coefficient de Poisson :**

Il caractérise la contraction dans le sens transverse (Y) du pli lorsqu'on le sollicite en traction suivant le sens long (X)

$$v_{XY} = v_m \cdot V_m + v_{fx} \cdot V_f \quad (3.6)$$

La comparaison des valeurs des modules obtenues par ces modèles avec ceux donnés par Tsai [58], donne d'excellents résultats voir tableau 3.3.

### **3.5. Introduction du vieillissement sur les propriétés mécaniques du matériau et le modèle de Tsai :**

Cette partie constitue un aspect fondamental de notre recherche. Le but à travers ce qui suit est la quantification du vieillissement puis l'observation de ces effets sur les propriétés mécaniques du matériau. On va devoir présenter le modèle qui nous permettra d'introduire le vieillissement et son évolution sur ces propriétés.

Le modèle correspond à celui décrit par Tsai [58] et tient compte de l'évolution de la température de transition en fonction de l'humidité, puis l'évolution des propriétés élémentaires des fibres et de la matrice en fonction de la température et de l'humidité.

La particularité du modèle est que le vieillissement de la fibre est bien pris en considération. Cependant, la plupart des études considèrent cette dégradation comme négligeable, notamment par rapport à la dégradation de la matrice et de l'interface.

#### **3.5.1. Evolution de Tg au cours du vieillissement :**

Le paramètre Tg est un paramètre quantitatif du phénomène de vieillissement, c'est aussi une caractéristique importante des polymères et représente la transition entre le domaine vitreux et le domaine caoutchoutique du matériau [59]. La technique qui permet de suivre l'évolution de la température de transition vitreuse au cours du vieillissement hygrothermique est la DMTA (Differential Mechanical Thermal Analysis), Mercier [60]. Evidemment cette technique est souvent utilisée dans les études expérimentales de vieillissement, pour le suivi de Tg.

La transition vitreuse est une des caractéristiques les plus importantes des polymères, pendant laquelle le matériau passe progressivement d'un état vitreux (rigide) à un état

caoutchouteux. Cette transition du second ordre s'étale sur un domaine de température de 10°C à 20°C. La température de transition vitreuse  $T_g$  est fortement influencée par la composition, l'état de cuisson de la résine mais aussi par des facteurs extérieurs telle que la présence de liquide dans le réseau moléculaire.

L'application de notre étude se fera sur le graphite époxyde T300/5208. La température de transition vitreuse à une température de référence de 22°C est de  $T_g=160^\circ\text{C}$ , Tsai [61]. On sait que l'absorption d'humidité entraîne la diminution de la température de transition. Les observations de nombreux auteurs tel que Ghorbel [59], confirment une baisse de la  $T_g$  d'environ 20°C en humidité relative et de 30°C en immersion. Cette température est d'autant plus décalée vers des températures plus faibles que les conditions de vieillissement sont sévères. La première partie d'analyse doit permettre de suivre l'évolution de la température de transition vitreuse  $T_g$  au cours du vieillissement. Tsai [61] n'assume qu'une absorption d'humidité induit une diminution de la température de transition d'une quantité (g.c) :

$$T_g = T_g^0 - gc \quad (3.7)$$

### **3.5.2. Température adimensionnelle :**

Tsai [61] propose la notion de la température adimensionnelle  $T^*$ , qui est un élément essentiel pour l'évaluation des caractéristiques du composite :

$$T^* = \frac{T_g - T_{opr}}{T_g - T_{rm}} \quad (3.8)$$

On voit l'effet de la température à travers  $T_{opr}$  qui est la température d'utilisation ainsi que l'effet de la concentration à travers la température de transition.  $T_{rm}$  étant la température de référence.

### **3.5.3. Prise en compte du vieillissement dans les propriétés de la matrice**

Tsai [58] relie la température adimensionnelle  $T^*$ , pour déterminer empiriquement les expressions des propriétés de la matrice, en fonction de la température et de l'humidité avant et après le vieillissement, pour le carbone époxyde T300/5208.

$$\frac{E_m}{E_m^0} = (T^*)^a \quad (3.8)$$

$$\frac{G_m}{G_m^0} = (T^*)^a \quad (3.10)$$

$$\frac{V_m}{V_m^0} = (T^*)^a \quad (3.11)$$

a : étant une constante semi empirique [58], donnée dans le tableau 3.2.

### **3.5.4. Prise en compte du vieillissement dans les propriétés des fibres :**

Les propriétés des fibres en fonction de la température et de la concentration s'expriment aussi en fonction de la température adimensionnelle.

$$\frac{E_{fx}}{E_{fx}^0} = (T^*)^f \quad (3.12)$$

$$\frac{E_{fy}}{E_{fy}^0} = (T^*)^f \quad (3.13)$$

$$\frac{G_{fx}}{G_{fx}^0} = (T^*)^f \quad (3.14)$$

$$\frac{V_{fx}}{V_{fx}^0} = (T^*)^f \quad (3.15)$$

f : étant une constante semi empirique [58], donnée dans le tableau 3.2.

### 3.5.5. Organigramme :

On a élaboré notre programme de simulation numérique (sous code Maple) en se basant sur l'organigramme présenté ci-dessous :

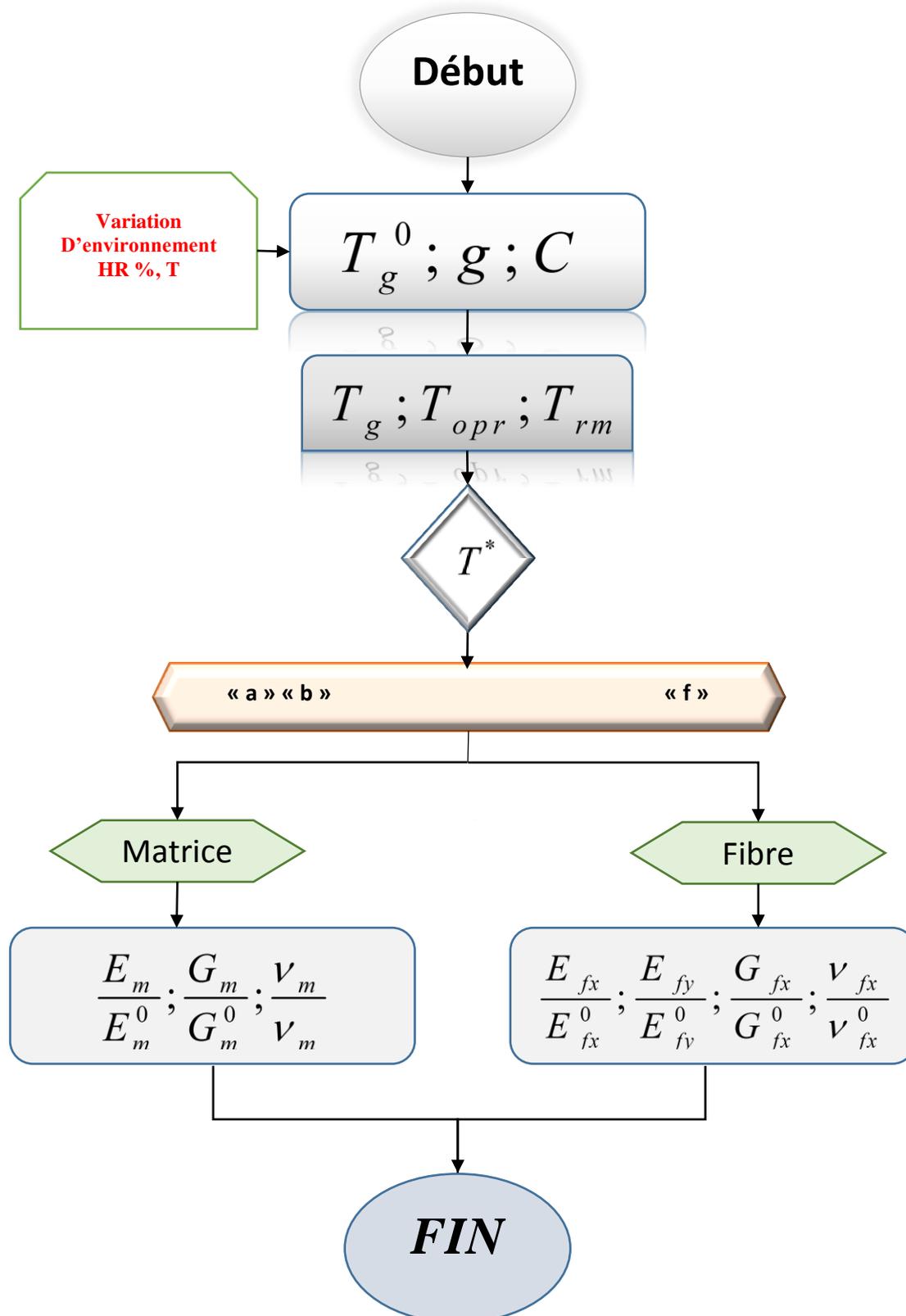


Figure 3.3 : Organigramme du calcul des propriétés vieilles par AEROTSA

### 3.5.6. Propriétés du T300/5208 [59]

L'application de notre étude se fera sur le T300/5208. Le T300 est la fibre de carbone et le N5208 est la résine. Nous présentons ci-dessous sous forme de tableaux les caractéristiques de ce type de matériau, ainsi que les caractéristiques de la matrice époxyde et des fibres de carbone :

**Tableau 3.1** : Caractéristiques de fibres et matrice du T300/5208, [58]

$E_{fx}$ (Gpa)	$E_{fy}$ (Gpa)	$G_{fx}$ (Gpa)	$\nu_{fx}$	$E_m$ (Gpa)	$G_m$ (Gpa)	$\nu_m$	$V_f$	$V_m$
259	18.69	19.69	0.25	3.4	1.26	0.35	0.7	0.3

**Tableau 3.2** : Caractéristiques de variation de température et d'humidité, [58]

$T_g^0$ (°C)	$T_{rm}$ (°C)	g (°C/c)	a	b	c	f	h	E
160	22	2000	0.5	0.2	0.9	0.04	0.04	0.2

**Tableau 3.3** : Propriétés du T300/5208  $T_r=22^\circ\text{C}$  et  $C=0.5\%$ , [58]

	$E_x$ (Gpa)	$E_y$ (Gpa)	$G_{XY}$ (Gpa)	$\nu_{XY}$	$\alpha_x$ $10^{-6}$ $K^{-1}$	$\alpha_y$ $10^{-6}$ $K^{-1}$	$\beta_x$	$\beta_y$
« Tsai »	181	10.3	7.17	0.28	0.02	22.5	0	0.6
« Loi des mélange modifiée »	181.3	10.305	7.169	0.28	0.023	23.5	0	0.62

**Tableau 3.4** : Caractéristiques de diffusion du T300/5208, [58]

Type de Matériau	Température	humidité relative	D (mm <sup>2</sup> /s)	Cmax
T300/5208	20°	100	$2.27 \times 10^{-8}$	1.5

### 3.5.7. Conditions de simulation :

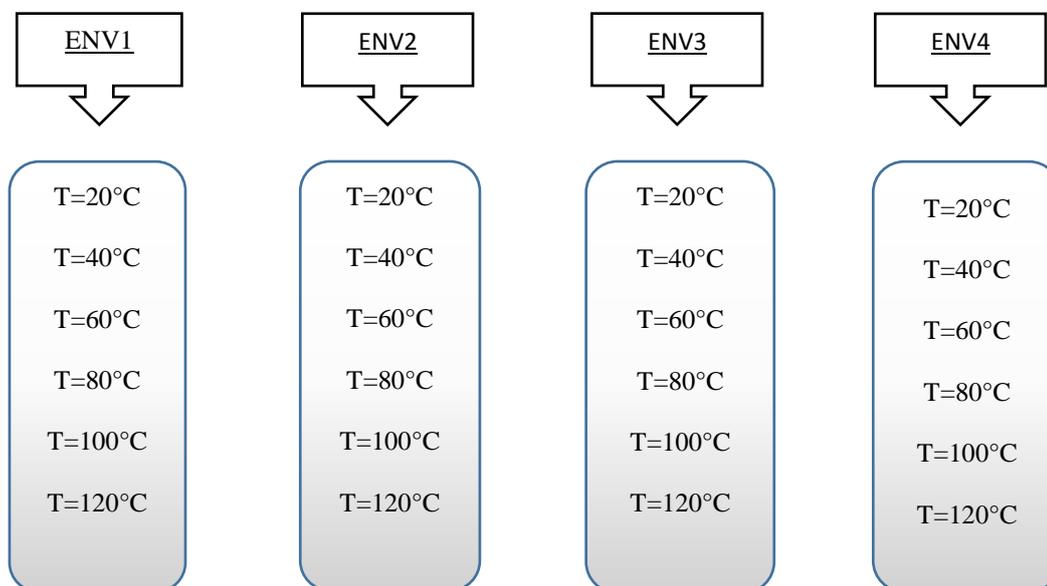
Nous choisissons quatre environnements différents en terme d'humidité relative. Chaque environnement considère des températures d'utilisation variables de 20°C à 120°C. Et cette dernière correspond aussi à la température de post cuisson pris par Tsai [58].

La concentration est calculée en fonction de l'humidité relative sous la forme:

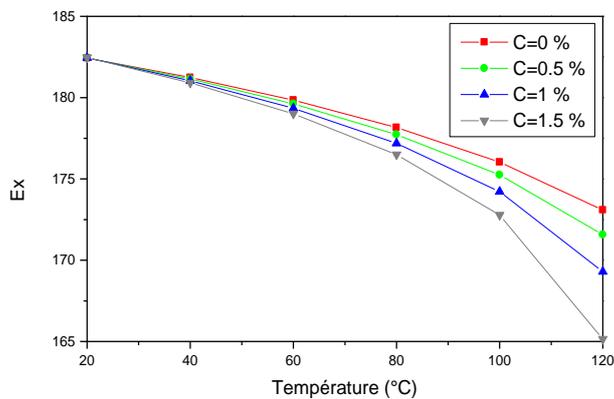
$$C=0.015.(HR)\% \quad (3.16)$$

**Tableau 3.5 :** Choix des environnements

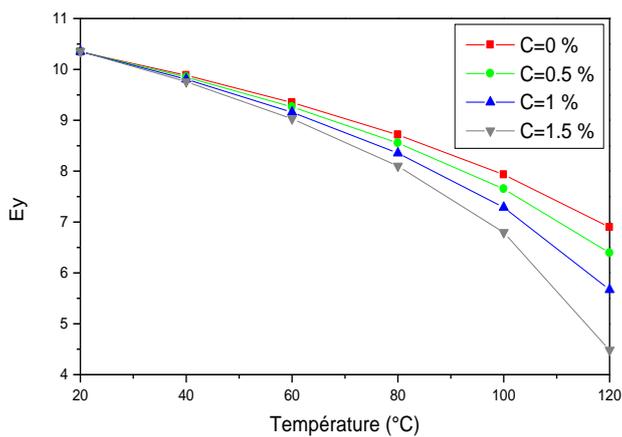
Environnements	Humidité relative	Concentration
ENV1	HR1=0%	C=0%
ENV2	HR1=33%	C=0.5%
ENV3	HR1=66%	C=1%
ENV4	HR1=100%	C=1.5%



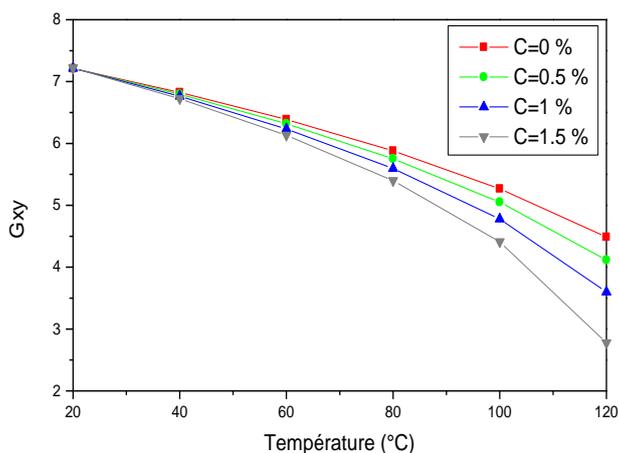
### 3.5.8. Variation des modules mécaniques :



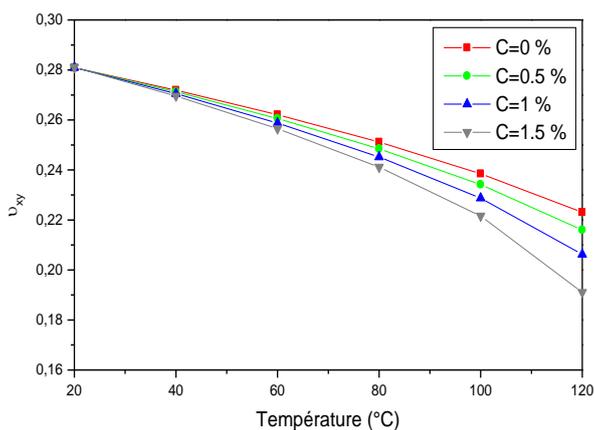
**Figure 3.4 :** Effet de la variation de température sur le module de Young longitudinal pour le T300/5208 à différents niveaux de concentration.



**Figure 3.5 :** Effet de la variation de température sur le module de Young transversal pour le T300/5208 à différents niveaux de concentration.



**Figure 3.6 :** Effet de la variation de température sur le module de cisaillement longitudinal pour le T300/5208 à différents niveaux de concentration.



**Figure 3.7 :** Effet de la variation de température sur le coefficient de Poisson longitudinal pour le T300/5208 à différents niveaux de concentration.

### **3.6. Interprétations**

#### **3.6.1. Effets de la température :**

Les figures 3.4 à 3.7 montrent clairement que les réductions du module d'élasticité transversal et le module de cisaillement plan sont amplement plus importantes que les réductions du module d'élasticité longitudinal et du coefficient de Poisson. Le module de Young longitudinal est le moins affecté.

L'augmentation de la température engendre une chute des différents modules d'élasticité ; le module de Young longitudinal, le module de Young transversal, le module de cisaillement et le coefficient de Poisson, voir figures 3.4 à 3.7. Sur les différentes figures nous observons une accélération de la réduction des caractéristiques mécaniques à partir de 80°C. Le module de Young transversal et le module de cisaillement longitudinal sont les plus affectés par l'effet de température.

En fait, ces réductions représentent la chute de rigidité. Nous constatons une réduction de la rigidité transversale de l'ordre de 56% lorsque la température atteint 120°C à une concentration initiale  $C=0.015$ . La rigidité en cisaillement se réduit considérablement aussi, elle est autour de 61% pour une température de 120°C et une concentration de  $C=0.015$ . Ces résultats sont en accord avec les obtenus dans la référence [53].

### **3.6.2. Effets de la concentration :**

Pour une même température et à différents niveaux de concentration voir tableau 3.6, pour  $T=60^\circ\text{C}$  et à  $C=0\%$ ,  $C=0.05\%$ ,  $C=1\%$ ,  $C=1.5\%$ , plus la concentration est élevée, plus le taux de dégradation est élevé, exemple le cisaillement longitudinal chute de 3.58 % lorsque la concentration passe de  $C=0\%$  à  $C=1.5\%$ . Le module de Young transversal quant à lui chute de 3.1% lorsque la concentration passe de  $C=0\%$  à  $C=1.5\%$ .

Le tableau 3.7 montre une comparaison à une température de 120°C des taux de dégradation des modules à différentes concentrations. La combinaison d'une température et d'un haut niveau d'humidité contribuent à réduire les propriétés mécaniques du graphite/époxyde T300/5208. L'effet de température est plus prononcé pour une concentration élevée.

L'influence de la concentration d'humidité et celle de la température sont similaires. Les tableaux des résultats montrent, que pour une concentration d'humidité donnée, plus la température est élevée plus la dégradation est importante. Les caractéristiques mécaniques les plus sensibles sont l'élasticité transversale et le cisaillement longitudinal. Ceci permet de prévoir que l'effet combiné température humidité aura une conséquence visible sur les contraintes transversales et sur le cisaillement plan.

**Tableau 3.6 :** Taux de réduction des propriétés mécaniques T=60°C, C=0%, C=0.15%, C=1%, C=1.5%

Conditions	Ex %	Ey%	Gxy%	$\nu_{XY}$ %
60 °C, C=0%	1.41654513	9.61359376	11.38891074	6.66422591
60 °C, C=0.5%	1.54185898	10.45378259	12.36486522	7.21428609
60 °C, C=1%	1.69303811	11.46469627	13.53503984	7.86972382
60 °C, C=1.5%	1.87915523	12.70499889	14.96465225	8.66453978

**Tableau 3.7 :** Taux de réduction des propriétés mécaniques T=120°C, C=0%, C=0.15%, C=1%, C=1.5%

Conditions	Ex %	Ey%	Gxy%	$\nu_{XY}$ %
120 °C, C=0%	5.12217920	33.31734193	37.76045046	20.57481815
120 °C, C=0.5%	5.95285691	38.21068394	42.91190310	23.10510406
120 °C, C=1%	7.20129699	45.20230029	50.10431180	26.57025634
120 °C, C=1.5%	9.47314897	56.69454191	61.50655874	31.97231014

La matrice et les interfaces fibre matrice sont les plus attaquées par l'eau, alors que les fibres semblent garder la majorité de leur intégrité. Les baisses du module transversal sont donc attribuées au phénomène de plastification de la matrice par les molécules d'eau, décrit précédemment. C'est en effet la matrice qui est sollicitée, de même le module de cisaillement  $G_{xy}$  qui baisse de manière importante, caractérise la dégradation des liaisons au niveau de l'interface fibre matrice.

### **3.7. Validation des résultats :**

Nos résultats sont en bon accord avec les résultats obtenus par Benkhedda et khodjet [53,63] ou il apparaît communément une baisse de rigidité dans le sens transversal et en cisaillement des composites unidirectionnels. Les résultats sont aussi en bon accord avec les travaux expérimentaux de Ghorbel [59] ; Shen et Springer [64].

Nous avons exposé un modèle qui permet la simulation du vieillissement. Les propriétés mécaniques du composite peuvent être obtenues pour n'importe quelle condition de température et d'humidité. L'interprétation physico-chimique des résultats des effets de température et d'humidité sur les propriétés mécaniques est assez complexe. Nos résultats montrent que pratiquement chaque propriété du matériau est susceptible d'être affectée par un vieillissement humide et thermique.

Cependant l'aspect micro analytique ne pourra déterminer ce qui se passe au cœur du matériau. Les conditions hygrothermiques peuvent-elles avoir un influence sur le comportement mécanique d'un matériau composite  $[\theta_m/90_n]_s$  soumis à une traction uni axiale et endommagé par des fissurations transversales, c'est dans ce sens que l'on orientera cette étude dans les prochains chapitres.

## CHAPITRE 4

### SIMULATION ET RÉSULTATS DES STRATIFIÉS FISSURÉS $[0_m/90_n]_s$ AVEC CHARGEMENT MÉCANIQUE ET CONDITIONS HYGROTHERMIQUES

#### 4.1. Introduction :

L'objet de cette partie est double : déterminer la répartition des contraintes dans un stratifié  $[0_m/90_n]_s$  endommagé par fissuration transverse soumis à une sollicitation en traction uni axiale , l'influence de l'endommagement par fissuration transverse sur le comportement mécanique du matériau et établir l'influence couplée du vieillissement hygrothermique et de l'endommagement par fissuration transverse sur le comportement mécanique du matériau composite.

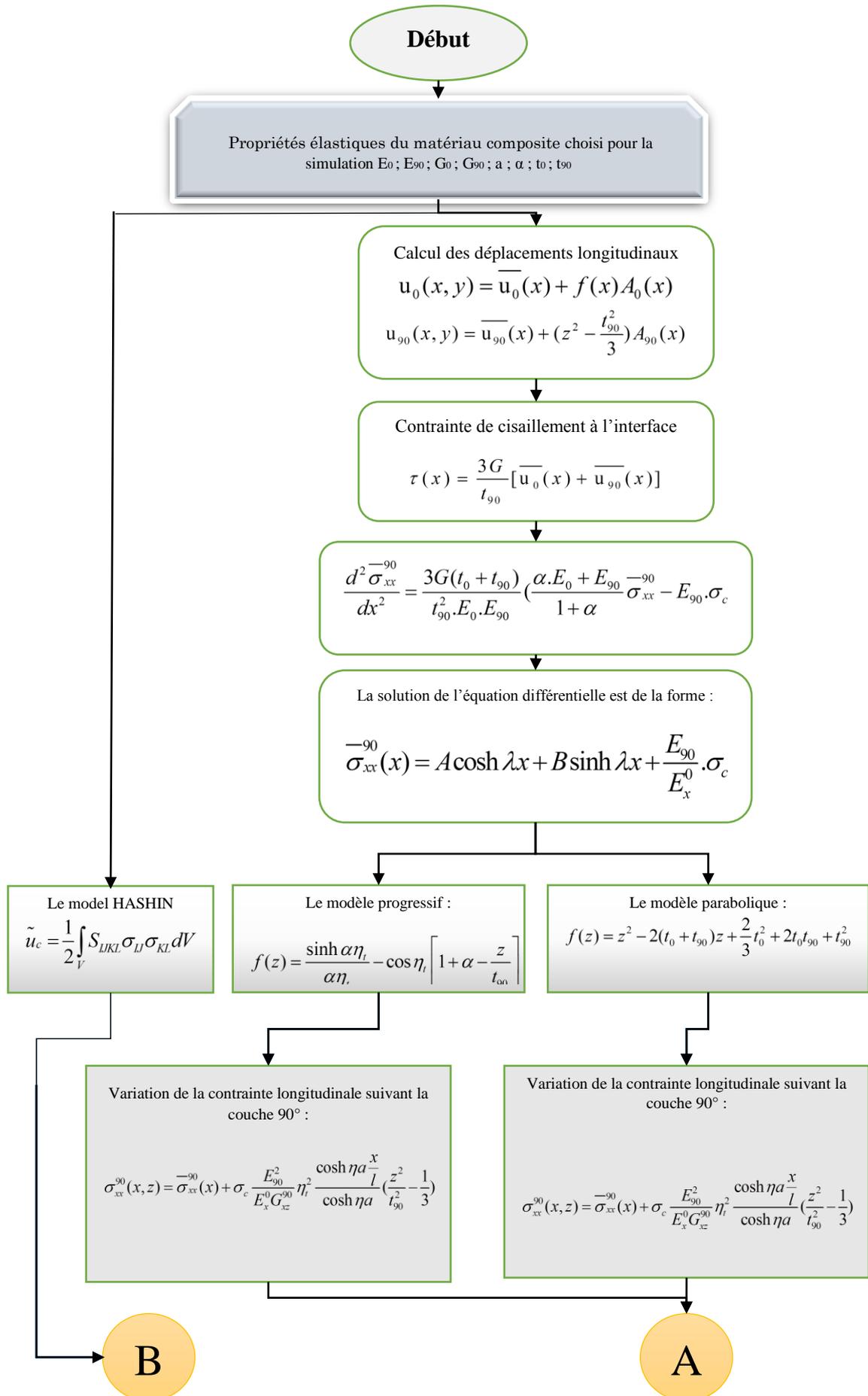
Nous tentons tout d'abord d'identifier séparément les évolutions des propriétés dues aux composantes, vieillissement hygrothermique et endommagement par fissuration transverse. Puis nous allons analyser le couplage entre ces deux phénomènes.

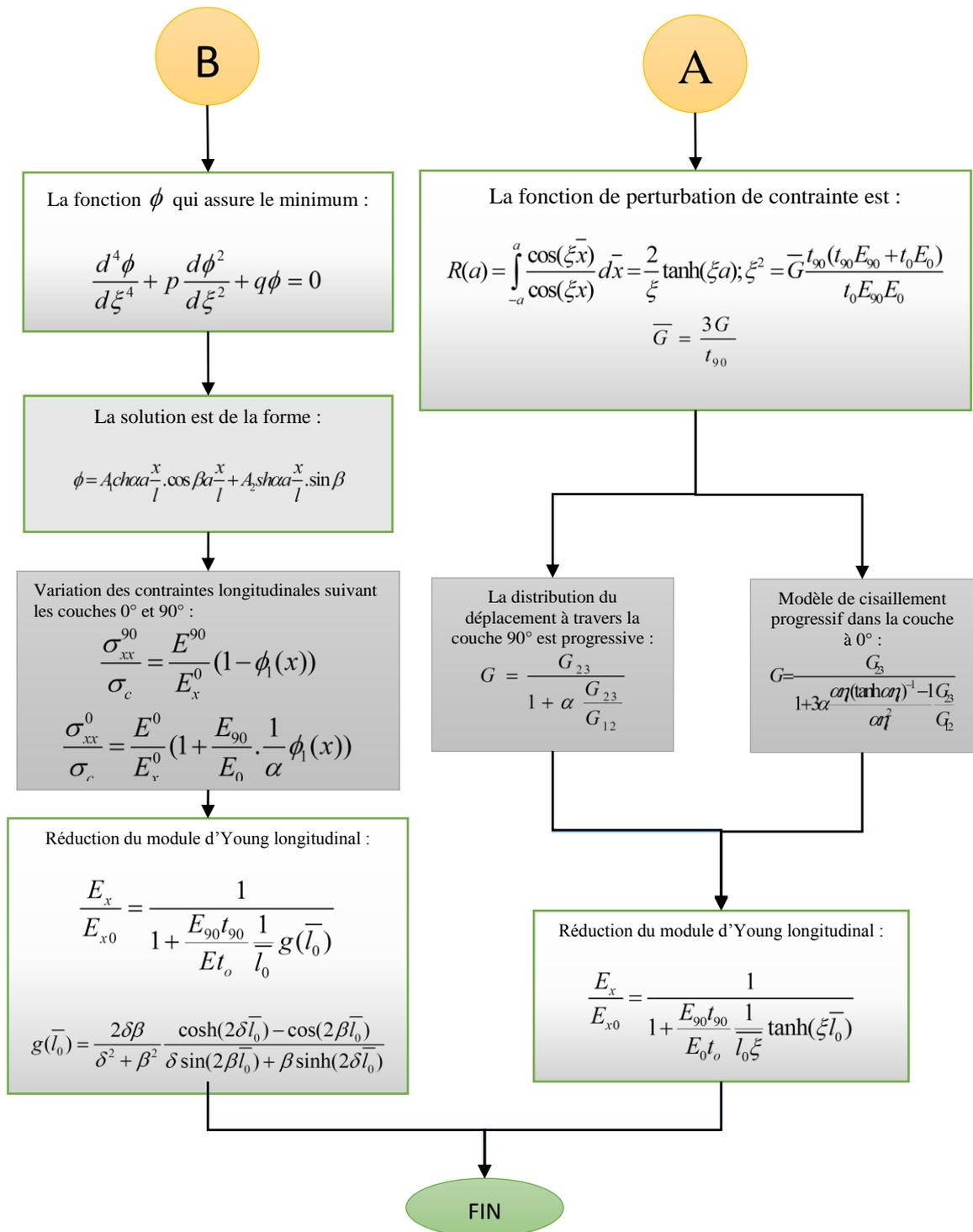
Nous représenterons les résultats obtenus par la simulation analytique et numérique du comportement mécanique d'un composite fissuré et sous sollicitation en traction. La méthode des éléments finis avec le code ABAQUS est utilisée pour la simulation numérique du comportement mécanique d'un matériau composite fissuré dans les 2 cas de figures.

#### 4.2 Simulation et résultats des stratifiés fissurés avec chargement mécanique uniquement :

##### 4.2.1 Organigramme :

Pour représenter le comportement du matériau composite fissuré soumis à une traction uni axiale, on a élaboré le programme **FISSTRANS** en se basant sur les différents modèles cités précédemment. Notre programme est décrit à travers l'organigramme présenté ci-dessous :





**Figure 4.1** : Organigramme FISSTRANS

#### 4.2.2 Choix du matériau pour la simulation :

Le matériau composite choisi pour la simulation numérique est le composite carbone époxyde AS4-3502 ayant les propriétés élastiques suivantes :

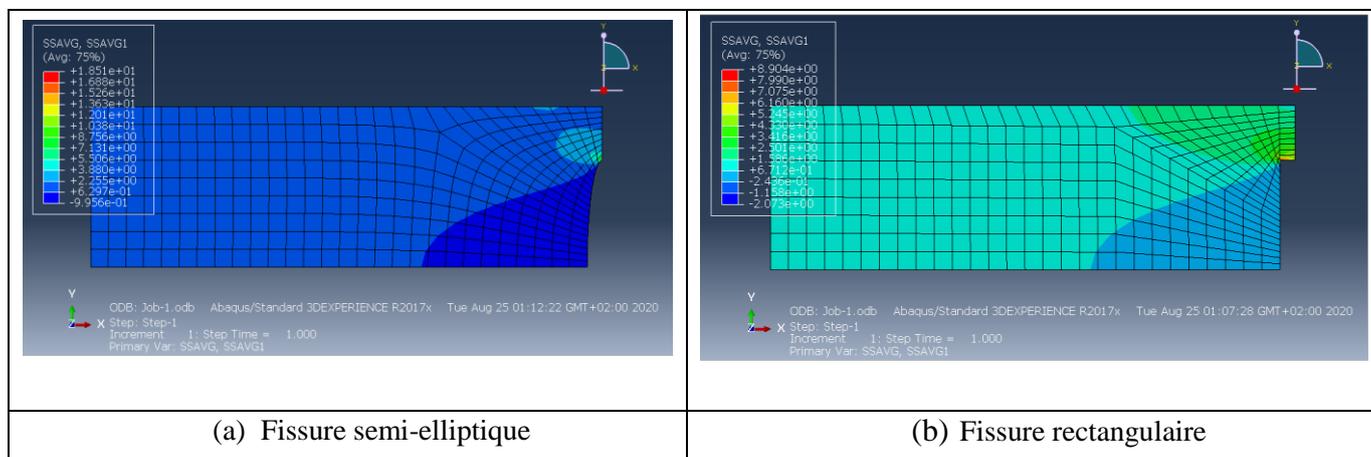
$E_0 = 42.31GPa$	$E_{90} = 13.2GPa$	$G_{xz}^0 = 4.41GPa$	$G_{xz}^{90} = 3.5GPa$
$\nu_{xy} = 0.31$	$\nu_{yz} = 0.4$	$h_\theta = 0.203mm$	

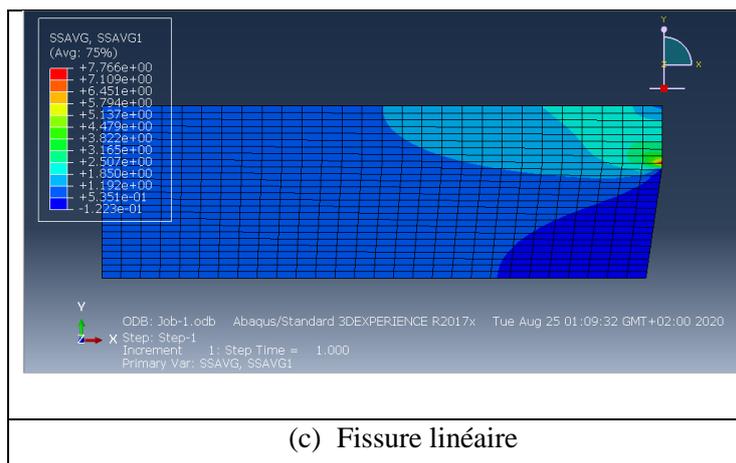
**Tableau 4.1 :** Propriétés élastique du AS4-3502 [67].

**Remarque :** Pour un matériau composite unidirectionnel :  $\nu_{LT} = \nu_{LT'}$

#### 4.2.3 Simulation numérique :

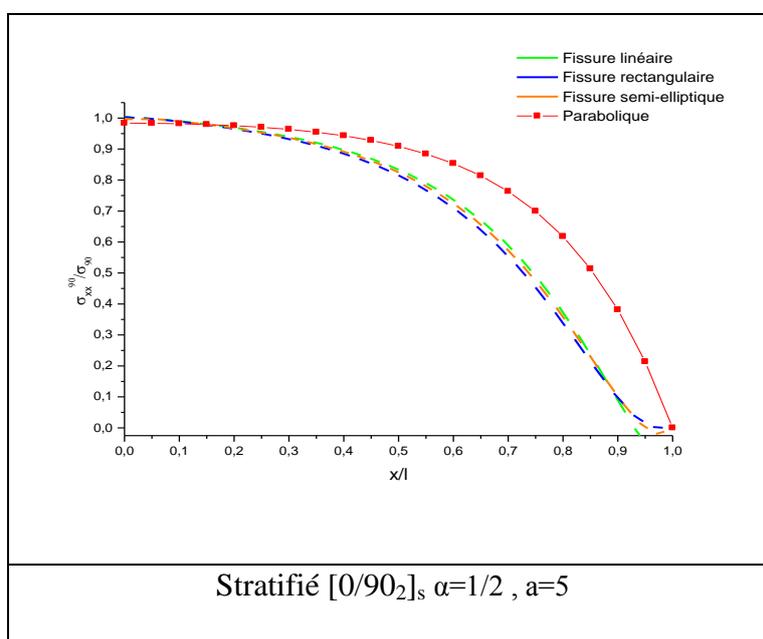
En ce qui concerne notre travail de recherche, une large étude numérique a été mise en œuvre à l'aide du logiciel ABAQUS. Se basant sur une confrontation avec les calculs analytiques effectués avec le code MAPLE, elles ont pour objectif de renforcer les apports de l'expérience dans l'analyse des phénomènes observés (analyse de la fissuration transverse). Tous les résultats obtenus sont présentés sous forme graphique pour les contraintes longitudinales et de cisaillement. Dans le but de renforcer et d'enrichir notre travail, nous avons réalisé une comparaison entre 3 types de géométrie de fissures (pour un faible rapport géométrique de fissuration  $a=5$ ) et un rapport d'épaisseur de couches ( $\alpha=1/2$ ), afin de déterminer ensuite quel type se rapprocherait le mieux des résultats obtenus par JM-BERTHELOT. (Figure 4.2)





**Figure 4.2 :** Variation de la contrainte longitudinale pour un stratifié  $[0/90_2/90]$  avec  $\alpha=1/2$ ,  $a=5$  pour différentes géométries de fissure.

Notre choix s'est porté sur la fissure semi elliptique, étant donné qu'elle était la plus représentative d'une fissure pouvant apparaître dans la réalité et que les résultats obtenus pour un rapport géométrique de fissure faible pour ce type-là étaient ceux qui se rapprochaient le plus du modèle analytique proposé par JM-BERTHELOT. (Figure 4.3)



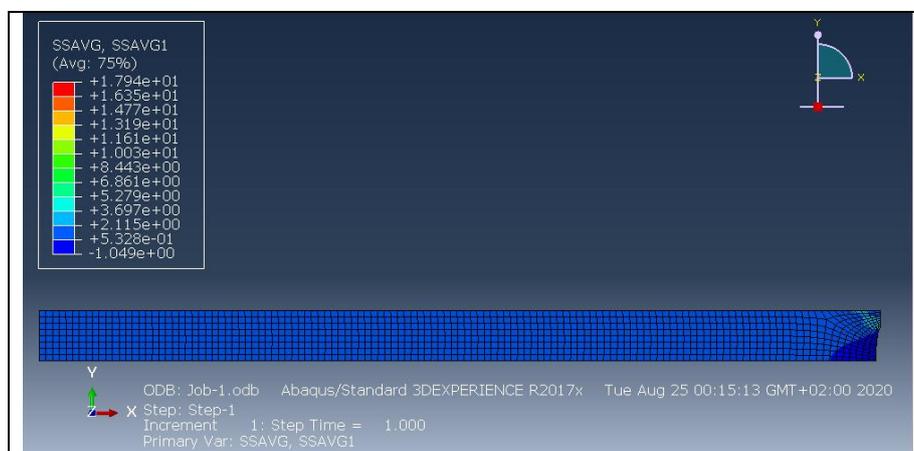
**Figure 4.3 :** variation de la contrainte longitudinale pour un stratifié  $[0/90_2/90]$  pour  $\alpha=1/2$  et  $a=5$  pour différents types de fissures

#### 4.2.4 Résultats analytiques et numériques du champ de contrainte longitudinale dans le sens du chargement :

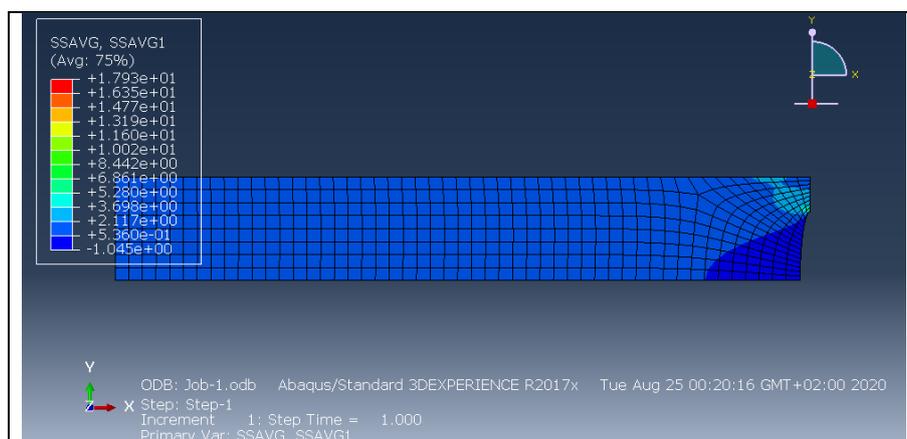
Nous avons étudié et simulé la structure selon les travaux de J-M. Berthelot [43], la configuration étudiée de la plaque composite stratifié endommagée par fissuration transverse des couches orientées à  $90^\circ$  et différents  $\theta=0^\circ, 20^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ , représente une composante de structure comportant une fissure transverse de forme elliptique, soumise à un chargement de traction. Les champs de contraintes longitudinales et de cisaillement pour chaque stratifié  $[\theta_m/90_n]_s$  avec ( $\alpha=1/2$  avec  $a=25, 10, 5$ ) sont obtenus par un calcul par éléments finis.

##### 4.2.4.1 Variation de la contrainte longitudinale :

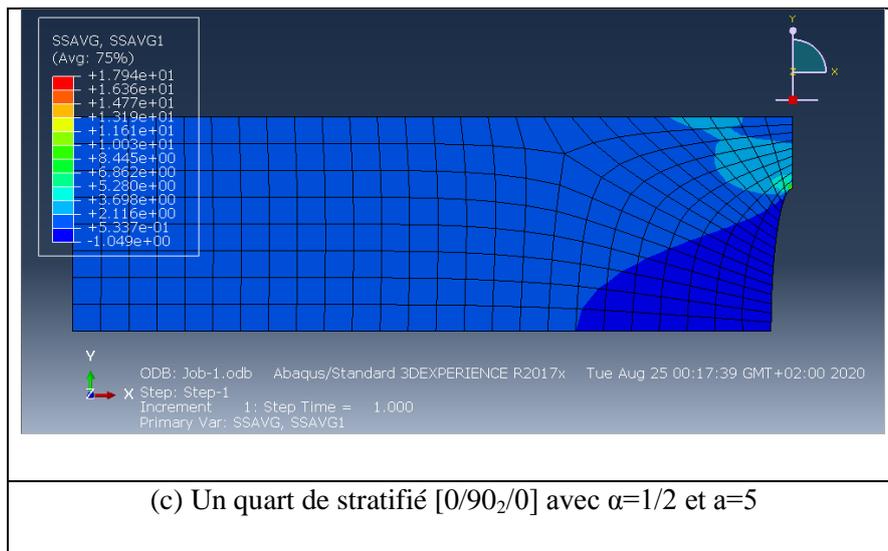
###### Résultats pour $\theta=0^\circ$ :



(a) Un quart de stratifié  $[0/90_2]_s$  avec  $\alpha=1/2$  et  $a=25$

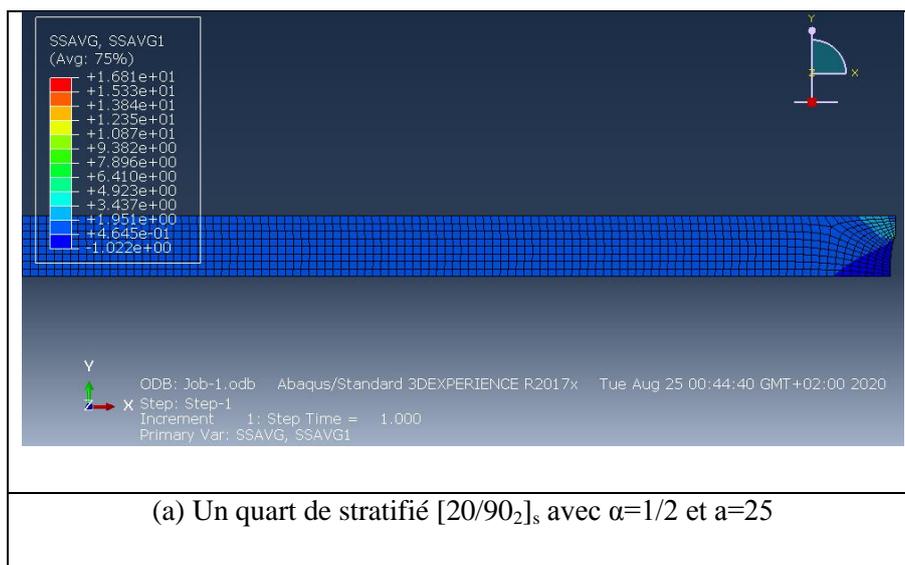


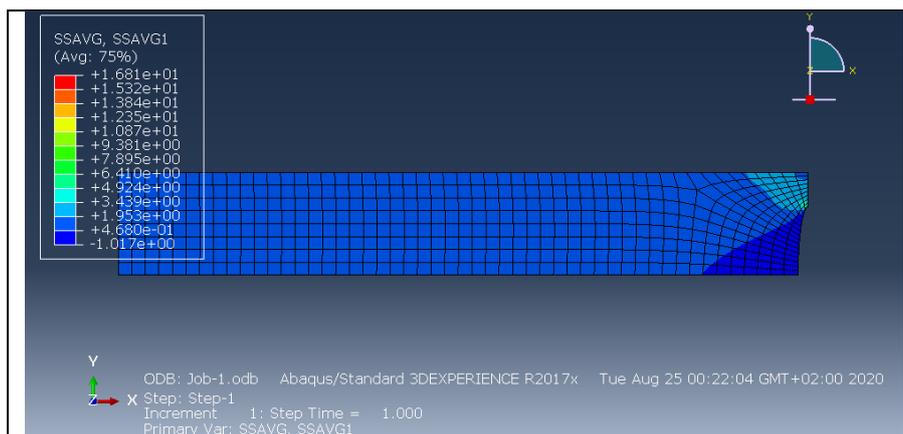
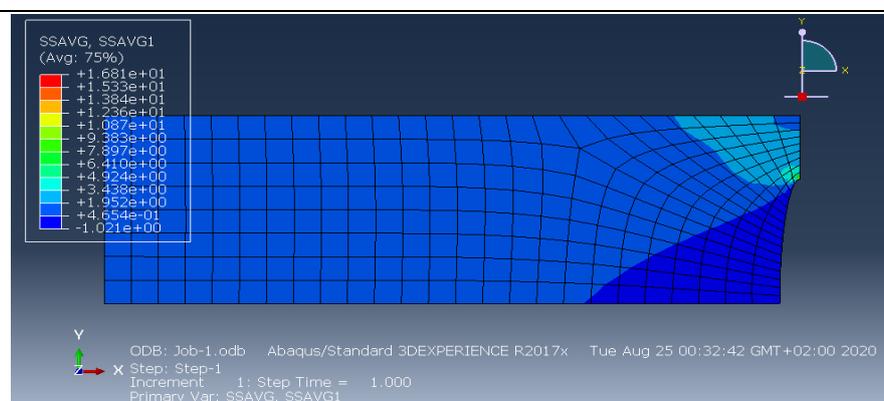
(b) Un quart de stratifié  $[0/90_2]_s$  avec  $\alpha=1/2$  et  $a=10$



**Figure 4.4 :** Variation de la contrainte longitudinale dans composite stratifié  $[0,90]_s$  endommagé par fissuration transverse de couche orientée à  $90^\circ$ .

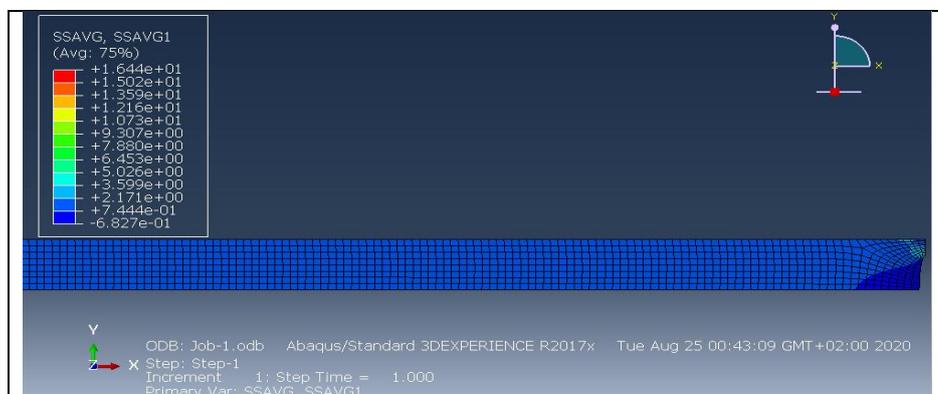
Résultats pour  $\theta=20^\circ$  :

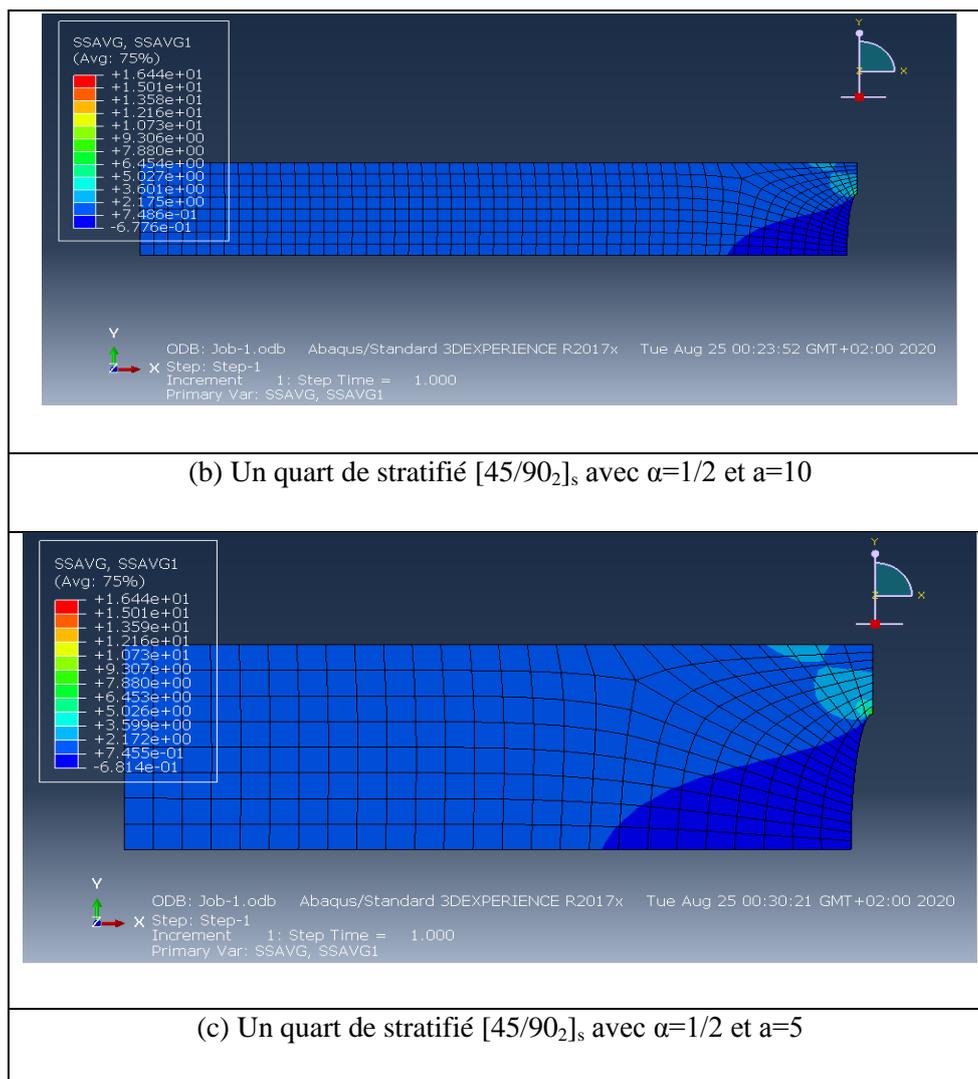


(b) Un quart de stratifié  $[20/90_2]_s$  avec  $\alpha=1/2$  et  $a=10$ (c) Un quart de stratifié  $[20/90_2]_s$  avec  $\alpha=1/2$  et  $a=5$ 

**Figure 4.5 :** Variation de la contrainte longitudinale dans composite stratifié  $[20,90]_s$  endommagé par fissuration transverse de couche orientée à  $90^\circ$ .

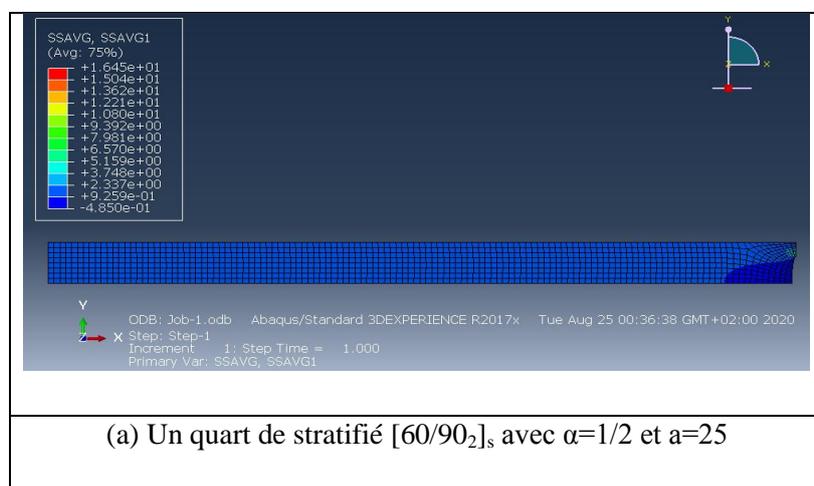
### Résultats pour $\theta=45^\circ$ :

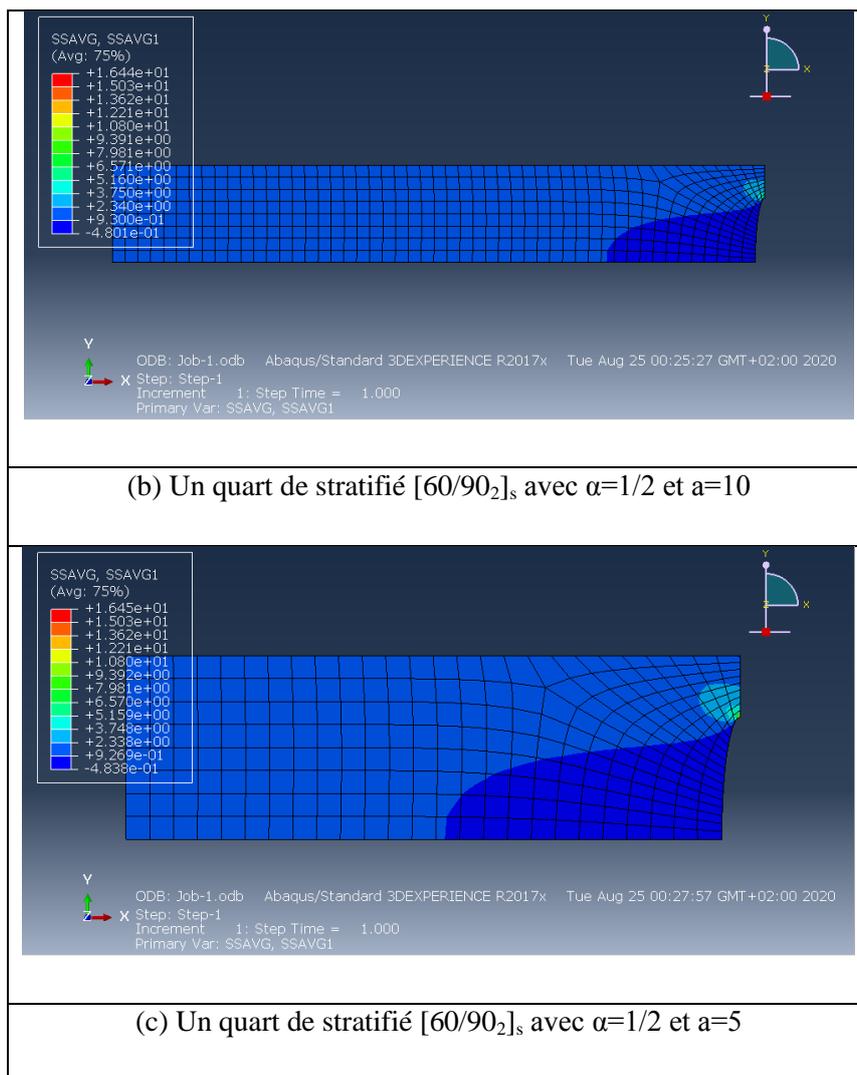
(a) Un quart de stratifié  $[45/90_2]_s$  avec  $\alpha=1/2$  et  $a=25$



**Figure 4.6 :** Variation de la contrainte longitudinale dans composite stratifié  $[45,90]_s$  endommagé par fissuration transverse de couche orientée à  $90^\circ$ .

Résultats pour  $\theta=60^\circ$  :





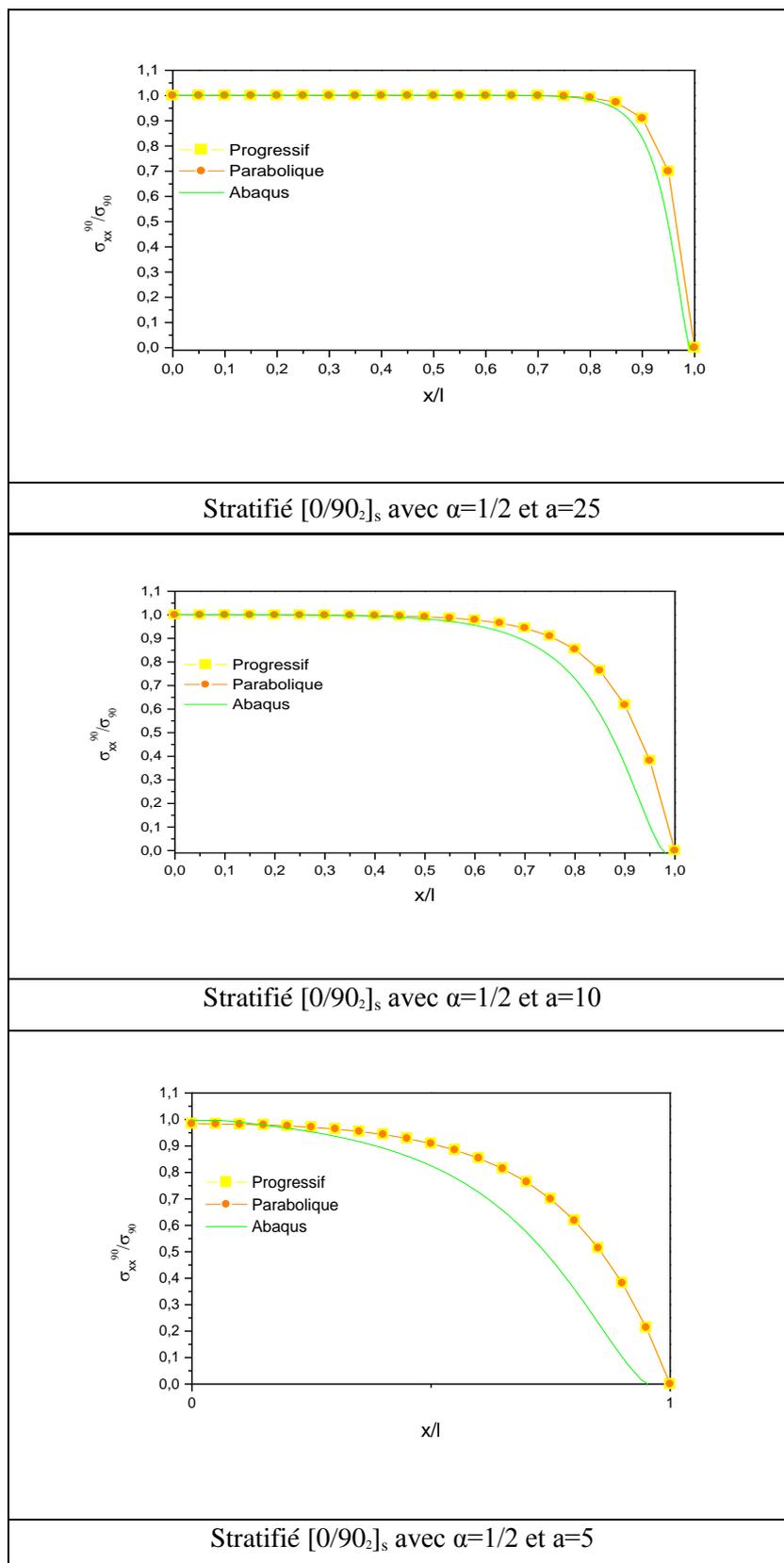
**Figure 4.7 :** Variation de la contrainte longitudinale dans composite stratifié  $[60,90]_s$  endommagé par fissuration transverse de couche orientée à  $90^\circ$ .

#### **4.2.4.2 Comparaison des résultats de la variation de contrainte longitudinale entre ABAQUS et modèle analytique :**

Les résultats des méthodes analytiques utilisant les modèles de diffusion de cisaillement (parabolique et progressif) traitant la variation de la contrainte longitudinale dans la couche à  $90^\circ$  suivant la longueur des stratifiés ont été programmés et exécutés par le logiciel MAPLE et comparés avec la méthode des éléments finis simulée par ABAQUS.

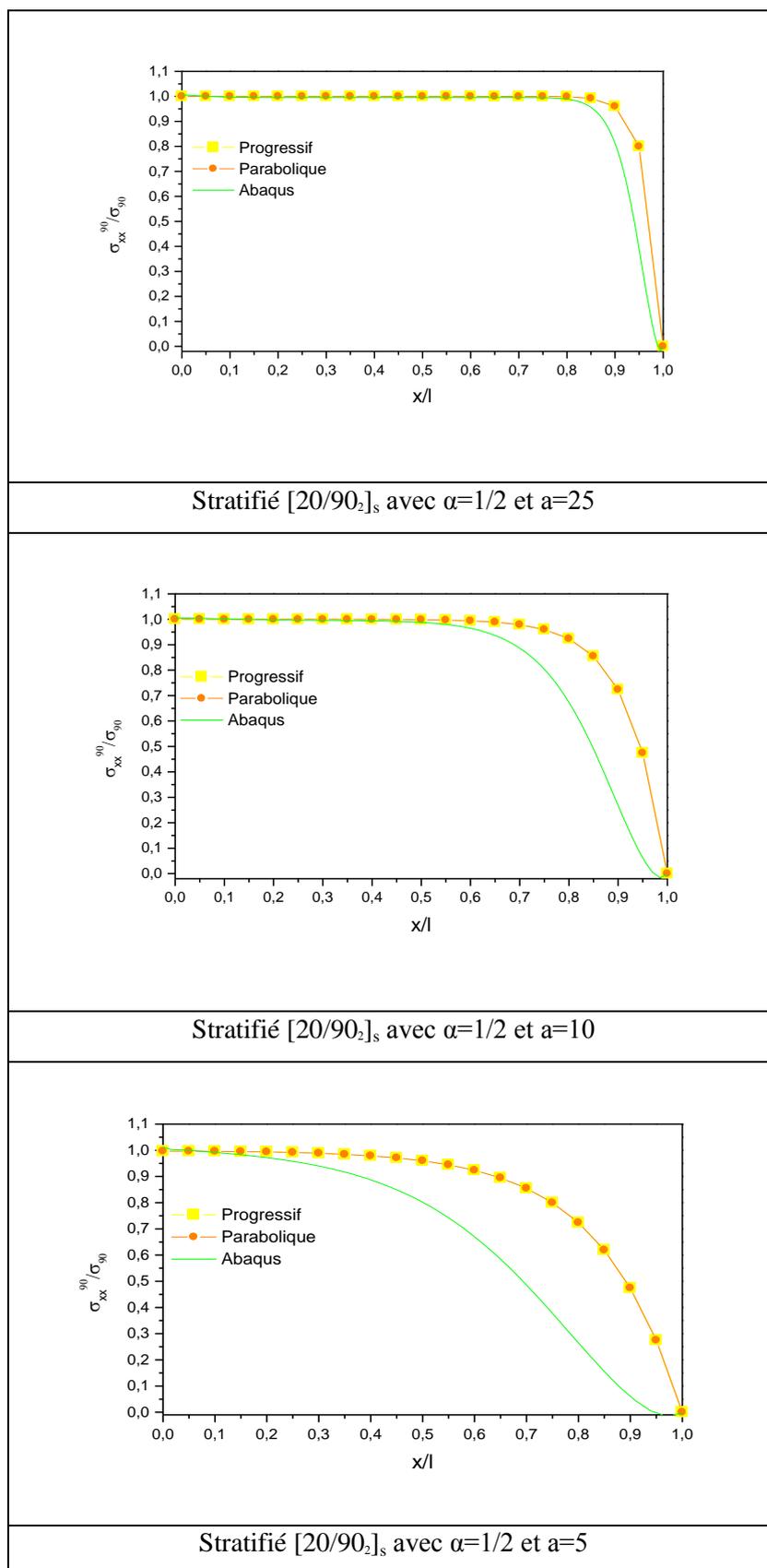
Les contraintes longitudinales dans le sens de la longueur sont représentées dans les figures 4.8 à 4.11, en utilisant des rapports géométriques de fissuration «  $a = 25, 10, 5$  » et un rapport d'épaisseur de couches «  $\alpha=1/2$  » avec différentes orientations de couches «  $\theta^\circ=0, 20, 45, 60$  ».

- Stratifié  $[0/90_2]_s$



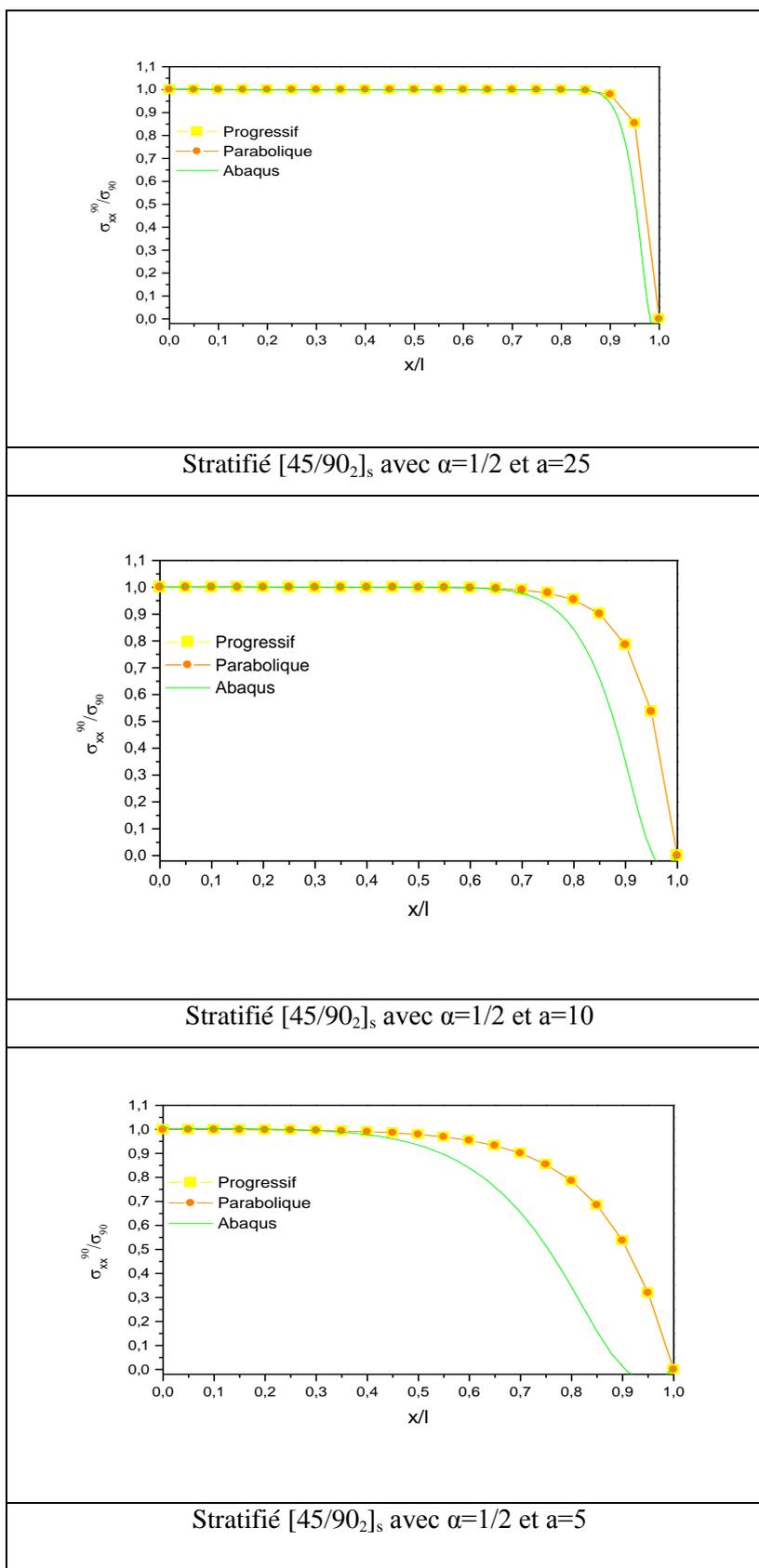
**Figure 4.8 :** Variation de la contrainte longitudinale de stratifié  $[0/90_2]_s$  pour  $\alpha=1/2$  et différentes valeurs de rapport géométrique de fissuration  $a=25, 10, 5$ .

- **Stratifié  $[20/90_2]_s$ :**



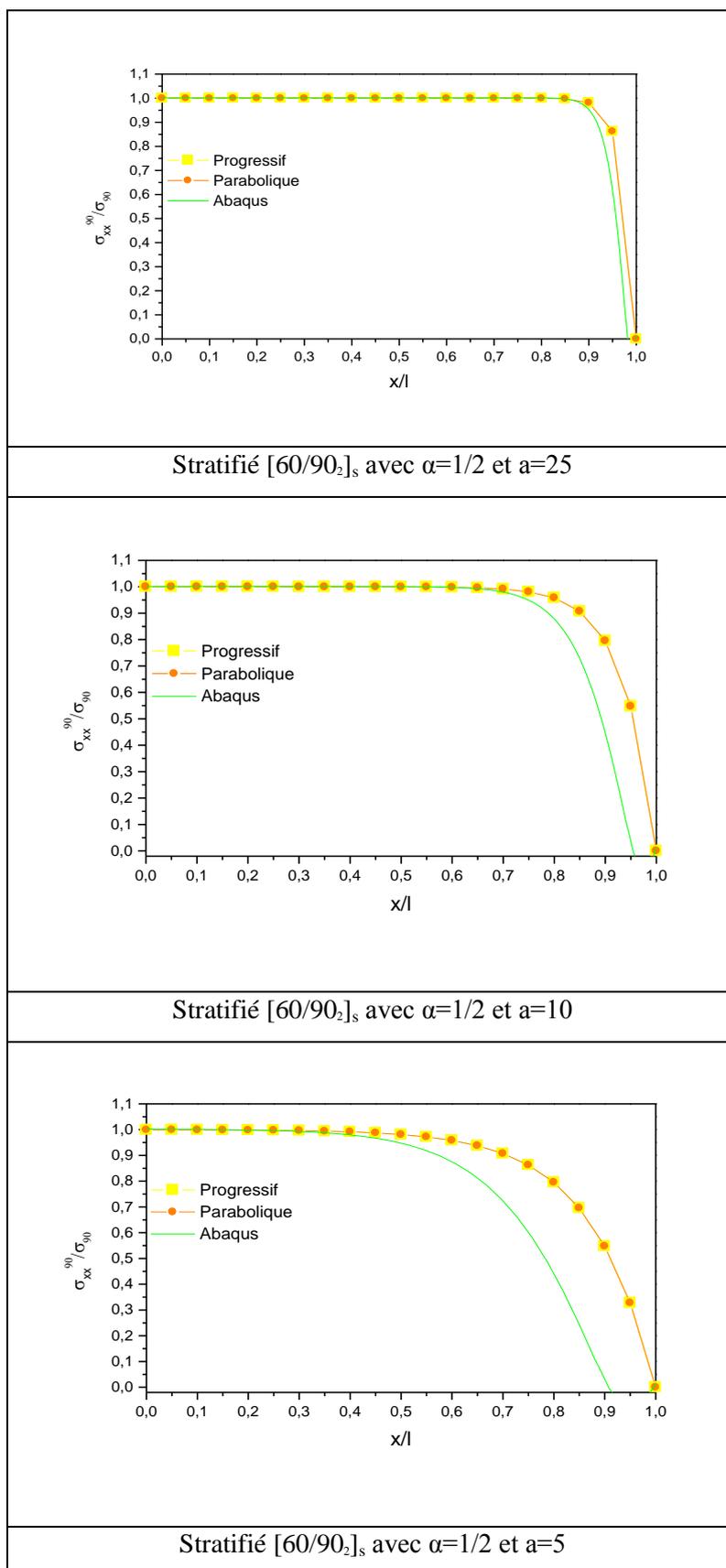
**Figure 4.9 :** Variation de la contrainte longitudinale de stratifié  $[20/90_2]_s$  pour  $\alpha=1/2$  et différentes valeurs de rapport géométrique de fissuration  $a=25, 10, 5$ .

- **Stratifié [45/90<sub>2</sub>]<sub>s</sub>**



**Figure 4.10 :** Variation de la contrainte longitudinale de stratifié [45/90<sub>2</sub>]<sub>s</sub> pour  $\alpha=1/2$  et différentes valeurs de rapport géométrique de fissuration  $a=25, 10, 5$ .

- **Stratifié  $[60/90_2]_s$**



**Figure 4.11 :** Variation de la contrainte longitudinale de stratifié  $[60/90_2]_s$  pour  $\alpha=1/2$  et différentes valeurs de rapport géométrique de fissuration  $a=25, 10, 5$ .

La variation des contraintes longitudinales dans la couche  $90^\circ$  en fonction des coordonnées longitudinales a été étudiée pour différents angles d'orientation des couches à  $\theta^\circ$  (0, 20,45,60) et différents rapports géométriques de fissuration ( $a=25,10,5$ ) et représentée dans les figures 4.8 à 4.11. Nos résultats sont en bon accord avec les résultats obtenus par J-M.BERTHOLOT et EL MAHI et autre [43], pour le stratifié  $[0/90]_s$  avec  $\alpha=1$  et « a » différents.

A travers les résultats présentés dans les figures 4.8, 4.9, 4.10 4.11 avec un rapport d'épaisseur de couche ( $\alpha=1/2$ ) et différents angles d'orientation des couches à  $\theta^\circ$  pour les modèles étudiés (parabolique et progressif) et la simulation numérique, on remarque que plus le rapport géométrique « a » devient important (les fissures deviennent très éloignées) ( Fig 4.8 (a) , 4.9(a), 4.10(a) 4.11(a)), plus la répartition des contraintes longitudinales dans les couches à  $90^\circ$  suivant l'axe x tend à être uniforme dans la cellule élémentaire pour des coordonnées longitudinales ( $x/l$ ) inférieure à 0.8, par contre pour des ( $x/l$ ) supérieur à 0.8 on a une réduction importante des contraintes longitudinales.

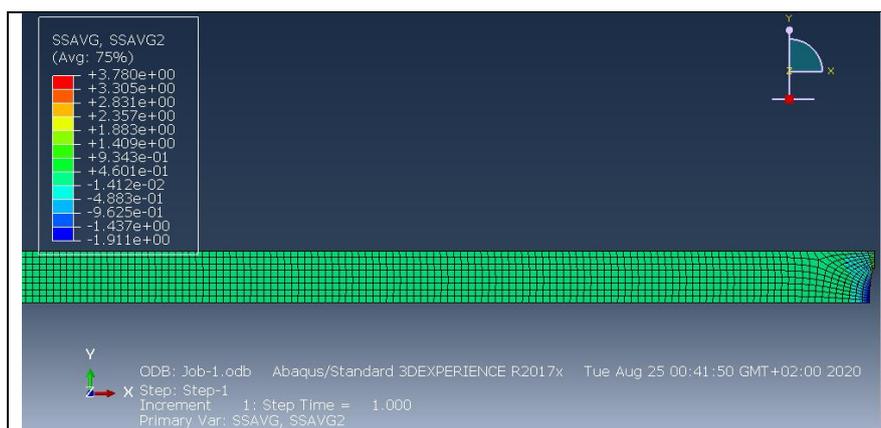
On remarque que lorsque la densité de fissuration augmente (le rapport géométrique de fissuration « a » diminue), la réduction de la contrainte longitudinale est d'autant plus importante ( $a=5$ , Fig 4.8 (c) , 4.9(c), 4.10(c) 4.11(c)). Cela est dû au fait que la contrainte longitudinale moyenne évaluée à travers l'épaisseur de la couche à  $90^\circ$  est liée à  $\sigma_{90}$  (contrainte longitudinale appliquée à la couche de  $90^\circ$ ), dans le cas d'un composite en bon état et que lorsque la densité de fissure augmente, celle-ci devient beaucoup plus faible que  $\sigma_{90}$ . Par contre la contrainte longitudinale est nulle au niveau du plan de fissures transverses (conditions aux limites respectées).

D'après une simulation par éléments finis avec ABAQUS, les résultats montrent que dans le cas où le rapport d'épaisseur des couches est petit (dans notre cas  $\alpha=1/2$ ) et pour différentes valeurs du rapport géométrique de fissuration ( $a=25, 10, 5$ ) les deux modèles, variation parabolique et variation progressive donnent des résultats similaires à ceux obtenus par la méthode des éléments finis. Dans tous les cas et en particulier pour des valeurs élevées des épaisseurs des couches à ( $0^\circ, 20^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ ) et des valeurs élevées de la densité de fissures (correspondant à des faibles valeurs du rapport géométrique de fissuration), le modèle de cisaillement parabolique montre une bonne concordance avec les résultats obtenus par la méthode des éléments finis.

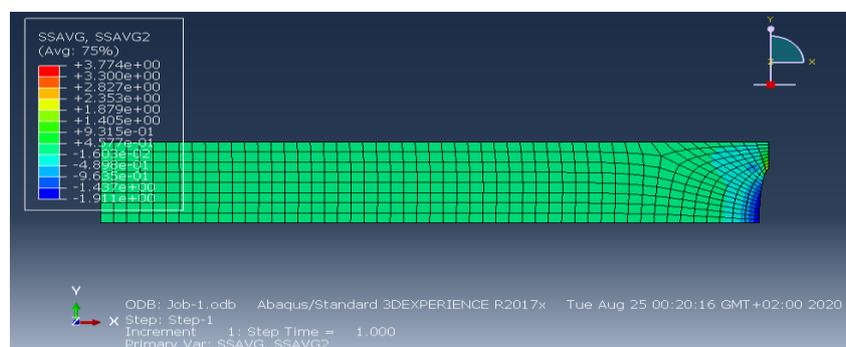
En conclusion, d'après nos résultats, à hautes densités de fissurations, la contrainte ultime exigée pour produire plus de fissures, ne peut pas être prononcée à cause d'une situation qui correspond à l'état de saturation. Lorsque les fissures sont très éloignées, l'hypothèse de la contrainte constante dans l'épaisseur de la couche est correcte, sauf au voisinage du plan de fissures.

#### 4.2.5 Variation de la contrainte de cisailment interlaminaire longitudinale :

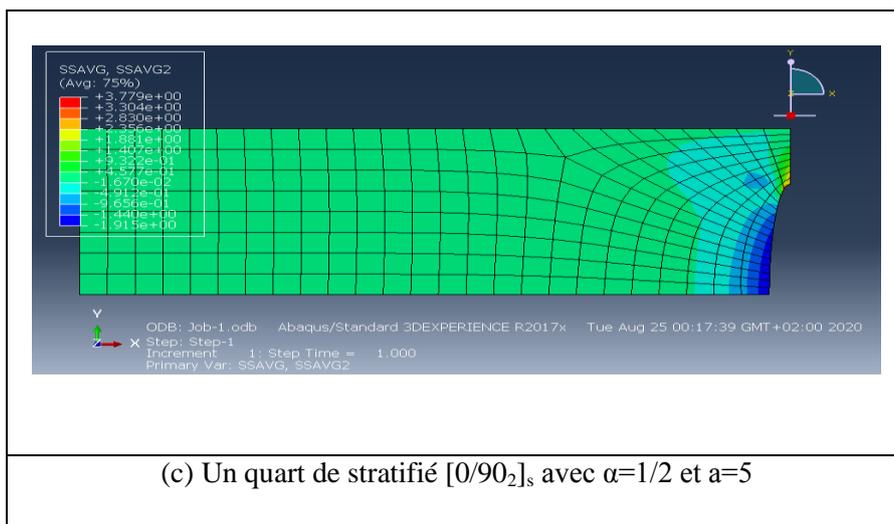
- Résultats pour  $\theta=0^\circ$  :



(a) Un quart de stratifié  $[0/90_2]_s$  avec  $\alpha=1/2$  et  $a=25$

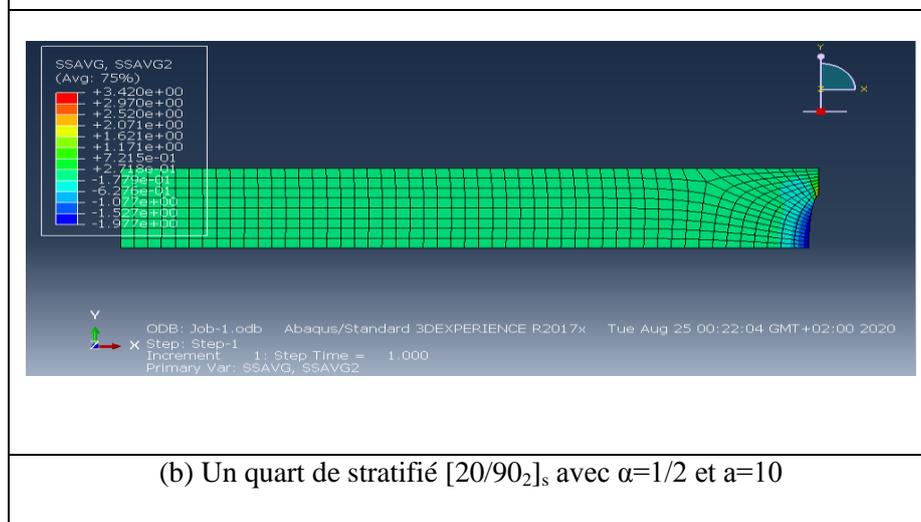
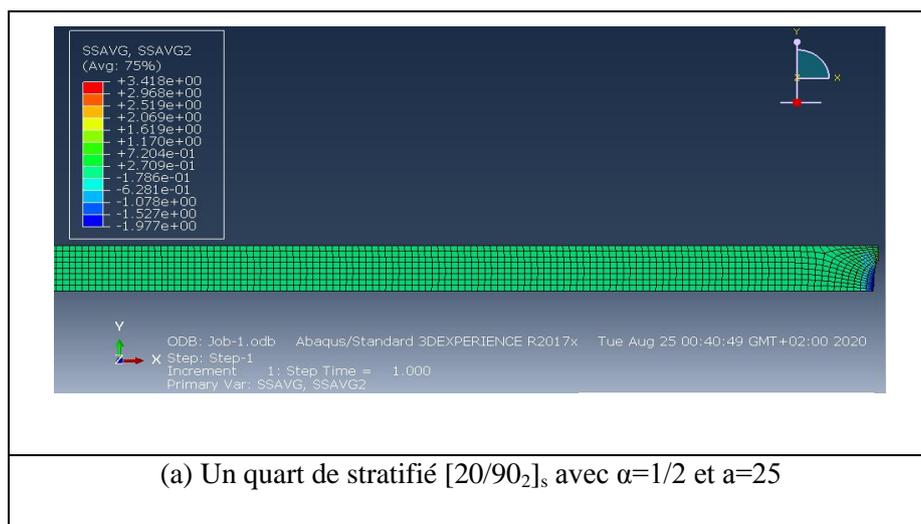


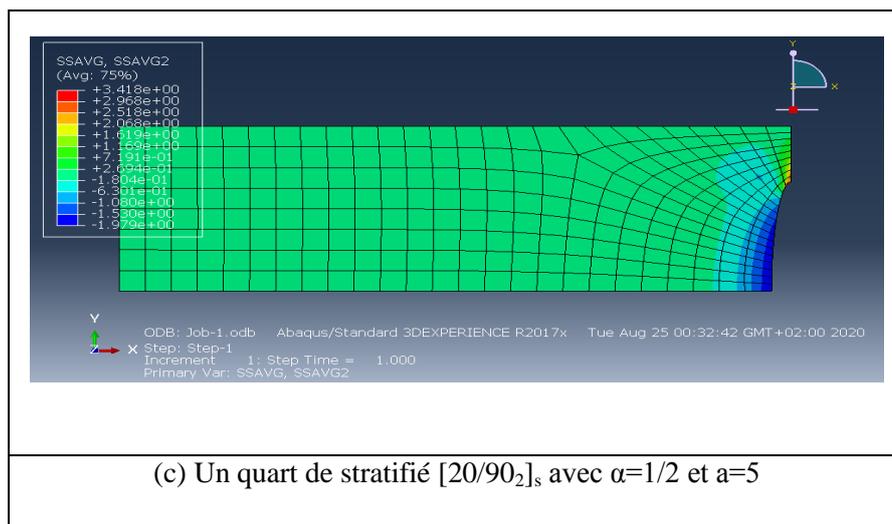
(b) Un quart de stratifié  $[0/90_2]_s$  avec  $\alpha=1/2$  et  $a=10$



**Figure 4.12 :** Variation de la contrainte de cisaillement inter laminaire longitudinale dans composite stratifié croisé  $[0/90_2]_s$  endommagé par fissuration transverse de couche orientée à  $90^\circ$ .

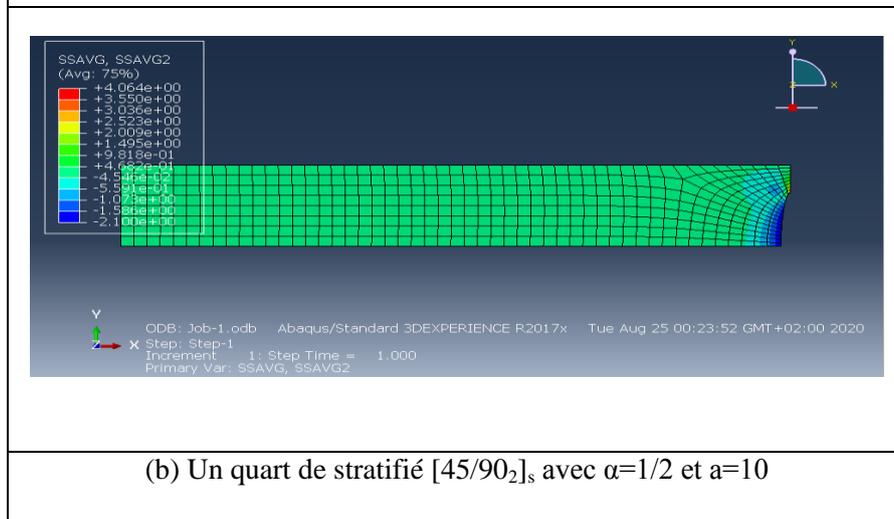
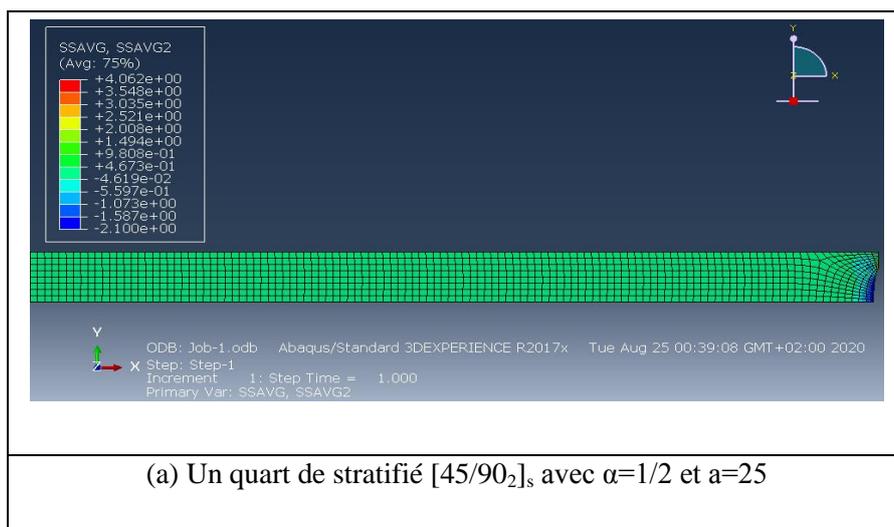
### Résultats pour $\theta=20^\circ$ :

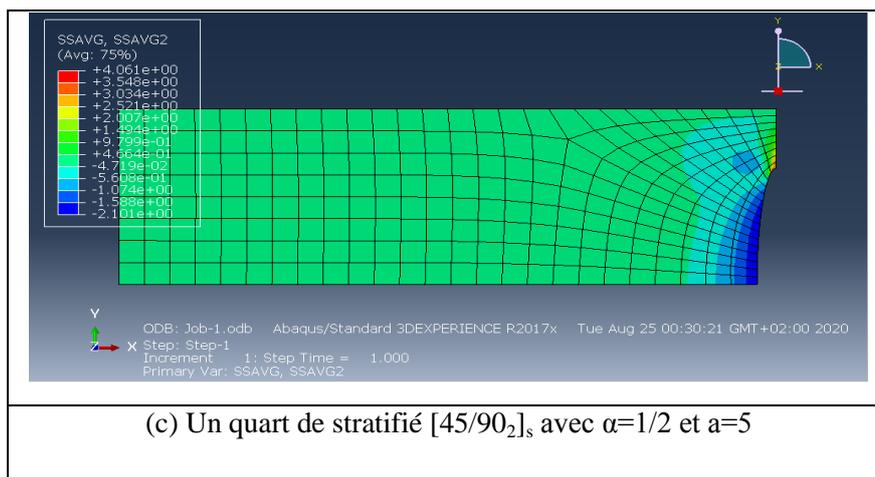




**Figure 4.13 :** Variation de la contrainte de cisaillement inter laminaire longitudinale dans composite stratifié  $[20/90_2]_s$  endommagé par fissuration transverse de couche orientée à  $90^\circ$ .

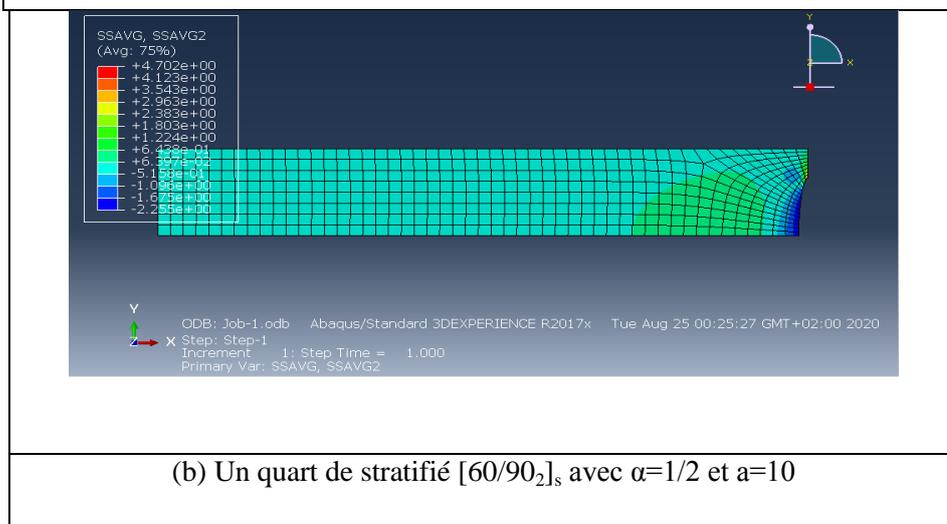
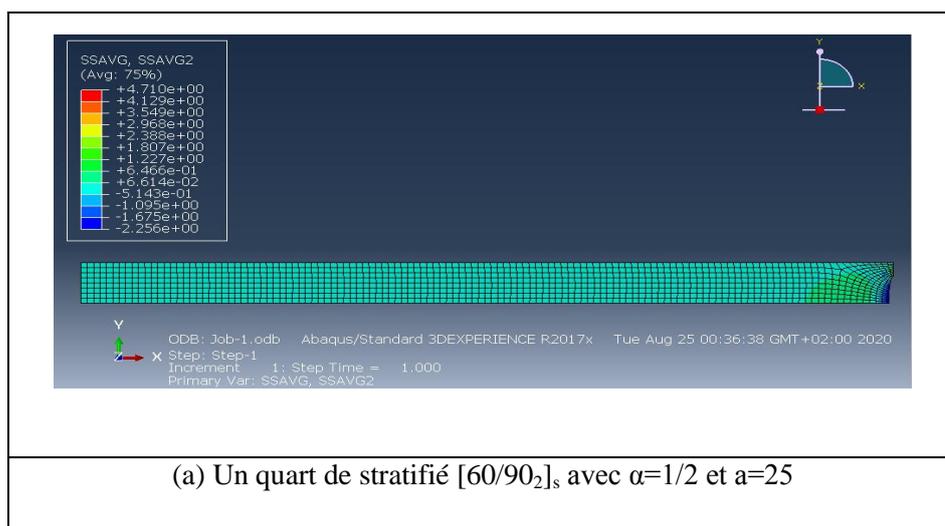
### Résultats pour $\theta=45^\circ$ :

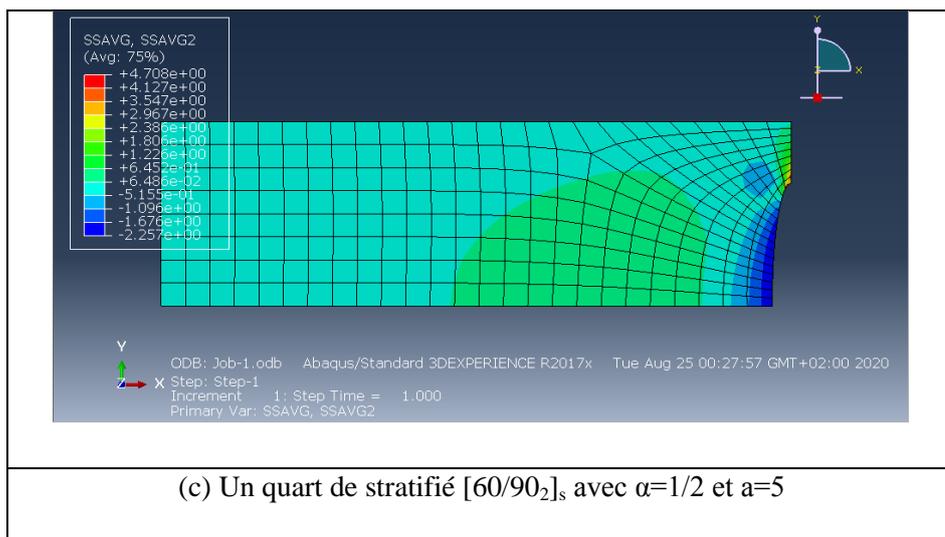




**Figure 4.14 :** Variation de la contrainte de cisaillement inter laminaire longitudinale dans composite stratifié  $[45/90_2]_s$  endommagé par fissuration transverse de couche orientée à  $90^\circ$ .

### Résultats pour $\theta=60^\circ$ :





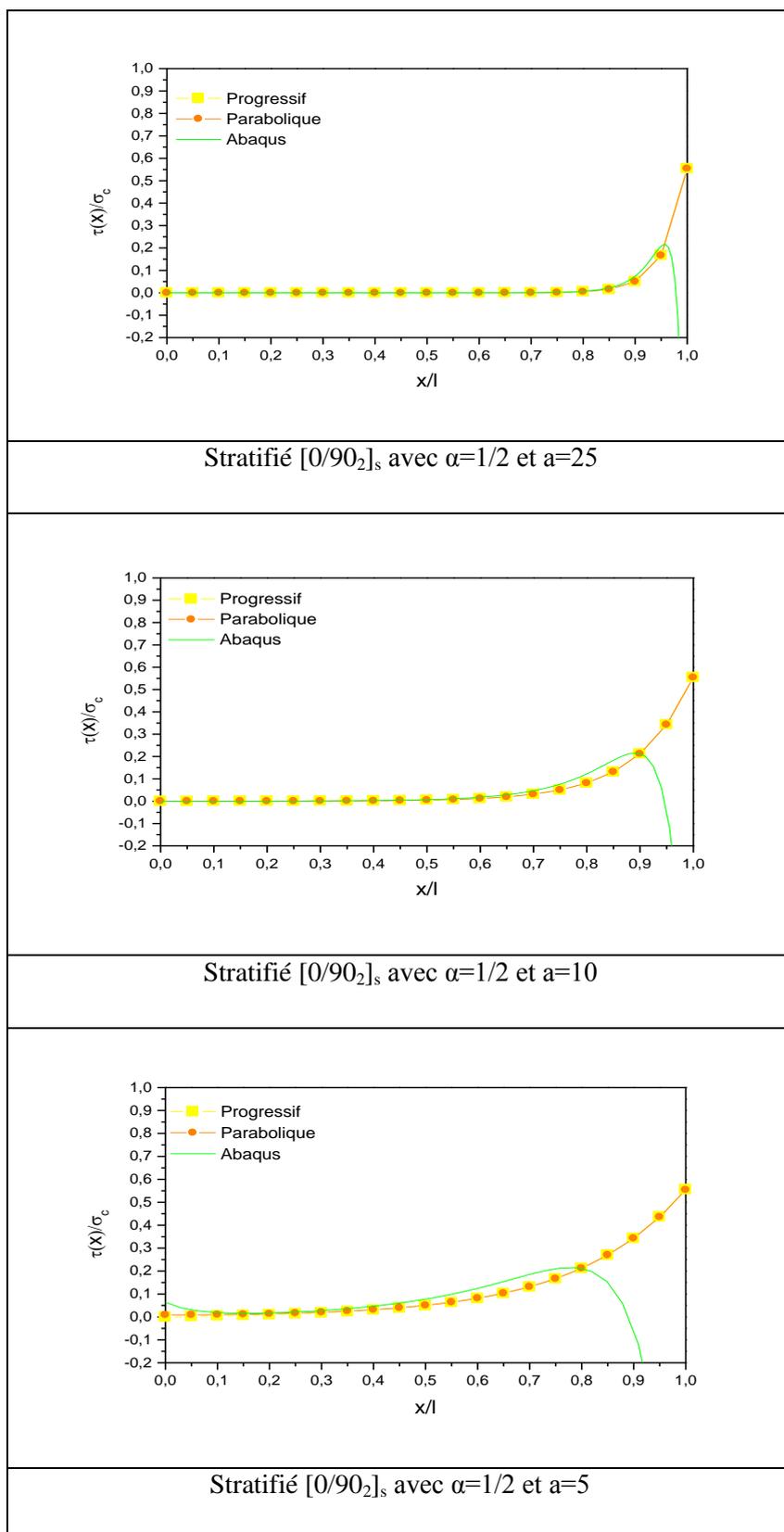
**Figure 4.15** : Variation de la contrainte de cisaillement inter laminaire longitudinale dans composite stratifié  $[60/90_2]_s$  endommagé par fissuration transverse de couche orientée à  $90^\circ$ .

#### **4.2.5.1 Comparaison des résultats de la variation de contrainte de cisaillement longitudinale entre Abaqus et modèle analytique :**

Les résultats des méthodes analytiques utilisant les modèles de BERTHELOT (parabolique et progressif) traitant la variation de la contrainte de cisaillement longitudinale dans la couche à  $90^\circ$  suivant la longueur des stratifiés ont été programmés et exécutés par le logiciel MAPLE et comparés avec la méthode des éléments finis simulée par ABAQUS.

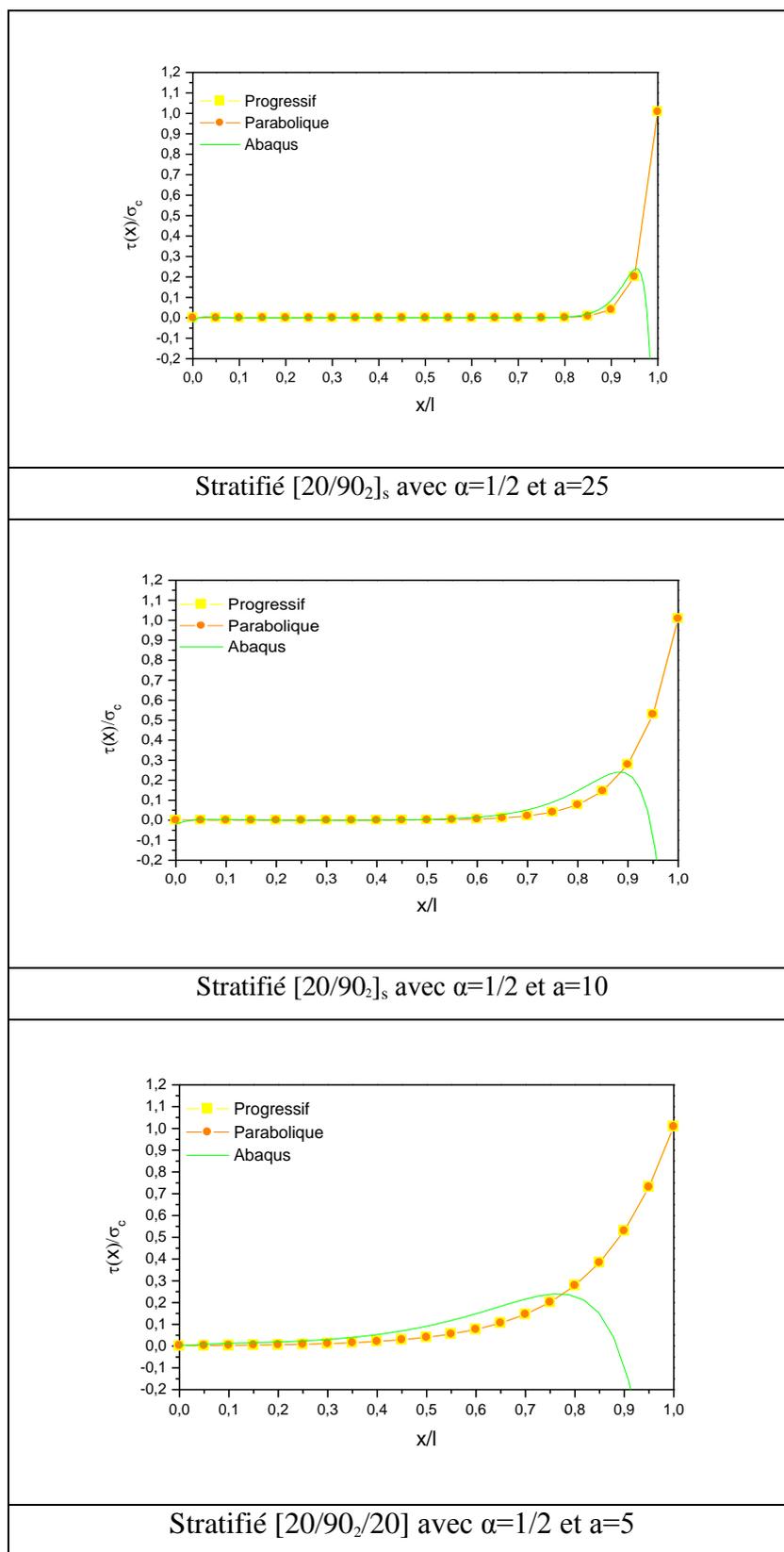
Les contraintes de cisaillement longitudinal dans le sens de la longueur sont représentées dans les figures 4.16 à 4.19, en utilisant des rapports géométriques de fissuration «  $a=25, 10, 5$  » et un rapport d'épaisseur de couches «  $\alpha=1/2$  » avec différentes orientations de couches «  $\theta^\circ=0, 20, 45, 60$  ».

- **Stratifié  $[0/90_2]_s$  :**



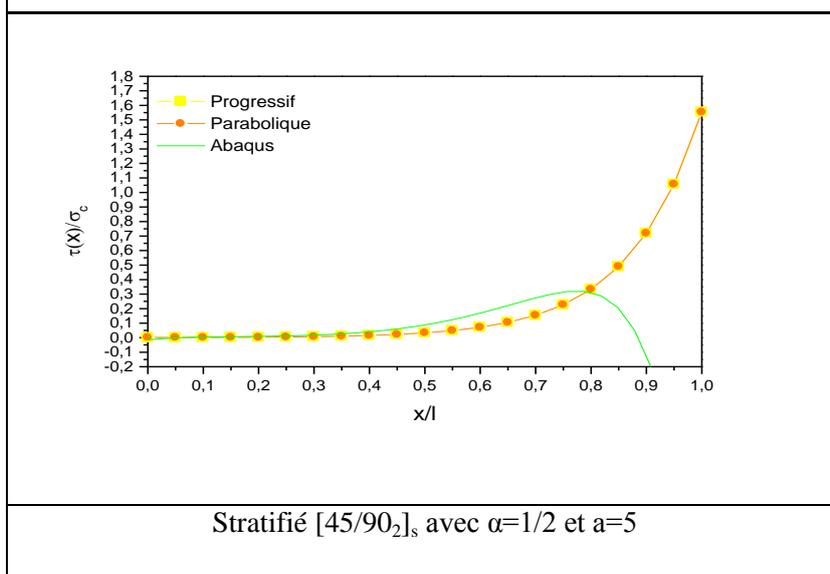
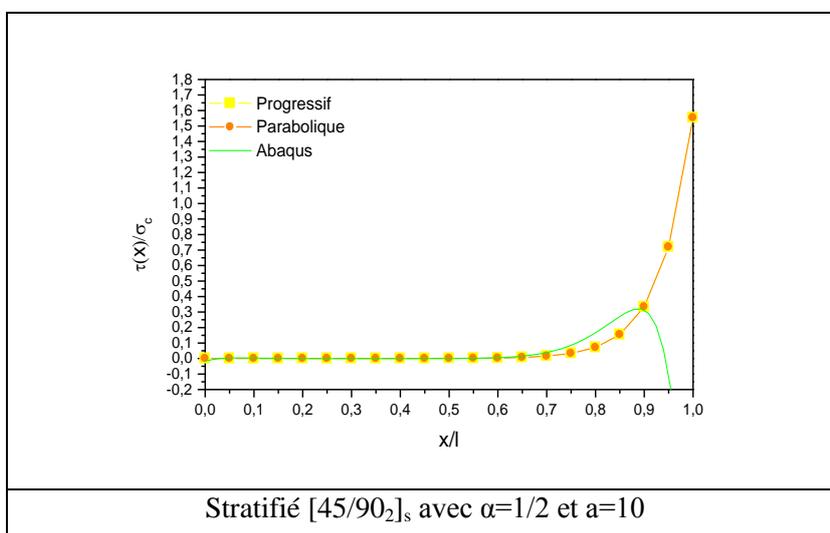
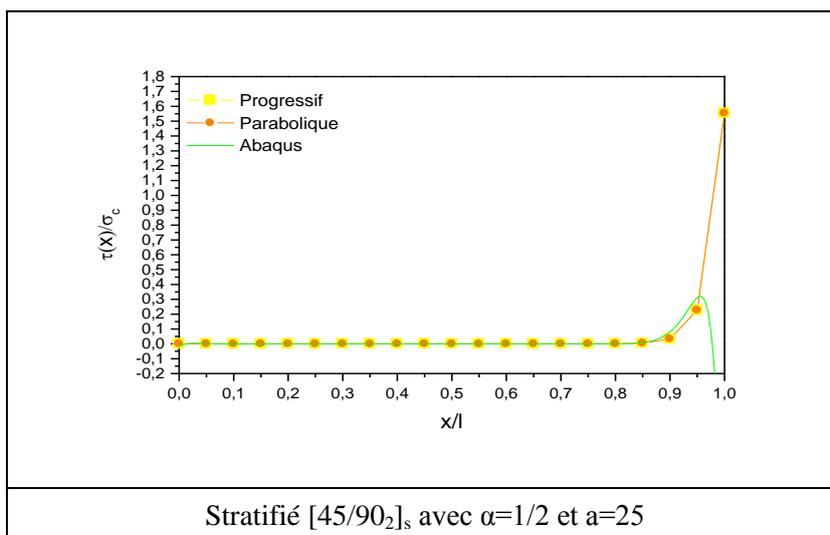
**Figure 4.16** : Variation de la contrainte de cisaillement inter laminaire longitudinale de stratifié  $[0/90_2]_s$  pour  $\alpha=1/2$  et différentes valeurs de rapport géométrique de fissuration  $a=25,10,5$ .

- Stratifié [20/90<sub>2</sub>]<sub>s</sub>:



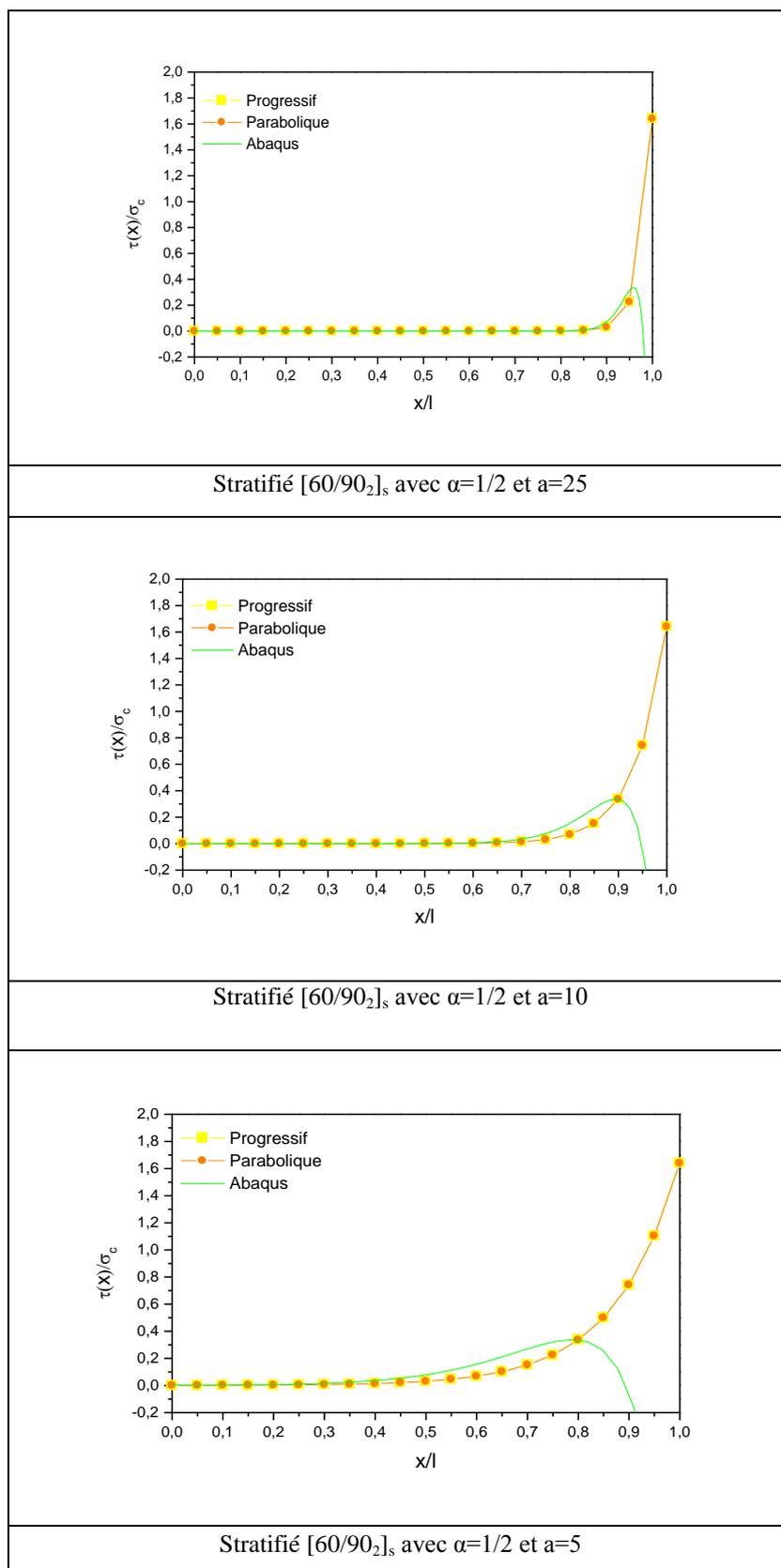
**Figure 4.17** : Variation de la contrainte de cisaillement inter laminaire longitudinale de stratifié [20/90<sub>2</sub>]<sub>s</sub> pour  $\alpha=1/2$  et différentes valeurs de rapport géométrique de fissuration  $a=25, 10, 5$ .

- **Stratifié  $[45/90_2]_s$  :**



**Figure 4.18** : Variation de la contrainte de cisaillement inter laminaire longitudinale de stratifié  $[45/90_2]_s$  pour  $\alpha=1/2$  et différentes valeurs de rapport géométrique de fissuration  $a=25, 10, 5$ .

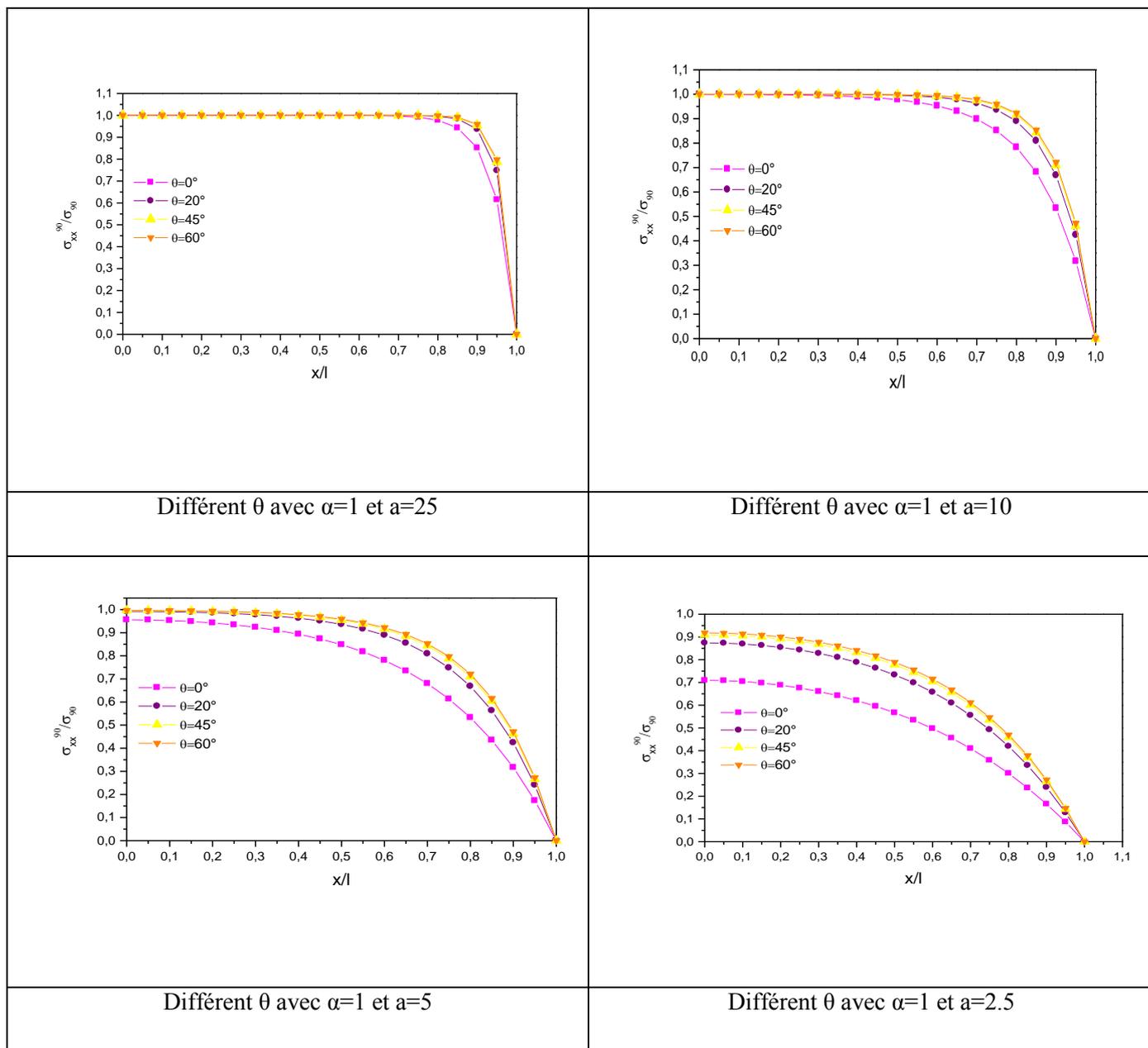
- Stratifié [60/90<sub>2</sub>]<sub>s</sub> :



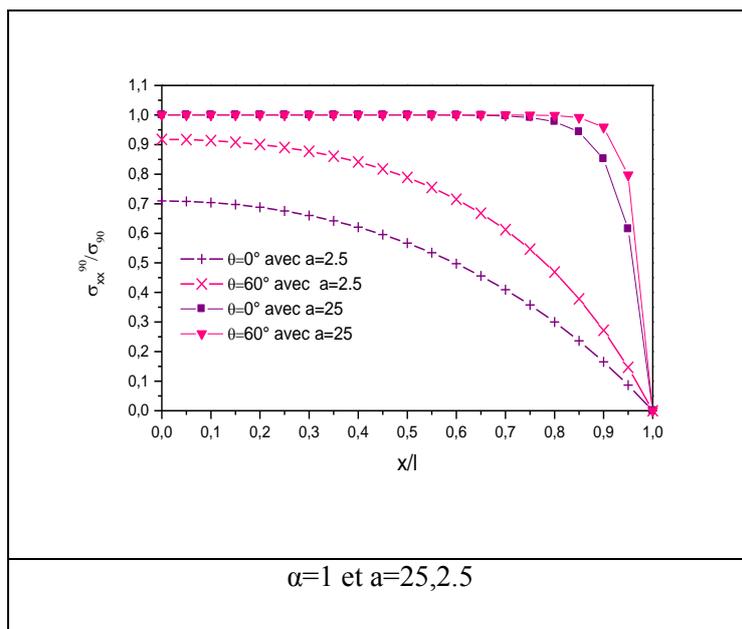
**Figure 4.19** : Variation de la contrainte de cisaillement inter laminaire longitudinale de stratifié [60/90<sub>2</sub>]<sub>s</sub> pour  $\alpha=1/2$  et différentes valeurs de rapport géométrique de fissuration  $a=25, 10, 5$ .

### 4.2.6 Evolution de la variation des champs de contrainte longitudinale

#### 4.2.6.1 Evolution de la variation de contrainte longitudinale par le modèle parabolique avec différents $\theta^\circ$ :



**Figure 4.20 :** Evolution de variation de contrainte longitudinale par modèle parabolique entre les stratifié  $[0/90]_s$  ,  $[20/90]_s$  ,  $[45/90]_s$  ,  $[60/90]_s$  .

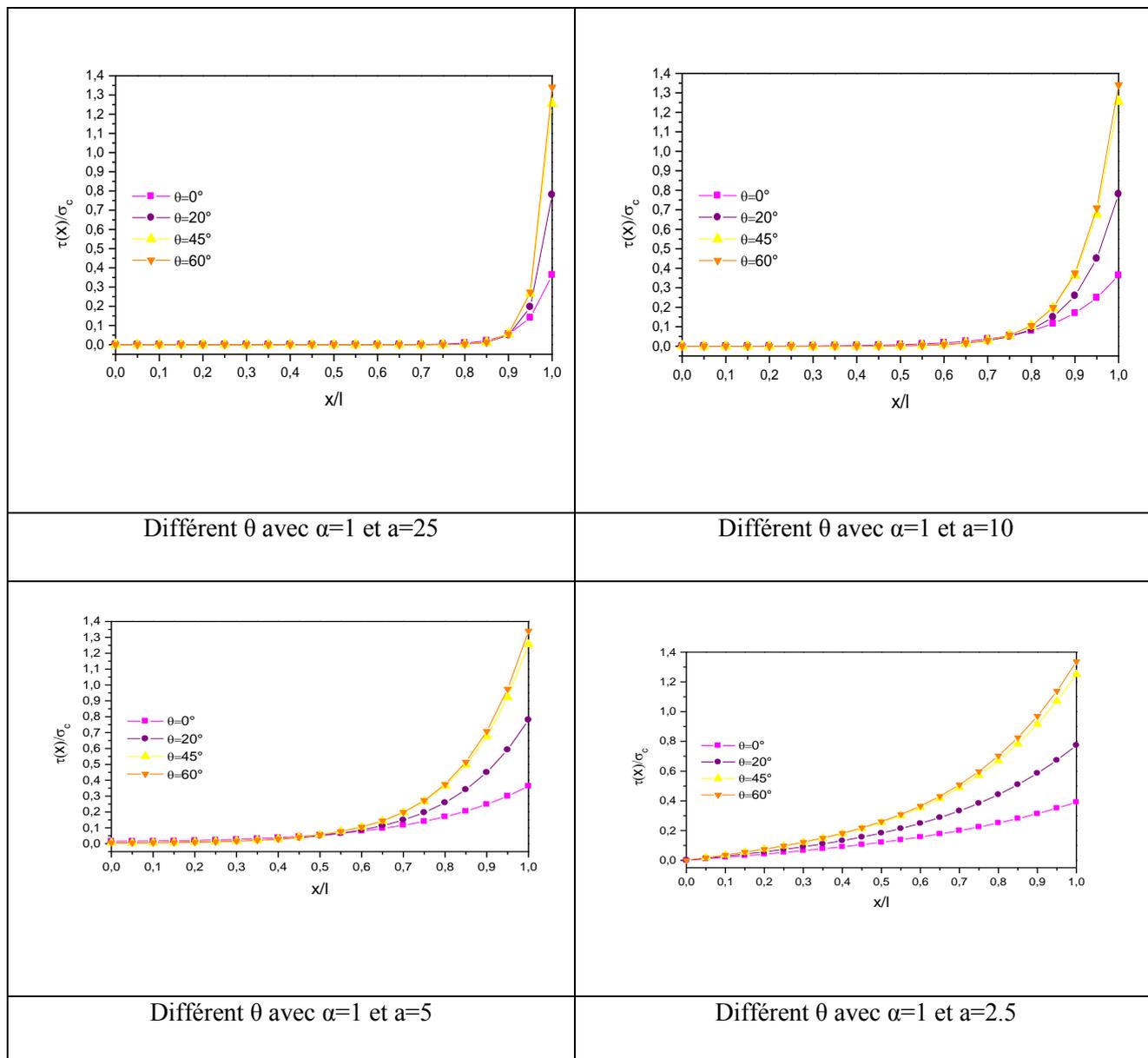


**Figure 4.21** : Comparaison de l'évolution de variation de contrainte longitudinale par modèle parabolique entre les stratifié  $[0/90]_s$  ,  $[60/90]_s$  .

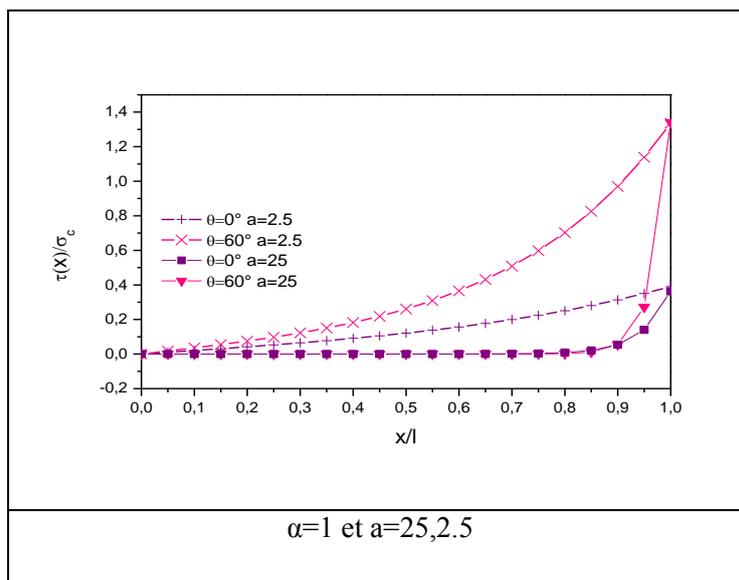
L'évolution de la contrainte longitudinale le long du stratifié avec différents angles d'orientation des fibres et un rapport d'épaisseur de couche «  $\alpha=1$  » et des rapports géométriques de fissurations «  $a=25, 10, 5, 2.5$  » différents est représentée dans la figure 4.20.

Les résultats montrent qu'on a une réduction de la contrainte longitudinale dans la couche  $90^\circ$  le long du stratifié avec la diminution de l'angle d'orientation des fibres et une grande densité de fissure. Avec l'augmentation de la densité de fissures, on remarque une réduction importante de la contrainte longitudinale le long de l'épaisseur (figures 4.21) lorsque  $\theta^\circ$  diminue de  $60^\circ$  à  $0^\circ$ .

### 4.2.6.2 Evolution de variation de la contrainte de cisaillement inter laminaire longitudinale par de modèle parabolique avec différents $\theta^\circ$



**Figure 4.22** : Comparaison de l'évolution de la contraintes cisaillements interlaminaire longitudinale entre les stratifié  $[0/90]_s$ ,  $[20/90]_s$ ,  $[45/90]_s$ ,  $[60/90]_s$  pour différents  $\theta^\circ$ .



**Figure 4.23** : Comparaison de l'évolution de la contraintes cisaillements interlaminaire longitudinale entre les stratifié  $[0/90]_s$  ,  $[60/90]_s$  pour  $\theta=0^\circ$  et  $60^\circ$ .

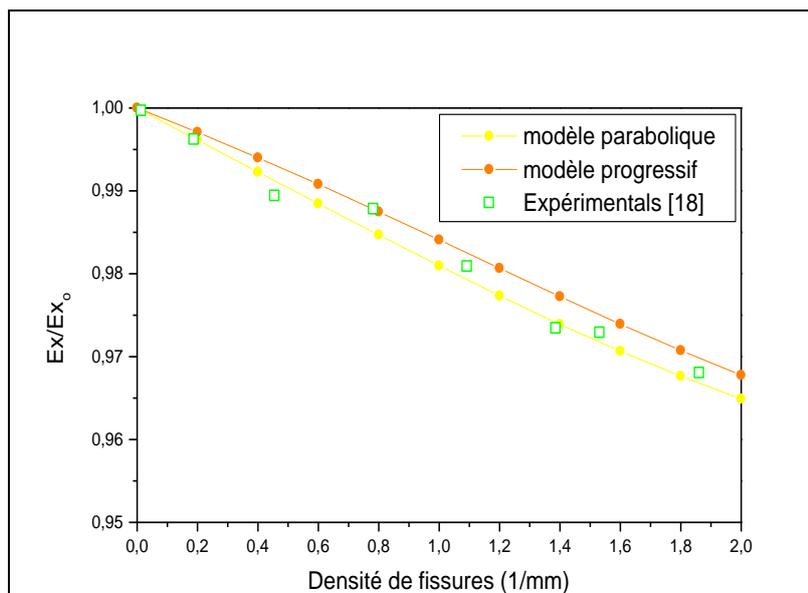
L'évolution de la contrainte de cisaillement le long du stratifié avec différents angles d'orientation des fibres et un rapport d'épaisseur de couche «  $\alpha=1$  » et des rapports géométriques de fissurations «  $a=25, 10, 5, 2.5$  » différents est représentée dans la figure 4.22.

Les résultats montrent qu'on a toujours une réduction de la contrainte de cisaillement le long du stratifié avec la diminution de l'angle d'orientation des fibres. Lorsque la densité de fissure augmente, une diminution importante et maximale de la contrainte de cisaillement est observée au plan de fissure avec l'angle d'orientation des fibres qui varie de  $60^\circ$  à  $0^\circ$ . (voir figure 4.23).

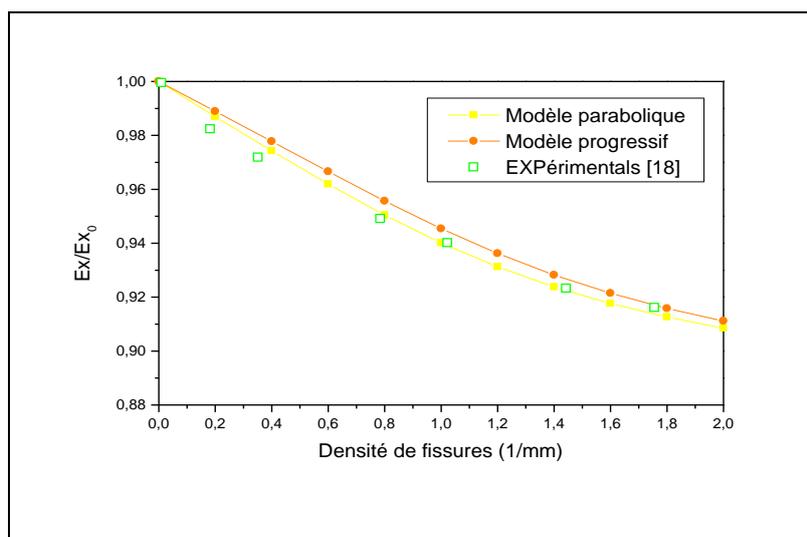
#### **4.2.7 Etude du module de Young longitudinal :**

##### **4.2.7.1 Présentation du module de Young longitudinal pour les stratifiés croisés [0/90]<sub>s</sub> :**

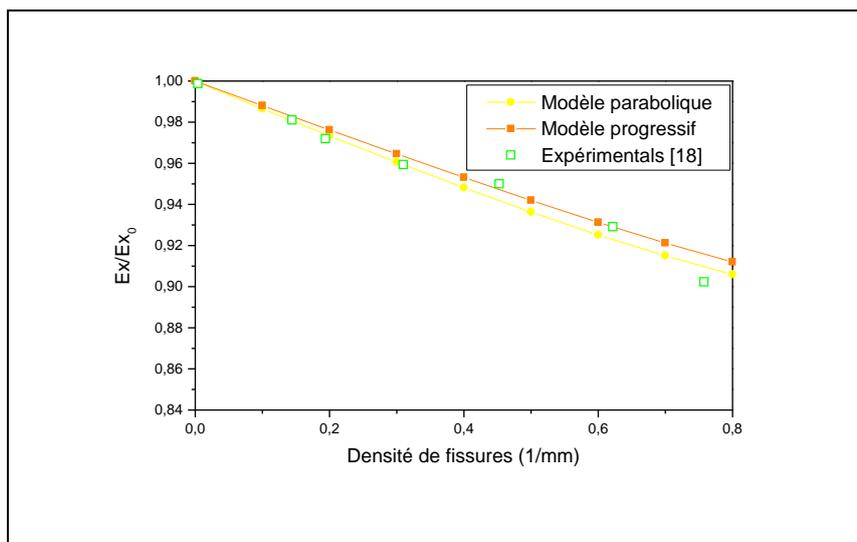
La simulation numérique est effectuée pour le composite AS4-3502 [51] dont les propriétés élastiques sont :  $E_L=144.8\text{GPa}$ ,  $E_T=9.58\text{GPa}$ ,  $G_{LT}=4.79\text{GPa}$ ,  $G_{TT}=4.2\text{GPa}$ ,  $\nu_{LT}=0.31$ ,  $\nu_{TT}=0.4$  avec une épaisseur de chaque couche de  $0.127\text{mm}$ .



**Figure 4.24 :** Comparaison entre la réduction du module de Young en fonction de la densité de fissuration pour le stratifié [0/90]<sub>s</sub> AS4-3502 et l'expérimental [18].



**Figure 4.25 :** Comparaison entre la réduction du module de Young en fonction de la densité de fissuration pour le stratifié [0/90]<sub>2s</sub> AS4-3502 et l'expérimental [18].

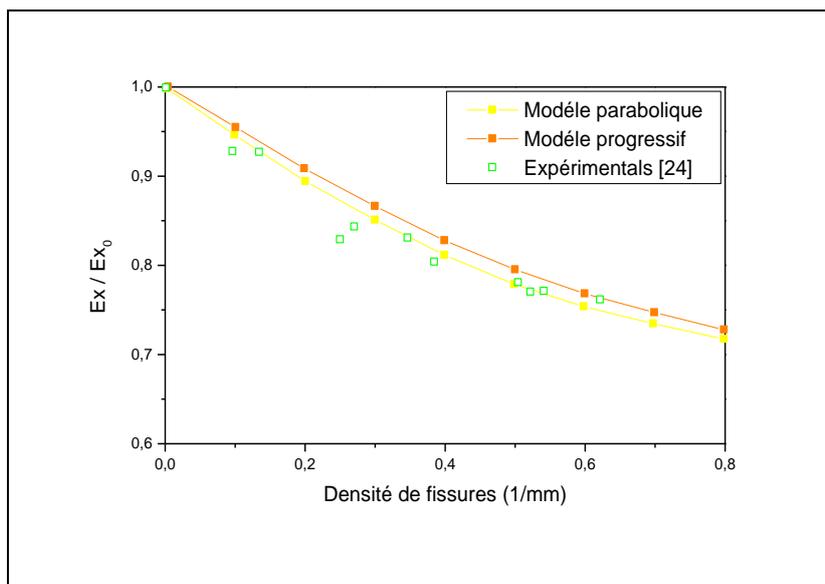


**Figure 4.26** : Comparaison entre la réduction du module de Young en fonction de la densité de fissuration pour le stratifié  $[0/90_3]_s$  AS4-3502 et l'expérimental [18].

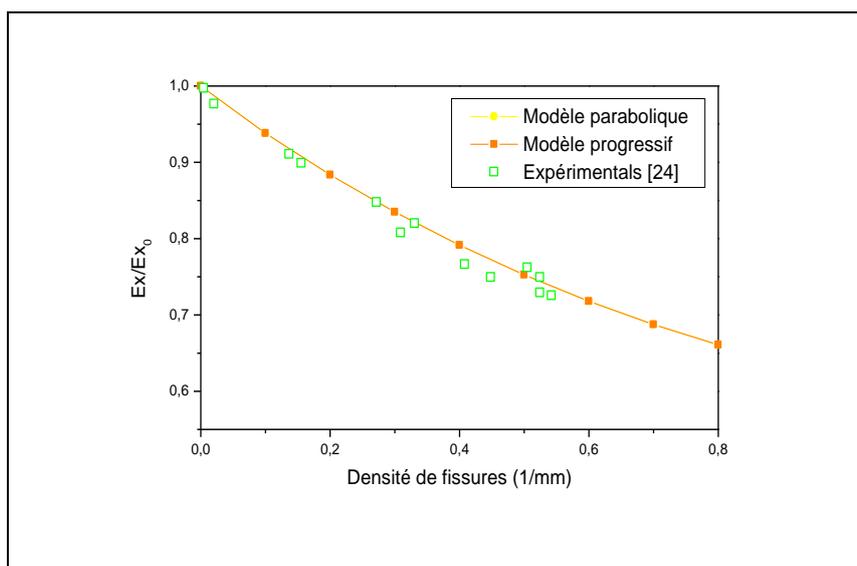
On remarque que nos résultats sont plus proches des résultats expérimentaux [18] et sont validés avec les résultats publiés par Adda Bedia, Tounsi, Amara et autres [19, 20, 21, 22,23], cela pour différents  $\alpha$  ( $\alpha= 1$ ,  $\alpha=1/2$  et  $\alpha=1/3$ ). La réduction du module de Young longitudinal est plus importante lorsque le rapport d'épaisseur est faible et cela en fonction de la densité de fissures (c à d le nombre de couche à  $90^\circ$  est plus important que le nombre de couche à  $0^\circ$ ) ceci signifie que notre matériau est moins rigide. Le modèle parabolique semble le plus proche des résultats expérimentaux et pour différents stratifiés  $[0/90_n]_s$ .

#### 4.2.7.2 Réduction du module de Young longitudinal pour les stratifiés $[0_m/90_n]_s$ :

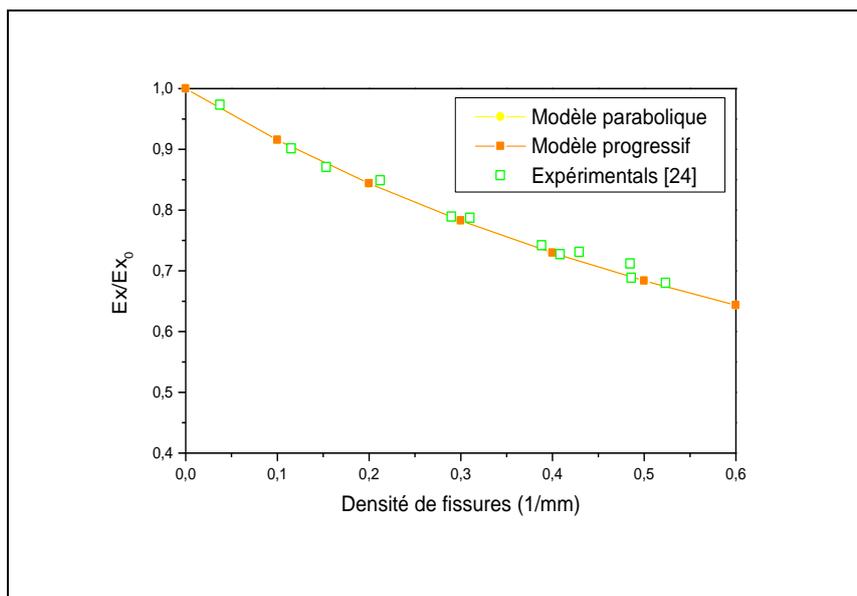
La simulation numérique est effectuée pour le composite GF/EP verre /époxy [24] dont les propriétés élastiques sont :  $E_L=44.73\text{GPa}$ ,  $E_T=12.76\text{GPa}$ ,  $G_{LT}=5.8\text{GPa}$ ,  $G_{TT}=4.49\text{GPa}$ ,  $\nu_{LT}=0.297$ ,  $\nu_{TT}=0.42$  avec une épaisseur de chaque couche de 0.144mm.



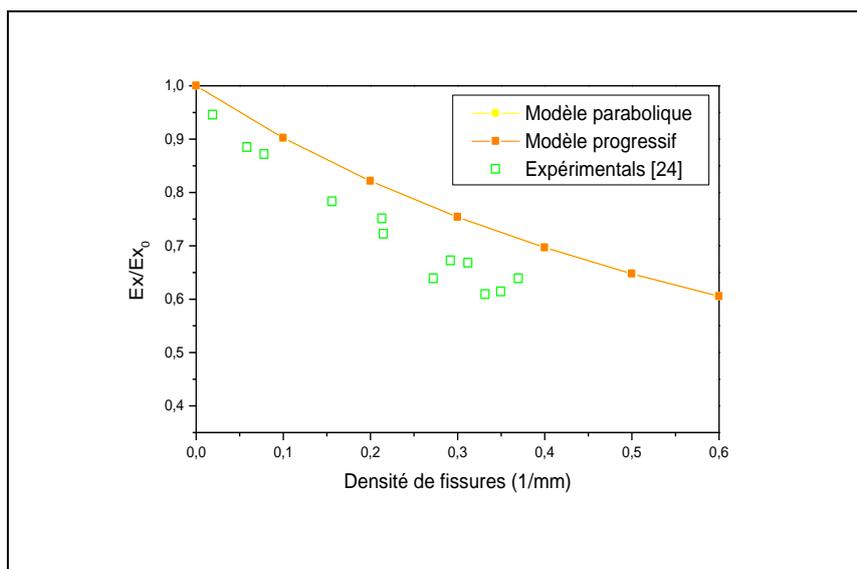
**Figure 4.27** : Réduction du module de Young longitudinal en fonction de la densité de fissurations pour le stratifié GF/EP [0/90<sub>4</sub>]s



**Figure 4.28** : Réduction du module de Young longitudinal en fonction de la densité de fissuration pour le stratifié GF/EP [±15/90<sub>4</sub>]s



**Figure 4.29** : Réduction du module de Young longitudinal en fonction de la densité de fissuration pour le stratifié GF/EP [±30/90<sub>4</sub>]s

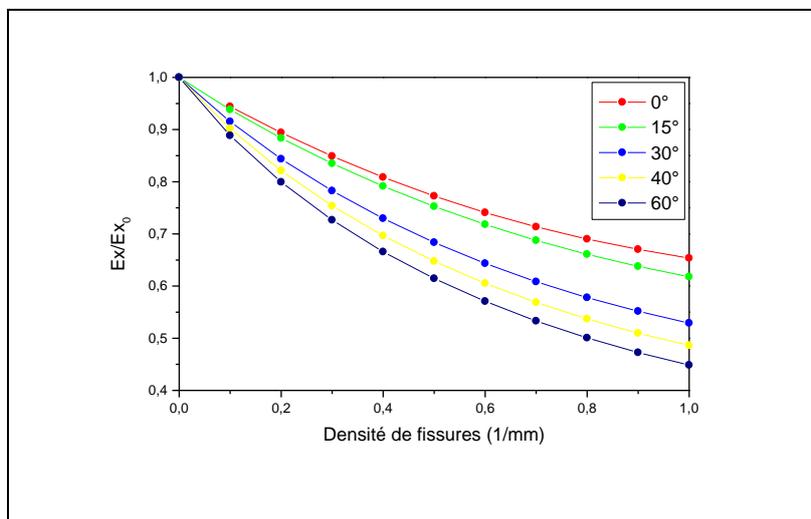


**Figure 4.30** : Réduction du module de Young longitudinal en fonction de la densité de fissuration pour le stratifié GF/EP [±40/90<sub>4</sub>]s

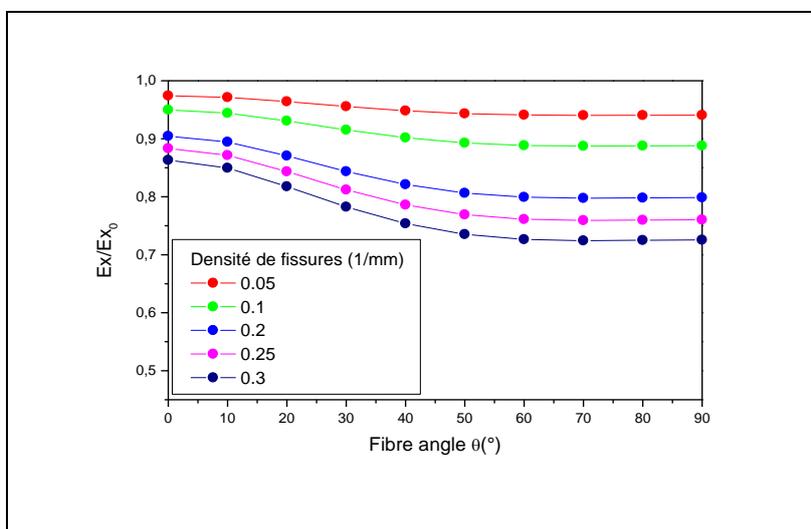
La réduction de la rigidité longitudinale en fonction de la densité de fissurations pour un stratifié GF/EP verre /époxy [ $\theta_m/90_n$ ]s est représentée dans les figures (4.27 à 4.30) et comparé avec l'expérimental publié par Joffe [24]. Pour un stratifié croisé [0/90<sub>4</sub>]s le modèle diffusion de cisaillement (parabolique et progressif) donne des résultats (Fig. 4.27) assez

proche de l'expérimental [92]. Les mêmes résultats ont été remarqués pour  $[\pm 15/90_4]_s$  (Fig. 4.34) et  $[\pm 30/90_4]_s$  (fig. 4.29).

Par contre pour le cas d'un stratifié  $[\pm 40/90_4]_s$  (Fig. 4.30) . On note que les modèles parabolique et progressif sont confondus pour  $\theta > 0^\circ$  (c.-à-d. un stratifié non croisé).



**Figure 4.31** : Réduction de la rigidité longitudinale en fonction de la densité de fissuration pour différents angles  $\theta^\circ$  (hors fissure) pour le stratifié  $[\theta/90_3]_s$

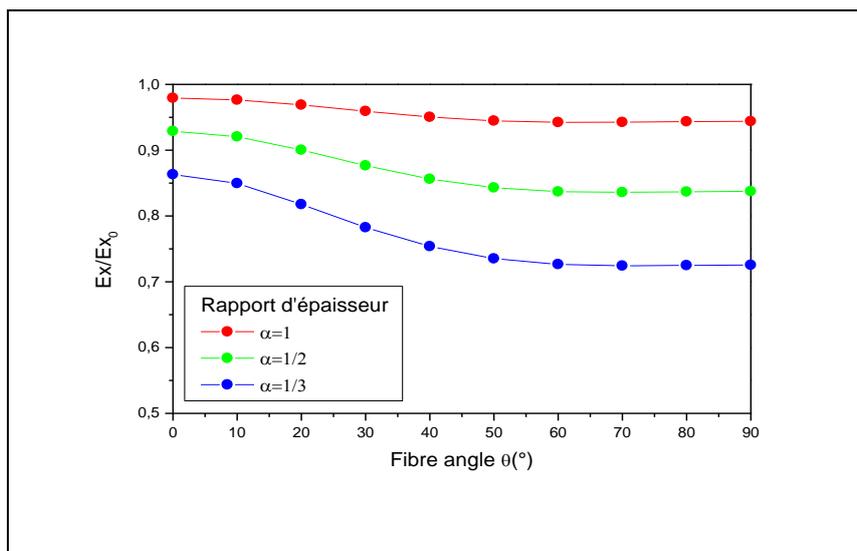


**Figure 4.32** : Réduction de la rigidité longitudinale en fonction d'angles de fibre  $\theta^\circ$  (hors fissuration) pour différentes densités de fissuration pour le stratifié  $[\theta/90_3]_s$

La réduction de la rigidité longitudinale en fonction de la densité de fissuration pour différentes angle  $\theta^\circ$  (hors fissure) pour le stratifié  $[\theta/90_3]_s$ , est représentée dans la figure (4.31) ou on note une réduction plus importante avec l'augmentation de l'angle de fibre  $\theta^\circ$

(hors fissure) et de la densité de fissuration. La même influence est clairement représentée (Fig. 4.32) pour le cas d'une réduction de la rigidité en fonction des angles de fibre  $\theta^\circ$  (hors fissuration), pour différentes densités de fissuration.

Une réduction de la rigidité longitudinale en fonction des angles de fibre  $\theta^\circ$  (hors fissuration) est nettement remarquée avec la diminution du rapport d'épaisseur (figure 4.33) c.-à-d. avec l'augmentation du nombre de couche à  $90^\circ$  (lorsque n est important par rapport à m).

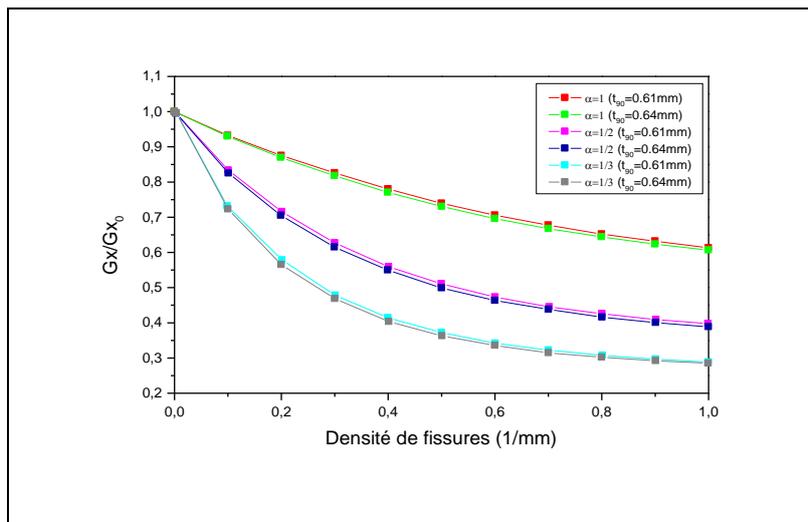


**Figure 4.33** : Réduction de la rigidité longitudinale en fonction d'angles de fibre  $\theta^\circ$  (Hors fissuration) pour différents rapport d'épaisseur avec  $\rho = 0.3$  (1/mm).

#### 4.2.8 Etude du module de cisaillement longitudinal :

##### 4.2.8.1 Présentation du module de cisaillement longitudinal pour les stratifiés croisés $[0_m/90_n]_s$ :

La simulation numérique est effectuée pour le composite verre /époxy [43] avec différents rapport d'épaisseur en utilisant le modèle parabolique.

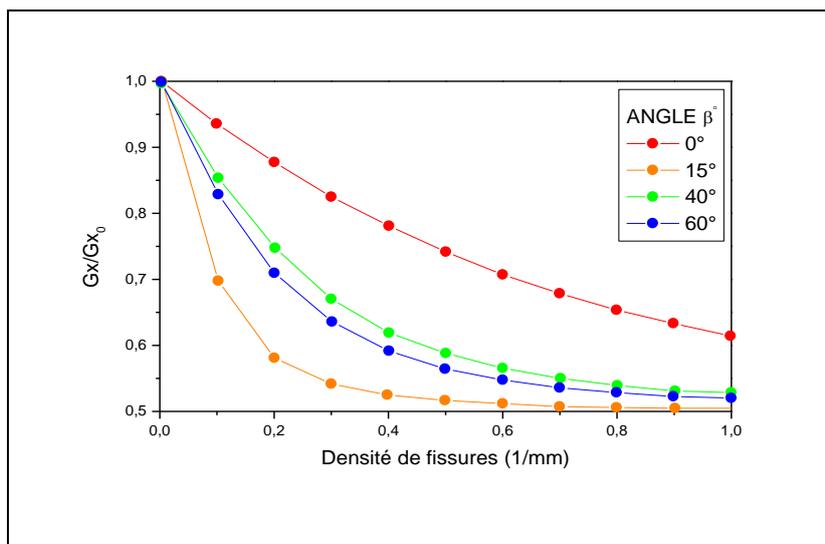


**Figure 4.34** : Réduction du module de cisaillement longitudinal en fonction de la densité de fissuration pour le stratifié verre /époxy  $[0/90_n]_s$  avec différents rapports d'épaisseur.

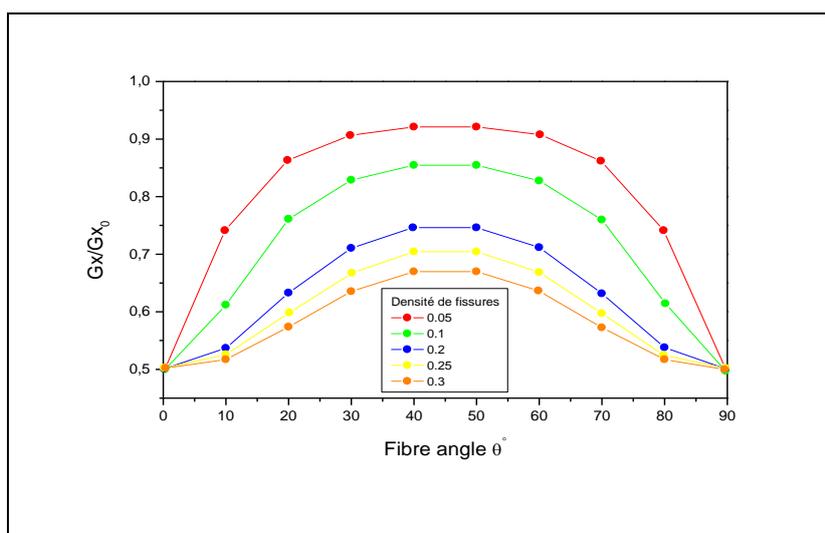
La réduction du module de cisaillement longitudinal en fonction de la densité de fissurations pour le stratifié verre /époxy  $[0/90_n]_s$  et avec différents rapports d'épaisseur est représentée dans la figure 4.34, où l'effet de l'épaisseur de la couche à  $90^\circ$  a été mis en évidence pour montrer l'influence de ce dernier sur le comportement du module de cisaillement. On remarque que l'augmentation de l'épaisseur de la couche à  $90^\circ$  favorise la réduction du module de cisaillement et encore plus, lorsque le nombre de couches à  $90^\circ$  est plus important que les couches à  $0^\circ$ .

#### 4.2.8.2 Présentation du module de cisaillement longitudinal pour les stratifiés $[0_m/90_n]_s$ :

La simulation numérique est effectuée pour le composite verre /époxy [43] avec différents rapport d'épaisseur.



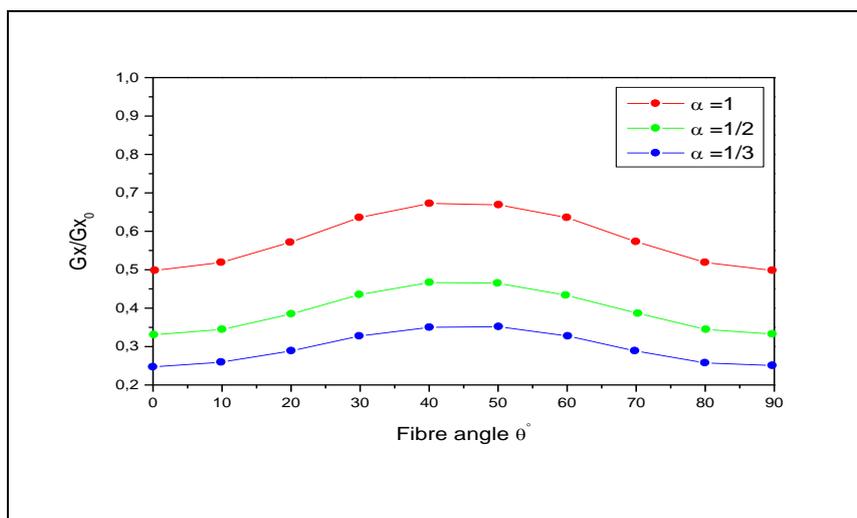
**Figure 4.35 :** Réduction du module de cisaillement longitudinal en fonction de la densité de fissuration pour le stratifié verre /époxy  $[0/90]_s$  avec différents angle de fibre  $\theta^\circ$ .



**Figure 4.36:** Réduction du module de cisaillement en fonction des angles de fibre (Hors fissuration) pour différentes densités de fissuration pour le stratifié  $[0/90]_s$  ( $t_{90}=0.61\text{mm}$ ).

L'influence de l'orientation de l'angle de fibre (hors fissuration) et la densité de fissures pour le stratifié verre /époxy  $[0/90]_s$  sur le module de cisaillement longitudinal a été représentée dans les figures 4.35 et 4.36. On note deux comportements symétriques du module de cisaillement avec un axe de symétrie qui est un angle de fibre  $\theta^\circ$  de  $45^\circ$ , ou pour  $0^\circ < \theta^\circ < 45^\circ$  on remarque une augmentation du module de cisaillement avec l'augmentation de l'angle de fibre  $\theta^\circ$  et la diminution de la densité de fissures. Par contre un comportement

inverse a été observé lorsque  $45^\circ < \theta^\circ < 90^\circ$  ou on a une diminution du module de cisaillement avec l'augmentation de l'angle de fibre  $\theta^\circ$  et l'augmentation de la densité de fissures.



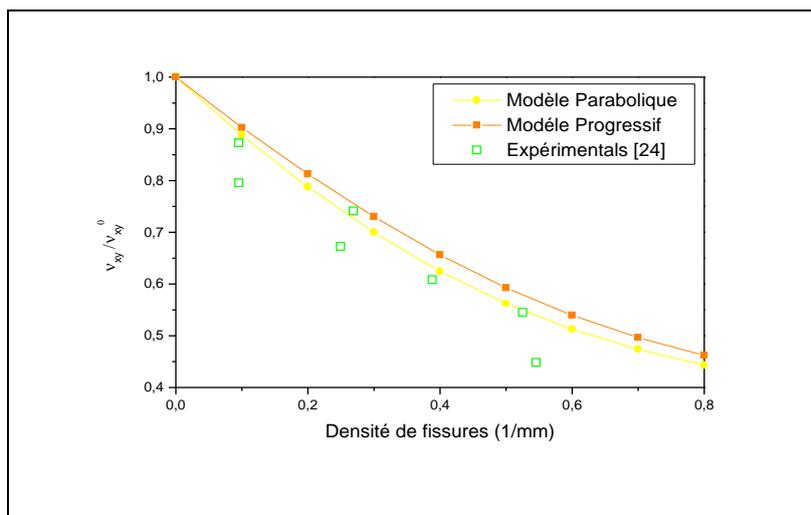
**Figure 4.37** : Réduction du module de cisaillement en fonction des angles de fibre (hors fissuration) pour différents rapports d'épaisseur avec  $\rho = 0.3$  (1/mm).

L'augmentation du nombre de couche à  $90^\circ$  (c.-à-d. un petit rapport d'épaisseur  $\alpha$ ) donne toujours une diminution du module de cisaillement longitudinal (Fig. 4.37).

## 4.2.9 Etude du coefficient de Poisson :

### 4.2.9.1 Présentation du coefficient de Poisson pour les stratifiés croisés $[0_m/90_n]_s$ :

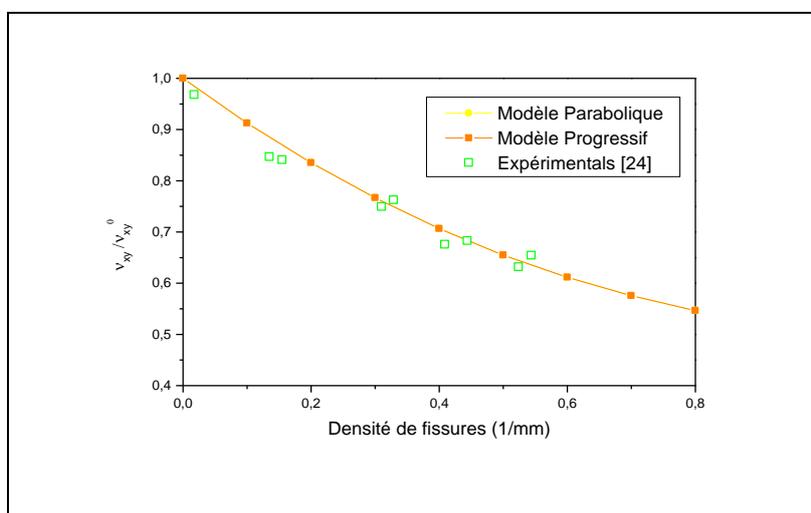
La simulation numérique est effectuée pour le composite GF/EP verre /époxy [24] dont les propriétés mécaniques ont été citées précédemment. La réduction du coefficient de Poisson en fonction de la densité de fissures (Fig. 4.38) est étudiée avec le modèle de diffusion de cisaillement puis comparée avec les résultats expérimentaux publiés par Joffe [24]. On note que le coefficient de Poisson diminue avec l'augmentation de la densité de fissures et le modèle parabolique semble le plus proche de l'expérimental [24].



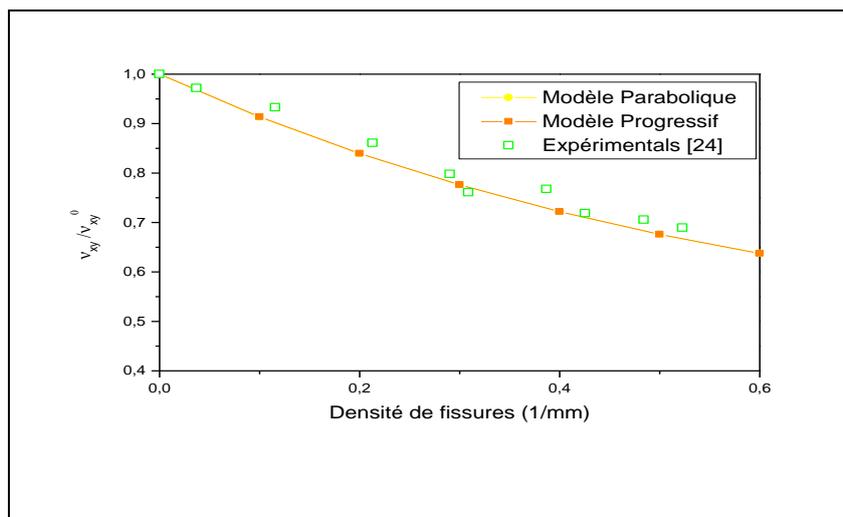
**Figure 4.38** : Réduction du coefficient de Poisson en fonction de la densité de fissuration pour le stratifié GF/EP [0<sub>2</sub>/90<sub>4</sub>]s

#### 4.2.9.2 Présentation du coefficient de Poisson pour les stratifiés [0<sub>m</sub>/90<sub>n</sub>]s :

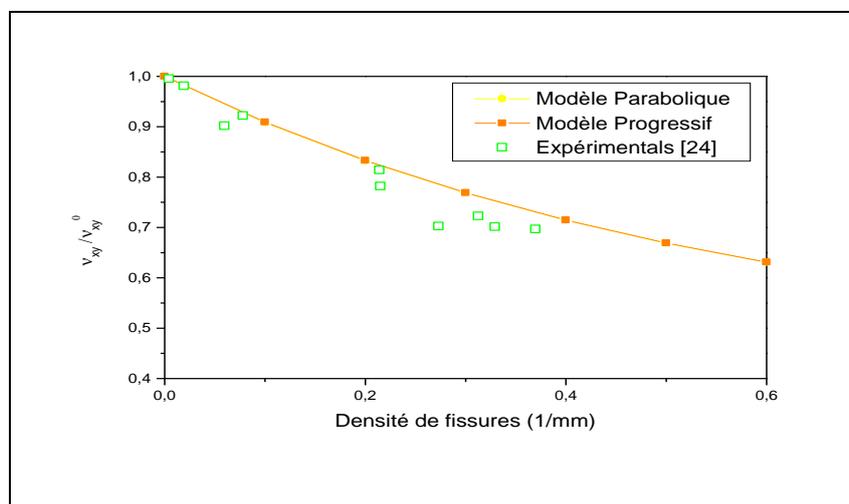
La simulation numérique est effectuée pour le composite GF/EP verre /époxy [24] dont les propriétés mécaniques ont été citées précédemment.



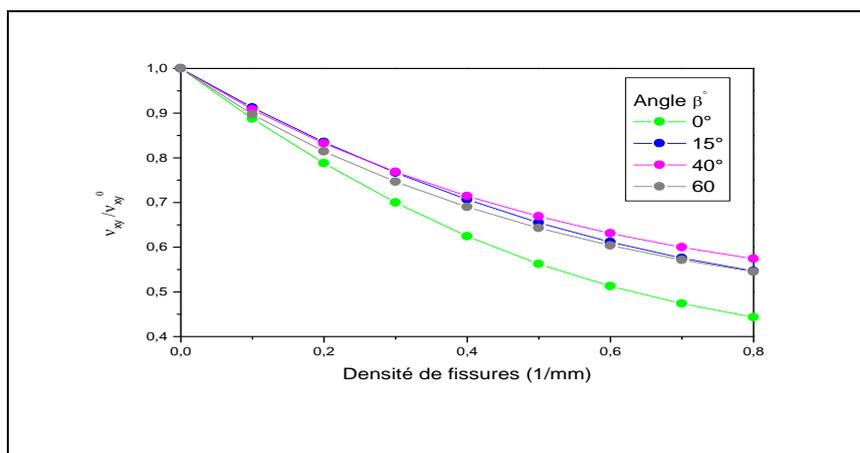
**Figure 4.39** : Réduction du coefficient de Poisson en fonction de la densité de fissuration pour le stratifié GF/EP [±15/90<sub>4</sub>]s



**Figure 4.40** : Réduction du coefficient de Poisson en fonction de la densité de fissuration pour le stratifié GF/EP [±30/90<sub>4</sub>]<sub>s</sub>

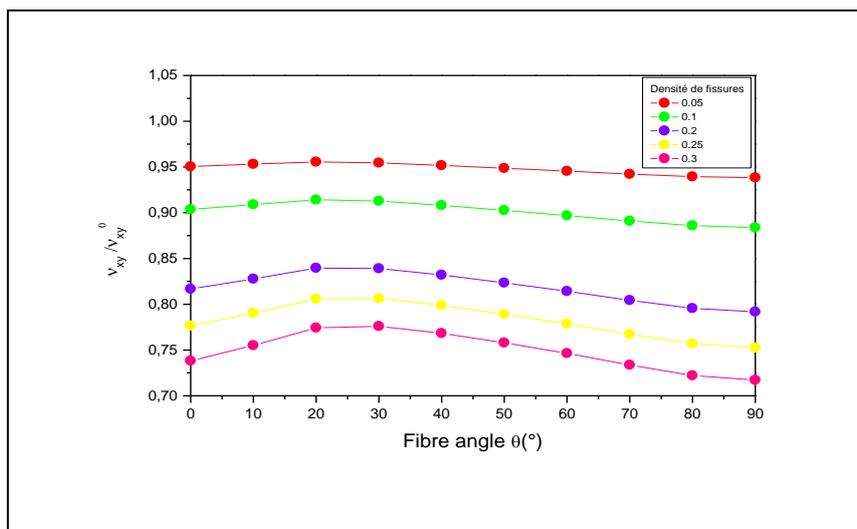


**Figure 4.41** : Réduction du coefficient de Poisson en fonction de la densité de fissuration pour le stratifié GF/EP [±40/90<sub>4</sub>]<sub>s</sub>



**Figure 4.42** : Réduction du coefficient de Poisson en fonction de la densité de fissuration pour différents angles  $\theta$  (hors fissure) pour le stratifié [±θ/90<sub>4</sub>]<sub>s</sub>.

La réduction du coefficient de Poisson en fonction de la densité de fissures pour les stratifiés  $[\theta_m/90_n]_s$  a été présentée dans les figures 4.39 , 4.40 et 4.41. Le modèle de diffusion de cisaillement donne des résultats proches des résultats expérimentaux publiés par Joffe [24] (Fig. 4.39 et 4.40), sauf pour le cas où  $\theta=\pm 40$  (Fig. 4.41) où l'expérimental donne une réduction plus importante que le modèle analytique. Les modèles paraboliques et progressifs semblent confondus pour  $\theta > 0^\circ$  et avec les fissurations de la couche à  $90^\circ$ .



**Figure 4.43** : Réduction du coefficient de Poisson en fonction des angles d'orientation des fibres (hors fissuration) pour différentes densités de fissurations pour le stratifié  $[\pm\theta/90_4]_s$ .

L'influence de l'orientation de l'angle de fibre  $\theta$  sur le comportement du coefficient de poisson avec différentes densités de fissures est représentée dans les figures 4.42 et 4.43. Pour un angle de fibre  $0^\circ \leq \theta \leq 30^\circ$ , on note une réduction du coefficient de Poisson avec l'augmentation de la densité de fissures et la diminution de l'angle de fibre  $\theta$ . Par contre pour  $\theta > 30^\circ$  on a une réduction plus importante du coefficient de Poisson avec l'augmentation de la densité de fissures et l'augmentation de l'angle de fibre  $\theta$ .

### **4.3 Simulation et résultats des stratifiés fissurés $[\theta_m/90_n]_s$ avec chargement mécanique et conditions hygrothermiques :**

#### **4.3.1 Introduction :**

Le modèle de variation parabolique montre une bonne concordance avec les résultats obtenus par la méthode des éléments finis (ABAQUS) pour cela, dans ce chapitre nous allons utiliser ce dernier pour étudier l'influence des conditions hygrothermiques sur le comportement mécanique d'un matériau composite  $[\theta/90_n]_s$  soumis à une traction uni axiale et endommagé par des fissurations transversales.

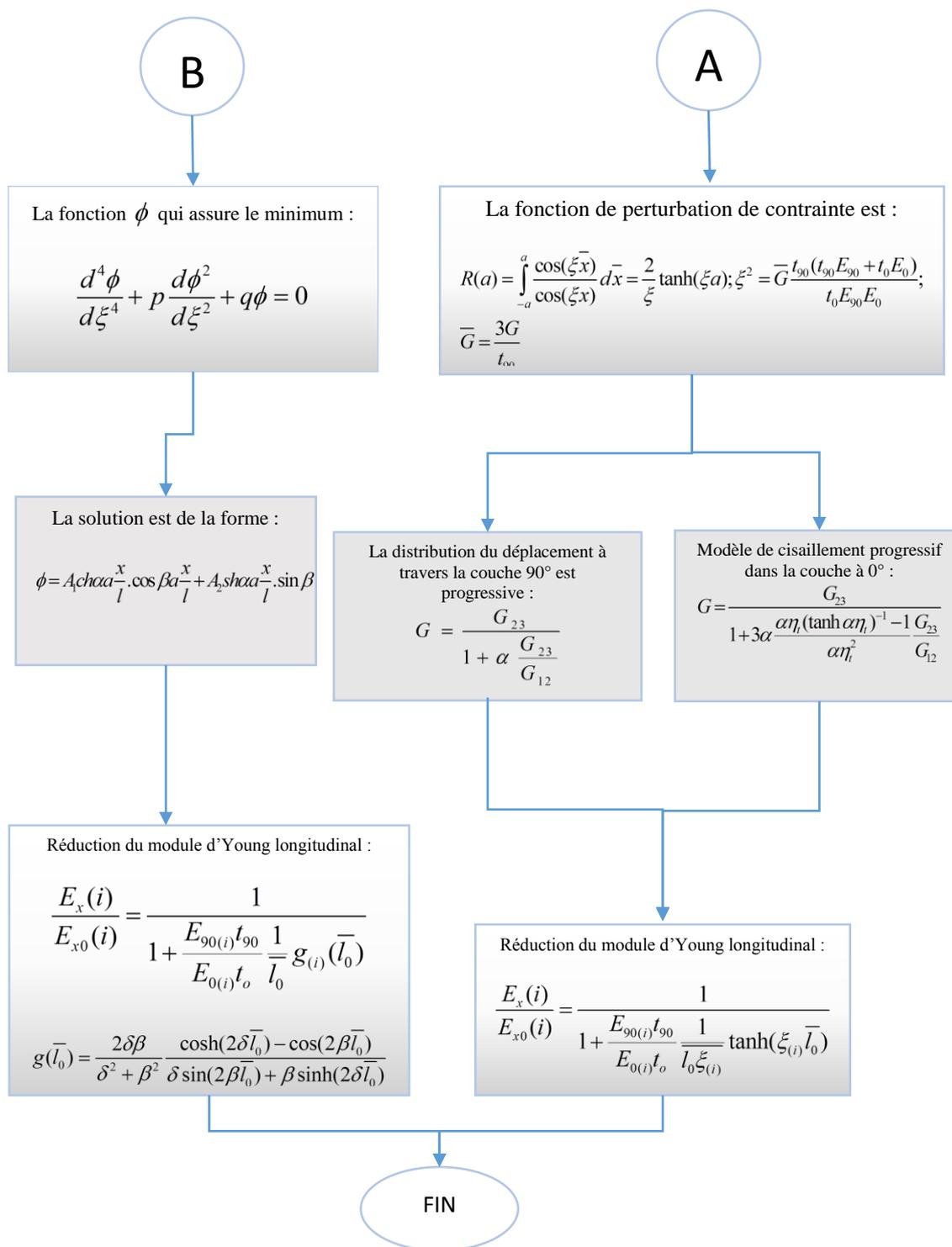
Premièrement, nous représentons l'influence des conditions hygrothermiques sur le champ de contraintes longitudinales dans la stratifié  $[\theta/90_n]_s$ .

Deuxièmement, nous ferons la comparaison des évolutions du champ de contraintes longitudinales avec l'influence hygrothermique pour différent angles d'orientation des fibres.

#### **4.3.2 Organigramme :**

A l'issue de cette étude et pour modéliser la réduction de la variation de contraintes dans un matériau composite  $[\theta/90_n]_s$ , sous conditions hygrothermiques, un organigramme AEROVIEILL a été établi comme suit :





**Figure 4.44** : Organigramme de l'AEROVIEILL

### 4.3.3 Variation de la température et humidité sur la réduction de la rigidité relative

Dans cette section, on calcul la perte de rigidité du stratifié croisé qui est déjà soumis initialement à la variation de la température et humidité. La réduction de la rigidité du stratifié due à la densité de fissuration est évaluée par rapport à la rigidité initiale du stratifié non endommagé, soumis lui aussi aux mêmes conditions hygrothermiques.

On note que cette rigidité initiale du stratifié non endommagé est fonction aussi de la température et de l'humidité.

On a :

$$\frac{E_x(i)}{E_{x0}(i)} = \frac{1}{1 + \frac{E_{90(i)} t_{90}}{E_{\theta(i)} t_o} \frac{1}{l_0 \xi(i)} \tanh(\xi(i) \bar{l}_0)} \quad (4.1)$$

L'indice « i » représente les différents types de conditions d'environnement considéré.

Le modèle hygrothermique simplifié est représenté par :

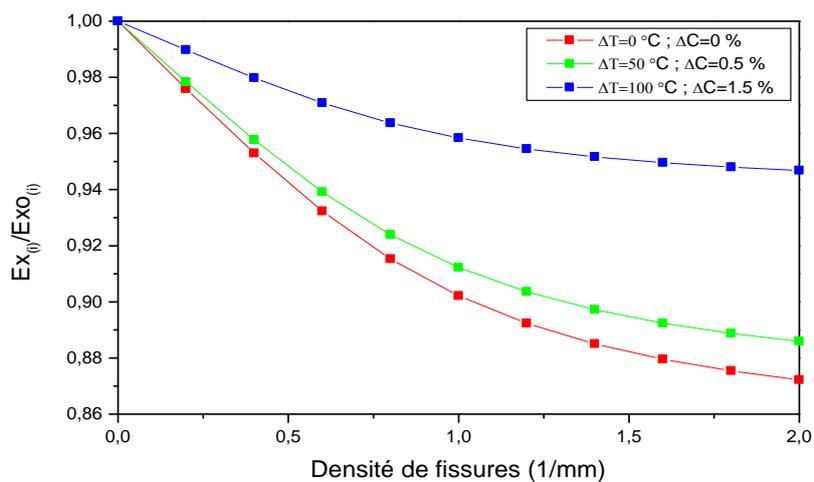
$$T = T_0 + \Delta T \quad (4.2)$$

Et

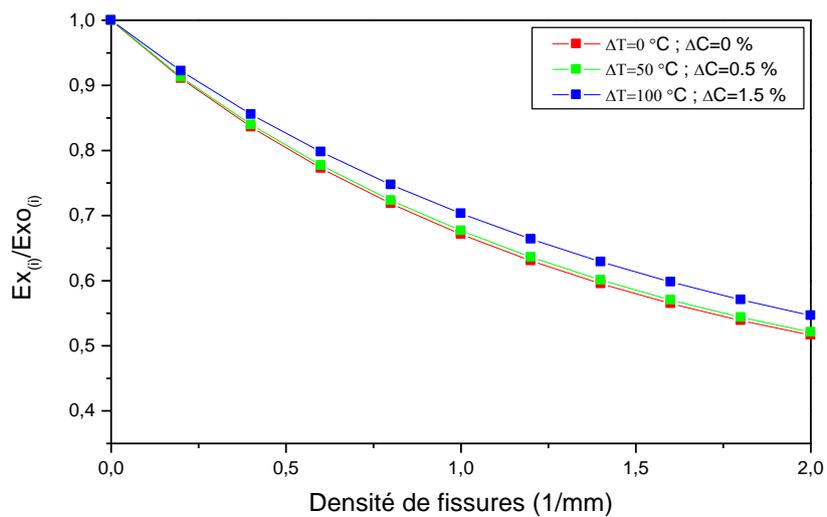
$$C = C_0 + \Delta C \quad (4.3)$$

Pour cet exemple l'épaisseur de chaque couche est 0.125 mm et les propriétés élastiques pour le graphite/époxy sont :

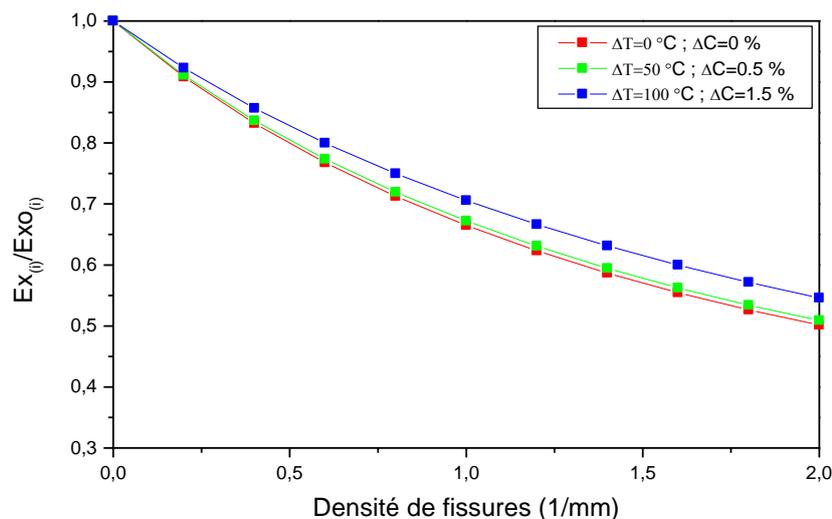
$$E_f = 259.0 \text{ GPa}, G_f = 19.69 \text{ GPa}, \nu_f = 0.25, \nu_m = 0.35 \text{ et } E_m = 3.4 \text{ GPa}, C_0 = 0\%, T_0 = 25^\circ\text{C} :$$



**Figure 4.45 :** Réduction de la rigidité relative pour graphite/époxy ( $V_f=0.7$ ) en fonction de la densité de fissures pour  $[0/90_3]_s$  modèle parabolique.



**Figure 4.46 :** Réduction de la rigidité relative pour graphite/époxy ( $V_f=0.7$ ) en fonction de la densité de fissures pour  $[45/90_3]_s$  modèle parabolique.



**Figure 4.47** : Réduction de la rigidité relative pour graphite/époxy ( $V_f=0.7$ ) en fonction de la densité de fissures pour  $[60/90_3]_s$  modèle parabolique.

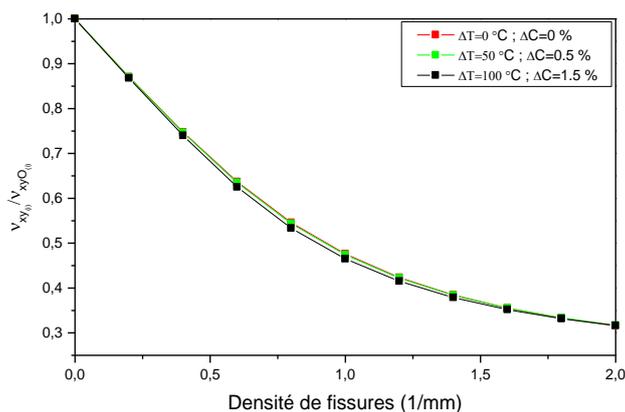
Les effets de température et d'humidité réduisent d'avantage la rigidité à  $\alpha$  faible. On peut dire que plus le nombre de couche à  $90^\circ$  est important par rapport au nombre de couches à  $0^\circ$ , plus la réduction de la rigidité relative est importante. Le stratifié est alors moins résistant.

#### 4.3.4 Effet de la variation de la température et humidité sur la réduction du coefficient de Poisson :

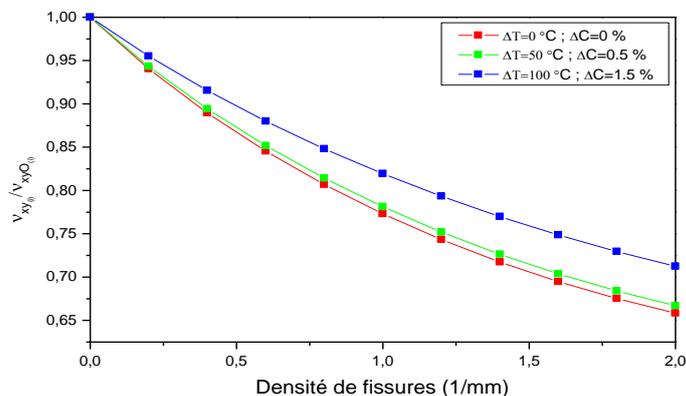
La réduction du coefficient de Poisson du stratifié due à la densité de fissuration est évaluée par rapport au coefficient de Poisson initial du stratifié non endommagé, soumis lui aussi à la variation de la température et humidité. Par conséquent, l'équation (2.111) pour le modèle de diffusion de cisaillement devient :

$$\frac{\nu_{xy(i)}}{\nu_{xy(i)}^0} = \frac{1 - \frac{E_{90(i)} t_{90}}{\nu_{xy(i)}^0} \frac{(1 - \nu_{12} \nu_{xy(i)}^0)}{(1 - \nu_{12} \nu_{21})} \left( \frac{S_{xy}^\theta S_{11} + S_{12} S_{yy}^\theta}{S_{yy}^\theta t_\theta + S_{11} t_\theta} \right)}{1 + \frac{E_{90(i)} t_{90}}{E_{\theta(i)} t_\theta} \frac{(1 - \nu_{12} \nu_{xy}^0)}{(1 - \nu_{12} \nu_{21})} \frac{1}{2a} R_{(i)}(a) \left( 1 + \nu_{xy(i)}^\theta \frac{(S_{12} t_{90} + S_{12} t_\theta)}{(S_{22} t_{90} + S_{11} t_\theta)} \right)} \quad (4.5)$$

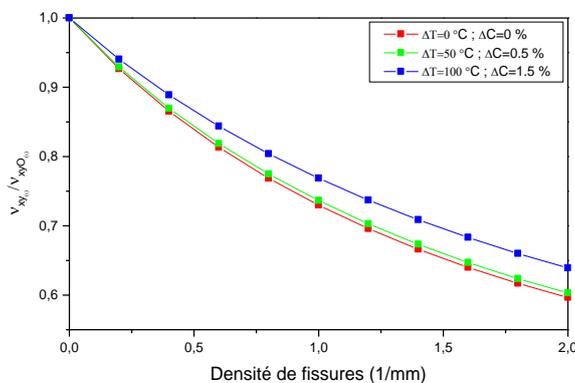
L'indice « i » représente les différents types de conditions d'environnement considéré.



**Figure 4.48** : Réduction du coefficient de Poisson en fonction de la densité de fissures pour  $[0/90_3]_s$  modèle parabolique.



**Figure 4.49** : Réduction du coefficient de Poisson en fonction de la densité de fissures pour  $[45/90_3]_s$  modèle parabolique.

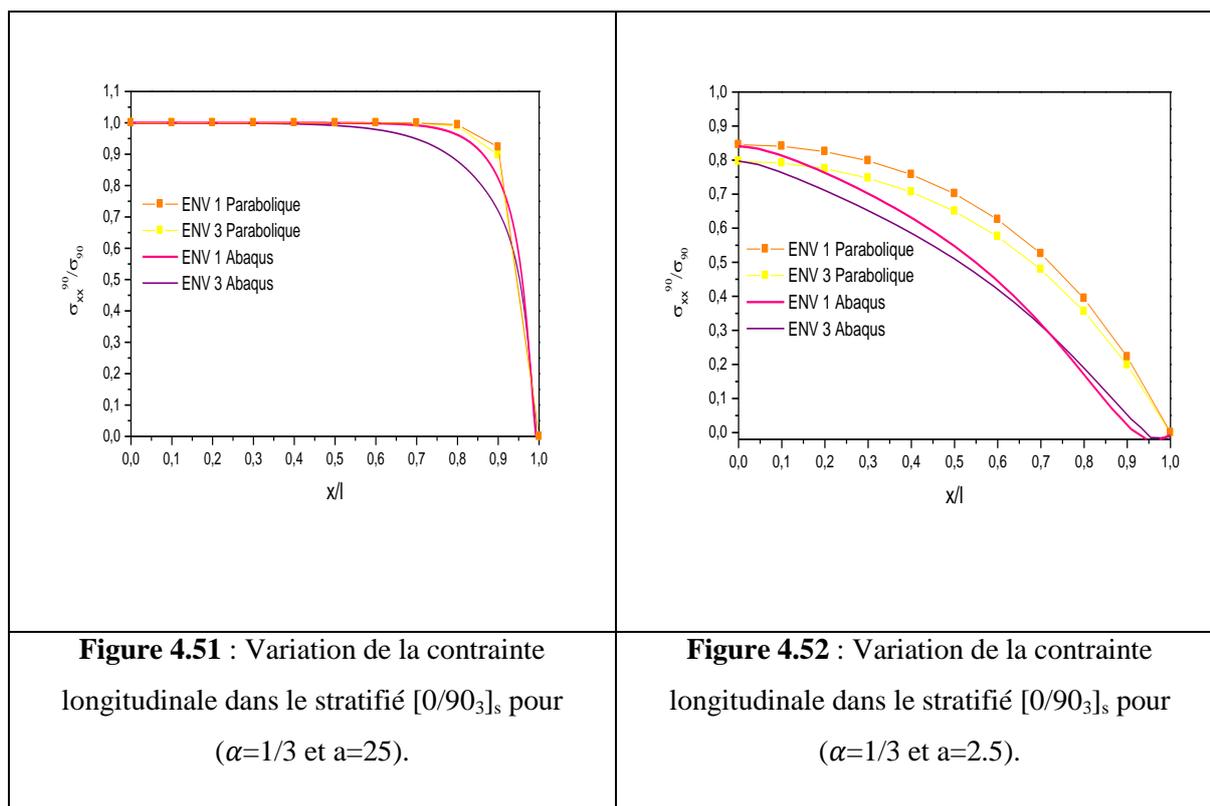


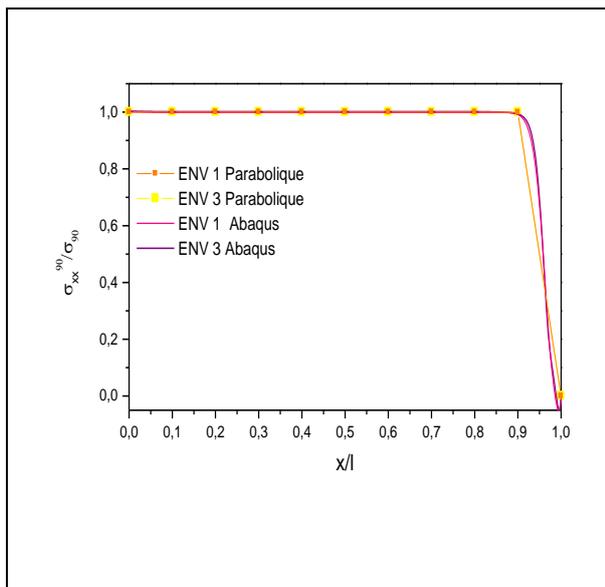
**Figure 4.50** : Réduction du coefficient de Poisson en fonction de la densité de fissures pour  $[60/90_3]_s$  modèle parabolique.

Les Fig. 4.48 au 4.50 représentent une réduction du coefficient de Poisson avec l'augmentation de la densité de fissures et de l'angle d'orientation des fibres des couches extérieures. L'influence de température et l'humidité est très remarquable pour les angles d'orientation des fibres faibles.

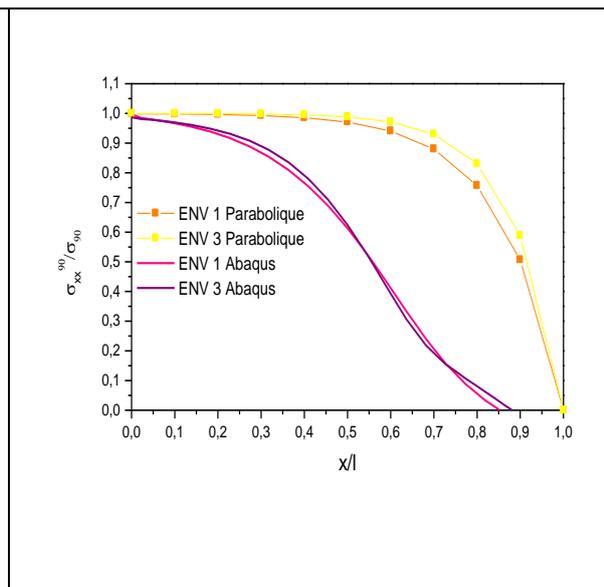
#### **4.3.5 Effet de la variation de la température et humidité sur l'évolution de la contrainte longitudinale dans le stratifié $[0/90_n]_s$ :**

Nous allons présenter l'influence de la température et humidité sur l'évolution de la contrainte longitudinale dans un stratifié  $[0/90_n]_s$  ( $\theta=0^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ ) avec le modèle parabolique, pour le même matériau que ceux utilisé précédemment (chapitre 3 tableau 3.1 et 3.2) avec un rapport d'épaisseur des couches «  $\alpha=1/3$  » et des rapports géométriques de fissuration «  $a=25$  » et «  $a=2.5$  ».

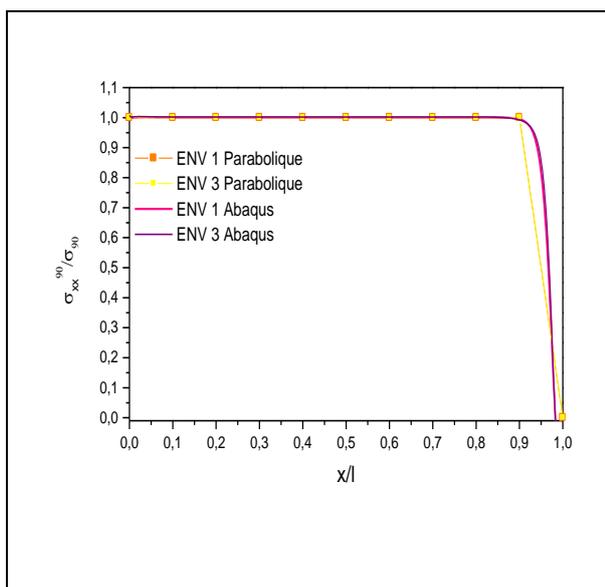




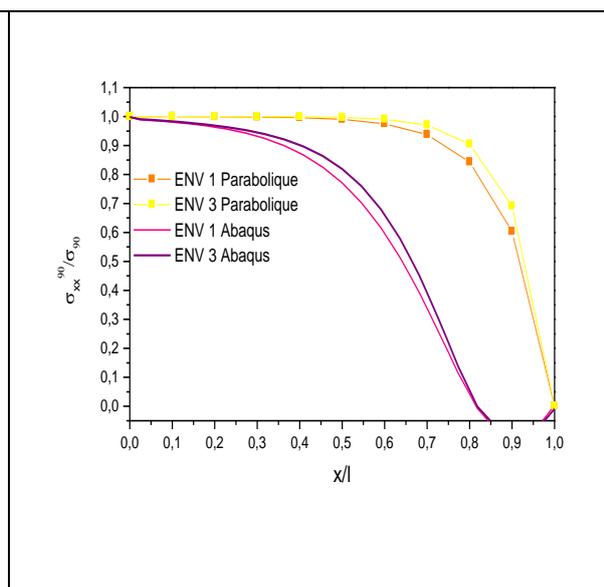
**Figure 4.53 :** Variation de la contrainte longitudinale dans le stratifié  $[45/90_3]_s$  pour  $(\alpha=1/3$  et  $a=25$ ).



**Figure 4.54 :** Variation de la contrainte longitudinale dans le stratifié  $[45/90_3]_s$  pour  $(\alpha=1/3$  et  $a=2.5$ ).



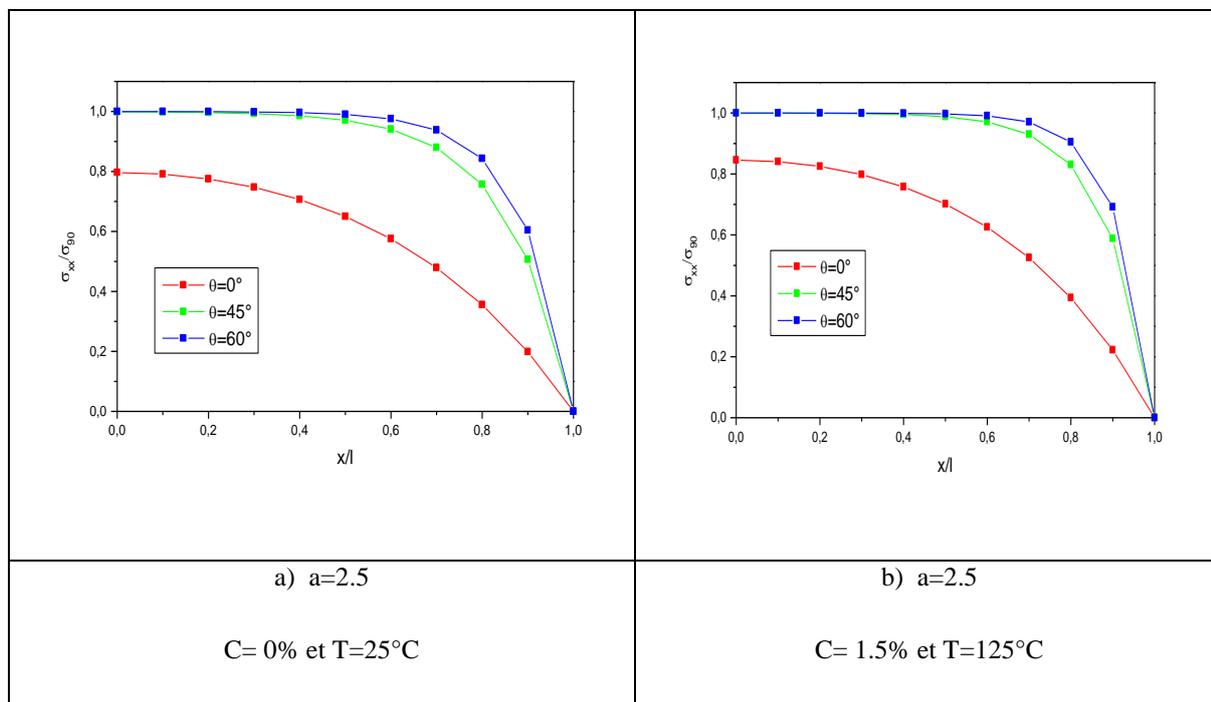
**Figure 4.55 :** Variation de la contrainte longitudinale dans le stratifié  $[60/90_3]_s$  pour  $(\alpha=1/3$  et  $a=25$ ).



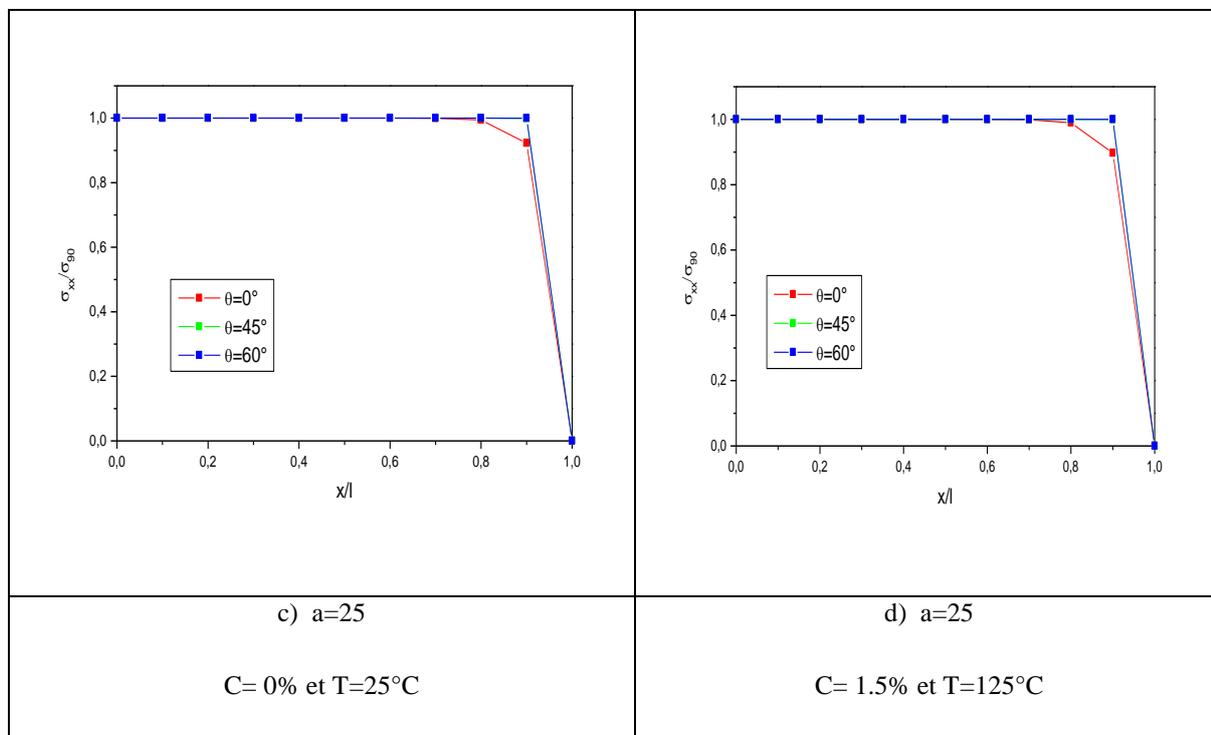
**Figure 4.56 :** Variation de la contrainte longitudinale dans le stratifié  $[60/90_3]_s$  pour  $(\alpha=1/3$  et  $a=2.5$ ).

A travers les résultats présentés dans les figures 4.51 à 4.56 ayant le rapport d'épaisseur de couche « $\alpha=1/3$ » et le rapport géométrique « $a=25 ; 2.5$  ». L'augmentation des effets hygrothermiques (température et l'humidité) engendre une chute de la contrainte longitudinale dans le stratifié  $[\theta/90_3]_s$ , quand température et l'humidité augmentes la variation

de la contrainte diminué. On note aussi que cette influence hygrothermique est significative lorsque l'angle d'orientation des fibres  $\theta^\circ$  est petit.



**Figure 4.57** : Comparaison des évolutions de la contrainte longitudinale le long du stratifié  $[\theta/90_3]_s$  pour  $a=2.5$  sous deux différentes conditions hygrothermiques

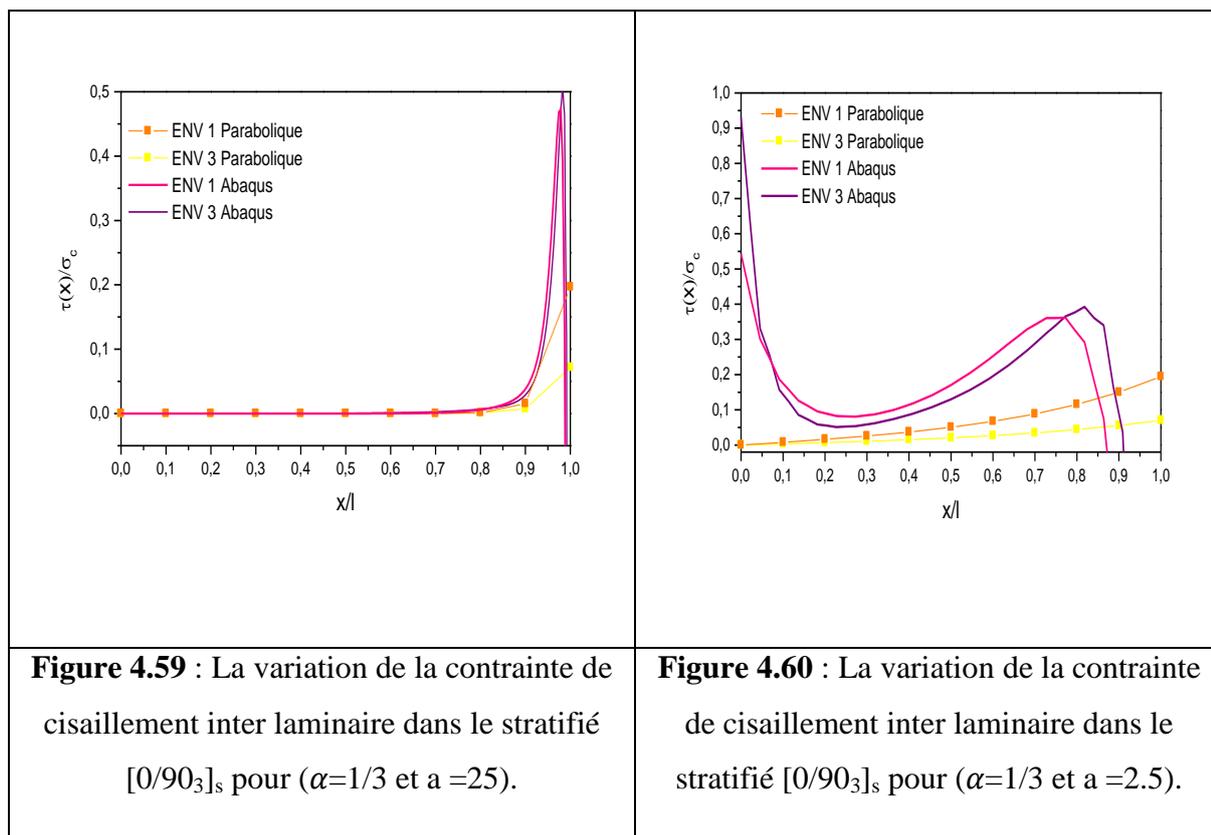


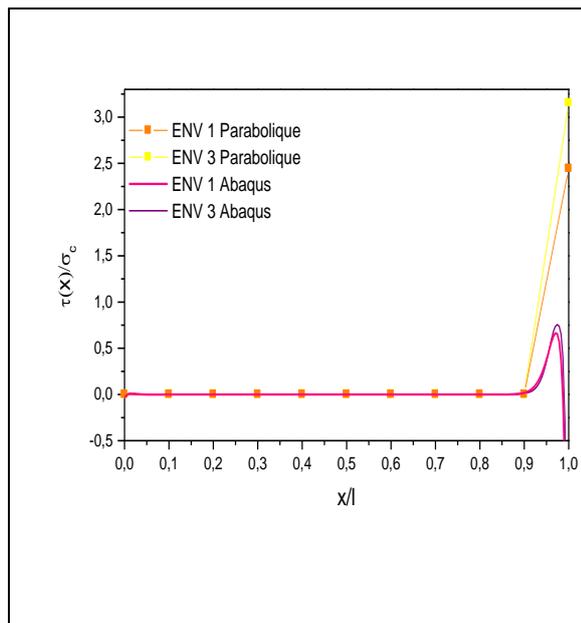
**Figure 4.58** : Comparaison des évolutions de la contrainte longitudinale le long du stratifié  $[\theta/90_3]_s$  pour  $a=25$  sous deux différentes conditions hygrothermiques

L'évolution de la contrainte longitudinale le long du stratifié avec différents angle d'orientation des fibres et sous différentes conditions hygrothermiques est représentée dans la figure (4.57) et (4.58). Les résultats montrent qu'on a une réduction de la contrainte longitudinale le long du stratifié avec la diminution de l'angle d'orientation des fibres, par contre l'effet de la température et humidité est atténué avec la réduction de la densité de fissuration.

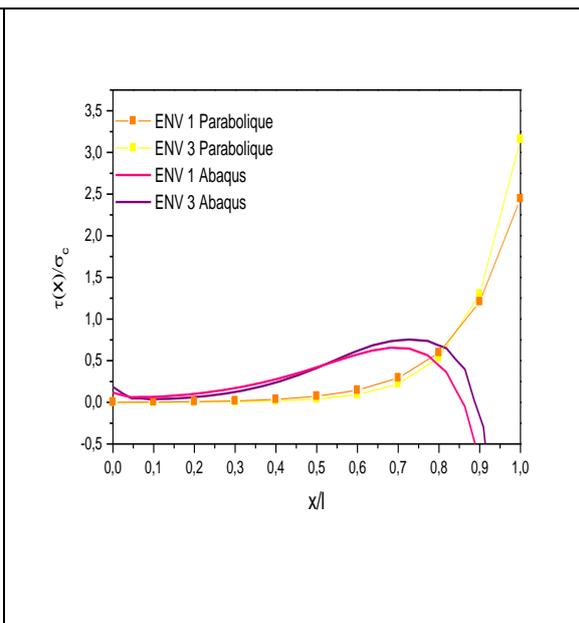
#### **4.3.6 Effet de la variation de la température et humidité sur l'évolution de la contrainte de cisaillement inter laminaire dans le stratifié $[0/90_n]_s$ :**

Nous analysons l'influence de la température et humidité sur l'évolution de la contrainte de cisaillement dans le stratifié  $[0/90_n]_s$  .

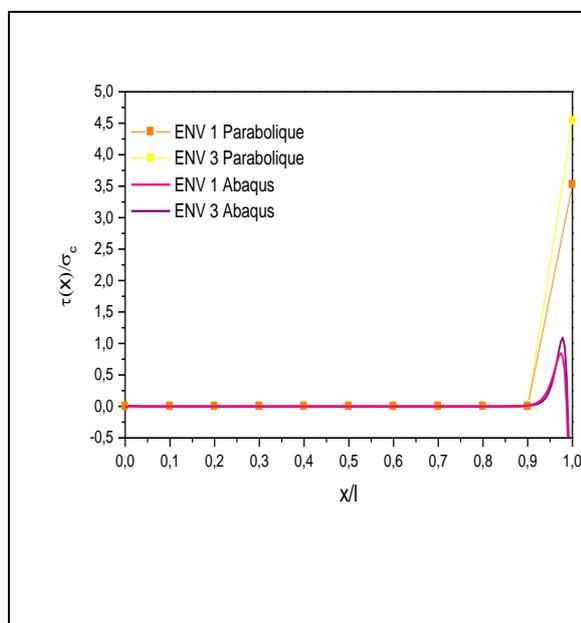




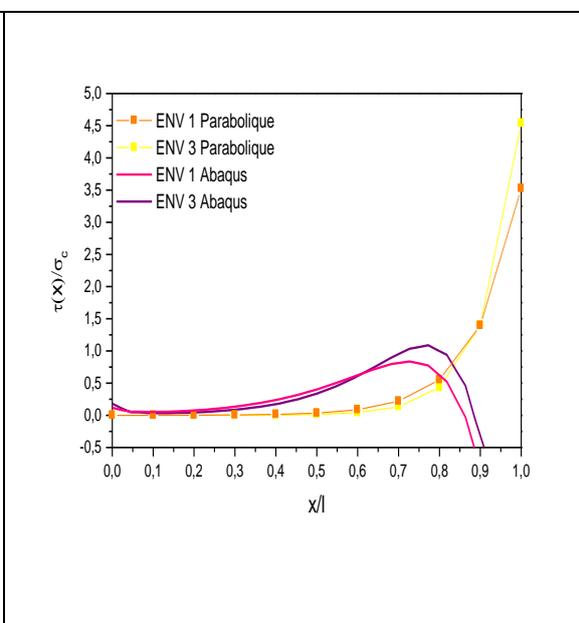
**Figure 4.61** : La variation de la contrainte de cisaillement inter laminaire dans le stratifié  $[45/90_3]_s$  pour  $(\alpha=1/3$  et  $a=25$ ).



**Figure 4.62** : La variation de la contrainte de cisaillement inter laminaire dans le stratifié  $[45/90_3]_s$  pour  $(\alpha=1/3$  et  $a=2.5$ ).

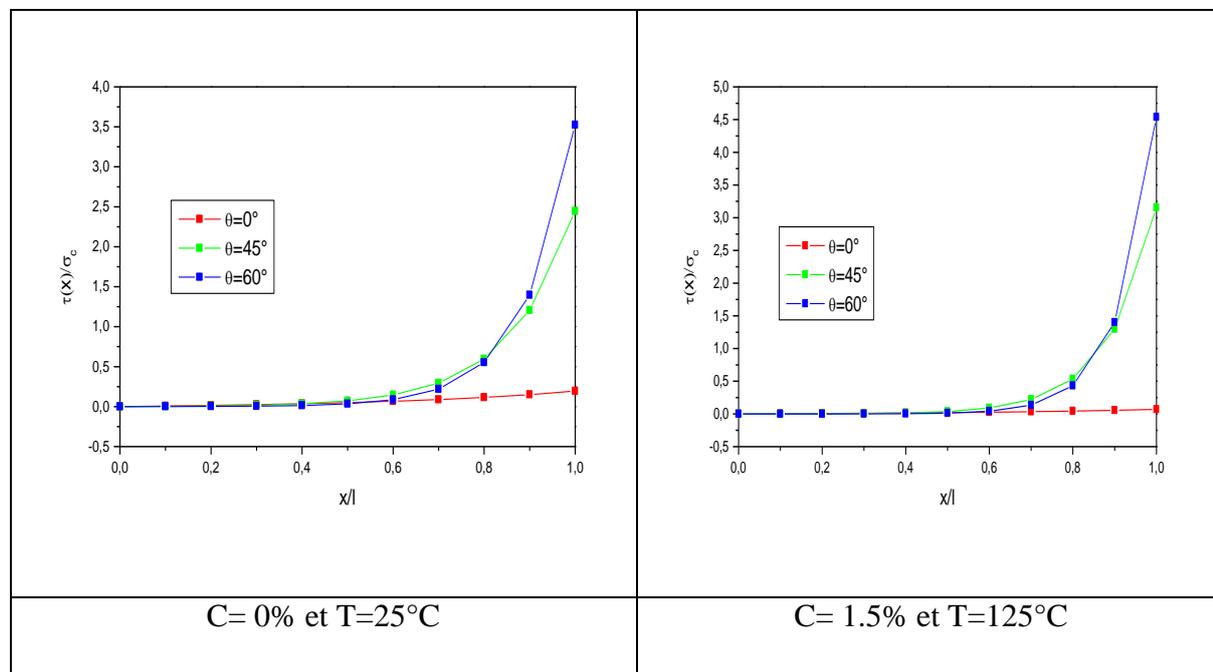


**Figure 4.63** : La variation de la contrainte de cisaillement inter laminaire dans le stratifié  $[60/90_3]_s$  pour  $(\alpha=1/3$  et  $a=25$ ).



**Figure 4.64** : La variation de la contrainte de cisaillement inter laminaire dans le stratifié  $[60/90_3]_s$  pour  $(\alpha=1/3$  et  $a=2.5$ ).

A travers les résultats présentés dans les figures 4.59 à 4.64 ayant le rapport d'épaisseur de couche « $\alpha=1/3$ » et le rapport géométrique « $a=2.5$  ;  $a=25$  », en note une influence de la variation de la température et humidité remarquable surtout proche du plan de fissure.



**Figure 4.65** : Comparaison des évolutions de la contrainte longitudinale le long du stratifié  $[\theta/90_3]_s$  pour  $a=2.5$  sous deux différentes conditions hygrothermiques.

L'évolution de la contrainte de cisaillement le long du stratifié avec différents angles d'orientation des fibres et sous différentes conditions hygrothermiques est représentée dans la figure (4.65). Les résultats montrent qu'on a une réduction de la contrainte de cisaillement le avec la diminution de l'angle d'orientation des fibres proche du plan de fissure.

#### 4.3.7 Conclusion :

La fissuration transversale d'un stratifié  $[\theta_m/90_n]_s$  soumis à la traction uni axiale est analysée par deux types d'approches (approche analytique et approche numérique) . Une analyse par éléments finis (ABAQUS) de la fissuration transversale a été mise en œuvre et les résultats obtenus ont été comparés à des modèles analytiques et les résultats publiés par Berthelot [43]. Ces comparaisons montrent que le modèle de diffusion de cisaillement parabolique complet, basé sur l'hypothèse d'une variation parabolique de contrainte longitudinal dans les couches  $\theta^\circ$  et  $90^\circ$ , donne une assez bonne approximation de la distribution de contrainte de cisaillement inter laminaire. Dans les modèles théoriques de fissuration transverse, il est nécessaire de tenir compte de façon suffisamment précise de l'interaction entre les fissures, lorsque celles-ci deviennent très proches et cela pour arriver à une bonne estimation de l'état « saturé ».

Deux modèles analytiques basés sur la diffusion du cisaillement (parabolique et progressif) ont été utilisés pour mettre en évidence l'influence de la fissuration transversale sur la réduction des propriétés mécaniques des stratifiés.

Une réduction du module de Young longitudinal, du module de cisaillement et du coefficient de poisson caractérisent le comportement du matériau composite croisé et non croisé, soumis à des sollicitations en fonction de la densité de fissurations avec la variation de différents paramètres soient les variations du rapport d'épaisseur, l'épaisseur de la couche fissurée, l'angle d'orientation des fibres pour les couches non fissurées.

Nous avons aussi étudié l'influence de la variation de la température et humidité sur le comportement mécanique d'un matériau composite  $[\theta_m/90_n]_s$  soumis à une traction uni axiale et endommagé par des fissurations transversales en utilisant le modèle parabolique.

En conclusion, l'influence des conditions hygrothermiques est assez importante et significative dans l'étude de l'évolution des propriétés mécaniques dans un stratifié avec fissuration transverse.

## CONCLUSION GENERALE

Au cours de ce travail de recherche, nous avons effectué une étude sur le comportement mécanique des stratifiés de type  $[\theta_m/90_n]_s$  endommagés par fissuration transverse et sollicités en traction uni axiale . Dans le but d'évaluer quantitativement ce comportement, un intérêt tout particulier a été porté à l'étude de la contrainte longitudinale à travers le stratifié, la contrainte de cisaillement inter laminaire et l'évolution des propriétés élastiques en fonction de la densité de fissuration.

En premier lieu, les équations permettant de déterminer le champ des déplacements, contraintes et déformation dans le composite endommagé, ainsi que celle régissant la variation des propriétés élastiques en fonction de la densité de fissuration ont été établies.

En second lieu et afin de décrire d'une façon précise ce comportement, la modélisation de la fissuration transverse a été établie à travers un schéma appelé modèle de transfert du chargement par cisaillement (Shear Lag), et une analyse numérique par éléments finis code ABAQUS a été effectuée.

La modélisation de l'influence de la température et humidité à été établie selon un modèle à l'échelle micro-analytique à travers le modèle de Tsai, choisi à partir d'un modèle semi empirique qui prend en considération l'effet de la concentration d'humidité et de la température sur les propriétés des fibres et de la matrice. Ceci nous a permis de quantifier l'évolution des propriétés mécaniques

La troisième partie de ce travail a été consacrée à l'étude de l'évolution des champs de contrainte à travers l'épaisseur du stratifié  $[\theta_m/90_n]_s$  vieillis hygrothermiquement et l'évolution de ces propriétés élastiques. L'étude de l'influence de la température et humidité sur le comportement mécanique d'un matériau composite  $[\theta_m/90_n]_s$  soumis à une traction uni axiale et endommagé par des fissurations transversales a été établie en utilisant les modèles analytiques et la simulation numérique par code ABAQUS.

A l'aide de cette modélisation analytique et de l'étude numérique par éléments finis, nous pouvons tirer les conclusions suivantes :

- Le modèle de variation parabolique montre une bonne concordance avec les résultats obtenus par la méthode des éléments finis (ABAQUS).
- Ces résultats nous permettent d'avoir une idée sur le comportement mécanique du stratifié endommagé d'un point de vue local. Toutefois, des prédictions restent discutables et ne peuvent en aucun cas être fiables à 100 %, que ce soit à partir de notre modèle analytique ou du calcul par éléments finis
- Pour l'analyse par éléments finis, le point discutable reste le non-respect des conditions aux limites au niveau des plans de fissures transverses, quel que soit le degré d'affinement du maillage. Et comme la modélisation est basée sur une approche déplacement, l'équilibre ne peut être vérifié qu'en moyenne. Ainsi, nous avons opté pour une étude globale n'utilisant que des valeurs moyennes, moins sensibles aux erreurs locales.
- Le module de Young longitudinal et coefficient de Poisson dépendent de plusieurs paramètres, à savoir : le rapport géométrique des couches, la densité de fissure, l'orientation des fibres, la température et l'humidité.
- Le modèle de Tsai simplifié utilisé pour modéliser le comportement des stratifié vieillis hygrothermiquement semble satisfaisant pour représenter le comportement de la rigidité longitudinal en fonction de la densité de fissuration, sous différentes conditions environnementales.

En conclusion, on peut dire que l'influence de la température et l'humidité a un effet significatif sur la variation des propriétés mécaniques d'un stratifiés fissurés avec fissuration transverse et soumis à une traction uni axiale

Comme perspectives futures de cette recherche, nous proposons d'étaler cette étude à l'influence des conditions hygrothermiques sur le comportement mécaniques d'un matériau composite  $[\theta/\beta]_s$  endommagé par fissuration transverse , longitudinale et délaminage et sollicité en traction uni axiale en utilisant deux types d'approches : approche analytique et approche numérique.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] [info-en-folie.over-blog.com/2018/10/place-croissante-des-materiaux-composites-dans-la-construction-aeronautique.html](http://info-en-folie.over-blog.com/2018/10/place-croissante-des-materiaux-composites-dans-la-construction-aeronautique.html)
- [2] Jean-Marie Berthelot « Mécanique des Matériaux et Structures Composites ». Page 3, Le Mans, France. Novembre 2010
- [3] Dimensionnement des structures composites : application à l'aéronautique. – ISBN : 978-1-78405-348- 2, éd. ISTE (2018).
- [4] A. Megueni, A. Tounsi, E. Adda Bedia, « Evolution of the stress intensity factor for patched crack with bonded hygrothermal aged composite repair », *Materials and Design*, Volume 28, Issue 2007, Pages 287-293, June 2005.
- [5] A. Tounsi, K.H. Amara, E.A. Adda Bedia, « Analysis of transverse cracking and stiffness loss in cross-ply laminates with hygrothermal conditions », *Computational Materials Science*, Volume 23, Issue 2005, Pages 167-174, June 2004.
- [6] M. khodjet-kesba « effet et analyse des fissurations dans les materiaux composites vieilliss», thèse de magister obtenu au département d'aéronautique de Blida, Avril 2011.
- [7] T. Bai, D. D. Pollard, Spacing of fractures in a multilayer at fracture saturation, *International Journal of Fracture* 100(4), 23–24,1999.
- [8] J.-M. Berthelot, J.-F. Le Corre. Statistical analysis of the progression of transverse cracking and delamination in cross-ply laminates, *Composites Science and Technology* 60(3), 2659–2669, 2000.
- [9] J.-L Rebière, M.-N Maâtallah, D. Gamby, Analysis of damage mode transition in a cross-ply laminate under uniaxial loading, *Composites structures* 55, 115-126,2002.
- [10] J. Wang, B. L. Karihaloo, Matrix crack-induced delamination in composite laminates under transverse loading, *Composites structures* 38 661-666, 1997.
- [11] D.T.G. Katerelos, M. Kashtalyan, C. Soutis and C. Galiotis Matrix cracking in polymeric composites laminates : Modelling and experiments, *Composites Science and Technology*, 2310-2317, 2008.
- [12] P. W. Manders, T.-W. CHOU, F. R. Jones, J. W. Rock, Statistical analysis of multiple fracture in 0/90/0 glass fibre/epoxy laminates. *J Mater Sci* 18, 2876-2889, 1983.
- [13] T. Gorris, P.-E. Bernard, L. Stainier, « Mécanismes de rupture des composite [0,90]s avec la méthode TLS » 20ème Congrès Français de Mécanique Besançon, 29 août au 2 septembre 2011.
- [14] Laurent Gornet. Généralités sur les matériaux composites. ECN. 29/08/2008.

- [15] V.Carmona [Etude de l'endommagement des matériaux composites par tomographie X et émission acoustique], Thèse de doctorat, juillet 2009, Institut national des sciences appliquées de Lyon.
- [16] MERCIER J [Prise en compte du vieillissement et de l'endommagement dans le dimensionnement de structure en matériaux composites], Thèse de doctorat, 2006, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris.
- [17] VU Anh Thang [Endommagement de stratifiés aéronautiques à fibres de carbone et matrice polymère soumis à des chargements monotones ou cycliques à plusieurs températures. Essais et modélisation], Thèse de doctorat, juillet 2009, ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE MECANIQUE ET D'AEROTECHNIQUE.
- [18] Groves, S.E., Harris, C.E., Highsmith, A.L., Allen, D.H. and Norvell, R.G. "An experimental and analytical treatment of matrix cracking in cross-ply laminates", *Experimental Mechanics*, V. 22, (1987), 73-79.
- [19] J.J.Bikerman, « Causes of poor adhesion : Weak boundary layers », *Industrial & Engineering Chemistry* , vol 59,no 9,pp :40-44,1967.
- [20] K.L. Reifsnider. « Some fundamental aspects of fatigue and fracture response of composite materials ». In *Proceedings of 14th Meeting of Society of Engineering Science*, pages 373-384, 1977.
- [21] K. W. Garret and J. E. Bailey. « Multiple transverse fracture in 90° cross-ply laminates of a glass fibre-reinforced polyester ». *Journal of Materials Science*, 12,157- 168, 1977.
- [22] K.L. Reifsnider, A.L. Highsmith, C. Zweben « Stiffness-Reduction mechanisms in composite laminates », *Damage in Composite Materials*, ASTM STP 775, K.L. Reifsnider, Ed, ASTM, 1982, pp. 103-117.
- [23] K.L. Reifsnider & A. Talug « Analysis of fatigue damage in composite laminates », *Int. Journal of Fracture*, 1980, pp. 3-11.
- [24] Joffe, R., Krasnikovs, A., Varna, J., “COD-based simulation of transverse cracking and stiffness reduction in [S/90n]S laminates”. *Compos. Sci. Technol.* V. 61, (2001), 637–656.
- [25] A.L. Highsmith & K.L. Reifsnider « Internal load distribution effects during fatigue loading of composite laminates», *Composite Materials : Fatigue and Fracture*, ASTM STP 907, H.T. Hahn, Ed, Philadelphia, 1986, pp 233-251.
- [26] N.J. Pagano « stress field in composites laminates» *Int. J. of Solids Structures*, Vol. 14, 1978, pp. 385-400.
- [27] E.A. Adda bedia et autres “Prediction of stiffness degradation in hygrothermal aged [0m/90n]s composite laminates with transverse cracking” *Journal of Materials processing*, vol 199, pp 199-205, 2008.

- [28] Z. Hashin « Analysis of cracked laminates: a variational approach », *Mechanics of Materials*, Vol. 4, 1985, pp. 121-136.
- [29] M. Bouazza, A. Tounsi, A. Benzair, E.A. Adda-bedia « Effect of transverse cracking on stiffness reduction of hygrothermal aged cross-ply laminates » *Materials and Design*, Vol 28, pp 1116-1123, 2007.
- [30] H.S. Kim, X. M. Wang and N.A.H Nik Abbdulah, « Effect of temperature on fatigue crack growth in the polymer ABS », *J fatigue & fracture of engineering materials & structures*, vol 17.n°3, pp361-367, 1994.
- [31] R.Y.Kim, « Effect of temperature and moisture on pin bearing strength of composite laminates », *J. Composite materials*, Vol.10 April pp. 149-155, 1976.
- [32] K. Amara, A. Tounsi, A. Megueni, E. Adda Bedia « Evolution de la fissuration transverse dans les stratifiés croisés vieilliss », *Laboratoire des matériaux et hydrologie*, Sidi bel Abbés, 2003.
- [33] A. Benzair et autres “Effect of transverse cracks on the elatic properties of high temperature angle-ply laminated composites” *Computational Materials Science*,vol 37, pp 470-475, 2006.
- [34] A. Megueni, A. Tounsi, E. Adda Bedia, « Evolution of the stress intensity factor for patched crack with bonded hygrothermal aged composite repair », *Materials and Design*, Volume 28, Issue 2007, Pages 287-293, June 2005.
- [35] M.H. Han and J. A. Nairn « Hygrothermal aging of polyimide matrix composite laminates» *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, Volume 34, Issue 10, Pages 979-986 October 2003.
- [36] A. Benkeddad, «Conception d’un Logiciel d’Analyse des Plaques stratifiées avec Prise en Compte des Contraintes Hygrothermiques transitoires », *Thèse de l’Université de Bourgogne*, 1994.
- [37] J.F. Le Corre «Analyse du développement de la fissuration transverse et du délaminage dans les stratifiés croisés », *Thèse de Doctorat de l’Université du Maine*, Décembre 1999.
- [38] A.S.D. Wang, N.N. Kishore & C.A. Li « crack development in graphite-epoxy cross-ply laminates under uniaxial tension » *Composite Science and Technology*», Vol. 24, 1985, pp. 1-31.
- [39] I.J. Beyerlein, S.L Phoenix, R. Raj, Time evolution of stress redistribution around multiple fiber breaks in a composite with viscous and viscoelastic matrices, *International Journal of Solids and Structures*, vol. 35, 1998, pp. 3177-3211.
- [40] N. Kotelnikova-Weiler, *Optimisation mécanique et énergétique d’enveloppes en matériaux composites pour les bâtiments*, Ph.D. thesis, Université Paris-Est, 2012.

- [41] JM .Berthelot, « Analysis of the transverse cracking of cross ply laminates : à Generalized Approach », Journal of Composite Materials, Vol 31, No 18, pp 1780- 1805, 1997.
- [42] Laws, N, Dvorak, G, « Progressive transverse cracking in composite laminate », J.Composite. Mater, No 22, pp 900-916, 1988.
- [43] J.M. Berthelot, P. Leblond, A. El Mahi & J.F. Le Corre« Transverse cracking of cross-ply laminates: Part I: Analysis », Composites, Yol- 27 A 1996 pp.989-1001.
- [44] Steif, P.S. « Transverse ply crack growth and associated stiffness reduction during the fatigue of a simple cross ply laminate », 1Eds S.L. Ogin, P.A. Smith and P.W.R. Beaumont, Report CUED/C/MATS/TR105, Cambridge University, 1984.
- [45] M. Fellah « Effect of transverse cracks on the effective thermal expansion coefficient of aged angle-ply composites laminates » Theoretical and Applied Fracture Mechanics, vol 48, pp 32-40, 2007.
- [46] El Meiche Nourdeddine, “Analyse des champs de contraintes dans les matériaux composites croisés en présence des fissures transversales“, Thèse de magister obtenu au département de génie civil de Sidi Bel Abbas, (2000).
- [47] Amara, K., Tounsi, A., Megueni, A., Adda Bedia, E., “Evolution de la fissuration transverse dans les stratifiés croisés vieilliss“, Laboratoire des matériaux et hydrologie, Sidi bel Abbés, (2003).
- [48] Varna, J., Krasnikovs, A., “Transverse cracks in cross-ply laminates 2. Stiffness degradation”, Mechanics of Composite Materials, V. 34, n° 2, (1998).
- [49] Bruno MORTAIGNE : Vieillissement des composites - Mécanismes et méthodologie d'étude, article (am 5320) Technique de l'ingénieur.
- [50] Khedoudja LAOUBI : « Etude du vieillissement d'un matériau composite en verre/polyester insaturé utilisé dans la fabrication des bateaux de pêche et de plaisance ». Mémoire de magister .UMB Boumerdes 2009.
- [51] J. MERCIER : « Prise en compte du vieillissement et de l'endommagement dans le dimensionnement de structures en matériaux composites ». Thèse de doctorat. Ecole des mines de Paris, 2006.
- [52] Y. PERROT : « Influence des propriétés de la matrice sur le comportement mécanique de matériaux composites verre/polyester utilisés en construction navale de plaisance - Cas des résines polyester limitant les émissions de styrène ». Thèse de doctorat. Université Bretagne sud, 2006.
- [53] A. Benkhedda, « Etude hygrothermique des matériaux composites à matrice polymère avec la prise en compte de l'effet de vieillissement lors de la désorption transitoire », thèse de doctorat obtenu au département d'aéronautique de Blida, 2008.
- [54] Bruno MORTAIGNE : Vieillissement des composites - Mécanismes et méthodologie d'étude, article (am 5320) Technique de l'ingénieur.
- [55] El Hadi SAIDANE : Etude de l'effet du vieillissement hygrothermique sur le comportement mécanique d'éco-composites à renfort hybride ; Soutenue le 8 décembre 2015.

- [56] Z. Sereir, E. Adda Bedia, A. Tounsi, « Effect of the accelerated moisture diffusivity on the hygrothermal behavior laminated plate with symmetrical environmental conditions », *Journal of thermal stresses*, Taylor & Francis Edition, Vol 28, pp 889- 908, 2005.
- [57] X. Wang et autres “Hygrothermal effect on dynamic interlaminar stresses in laminated plates with piezoelectric actuators” *Composite Structure*, vol 71, pp 220-228, 2005.
- [58] S. W. Tsai, « *Composites Design* » Think Composites, Dayton, Paris, Tokyo, 1987.
- [59] I. Ghorbel, “Mecanismes d’endommagement des tubes verre-resine pour le transport d’eau chaude” influence de la ductilite de la matrice, thèse de doctorat Ecole des Mines de Paris, Juillet 1990.
- [60] J. Mercier, A. Bunsell, P. Castaing, J. Renard, « prise en compte du vieillissement et de l’endommagement dans le dimensionnement de structures en matériaux composites », Thèse de Doctorat, Mines Paris, France, 20 septembre 2006.
- [61] R. Byron Pipes, J. R. Vinson and T.W. Chou ; “On the hygrothermal response of laminated composite systems”, *J, Composite Materials*, vol 10 April pp.129-149, 1976.
- [62] Groves, S.E., Harris, C.E., Highsmith, A.L., Allen, D.H. and Norvell, R.G. "An experimental and analytical treatment of matrix cracking in cross-ply laminates", *Experimental Mechanics*, V. 22, (1987), 73-79.
- [63] M. khodjet-kesba « effet et analyse des fissurations dans les matériaux composites vieillis », thèse de magister obtenu au département d’aéronautique de Blida, Avril 2011.
- [64] C.H. Shen and G. Springer, « Moisture absorption and desorption of composite materials » *J. of composite materials*, Vol.10, pp.2-20, January 1976.
- [65] C.Zweben & A.S.D. Wang « Fracture mechanics of sublaminar cracks in composite materials », *Composite Technology Review*, Vol. 6 (2), 1984, pp. 45-
- [66] C.Thomas [Etude des mécanismes d’endommagement des composites fibres de carbone / matrice polyamide : application à la réalisation de réservoirs de stockage de gaz sous haute pression de type IV] , École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2011.
- [67] Kh. Amara « Effect of transverse cracks on the mechanical properties of angle ply composites laminates » *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, vol 45, pp 72-78, 2006.