

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

**UNIVERSITE DE BLIDA 1  
FACULTE DE TECHNOLOGIE  
DEPARTEMENT DE MECANIQUE**

**Projet de Fin D'études  
Pour l'obtention de diplôme de  
Master en Conception Mécanique**

**Titre :**

**Réalisation d'un programme pour les calculs des roues  
dentes d'un système de machine faiseuse et faire le taillage  
des dents helicoidaux**

Proposé et encadré par :  
**Dr M.Temmar**

Etudié par :  
**Bengayou abderrahim  
Benharket abdelbaki**

**Année universitaire 2018/2019**

# Remerciement

*Ce travail de thèse a été réalisé au sein du Département de Mécanique de l'Université Saad Dahlab de Blida 1.*

*Selon la tradition, et à travers cette page de remerciements, je tiens à saluer toutes les personnes qui, de près ou de loin, ont contribué à la concrétisation de ce travail.*

*Je voudrais tout d'abord remercier les membres du jury pour leur précieux temps accordé à la lecture et à la critique de ce travail.*

*Je suis très reconnaissant au Dr Temmar Mustapha, mon promoteur, pour avoir accepté de diriger ce travail, et dont l'aide précieuse m'a été indispensable sur le plan scientifique et humain. Je lui présente également ma plus sincère gratitude pour la confiance et la sympathie qu'il m'a témoignée au cours de cette période de travail en me faisant découvrir l'état de l'art des engrenages.*

## *Dédicaces*

*A toute ma famille, particulièrement mes chers parents pour leurs sacrifices.*

*A ma belle-famille et particulièrement à Mr tammer pour son soutien moral et son aide.*

*A toutes mes amies.*

# Table des matiere

Introduction generale.....	1
----------------------------	---

## Chapitre 1 : Théorie générale des engrenages

1.1	Historique.....	3
1.2	Introduction.....	4
1.3	Définition .....	6
1.4	Definitiont de la denture .....	7
1.5	Le moudule .....	8
1.6	Le nombre de dent.....	8
1.7	Cercle primitif .....	8
1.8	Cercle de tête.....	9
1.9	Cercle de pied.....	9
1.10	Le cercle de base. ....	9
1.11	Angle de pression $\alpha$ .....	9
1.12	Fonctionnement des engrenages .....	11
1.13	Profils conjugués.....	11
1.13.1	Définition .....	11
1.13.2	Profil à développante de cercle .....	12
1.15.3	Principe de la développante de cercle (cas de denture droite.....	12
1.13.3	Propriétés de la développante de cercle .....	13
1.14	Ligne d'engrènement ou ligne d'action .....	13
1.15	Interférences.....	14
1.16	Fonctionnement avec jeu .....	16
1.17	Le rapport de réduction .....	17
1.18	Coefficient de correction de denture .....	17
1.19	Engrenages cylindriques à denture droite .....	18
1.19.1	Géométrie.....	18
1.19.2	Dimensions normalisées .....	19
1.19.3	Caractéristiques et formule des engrenages cylindriques à denture droite .....	20
1.19.4	Matériaux utilisés.....	21
1.19.5	Cotation d'une roue dentée .....	21
1.19.6	Systèmes d'engrenages cylindriques à denture droite.....	21
1.20	Engrenage conique ou à axes concourants.....	22
1.21	Principaux types .....	22
1.22	Principales caractéristiques des engrenages coniques.....	24
1.22.1	Dimensions normalisées .....	25
1.23	Engrenages à roue et vis sans fin .....	26
1.23.1	Principe .....	27
1.23.2	Avantages – Inconvénients.....	27
1.23.3	Caractéristiques cinématiques et géométriques .....	27

1.23.4	Différents types du système roue et vis sans fin.....	28
1.23.5	Principales caractéristiques des engrenages roues et vis sans fin.....	29
1.23.6	Dispositions constructives.....	30

## Chapitre 2 : les engrenages cylindriques à denture hélicoïdale

2.1	Engrenages cylindriques à denture hélicoïdale .....	31
2.1.1	Les domaines d'applications .....	31
2.1.2	Les avantages.....	32
2.1.3	Inconvénient.....	31
2.1.4	Comparaison entre dentures droites et dentures hélicoïdales.....	32
2.2	Caractéristiques des engrenages à denture hélicoïdale .....	33
2.2.1	Géométrie.....	33
2.2.2	Définitions Hélice cylindrique .....	33
2.2.3	Développé de l'hélice. ....	34
2.2.4	Angle d'hélice Angle $\alpha$ :.....	34
2.2.5	Grandeurs réelles (ou normales) : .....	34
2.2.6	Grandeurs apparentes (ou tangentielles) : .....	34
2.2.7	Entraxe a : .....	34
2.2.8	Largeur b : .....	35
2.3	Caractéristiques et formule des engrenages cylindrique à denture hélicoïdale .....	35
2.3.1	Nombre fictif ou virtuel de dents .....	37
2.3.2	Ellipse primitive : .....	37
2.3.3	Nombre fictif de dent $Z_c$ : .....	38
2.4	engrenage hélicoïdaux.....	38
2.5	Denture en chevron continue .....	38
2.6	Engrenages à chevrons.....	39
2.7	Les avantages des engrenages à chevrons.....	40

## Chapitre 3 : les procédés de division

3.1	Les appareils diviseurs .....	42
3.2	Divers types diviseurs .....	42
3.2.1	Diviseurs simples.....	42
3.2.2	Diviseurs universels.....	42
3.2.3	Diviseur optique.....	45
3.3	Divisions circulaires.....	46
3.3.1	Division directe.....	46
3.3.2	Division indirecte.....	46
3.3.2.1	Méthode courante.....	47
3.3.2.2	Méthode composée.....	49
3.3.2.3	Méthode par division décimale.....	51
3.3.2.4	Méthode différentielle.....	53

3.4	Divisions linéaires.....	56
3.4.1	Division au moyen du cadran.....	56
3.4.2	Division au moyen d'un plateau a trous. ....	56
3.4.3	Division au moyen d'engrenages.....	58

## **Chapitre 4 : fraisage hélicoïdal**

4.1	Génération du pas d'hélice .....	63
4.1.1	Réalisation Pratique De L'opération .....	64
4.1.1.1	Pas d'avancement de la table. ....	64
4.1.1.2	Calcul des roues .....	64
4.1.1.3	Sens de l'hélice.....	65
4.2	Réalisation des pas décimaux .....	66
4.2.1	Pas au module des vis sans fin. ....	66
4.2.2	Calcul approché d'un pas par la méthode des réduites.....	67
4.3	Opération sur machine n'a pas Whitworth .....	69
4.4	Calculer les roues placer par un programme.....	71
4.4.1	Définition du programme c++ .....	71
4.4.2	Le programme .....	71
4.4.3	Fonctionnement du programme.....	72
4.4.4	Tableau des pas.....	72

## **Chapitre 5 : calcule et taillage les engrenages cylindriques hélicoïdaux**

5.1	Calculer des éléments d'un engrenage.....	80
5.2	Calcul des éléments de deux engrenages en prise. ....	81
5.2.1	Engrenages à axes parallèles.....	81
5.2.2	Engrenages à axes perpendiculaires .....	82
5.3	Taillage des engrenages hélicoïdaux sur machines à fraiser. ....	84
5.3.1	Modes opératoires.....	84
5.3.2	Inclinaison de la tête Huré. ....	86
	conclusion .....	87
	Références bibliographiques .....	88

# Liste des figures

Figure 1.1.: dessin représente des mécanismes par de léonard de Vinci .....	2
Figure 1.2:type d engrènement.....	3
Figure1. 3: denture droite.....	4
Figure 1.4 :denture hélicoïdale.....	4
Figure 1.5 : denture conique .....	5
Figure 1.6: caractéristique du denture .....	5
Figure 1.7:cercle primitive.....	6
Figure 1.8:cercle de tete.....	7
Figure 1.9:cercle de pied.....	7
Figure 1.10:Angle de pression .....	8
Figure 1.11:deux engrenages a denture droite .....	9
Figure 1.12:profil et surface conjuguées.....	10
Figure 1.13:schematisation de la développante de cercle .....	11
Figure 1.14:parallelisme de deux développantes .....	12
Figure 1.15:ligne d'engrènement ou d'action.....	12
Figure 1.16:couple de dents en contact.....	13
Figure 1.17:Fonctionnement sans interférence .....	13
Figure 1.18:Interférence de fonctionnement .....	14
Figure 1.19:interférence de fabrication.....	14
Figure 1.20:limite d'interférence.....	15
Figure 1.21:Fonctionnement avec jeu .....	15
Figure 1.22:Fonctionnement sans jeu .....	15
Figure 1.23:coefficient correction de denture .....	17
Figure 1.24:Angle de pression .....	18
Figure 1.25:Engrenages cylindriques a denture droite.....	18
Figure 1.26:Les différents cylindres de roue dentée .....	18
Figure 1.27:Exemple de module .....	19
Figure 1.28:Cotation et caractéristiques d'une roue dentée .....	21
Figure 1.29:représente les différents engrenages cylindriques a denture droite .....	21
Figure 1.30:Engrenage conique ou a axe concourants.....	22
Figure 1.31:Engrenages coniques a denture droite.....	22
Figure 1.32:Engrenages coniques a denture hélicoïdale ou spirale .....	23
Figure 1.33:Offset pour engrenage hypocyloïdal .....	23
Figure 1.34:Principaux paramètres des roues coniques.....	25
Figure 1.35:Principaux engrenages roue et vis .....	25

Figure 1.36:Engrenages gauche helicoidale.....	26
Figure 1.37:Principaux parametres du systeme roue et vis.....	27
Figure 1.38:Differents types du systeme roue et vis sans fin.....	28
Figure 1.39:solution de reglage de la roue creuse.....	31
Figure 2.1:Engrenages cylindrique a denture helicoidale .....	31
Figure 2.2:boite vitesse dautomobile .....	32
Figure 2.3:developpe le cylindre.....	34
Figure 2.4:Caracteristiques des engrenages a denture helicoidale.....	35
Figure 2.5: Engrenage a axe parallèle .....	37
Figure 2.6:Engrenage perpendiculaires.....	37
Figure 2.7:Roue à chevron.....	38
Figure 2.8:Roue à denture inversée accolées.....	38
Figure 2.9:type des engrenages chevrons.....	39
Figure 3.1:contre poupée.....	42
Figure 3.2 : poupée fixe.....	42
Figure 3.3:diviseurs universels.....	43
Figure 3.4:une chaine cinématique De la commande mécanique.....	44
Figure 3.5:les éléments caractéristiques.....	44
Figure 3.6:schéma optique .....	45
Figure 3.7:alidade et plateau diviseur.....	48
Figure 3.8:de dégager le verrou et l'amener.....	49
Figure 3.9:montage spécial de deux plateaux.....	50
Figure 3.10:schéma principal.....	51
Figure 3.11:chaine cinématique.....	53
Figure 3.12:Changements d'angle.....	54
Figure 3.13:montage matérialise.....	55
Figure 3.14:division au moyen d'un plateau a trou.....	57
Figure 3.15:montage des roues .....	60
Figure 3.16:schéma a cote.....	60
Figure4. 1:chaine cinématique .....	63
Figure 4.2:montage matérialise.....	65
Figure 4.3:programme pour placées les roues.....	73

Figure 5.1: le développement de cylindre .....	80
Figure 5.2: caractéristique de dent. ....	81
Figure 5.3 :transmission parallèle .....	81
Figure 5.4 :Dessin normaliser. ....	81
Figure 5.5 :transmission perpendiculaire .....	82
Figure 5.6 : Dessin normaliser. ....	82
Figure 5.7 :fraiseuse horizontale avec table pivotante .....	85
Figure 5.8 :dessin normalises.....	85
Figure 5.9 : fraiseuse verticale .....	85
Figure 5.10 :roue trace. ....	85
Figure 5.11 :fraiseuse à tête universelle.....	86
Figure 5.12 :la tête Huré. ....	87

## Liste des tableaux

Tableau 1.1 :Modules normalises des engrenage.....	17
Tableau 1.2 :Caractéristiques des engrenages à denture droite.....	19
Tableau 1.3 :Les caractéristiques des engrenages coniques.....	22
Tableau 1.4 :Les caractéristiques des engrenages roues et vis sans fin . ....	26
Tableau 2.1 :représente les caractéristiques et formule des engrenages droits à denture .....	36
Tableau4.1: Pas de la vis 5mm, Rapport de diviseur 1\40 .....	75

## Liste des symboles

<b>a</b>	entraxe normal, ou de taillage
<b>a'</b>	entraxe de fonctionnement
<b>b1</b>	largeur de denture du pignon
<b>b2</b>	largeur de denture de la roue
<b>d</b>	diamètre primitif de taillage
<b>r</b>	rayon primitif de taillage
<b>d'</b>	diamètre primitif de fonctionnement
<b>r'</b>	rayon primitif de fonctionnement
<b>da</b>	diamètre de tête

<b>ra</b>	rayon de tête
<b>df</b>	diamètre de pied
<b>rf</b>	rayon de pied
<b>db</b>	diamètre de base
<b>rb</b>	rayon de base
<b>e</b>	intervalle
<b>et</b>	intervalle apparent
<b>en</b>	intervalle réel
<b>gf</b>	longueur d'approche <b>ga</b> longueur de retraite <b>ga</b> longueur d'action
<b>gb</b>	longueur de recouvrement
<b>h</b>	hauteur de dent
<b>ha</b>	saillie
<b>ha</b>	saillie à la corde
<b>hf</b>	creux
<b>hc</b>	saillie à la corde constante
<b>jn</b>	jeu réel
<b>m</b>	module
<b>mo</b>	module d'outil
<b>m'</b>	module de fonctionnement
<b>mn</b>	module réel
<b>mt'</b>	module apparent de fonctionnement
<b>mx</b>	module axial
<b>p</b>	pas (primitif)
<b>po</b>	pas d'outil
<b>pb</b>	pas de base
<b>pt</b>	pas apparent (primitif)
<b>pn</b>	pas réel (primitif)
<b>pbt</b>	pas de base apparent
<b>pbn</b>	pas de base réel
<b>px</b>	pas axial
<b>pz</b>	pas hélicoïdal
<b>rinv</b>	rayon du point limite de la développante.

**rA** rayon actif de pied  
**b** épaisseur  
**b'** épaisseur à la corde  
**sa** épaisseur de tête  
**sf** épaisseur de pied  
**st, sn** épaisseur apparente, réelle  
**sc** corde constante  
**so** épaisseur d'outil  
**v** vitesse  
**vg** vitesse de glissement  
**vr** vitesse de rouleme

**ph** pas d helice

**pv** pas de vis



# Introduction générale

Lorsqu'il s'agit de transmettre des couples importants et de réaliser des réductions de vitesse ou de changer les directions de rotation, les transmissions de puissance par engrenages constituent le meilleur compromis d'un point de vue rendement et précision. Les domaines d'application sont aussi variés que la mécanique générale, le secteur de la production d'énergie, les transports, l'électronique, ...etc. Dans ce contexte, les engrenages sont l'un des composants les plus critiques dans la majorité des machines tournantes industrielles comme le montrent les statistiques sur les causes de défaillance et la localisation des avaries dans les transmissions mécaniques, Leur bon fonctionnement impacte donc fortement la durée de vie et la qualité d'un grand nombre de systèmes mécaniques, justifiant ainsi une demande croissante en termes d'analyse et contrôle des sollicitations et de la résistance de ces organes

Le premier chapitre est consacré aux différents types d'engrenages tels que l'engrenage à Denture droite ; conique et roue avec vis sans fin.

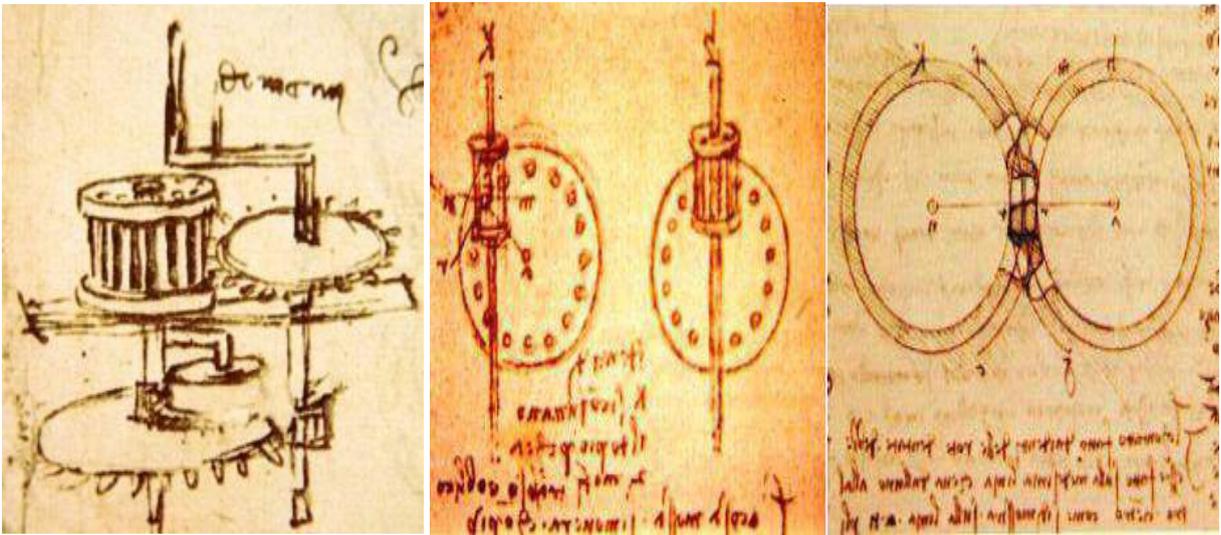
Le deuxième chapitre est consacré les engrenages hélicoïdaux et le troisième chapitre parler sur les procédés de division

Le quatrième chapitre consacre le fraisage hélicoïdal et enfin le calcul et le tallage d'un pignon hélicoïdale

# **Chapitre I : théorie générale sur les engrenages**

## 1.1 Historique

L'histoire des engrenages commence dans les civilisations antiques, avec les roues de friction. Cependant, c'est seulement dans la période de la Renaissance que les mathématiciens ont commencé à appliquer les principes géométriques pour déterminer le meilleur profil de la dent d'engrenage. La conception d'un engrenage comprend des calculs mathématiques, l'aspect géométrique, la détérioration, les matériaux, la fabrication et la vérification. Parmi tous ces paramètres, il est essentiel de connaître avec précision les contraintes se trouvant dans la dent d'engrenage pour prévenir certains risques de rupture. Par conséquent, plusieurs méthodes théoriques et expérimentales ont été développées, à partir de la fin du XIX<sup>ème</sup> siècle ; la figure montre un dessin des mécanismes par Léonard de Vinci **Figure 1.1**.



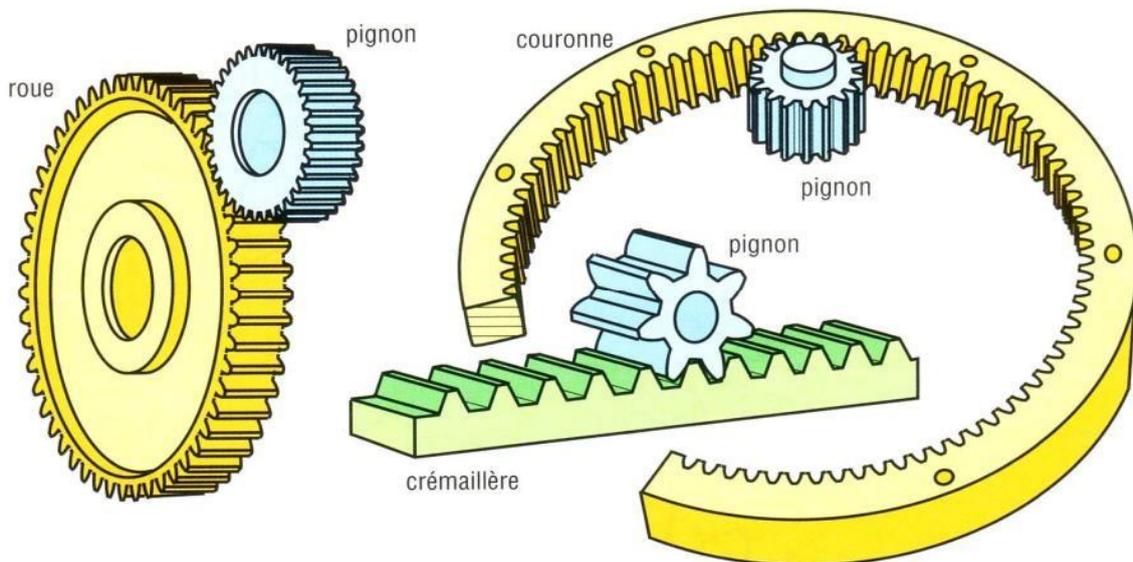
**Figure 1.1:** dessin représente des mécanismes par de Léonard de Vinci

## 1.2 Introduction

Les transmissions de puissance par engrenages ont depuis longtemps été largement utilisées du fait de leur rendement élevé et de leur grande précision, mais aussi pour leur faible encombrement et leur faible rapport poids/puissance transmise. Dans les nombreuses machines, telles que les machines-outils, les véhicules, les appareils de levage, les installations de puissance des navires, etc...., les engrenages font partie des mécanismes principaux et auxiliaires. Les engrenages sont utilisés comme moyen de transmission de puissance dans les boîtes de vitesses et d'avances où ils réalisent les vitesses, les couples et les sens de rotation des éléments de machines. Ces transmissions peuvent être simples ou composées.

L'importance de l'engrenage, comme élément mécanique nécessaire et idéal, est démontrée par la vaste gamme qu'on trouve dans toutes les industries. Le développement des nouvelles technologies, comme l'électronique, a remplacé quelques applications de l'engrenage, mais il reste toujours un élément mécanique dont l'utilisation croît continuellement.

La petite roue se nomme le pignon, la grande roue extérieure s'appelle la roue, la grande roue intérieure s'appelle la couronne. L'une des roues peut avoir un rayon infini, elle s'appelle alors une crémaillère ; **la figure 1.2** représente type d'engrènement.



**Figure 1.2:** type d'engrènement

Le rapport de transmission  $R$  est par définition :  $R = \frac{m \text{ entrée}}{m \text{ sortie}}$

On appelle surfaces primitives, les surfaces fictives des roues de friction associées donnant la même cinématique que l'engrenage.

On distingue les différents types d'engrenages suivants :

- Les engrenages à axes parallèles à denture droite ou hélicoïdale,
- Les engrenages à axes concourants à denture droite ou hélicoïdale,
- Les engrenages à axes non concourants ou gauches (roue - vis sans fin, hypoïde, etc.)

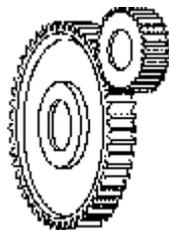
### 1.3 Définition

Un engrenage est un mécanisme composé de deux roues dentées mobiles autour d'axes de position fixe et dont l'une entraîne l'autre par l'action de dents successivement en contact et on dit que les deux roues sont conjuguées.

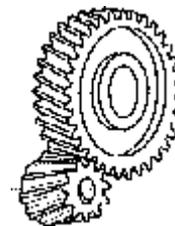
La petite roue se nomme le pignon, la grande roue extérieure s'appelle la roue, la grande roue intérieure s'appelle la couronne. L'une des roues peut avoir un rayon infini, elle s'appelle alors une crémaillère.

Selon les positionnements relatifs des arbres, trois classes majeures d'engrenages peuvent être distinguées :

- Les engrenages à axes parallèles : Ce type est nommé aussi cylindrique dont Les deux arbres sont parallèle. Diverses catégories sont distinguées selon la géométrie des dents suivant la génératrice. On trouve les dentures droits, les dentures helicoidal, etc....



**Figure1. 3:** denture droite



**Figure1. 4** denture hélicoïdale

Les engrenages à axes concourants : Ce type est nommé aussi conique dont les arbres sont tels que leurs axes de rotation se coupent. Selon la géométrie des dents, on distingue les sous catégories des :

dentures droites, hélicoïdales, spirales

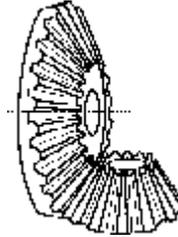


Figure 1. 5 : denture conique.

### 1.4 Définition de la denture

Il existe plusieurs types de dentures, aux propriétés particulières. La quasi-totalité des formes sont dites conjuguées : pendant la rotation, les dents restent en contact dans un plan sagittal, et quand le lieu géométrique de ce point de contact est une droite, les profils des dents sont des développantes de cercle. Une exception notable est l'engrenage « **Novikov** », dit aussi quelque fois de « **Fisher** », dans lequel le contact entre deux dents se fait pendant un temps « ponctuel » tout le long du profil.

Ces dentures sont donc toujours hélicoïdales permettent de transmettre des puissances importantes avec de très bons rendements, même si le pignon n'a que peu de dents, mais exige

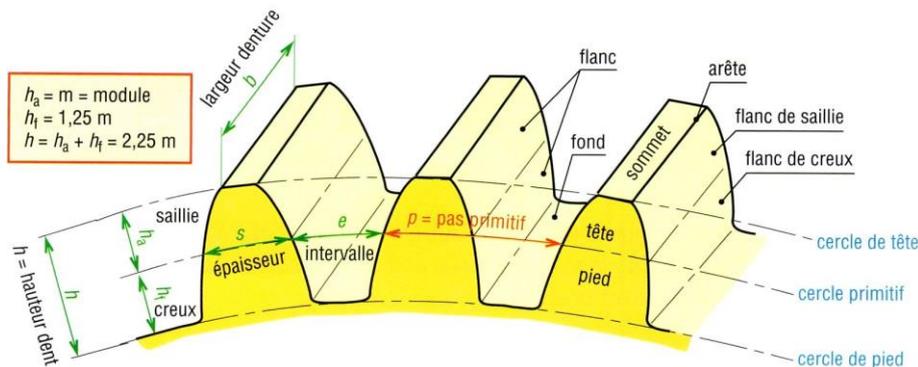


Figure 1. 6: caractéristique du denture

### 1.5 Le module

Le module, désigné généralement par  $m$ , est une caractéristique importante des engrenages qui représente la dimension des dents. Il est égal au nombre de <mm> de diamètre

Primitif par dent. Pour qu'il y ait engrenement correct entre un pignon et une roue, il est nécessaire que leurs modules soient les mêmes

Le module est le quotient du pas exprime en millimètre le nombre  $\pi$ .

Le module peut être calculé par la formule

$$m \geq 2.34 \times \frac{\sqrt{F_T}}{\sqrt{k \times R_{pe}}}$$

**F<sub>T</sub>** : force tangentielle en N

**K** : coefficient de largeur de denture valeur choisie entre **6 et 10**  $b=k.m$

**R<sub>pe</sub>** : résistance pratique à l'extension du matériau de la dent en **MPS**

## 1.6 Le nombre de dent.

Le nombre de dent est noté « **Z** ». C'est à dire « **Z<sub>1</sub>** » pour l'élément « **1** » et « **Z<sub>2</sub>** » pour l'élément « **2** ».

Dans un engrenage nous appelons :

- **Pignon**, l'élément comportant le plus petit nombre de dent.
- **Roue**, l'élément comportant le plus grand nombre de dent.

## 1.7 Cercle primitif

Le cercle primitif (**figure 1.7**) représente la zone de contact où il y a roulement sans glissement entre le pignon et la roue. On peut donc assimiler l'engrenage à deux cercles primitifs qui roulent sans glisser l'un sur l'autre.

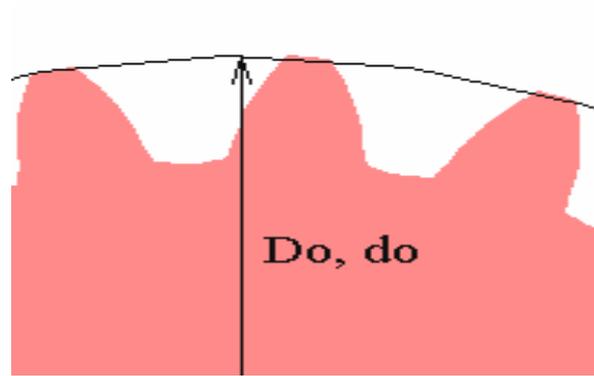
On détermine le diamètre primitif par la relation :



**Figure 1.7:** cercle primitive

## 1.8 Cercle de tête

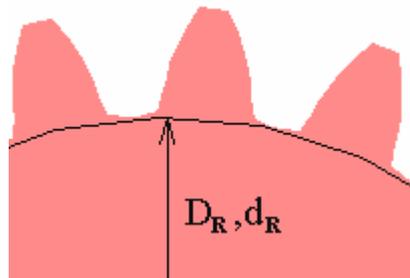
Le cercle de tête se trouve au sommet des dents (**figure 1.8**). C'est celui qui peut être mesuré directement à l'aide d'un pied à coulisse.



**Figure1.8:** cercle de tete

## 1.9 Cercle de pied

Le cercle de pied se trouve à fond de dent (**figure1.9**).



**Figure 1.9 :** Cercle de pied.

## 1.10 Le cercle de base.

Chaque denture possède un cercle de base. Ce cercle de diamètre «  $d_b$  » est fictif et non mesurable. Il est le point de départ théorique du profil en développante de cercle de chaque dent.

## 1.11 Angle de pression $\alpha$

Pour une position de contact quelconque entre le pignon et la roue le long de la ligne d'engrènement, les angles de pressions respectifs  $\alpha_r$  de la roue et  $\alpha_p$  du pignon sont différents. Cependant, lorsque ce point de contact se fait en O (point primitif), les angles

de pression deviennent égaux à  $\phi_c$  qui est aussi l'angle de pression de l'outil de taillage (figure 1.10).

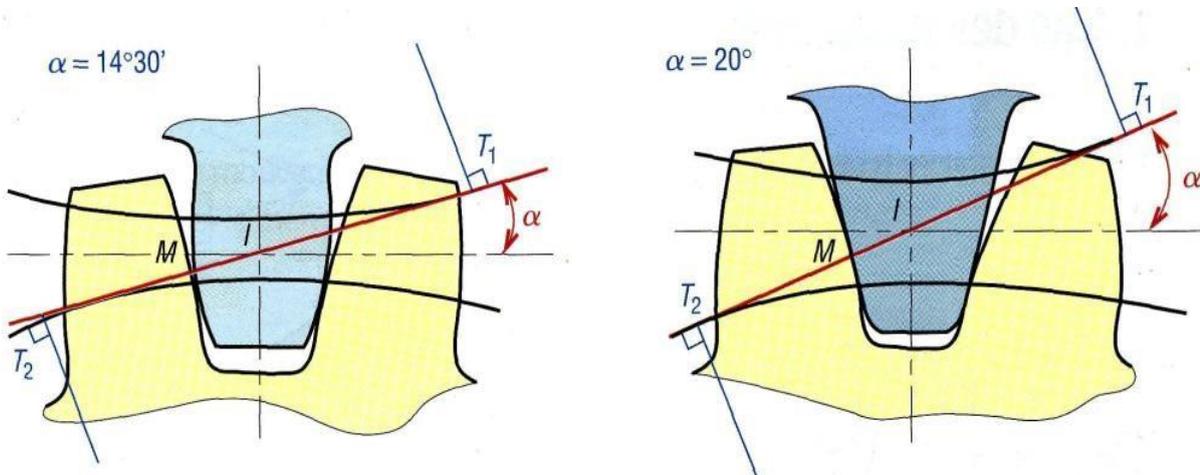


Figure 1.10: Angle de pression.

### 1.13 Entraxe

La distance entre les axes est calculable avec la formule  $a = m ( Z1 + Z2 )$ . Cependant, en pratique, si vous écartez vos roues dentée de précisément  $a$  les forces de frottement risquent d'être trop importantes et d'empêcher vos roues de tourner. Il donc recommandé ajouter du jeu. Ce jeu peut être facilement ajouté en écartant légèrement vos roues l'une de l'autre. Le jeu recommandé est de **jeu = 0,04 \* Module** ce qui donne un écartement supplémentaire au niveau de l'entraxe de  $\Delta a = \text{jeu}/2 \times \tan(\alpha)$ . En fonction des tolérances de votre montage et des matériaux utilisé il se peut que vous ayez à faire un jeu plus important. Il est a noter que plus le jeu est important, plus la période durant laquelle les roue se déplaceront 'à vide' lors d'un inversion du sens de rotation sera élevé.

$$\text{Entraxe} = m(Z1+Z2) + (0.04 \times m) / (2 \times \tan(\alpha))$$

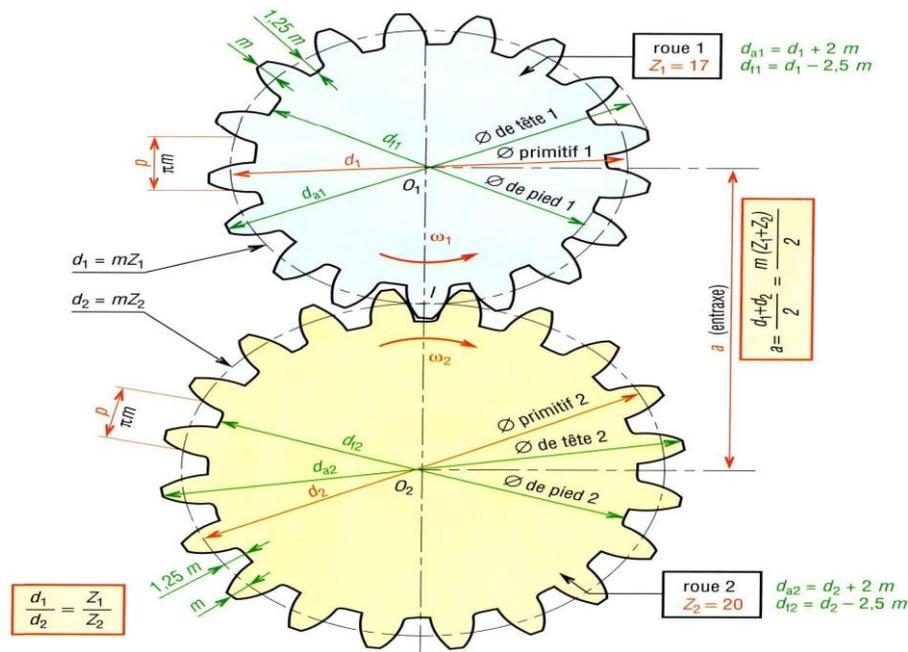


Figure 1.11 : deux engrenages à denture droite

### 1.12 Fonctionnement des engrenages

Pendant le fonctionnement d’une transmission, le contact d’une dent de la roue menant avec une dent de la roue menée s’amorce au pied de la dent menant et au sommet de la dent menée. L’engrènement s’effectue sur toute la largeur des dents à la fois (engrenage dentures droites).

Pour que la transmission de la rotation à l’arbre mené soit continue, l’attaque du couple de dents suivant doit se produire avant la fin de prise du couple précédent. Dans les sections perpendiculaires aux axes des roues hélicoïdales, le contact s’établit de la même façon que dans le cas des roues à dentures droites, mais du fait que les dents des roues hélicoïdales sont disposées suivant les hélices, la phase de leur engrènement varie dans les sections parallèles, contrairement aux engrenages à dentures droites où cette phase est la même sur toute la largeur des roues. A la différence d’un engrenage droit, dans un engrenage hélicoïdal le contact des dents s’établit non

Pas simultanément sur toute leur largeur, mais progressivement. L’engrènement d’un couple de dents s’amorce à la racine de la dent menant et sur l’arête de la dent menée.

### 1.13 Profils conjugués

#### 1.13.1 Définition

Les intersections des surfaces des dentures d'une roue cylindrique, avec un plan perpendiculaire à l'axe de rotation de la roue, sont appelées profils.

On dit que deux profils sont conjugués s'ils restent constamment tangents, pendant le temps où les surfaces de dentures en contact assurent la transmission.

Le profil, utilisé pour les engrenages, est en général la développante de cercle.

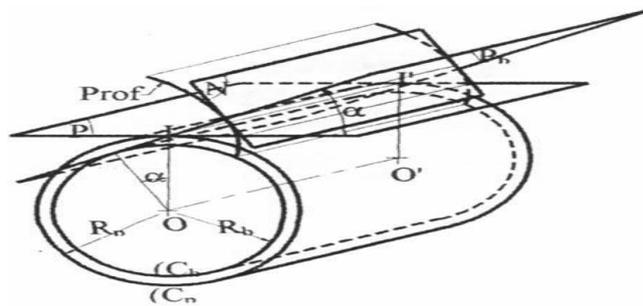


Figure 1.12 : Profil et surface conjuguées

#### 1.13.2 Profil à développante de cercle

La développante d'un cercle (c), dit de base, de centre O, de diamètre D, est la trajectoire dans le repère R(O, x, y, z) lié à (c) d'un point M appartenant à une droite D et qui roule sans glisser sur C. Une développante est également l'enveloppe de la normale en M à D dans le mouvement de D par rapport à C.

#### 1.13.3 Principe de la développante de cercle (cas de denture droite)

En faisant rouler sans glisser une droite sur un cercle, chaque point de cette droite décrit, relativement au cercle, une courbe qui s'appelle une développante de cercle

(Figure 1.13). Cette dernière peut aussi être matérialisée par un fil sous tension que l'on déroule d'un cercle : le bout du fil décrit la développante relativement au cercle duquel il est déroulé

$$\theta = \tan \varphi - \varphi = \text{inv} \varphi$$



Figure 1.13 : schématisation de la développante de cercle.

### 1.13.4 Propriétés de la développante de cercle

La développante de cercle ne peut avoir de points à l'intérieur du cercle développé.

Le point Q est un point de rebroussement de la développante.

Deux développantes d'un même cercle sont des courbes parallèles  $MM' = QQ' = M1M1'$ .

La normale à la développante est tangente au cercle développé.

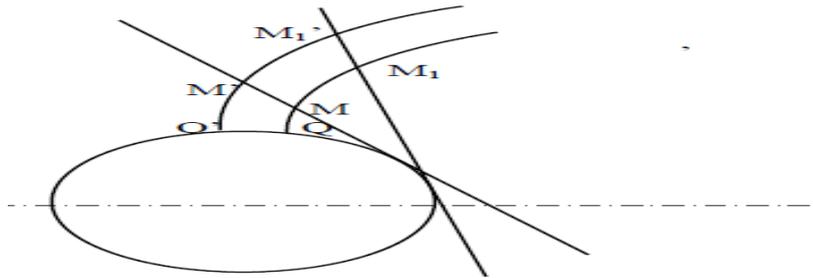


Figure 1.14 : parallélisme de deux développantes

### 1.14 Ligne d'engrènement ou ligne d'action

L'approche se définit comme étant la phase où le point de contact C entre une paire de dents sur la ligne d'action se déplace de T1 à O (figure I- 12), soit du début du contact jusqu'au point primitif. La retraite se définit comme étant la phase où le point de contact C entre une paire de dents sur la ligne d'engrènement se déplace de O à T2 (figure 1.15) soit du point primitif jusqu'à la fin du contact.

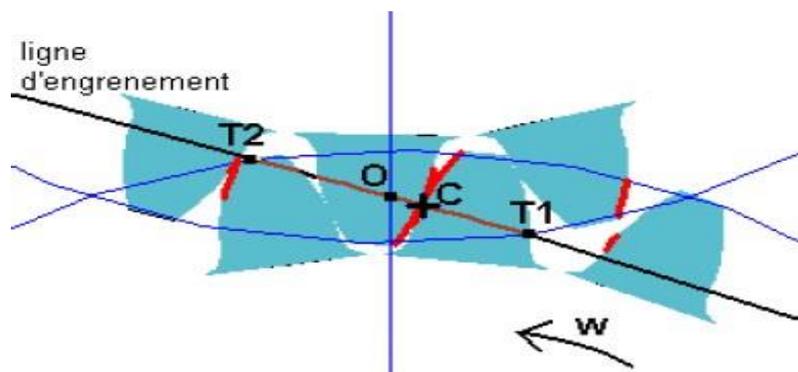
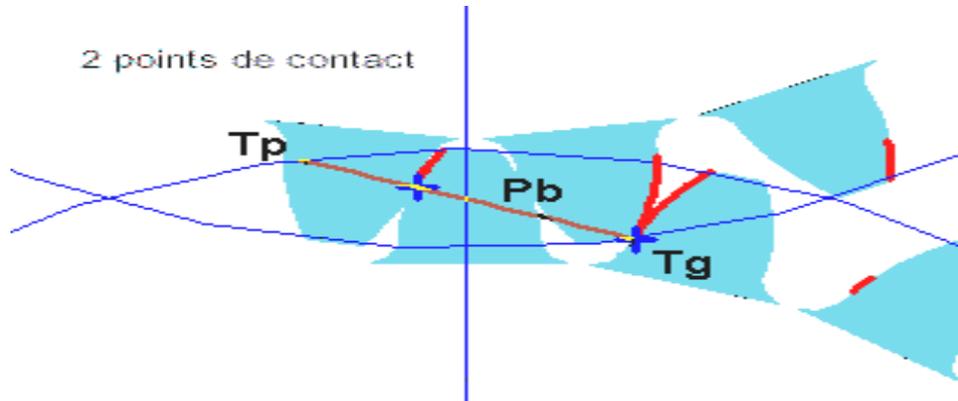


Figure 1-15 : ligne d'engrènement (ou d'action)

Pour assurer une transmission continue du mouvement, il est nécessaire qu'un nouveau

couplée dents soit en approche avant que le couple précédent termine sa retraite. Il faut, qu'il y ait au moins un couple de dent qui soit toujours en prise



**Figure 1-16** : couple de dents en contact

Cette condition s'écrit :  $T_p T_g > P_b$ .

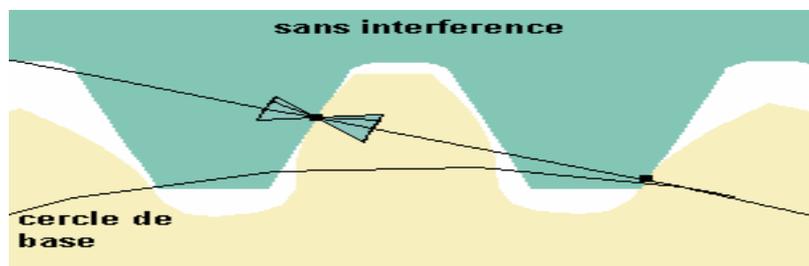
**$T_p T_g$**  : Distance entre le point  $T_p$  et le point  $T_g$  le long de la ligne d'engrènement

**$P_b$**  : Pas de base : distance entre deux dents consécutives le long de la ligne d'engrènement.

## 1.15 Interférences

On a vu précédemment que pour avoir un engrènement correct, il faut que le point de contact des profils reste sur le segment  $T_1 T_2$

Le mouvement se fait sans interférence, si le point de contact se fait au delà du cercle de base (figure 1-17).



**Figure 1.17** : Fonctionnement sans interférence

S'il en est autrement, c.-à-d. le contact se fait en dessous du cercle de base, on dit qu'il y a interférence (figure 1.18).

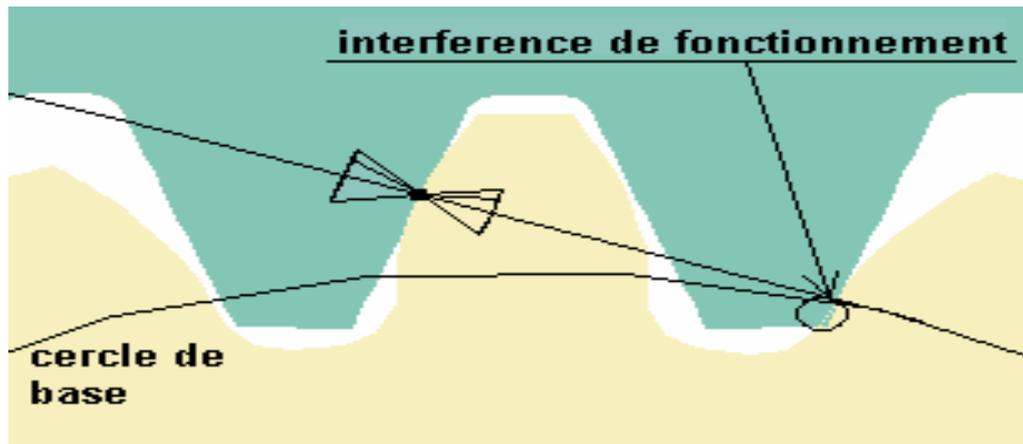


Figure 1-18 : Interférence de fonctionnement

Cela peut se produire dans deux cas :

- Lorsque le nombre des dents du pignon menant est faible devant celui de la roue menée ; il y a alors coincement des dents: c'est l'interférence de fonctionnement.
- Lors du taillage, si le nombre de dents de l'engrenage taillé est insuffisant, il y a interférence de fabrication. Ce phénomène se traduit par une diminution de la section du pied de dent (Figure I- 16) qui sera alors fragilisée puisque le profil de raccord de l'arête interfère avec une portion du profil utile de la développante de cercle.



Figure 1-19: interférence de fabrication

Cette condition s'écrit :

$$N^* = \frac{2}{\sin^2 \varphi}$$

Où  $N^*$  est le nombre de dents minimum pour éviter ce type d'interférence.

$\varphi$  est l'angle de pression.

Si le nombre de dents est imposé et inférieur à  $N^*$ , on peut résoudre le problème d'interférence de fabrication en effectuant un déport de denture  $x$ . Ceci revient à déplacer radialement la crémaillère lors du taillage.

Le facteur de déport minimum :

$$x = 1 - \frac{N}{N^*}$$

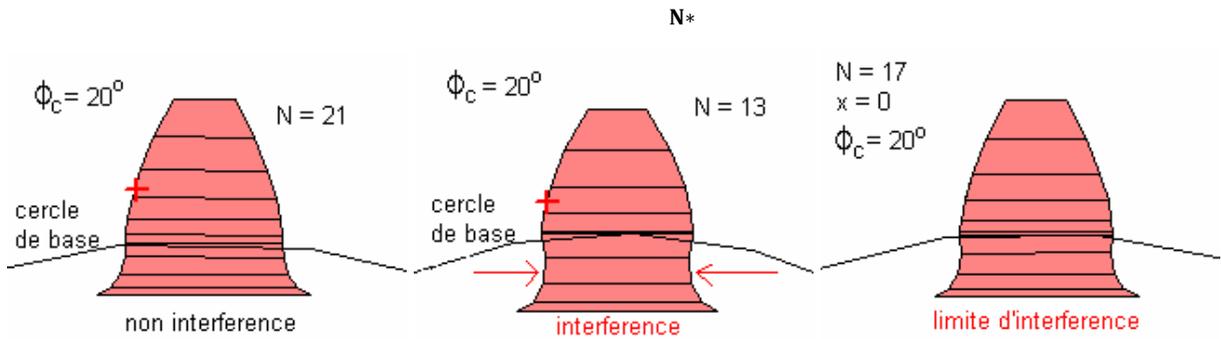


Figure 1.20 : limite d'interférence

### 1.16 Fonctionnement avec jeu

Le jeu  $B$  est nécessaire pour le bon fonctionnement des engrenages. Il permet une bonne lubrification et évite le blocage en cas de dilatation due à une variation de température.

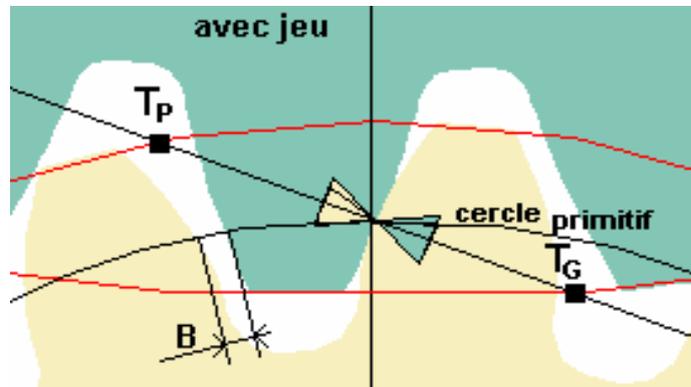


Figure 1.21: Fonctionnement avec jeu

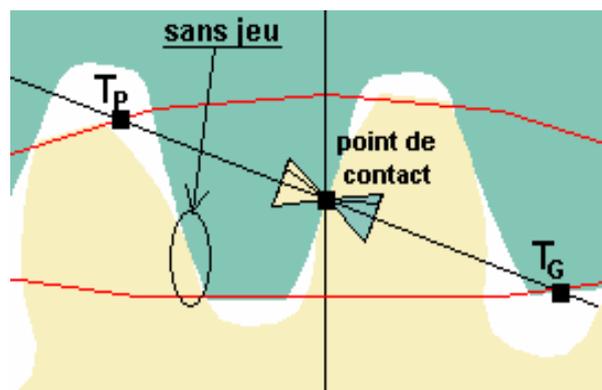


Figure 1.22: Fonctionnement sans jeu

Le jeu peut être contrôlé par une modification d'entraxe, un déport de fabrication ou une modification de l'épaisseur des dents de l'outil à taillage.

## 1.17 Le rapport de réduction

On peut assimiler l'engrènement d'un pignon et d'une roue au roulement sans glissement de deux cercles primitifs l'un sur l'autre.

Le rapport de transmission de l'engrènement est alors

$$i = \frac{\eta_p}{\eta_r} = \frac{N_r}{N_p} = \frac{D}{d}$$

$\eta_r$ : Vitesse de rotation de la roue

$\eta_p$  : Vitesse de rotation du pignon

$N_r$  nombre de dents de la roue

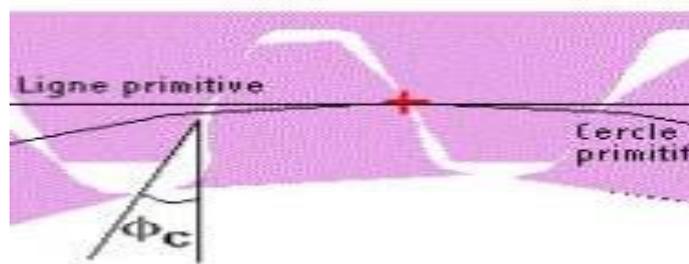
$N_p$  : nombre de dents du pignon.

D diamètre de la roue

d diamètre de pignon

## 1.18 Coefficient de correction de denture

Lorsque le nombre de dents devient infini, le cercle primitif devient une droite, une crémaillère est obtenue.  $\phi_c$  est l'angle de pression de la crémaillère est constant le long du profil de la dent (figure I-22)



**Figure 1.23:** Coefficient de correction de denture

Par exemple un outil - crémaillère est utilisée pour tailler un pignon ou une roue. En faisant rouler sans glisser la droite primitive de la crémaillère sur le cercle primitif du pignon, et en associant un mouvement de coupe transversale, un profil en développante de cercle est obtenu.

L'engrènement d'un pignon et d'une roue peut être assimilé au roulement sans glissement de deux cercles primitifs l'un sur l'autre. Le rapport de réduction de

l'engrenage est alors :  $i = \frac{\eta_e}{\eta_r} = \frac{Nr}{Np} = \frac{D}{d}$

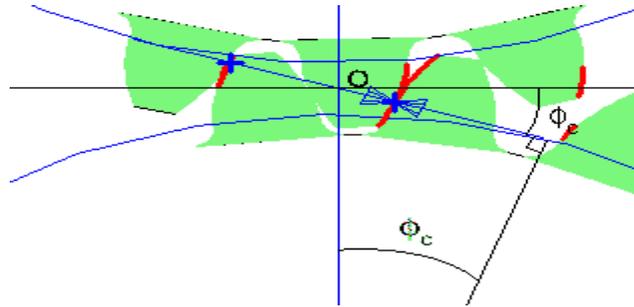


Figure 1.24 : Angle de pression

### 1.19 Engrenages cylindriques à denture droite

Ces engrenages sont les plus simples et les plus répandus, leurs surfaces primitives sont des cylindres parallèles tangents et le contact entre les dents se fait suivant une ligne droite variable parallèle aux arbres (voir figure 1.11).

Du fait de leur relative simplicité, ils sont souvent utilisés pour introduire les relations de cinématique et les définitions normalisées concernant la géométrie des engrenages.

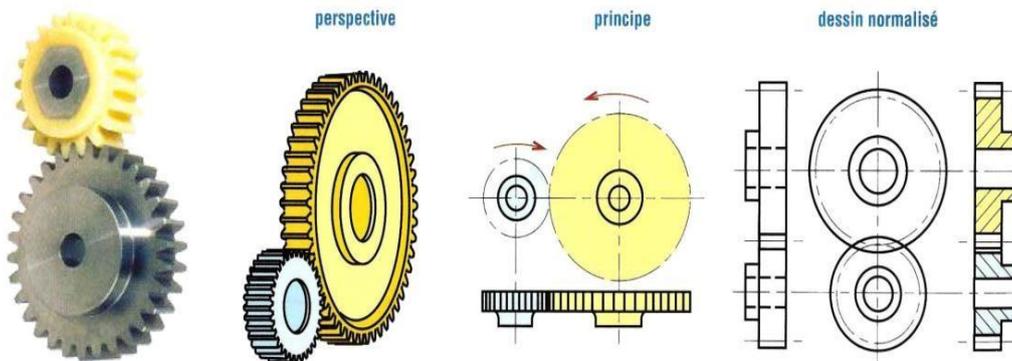


Figure 1.25 : Engrenages cylindriques à denture droite.

#### 1.19.1 Géométrie

Les engrenages cylindriques à denture droite porte plusieurs cylindres sont (voir figure 1.26) :

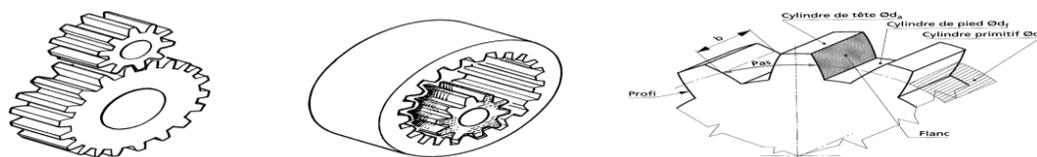


Figure 1.26 : Les différents cylindres de roue dentée.

**1.19.2 Dimensions normalisées**

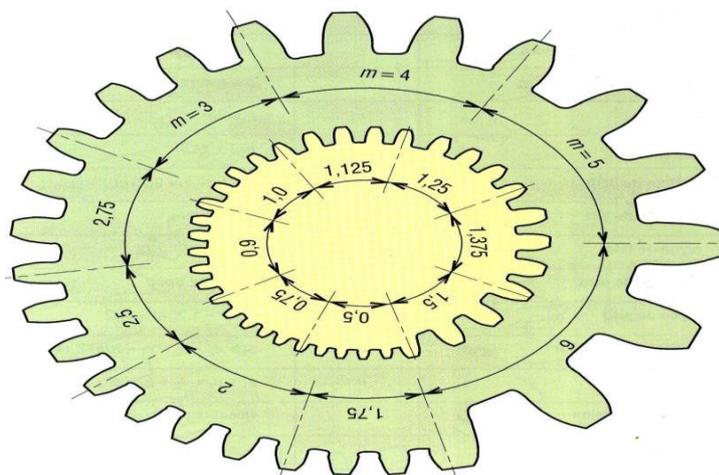
Deux valeurs permettent de définir les roues dentées :

**- Le module m**

Le module, désigné généralement par m, est une caractéristique importante des engrenages qui représente la dimension des dents. Il est égal au nombre de <mm> de diamètre primitif par dent. Pour qu'il y ait engrenement correct entre un pignon et une roue, il est nécessaire que leurs modules soient les mêmes (voir **Tableau 1.1**, et **figure 1.27**).

**Tableau 1.1 : Modules normalisés des engrenages**

Valeurs normalisées du module m									
Valeurs principales en mm					Valeurs secondaires en mm				
0.06	0.25	1.25	5	20	0.07	0.28	1.125	5.5	22
0.08	0.30	1.5	6	25	0.09	0.35	1.375	7	28
0.1	0.40	2	8	32	0.11	0.45	1.75	9	36
0.12	0.5	2.5	10	40	0.14	0.55	2.75	11	45
0.15	0.75	3	12	50	0.18	0.7	3.5	14	55
0.2	1	4	16	60	0.22	0.9	4.5	18	70



**Figure 1.27 : Exemple de module .**

### 1.19.3 Caractéristiques et formule des engrenages cylindriques à denture droite

Le tableau 1.2 représente les caractéristiques et formule des engrenages cylindriques à denture droite.

**Tableau 1.2 : Caractéristiques des engrenages à denture droite.**

Caractéristiques et formules des engrenages droits à denture droite		
caractéristiques	symboles ISO	observations et formules usuelles
vitesse angulaire	$\omega$	$\omega = \frac{\pi \cdot n}{30} \approx 0,1n$ (unités : rad/s)
nombre de tours par minute	$n$	$n_1$ (roue 1) et $n_2$ (roue 2)
module	$m$	valeurs normalisées (tableau des modules)
pas primitif	$p$	$p = \pi m = 3,14159 m$ ( $p = p_1 = p_2$ )
nombre de dents	$Z$	$Z_1$ (roue 1) et $Z_2$ (roue 2)
rayon primitif	$r$	$r_1$ (roue 1) et $r_2$ (roue 2) ; $r = d/2$
diamètre primitif	$d$	$d_1 = mZ_1$ et $d_2 = mZ_2$
entraxe entre les 2 roues	$a$	$a = r_1 + r_2 = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m(Z_1 + Z_2)}{2}$
largeur de la dent	$b$	$b = k \cdot m$ ( $7 \leq k \leq 12$ )
saillie	$h_a$	$h_a = m$
creux	$h_f$	$h_f = 1,25 m$
hauteur de dent	$h$	$h = h_a + h_f = 2,25 m$
diamètre de tête	$d_a$	$d_a = d + 2m$
rayon de tête	$r_a$	$r_a = r + m = d_a/2$
diamètre de pied	$d_f$	$d_f = d - 2,5m$
rayon de pied	$r_f$	$r_f = r - 1,25m = d_f/2$
épaisseur de la dent	$s$	$s_1 = e_2 = s_2 = e_1 = \pi m/2$ (avec jeu nul)
intervalle	$e$	$s_1 + e_1 = s_2 + e_2 = p$
angle de pression	$\alpha$	valeur usuelle : $\alpha = 20^\circ$
rayon de base	$r_b$	$r_b = d_b/2$
diamètre de base	$d_b$	$d_b = d \cdot \cos \alpha$
pas de base	$p_b$	$p_b = p \cdot \cos \alpha$

★ ➤ **Inconvénient de ce type de l'engrenage**

Durant l'engrènement, les dents en prise fléchissent de plus leur nombre varie (2-3), ce qui engendre du bruit et des vibrations.

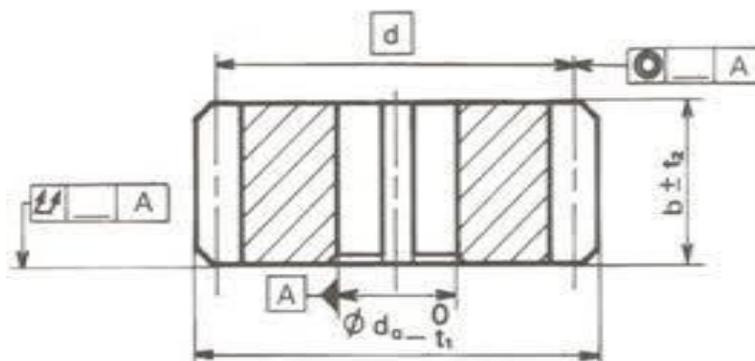
**1.19.4 Matériaux utilisés.**

- Fonte à graphite sphéroïdal EN-GJS (ex « FGS ») : Roues des grandes dimensions.
- Aciers ordinaires type C : Engrenages peu chargés.
- Matières plastiques: Nylon, Téflon.

**1.19.5 Cotation d'une roue dentée**

Sur le dessin ci-contre figurent les cotes devant figurer sur le dessin de définition de la roue. Le diamètre primitif est en cote encadrée car il s'agit d'une valeur théorique non mesurable.

Doit également figurer sur le dessin de définition un tableau indiquant les principales caractéristiques de la denture comme sur l'exemple de la figure 1.14.



**Figure 1.28 :** Cotation et caractéristiques d'une roue dentée.

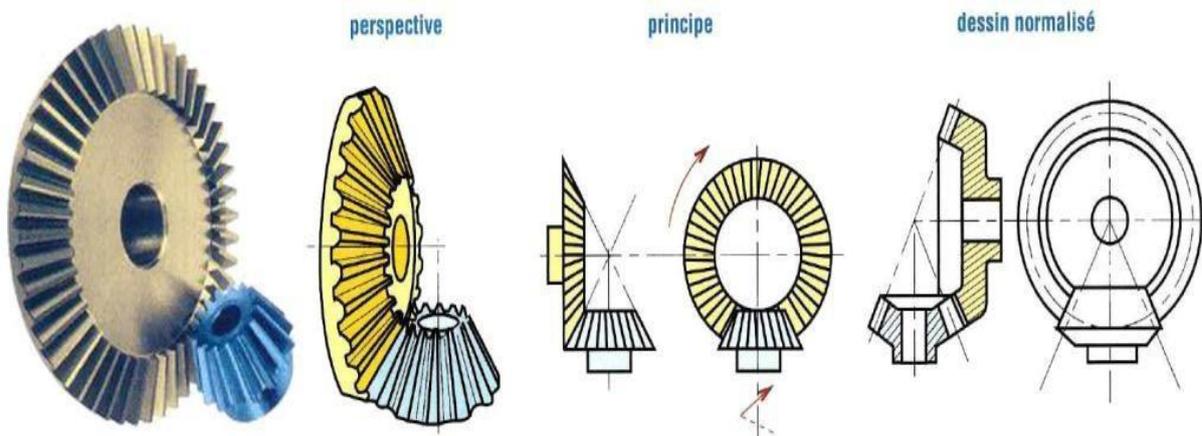
**1.19.6 Systèmes d'engrenages cylindriques à denture droite.**

Engrenage à contact extérieur	Engrenage à contact intérieur	Système pignon crémaillère
$\frac{\omega_{20}}{\omega_{10}} = -\frac{R_1}{R_2}$	$\frac{\omega_{20}}{\omega_{10}} = \frac{R_1}{R_2}$	$ V  = R \cdot  \omega $

**Figure 1.29 :** représente les différents engrenages cylindriques à denture droite.

## 1.20 Engrenage conique ou à axes concourants

Les engrenages coniques permettent la transmission du mouvement entre deux arbres concourants dont le point de rencontre est obligatoirement le sommet des deux cônes primitifs. Par conséquent, il y a un couple unique de surfaces coniques conjuguées pour chaque rapport de vitesse d'un couple conique sans changer ensemble les deux engrenages ; la figure 1.21 illustre type d'engrenage conique ou à axes concourants.

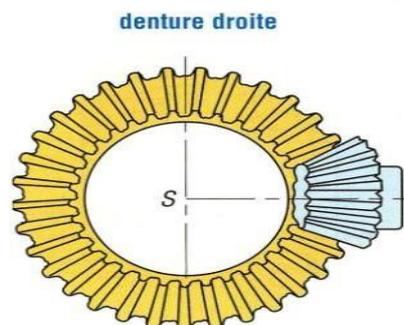


**Figure 1.30 :** Engrenage conique ou à axes concourants .

## 1.21 Principaux types

### ★ Engrenages coniques à denture droite

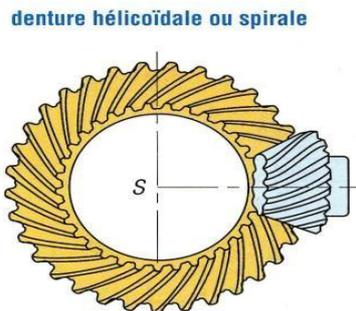
Ce sont les plus simples. La direction des génératrices du profil de la denture passe par le sommet  $S$ . Aux vitesses élevées on retrouve les mêmes inconvénients que les engrenages droits à dentures droites (bruits de fonctionnement, fortes pressions sur les dents...) (voir figure 1.22).



**Figure 1.31 :** Engrenages coniques à denture droite .

★ **Engrenages coniques à denture hélicoïdale ou spirale**

Les engrenages coniques à denture spirale Gleason tels que nous les usinons, se calculent comme les coniques à denture droite en ce qui concerne les cônes primitifs de référence uniquement et en considérant leur module apparent (**voir figure 1.32**).

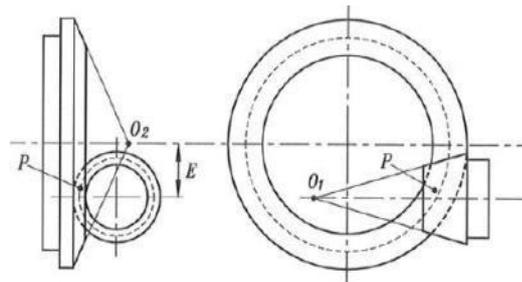


**Figure 1.32 :** Engrenages coniques à denture hélicoïdale ou spirale.

★ **Engrenages hypoïdes**

Sont des engrenages Spiro-coniques possédant un décalage (ou offset : E) entre les axes des

Engrenages.



**Figure 1.33 :** Offset E pour l'engrenage hypoïde .

### 1.22 Principales caractéristiques des engrenages coniques

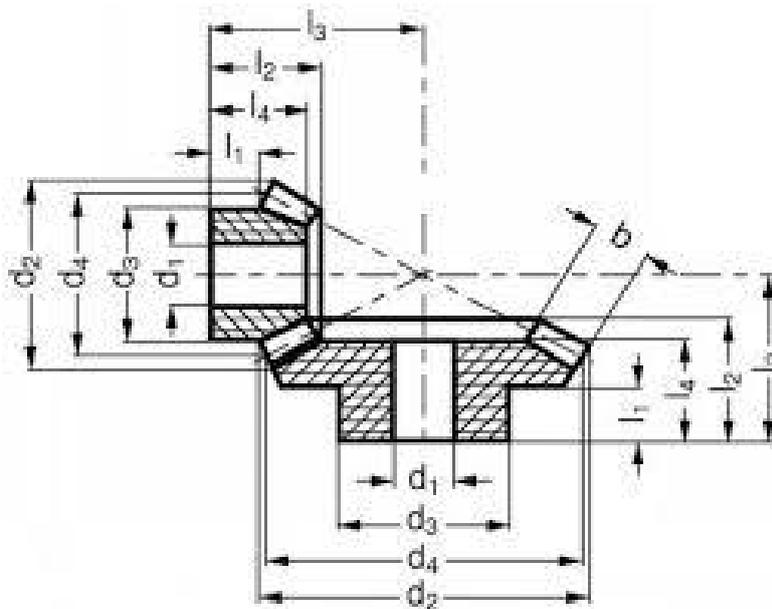
Le tableau 1.3 illustre des calculs concernant des engrenages coniques.

**Tableau 1.3 :** Les caractéristiques des engrenages coniques

Principales caractéristiques des engrenages coniques à denture droite		
caractéristiques	symboles ISO	observations et formules usuelles
vitesse angulaire	$\omega$	$\omega = (\pi.n)/30 \approx 0,1n$ (unités : rad/s)
nombre de tours/minute	$n$	$n_1$ (roue 1) $n_2$ (roue 2)
module	$m$	valeurs normalisées (tableau 1) mesurée sur cône complémentaire
pas primitif	$p$	$p = \pi.m = 3,141\ 59m$ (avec $p = p_1 = p_2$ )
nombre de dents	$z$	$Z_1$ (roue 1) $Z_2$ (roue 2)
diamètre primitif	$d$	$d_1 = mZ_1$ et $d_2 = mZ_2$
angle primitif	$\delta$	$\delta_1$ (roue 1) $\delta_2$ (roue 2)
angle de pression	$\alpha$	valeur la usuelle $\alpha = 20^\circ$
angle de tête	$\delta_a$	$\delta_a = \delta + \theta_a$
angle de creux	$\delta_f$	$\delta_f = \delta - \theta_f$
angle de saillie	$\theta_a$	$\tan \theta_a = 2m.\sin \delta/d$
angle de creux	$\theta_f$	$\tan \theta_f = 2,5m.\sin \delta/d$
angle de hauteur	$\theta$	$\theta = \theta_a + \theta_f$
longueur génératrice primitive		$L = d_1/2 \sin \delta_1 = d_2/2 \sin \delta_2$
largeur de dent	$b$	$L/4 \leq b \leq L/3$ (raisons de taillage)
saillie	$h_a$	$h_a = m$
creux	$h_f$	$h_f = 1,25m$
hauteur de dent	$h$	$h = h_a + h_f = 2,25m$
diamètre de tête	$d_a$	$d_a = d + 2m.\cos \delta$
diamètre de pied	$d_f$	$d_f = d - 2,5m.\cos \delta$
$\delta_1 + \delta_2 = 90^\circ$	$\delta_1 + \delta_2 < 90^\circ$	$\delta_1 + \delta_2 > 90^\circ$
$\phi_1 = \delta_2$ $\phi_2 = \delta_1$ $\tan \delta_1 = Z_1/Z_2$ $\tan \delta_2 = Z_2/Z_1$	$\phi_1 = 90 - \delta_1$ $\phi_2 = 90 - \delta_2$ $\tan \delta_2 = \frac{\sin(\delta_1 + \delta_2)}{Z_1/Z_2 + \cos(\delta_1 + \delta_2)}$	$\phi_1 = 90 - \delta_1$ $\phi_2 = 90 - \delta_2$ $\tan \delta_2 = \frac{\sin[180 - (\delta_1 + \delta_2)]}{Z_1/Z_2 - \cos[180 - (\delta_1 + \delta_2)]}$

### 1.22.1 Dimensions normalisées

Elles doivent être mesurés sur la partie de la denture la plus éloignée des sommets des cônes ; **la figure 1.34** montre les principaux paramètres des roues coniques.



**Figure 1.34** : Principaux paramètres des roues coniques.

### 1.23 Engrenages à roue et vis sans fin

La vis sans fin est constituée d'un long cylindre étroit, présentant une denture hélicoïdale continue, analogue au filetage d'une vis cylindrique, se mettant en prise avec une roue à denture hélicoïdale. Les engrenages à vis sans fin diffèrent des engrenages à roues à denture hélicoïdale. En effet, les dents de la vis sans fin s'engagent continûment en glissant sur celles de la roue menée, mais ne leur appliquent pas directement un effort de rotation. Les vis sans fin servent principalement à transmettre une rotation, avec une forte réduction de vitesse entre deux arbres orthogonaux (**figure 1.35**).

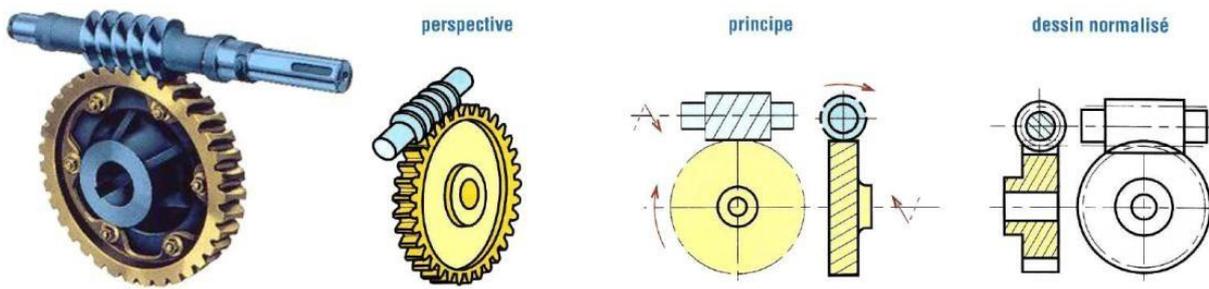


Figure 1.35 : Principaux engrenages roue et vis .

### 1.23.1 Principe

Cas particulier des engrenages gauches hélicoïdaux, un système roue-vis sans fin est tel que l'une des roues a un très petit nombre de dents (**1 à 8**). Elle est alors appelée vis.

Pour engrener ensemble, la roue et la vis doivent avoir leurs hélices de même sens (**voir figure 1.36**).

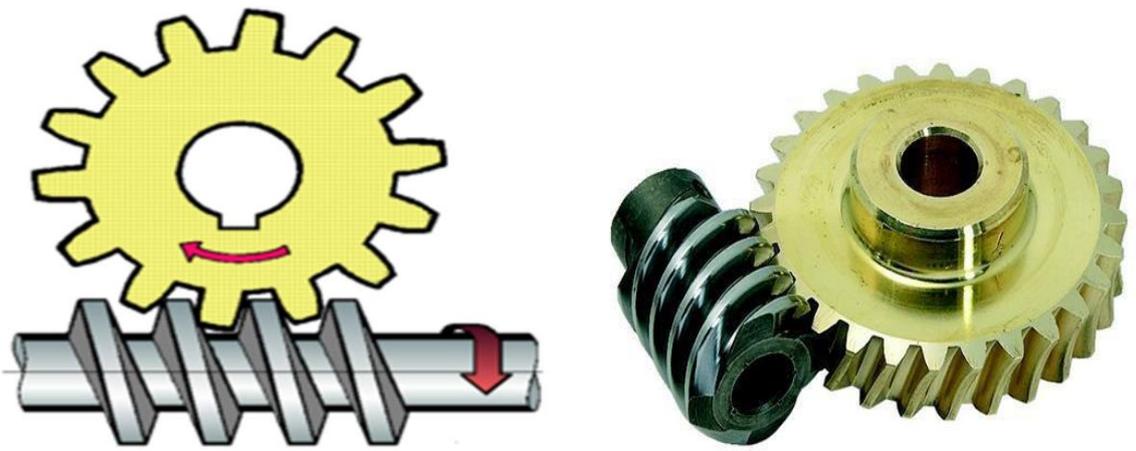


Figure 1.36: Engrenages gauche hélicoïdale.

### 1.23.2 Avantages – Inconvénients

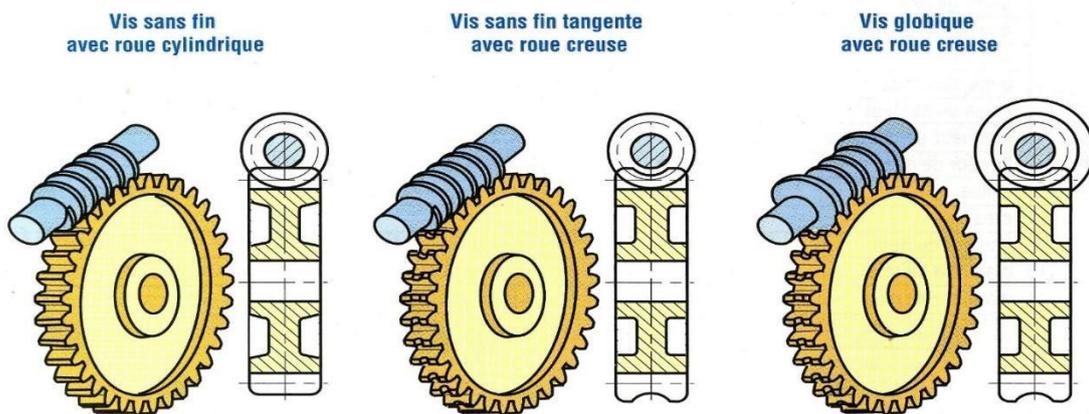
- Ce mécanisme permet d'obtenir un grand rapport de réduction avec seulement deux roues dentées (1/200).
- Les systèmes roue-vis sans fin sont presque toujours irréversibles. On peut donc les utiliser pour maintenir une orientation.
- L'engrènement se fait avec beaucoup de glissement entre les dentures, donc usure et rendement faible (60%).
- La vis supporte un effort axial important.



**1.23.4 Différents types du système roue et vis sans fin**

Afin d’augmenter la surface de contact des dentures, on utilise très souvent des systèmes à roue creuse.

L’utilisation d’une vis globique permet d’augmenter encore cette surface, mais le cout de la vis est important ; **la figure 1.38** représente les différents types du système roue et vis sans fin.



**Figure 1.38** : Différents types du système roue et vis sans fin .

**1.23.5 Principales caractéristiques des engrenages roues et vis sans fin**

Le tableau 1.4 illustre des calculs concernant des engrenages roues et vis sans fin

**Tableau 1.4:** Les caractéristiques des engrenages roues et vis sans fin .

Principales caractéristiques des engrenages roue et vis		
caractéristiques	symboles ISO	observations et formules usuelles
nombre de filets vis	$Z_V$	
nombre de dents roue	$Z_R$	$Z_R + Z_V > 40$
angle d'hélice vis	$\beta_V$	irréversibilité si $\beta_V < 6^\circ$ à $10^\circ$
angle d'hélice roue	$\beta_R$	$\beta_V + \beta_R = 90^\circ$
sens des hélices		le sens (à droite ou à gauche) est le même pour la vis et la roue
module réel roue	$m_n$	$m_n$ (le même pour la vis et la roue)
module axial vis	$m_x$	$m_x = \frac{p_x}{\pi} = \frac{m_n}{\cos \beta_R} = \frac{m_n}{\sin \beta_V}$
pas réel roue	$p_n$	$p_n = \pi \cdot m_n$
pas apparent roue	$p_t$	$p_t = \frac{p_n}{\cos \beta_R} = \pi \cdot m_t$
pas axial vis	$p_x$	$p_x = p_t$ (pas axial vis = pas apparent roue)
pas de l'hélice	$p_z$	$p_z = Z_V \cdot p_x$
vitesse angulaire	$\omega$	$\omega = \frac{\pi \cdot n}{30} \approx 0,1 n$ (unités rad/s)
nombre de tours/minute	$n$	$n_V$ vis et $n_R$ roue
diamètre primitif roue	$d_R$	$d_R = m_t \cdot Z_R$
diamètre primitif vis	$d_V$	$d_V = \frac{p_z}{\pi \tan \beta_R}$ et $\frac{a^{0,875}}{3} \leq d_V \leq \frac{a^{0,875}}{1,7}$
entraxe entre 2 roues	$a$	$a = \frac{d_V + d_R}{2}$
saillie	$h_a$	$h_a = m_n$
creux	$h_f$	$h_f = 1,25 m_n$
hauteur de dent	$h$	$h = h_a + h_f$
diamètre de tête vis	$d_{aV}$	$d_{aV} = d_V + 2 m_n$
diamètre de pied vis	$d_{fV}$	$d_{fV} = d_V - 2,5 m_n$
angle de pression réel	$\alpha_n$	commun à la vis et à la roue valeur : $14^\circ 30'$ , $20^\circ$ , $25^\circ$ et $30^\circ$
angle de pression axial vis	$\alpha_x$	$\alpha_x = \alpha_t$ (roue)
longueur de la vis	$L$	$L \approx 5 p_x$ ou $6 p_x$

### 1.23.6 Dispositions constructives.

Du fait de l'usure importante due au glissement des dentures pendant

l'engrènement, il convient de choisir correctement les matériaux des deux pièces.

La vis sera choisie dans le matériau le plus dur, son prix de revient étant plus élevé, son usure

devra être réduite au minimum. En général la vis est en acier dur.

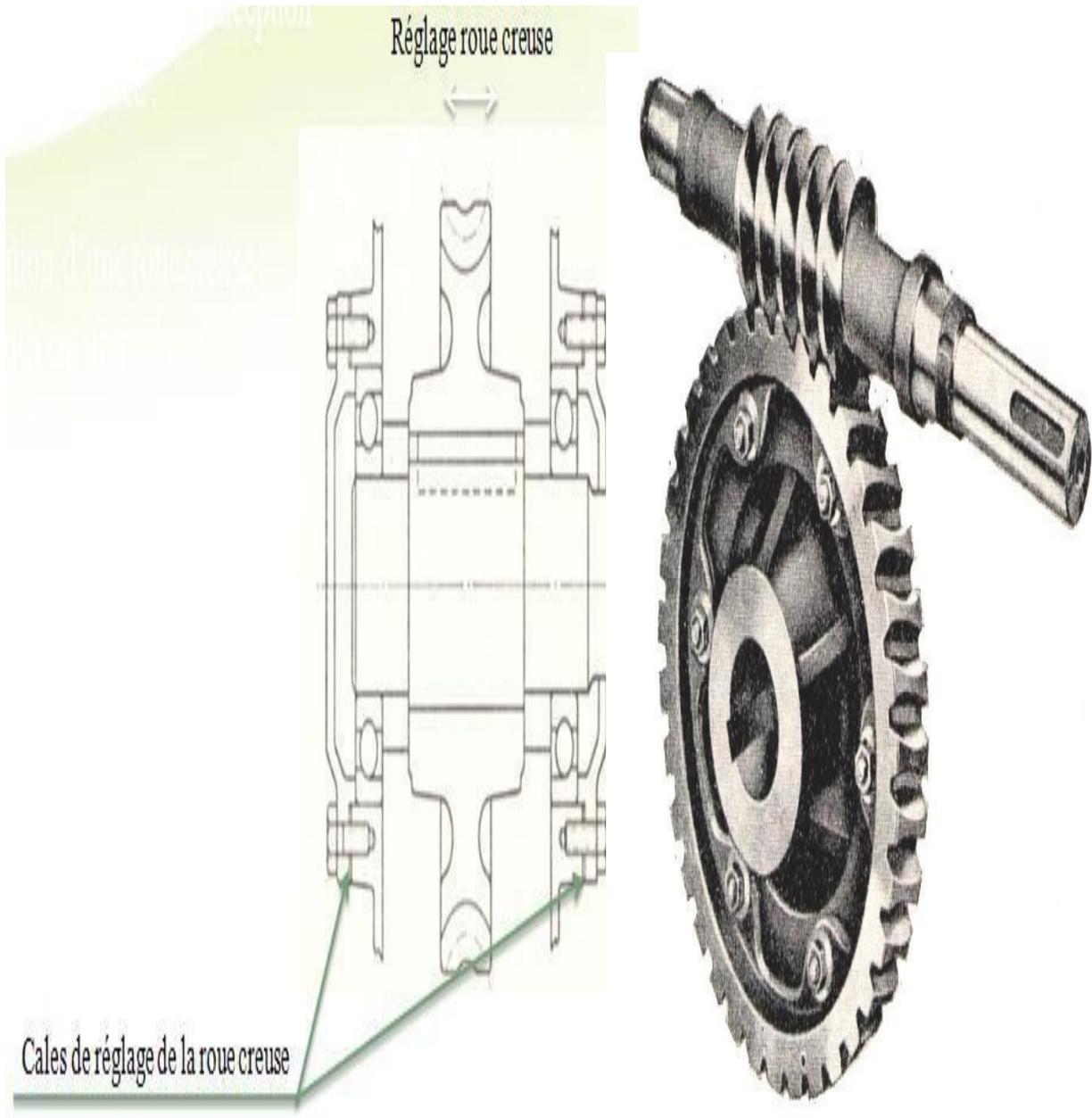
- La roue sera choisie dans un matériau plus tendre afin de supporter la majeure partie de l'usure. En générale la roue est en bronze.

- Pour des roues de grands diamètres, il convient de prévoir à la conception une denture rapportée ; la figure 1.30 montre une solution de réglage de la roue creuse.

- L'utilisation d'une roue creuse impose souvent un réglage axial de celle-ci pour assurer la portée correcte des dents.

Le dessin ci-contre montre une solution pour ce réglage par l'intermédiaire de cales sous les couvercles d'appui des roulements.

L'engrènement, il convient correctement les matériaux des deux pièces.



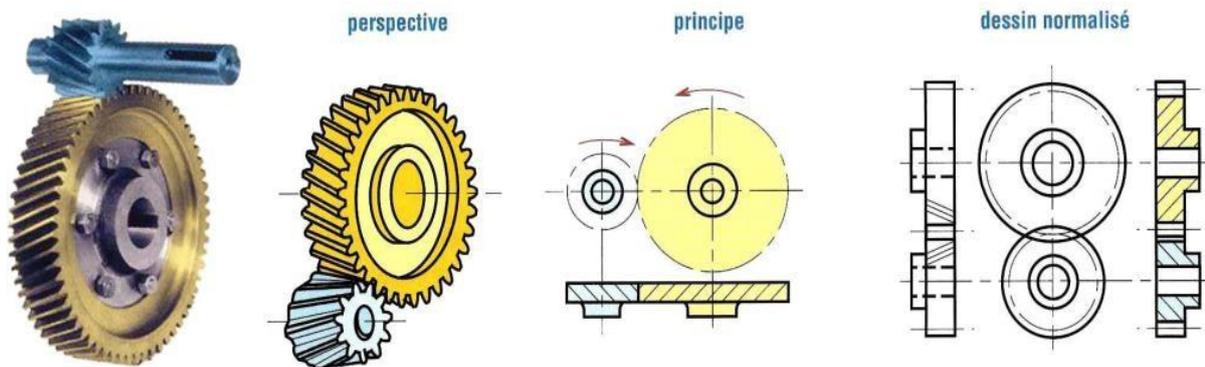
**Figure 1.39** : Solution de réglage de la roue creuse.

# **Chapitre 2 : les engrenages cylindriques à denture hélicoïdale**

## 2.1 Engrenages cylindriques à denture hélicoïdale.

Les engrenages à denture hélicoïdale permettent une transmission plus souple, plus progressive et moins bruyante que les engrenages à dentures droite, La transmission des efforts est plus importante (nombres de dents en contacts plus élevés), y compris aux vitesses élevées, ils sont notamment utilisés dans les boîtes de vitesses d'automobiles, les réducteurs et les multiplicateurs de vitesses. Les inconvénients de ce type d'engrenage sont (**figure 2.1**) - Des efforts supplémentaires dus à l'angle d'hélice (force axiale sur les paliers et augmentation des efforts de flexion).

Rendement un peu moins bon.



- **Figure 2.1** : Engrenages cylindrique à denture hélicoïdale.

### 2.1.1 Les domaines d'applications

Les engrenages à denture hélicoïdale permettent un fonctionnement plus silencieux que celui des engrenages à denture droite ; ils présentent également un meilleur rendement. Ils sont notamment utilisés dans les boîtes de vitesses d'automobiles, les réducteurs et les multiplicateurs de vitesses (**figure 2.2**).



**Figure2.2** : boîte vitesse d'automobile.

### 2.1.2 Les avantages.

Toujours plusieurs dents en prise Régularité de la transmission à haute vitesse

Moins d'usure et niveau sonore plus bas : choc dû à la flexion des dents moindre

Possibilité de façon précise d'obtenir des entraxes de dimension souhaitée en modifiant l'angle d'hélice

Possibilité de transmettre un mouvement entre deux axes orthogonaux non concourants  
denture hélicoïdale

### 2.1.3 Inconvénient.

Plus chère que la denture droite

Création d'une composante axiale de l'effort de contact

Impose souvent la mise en place dans les paliers de roulements spécifiques capables de reprendre ce type d'effort

Solution possible : inverser le sens de l'hélice sur deux roues dentées portées par le même arbre, roues dentées en chevron. 48 DENTURE HELICOIDALE INCONVENIENT

Les dentures sur les arbres intermédiaires doivent être inclinées dans le même sens pour que les efforts axiaux se compensent (dirigés en sens inverses)

De l'engrenage hélicoïdal est qu'il est difficile à produire en raison de la complexité de ses dents et du maintien constant de l'angle d'hélice et de l'angle de pression

### 2.1.4 Comparaison entre dentures droites et dentures hélicoïdales.

Avantages de la denture hélicoïdale : transmission plus souple, plus progressive et moins

Bruyante ; conduite plus grande : 2, 3 ou 4 couples de dents toujours en prise ; transmission

D'efforts importants à vitesses élevées ; réalisation facile d'un entraxe imposé en faisant

Varier l'angle d'hélice. Inconvénients : efforts supplémentaires dus à l'angle d'hélice (force axiale

Sur les paliers et augmentation des couples de flexion) et rendement un peu moins bon.

L'utilisation est impossible sous forme de baladeur ; ces engrenages doivent toujours rester en

Prise.

## 2.2 Caractéristiques des engrenages à denture hélicoïdale

### 2.2.1 Géométrie

Toutes les roues à denture hélicoïdale de même module et de même angle d'hélice engrenant entre elles (quels que soient leurs diamètres ou leurs nombres de dents). Seules les hélices doivent être de sens contraire sur les roues. Les dentures hélicoïdales provoquent une poussée axiale, d'où la nécessité de l'emploi de butées. La poussée axiale est proportionnelle à l'angle d'hélice  $\alpha$ . On peut donc réduire la pou- Sée axiale en diminuant l'angle d'hélice, mais on peut également la supprimer, en utilisant des roues jumelées dont les dentures sont inclinées en sens opposé ou encore par l'utilisation d'une denture en chevrons ; **la figure 2.4** représente les caractéristiques des engrenages à denture hélicoïdale.

### 2.2.2 Définitions Hélice cylindrique

Pas de l'hélice. - L'hélice est une ligne courbe engendrée par un point  $\alpha$  qui se déplace uniformément autour de la surface latérale d'un cylindre de révolution. Après avoir accompli un tour complet, le point  $\alpha$  s'est élevé d'une hauteur  $ab$  ; cet intervalle (valeur d'une spire) est appelé **pas de l'hélice (Figure 2.3)**.

L'hélice est dite à droite, quand présentant l'axe du cylindre verticalement devant soi, on voit l'hélice s'élever de gauche à droite : **l'hélice est dite à gauche** dans le cas contraire, c'est-à-dire quand on voit l'hélice s'élever de droite à gauche

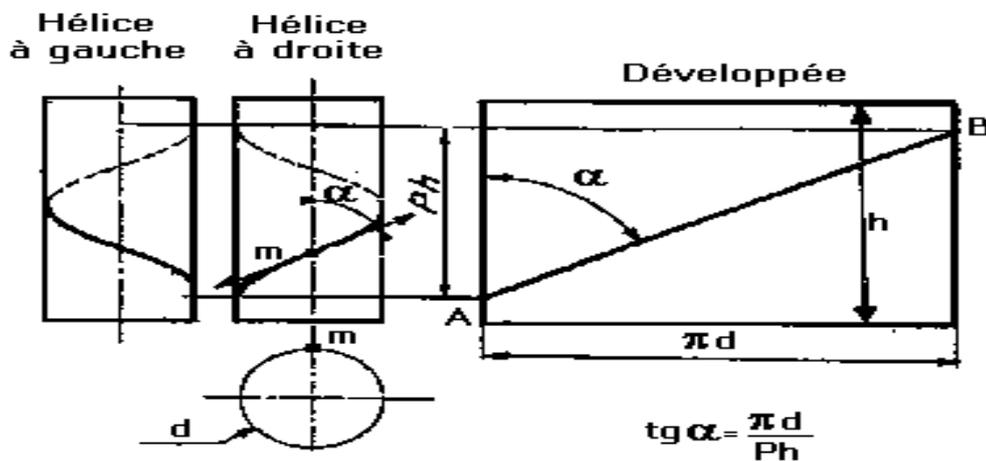


Figure 2.3 : développe le cylindre.

### 2.2.3 Développé de l'hélice.

L'hélice se transforme en ligne droite dans le développement lequel elle est tracée, formant **l'hypoténuse d'un triangle rectangle** dont les côtés de l'angle droit ont pour valeur : l'un le pas de l'hélice ( $p$ ), l'autre développement de la circonférence du cylindre ( $\pi D$ ).

$\alpha$  (angle d'inclinaison de l'hélices) =  $\pi D/P$ .

### 2.2.4 Angle d'hélice Angle $\alpha$ :

il mesure l'inclinaison de la denture, ou de l'hélice, par rapport à l'axe de la roue ; les valeurs usuelles se situent entre 15 et 30°. De grandes valeurs de  $\alpha$  amènent plus de douceur et de progressivité mais aussi des efforts axiaux plus grands. Un engrenage droit est un engrenage hélicoïdal avec  $\alpha = 0^\circ$ .

### 2.2.5 Grandeurs réelles (ou normales) :

$p_n$ ,  $m_n$  et  $\alpha_n (=20^\circ)$ . Elles sont normalisées et mesurées perpendiculairement à l'hélice.

### 2.2.6 Grandeurs apparentes (ou tangentielles) :

$p_t$ ,  $m_t$  et  $\alpha_t$  ne sont pas normalisées et dépendent de la valeur de  $\beta$ . Elles sont mesurées dans le plan de rotation de la roue (analogie avec une denture droite).

### 2.2.7 Entraxe $a$ :

Il dépend de l'angle  $\alpha$ . En faisant varier  $\alpha$  on peut obtenir n'importe quel entraxe désiré, ce qui est particulièrement intéressant pour les trains d'engrenages.

$$a = \frac{m_t(Z1 + Z2)}{2} = \frac{(Z1 + Z2)}{2\cos\alpha}$$

### 2.2.8 Largeur $b$ :

Pour des raisons de continuité et de progressivité la largeur  $b$  de la roue doit être supérieure au pas axial  $p_x$  ( $b \geq 1,2p_x$  est nécessaire, valeurs usuelles :  $b \geq 2p_x$ ).

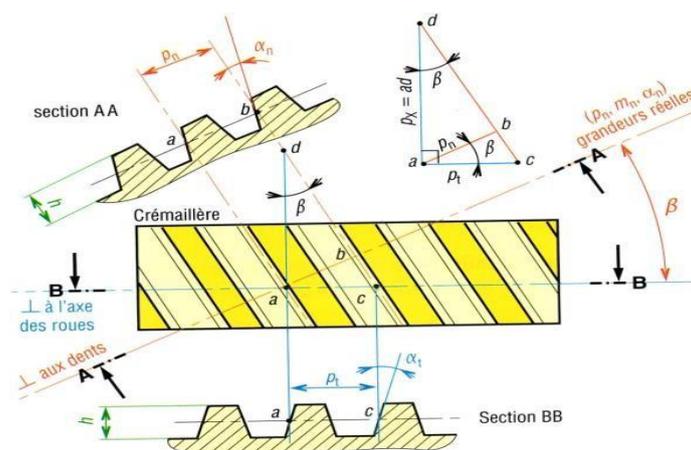


Figure 2.4 : Caractéristiques des engrenages à denture hélicoïdale.

### 2.3 Caractéristiques et formule des engrenages cylindrique à denture hélicoïdale.

Le tableau 2.1 représente les caractéristiques et formule des engrenages droits à denture

Principales caractéristiques des engrenages droits à denture hélicoïdale		
caractéristiques	symboles ISO	observations et formules usuelles
angle d'hélice	$\beta$	valeurs usuelles : $15^\circ \leq \beta \leq 30^\circ$
sens de hélice		si la roue 1 a une hélice à droite, alors la roue 2 a une hélice à gauche
module réel	$m_n$	$m_n$ est à choisir dans la série des modules normalisés
pas réel	$p_n$	$p_n = \pi \cdot m_n$
module apparent	$m_t$	$m_t = \frac{m_n}{\cos \beta}$ (augmente avec $\beta$ )
pas apparent	$p_t$	$p_t = \frac{p_n}{\cos \beta} = \pi \cdot m_t$
vitesse angulaire	$\omega$	$\omega = \frac{\pi \cdot n}{30} \approx 0,1 n$ (unités rad/s)
nombre de tours/minute	$n$	$n_1$ (roue 1) $n_2$ (roue 2)
nombre de dents	$Z$	$Z_1$ (roue 1) $Z_2$ (roue 2)
diamètre primitif	$d$	$d_1 = m_t Z_1$ et $d_2 = m_t Z_2$
entraxe entre 2 roues	$a$	$a = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m_t(Z_1 + Z_2)}{2} = \frac{m_n(Z_1 + Z_2)}{2 \cos \beta}$
saillie	$h_a$	$h_a = m_n$
creux	$h_f$	$h_f = 1,25 m_n$
hauteur de dent	$h$	$h = h_a + h_f = 2,25 m_n$
diamètre de tête	$d_a$	$d_a = d + 2m_n$
diamètre de pied	$d_f$	$d_f = d - 2,5m_n$
diamètre de base	$d_b$	$d_b = d \cos \alpha_t$
angle de pression réel	$\alpha_n$	valeur la plus usuelle : $\alpha = 20^\circ$
angle de pression apparent	$\alpha_t$	$\tan \alpha_n = \tan \alpha_t \cdot \cos \beta$
pas de base réel	$p_{bn}$	$p_{bn} = p_n \cdot \cos \alpha_n$
pas de base apparent	$p_{bt}$	$p_{bt} = p_t \cdot \cos \alpha_t$
pas axial	$p_x$	$p_x = \frac{p_t}{\tan \beta} = \frac{p_n}{\sin \beta} = \frac{p_z}{Z}$
pas de l'hélice primitive	$p_z$	$p_z = \frac{\pi \cdot d}{\tan \beta} = Z \cdot p_x$
largeur de dent	$b$	$b > 2 \frac{\pi \cdot m_n}{\sin \beta} = 2 p_x$

### 2.3.1 Nombre fictif ou virtuel de dents

Ce nombre est utilisé dans certains calculs de résistance de la dent.

### 2.3.2 Ellipse primitive :

Elle est obtenue en coupant le cylindre primitif par un plan perpendiculaire à une hélice. La denture se comporte comme s'il existait un cercle primitif fictif de diamètre  $d_e = d/\cos^2 \alpha$ .

### 2.3.3 Nombre fictif de dent $Z_e$ :

Nombre de dents correspondant au diamètre fictif précédent ( $d_e$ ).

$$d_e = m_n \cdot Z_e = m_t \cdot Z / \cos^2 \alpha = m_n \cdot Z / (\cos \alpha)^3$$

$$\text{et } Z_e = Z / (\cos \alpha)^3$$

## 2.4 Engrenage hélicoïdaux

on a deux cas d'engrenage :

- **Engrenage a axe parallèle** les angles d'inclinaison  $\alpha$  et  $\alpha'$  des dentures sont ici égaux mais les hélices sens contraires et les modules réels semblables figure
- **Engrenage a axe perpendiculaires** les angles d'inclinaison  $\alpha$  et  $\alpha'$  sont en ce complémentaire ( $\alpha + \alpha' = 90^\circ$ ) les hélices même sens et les modules réels semblables figure

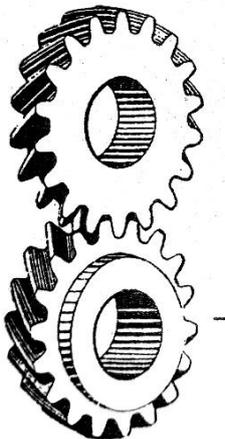


Figure 2.5 : Engrenage a axe parallèle.



figure 2.6 : Engrenage perpendiculaires.

## 2.5 Denture en chevron continue

La denture en chevron continue consiste en une denture qui fait un « coude » sur la largeur. C'est en quelque sorte, deux engrenages cylindriques identiques : l'un avec une denture Hélicoïdale à droite, l'autre avec une denture hélicoïdale à gauche. Ils sont ainsi imaginativement collés l'un contre l'autre. L'avantage de tels engrenages est qu'ils ne peuvent pas se déplacer axialement. De plus, les avantages des dentures hélicoïdales sont conservés (silencieux, plus grand coefficient de contact) et les désavantages sont éliminés (forces axiales).

Roues à chevrons : Deux dentures hélicoïdales sont taillées en sens inverse sur la même roue. Ces roues ont donné le sigle des usines Citroën, de la société des engrenages Citroën exploitant un brevet polonais sur la taille des engrenages à chevrons en 1913 (voir figure 2.7) .

Roues à dentures inversées accolées : Les roues sont fixées entre-elles, un positionnement angulaire précis entre les deux roues accolées

Doit être réalisé (voir figure 2.8).



**Figure 2.7** : Roue à chevron.



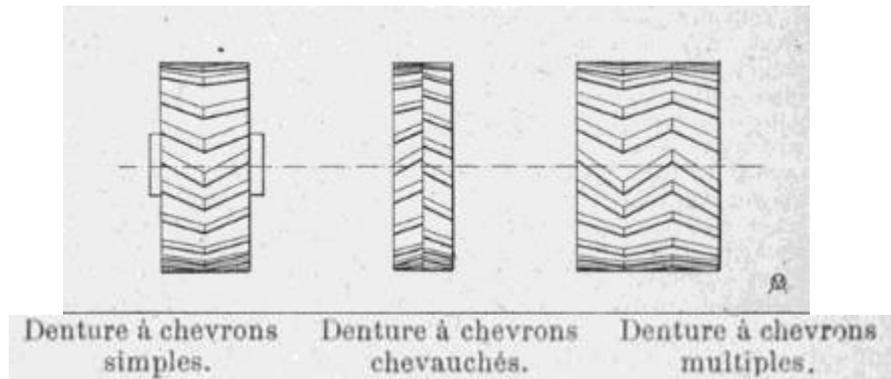
**Figure 2.8** : Roue à denture inversée accolées.

## 2.6 Engrenages à chevrons.

Les engrenages à chevrons sont à dents hélicoïdales, inclinées en sens inverse sur la moitié de leur largeur.

Les engrenages à chevrons ordinaires ne peuvent avoir un engrènement continu qu'à la condition d'avoir une largeur double de celle d'un engrenage hélicoïdal simple.

Les engrenages à chevrons chevauchés donnent un engrènement continu avec la même largeur qu'un engrenage hélicoïdale ordinaire.



**Figure 2.9:** type des engrenages chevrons

## 2.7 Les avantages des engrenages à chevrons

Tout comme les engrenages hélicoïdaux, ils ont la propriété de transférer la puissance en douceur, car plus de deux dents sont constamment entraînées simultanément. Leur avantage sur les engrenages hélicoïdaux est que la poussée latérale d'une moitié est équilibrée par celle de l'autre moitié. Cela signifie que les **engrenages à chevrons** peuvent être utilisés dans des boîtes de vitesse à couple variable sans nécessiter de **palier de butée**.

# **Chapitre 3 : les procédés de division**

### 3.1 Les appareils diviseurs

Les appareils diviseurs permettent d'effectuer :

- a) des opérations de fraisage uniformément espacées sur le pourtour d'une pièce : prismes polygonaux, dents d'engrenage, graduations ;
- b) des opérations de fraisage situées dans des plans formant entre eux des angles donnés.

### 3.2 Divers types diviseurs

On distingue trois catégories principales de diviseurs :

- Les diviseurs simples.
- Les diviseurs universels
- Le diviseur optique.

#### 3.2.1 Diviseurs simples.

**Description of fonctionnement.** Dans tous modèles de diviseurs, il faut discerner la poupée (**figure 3.2**) de la contre-poupée (**figure 3.1**), celle-ci ; étant un accessoire de celle-là.

Poupée. - Sur le nez fileté de la broche peuvent indifféremment se monter, soit un plateau (montage en l'air. Vue I), soit un entraîneur à toc (montage entre pointes, vue II).

Dans ce modèle de poupée, la broche est commandée directement à la main ; le plateau diviseur **P** à encoches lui est solidaire.

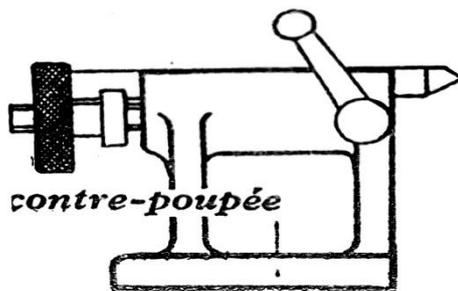


Figure 3.1 : contre poupée.

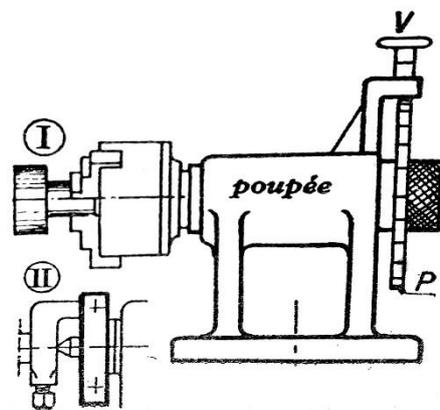


Figure 3.2 : poupée fixe.

Un verrou s plongeur **V**, en s'engageant dans une des encoches du plateau, immobilise l'ensemble...

C'est un appareil simplifié, conçu pour des travaux élémentaires exigeant une division que l'on veut plutôt rapide : taillage d'écrous, de plats sur des prismes polygonaux, tarauds, alésoirs, logements de clavettes, etc. .. Un plateau de 24 encoches suffit pour assurer la division en **2, 3, 4, 6, 8, 12 et 24** parties égales.

### 3.2.2 Diviseurs universels.

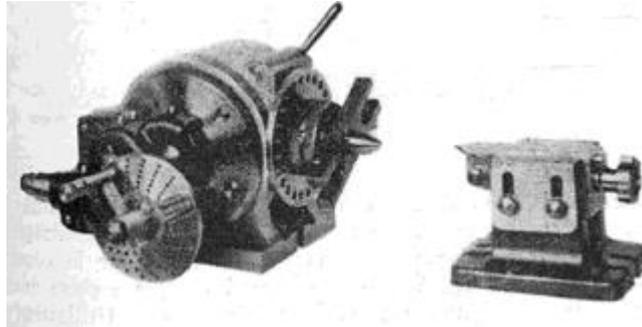


Figure 3.3 : diviseurs universels.

**Description et fonctionnement** : La chaîne cinématique essentielle de la commande mécanique de la broche, est représentée( **figure 3.4**). Elle comprend un dispositif à roue et vis sans fin, associant à une réduction sensible de vitesse, une sensibilité de manœuvre qui permet des rotations de très faibles amplitudes.

Les éléments caractéristiques sont (**figure 3.5**) : **Une vis sans fin V**, généralement à 1 filet.

**Une roue de vis sans fin T**, de **40** ou **60** dents (sous-multiples de **360** degrés) calée sur la broche **B**.

**Un plateau diviseur P**, solidaire du manchon **D**, ce dernier monté fou sur l'**arbre de la vis sans fin**.

Ce plateau comporte plusieurs rangées de trous dont chacune possède un nombre différent de trous ; il est, de plus, interchangeable.

**Un compas alidade A**, placé devant le plateau, les branches radiales pouvant être calées à l'angle imposé par la division.

Cet accessoire évite les erreurs dans le nombre de irons à franchir pour assurer les divisions.

**Éléments fonctionnels** : La vis sans fin de commande de la roue **T**, est entraînée par une manivelle **M**. à rayon variable ; sa poignée est munie d'un pointeau. à plongeur 1, qui peut être engagé dans un des trous du

Cercle dévisser. Un verrou a **poussoir 2**. Porté par un bras pivotant autour de la vis de blocage t, de façon à pouvoir être régie sur un trou quelconque du plateau, **immobilisé ou libère le plateau par rapport au corps de l'appareil**,

a noter encore que la broche est inclinable.

**Marche en division directe.**

La vis sans fin peut être rendue indépendante de la Rous. À cet effet, elle est montée sur un dispositif à coussinet centré F dont la rotation entraîne le débrayage instantané de la vis. La broche, ainsi libérée, peut alors être manœuvrée à la main, pour la division directe à l'aide du plateau à encoches **E**.

Une butée réglable permet la remise en place rapide.

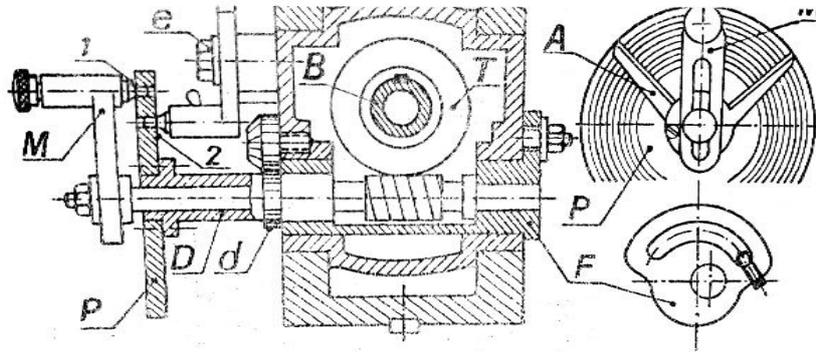


Figure 3.4 : une chaîne cinématique De la commande mécanique.

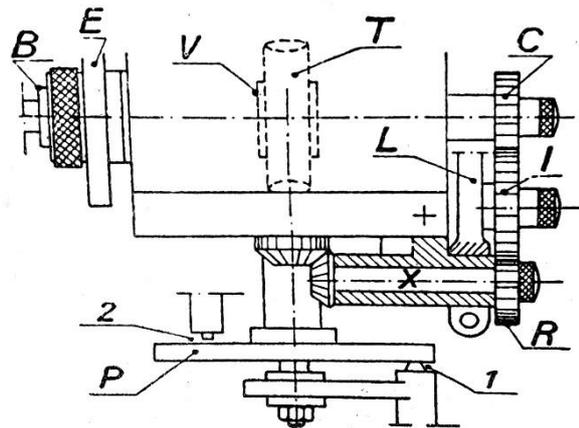
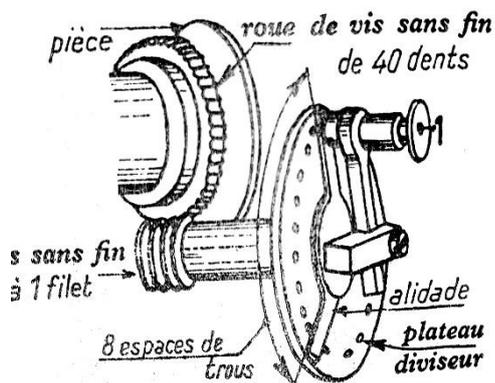


Figure 3.5 : les éléments caractéristiques.

**Arbre relais pour division différentielle et fraisage hélicoïdal.** Sur la figure 3.4, on aperçoit, incorporé au bâti de l'appareil, un **arbre relais X**, relié au manchon **porte-plateau D** (figure 3.5 par deux couples d'engrenages, l'un conique, l'autre cylindrique, l'un et l'autre dans le rapport 1/1.

I. Si, grâce à un train d'engrenages, l'**arbre relais X** est mis en relation avec la broche par le bout d'arbre **H**, on obtient un dispositif utilisé pour la division différentielle.

II. Au contraire si, par un autre arrangement du train d'engrenages, l'**arbre relais X** est mis en relation avec la vis de commande de la table, on obtient, cette fois, un dispositif utilisé pour le fraisage hélicoïdal.

Base fondamentale de la division. La vis sans fin ayant **1** filet et la roue **40** ou **60** dents, le rapport de réduction **K** est, selon le diviseur, de **1/40** ou de **1/60**, base fondamentale.

On supposera être en possession d'un diviseur au **1/40**.

Pour un tour de manivelle **M**, c'est-à-dire pour un tour de la vis sans fin, la roue **T** tourne d'une gent, et si elle en a **40**, elle tournera de **1/40** de tour, pour que la pièce à diviser fasse un tour complet, la manivelle **M** ou la vis sans fin devra faire 40 tours, d'où **K= 40**.

**Plateaux diviseurs utilisés** On supposera être en possession de quatre plateaux (Nos **1, 2, 3, 4**), chacun comprenant six cercles de trous, soit :

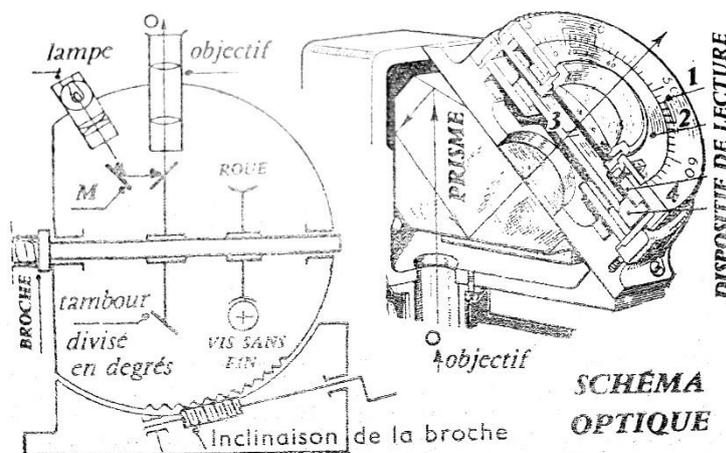
N°1	17, 21, 25, 29, 33, 41	N°3	19, 23, 27, 31, 37, 47
N°2	18, 22, 26, 30, 35, 43	N°4	20, 24, 28, 32, 39, 49

### 3.2.3 Diviseur optique.

Dans le diviseur optique (**Figure 3.6**), le système

Et vis sans fin entraînant la broche, est un simple dispositif de commande et non l'organe de contrôle de rotation comme dans les appareils mécaniques à plateaux diviseurs. La précision de mesure, indépendante ici de la commande mécanique de rotation de la broche, est obtenue de la façon suivante :

Sur la broche, est fixé un tambour (en verre) divisé sur sa périphérie en **360°**. La division, éclairée au moyen d'une lampe et d'un condensateur de lumière, réfléchié par le miroir **M**, est captée par un lecteur micrométrique qui en donne une image très agrandie et très précise.



**Figure 3.6:** schéma optique

Un objectif et un prisme projettent les graduations dans le plan d'un réticule mobile **3** ; Celui-ci comporte deux traits gravés entre lesquels on encadre le trait du tambour donnant la **mesure angulaire envisagée**, lue en degrés entiers ; la couronne moletée 1 du dispositif optique De lecture, **gravée en minutes**, étant, en ce cas, **réglée à zéro**.

Pour obtenir une fraction de degré (un vernier fixe **2** permet l'appréciation de **5** secondes), on fait tourner la couronne moletée 1 jusqu'à amener devant le repère fixe le trait représentant la division désirée en minutes ; par cette manœuvre, la couronne déplace, par l'intermédiaire d'une came en spirale **4**, le réticule **3**. On actionne alors la broche en rotation, en agissant sur la vis sans fin, de manière à encadrer à nouveau entre les deux traits du réticule le trait de la division en degrés, effectuée précédemment. On obtient ainsi, la mesure angulaire exacte.

### 3.3 Divisions circulaires

Procédés de divisions sur diviseur mécanique Universal

Suivant le genre de travail, on emploie soit la division directe, soit la division indirecte.

#### 3.3.1 Division directe.

Rotation de la broche commandée à la main - Procédé utilisé pour divisions simples que l'on veut faire rapidement.

On se sert du plateau à encoches **E** et du verrou à plongeur **3**, après avoir dégagé La vis sans fin **V** de la roue **T**.

Le nombre d'encoches doit être égal ou multiple du nombre de divisions à exécuter.

Pour effectuer **6** divisions, avec un plateau

#### Exemples.

Pour effectuer 6 divisions. avec comprenant **24** encoches, on repèrera **4** creux espacés de **6** intervalles ( $24/6 = 4$ ); pour **8** divisions, **3** creux espacés de 8 intervalles ( $24/8 = 3$ ).

### 3.3.2 Division indirecte.

Rotation de la broche actionnée par vis sans fin.

Basées sur l'emploi de plateaux à trous, les divisions sont réalisées par l'intermédiaire d'une vis sans fin ; la rotation de celle-ci est arrêtée lorsque **le verrou à pointeau-plongeur 1** peut être engagé dans le trou repéré par l'alidade sur le plateau, ce dernier étant immobilisé au moyen du verrou **2**. Suivant les divisions à effectuer, on dispose de quatre méthodes : **a)** méthode courante ; **b)** méthode composée ; **c)** méthode décimale ; **d)** méthode différentielle.

#### 3.3.2.1 Méthode courante.

Soit : **Z**, le nombre de divisions à exécuter ;

**n**, le nombre de tours ou fraction de tour que doit faire la manivelle pour assurer une division ;

**K**, le rapport de la roue à la vis sans fin.

$$\text{On a : } n = \frac{K}{Z} = \frac{40}{Z}$$

**1<sup>er</sup> cas Z est plus petit que K et le divise exactement,**

Les divisions à exécuter dont le nombre est un diviseur de **K**, ne demandent qu'un certain nombre de tours entiers de manivelle. Le pointeau rangé sur n'importe quel cercle de trous.

$$\text{Pour 8 divisions : } n = \frac{K}{Z} = \frac{40}{8} = \mathbf{5 \text{ tours.}}$$

$$\text{Pour 20 divisions : } n = \frac{K}{Z} = \frac{40}{20} = \mathbf{2 \text{ tours.}}$$

**2<sup>eme</sup> cas Z est plus petit que K mais ne le divise pas.**

En ce cas, **n**'est un nombre fractionnaire : la division donne un reste. C'est donc un nombre entier de tours plus une fraction de tour qu'il faut effectuer.

**Exemple.**

Pour effectuer **14** divisions, on a :

$$n = \frac{K}{Z} = \frac{40}{14} = 2, \text{ reste } 12 ; \text{ soit } \mathbf{2 \text{ tours } +12/14} \text{ de tour.}$$

- Simplifier la fraction de tour s'il y a lieu (**12/14** ici) ;
- Multiplier les deux termes de la fraction par un même nombre, tel qu'il fournisse un dénominateur correspondant à un cercle de trous dans la série des plateaux dont on dispose.

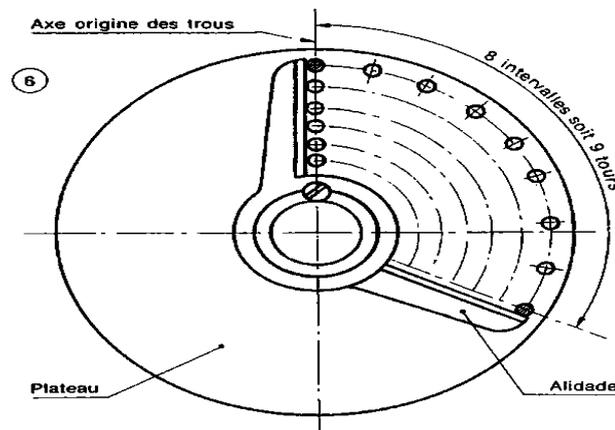
$$\frac{12}{14} = \frac{6}{7} ;$$

$$\frac{6 \times 3}{7 \times 3} = \frac{18}{21} \quad \frac{\text{nombre de tours à franchi}}{\text{cercle de tous à monter}} ;$$

- **Manoeuvre de l'alidade.**

On remarque que le nombre de trous à franchir est très élevé par rapport au nombre de trous du cercle : on fera tourner l'alidade en sens inverse de celui du **verrou pointeau** (Figure 3.7).

**Le pointeau du verrou** étant dans le trou (en noir) du cercle de **21** trous et la branche 2 de l'alidade étant appuyée contre lui, régler le compas de manière à encadrer **21-18 = 3** trous (non compris celui qui est occupé), soit **3** intervalles.



**Figure 3.7:** alidade et plateau diviseur.

- **Pour assurer la division :**

Dégager le verrou et l'amener (sens d'horloge), faire tourner l'alidade (sens inverse) jusqu'à la rencontre du pointeau. Les organes sont en place pour la division suivante.

### 3<sup>eme</sup> cas Z est plus grand que K.

Au-delà du rapport **K** (40 ici), n est une fraction : le déplacement de la manivelle est inférieur à 1 tour.

#### Exemple 1.

Pour effectuer **65** divisions, on a :

$$\frac{K}{Z} = \frac{40}{65} = \frac{8}{13}, \frac{8 \times 3}{13 \times 3} = \frac{24}{39} \quad \frac{\text{nombre de trous à franchir}}{\text{cercle de trous à monter}}$$

#### MANEUVRE DE L'ALIDADE.

Le compas est réglé de façon à former, entre les branches, un angle correspondant au nombre de trous à franchir (Figure 3.8).

Placer le verrou à pointeau dans le trou a (en noir) du cercle de **39** trous (jeu de la vis rattrapé). La branche 1 étant appuyée contre le pointeau, régler la branche 2 en laissant apparaître **24** trous (non compris celui qui est occupé), soit **24** intervalles.

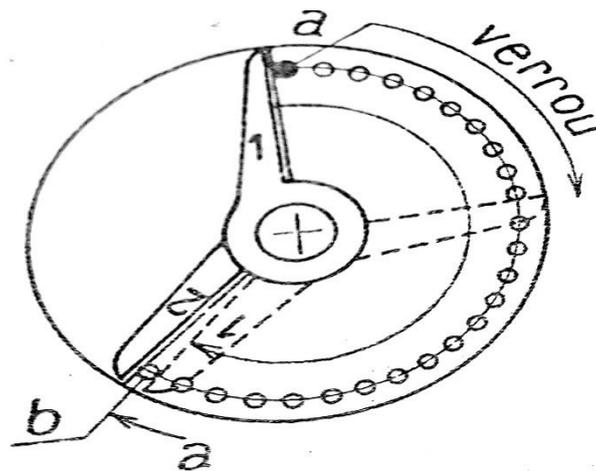


Figure 3.8 : de dégager le verrou et l'amener

Pour assurer la division : dégager le verrou et l'amener dans le trou en **b** (sens d'horloge), faire tourner l'alidade (dans le même sens) jusqu'à la rencontre du pointeau. L'appareil **Figure 3.8** est prêt pour une nouvelle division.

### Exemple 2.

Soit à effectuer des intervalles de  $7^\circ$ .

1 tour de la pièce =  $360^\circ$ , 1 division =  $7^\circ$ .

$Z$  (nombre de divisions à opérer) =  $360/7$ . D'où :

$$\frac{Z}{K} = \frac{40}{\frac{360}{7}} = \frac{40 \times 7}{360} = \frac{7}{9} = \frac{21}{27} \quad \begin{array}{l} \text{nombre de trous à franchir} \\ \text{cercle de trous à monter} \end{array}$$

- **Choix des méthodes.**

La méthode courante permet, à plateaux dont on dispose, de faire toutes les divisions jusqu'à **50**.

A partir de **50**, lorsque les deux termes de la fraction  $K/Z$  sont des nombres premiers entre eux, la fraction étant irréductible le procédé est inapplicable. On peut alors faire appel à **la méthode composée**. Qui n'est utilisable que si  $Z$  ne se trouve pas être un nombre premier, sinon c'est à **la méthode différentielle** qu'il faut enfin avoir recours.

#### 3.3.2.2 Méthode composée.

**Mode opératoire.** Certaines divisions non réalisables par la méthode courante (c'est-à-dire avec un seul déplacement de manivelle) peuvent être obtenues par la méthode composée (c'est-à-dire avec deux déplacements de manivelle) en faisant usage pour une même division,

de deux cercles de trous, portés par un ou deux plateaux. Ce procédé de division à double déplacement nécessite, si les cercles de trous diviseurs ne se trouvent pas sur le même plateau, un montage spécial à deux plateaux **P** (Figure 3.9), fixés solidairement sur le manchon **D**, l'un relatif au premier déplacement, l'autre au second.

Bien entendu, le verrou **2** fixé sur le corps **C** du o diviseur est utilisé dans les opérations de division,

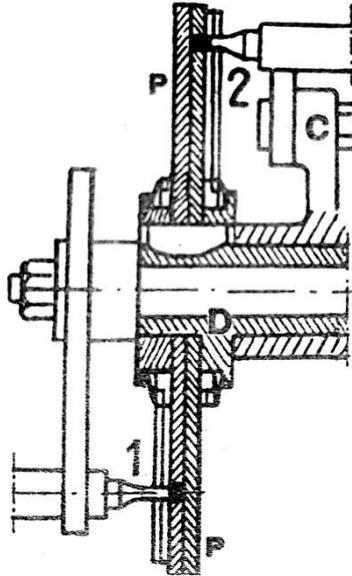


Figure 3.9 : montage spécial de deux plateaux.

Marche à suivre avec exemples.

### Exemple 1.

Soit à effectuer **63** divisions. On a :

$$\frac{k}{z} = \frac{40}{63} \text{ (fraction irréductible non simplifiable).}$$

On ne dispose pas de cercle de **63** trous. On pose :

$$\frac{40}{63} = \frac{x}{63} \pm \frac{y}{63}$$

On décompose alors la fraction irréductible ci-dessus en deux fractions simplifiables, de façon que leur somme ou leur différence soit équivalente à la fraction génératrice. Ces deux fractions doivent, en outre, pouvoir fournir des dénominateurs dont les nombres figurent sur un des cercles diviseurs. Soit :

$$\frac{40}{63} = \frac{33}{63} + \frac{7(1^\circ)}{63} = \frac{11}{21} + \frac{1(2^\circ)}{9} = \frac{11}{21} + \frac{3(3^\circ)}{27} \frac{\text{cercles diviseurs}}{\text{trous à franchir}}$$

(1°) fractions composantes ;

(2°) fractions composantes simplifiées ;

(3°) fractions composantes à dénominateur utilisable.

On montera le ou les plateaux contenant les cercles de **21** et, **27** trous. On réglerà le pointeau **1** dans le cercle de **21** trous et son alidade pour **11** intervalles ; le pointeau **2** dans le cercle de **27** trous et son alidade pour **3** intervalles.

**1<sup>ère</sup> opération :**

Dégager le pointeau **1** et tourner les **11** intervalles du cercle de **21** trous.

### 2<sup>ème</sup> opération :

Dégager le pointeau **2** et, sans toucher au verrou **1**, tourner le plateau, dans le même sens, de **3** intervalles du cercle de **27** trous.

A chaque division, on a donc fait  $(11/21) + (3/27)$  de tour et pour **63** divisions :

$$\left(\frac{11}{21} \times 63\right) + \left(\frac{3}{27} \times 63\right) = 33 + 7 = 40 \text{ tours de manivelle,}$$

C'est-à-dire 1 tour entier de la pièce.

### Exemple 2.

Soit à effectuer des intervalles de **3°10**.

1 tour de la pièce =  $360^\circ = 21\ 600'$ .

1 division =  $3^\circ 10' = 190'$ .

Z (nombre de divisions à opérer) =  $21\ 600/190$ , D'où :

$$\frac{k}{z} = \frac{40}{\frac{21600}{190}} = \frac{40 \times 190}{21600} = \frac{76}{216} = \frac{19}{54} \text{ (fraction irréductible)}$$

Conformément à l'exemple 1, on pose :  $\frac{19}{54} = \frac{x}{54} \pm \frac{y}{54}$

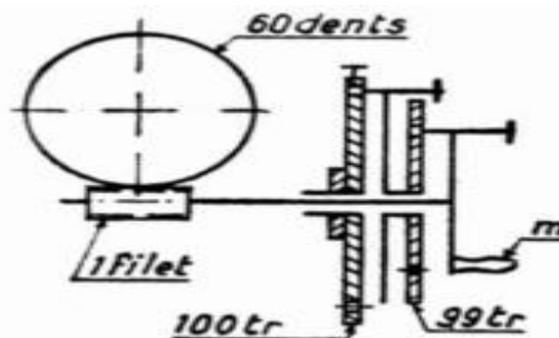
$$\frac{19}{54} = \frac{22}{54} - \frac{3(1^\circ)}{54} = \frac{11}{27} - \frac{1(2^\circ)}{18} = \frac{11}{27} - \frac{2(3^\circ)}{36} \text{ trous à franchir}$$

cercles diviseurs

On opère de la même façon que précédemment, mais ici, les fractions composantes étant réunies par le signe (-), dans la deuxième opération le plateau doit tourner en sens inverse : tourner franchement en arrière et revenir à la division repérée, tous les jeux de fonctionnement rattrapés dans un seul sens de rotation.

### 3.3.2.3 Méthode par division décimale.

On trouve cette application sur un diviseur **S.O.M.U.A.** Elle dérive, d'ailleurs, de la méthode précédente puisque, comme la division composée, elle utilise deux plateaux. Elle exige, cependant, que le diviseur soit équipé d'un dispositif ad hoc et de deux plateaux spéciaux, munis l'un d'un cercle de **100** trous. L'autre d'un cercle de **99** trous (**Figure 3.10**), le rapport **K** de la roue à la vis sans fin étant, dans ce cas, égal à **60**.



**Figure 3.10** : schéma principal.

L'avantage du procédé est qu'il permet, en combinant la rotation des **2** plateaux, d'exécuter (avec une erreur théorique négligeable) toutes les divisions qui seraient irréalisables autrement, sans le secours de la méthode différentielle exposée plus loin.

L'erreur mathématique angulaire minimum, est de :

$$(1/99) - (1/100) = 0,0101. - 0,01 = 0,00 01 \text{ ou } 1/104.$$

- **Mécanisme de l'opération**

Soit à effectuer **151** divisions. On pose :

$$\frac{k}{z} = \frac{60}{151} = 0,39 \text{ 73 } 51 = \frac{x}{100} \pm \frac{y}{99}$$

En opérant avec quatre décimales, cela fait :

$$0,39 \text{ 73 } = \frac{x}{100} \pm \frac{y}{99} \quad (1)$$

Choix du signe. Si les deux premières décimales forment un nombre supérieur au nombre correspondant aux deux dernières décimales (en gras), c'est le signe (+) qu'il convient d'adopter et l'on prend y égal à ce dernier nombre.

Si, au contraire, le nombre formé par les deux dernières décimales (en gras) est supérieur au nombre formé par les deux premières (cas de l'exemple avec **73**), c'est le signe (-) qu'il faut choisir et, dans ce cas, l'on prend y égal à **100 -- 73**. Soit :

$$Y = 100 - 73 = 27.$$

En remplaçant x et y, dans l'expression (1), on obtient cette fois :

$$0,3973 = \frac{x}{100} - \frac{27}{99} = \frac{x}{100} - 0,27 \text{ 27}.$$

$$D'où \frac{x}{100} - 0,39 \text{ 73} + 0,27 \text{ 27} = 0,67 \text{ et } x=67.$$

$$\text{En définitive : } \frac{60}{151} = \frac{67}{100} - \frac{27}{99} \text{ } \frac{\text{trous à franchir}}{\text{cercles diviseurs}}.$$

Calcul de l'erreur.

Fraction génératrice :

$$\frac{60}{151} = 0,39 \text{ 73 } 51. \text{ 151}$$

Fractions composantes :

$$\frac{60}{151} - \frac{27}{99} = 0,67 - 0,27 \text{ 27 } 27 = 0,39 \text{ 72 } 72.$$

Erreur (en moins) par division :

$$0,39 \text{ 73 } 51 - 0,39 \text{ 72 } 72 = 0,0000 \text{ 78}.$$

Erreur sur **151** divisions :

$$0,00 \text{ 00 } 78 \times 151 = 0.01 \text{ 17 } 78.$$

Si la pièce à **250** mm de diamètre, sa circonférence a pour longueur **250 x π = 785,4 mm**. La longueur d'arc relevant d'une division est égale à **785,4/151 = 5,2 mm**.

L'erreur mathématique angulaire à la **151** e division étant de **0,01 17 78**, l'erreur linéaire sur l'arc correspondant à cette division est de : **5,2 x 0,01 17 78 = 0,06 mm**

(Erreur excessive, dans bien des cas).

- **Réduction de l'erreur par compensation.**

$$\text{Si, au lieu de } \frac{60}{151} = \frac{67}{100} - \frac{27}{99},$$

On pose :  $\frac{60}{151} = \frac{66}{100} - \frac{26}{99}$ ,

On trouve :  $\frac{66}{100} - \frac{26}{99} = 0,66 - 0,262626 = 0,397373$ .

Soit une erreur (en plus, cette fois) au regard de la fraction génératrice,

De :  $0,397373 - 0,397351 = 0,000022$  par division.

**Technique des compensations** : Pour compenser les erreurs et ramener le résultat aussi près que possible de la valeur de la fraction génératrice ; on combine l'alternance des divisions, en en prenant chaque fois une ou plusieurs, soit avec l'erreur « en plus », soit avec l'erreur 66 en moins”.

**Exemple** :

1 division avec  $\frac{67}{100} - \frac{27}{99} = -0,000078$

4 divisions avec  $\frac{66}{100} - \frac{26}{99} = 0,000022 \times 4 = 0,000088$ .

Erreur sur 5 divisions successives =

Erreur sur 151 divisions =  $0,00001 \times \frac{151}{5} = 0,0003$ .

Erreur linéaire sur l'arc à la 151° division (selon l'exemple précédent):

$$5,2 \times 0,0003 = 0,00156 \text{ mm}$$

(Soit une erreur bien inférieure aux tolérances habituelles).

### 3.3.2.4 Méthode différentielle.

Cette méthode est surtout utilisée pour les divisions en nombre premier, la méthode de la Division composée, en l'occurrence, inopérante. Le principe de cette méthode différentielle, D'ailleurs, est assez comparable à celui de la méthode composée, puisque, comme dans celle-ci, on fait appel à deux mouvements soustractifs ou additifs. Toutefois, dans la méthode Différentielle, les deux mouvements se produisent simultanément, en permettant la division avec un seul cercle de trous.

**Principe.** La division est obtenue en reliant cinématiquement la broche **B** de la poupée

A manchon **D** Figure 3.11 manchon sur lequel est fixé le plateau. Diviseur **P**. Cette liaison cinématique, est assurée à l'aide d'un train d'engrenages sur la lyre et, par

L'intermédiaire du relais **X**, d'un jeu de pignons coniques.

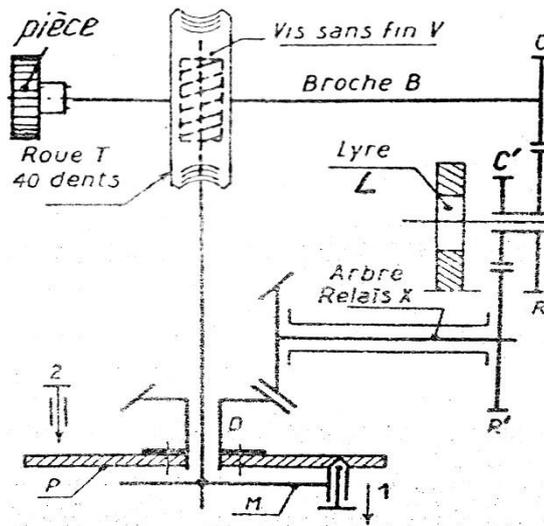


Figure 3.11 : chaîne cinématique.

Le verrou **2** étant tenu constamment effacé, l'opérateur pour effectuer la division, dégage le verrou **1** du trou de départ pour l'amener au trou d'arrivée. Il s'ensuit que la broche **B** tourne en transmettant le mouvement au plateau diviseur **P**. Selon le cas, ce dernier se meut soit dans le sens de rotation de la manivelle **M**, soit en sens inverse.

L'angle engendré par le verrou pendant sa rotation entre le trou a et le trou b, se trouve augmenté ou diminué (**Figure 3.12**), en raison du déplacement relatif du plateau **P** par rapport à la manivelle **M**. Ceci a pour résultat d'ajouter en de retrancher une ou plusieurs divisions de la division normalement choisie.

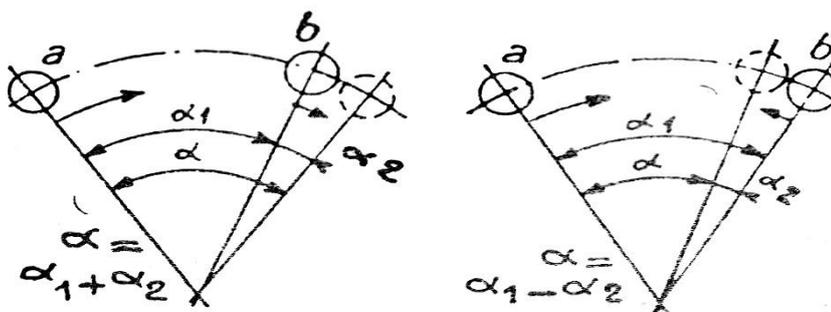


Figure 3.12 : Changements d'angle.

Soit :

$\alpha_1$ <sup>e</sup> déplacement angulaire de la manivelle;

$\alpha_2$ <sup>e</sup> le déplacement correctif ou supplémentaire du plateau;

$\alpha$  le déplacement résultant ou effectif de la division obtenue.

**1<sup>er</sup> cas** : Le plateau se déplace dans le même sens que le verrou, on a :  $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$  vue 1.

**2<sup>eme</sup> cas** : Le plateau vient à la rencontre du verrou, on a :  $\alpha = \alpha_1 - \alpha_2$  vue 2.

**Marche à suivre avec****Application numérique****1° choix du plateau diviseur déterminant l'angle  $\alpha_1$  :**

Choisir une division  $Z_1$  voisine de la division à effectuer  $Z$ , qui peut être obtenue par la Méthode courante.

Soit à exécuter **302** diviseurs On a :

$$\frac{k}{z} = \frac{40}{302} = \frac{20}{151} \text{ (fraction irréductible).}$$

**151** étant un nombre premier, la méthode composée est inapplicable. Choisir une division Approchée. Soit  $Z_1 = 300$ .

$$\text{On trouve : } \frac{k}{z_1} = \frac{40}{300} = \frac{2}{15} \quad \frac{\text{nombre de trous à franchir}}{\text{cercle de trous à monter}}$$

**2° calcul d'un équipement de roues déterminant l'angle  $\alpha_2$** 

Le déplacement correctif  $\alpha_2$ , du plateau est obtenu à l'aide d'un train d'engrenages. Celui-ci Peut être composé soit d'un train à deux roues avec intermédiaire :

$C$  *roue menante à monter sur la broche*  
 $R$  *roue menée à monter sur l'arbre relais*

Soit d'un montage à quatre roues :

$$\frac{C}{R} \times \frac{C'}{R'} = \frac{\text{roue menantes}}{\text{roue menées}}$$

Selon que  $Z$ , choisi, est plus grand ou plus petit que  $Z$  nombre de divisions à effectuer, adopter l'une ou l'autre formule :

$$\frac{C}{R} = \frac{k(z_1 - z)}{z_1} \quad \text{ou} \quad \frac{C}{R} = \frac{k(z - z_1)}{z_1}.$$

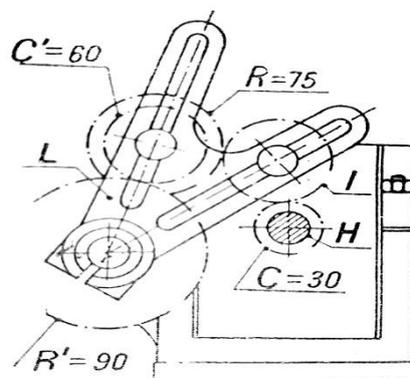
Dans le cas de l'exemple ci-dessus, on a :

$$\frac{C}{R} = \frac{k(z - z_1)}{z_1} = \frac{40(302 - 300)}{300} = \frac{80}{300} = \frac{4}{15} = \frac{24 C}{90 R}$$

A défaut d'une roue de **24** dents, poser

$$\frac{4}{15} = \frac{2}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{30}{75} \times \frac{60}{90}$$

Montage matérialisé **Figure 3.13**



**Figure 3.13** : montage matérialisé.

Soit :

$$30 C \rightarrow 75 R$$

$$60 C^{\wedge} + 90 R'$$

**I**, étant une roue intermédiaire.

**Remarque importante :**

Si le rapport de rotation de l'arbre-relais au plateau **P** (fig. VI-12) était différent de **1/1** (cas Généralement adopté), il faudrait modifier en conséquence le rapport **C/R**.

**Vérification :**

On a donc fait, pour chaque division :

**4/30** de tour à la manivelle moins **24/90** de **1/302** de tour de plateau, et pour **302** divisions :

$$\left(\frac{4}{30} \times 302\right) - \left(\frac{24}{90} \times \frac{1}{302} \times 302\right) = 40,266 - 0,266 = 40 \text{ tours,}$$

Soit un tour complet de la pièce.

**.3° sens de rotation a donner au plateau diviseur.**

Lorsque **Z<sub>1</sub>**, choisi est > que **Z**, la rotation corrective du plateau diviseur devra être de même Sens que celui de la rotation imprimée a la manivelle, et de sens contraire quand **Z<sub>1</sub>**, est choisi < que **Z**.

**Z<sub>1</sub> > Z** : même sens que celui de la manivelle ; **α < α<sub>1</sub>**.

**Z<sub>1</sub> < Z** : sens inverse de celui de la manivelle ; **α > α<sub>1</sub>**.

Cette dernière solution (cas de l'exemple précité) est préférable à l'autre, à cause du rattrapage des jeux Fonctionnels résultant des deux mouvements in versés.

**Modification du sens de rotation.**

On modifie, s'il y a lieu, le sens de rotation du plateau par rapport à celui de la manivelle, en Montant une roue supplémentaire **I** (d'un nombre de dents quelconque), intermédiaire entre les

Roues **C et R** (cas de la fig. VI-15), ou entre les roues et **R' et C<sup>^</sup>** engrenage n'a aucune Influence sur le rapport des vitesses.

### 3.4 Divisions linéaires.

Les divisions rectilignes sont effectuées par déplacements de la table de la fraiseuse. Trois Procédés peuvent être utilisés : **a)** au moyen du cadran de la machine ; **b)** au moyen de Plateaux diviseurs à trous ; **c)** au moyen d'engrenages.

#### 3.4.1 Division au moyen du cadran.

Le réglage des déplacements de la table ne saurait être réalisé d'une façon satisfaisante au Moyen du cadran gradué, quand la mesure de ces déplacements engendre la Rotation d'un nombre de traits sans rapport simple avec la graduation. Le procédé qui consiste à ramener le cadran à zéro à chaque division pour effectuer par lecture le réglage du

Déplacement, est d'une précision relative.

Soit une table de machine sur laquelle on a monté un cadran de **500** divisions ; la vis de Commande ayant un pas de 5 mm. La rotation d'une division devant le repère fixe, fera Déplacer longitudinalement la table de  $\frac{5}{600} = 0,01 \text{ mm}$  (1/100 de mm).

Pour effectuer des divisions  $\pi$  (**3,1416**) par exemple, on ramènera le cadran à **zéro**, puis on le Fera tourner chaque fois de **314** graduations. Il s'ensuivra une erreur linéaire par division de **0,001 6 mm** et de **0,016 mm** par longueur de **10** divisions ou **31,4 mm**

### 3.4.2 Division au moyen d'un plateau a trous.

Le dispositif représenté figure VI-16, placé en bout de la table, utilise le principe de la Division. On obtient très facilement un déplacement de la table Avec précision.

#### Eléments symboles du calcul.

Soit :

**P**, le déplacement de la table par division ;

**P<sub>v</sub>**, le pas de la vis de commande de la table ;

**n**, le nombre de tours ou fraction de tour par division.

#### 1° Division métrique :

Pour une vis au pas de **4 mm**, on montera un plateau **P** de **40** trous (de **50** trous, pour un pas de **5 mm**, etc...). Lorsque la manivelle **M** fait 1 tour, la table avance de **4 mm**, et de **0,1 mm** lorsque le pointeau à plongeur effectue une rotation d'un trou.

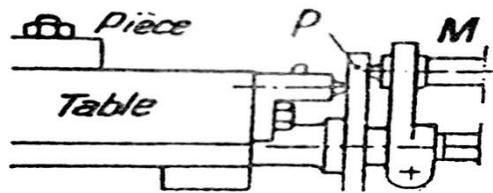


Figure 3.14 : division au moyen d'un plateau a trou

#### Exemple :

On veut déplacer la table de 10,1 en 10,1 mm; pas de la vis de la table ou **P<sub>v</sub> = 5 mm**.

$$n = \frac{p}{p_v} = \frac{10,1}{5} = \frac{101}{50} = 2 \text{ tours } \frac{1}{50} \quad \frac{\text{trou à franchir}}{\text{plateau diviseur}}$$

2e Division des crémaillères au module :

Soit à déterminer un cercle de trous pour failler une crémaillère au module, **M = 3**;

**P = 4 mm**.

**P(pas) =  $\pi M = 3.1416 \times 3 = 9,424 0 \text{ mn}$** .

On remplacé par le rapport  $\frac{22}{7} = 3,1498$ .

on obtient :

$$p = \frac{22}{7} \times 3 = \frac{66}{7}, \text{ d'où :}$$

$$n = \frac{p}{pv} = \frac{66}{7} = \frac{66}{7 \times 4} = \frac{66}{28} = 2 \text{ tours } \frac{10}{28} \frac{\text{trous à franchir}}{\text{plateau diviseur}}$$

Avance obtenue par division :

$$P = (2 \times 4 \text{ mm}) + \left( \frac{10}{28} \times 1 \text{ mm} \right) = 8 + 1,4285 = 9,4285 \text{ mm}$$

Soit une différence par division de  $9,4285 - 9,4248 = 0,0037$  mm et de  $0,037$  mm par **10** divisions ou longueur de **94,2 mm**

La différence mathématique entre la valeur et l'expression fractionnaire  $22/7$  entraîne, dans l'exemple, une erreur de  $3,7\mu$  par division (ou dent). Or, dans un système pignon-crémaillère **4** ou **5 dents** seulement sont en prise ; si l'on fait porter l'erreur sur **5 dans** cette erreur serait au maximum de  $3,7 \times 5 = 18,5\mu$  pratiquement acceptable dans les tolérances courantes.

Ceci, quand il s'agit du déplacement d'une table ou d'un chariot par pignon-crémaillère dont la précision, quant à la valeur exacte du déplacement, n'est pas une des conditions recherchées, Autrement, la substitution  $\pi$  d'un rapport plus approchant (ci-dessous peut conduire à un meilleur résultat, mais aussi, quelquefois, à la méthode composée du double déplacement.

Valeurs fractionnaires approchées de  $\pi$ .

$$\frac{22}{7} = \frac{2 \times 11}{7} = 3,14285. \text{ Ecart par excès : } 0,0016.$$

$$\frac{245}{78} = \frac{7 \times 35}{2 \times 3 \times 13} = 3,14202. \text{ Ecart par défaut : } 0,00058.$$

$$\frac{377}{120} = \frac{13 \times 29}{3 \times 4 \times 10} = 3,14166. \text{ Ecart par excès : } 0,00006.$$

### Exemple 2.

Soit à tailler une crémaillère au module,  $M=4$  ; pas de la vis de la table,  $P_v = 5$  mm

### Remarque :

$p = \pi M$  quand il s'agit d'une crémaillère à denture droite. Dans le cas d'une crémaillère à denture oblique,  $p = \pi M / \cos \alpha$ , représentant l'angle d'inclinaison de la denture suivant quel la table est orientée pour le taillage.

De ce fait, le cosinus qui figure au dénominateur étant toujours  $n$  nombre décimal à plusieurs chiffres, la substitution à  $\pi$  selon les exemples donnés, d'une valeur fractionnaire approchée devenait insupportable. En ce cas, c'est à la méthode des réduites qu'il faut avoir recours pour remplacer, pas une fraction sensiblement équivalente, l'expression  $(\pi M) / \cos \alpha$  adduite en termes les plus simples.

Si l'on remplace  $\pi$  par le rapport  $377/120$ , on obtient :

$$P = \frac{377}{120} \times 4 = \frac{377 \times 4}{120} = \frac{377}{30}, \text{ d'où :}$$

$$n = \frac{p}{pv} = \frac{\frac{377}{30}}{5} = \frac{377}{30 \times 5} = \frac{377}{150} \text{ (fraction irréductible).}$$

$$\text{On pose : } \frac{377}{150} = \frac{372}{150} + \frac{5}{150} = \frac{62}{25} + \frac{1}{30} = 2 \frac{12}{25} + \frac{1}{30}$$

Dans le premier déplacement, la manivelle doit décrire **2** tours et **12** intervalles sur un cercle de 25 trous ; le second déplacement fait tourner, dans le même sens, l'ensemble plateau et

manivelle de 1 intervalle sur un cercle de 30 tours. Dans ce cas, on ajoute au dispositif un pointeau-plonge arrière, réglable, visible.

**Avance obtenue par division :**

$$P = (2 \times 5 \text{ mm}) + \left(\frac{12}{25} \times 5 \text{ mm}\right) + \left(\frac{1}{30} \times 5 \text{ mm}\right)$$

$$= 10 + 2,4 + 0,16666 = 12,5666 \text{ mm}$$

Soit une différence par division de  $12,5666 - 12,7634 = 0,0002 \text{ mm}$ , et de  $0,02 \text{ mm}$  par 100 divisions on longueur de 1.25 mètre :

### 3.4.3 Division au moyen d'engrenages.

Le dispositif de division par engrenages, représenté figure VI-17, est placé en bout de la table de la fraiseuse, soit en lieu et place du palier démontable qui supporte la vis de la table, soit fixé sur le dessus de la table au moyen de deux boulons (fig. VI-19).

Le plateau diviseur **P** et la roue de commande **C** sont solidaires sur une même fourrure et tournent ensemble : Un verrou à plongeur repère la position du plateau

l'immobilise à chaque rotation qu'il doit effectuer pour assurer les divisions. Le montage des roues dentées se fait sur un bras d'rainure L ainsi que l'indiquent les figures V1-17 et 19.

$$\text{Formule : } \frac{p}{pv \times n} = \frac{C}{R} \text{ ou } \frac{C}{R} \times \frac{C'}{R'} \frac{\text{roues menantes}}{\text{roues menées}}$$

**n**, nombre initial de tours du plateau diviseur.

#### 1. Division métrique :

Soit à déplacer la table de 12,5 en 12,5 mm ;

Pas de la vis,  $P_v = 5 \text{ mm}$ . On a ;

$$\frac{p}{pv \times n} = \frac{12,5}{5 \times 2} = \frac{125}{100} = \frac{5}{4} = \frac{50 C}{40 R} \frac{\text{roues menante}}{\text{roues menée}}$$

**C** : solidaire du plateau ;

**R** : calée sur la vis de la table ;

les deux roues reliées par une ou deux intermédiaires.

**Vérification :**

Pour 2 tours de plateau, la table avance de :

$$P = \frac{(C \times n) \times pv}{R} = \frac{(50 \times 2) \times 5}{40} = 12,5 \text{ mm} .$$

**Note :**

À défaut des dispositifs on peut faire usage d'un simple engrenage fixé sur la vis, et d'un verrou à plongeur fixé sur la table, agencement représenté

En reprenant l'exemple précédent, on pose :

$$\frac{p}{pv} = \frac{12,5}{5} = \frac{25}{10} = \frac{100}{40} = 2 \text{ tours } \frac{20}{40} \quad \frac{\text{dents à franchir}}{\text{engrenage diviseur}}$$

On placera un engrenage de 40 dents sur la vis et on le fera tourner de 2 tours + 20 dents.

## 2. Division des crémaillères au module.

Soit à trouver un équipement de roues pour tailler le module 1 ;

$$P_v = 5 \text{ mm}$$

On a (page 178) :

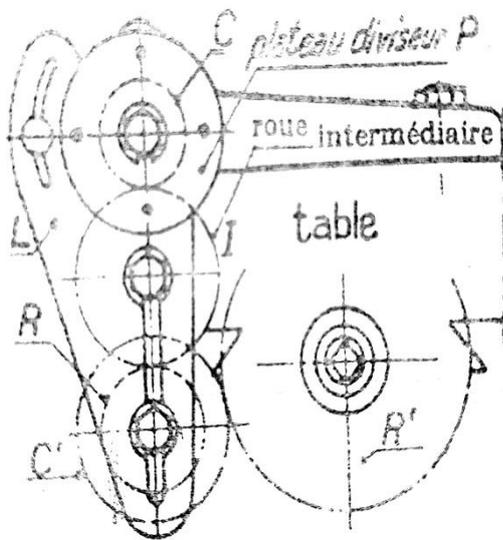
$$p = \pi M = 3,1416 \times 1 = 3,1416 \text{ mm}$$

En remplaçant  $\pi$  par le rapport 377/120, on obtient :

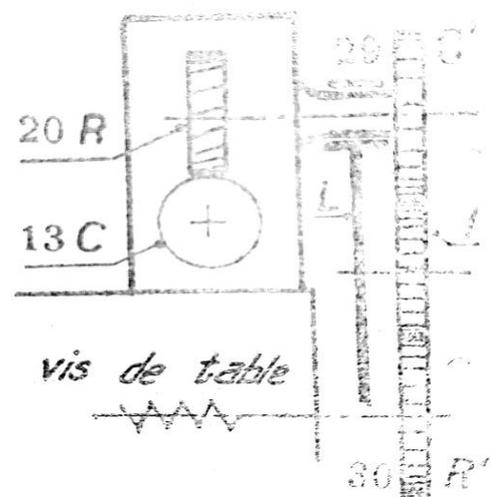
$$P = \frac{377}{120} \times 1 = \frac{377 \times 1}{120} = \frac{377}{120}, \text{ d'où :}$$

$$\frac{p}{pv \times n} = \frac{\frac{377}{120}}{5 \times 1} = \frac{377}{120 \times 5} = \frac{13 \times 29}{12 \times 50} = \frac{26 C}{24 R} \times \frac{29 C'}{50 R'}$$

Les roues étant petites, on placera une roue intermédiaire 1 entre les roues menante et menée C et R (montage **Figure 3.15**).



**Figure 3.15** : montage des roues



**figure 3.16** : schéma a cote

- **Avance obtenue par division.**

Pour 1 tour du plateau diviseur, c'est-à-dire de la roue C, la table avance de :

$$p = \frac{(C \times n) \times C' \times pv}{R \times R'} = \frac{(26 \times 1) \times 29 \times 5}{24 \times 50} = 3,14166 \text{ mm}$$

Soit une différence par division de **0,000 06 mm**, et de **0,06 mm** par **1 000** divisions ou longueur de **3,14** mètres.

NOTA :

Les roues ci-dessus ayant été déterminées en fonction du module 1, si l'on utilise un plateau diviseur pourvu de 4 trous ou de 4 encoches, on pourra par la suite, tailler tous les modules :  
le module **0,50** nécessitera **1/2** tour du plateau

le module **2,25** nécessitera **2** tours 114 du plateau, etc.

**Emploi d'une poupée diviseur.**

**a)** L'équipage disposé d'une façon particulière dans un carter peut former un dispositif en bout de la table ; la roue C serait commandée par une manivelle extérieure à pointeau plongeur, se déplaçant devant un plateau diviseur à trous, fixé sur le carter.

**b)** A défaut d'appareil, on peut utiliser la poupée diviseur, que l'on place à l'extrémité de la table l'exemple de la

On fera choix a un plateau comportant un cercle de trous divisibles par **4** et l'on actionnera l'ensemble, plateau et manivelle, pour assurer la division à l'aide du verrou arrière.



# Chapitre 4 : fraisage hélicoïdale

### 4.1.Génération du pas d'hélice

Les principales applications du fraisage en hélice sont le taillage des engrenages hélicoïdaux, vis sans fin, forets, fraises, et

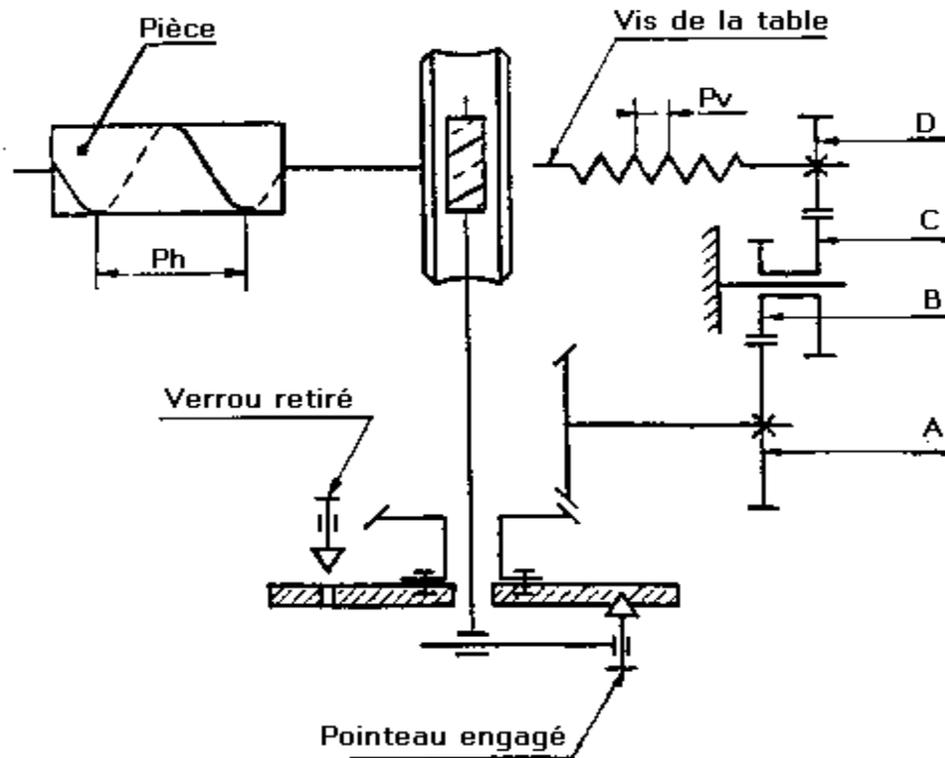


Figure 4.1 chaîne cinématique

Pour exécuter sur la fraiseuse un taillage hélicoïdal, l'hélice est obtenue sur la pièce en faisant subir à celle-ci un mouvement de rotation conjugué avec un mouvement de translation longitudinale sur la table.

### Chaine cinématique de réalisation du mouvement hélicoïdal.

Le mouvement de rotation de la pièce est subordonné à celui de la manivelle **M** cependant que le mouvement de translation longitudinal de la table est tributaire du mouvement de rotation du plateau **P** (**figure4.1**). Pour conjuguer les deux mouvements pointeau 1 doit donc tenir dans un trou du cercle diviseur du plateau **P** pendant l'opération de taillage tandis que le verrou **2** d'immobilisation doit être retiré

Il suffit de suivre sur la figure les conséquences de la rotation imprimée soit à la manivelle **M** (dans les cas de pas à produire courts), soit à la vis de commande de la table (dans les cas de pas à produire très allongés) pour voir que dans l'un ou l'autre cas. La vis sans fin **V** de commande de la roue **T** (donc de la pièce) et la vis de commande de la table, sont entraînées au mouvement l'une par l'autre indifféremment. Cette liaison est assurée à l'aide d'un train d'engrenages sur la lyre et, grâce au relais **X**, par l'intermédiaire d'un groupe de pignons cylindro-coniques,

#### 4.1.1. Réalisation Pratique De L'opération

On est conduit

1. À calculer le pas d'avancement de la table pour un tour de la broche du diviseur
2. À établir le rapport des roues à monter sur la lyre
3. À définir le sens de l'hélice.

##### 4.1.1.1 Pas d'avancement de la table.

Ce pas est déterminé en multipliant le pas de la vis de la table par le nombre de tours qu'effectue l'arbre-relais **A** de la poupée, pendant une rotation de la broche (c'est-à-dire de la pièce).

Le nombre de tours du relais **X** est, générale, égal au rapport roué-vis sans fin = **K**. Si **K = 40 pas** de la vis de la table ou **P<sub>v</sub> = 5 mm**, le pas dan

Avancement **P** pour **1** tour de la broche ou, ce qui revient au même, pour **40** tours de la vis sans fin est de :

$$P = P_v \times K = 5 \times 40 = 200 \text{ mm}$$

##### 4.1.1.2 Calcul des roues

- Le rapport des roues à monter dépend du rapport des deux facteurs suivants :

Du pas de l'hélice **P<sub>h</sub>**.

Du pas d'avancement de la table **P**.

On a :

$$\frac{P_h}{P_v} = \frac{p_h}{P_v \times K} = \frac{C}{R} \text{ OU } \frac{C'}{R'} \times \frac{C}{R} \text{ montage figure 4.2}$$

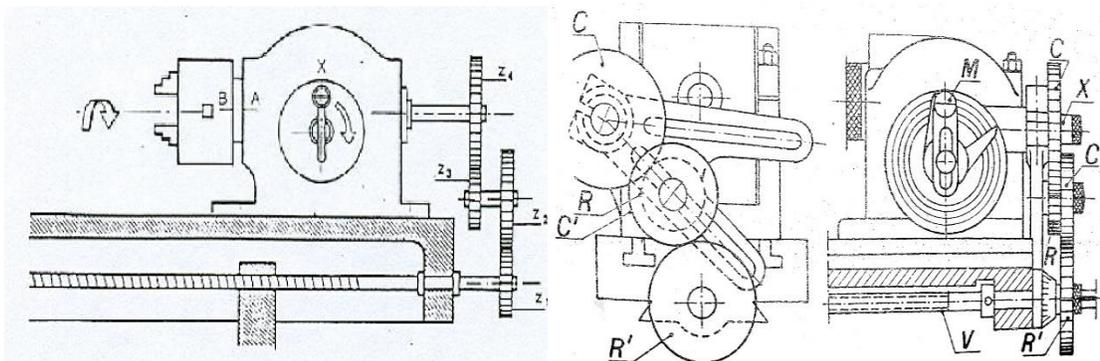
**Exemple :**

- Soit à calculer un équipement de roues pour obtenir un pas d'hélice  $P_h$  de **300 mm**, pas de la vis de la table,  $P_v = 5 \text{ mm}$  ; rapport du diviseur,  $K= 40$ .

$$\frac{P_h}{P_v} = \frac{300}{5 \times 200} = \frac{3}{2} = \frac{60}{40} = \frac{C}{R} \quad \begin{array}{l} \text{roue sur la poutree} \\ \text{roue sur la vis de la table} \end{array}$$

Le montage peut être fait à deux roues et une roue intermédiaire. Le calcul d'un montage à quatre roues serait le suivant

$$\frac{3}{2} = \frac{6}{4} = \frac{2}{1} \times \frac{3}{4} = \frac{100}{50} \times \frac{60}{80} \text{ soit } 100C \rightarrow 50R \quad 60C' \rightarrow 80R'$$



**Figure 4.2** montage matérialise

#### 4.1.1.3 Sens de l'hélice.

Avant de procéder à l'opération de fraisage, il faut vérifier si l'hélice se développe bien dans le sens désiré ; dans le cas contraire, on intercalera une roue intermédiaire supplémentaire d'un nombre de dents quelconque. Si le montage est à quatre roues, l'intermédiaire sera placée soit entre C et R, soit entre C et R'. Cette roue n'affectera pas le rapport calculé, mais inversera le sens de rotation de la pièce et par conséquent celui de l'hélice.

- **Limites Des Pas Possibles.**

- **Limite inférieure**

Prendre pour numérateur les deux plus petites roues de la série et pour dénominateur, les deux plus grandes,

Sont :

$$\frac{24 \times 25}{100 \times 120} \times 200 \mathbf{P} = \mathbf{10 \text{ mm}}$$

- **Limite supérieure** renverse les facteurs on obtient

$$\frac{100 \times 200}{24 \times 25} \times 200 \mathbf{P} = \mathbf{4 \text{ metres}}$$

**Hélice à faible pas.** Lorsque le pas à faire est très court et que les calculs conduisent à des roues inexistantes dans la série, on peut néanmoins, avec un dispositif de commande directe de la broche du diviseur, sans passer par la vis sans fin, augmenter notablement la marge des combinaisons.

La vis sans fin, en ce cas, doit être débrayée. On monte alors, vissé à bloc, le mandrin **H** dans la broche de la poupée (figure 4.2). Il suffit de relier ce mandrin (c'est-à-dire la broche) à la vis de commande de la table, à l'aide de roues. Ces roues sont déterminées en divisant le pas de l'hélice **P<sub>h</sub>** à produire, par le pas **P<sub>v</sub>** de la vis de commande de la table.

Au lieu de  $\frac{p_h}{P_v \times K} = \frac{C}{R}$  on pose  $\frac{P_h}{P_v} = \frac{C}{R}$  ou  $\frac{C}{R} \times \frac{C'}{R'}$

**P<sub>v</sub> × K** représentant le pas d'avancement **P** de la table pour une rotation de la broche.

Le procédé n'est valable que si le problème de la division ne se pose pas. Dans le cas contraire, on peut avoir recours à l'artifice employé sur le tour et qui consiste à utiliser comme diviseur la roue montée sur la broche ; le nombre de dents de cette roue doit être un multiple du nombre de divisions à effectuer.

## 4.2. Réalisation des pas décimaux

Les pas exprimés par un nombre décimal à plusieurs chiffres conduisent, le plus souvent, à des solutions impossibles. S'il s'agit de taillage d'engrenages hélicoïdaux ou de fraises à denture hélicoïdale, dont les pas sont généralement grands, on peut se contenter d'un pas approché avec une forte tolérance afin d'aboutir à une solution satisfaisante. Dans tous les autres cas (vis sans fin par exemple), on est amené à trouver les roues par la méthode des réduites exposées plus loin.

### 4.2.1 Pas au module des vis sans fin.

Préliminaire On sait que le pas des vis sans fin, fonction de  $\pi$ , se calcule à l'aide

$$\text{De la formule : } P = \frac{\pi M \times n}{\cos \alpha} = \frac{\pi \times \text{module} \times \text{nombre de filets}}{\cos \text{ de l'angle d'inclinaison de filets}}$$

- a) **Dans le cas d'une vis à 1 filet (ou à 2 filets à faible pas)**, l'angle  $\alpha$  d'inclinaison du filet est petit ; jusqu'à 5 environ son cosinus est de peu inférieur à 1. On peut alors, dans les calculs, négliger le nombre représentant le cosinus et opérer sans lui à l'aide de la formule :

$$p = \pi M \times n = \pi \times \text{module} \times \text{nombre de filets}$$

Calculer des roues de des rapports approchés recèdent, relatif

Mais le nombre **3,1416** se prête mal au calcul des roues de filetage. Aussi le remplace-t-on par un des rapports décomposables, utilisés au chapitre précédent aux divisions linéaires. En ce cas, la formule devient

$$P = \frac{22}{7} \times M \times n \text{ ou } = \frac{245}{78} \times M \times n \text{ ou } = \frac{377}{120} \times M \times n$$

Après simplification de l'expression, on procède l'habitude en posant, pour établir le rapport des roues :

- b) **Dans le cas d'une vis sans fin à forte inclinaison d'hélice** (vis de faible diamètre à gros module ou vis à plusieurs filets) le **pas**, déterminé à l'aide de l'expression (1) ci-dessus (dans laquelle au numérateur figure la valeur  $\pi$  et au dénominateur un cosinus à nombre décimal), se prête mal au calcul des roues de filetage. On recherche alors une combinaison donnant un **pas** approché acceptable, en remplaçant le rapport  $\frac{Ph}{P}$  par une valeur fractionnaire sensiblement équivalente, déterminée par la méthode des réduites exposée ci-après.

### 4.2.2 Calcul approché d'un pas par la méthode des réduites.

Marche approche d'un pas par la méthode des réduites

Soit à déterminer un équipement de roues pour tailler, à la fraiseuse, une vis sans fin :  $M = 2,75$   $n = 4$ ;  $d_p$  ( $\emptyset$  primitif) = **48 mm**

Pas de la vis de la table,  $P_v = 5$  mm, Rapport du diviseur,  $K = 60$ .

a) Angle d'inclinaison  $\alpha$  du filet

$$\sin\alpha = \frac{M \times n}{dp} = \frac{2,75 \times 4}{48} = 0,229 \quad \text{ou } \alpha = 13^\circ$$

b) Pas de l'hélice (ou de filetage)  $P_h$  :

$$P_h = \frac{\pi M \times n}{\cos\alpha} = \frac{\pi \times 2,75 \times 4}{0,9734} = \frac{34,557}{0,973} = 35,50$$

c) Calcul des roues :

$$\frac{P_h}{P} = \frac{35,5}{P_v \times K} = \frac{35,5}{5 \times 60} = \frac{35,5}{300} = \frac{355}{3000} = \frac{71}{600} \quad (\text{fraction irréductible})$$

Convient de calculer les réduites de la fraction

**71/600.**

Le rapport est inférieur à l'unité. En ce cas, au lieu d'opérer en partant du rapport  $\frac{P_h}{P}$ , calculer les réduites en prenant comme base le rapport inverse  $\frac{P}{P_h} = 600/71$ .

❖ **Mécanisme simplifié du calcul des réduites.**

En pratique, on trouve rapidement les réduites de la façon suivante :

i. **Détermination des quotients**

	8	2	4	1	1	3	Quotients
600	71	32	7	4	3	1	Diviseur
32	7	4	3	1	0	.....	Reste

On détermine d'abord la série des quotients par la méthode des divisions successives, en divisant le plus grand terme par le plus petit, puis celui-ci par le 1<sup>er</sup> reste, etc. Soit

ii. **Calculs des réduites.**

On utilise les quotients que l'on range dans le même ordre comme ci-dessous, comme, en les faisant précéder des réduites conventionnelles ci-après :

$\frac{0}{1}$  et  $\frac{1}{0}$  Comme réduite de 1<sup>er</sup> et 2<sup>e</sup> rang quand la fraction irréductible  $\frac{p}{P}$  est supérieure à l'unité ;

$\frac{1}{0}$  et  $\frac{0}{1}$  Comme réduite de 1<sup>er</sup> et 2<sup>e</sup> rang quand la fraction  $\frac{p}{P}$  est inférieure à l'unité (cas de l'exemple).  
Soit

	<b>8</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>Quotient</b>
$\frac{1}{0}$ et $\frac{0}{1}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{17}$	$\frac{9}{76}$	$\frac{11}{93}$	$\frac{20}{169}$	$\frac{71}{600}$	<b>réduites</b>

Chaque réduite est composée de la façon suivante :

a) d'un numérateur obtenu en multipliant le quotient de même rang par le numérateur de la réduite précédente, augmenté du numérateur de la réduite suivante de gauche ;

b) d'un dénominateur obtenu en multipliant le même quotient par le dénominateur de la réduite précédente, augmenté du dénominateur de la réduite suivante de gauche. Soit :

$$1^{\text{er}} \text{ red} = \frac{(8 \times 0) + 1}{(8 \times 1) + 0} = \frac{1}{8}$$

$$4^{\text{e}} \text{ red} = \frac{(1 \times 9) + 2}{(1 \times 76) + 17} = \frac{11}{93}$$

$$2^{\text{e}} \text{ red} = \frac{(2 \times 1) + 0}{(2 \times 8) + 1} = \frac{2}{17}$$

$$5^{\text{e}} \text{ red} = \frac{(1 \times 11) + 9}{(1 \times 93) + 76} = \frac{20}{169}$$

$$3^{\text{e}} \text{ red} = \frac{(4 \times 2) + 1}{(4 \times 17) + 8} = \frac{9}{76}$$

$$6^{\text{e}} \text{ red} = \frac{(3 \times 20) + 11}{(3 \times 169) + 93} = \frac{71}{600}$$

Le fait de retomber sur le rapport d'origine est la preuve que les opérations effectuées sont justes

$$\text{Le } 5^{\text{e}} \text{ réduite } \frac{20}{169} = \frac{5 \times 4}{13 \times 13} = \frac{25C}{65R} \times \frac{20C}{65R} \quad (2 \text{ roues de } 65)$$

Mais un montage à six roues peut tirer d'embaras. On

$$\text{Pose : } \frac{20}{169} = \frac{5 \times 4 \times 1}{13 \times 13 \times 1} = \frac{10}{26} \times \frac{24}{65} \times \frac{5}{6} = \frac{20C}{26R} \times \frac{24C}{65R} \times \frac{25C}{60R}$$

pas obtenu :

$$\frac{C \times C' \times C'' \times P}{R \times R' \times R''} = \frac{20 \times 24 \times 25 \times 300}{26 \times 65 \times 60} = 35,5029 \text{ mm}$$

Soit une différence de **0,002 9 mm** pour **1 pas** et de **0,029 mm** pour **10 pas** ou longueur de **355 mm**

**La 4e réduite**

$$\frac{11}{93} = \frac{1 \times 11}{3 \times 31} = \frac{40}{120} \times \frac{11}{31} = \frac{20C}{31R} \times \frac{22C}{120R} = 35,484 \text{ mm}$$

**Propriétés des réduites.** - Les réduites obtenues sont des fractions de plus en plus approchées de la fraction d'origine successivement par excès et par défaut.

<i>leur fraction- aire des réduites</i>	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{17}$	$\frac{9}{76}$	$\frac{11}{93}$	$\frac{20}{169}$	$\frac{71}{600}$
<i>leur décimale.</i>	0,125 00	0,117 64	0,118 42	0,118 28	0,118 34	<b>0,118 33</b>
<i>cart</i> . . . . .	+ 0,006 44	- 0,000 88	+ 0,000 08	- 0,000 05	+ 0,000 01	= <b>zéro</b>

Il en résulte que la fraction donnée est toujours comprise entre deux réduites consécutives, et qu'en les combinant entre elles, cette propriété permet de multiples combinaisons en vue d'obtenir d'autres rapports si les réduites qui résultent des opérations précédentes ne donnent pas pratiquement satisfaction.

Les réduites étant calculées, il est possible (exemples ci-dessous): d'ajouter ou de retrancher terme à terme deux réduites; de multiplier d'abord les deux termes d'une ou deux réduites par un nombre approprié avant d'effectuer les mêmes opérations.

$$\frac{20-11}{169-93} = \frac{9}{76} = \frac{1}{4} \times \frac{9}{19} = \frac{20C}{80R} \times \frac{45C}{95R} = 35,526mm$$

$$\frac{20 \times 2 - 11}{169 \times 2 - 93} = \frac{29}{245} = \frac{1}{35} \times \frac{29}{7} = \frac{20C}{70R} \times \frac{29C}{70R} = 35,512mm$$

### 4.3 Opération sur machine n'a pas Whitworth

Les machines en provenance des pays de langue anglaise ont des vis dont les pas dérivent du pouce et sont exprimés en fraction.

Mécanisme du calcul - applications

Exécution des pas métriques avec vis à pas anglais.

- **Exemple.**

**Pas à produire, p = 560 mm ; vis de la table, Po = 1/4 de pouce**

Rapport du diviseur, **K = 40.**

On a (1 pouce = 25,4 mm) : **ph = pv × k =  $\frac{1}{4} \times 25,4 \times 40 = 254$  mm**

**D ou**

$$\frac{Ph}{P} = \frac{560}{254} = \frac{14 \times 40}{2 \times 127} = \frac{70C}{20R} \times \frac{80C}{127R}$$

A cause du nombre **25,4** on est conduit à introduire, dans les calculs la roue de **127** dents. A défaut de cette roue, on remplacera la valeur du pouce anglais par une des **valeurs fractionnaires approchées** ci-dessous :

$$\frac{280}{11} = \frac{20 \times 14}{11} = 25,454. \text{ *écart en plus 0,054*}$$

$$\frac{330}{13} = \frac{30 \times 11}{13} = 25,384. \text{ *écart en moins 0,015*}$$

$$\frac{1600}{63} = \frac{80 \times 20}{9 \times 7} = 25,396. \text{ *écart en moins 0,003*}$$

Suivant le degré de précision que l'on veut obtenir et la commodité des recherches en raison du caractère de divisibilité des nombres, on utilisera l'un ou l'autre des rapports ci-dessus.

En reprenant l'exemple précédent et en remplaçant **25,4** et le **3<sup>e</sup>** rapport, on trouve

$$Ph = \frac{1}{4} \times \frac{1600}{63} \times 40 = \frac{16000}{63}. \text{ D'où}$$

$$\frac{Ph}{P} = \frac{560}{\frac{1600}{63}} = \frac{560 \times 63}{1600} = \frac{7 \times 63}{8 \times 25} = \frac{70C}{80R} \times \frac{63C}{25R}$$

**Pas obtenu**

$$Ph = \frac{C \times C \times P}{R \times R} = \frac{70 \times 63 \times 254}{80 \times 25} = 560,07 \text{ mm.}$$

**Soit une différence de 0,07mm pratiquement acceptable.**

## 4.4 Calculer les roues à placer par un programme

Nous avons créé un programme avec le **c++ pour** calculant les roues à tailler les hélices et pour gagner le temps.

### 4.4.1 Définition du programme c++ :

est un [langage de programmation compilé](#) permettant la programmation sous de multiples [paradigmes](#) (comme la [programmation procédurale](#), [orientée objet](#) ou [générique](#)). Ses bonnes performances, et sa compatibilité avec le [C](#) en font un des langages de programmation les plus utilisés dans les applications où la performance est critique. Créé initialement par [Bjarne Stroustrup](#) dans les années 1980, le langage C++ est aujourd'hui [normalisé](#) par l'[ISO](#). Sa première normalisation date de [1998](#) (ISO/CEI 14882:1998), ensuite amendée par l'erratum technique de [2003](#) (ISO/CEI 14882:2003). Une importante mise à jour a été ratifiée et publiée par l'ISO en septembre 2011 sous

le nom de ISO/IEC 14882:2011, ou [C++11](#)<sup>2</sup>. Depuis, des mises à jour sont publiées régulièrement : en 2014 (ISO/CEI 14882:2014, ou [C++14](#)) puis en 2017 (ISO/CEI 14882:2017, ou C+

#### 4.4.2 Le programme

```
#include <iostream>

using namespace std;

#define M_PI 3.14159265358979323846
int main()
{
    int mat[23][23];
    int tab[23]={22,24,25,26,28,30,32,40,42,44,48,50,56,59,60,64,72,80,86,88,100,113,127};

    int i,j,k,h,Dmoy;
    double s,alpha,I;
    const int n=23,pasvis=5;
    const double div=40;

    cout<<"Enter tan Alpha et Dmoy"<<endl;
    cout<<"tan Alpha:"; // 4.5
    cin>>alpha;
    cout<<"Dmoy:"; //50
    cin>>Dmoy;
    I=Dmoy*M_PI/(div*pasvis*alpha);
    cout<<"la valeur theorique est : "<<I<<endl;
```

```

for(i=0;i<n;i++)
  for(j=0;j<n;j++)
  {
    mat[i][j]=tab[i]*tab[j];
  }

for(i=0;i<n;i++)
  for(j=0;j<=i;j++)
    for(k=0;k<n;k++)
    {
      for(h=0;h<=k;h++)
        if(k!=i && h!=j)
        {
          s=(double)(mat[i][j]/(double)mat[k][h]);

          if(s<I+0.01 && s>=I-0.01)
            cout<<"la valeur a est:"<<tab[i]<<"  la valeur b est:"<<tab[j]<<"
              la valeur c est:"<<tab[k]<<"  la valeur d est:"<<tab[h]<<" avec rapport = "<<s<<endl;
        }
    }

system("pause");
}

```

Figure : programme pour placées les roues

### 4.4.3 Fonctionnement du programme

Est à propos des boucles, ces boucles effectuent calculer les **matrice** La première des choses il faut d'entre la tangente de l'angle d'hélice et après il faut d entre le diamètre primitif de la roue.

- Exemple1

$\alpha = 7,3$  ,  $R = 7,485$

$DP = 61$

```
Enter tan Alpha et Dmoy
tan Alpha:0.128
Dmoy:61
la valeur theorique est : 7.48583
la valeur a est:72   la valeur b est:64   la valeur c est:28   la valeur d est:22   avec rapport = 7.48052
la valeur a est:100  la valeur b est:88   la valeur c est:42   la valeur d est:28   avec rapport = 7.48299
la valeur a est:113  la valeur b est:86   la valeur c est:59   la valeur d est:22   avec rapport = 7.4869
la valeur a est:127  la valeur b est:59   la valeur c est:40   la valeur d est:25   avec rapport = 7.493
Appuyez sur une touche pour continuer...
```

- Exemple 2

$\alpha = 4,5$  ,  $R = 8,981$

$DP = 45$

```
Enter tan Alpha et Dmoy
tan Alpha:0.0787
Dmoy:45
la valeur theorique est : 8.98168
la valeur a est:88   la valeur b est:80   la valeur c est:28   la valeur d est:28   avec rapport = 8.97959
la valeur a est:100  la valeur b est:56   la valeur c est:26   la valeur d est:24   avec rapport = 8.97436
la valeur a est:113  la valeur b est:42   la valeur c est:24   la valeur d est:22   avec rapport = 8.98864
la valeur a est:113  la valeur b est:56   la valeur c est:32   la valeur d est:22   avec rapport = 8.98864
Appuyez sur une touche pour continuer...
```

- Exemple 3

$\alpha = 5,33$  ,  $R = 12,97$  ,  $DP = 77,2$

```
Enter tan Alpha et Dmoy
tan Alpha:0.0932
Dmoy:77.2
la valeur theorique est : 12.9776
la valeur a est:100  la valeur b est:80   la valeur c est:28   la valeur d est:22   avec rapport = 12.987
Appuyez sur une touche pour continuer...
```

#### 4.4.4 Tableau des pas

Tableau des pas obtenus au moyen des roues de série pour tailler les l'hélice

La série des roues nécessaires pour réaliser les pas comporte **14** engrenages de

{25,25,30,35,40,45,50,60,70,80,90,100,120et 150 dent}

**Tableau 4.1** : Pas de la vis :5mm. Rapport de diviseur :1\40

Pas de l'hélice en mm	Nombre des dents des roues placées sur			
	L'arbre de la poupée	Tête de cheval		La vis de la table
		A	B	
<b>18</b>	45	100	30	150
<b>18,5</b>	50	90	25	150
<b>20</b>	45	120	40	150
<b>20,75</b>	35	90	40	150
<b>21</b>	35	100	45	150
<b>22,2</b>	80	120	25	150
<b>23,3</b>	70	120	30	150
<b>25</b>	90	120	25	150
<b>26,25</b>	45	80	35	150
<b>26,66</b>	80	120	30	100
<b>29,1</b>	70	80	25	150
<b>29,6</b>	50	90	40	150
<b>30</b>	60	120	45	150
<b>35</b>	70	120	45	150
<b>36</b>	45	100	60	150
<b>37</b>	100	90	25	150
<b>37,35</b>	70	100	40	150
<b>40</b>	90	120	40	150
<b>42</b>	35	100	40	150
<b>44,5</b>	80	120	50	150
<b>46,6</b>	70	120	60	150
<b>48</b>	80	100	45	150

<b>50</b>	50	120	40	150
<b>52,5</b>	90	80	35	150
<b>53,3</b>	80	120	60	150
<b>56</b>	70	100	60	150
<b>59,2</b>	100	90	40	150
<b>60</b>	90	80	40	150
<b>62,2</b>	70	90	60	150
<b>64</b>	80	100	60	100
<b>67,5</b>	45	120	90	150
<b>70</b>	70	80	90	150
<b>71,1</b>	80	90	60	150
<b>72</b>	90	100	60	150
<b>74</b>	100	90	50	150
<b>74,6</b>	80	100	70	150
<b>75</b>	45	100	100	120
<b>75</b>	90	80	50	150
<b>77,1</b>	90	70	45	150
<b>77,7</b>	100	120	70	150
<b>80</b>	80	100	60	120
<b>80</b>	90	120	80	150
<b>82,9</b>	80	90	70	150
<b>83,3</b>	100	90	45	120
<b>84</b>	90	100	70	150
<b>87,5</b>	35	150	150	80
<b>88,8</b>	120	90	50	150
<b>90</b>	60	100	90	120
<b>90</b>	90	80	60	150
<b>91,4</b>	80	70	60	150
<b>92,6</b>	100	90	50	120
<b>95,2</b>	100	70	50	150
<b>96</b>	120	100	60	150
<b>96</b>	90	100	80	150
<b>100</b>	40	120	120	80
<b>100</b>	100	80	60	150
<b>102,8</b>	120	70	45	150
<b>105</b>	90	100	70	120
<b>106,6</b>	120	90	60	150
<b>109,3</b>	150	80	35	120
<b>111,11</b>	100	90	60	120
<b>112</b>	120	100	70	150
<b>114,3</b>	100	70	60	150

<b>116,6</b>	100	80	70	150
<b>118,5</b>	100	90	80	150
<b>120</b>	90	80	100	120
<b>120</b>	120	80	60	150
<b>121,9</b>	80	35	40	150
<b>124,4</b>	120	90	70	150
<b>125</b>	50	120	120	80
<b>125</b>	100	80	60	120
<b>128</b>	120	100	80	150
<b>129,6</b>	100	90	70	120
<b>131,2</b>	90	80	70	120
<b>133,3</b>	90	45	50	150
<b>137,1</b>	90	70	80	150
<b>142,2</b>	80	90	120	150
<b>142,2</b>	120	45	40	150
<b>144</b>	120	50	45	150
<b>144</b>	90	100	120	150
<b>145,8</b>	100	80	70	120
<b>148</b>	100	90	80	120
<b>148,1</b>	100	45	50	150
<b>150</b>	60	120	120	80
<b>150</b>	90	80	80	120
<b>150</b>	120	80	50	100
<b>152,4</b>	100	70	80	150
<b>155,5</b>	100	60	70	150
<b>160</b>	100	50	60	150
<b>166,6</b>	150	90	60	120
<b>175</b>	70	120	120	80
<b>180</b>	120	80	90	150
<b>182,8</b>	120	70	80	150
<b>186,6</b>	100	50	70	150
<b>187,5</b>	100	80	90	120
<b>190,5</b>	100	70	80	120
<b>192</b>	120	50	60	150
<b>200</b>	150	50	40	120
<b>200</b>	90	60	100	150
<b>205,7</b>	120	70	90	150
<b>213,3</b>	120	45	60	150
<b>214,2</b>	100	70	90	120
<b>218,7</b>	150	80	70	120
<b>222,2</b>	80	120	100	60

<b>225</b>	90	100	100	80
<b>228,6</b>	120	70	100	150
<b>237</b>	100	45	80	150
<b>240</b>	90	50	100	150
<b>248,8</b>	120	45	70	150
<b>250</b>	100	90	90	80
<b>256</b>	120	50	80	150
<b>262,5</b>	150	80	70	100
<b>270</b>	120	80	90	100
<b>284,4</b>	120	45	89	150
<b>288</b>	120	50	90	150
<b>291,7</b>	150	60	70	120
<b>300</b>	150	90	90	100
<b>300</b>	120	90	90	80
<b>312,5</b>	100	80	150	120
<b>320</b>	120	50	100	150
<b>337,5</b>	150	80	90	100
<b>350</b>	70	150	150	40
<b>360</b>	150	50	60	100
<b>375</b>	150	60	90	120
<b>375</b>	150	70	70	80
<b>388,9</b>	150	60	70	90
<b>400</b>	120	90	90	60
<b>400</b>	150	50	80	120
<b>411,4</b>	120	35	90	150
<b>416,6</b>	150	60	100	120
<b>420</b>	150	50	70	100
<b>428,5</b>	150	35	60	120
<b>437,5</b>	150	40	70	120
<b>437,5</b>	150	80	70	60
<b>450</b>	90	120	120	40
<b>450</b>	90	100	150	60
<b>457,1</b>	120	35	100	150
<b>466,6</b>	150	45	70	100
<b>480</b>	150	50	80	100
<b>500</b>	100	12	120	40
<b>500</b>	120	60	100	80
<b>514,2</b>	120	100	150	70
<b>533,3</b>	120	30	100	150
<b>555,5</b>	100	90	150	60
<b>576</b>	120	25	90	150

<b>592,6</b>	120	45	100	90
<b>600</b>	150	80	80	50
<b>600</b>	150	45	90	100
<b>625</b>	120	80	100	60
<b>640</b>	150	30	80	100
<b>675</b>	150	50	90	80
<b>700</b>	150	50	70	60
<b>720</b>	150	50	120	100
<b>750</b>	150	80	80	40
<b>750</b>	150	60	120	80
<b>800</b>	150	50	80	60
<b>833,3</b>	150	30	100	120
<b>900</b>	150	60	90	50
<b>937,5</b>	150	80	100	40
<b>1000</b>	150	100	100	30
<b>1000</b>	150	50	100	60
<b>1111,41</b>	150	30	100	90
<b>1142,8</b>	150	35	120	90
<b>1200</b>	150	100	100	25
<b>1200</b>	150	50	120	60
<b>1250</b>	150	30	100	80
<b>1285,7</b>	150	40	120	70
<b>1440</b>	150	100	120	25
<b>1500</b>	150	50	100	40
<b>1600</b>	150	90	120	25
<b>1714,3</b>	150	60	120	35
<b>1800</b>	150	80	120	25
<b>2000</b>	150	30	120	60
<b>2057,1</b>	150	35	120	50
<b>2400</b>	150	60	120	25

# **Chapitre 5 : calcule et taillage les engrenages cylindriques hélicoïdaux**

### 5.1 Calculer des éléments d'un engrenage

Donnes le module  $m_r$  (choisi parmi les modules normalises) : nombre des dents :

Inclinaison de la  $\alpha$

Diameter primitive: <b><math>D_p = m_a \times Z</math></b>	<b><math>D_p = \frac{m_r \times Z}{\cos \alpha} = D_e - m_r</math></b>
Diameter de tête: <b><math>D_e = D_p + 2m_r</math></b>	<b><math>D_e = m_r \left( \frac{Z}{\cos \alpha} + 2 \right)</math></b>
Diamètre de pied : <b><math>D_i = D_p - 2,5m_r</math></b>	<b><math>D_i = m_r \left( \frac{Z}{\cos \alpha} - 2,5 \right)</math></b>
Connaissant <b><math>D_p</math></b> <b><math>Z</math></b> et <b><math>\alpha</math></b> On trouve <b><math>m_r</math></b>	<b><math>m_r = \frac{D_p \times \cos \alpha}{Z}</math></b>
Connaissant <b><math>D_p</math></b> <b><math>m_r</math></b> et <b><math>\alpha</math></b> On trouve <b><math>Z</math></b>	<b><math>Z = \frac{D_p \times \cos \alpha}{m_r}</math></b>
Connaissant <b><math>D_p</math></b> <b><math>Z</math></b> et $m_r$ on trouve $\alpha$	<b><math>\cos \alpha = \frac{D_p \times Z}{m_r}</math></b>
<b>pas de l'helice <math>p_h</math>.....</b>	<b><math>\cos \alpha = \frac{m_r \times Z}{d_p} = \frac{m_r}{m_a}</math></b>
	<b><math>Ph = \pi D_p \times \cot \cos \alpha</math></b>

Le graphique (figure 5.1) 1 permet de fixer les idées. Considérant le triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit sont, l'un le développement du cylindre.

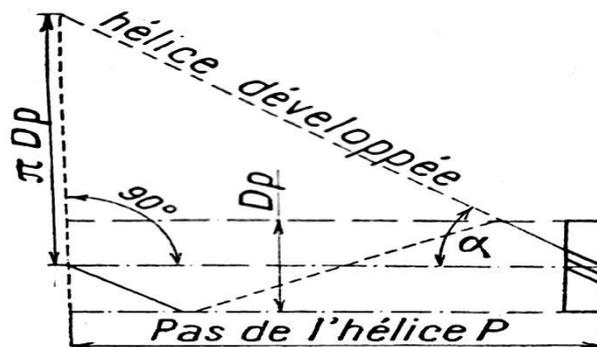


Figure 5.1 : le développement de cylindre

Primitif  $D_p$ , l'autre le pas de l'hélice  $P_h$ , on se rend compte que l'angle  $\alpha$  représenté bien l'angle  $\alpha$  d'inclinaison de la tangente à l'hélice. On a:

$$P_h = \pi D_p \times \text{tg}(90 - \alpha) = \pi D_p \times \text{cota}.$$

✓ **Choix de la fraise à tailler**

La fraise à employer est égale **au module réel** de l'engrenage, mais elle est choisie d'après **un nombre de dents fictif Z** correspondant au rayon de courbure **R** (figure 5.2) (de la section du cylindre primitif, section faite par le plan perpendiculaire à l'inclinaison de la denture.

Formule à employer :  $Z_f = Z / (\cos\alpha)^3$ .

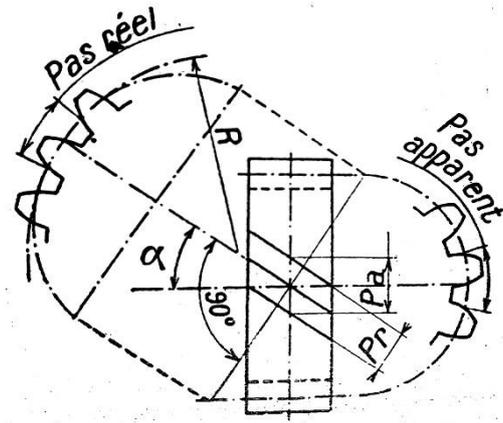


Figure 5.2 : caractéristique de dent.

**5.2 Calcul des éléments de deux engrenages en prise.**

**Remarques :** relatives aux couples d'engrenages hélicoïdaux

**5.2.1 Engrenages à axes parallèles (figure 5.3) :**

Les angles d'inclinaison  $\alpha$  et  $\alpha'$  des dentures sont ici égaux, mais **les hélices** sont de sens contraire (figure 5.4) et les modules réels semblables.

- a) L'angle optimum est choisi aux environs de **20°** une inclinaison trop grande produirait une poussée axiale mécanique défavorable sur les paliers ;
- b) Les angles d'inclinaison de la denture et les modules réels sont égaux sur les deux roues, les modules et les pas apparents le sont aussi ; par suite, les diamètres primitifs sont de même Rapport que les nombres de dents entre eux.

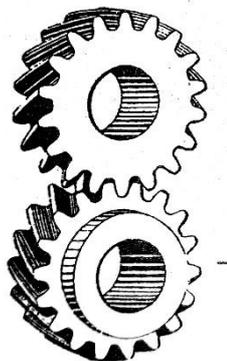


Figure 5.3 : transmission parallèle.

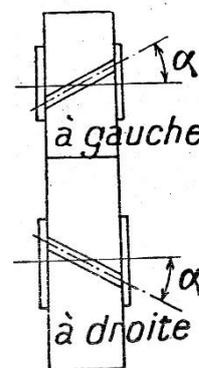


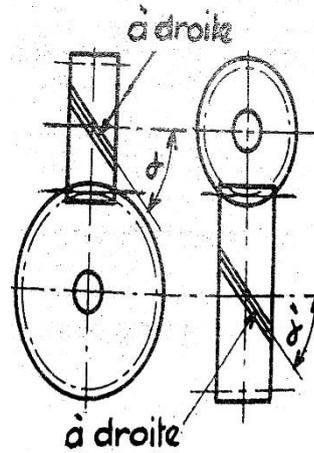
Figure 5.4 : Dessin normaliser.

**5.2.2 Engrenages à axes perpendiculaires** (orthogonaux, **figure 5.5**). — Les angles d'inclinaison  $\alpha$  et  $\alpha'$  sont en ce cas complémentaires ( $\alpha + \alpha' = 90^\circ$ ), les hélices de même sens (**figure 5.6**) et les **modules réels** semblables.

a) En cas de réciprocité dans la commande, on fait  $\alpha = \alpha' = 45^\circ$ ;



**Figure 5.5 :** transmission perpendiculaire.



**Figure 5.6 :** Dessin normaliser.

Mais si l'un des engrenages est toujours menant, on prendra pour celui-ci un angle supérieur à l'angle de l'engrenage mené, soit, si  $\alpha = 60^\circ$ ,  $\alpha' = 30^\circ$ ;

b) Les modules réels sont égaux sur les deux roues, mais les modules et les pas apparents ne le sont pas si les angles d'inclinaison des dentures sont différents ; en ce cas, leurs **diamètres primitifs** ne sont pas proportionnels à leurs nombres de dents.

Calcul de la distance d'axes  $D_a$  de deux engrenages. - Calcul en fonction du **module réel** et de leurs **nombres de dents Z et Z'**, et suivant la disposition de leurs axes :

**1<sup>er</sup>cas A axes parallèles**

Ou  $\alpha = \alpha'$  (1).....

$$D_a = \frac{mr}{2} \times \left( \frac{z}{\cos\alpha} + \frac{z'}{\cos\alpha} \right)$$

**2<sup>e</sup>cas A axes perpendiculaires**

Ou  $\alpha + \alpha' = 90^\circ$

$$D_a = \frac{mr}{2} \times \left( \frac{z}{\cos\alpha} + \frac{z'}{\sin\alpha} \right)$$

....

(1)  $\alpha$  et  $\alpha'$ , inclinaisons respectives de la denture des engrenages.

## ❖ Application numérique type

2<sup>eme</sup>cas Engrenages à axes orthogonaux.

**Exemple.** : Calculer les éléments de deux engrenages hélicoïdaux, à axes perpendiculaires, qui doivent tourner dans un rapport de **3 à 1**, taillés au **module 3 distance d'entre-axes** à observer : **210 mm**

$$Da = \frac{mr}{2} \times \left( \frac{z}{\cos\alpha} + \frac{z'}{\sin\alpha} \right) = 210\text{mm et } 2Da = 420$$

$$D' \text{ ou } 2Da = \frac{mr}{2} \times \left( \frac{z}{\cos\alpha} + \frac{z'}{\sin\alpha} \right) = 420$$

$$\text{Et en fin : } \frac{z}{\cos\alpha} + \frac{z'}{\sin\alpha} = \frac{2Da}{mr} = \frac{420}{3} = 140$$

Puisque  $Z' = 3 Z$ , l'expression peut s'écrire :

$$Z = \left( \frac{1}{\cos\alpha} + \frac{3}{\sin\alpha} \right) = 140, \text{ d ou : } \frac{1}{\cos\alpha} + \frac{3}{\sin\alpha} = \frac{140}{Z}$$

Si  $\alpha = 45^\circ$ ,  $\cos 45 = 0,707$  et  $\sin 45 = 0,707$  aussi. On trouve alors, en remplaçant :

$$Z = \left( \frac{1}{0,707} + \frac{3}{0,707} \right) = Z(1,414 + 4,242) = 140 \text{ d ou :}$$

$$Z = \frac{140}{5,656} = 24,75. \text{ soit : } Z=25 \text{ et } Z' = 25 \times 3 = 75 \text{ dents}$$

. De ce fait,  $\alpha$  se trouve légèrement modifié. Il faut le déterminer exactement. Le processus est le suivant :

$$\text{On a (1) : } \frac{1}{\cos\alpha} + \frac{3}{\sin\alpha} = \frac{140}{Z} = \frac{140}{25} = 5,6.$$

$$\text{Pour } \alpha 46^\circ : \frac{1}{\cos 46^\circ} + \frac{3}{\sin 46^\circ} = 5,75 (\text{superieur a } 5,6) \setminus$$

$$\alpha 46^\circ 30' : \frac{1}{\cos \alpha 46^\circ 30'} + \frac{3}{\sin \alpha 46^\circ 30'} = 5,5872 (\text{chifre inferieur})$$

On trouverait finalement que a

<u>Pour le pignon</u>	<u>Pour la roue</u>
$Z=25$	$\alpha^{\circ}=90^{\circ} - 46^{\circ}15' = 43^{\circ}45'$
$\alpha =46^{\circ}15'$	$D^{\circ}p = \frac{mr \times Z^{\circ}}{\cos \alpha 43^{\circ}45'} = \frac{3 \times 75}{0,7223} = 311,52$
$Dp = \frac{mr \times Z}{\cos \alpha 46^{\circ}15'} = \frac{3 \times 25}{0,6915} = 108,48mm$	$Ph^{\circ} = \pi D^{\circ}p \times \cot \alpha^{\circ}$
$Ph = \pi Dp \times \cot \alpha$	$= 978,67 \times 1,0446$
$= 340,8 \times 0,975$	$= 1022,31mm$
$= 326,24mm$	$Z^{\circ}f = \frac{Z^{\circ}}{(\cos \alpha^{\circ})^3} = \frac{75}{0,7223^3} = 199 \text{ dents}$
$Zf = \frac{Z}{(\cos \alpha)^3} = \frac{25}{0,6913^3} = 75 \text{ dents}$	$\circ$ Fraise utiliser n <sup>o</sup> 8
Fraise utiliser n <sup>o</sup> 7	

### 5.3 Taillage des engrenages hélicoïdaux sur machines à fraiser.

Dans les fabrications de série, on utilise les machines automatiques à tailler les engrenages par fraise vis-mère. Sur machines à fraiser, les dents sont taillées à l'aide d'une fraise de forme à profil constant.

#### 5.3.1 Modes opératoires.

Pour la taille des hélices, le réglage de l'inclinaison de la fraise et son centrage sur la pièce diffèrent suivant le type de machine.

- **Précaution à observer** Cependant, dans tous les cas, il convient après chaque passe dans une dent, de dégager légèrement la fraise du creux avant de ramener la table à son poste de départ. Il faut tenir compte, du jeu dans les roues utilisées sur le diviseur, et des jeux fonctionnels qui, en se rattrapant en sens contraire au retour de la table ; provoqueraient une interférence entre les dents de la fraise et les dents de la roue, nuisant à la qualité du travail obtenu en plus des risques de rupture de l'outil.

- 1) **Sur fraiseuse horizontale avec table pivotante.** Il faut orienter la table porte-pièce (**figure 5.7**) suivant l'angle « de l'hélice à tailler, afin de placer le profil de la fraise tangentiellement à son inclinaison.

**Réglage de la fraise.** Pour que les dents ne soient pas couchées, il est indispensable que la fraise en position d'attaque, son diamètre vertical (passant par le plan médian) rencontre l'axe des pointes :

La table étant dans sa position normale (c'est-à-dire règle à 0°), centrer la fraise selon les indications données page : on peut effectuer cette opération sur un point quelconque de la génératrice de la roue à tailler (1°. **figure 5.8**) :

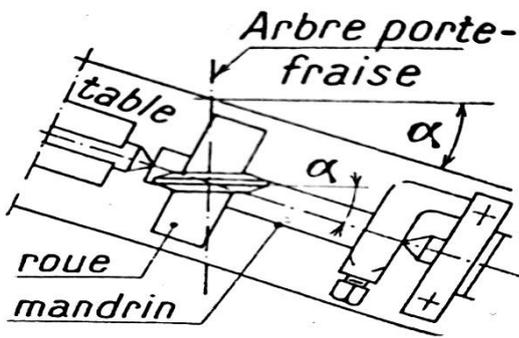


Figure 5.7: fraiseuse horizontale avec table pivotante.

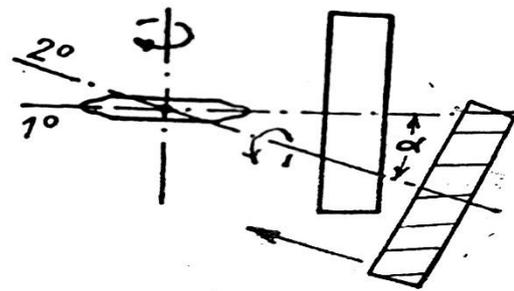


Figure 5.8 : dessin normalisés.

l'axe de pivotement de la table se trouvant toujours dans le plan vertical de l'axe de l'arbre porte-fraise, il suffit d'incliner la table à l'angle  $\alpha$  désiré, pour que la condition précitée soit remplie (2°).

- 2) **Sur fraiseuse verticale :** Il faut orienter l'axe de broche de la tête pivotante, d'un angle  $\alpha$ , égal à l'angle d'inclinaison de la denture, la Table restant dans sa position normale (**figure 5.9**).

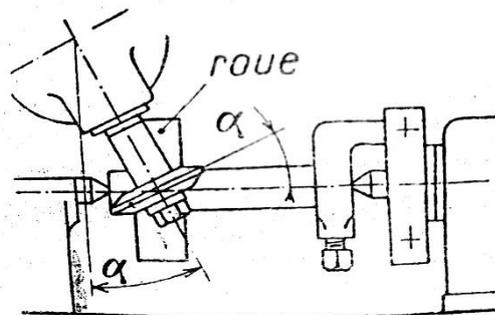


Figure 5.9 : fraiseuse verticale.

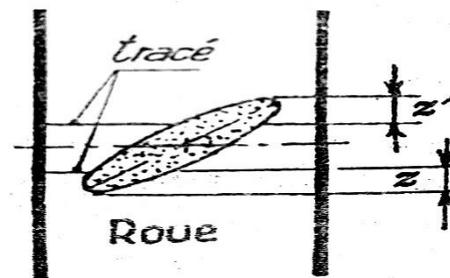
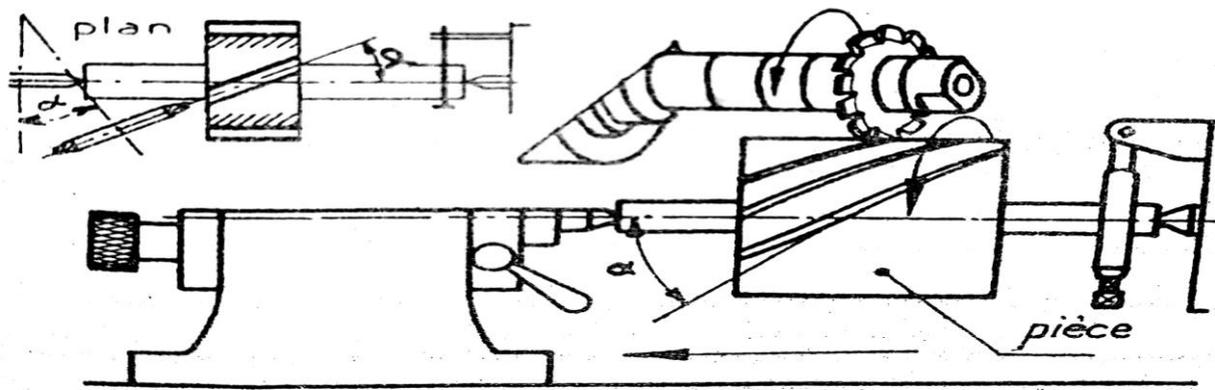


Figure 5.10 : roue trace.

- Réglage de la fraise le diamètre horizontal dans médian de la fraise en position de travail, doit passer par l'axe des pointes.
- **Le réglage de la fraise**, sur la roue, peut être effectué soit d'après deux génératrices tracées préalablement soit d'après un méplat ménagé par un monte et baisse de la console dans les deux cas, le réglage est fait en pratiquant une légère encoche (en pointillé, **figure 5.10**), celle-ci doit se trouver parfaitement à cheval sur le tracé ou sur le méplat ; on doit obtenir :  $Z=Z'$ .
- 3) **Sur fraiseuse à tête universelle** : sur les fraiseuses genre Huré ou Gambin, l'arbre porte-fraise peut être incliné, à l'angle voulu, dans un plan horizontal (**figure 5.11**), la fraise étant normalement orientée suivant l'angle  $\alpha$  d'inclinaison de l'hélice à tailler



**Figure 5.11** : fraiseuse à tête universelle.

- **Réglage de la fraise.** -- conforme au 2<sup>e</sup>cas, mais le tracé décalé de 90 degré vers le haut.

### 5.3.2 Inclinaison de la tête Huré.

Détermination de la position des coulisses circulaires. Des tableaux livrés avec les fraiseuses Huré indiquent quelle division de la graduation de chaque coulisse circulaire il faut amener en face du trait de repère pour faire, soit **un fraisage incliné** soit un **fraisage en hélice**. La combinaison des deux rotations : **de la coulisse inclinée A** et de la **coulisse verticale B** (**figure 5.12**) permet de donner à la broche toutes les positions

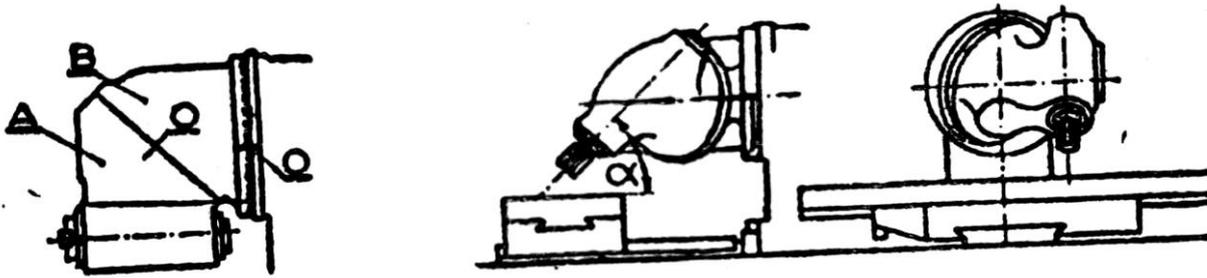


Figure 5.12 : la tête Huré.

Dans l'espace. Les formules ci-dessous permettent de calculer les angles suivant lesquels il faut faire tourner les coulisses **A** et **B** pour amener l'axe de la broche dans une position déterminée d'après un angle  $\alpha$

Soit:

$\alpha$  l'angle à réaliser.

**A**, la graduation de la coulisse inclinée.

**B**, la graduation de la coulisse verticale,

En fraisage incliné	En fraisage hélicoïdale
$\sin \frac{A^\circ}{2} = 1,414 \times \sin \frac{\alpha}{2}$	$\sin \frac{A^\circ}{2} = 1,414 \times \sin \frac{\alpha}{2}$
$\cos B^\circ = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$	$\cos B^\circ = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$

Selon que l'hélice à tailler est à gauche ou à droite, on déplacera les coulisses sur la graduation de gauche ou sur la graduation de droite.

## Conclusion

L'humanité est allée très loin depuis l'invention d'une simple roue jusqu'à l'apparition des premiers prototypes de roues dentées, qui ont servi aux premières vitesses. L'importance de la roue dentée était si grande pour tous les types de production que son apparence devint un véritable symbole pour de nombreuses activités et pour l'ensemble de la technologie en particulier. L'apparition de tout ce qui nous entoure est fortement influencée par cette invention clé. En examinant de plus près le mécanisme, on s'aperçoit à quel point il est simple dans son travail et efficace dans l'exécution de diverses tâches technologiques liées au transfert d'énergie. Quelle est l'importance de la compréhension du rôle de son travail pour un débutant dans le domaine de la technologie ? Je pense que cette prise de conscience est nécessaire car, quel que soit le domaine dans lequel un élève-ingénieur ira, il sera certainement confronté à l'utilisation de variétés d'une grande variété d'engins, ainsi qu'à la nécessité de maintenir son travail. Depuis le Moyen Âge, lorsque son utilisation a ouvert l'ère de l'eau et du vent à nos ancêtres, la roue dentée a toujours participé au progrès technologique, atteignant nos jours et trouvant une application encore plus profonde dans tous nos attributs de la vie quotidienne. - de par sa fonction fondamentale, il est peu probable qu'il soit complètement abandonné à l'avenir. Toute la civilisation humaine doit son existence à la roue dentée.

## Références bibliographiques

- 1) [https://prod-maint-indus.pagesperso-orange.fr/dr/Les\\_engrenages.pdf](https://prod-maint-indus.pagesperso-orange.fr/dr/Les_engrenages.pdf)
- 2) <http://www.tandwiel.info/fr/engrenages/engrenages-cylindriques-a-denture-helicoidale/>
- 3) [http://www.ingveh.ulg.ac.be/uploads/education/APRI-0005/PIM\\_ENGRENAGES\\_3\\_2014-2015.pdf](http://www.ingveh.ulg.ac.be/uploads/education/APRI-0005/PIM_ENGRENAGES_3_2014-2015.pdf)
- 4) [http://www.zpag.net/Machines\\_Simples/Engrenage\\_efforts\\_sur\\_les\\_dentures.htm](http://www.zpag.net/Machines_Simples/Engrenage_efforts_sur_les_dentures.htm)
- 5) <https://www.astronome.fr/produit-ori05531-diviseur-optique-orion-ultra-fin-Prix-1299-euro-id-1771.html>
- 6) [https://lamecaniquedevaloris.pagesperso-orange.fr/Traductions/diviseur\\_HV1.pdf](https://lamecaniquedevaloris.pagesperso-orange.fr/Traductions/diviseur_HV1.pdf)
- 7) <https://fr.shopping.rakuten.com/offer/buy/198281980/le-fraisage-tome-1-les-fraises-le-taillage-droit-et-helicoidal-de-hanen-j.html>
- 8) [http://www.lyceedupaysdesoule.fr/microtec/techno/fraisage\\_helicoidal.htm](http://www.lyceedupaysdesoule.fr/microtec/techno/fraisage_helicoidal.htm)
- 9) [http://www.zpag.net/Machines\\_Simples/engrenage\\_droit\\_dent\\_helicoidale.htm](http://www.zpag.net/Machines_Simples/engrenage_droit_dent_helicoidale.htm)
- 10) Formulaire pratique a l'usage des mécaniciens et outilleurs. Aide-mémoire pour techniciens d'atelier par **i-p Adam**
- 11) <http://www.tandwiel.info/fr/engrenages/denture-en-chevron-continue/>

## References bibliographiques

- 12)** La Fraiseuse : Technologie des métiers de la mécanique, fraisage par reproduction et initiation à la trigonométrie, à l'usage des candidats au certificat d'aptitude professionnelle et au brevet professionnel, conforme au programme national de la profession de fraiseur Broché – 1973 de Robert Nadreau (Auteur)
- 13)** Chevalier, A. (2003). *Guide du dessinateur industriel : pour maîtriser la communication technique*. Hachette.
- 14)** Manuel pratique du fraiseur-mécanicien : Technologie professionnelle appliquée, par (E. Sodano,) .Établissements d'enseignement technique et professionnel de Eugène Sodano (Auteur)