

02/0/2006
EX 2



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE SAAD DEHLEB BLIDA
USDB
Faculté des Sciences de l'Ingénieur
Département : Aéronautique



Mémoire pour l'obtention
du diplôme d'ingénieur d'état en Aéronautique
Option : propulsion

THEME
SIMULATION NUMERIQUE DES PROBLEMES
A FRONTIERE MOBILE
APPLICATION AU GIVRAGE

PRESENTE PAR :

M^r: AKEBLERSANE M^{ed} AMINE

M^r: ACHAR KHALED

ENCADRE PAR :

M^r: AMTOUT.L

M^r:BENAISSA.R

ANNEE UNIVERSITAIRE 2005 /2006

REMERCIEMENT

Notre profond respect et remerciements à notre promoteur Mr:AMTOU.T.L, qui nous tenons à exprimer notre profonde reconnaissance, pour l'attention et l'aide permanente qu'il a manifesté et pour la confiance qu'il a fait preuve à notre égard.

Notre respect et remerciements aux personnels de L'E.R.M.A

Nous adressons, également nos sincères remerciements à tous ceux qui nous ont aidé de près ou de loin.

Enfin, nous présentons notre remerciement les plus distingués et nos salutations les plus chaleureux à l'ensemble des enseignants de l'D.A.B, spécialement à ceux qui ont acceptés d'être membres de juré.

DEDICACES

Je dédie ce modeste travail :

A mes très chers parents qui m'ont encouragé le long de mes études et soutenu par leur amour et leur tendresse.

A mes frères et mes sœurs.

Et a toutes la famille ACHAR,

A MON binôme M^{ed} AMINE.

Je dédie à mes amis pour leur soutien et leur amitié indéfectibles.

Leur constante présence m'a toujours soutenu.

A tous ce que j'ai connu, et qui me mon soutenus et que me sont chers.

A.KHALED

DEDICACES

J'ai le grand honneur et l'immense plaisir de dédier le présent travail à toutes celles et à tous ceux qui m'ont été d'un précieux support dans les épreuves que j'ai traversées.

Je dédie à mon binôme KHALED.

Je dédie à mon très cher père, à mes frères, à mes sœurs, et à toute la famille MECHERI.

*Je dédie enfin ce précieux travail, le labeur de toute une vie estudiantine à ma Mère, la maîtresse de mes jours, que Dieu ait son âme. Tout ce que j'ai fait de plus beau, de plus honorable, je le lui dois.
Sans elle, rien de tout cela n'aurait été possible.*

C'est grâce à sa tendre affection, à ça patiente sagesse, à son amour sans fin que le rêve que je vois aujourd'hui se réaliser a pu se concrétiser. Aurais-je pu réaliser quoi que ce soit sans mes parents ? Qu'ils en soient infiniment remerciés.

AKEBLERSANE M^{ed} AMINE

Résumé

L'objectif de cette étude est de développer une technique numérique qui celle de combiner la méthode de RK4 avec celle des différences finies applicable au problème de solidification et a celui de fusion.

Aussi leurs solutions analytique exactes et approchée par la méthode intégrale ont été utilisées.

La comparaison des deux approches semblent donner des résultats encourageants et satisfaisants.

SOMMAIRE

- LISTE DES FIGURES
- LISTE DES TABLAUX
- Nomenclature

Introduction.....	01
-------------------	----

Chapitre I: Généralités

I.1. Numérique	03
I.2. Domaines d'études.....	04
I.3. Simulation numérique.....	04
I.4. Précision et temps de calcul.....	05
I.4.1. Précision.....	05
I.4.2. Temps de calcul	06
I.5. Génération et propagation des erreurs	06
I.5.1. Schéma	08
I.5.2. La perte d'information	08
I.6. Modèle physique et modèle numérique	09
I.7. Adimensionnement des équations	09
I.8. Choix des variables	10
I.9. Bibliothèques numériques	10
I.10. Équations différentielles	10
I.11. Maillage	11
I.12. Degré de dérivation.....	11
I.13. Schéma numérique	12
I.14. Convergences	13
I.15. Méthodes numériques	13
I.15.1. Méthode des différences finies	13
I.15.2. Méthode des éléments finis	14
I.15.2.1. Domaines d'application	14
I.15.2.2. Difficultés	15
I.15.3. Méthode des volumes finis	15
I.15.4. Méthode de Runge-Kutta classique d'ordre quatre	16
I.15.5. Méthodes de résolution des équations non linéaires	17
I.15.5.1. Dichotomie	17
I.15.5.2. Méthode de Newton	18
I.16. Fonction erreur	19
I.17. Approximation de Lagrange.....	20

Chapitre II : Phénomène de givrage

II.1. Phénomène de givrage.....	21
II.1.1. Introduction.....	21
II.1.2. Effets du givrage.....	22
II.1.3. Formation de glace sur un avion.....	22
II.1.3.1. L'impact de l'eau surfondue	23
II.1.3.2. La trajectoire suivie par les gouttelettes d'eau surfondue.....	23

II.1.3.3. La température des surfaces de contact	25
II.1.4. Classification des types de givrage (II).....	26
II.1.4.1. La gelée blanche.....	26
II.1.4.2. Le givre blanc ou opaque	27
II.1.4.3. Le givre dur transparent ou verglas	28
II.1.5. Températures favorables à la formation du givrage	30
II.1.6. Les zones de givrage	30
II.1.6.1. L'altitude de l'isotherme 0°C	30
II.1.6.2. Caractère de stabilité des nuages rencontrés	31
II.1.6.3. Position du trajet par rapport aux perturbations	31
II.1.6.4. Précipitations rencontrées	31
II.1.7. Les nuages associés au givrage	31
II.1.7.A. Classification des givrages	32
II.1.7.B. Classification par genre de nuages	32
II.1.7.C. Classification en fonction des fronts	32
II.1.8. Prédiction de l'intensité du givrage (III)	34
II.1.9. Aspects opérationnels	35
II.1.10. Observations de givrage	36
II.2. systèmes de dégivrage.....	37
II.2.1. Introduction	37
II.2.2. Lutte contre le givrage des avions et des moteurs	41
II.2.3. Les liquides d'antigivrage	43
II.2.4. Les systèmes d'antigivrage thermiques	43
II.2.4.1. Antigivrage par réchauffeur à combustion	44
II.2.4.2. Antigivrage par réchauffeur de l'air sur l'échappement	44
II.2.4.3. Antigivrage par l'air chaud des compresseurs	46
A. Antigivrage de la voilure	46
B. Antigivrage des moteurs	48
II.2.4.4. Antigivrage réchauffeur électrothermique	49
A. Système d'antigivrage des bords d'attaque et des entrées d'air	50
B. Pare-brise chauffant	51
C. Autres éléments chauffants	53
II.2.5. Le dégivrage mécanique	54
II.2.6. Les essuie-glaces	57
A. Les essuie-glaces électriques	57
B. Les essuie-glaces mécaniques	57
II.2.7. Mesure à prendre pour prévenir le givrage de l'avion	58
au sol et entretien:	

Chapitre III : Modèle numérique

III.1. Théorie de Stephan	60
III.2. Présentation du problème	60
III.2.1. Solidification d'un liquide	60
III.2.2. Fusion de la glace	61
III.3. Solution analytique	62
III.3.1. Solution exacte de solidification	62
III.3.2. Solution exacte de fusion	63
III.3.3. Méthode intégrale	65

III.4. Solution numérique	68
A. Le but	68
B. Modèle numérique	68
III.5. Organigrammes des programmes	70
III.5.1. Solution exacte	70
III.5.2. Méthode intégrale	73
III.5.3. Solution numérique	74

Chapitre IV : Résultats et commentaires

IV.1. Fusion	80
IV.2. Solidification	87
IV.3. Autres schémas numériques	94
Schéma explicite	94

Conclusion	95
-------------------------	----

Bibliographie

Liste des figures :

- Figure.I.A . fonction erreur
- Figure.I.B . fonction erreur complémentaire
-Figure II.1.3.2 . Trajectoires des flux d'air et des gouttes d'eau surfondues sur une aile en mouvement et résultat après quelques heures de vol.
-Figure II.1.4.1. gelée blanche
-Figure II.1.4.3 .dépôt de givre dur transparent ou verglas Sur la structure d'un avion au sol
- Figure.I.1.7.A Classification des givrages -Figure.II.1.7.C.1
- Figure.II.1.7.C.1. Front froid
- Figure.II.1.7.C.2. Front chaud
- Figure.II.1.8.intensité du givrage
- FIG II.2.1. Formes types des dépôt de glace
-FIG.II.2.2 FORMATION DES DEPOTS DE GLACE SUR UN TURBOREACTEUR ACOMPRESSEUR AXIAL:
-FigureII.2.4.2 système d'antigivrage par réchauffage de l'air sur l'échappement
-Figure II.2.4.3.A.antigivrage de la voilure
-Figure II.2.4.3.B.element du circuit d'antigivrage du bord d'attaque
-Figure II.2.4.3.C.circuit d'antigivrage du moteur et du capot avant
-Figure II.2.4.4.A.pare-brise chauffant
-Figure II.2.4.4.B.prise d'air-pare brise
-Fig. II.2.5.A.tablier dégivreur
-Figure II.2.5.B. Fonctionnement
-Figure.III.A.racine de $f(\lambda)$ -solidification
-Figure.III.racine de $f(\lambda)$ -fusion
-Figure IV.1.1. Fusion- distribution de température au temps $t=0.001s$
-Figure IV.1.2. Fusion- distribution de température au temps $t=1s$
-Figure IV.1.3. Fusion- distribution de température au temps $t=5s$
-Figure IV.1.4. Fusion- distribution de température au temps $t=10s$
-Figure IV.1.5. Fusion- distribution de température au temps $t=50s$
-Figure IV.1.6. Fusion- distribution de température au temps $t=100s$
-Figure IV.2.1. Solidification- distribution de température au temps $t=0.001s$
-Figure IV.2.2. Solidification- distribution de température au temps $t=1s$
-Figure IV.2.3. Solidification- distribution de température au temps $t=5s$
-Figure IV.2.4. Solidification- distribution de température au temps $t=10s$
-Figure IV.2.5. Solidification- distribution de température au temps $t=50s$
-Figure IV.2.6. Solidification- distribution de température au temps $t=100s$

Liste des tableaux :

-TABLE IV.1.1. Fusion-Température et interface au temps $t=0.001s$
-TABLE IV.1.2. Fusion-Température et interface au temps $t=5s$
-TABLE IV.1.3. Fusion-Température et interface au temps $t=1s$
-TABLE IV.1.4. Fusion-Température et interface au temps $t=10s$
-TABLE IV.1.5. Fusion-Température et interface au temps $t=50s$
-TABLE IV.1.6. Fusion-Température et interface au temps $t=100s$
-TABLE IV.2.1. solidification-Température et interface au temps $t=0.001s$
-TABLE IV.2.2. solidification-Température et interface au temps $t=1s$
-TABLE IV.2.3. solidification-Température et interface au temps $t=5s$
-TABLE IV.2.4. solidification-Température et interface au temps $t=10s$
-TABLE IV.2.5. solidification-Température et interface au temps $t=50s$
-TABLE IV.2.6. solidification-Température et interface au temps $t=100s$

Nomenclature :

\dagger : Givrage faible
\ddagger : Givrage modéré
$\#$: Givrage fort
As : altostratus
Ac : Altocumulus
Ci : Cirrus
Cs : cirrostratus
Cc : cirrocumulus
Cu : cumulus
Cb : cumulonimbus
Ns : nimbostratus
St : stratus
Sc : stratocumulus
S : interface liquide-solide
T_i : température de liquide sous refroidi au temps $0s$
T_S : température de solidification au temps $0s$
T_m : température de solide au temps $0s$
T_0 : température de solide au temps $0s$
U_0 : température de solide au temps $0s$
U_m : température de solide au temps $0s$
K : conductivité thermique
L : chaleur latente
C_p : chaleur spécifique
α : coefficient de diffusivité
ρ : masse volumique

Introduction :

Le givrage est la formation d'un dépôt de glace sur les parties de l'avion et du moteur tant en vol qu'au sol, dans les conditions météorologiques déterminées. Le givre, la glace ou la neige sur les surfaces critiques d'un aéronef, telles que les ailes, les hélices et les stabilisateurs, peuvent sérieusement perturber le fonctionnement d'un aéronef. Cela peut nuire à l'aéronef.

Lors d'opérations aériennes dans des conditions de givrage, on doit enlever le givre, la neige ou la glace des surfaces critiques de l'aéronef, et pour cela le constructeur a créé différents dispositifs et systèmes de dégivrages. Les procédures de dégivrage et d'antigivrage au sol varient grandement en fonction du type d'aéronef, du genre de contamination. Le constructeur a fait plusieurs recherches pour améliorer les performances des systèmes de dégivrages.

Lorsque l'on met un système physique ou un modèle en équations de ce phénomène et que l'on aborde l'étape numérique, le calcul numérique est aussi un art difficile. On peut s'y perdre et oublier qu'il n'est pour nous qu'un outil. Beaucoup ont tendance à vouloir tout réinventer et perdent beaucoup de temps à re-écrire, souvent mal, les méthodes standards. Si cette démarche est légitime voire nécessaire pour un apprentissage, on ne doit pas en faire une habitude, au risque de devenir numéricien; c'est un choix. Pour le physicien, il est essentiel de savoir estimer la place réelle du calcul numérique dans la modélisation et de trouver un juste équilibre. Ainsi, il ne faudra pas hésiter à utiliser des outils déjà existants, mis au point par des professionnels. Afin de bien manipuler les méthodes et les routines que nous pourrions trouver ça et là et que nous implémenteront dans notre programme, il est fondamental de connaître un minimum de concepts. C'est l'objectif de notre travail.

Dans notre étude, le premier chapitre est consacré aux généralités alors que le deuxième chapitre décrit largement le phénomène complexe du givrage rencontré dans le domaine de l'aéronautique, ainsi que les systèmes antigivrages utilisés par les constructeurs. Le chapitre trois décrit les solutions exactes et approchées par la méthode intégral dans le cas de la fusion de la glace, ainsi que la programmation de la solution analytique dans le cas de solidification d'un liquide sous refroidi. Aussi une technique numérique utilisant la méthode de Runge kutta d'ordre quatre combinée avec la méthode des différences finies, a été développée confrontée avec ses solutions. Le dernier chapitre est consacré aux résultats obtenus et commentaires.

Chapitre I:
Généralités

I.1. Numérique :

L'analyse numérique est une discipline des mathématiques appliquées. Elle s'intéresse tant aux fondements théoriques qu'à la mise en pratique des méthodes permettant de résoudre, par des calculs purement numériques, des problèmes d'analyse mathématique.

Plus formellement, l'analyse numérique est l'étude des algorithmes permettant de résoudre les problèmes de mathématiques continues (distinguées des mathématiques discrètes). Cela signifie qu'elle s'occupe principalement de répondre numériquement à des questions à variable réelle ou complexe comme l'algèbre linéaire numérique sur les champs réels ou complexes, la recherche de solution numérique d'équations différentielles et d'autres problèmes liés survenant dans les sciences physiques et l'ingénierie.

Certains problèmes de mathématique continue peuvent être résolus de façon exacte par un algorithme. Ces algorithmes sont appelés méthodes directes.

Cependant, aucune méthode directe n'est connue pour certains problèmes, il n'existe aucun algorithme fini de calcul direct en temps polynomial. Dans de tels cas, il est parfois possible d'utiliser une méthode itérative pour tenter de déterminer une approximation de la solution. Une telle méthode démarre depuis une valeur devinée ou estimée grossièrement et trouve des approximations successives qui devraient converger vers la solution sous certaines conditions. Même quand une méthode directe existe cependant, une méthode itérative peut être préférable car elle est souvent plus efficace et même souvent plus stable (notamment elle permet le plus souvent de corriger des erreurs mineures dans les calculs intermédiaires).

De plus, certains problèmes continus peuvent parfois être remplacés par un problème discret dont la solution est connue pour approcher celle du problème continu ; ce procédé est appelé discrétisation. Par exemple la solution d'une équation différentielle est une fonction. Cette fonction peut être représentée par une

quantité finie de données, par exemple par sa valeur en un nombre fini de points de son domaine de définition, même si ce domaine est continu.

L'utilisation de l'analyse numérique est grandement facilitée par les ordinateurs. L'accroissement de la disponibilité et de la puissance des ordinateurs depuis la seconde moitié du 20^{ème} siècle a permis l'application de l'analyse numérique dans de nombreux domaines scientifiques, techniques et économiques, avec souvent des effets révolutionnaires.

1.2. Domaines d'études:

Le champ de l'analyse numérique est divisé en différentes disciplines suivant le type de problème à résoudre, et chaque discipline étudie diverses méthodes de résolution des problèmes correspondants.

Parmi les exemples de méthodes d'analyse numérique, en voici quelques-unes utilisées pour discrétiser un système d'équations : la méthode des éléments finis, la méthode des différences finies, la méthode des différences divisées, la méthode des volumes finis, la méthode de Runge kutta ...

1.3. Simulation numérique :

La simulation numérique est aujourd'hui un outil incontournable de compréhension du réel et d'aide à la conception. Les progrès des ordinateurs permettent la simulation réaliste et, parfois, l'optimisation de systèmes complexes. Encore faut-il savoir utiliser cet outil. Choisir le bon schéma, construire le maillage adapté ne sont pas possibles sans une bonne compréhension des méthodes. Le but de ce paragraphe est donc de donner une culture générale des méthodes numériques, de leurs limitations et des règles de leur bonne utilisation ainsi qu'une vue globale de la diversité de leurs domaines d'application (équations de la chaleur, des ondes, de transport, etc.). L'expérience pratique a appris à privilégier les techniques simples et réellement utiles. Après l'exposé des notions de base les plus faciles, sont introduites les techniques plus complexes, les recherches récentes et les

nouveaux champs d'applications : couplage multi physique, optimisation, adaptation de maillage, filtrage et algorithmique parallèle.

I.4.Précision et temps de calcul:

Deux aspects fondamentaux sous-tendent l'utilisation ou la mise en place de toute méthode numérique: la précision souhaitée (ou disponible) d'une part, et le temps de calcul d'autre part. Disposer de beaucoup de précision est confortable voire indispensable lorsque l'on étudie certains phénomènes dont les propriétés affichent une forte sensibilité aux conditions initiales et a la précision. Mais lorsque l'on est trop "gourmand" sur cet aspect, le temps de calcul se trouve accru, parfois de manière prohibitive.

I.4.1. Précision:

La précision est limitée par les machines. Inévitablement, elle se trouve détériorée au fil des calculs. Sans entrer dans le détail, il faut savoir qu'un ordinateur fonctionne en effet avec un nombre limité de chiffres significatifs, au maximum 14, 15 voire 16 pour les plus performants, ces chiffres étant rangés en mémoire dans des boîtes virtuelles ou bits, après transcription en base 2. Certains bits sont réservés pour affecter un signe (+ ou -) au nombre et d'autres pour l'exposant. En ce sens, les machines classiques ne pourront généralement pas distinguer 3.1415926535897931 de 3.1415926535897932, à moins d'un traitement spécifique de la mantisse à la charge de l'utilisateur. Dans la mémoire, seul les premiers chiffres d'un nombre seront enregistrés, les autres seront définitivement perdus. La plupart des langages permettent de choisir le nombre de décimales au niveau de la procédure déclarative, comme les anciennes instructions REAL*4 ou REAL*8 du langage Fortran 77, dont les équivalents sont respectivement REAL(KIND=1) et REAL(KIND=2) en Fortran 90.

I.4.2. Temps de calcul:

Le temps de calcul est limité par la capacité des ordinateurs, par la durée de vie du matériel, par des facteurs extérieurs (comme les coupures d'électricité), et par l'utilisation que l'on souhaite classiquement faire des programmes de simulations. La plupart du temps, il s'agit d'une utilisation intensive ou l'on balaye l'espace des paramètres d'un modèle. Ceci impose de rechercher toujours les méthodes les plus rapides. Il est de plus en plus fréquent de travailler sur des problèmes complexes dont la résolution nécessite des heures, des jours, parfois même des semaines de calculs sans interruption. Le choix s'orientera alors vers une méthode numérique rapide. Mais la rapidité se fera forcément au détriment de la précision. Quand les calculs sont intrinsèquement rapides et que le temps de calcul n'est pas un facteur déterminant, on aura tout loisir de (et peut-être intérêt à) choisir une méthode plus lente mais plus précise. Notons également un fait souvent oublié: les accès aux périphériques sont très coûteux en temps, en particulier les accès aux disques durs et les impressions à l'écran. Pour une méthode numérique donnée, on peut toujours estimer le temps de calcul en comptant le nombre total N d'opérations qu'effectue la machine. On peut ensuite éventuellement multiplier ce nombre par le temps de calcul relatif à une opération élémentaire, mais cela n'a de valeur qu'à titre comparatif (car ce temps varie d'une machine à l'autre et dépend aussi de la nature des opérations).

I.5. Génération et propagation des erreurs:

L'étude des erreurs forme une partie importante de l'analyse numérique. Il existe plusieurs façons par lesquelles une erreur peut être introduite dans la solution d'un problème. Les erreurs d'arrondis surviennent car il est impossible de représenter en pratique tous les nombres réels exactement sur une machine à états finies (ce qui sont en fin de compte tous les ordinateurs numériques). Les erreurs de troncature sont commises par exemple quand une méthode itérative est terminée et que la solution approchée obtenue diffère de la solution exacte. De façon similaire,

la discrétisation d'un problème (aussi appelée quantification dans les applications pratiques de calcul numérique) induit une erreur de discrétisation (erreur de quantification dans les applications pratiques) car la solution du problème discret ne coïncide pas exactement avec la solution du problème continu.

Une fois que l'erreur est générée, elle se propagera généralement tout au long du calcul. Cela conduit à la notion de stabilité numérique : un algorithme est numériquement stable si une erreur, une fois générée, ne croît pas trop durant le calcul (dans une méthode de calcul itératif, une erreur trop grande peut dans certains faire diverger l'algorithme qui ne parviendra pas à approcher la solution). Cela n'est possible que si le problème est bien conditionné, ce qui signifie que la solution ne change que d'une faible quantité si les données du problème sont changées d'un montant faible. Ainsi, si un problème est mal conditionné, alors la moindre erreur dans les données provoquera une erreur très importante dans la solution trouvée.

Cependant, un algorithme qui résout un problème bien conditionné peut être ou ne pas être numériquement stable. Tout l'art de l'analyse numérique consiste à trouver un algorithme stable pour résoudre un problème mathématique bien posé. Un art apparenté est de trouver des algorithmes stables permettant de résoudre des problèmes mal posés, ce qui requière généralement la recherche d'un problème bien posé dont la solution est proche du problème mal posé, puis de résoudre à la place ce second problème bien posé.

Outre les erreurs de programmation (celles que le compilateur détectera et que nous corrigerons, et celles que vous ne trouverez jamais), il existe trois sources d'erreur qu'il convient d'avoir présent à l'esprit: l'erreur de schéma, l'erreur de représentation et l'erreur par perte d'information.

I.6. Modèle physique et modèle numérique:

Lorsque l'on met un système physique ou un modèle en équations et que l'on aborde l'étape numérique, plusieurs questions simples mais indispensables doivent être posées . . . et résolues. Parmi ces questions/réponses, qui peuvent plus ou moins conditionner le choix d'une méthode particulière, on trouve: mon voisin de palier aurait-il déjà travaillé sur un problème similaire ? les inconnues de problème physique sont-elles bien identifiées ? Quel est le domaine de variation des variables (temps, espace, . . .) ? Les variables physiques sont-elles aussi les bonnes variables numériques ? Quelle est précision souhaitée sur la solution cherchée ? Quelle est l'échelle de temps d'exécution de mon programme ? La précision est-elle déterminante ? Le temps de calcul est-il un facteur critique ? etc. Deux aspects généralement absents des manuels (ou implicitement évoqués) mais qui constituent une étape-clé dans le passage du modèle physique au modèle numérique sont l'adimensionnement des équations et le choix des variables numériques.

I.7. Adimensionnement des équations:

L'adimensionnement des équations est une étape qui permet de réduire la dynamique des variables numériques. Il est en effet préférable de travailler sur un domaine numérique raisonnablement restreint et de manipuler des nombres de l'ordre de l'unité. Toutefois, une dynamique trop faible peut engendrer une perte d'information. Cette procédure vise donc à transformer les équations du problème en des équations souvent plus "visibles" d'un point de vue mathématique (et donc numérique) ou les nouvelles variables (les variables adimensionnées) apparaissent alors comme des corrections. Comme sous-produit de l'adimensionnement, on obtiendra naturellement des équations les échelles caractéristiques du problème (par exemple une ou des échelles de longueur, des échelles de vitesses, des échelles de temps, etc.).

I.8. Choix des variables:

Concernant le choix des variables numériques maintenant, il faut rappeler que, dans beaucoup de problèmes, les variables possèdent des dynamiques complètement différentes. Même adimensionnées, des variables peuvent beaucoup varier. Ces variables obéissent forcément à une certaine loi en fonction des paramètres ou d'autres variables et il peut être astucieux d'inclure ces lois dans les variables numériques. Cela rendra la partie numérique beaucoup plus stable.

I.9. Bibliothèques numériques:

Grâce aux capacités de stockage dont nous disposons à l'heure actuelle, il a été possible de construire de véritables bibliothèques virtuelles réunissant un grand nombre de programmes ou routines de base que l'on peut maintenant facilement consulter via Internet. Ces routines sont généralement écrites en Fortran 77, Fortran 90 et C. Dans la majorité des cas, elles sont écrites et maintenues par des numériciens et mathématiciens. L'utilisation de ces routines est à la responsabilité de l'utilisateur. Il sera nécessaire d'être vigilant et de garder un esprit critique quant aux résultats que vous obtiendrez avec ces routines. Toutefois, leur utilisation intensive par l'ensemble de la communauté scientifique offre une réelle garantie de fiabilité.

I.10. Équations différentielles:

L'analyse numérique traite également du calcul (de façon approchée) des solutions d'équations différentielles, que ce soit des équations différentielles ordinaires, ou des équations aux dérivées partielles.

Les équations différentielles partielles sont résolues en discrétisant d'abord l'équation, en l'amenant dans un sous-espace de dimension finie. Ceci peut être réalisé par une méthode des éléments finis, une méthode des différences finies ou,

particulièrement dans l'ingénierie, une méthode des volumes finis. La justification théorique de ces méthodes implique souvent des théorèmes de l'analyse fonctionnelle. Ceci réduit le problème à la résolution d'une équation algébrique.

I.11. Maillage:

Un maillage est un ensemble de points du domaine de définition sur lequel on va appliquer la méthode des différences finies. Pour une application définie sur un segment de \mathbb{R} , on ajoutera en général les deux extrémités du segment ; pour un maillage en dimension supérieure, on sera amené à choisir, éventuellement, des points du contour du domaine de définition.

On appelle le pas du maillage la distance entre deux points successifs du maillage voisins. En dimension 1, cela se simplifie en différence des abscisses. Ce pas n'est pas nécessairement constant, il peut même être judicieux de ne pas le fixer comme tel. Le pas (global) de l'approximation peut être défini comme le plus grand pas du maillage. Ainsi, si ce pas global tend vers 0, cela veut dire que la répartition des points du maillage dans l'intervalle choisi tend à se faire sur tout le domaine d'étude par densité.

I.12. Degré de dérivation:

Pour des raisons à la fois d'écriture algébrique et d'étude de convergence/stabilité a priori il est important de se replacer autant que possible dans une problématique avec des ordres de dérivation les plus faibles possible, quitte à augmenter la dimension de l'espace d'étude. On fera ainsi appel à des variables intermédiaires : les dérivées ou dérivées partielles des fonctions initialement étudiées.

I.13. Schéma numérique:

Ecrire un schéma numérique de résolution de l'équation différentielle initiale signifie:

- substituer les formulations des dérivées/différentielles obtenues par approximation aux opérateurs eux-mêmes sur tous les points du maillage.
- réorganiser les équations pour faire apparaître un schéma explicite (ex : les valeurs au temps $t+1$ données en fonction des valeurs au temps 0 à t) ou implicite (une équation lie les valeurs passées, présentes et futures sans qu'on arrive à exprimer ces dernières seules).

Dans un cadre de modélisation classique d'opérateurs linéaires dans des équations différentielles linéaires, on aboutit à un système d'équations linéaires de dimension égale au nombre de noeuds du maillage (en fait un peu moins, du fait des données initiales, par exemple).

Résoudre le schéma numérique signifie simplement trouver les valeurs discrètes de la fonction en chaque noeuds.

Un système issu d'une équation linéaire peut souvent être algébriquement simple à résoudre. Pour simplifier, on peut dire que les schémas explicites engendrent des systèmes d'équation à matrice triangulaire ou trigonalisables, ce qui n'est pas le cas des schémas implicites.

Les méthodes de résolution des schémas peuvent faire appel à des méthodes d'optimisation comme à des méthodes algébriques classiques.

I.14. Convergences:

Elle traite de la convergence d'un schéma numérique. En effet, une modélisation par différences finies est un couple (conditions (initiales, finales, etc), schéma numérique) dont on ne sait a priori pas si son éventuelle solution est proche ou non d'une solution réelle espérée du système initial (Conditions (initiales, finales, etc), équations différentielles). Pour parler de convergence, il est nécessaire de comprendre celle-là selon un critère similaire à ceux-ci, si on étudie une fonction f sur un intervalle $[a,b]$:

- convergence simple : en n'importe quel point l'approximation évaluée tend vers la vraie valeur de la solution quand le pas tend vers 0

On doit alors étudier qualité de la convergence de ce schéma numérique selon des critères tels que la stabilité, la robustesse et bien sûr différentes normes (2 ou ∞ la plupart du temps). Cela peut aussi bien dépendre de la méthode de discrétisation, de la nature des équations que des conditions initiales (selon la nature du problème posé).

- La stabilité, la robustesse du schéma.

I.15. Méthodes numériques :

I.15.1. Méthode des différences finies:

Dans le domaine de l'analyse numérique, on peut être amené à rechercher la solution d'une équation aux dérivées partielles. Parmi les méthodes de résolutions couramment pratiquées, la méthode des différences finies est la plus facile d'accès,

puisqu'elle repose sur deux notions : la discrétisation des opérateurs de dérivation/différentiation (assez intuitive) d'une part, et la convergence du schéma numérique ainsi obtenu d'autre part.

-Approximation des opérateurs par formules de Taylor

Grâce aux formules de Taylor, on définit la discrétisation des opérateurs différentiels (dérivées premières, secondes, etc. partielles ou non).

La formulation de Taylor-Young est préférable dans son utilisation simple, la formulation de Taylor avec reste intégral de Laplace permet de mesurer les erreurs.

I.15.2. Méthode des éléments finis:

La présentation qui suit est essentiellement physique, notamment mécanique et doit être considérée comme une présentation des éléments constitutifs de la modélisation discrète. La méthode des éléments finis c'est une approche valide mais qui apporte un biais certain quant à une approche plus générale. Quelques éléments de compréhension mathématique sont présentés plus loin.

I.15.2.1. Domaines d'application:

1. Le milieu continu est « idéalisé » par la subdivision en un nombre fini d'éléments dont le comportement est représenté par un nombre finis de paramètres.
2. La résolution du problème global, obtenu par assemblage des éléments, suit les règles qui régissent les structures discrètes.

I.15.2.2. Difficultés:

Les difficultés rencontrées sont à la fois d'ordre théoriques et pratiques.

- D'ordre théorique : formulation des éléments
- D'ordre pratique :
 - Discrétisation du milieu continu (maillage)
 - Qualité des résultats (convergence de la méthode)
 - Assemblage des éléments

I.15.3. Méthode des volumes finis:

En analyse numérique, la méthode des volumes finis est utilisée pour résoudre numériquement des équations aux dérivées partielles.

De manière similaire à la méthode des différences finies et à la méthode des éléments finis, on résout l'équation aux dérivées partielles de manière approchée sur un maillage. Un volume fini est une petite surface entourant un point de maillage.

Dans la méthode des volumes finis, les intégrales de volume des équations qui contiennent un terme de divergence sont transformées en intégrales de surface en utilisant le théorème de flux-divergence

Cette méthode est la plus utilisée à l'heure actuelle pour résoudre les problèmes de la dynamique des fluides, quel que soit le nombre de dimensions du problème.

Les fondements de cette méthode sont d'abord présentés, en insistant sur la précision de chacune des approximations réalisées. Les méthodes d'approximation des flux adventifs sont ensuite présentées, avec à nouveau, pour chaque technique, une étude de la précision de la discrétisation. On commence par des problèmes simples à une

seule dimension spatiale, puis on généralise à deux dimensions, en traitant successivement les cas des maillages structurés et non structurés.

1.15.4. Méthode de Runge-Kutta classique d'ordre quatre:

C'est un cas particulier d'usage très fréquent. dénoté RK4.

La méthode RK4 est donnée par l'équation

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}(k_1 + 2.k_2 + 2.k_3 + k_4)$$

où

$$k_1 = f(t_n, y_n)$$

$$k_2 = f(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{1}{2}k_1)$$

$$k_3 = f(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{1}{2}k_2)$$

$$k_4 = f(t_n + h, y_n + k_3)$$

L'idée est que la valeur suivante (y_{n+1}) est approximée par la somme de la valeur actuelle (y_n) et du produit de la taille de l'intervalle (h) par la pente estimée. La pente est obtenue par une moyenne pondérée de pentes :

- k_1 est la pente au début de l'intervalle ;

- k_2 est la pente au milieu de l'intervalle, en utilisant la pente k_1 pour calculer la valeur de y au point $t_n + h/2$ par le biais de la méthode d'Euler ;

$-k_3$ est de nouveau la pente au milieu de l'intervalle, mais obtenue cette fois en utilisant la pente k_2 pour calculer y ;

$-k_4$ est la pente à la fin de l'intervalle, avec la valeur de y calculée en utilisant k_3 .

Dans la moyenne des quatre pentes, un poids plus grand est donné aux pentes au point milieu.

$$\text{pente} = \frac{k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4}{6}$$

La méthode RK4 est une méthode d'ordre 4, ce qui signifie que l'erreur commise à chaque étape est de l'ordre de h^5 , alors que l'erreur totale accumulée est de l'ordre de h^4 .

Ces formules sont aussi valables pour des fonctions à valeurs vectorielles.

I.15.5. Méthodes de résolution des équations non linéaires :

I.15.5.1. Dichotomie :

Comme nous l'avons mentionné ci-dessus, la clé de la recherche de racines d'équations repose sur l'existence d'un encadrement préalable de cette racine.

S'il existe un couple $(a; b)$ tel que le produit $f(a)f(b) < 0$ et si la fonction est continue, le théorème de la valeur intermédiaire nous dit que la fonction s'annule au moins une fois à l'intérieur de cet intervalle.

La méthode de dichotomie est une méthode qui ne peut pas échouer, mais sa rapidité de convergence n'est pas la meilleure en comparaison avec les autres méthodes. L'idée de cette méthode est la suivante : soit une fonction f monotone sur un intervalle $[a_0; b_0]$ telle que $f(a_0)f(b_0) < 0$, on sait alors qu'il existe une seule racine comprise dans cet intervalle.

L'algorithme de la méthode de dichotomie est le suivante : tout d'abord,

on calcule $f\left(\frac{a_0 + b_0}{2}\right)$

Si $f\left(\frac{a_0 + b_0}{2}\right)f(a_0) < 0$

On définit un nouvel encadrement de la racine par

le couple $(a_1; b_1)$ tel que

$$a_1 = a_0$$

$$b_1 = \frac{a_0 + b_0}{2}$$

Si $f\left(\frac{a_0 + b_0}{2}\right)f(a_0) > 0$

On définit un nouvel encadrement de la racine par

le couple $(a_1; b_1)$ tel que

$$b_1 = b_0$$

$$a_1 = \frac{a_0 + b_0}{2}$$

En itérant cette méthode, on obtient une suite de couple $(a_n; b_n)$ telle que

$$\varepsilon_n = b_n - a_n$$

1.15.5.2. Méthode de Newton :

Toutes les méthodes ne nécessitent que la connaissance de la fonction en différents points de l'intervalle encadrant la racine. Sous réserve que la variation de la fonction ne soit pas trop rapide, seule une hypothèse de continuité est nécessaire.

La méthode de Newton nécessite de plus que la fonction f dont on cherche à déterminer une racine, soit dérivable au voisinage de celle-ci. Les itérations successives de la méthode de Newton sont basées sur le développement limite de la fonction autour d'un point

En effet, la relation de récurrence entre estimations successives est donnée par l'algorithme

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad \text{si } |x_{n+1} - x_n| < \varepsilon, \quad \text{alors la racine est } x_{n+1}$$

I.16. Fonction erreur :

La fonction erreur et la fonction erreur complémentaire sont définies comme

$$\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$$

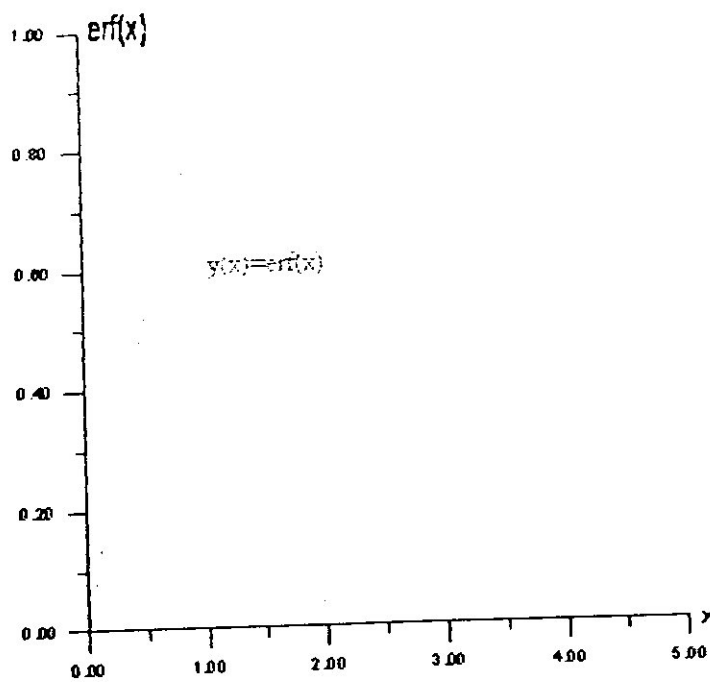


Figure.I.A.fonction erreur

$$\text{erfc}(x) = 1 - \text{erf}(x)$$

$$= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} e^{-t^2} dt$$

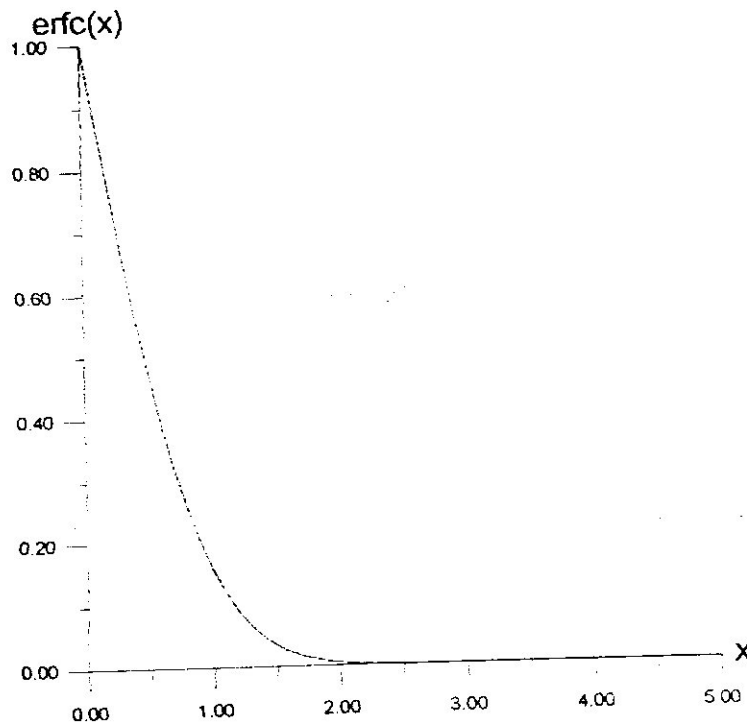


Figure.I.B.fonction erreur complémentaire

La fonction erf est aussi présente dans toutes les bibliothèques standard de Programmation.

I.17. Approximation de Lagrange :

-il est pour but d'exprimer une fonction dans une nouvelle base

Soit $p(x)$ polynôme de Lagrange interpolant $f(x)$ aux points $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$

$$p(x) = \sum_{k=0}^n f(x_k) L_k(x) \quad \text{ou} \quad L_k(x) = \prod_{\substack{i=0 \\ i \neq k}}^n \frac{x - x_i}{x_k - x_i}$$

Les polynômes L_i sont déterminés de façon unique par les n équations ci-dessus.

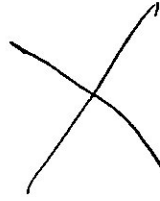
Il est facile de montrer qu'ils forment une base de l'espace des polynômes

De degré inférieur ou égal à n .

Chapitre II :

Phénomène de givrage

II.1.phenomene de givrage:



II.1.1.Introduction :

Si vous avez déjà affronté une averse de neige ou glissé sur du verglas avec ou moins de succès, vous comprendrez aisément que ce phénomène peut facilement mettre un avion en difficulté. En hiver, le sol peut être couvert de gelée blanche, de givre opaque ou de glace transparente (verglas). Les mêmes phénomènes se produisent sur les avions avec une grande fréquence et des effets particuliers étant donné la vitesse et les caractéristiques aérodynamiques de ces appareils.

Le givrage, par les conséquences graves qu'il peut entraîner, doit retenir toute votre attention. Si vous connaissez ce phénomène, les mesures défensives et préventives adéquates et les zones les plus dangereuses, ce phénomène ne présentera plus un réel danger. Le givrage est d'ailleurs considéré comme un incident normal de vol dans les régions tempérées.

Le givrage consiste en un dépôt de glace friable ou dure, opaque ou transparente qui adhère à certains éléments de l'avion; en particulier et d'abord aux éléments présentant des parties anguleuses ou des aspérités (bords d'attaque des ailes et des gouvernes, tube d'antenne, têtes de rivet, etc).

Il est provoqué principalement par la cessation, due au choc de l'avion, d'un faux état d'équilibre de l'eau contenue dans l'atmosphère : la surfusion.

Ainsi que nous l'avons vu dans le chapitre consacré à l'eau dans l'atmosphère, de l'eau très pure peut être amenée à température négative sans se solidifier; cet état instable est appelé "surfusion". Un choc brusque provoque la congélation. Des impuretés ou un cristal de glace (ou de sel) jetés dans l'eau en surfusion provoquent également la congélation. Ce phénomène se manifeste entre 0° et - 40°C.

II.1.2.Effets du givrage:

Le dépôt de glace sur un avion peut entraîner une ou plusieurs des conséquences suivantes :

- Augmentation de la traînée et de la vitesse de perte de sustentation du fait de la diminution des qualités aérodynamiques des ailes.
- Diminution de l'efficacité des hélices par diminution de leurs qualités aérodynamiques.
- Diminution de la puissance des moteurs à pistons par givrage du carburateur.
- Diminution de la puissance des réacteurs par obturation partielle ou totale des entrées d'air.
- Déréglage ou coincage des organes de commande.
- Mise hors service de certains instruments par obturation des prises d'air statique ou du tube de Pitot.
- Mise hors service des antennes.
- Obscurcissement de la verrière.

II.1.3.Formation de glace sur un avion:

Trois phénomènes peuvent entraîner la formation de glace sur un avion:

1. L'impact d'eau surfondue
2. La trajectoire suivie par les gouttelettes d'eau surfondue
3. La température de la surface de contact.

II.1.3.1. L'impact de l'eau surfondue:

Si la surface d'un avion présente une température comprise entre 0 et environ -10°C , l'impact d'une gouttelette d'eau surfondue sur la structure entraîne un début de congélation. Il s'agit bien d'un début puisque la congélation d'une petite partie de l'eau libère suffisamment de chaleur latente pour élever la température de la gouttelette jusqu'à 0°C .

En fait, pour les températures voisines de 0°C , la congélation d'environ 1.25% de la goutte pour chaque degré sous zéro est suffisant pour élever à 0°C la température du mélange eau-glace. La congélation ultérieure de la goutte ne peut intervenir que si la chaleur latente additionnelle peut être libérée.

Aux basses températures (-20°C par exemple) et pour de très petites gouttelettes (diamètre inférieur à 20μ) la congélation s'achève très rapidement par conduction, évaporation et convection, puisque la gouttelette à 0°C est à une température nettement supérieure à celle de tout ce qui l'entourne. On peut dire que la gouttelette gèle complètement et instantanément.

Aux températures négatives voisines de 0°C , et spécialement en présence de gouttes plus grosses, la congélation peut être très lente et la goutte s'étale sur la surface avant de perdre toute la chaleur latente libérée, avant donc de s'être entièrement solidifiée.

II.1.3.2. La trajectoire suivie par les gouttelettes d'eau surfondue:

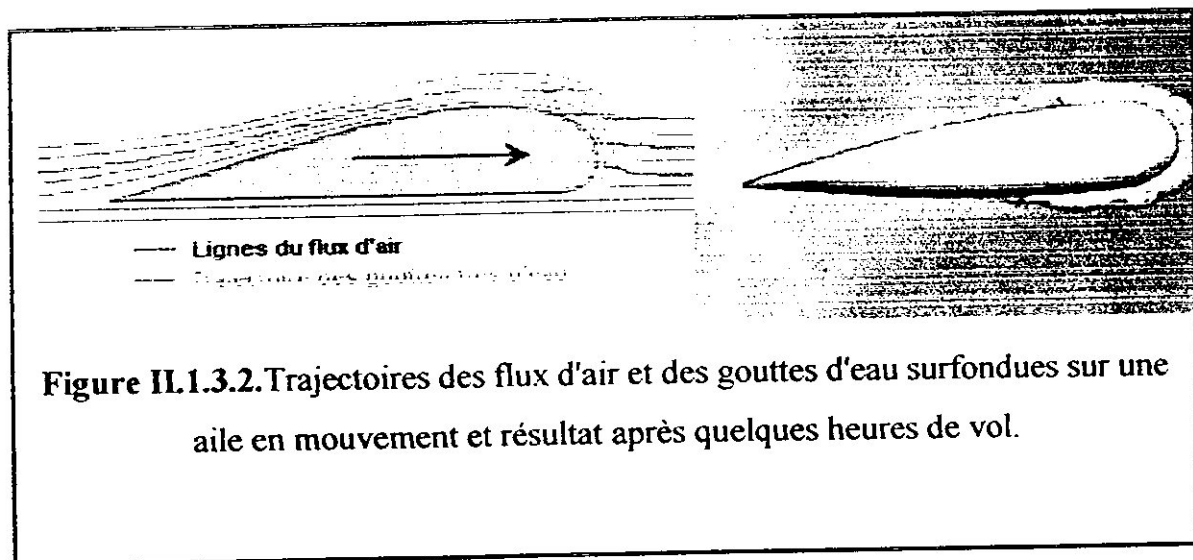
La trajectoire des gouttelettes d'eau entraînées dans un courant d'air au-dessus d'un obstacle est différente des lignes du flux d'air du fait de l'inertie des gouttelettes qui les empêche de suivre exactement la courbure des lignes de courant lorsqu'elles s'écoulent autour de l'obstacle.

A- La déviation des gouttelettes par rapport aux lignes de courant est d'autant plus grande que la gouttelette est grosse (c'est-à-dire que son inertie est grande).

B- La déviation du flux d'air est proportionnelle au rayon de courbure du bord de l'obstacle. Si le rayon de courbure est petit, presque toutes les gouttelettes seront captées par l'obstacle tandis que si le rayon de courbure est grand la perturbation des lignes de courant est telle que les petites gouttelettes sont déviées autour de l'obstacle et ne l'atteignent pas.

A titre indicatif, pour un rayon de courbure de 20 mm et une vitesse de 300 nœuds, 96% des gouttes de 50 μ m de diamètre sont captées, 84% des gouttes de 30 μ m et seulement 50% des gouttes de 10 μ m de diamètre.

C- De plus, les déviations de la trajectoire des gouttelettes d'eau dues aux perturbations des lignes de courant sont d'autant plus petites que la vitesse est grande; ainsi le nombre de gouttelettes captées augmente avec la vitesse.



A partir de ces considérations, nous pouvons tirer les conclusions pratiques suivantes :

- la glace se forme plus aisément sur les parties de l'avion ayant un petit rayon de courbure (bord d'attaque des ailes et de l'empennage, bord des entrées d'air, etc)
- le nombre de gouttelettes captées par l'avion est directement proportionnel au nombre de grosses gouttes présentes dans le nuage;
- le nombre de gouttelettes captées augmente avec la vitesse.

II.1.3.3. La température des surfaces de contact:

Il est évident qu'aucune formation de glace ne pourra être observée si la température des surfaces extérieures de l'avion est maintenue au-dessus de 0°C, quelles que soient les conditions ambiantes.

Les surfaces extérieures de l'avion peuvent être maintenues à température positive sous certaines conditions, soit naturellement par échauffement cinétique soit par échauffement artificiel.

L'échauffement cinétique se divise en échauffement par compression (principalement aux points de stagnation) et en échauffement par frottement (dû au mouvement relatif de l'air).

Les expériences ont démontré que dans les nuages composés de gouttelettes d'eau surfondue, l'échauffement cinétique est plus petit que dans l'air clair et plus grand que dans les nuages composés uniquement de cristaux de glace. Dans les nuages composés d'un mélange d'eau surfondue et de glace, l'échauffement cinétique est très faible pour des vitesses inférieures à 500 noeuds.

On constate généralement que le givrage est inexistant dans les nuages formés uniquement de cristaux de glace car ils n'adhèrent pas aux surfaces de contact. Une telle considération est entièrement justifiée pour les vitesses inférieures à 500 noeuds. Toutefois, il est possible que l'échauffement provoqué par des avions très rapides entraîne une fusion partielle des cristaux de glace et par conséquent, du givrage dans des nuages constitués de glace uniquement (Ci, Cs, Cc).

II.1.4. Classification des types de givrage (II):

A condition que l'air soit humide, pas trop froid, et que le ciel soit clair, on peut assister à la formation de glace sur les appareils. En fonction de leur aspect extérieur, on classe généralement les différents types de givrage (icing) en 3 catégories :

II.1.4.1. La gelée blanche:

C'est un dépôt de glace, d'aspect cristallin, présentant le plus souvent la forme d'écaillés, d'aiguilles, de plumes ou d'éventails.



figure II.1.4.1. Gelée blanche

Cette pellicule se dépose sur les plans et la verrière des appareils. Elle est formée par la transformation directe de la vapeur d'eau en glace (sublimation).

La gelée blanche peut se rencontrer :

- **Au sol** : Un avion parké à l'extérieur peut, tout comme la surface du sol, se recouvrir d'une mince pellicule de givre du fait qu'un matériau dense (surface métallique, sol) se refroidit plus rapidement que l'air.

Ce dépôt se produit dans de l'air calme (vent nul) à température négative et amené à saturation par rayonnement nocturne, ou suite au passage d'air chaud et humide sur un sol plus froid.

Ce type de givrage ne présente pas un danger sérieux. Il faut cependant veiller à le faire disparaître avant le décollage car il prédispose à la formation de givrage plus dangereux. De même d'ailleurs qu'une couche de neige, aussi mince soit-elle, sur les ailes de l'avion. Ne jamais croire que cette neige pourrait fondre ou être expulsée par le déplacement de l'avion;

- **En vol** : Au cours d'une descente rapide, l'avion très froid provoque la sublimation de la vapeur d'eau contenue dans les couches d'air humide qu'il traverse. Ce phénomène se produit par ciel clair. On peut en général supprimer ce givrage en remontant par palier de 4 minutes.

II.1.4.2. Le givre blanc ou opaque:

C'est un dépôt de glace constitué par des granules plus ou moins séparés par des inclusions d'air, orné parfois de ramifications cristallines. Ce dépôt est opaque et friable, identique au celui de la glace que l'on peut observer en hiver sous du stratus, sur les arbres, les fils suspendus, etc.

Ce type de givrage s'observe lorsque les gouttelettes rencontrées se solidifient complètement et instantanément (température très basse et très petites gouttelettes

principales (poussée, consommation spécifique de combustible) et contribue à l'augmentation de la température des gaz.

En cas de givrage d'un turboréacteur à compresseur axial, on court le risque d'endommagement des aubes du rotor de compresseur par de gros morceaux de glace s'arrachant des parois de l'entrée d'air et des éléments du diffuseur de moteur.

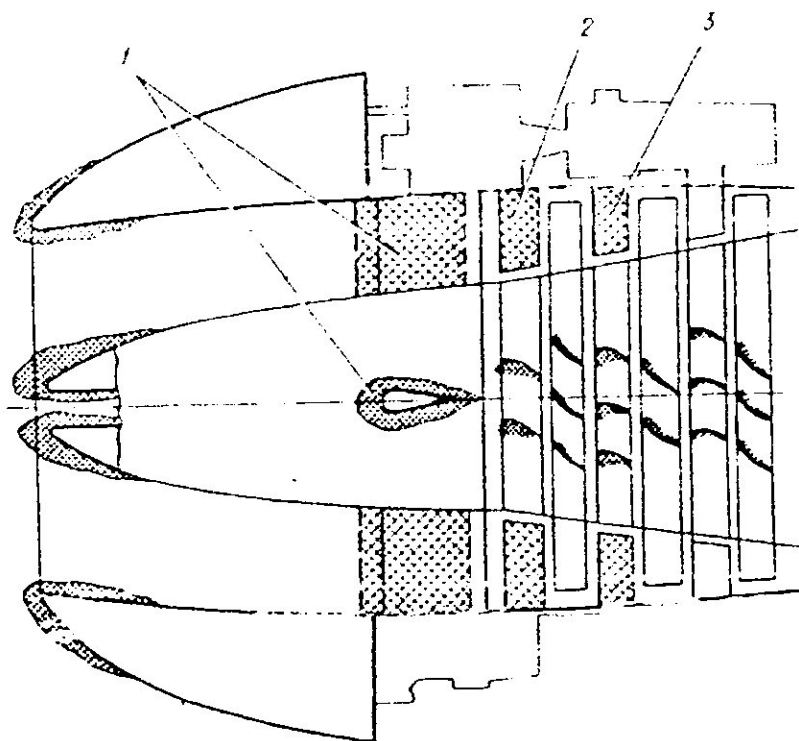


FIG.II.2.2 FORMATION DES DEPOTS DE GLACE SUR UN TURBOREACTEUR A COMPRESSEUR AXIAL:

1 - montants; 2 - aube directeur du premier étage de compresseur; 3 - aube directeur du deuxième étage de compresseur.

Sur les moteurs à compresseur centrifuge (BK-1, PII-45), en cas de givrage de la grille de protection, on constate la diminution du débit d'air au compresseur, ce qui fait augmenter la température des gaz en amont de la turbine et peut entraîner la rupture des aubes de la turbine.

Le givrage des turbopropulseurs se produit de la même manière que celui des turboréacteurs à compresseur axial, mais dans ce cas il est suivi, en plus, du givrage

des pales et des coques Pour les turbopropulseurs les suites du givrage sont plus graves que pour les turboréacteurs.

Il s'ensuit que la prévention du givrage des parties de l'avion constitue une des tâches principales pour augmenter la sécurité de vol.

Dans les conditions actuelles d'une densité élevée de la circulation aérienne, les vols des appareils volants s'effectuent suivant les voies aériennes bien déterminées avec une stricte observation de l'étagement en altitude. Il en résulte qu'en pratique on ne peut pas éviter les zones de givrage possible.

Les vols des avions avec moteurs à turbine ont démontré que la zone de givrage en verticale s'étend aux altitudes moyennes jusqu'à 5000 à 7000m. En hiver, cette zone se situe habituellement plus bas et, en été, plus haut.

II.2.2.Lute contre le givrage des avions et des moteurs:

De nos jours, les problèmes de lutte contre le givrage de l'avion et de son moteur sont résolus d'une manière concrète et propre pour un avion et un moteur donnés.

Comme moyens efficaces de lutte contre le givrage on emploie de différents dispositifs et systèmes. La création des systèmes dégivreurs s'impose de la nécessité de voler dans n'importe quelles conditions météorologiques sur des réseaux de court et long courrier.

un système dégivreur doit présenter les avantages suivants:

- efficacité élevée, c'est-à-dire aptitude d'éliminer rapidement le givrage dès son apparition.
- sureté de fonctionnement et entretien facile.
- poids réduit.
- le fonctionnement du système dégivreur doit être automatique.

On utilise actuellement les types suivants des systèmes dégivreurs: thermiques (pneumatiques), électriques à liquide et mécaniques. Leurs combinaisons trouvent un large emploi.

Pour combattre le givrage de bords d'attaque de l'aile et de l'empennage on a recours essentiellement aux systèmes dégivreurs thermiques utilisant l'air chauffé, prélevé sur le compresseur d'un turboréacteur ou fourni par des dispositifs de chauffage spéciaux. En même temps on se sert de plus en plus des dégivreurs électrothermiques utilisant le chauffage électrique des bords d'attaque de l'aile et de l'empennage. Les dispositifs dégivreurs d'aile et d'empennage sont mis en jeu en vol périodiquement.

Au branchement d'un dégivreur thermique, l'écorce de glace se fond sous l'action de la chaleur et cesse de se coller à la surface de l'avion. Les vibrations quoique faibles, mais constantes des parties de l'avion contribuent au démolissement de la glace, et ses morceaux sont emportés par le vent relatif. Dès que la surface de l'avion se dégage de la glace, le système dégivreur se débranche. L'enclenchement réitératif se fait en cas de nécessité.

Les systèmes dégivreurs modernes des ailes et des empennages sont habituellement automatiques, et leur réglage manuel ne s'impose pas à l'équipage. Le fonctionnement du système dégivreur thermique est contrôlé par l'équipage aux thermomètres de l'air chauffé fourni au système et visuellement en surveillant les parties givrées de l'avion depuis les places de travail.

Sur les avions de chasse les systèmes dégivreurs d'aile et d'empennage ne sont pas généralement employés. Ces avions volent aux vitesses dépassant 600 à 700 km/h. A ces vitesses, par suite du freinage des filets d'air s'écoulant autour de l'avion, il se produit un chauffage du revêtement, allant aux températures au-dessus du zéro. Ce chauffage dit cinétique réduit l'intensité de la formation des dépôts de glace sur les parties de l'avion jusqu'à l'élimination complète du givre. Au cours de l'envol et de l'atterrissage le givrage n'a pas le temps de se développer assez fortement.

Pour prévenir et combattre le givre sur les verres de la cabine on emploie aujourd'hui essentiellement les systèmes dégivreurs à liquide, thermiques et électrothermiques, ainsi que les essuie-glaces.

II.2.3. Les liquides d'antigivrage:

Les carburateurs, les hélices et les pare-brise sont parfois équipés d'un circuit d'antigivrage ou d'un système de chauffage (à base d'isopropyle). Le circuit comporte un réservoir, une pompe et un gicleur. Le régulateur, qui agit sur le débit, est commandé depuis le poste de pilotage, permet d'ajuster le débit en fonction de l'intensité du givrage. On peut ainsi mettre en marche le circuit d'antigivrage avant de pénétrer dans des conditions de givrage pour empêcher l'adhésion de la glace.

Dans les systèmes d'antigivrage à liquide on emploie, comme liquide antigivrage, l'alcool éthylique qui forme une couche antigivrage sur la surface du verre et interdit ainsi l'adhésion de la glace par suite de l'élévation de la température à l'humectation des dépôts de glace.

Les dégivrateurs à liquide sont branchés à l'apparition des signes de givrage et débranchés à leur disparition afin d'économiser l'alcool dont la réserve est limitée. Le branchement de ces systèmes se fait par des brèves impulsions de 3 à 5 s avec des intervalles de 10 à 15 s, jusqu'au moment de l'élimination de la glace.

Les grands aéroports internationaux sont équipés de camions citernes contenant du liquide dégivrant. A l'aide d'une lance identique à celle qui équipe les camions de lutte contre les incendies, l'opérateur du véhicule asperge de ce liquide l'aéronef à dégivrer. Ce procédé est rapide et efficace, mais extrêmement coûteux.

II.2.4. Les systèmes d'antigivrage thermiques:

On entend par système d'antigivrage thermique un système qui fait intervenir une source de chaleur pour élever la température superficielle de la partie à dégivrer. Les systèmes thermiques ont la préférence des pilotes. Bien entendu, plus la chaleur

les pare-brise et les fenêtres sont parfois équipés d'un circuit d'antigivrage ou d'un système de chauffage (à base d'isopropyle). Le circuit comporte un réservoir, une pompe, un régulateur de débit et un gicleur. Le régulateur, qui agit sur le débit, est commandé depuis le poste de pilotage, permet d'ajuster le débit en fonction de l'intensité du givrage. On peut ainsi mettre en marche le circuit d'antigivrage avant de pénétrer dans des conditions de givrage pour empêcher l'adhésion de la glace.

Dans les systèmes d'antigivrage à liquide on emploie, comme liquide antigivrage, l'alcool éthylique qui forme une couche antigivrage sur la surface du verre et interdit ainsi l'adhésion de la glace par suite de l'élévation de la température à l'humectation des dépôts de glace.

Les dégivrateurs à liquide sont branchés à l'apparition des signes de givrage et débranchés à leur disparition afin d'économiser l'alcool dont la réserve est limitée. Le branchement de ces systèmes se fait par des brèves impulsions de 3 à 5 s avec des intervalles de 10 à 15 s, jusqu'au moment de l'élimination de la glace.

Les grands aéroports internationaux sont équipés de camions citernes contenant du liquide dégivrant. A l'aide d'une lance identique à celle qui équipe les camions de lutte contre les incendies, l'opérateur du véhicule asperge de ce liquide l'aéronef à dégivrer. Ce procédé est rapide et efficace, mais extrêmement coûteux.

fournie est grande, plus ces systèmes sont efficaces. La source de chaleur peut être un réchauffeur combustion, les gaz d'échappements, l'air prélevé sur les compresseurs et les réchauffeurs électrothermiques. Dans les trois premiers cas, l'air agit comme intermédiaire pour transporter la chaleur.

II.2.4.1. Antigivrage par réchauffeur à combustion:

Le réchauffeur à combustion utilisé pour l'antigivrage est en tout point identique à celui utilisé pour le chauffage de la cabine (brûleur à essence). Les installations courantes comprennent un réchauffeur par aile et un autre pour l'empennage. Des gaines canalisent l'air chaud vers la partie interne des bords d'attaque. Des rampes perforées, courant le long des surfaces à dégivrer, dirigent l'air chaud sur la partie interne du revêtement. Nous verrons plus loin un exemple de canalisation d'air chaud dans les ailes.

Le circuit d'antigivrage à réchauffeur à combustion est contrôlé par des thermostats, des thermo contacts de surchauffe, des interrupteurs de mise en action cyclique, un dispositif d'équilibrage et des manocontacts de surpression dans les gaines.

Ce système d'antigivrage est lourd et encombrant. On ne le rencontre plus guère que sur quelques avions multi moteurs de transport. Comme la plupart de ces avions sont maintenant équipés de moteurs à turbine qui fournissent une source abondante d'air chaud, les réchauffeurs à combustion pour l'antigivrage tendent à disparaître complètement.

II.2.4.2. Antigivrage par réchauffeur de l'air sur l'échappement:

Les constructeurs ont toujours tenté de récupérer l'énergie contenue dans les gaz d'échappement des moteurs à pistons en l'utilisant, par exemple, pour entraîner des compresseurs (suralimentation et pressurisation) ou pour chauffer la cabine. Dans le cas présent, la chaleur des gaz d'échappement sert à chauffer l'air du circuit d'antigivrage. En effet, il n'est pas question de faire circuler directement les gaz d'échappement toxiques et corrosifs dans les gaines du circuit d'antigivrage.

Au niveau désiré. Le réglage de ce mélange s'effectue au moyen d'une vanne située dans la partie arrière du tube d'augmentation. En diminuant l'ouverture de la vanne, on réduit le débit d'air et de gaz d'échappement, ce qui fait monter la température en aval de cette vanne. Le tube d'augmentation est recouvert d'une enveloppe dans laquelle circule l'air d'antigivrage.

Chaque moteur assure l'antigivrage de la section d'aile qui lui est proche tandis qu'une partie de l'air chaud provenant d'un ou plusieurs moteurs est acheminée vers l'empennage. Un système d'intercommunication assure le maintien du dégivrage de toutes les sections en cas de panne d'un moteur. Des thermo contacts de surchauffe interrompent l'arrivée d'air chaud dans les gaines en cas de température excessive. Ils envoient un signal au boîtier de contrôle qui ferme la vanne d'alimentation des gaines et ouvre complètement la vanne du tube d'augmentation.

Figure II.2.4.2 présente une installation typique. On remarque que le collecteur d'échappement envoie les gaz brûlants dans un tube d'augmentation ouvert à ses deux extrémités. Le tube a deux fonctions: il augmente la surface de contact sur laquelle l'air d'antigivrage se réchauffe et il permet de mélanger de l'air froid avec les gaz d'échappement pour régler la température.

Encore une fois, ce système tend à tomber en désuétude à cause de la disparition progressive des multi moteurs équipés de gros propulseurs à pistons.

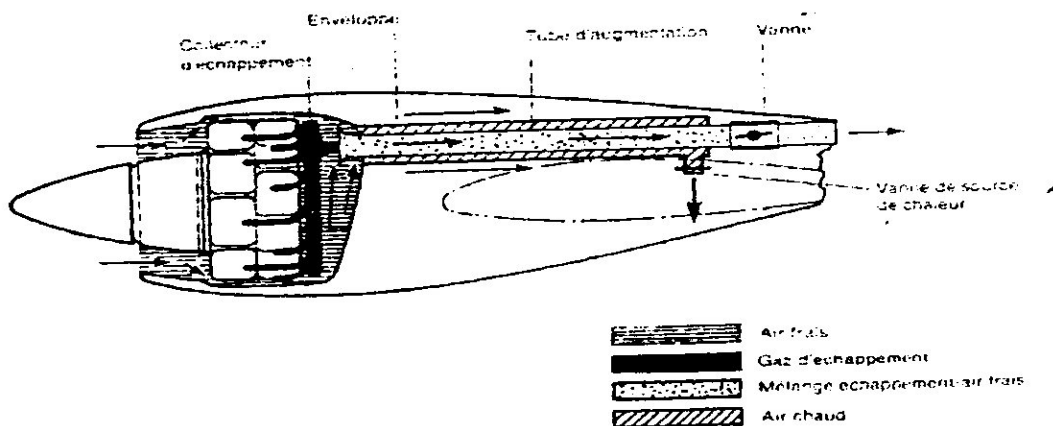


figure II.2.4.2 système d'antigivrage par réchauffage de l'air sur l'échappement

II.2.4.3. Antigivrage par l'air chaud des compresseurs:

Le compresseur d'un moteur à turbine fournit une énorme quantité d'air très fortement chauffé par compression dont une partie peut être prélevée pour alimenter le circuit d'antigivrage. Les circuits d'air chaud sont utilisés pour le dégivrage de la voilure; des moteurs et du pare-brise. Dans le dernier cas, l'air est projeté sur la face intérieure de la vitre, sauf s'il s'agit d'un pare-brise double à l'intérieur duquel l'air chaud circule.

A. Antigivrage de la voilure:

L'air chaud d'antigivrage de la voilure est généralement prélevé à même la tubulure du collecteur pneumatique qui alimente le système de pressurisation et de conditionnement d'air (fig. II.2.4.3.A). Le panneau de contrôle d'antigivrage des ailes commande l'ouverture des vannes. En position ON, l'interrupteur ouvre la vanne de distribution, mais seulement si l'avion est en vol. En effet, l'utilisation du système d'antigivrage au sol, lorsque les surfaces aérodynamiques ne sont pas soumises au refroidissement, par le vent relatif, risque de provoquer des dommages aux gains et la déformation des bords d'attaque. Cette dernière remarque s'applique d'ailleurs à tous les systèmes d'antigivrage thermique. Le circuit de distribution est aussi protégé par un thermo contact de surchauffe qui ferme la vanne au besoin. La position GRD TEST (essai au sol) sert précisément à vérifier le fonctionnement du thermo contact car elle provoque l'ouverture des vannes de distribution bien que l'avion soit au sol. Dans cette position, l'interrupteur est soumis à un ressort de rappel pour que son utilisation ne soit que momentanée et contrôlée intégralement par le pilote.

Lorsque l'avion est équipé de bords d'attaque fixes, la gaine d'amenée d'air chaud est située en dessous du revêtement des bords d'attaque et les perforations qui s'y trouvent laissent échapper l'air dans l'espace à réchauffer. Lorsque les bords d'attaque sont articulés, l'installation devient un peu plus complexe. La fig II.2.4.3.B représente le circuit d'antigivrage des ailes du Boeing 737.

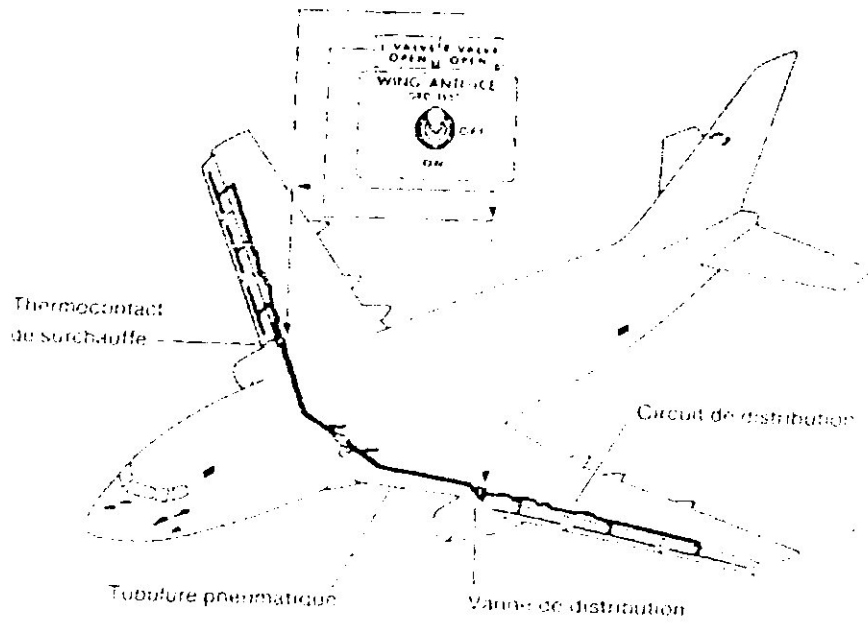


figure II.2.4.3.A. antigivrage de la voilure

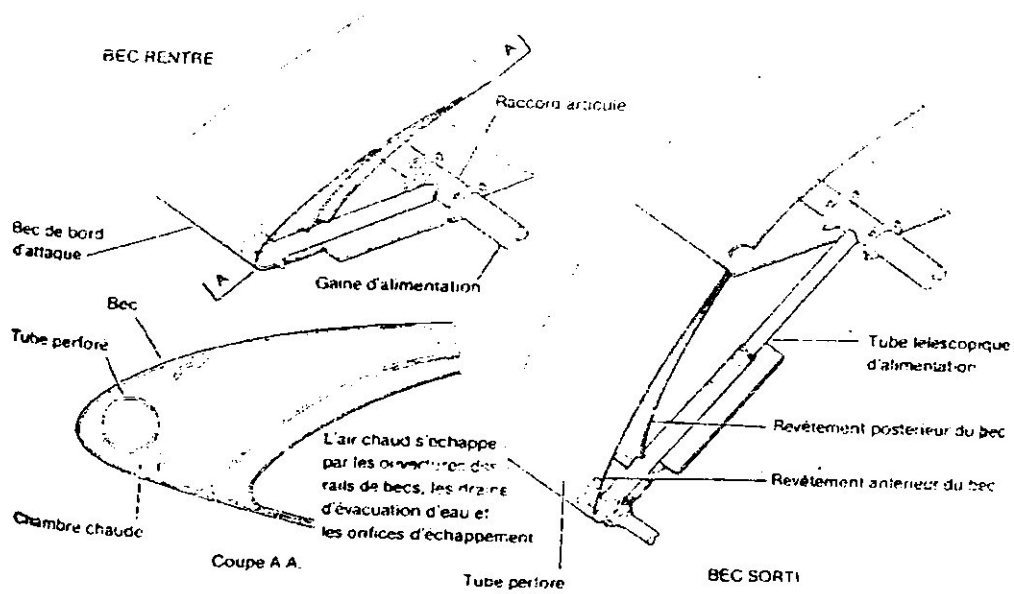


Figure II.2.4.3.B. élément du circuit d'antigivrage du bord d'attaque

On remarque que les gaines d'air chaud sont reliées aux tubes perforés situés dans les becs de bord d'attaque par des tubes télescopiques fixés sur un raccord articulé. L'air chaud circule dans le bord d'attaque du bec (chambre chaude), puis s'échappe vers le reste du bec pour être évacué par différents orifices.

B. Antigivrage des moteurs:

Sur les moteurs à compresseur axial on utilise largement les systèmes dégivreurs thermiques prélevant l'air chaud sur le compresseur du moteur. Sur certains moteurs, l'entrée d'air est chauffée par le procédé électrothermique. Pour le chauffage on utilise, dans ce cas, des génératrices électriques. Comme élément chauffant on se sert d'une bande en feuilles d'aluminium qui est logée sur la surface intérieure des montants. La bande est isolée par un tissu en verre.

Les moteurs à compresseur centrifuge, moins vulnérables au givrage sont démunis habituellement de dispositifs dégivreurs spéciaux.

A la différence des systèmes dégivreurs d'avions branchés par périodes, les dispositifs dégivreurs des turboréacteurs fonctionnent généralement sans discontinuer; durant tout le temps de fonctionnement du moteur.

Les entrées d'air des moteurs à turbine doivent absolument être libres de glace parce que d'une part, leurs dimensions précises et leur forme aérodynamique influent sur les performances et que, d'autre part, les ailettes du compresseur pourraient être sérieusement endommagées par l'ingestion d'un bloc de glace qui se détacherait du capot avant ou de la partie antérieure du moteur.

La figure II.2.4.3.C représente le circuit d'antigivrage du moteur. Du capot avant du 737 Par antigivrage du moteur, on entend ici le réchauffage des aubes de guidage d'entrée d'air, du cône d'entrée d'air et de la sonde de pression P12.

Le circuit d'antigivrage du moteur prélève son air chaud au niveau du 8eme étage du compresseur. Cet air de prélèvement passe à travers l'intérieur des aubes de guidage, fait le tour de la sonde de pression, Circule dans le cone d'entrée d'air dont il s'échappe pour être réabsorbé par le moteur.

Le capot avant est réchauffé par l'air prélevé au niveau du 13eme étage du compresseur. La température de cet air est réglée automatiquement pour fournir l'antigivrage nécessaire, quelle que soit la position des manettes de poussée. Dans l'éjecteur situé au bas du capot moteur, l'air chaud est mélangé à l'air frais et s'achemine ensuite vers le tube perforé situé dans le bord d'attaque du capot avant. Il s'évacue par un orifice du capot.

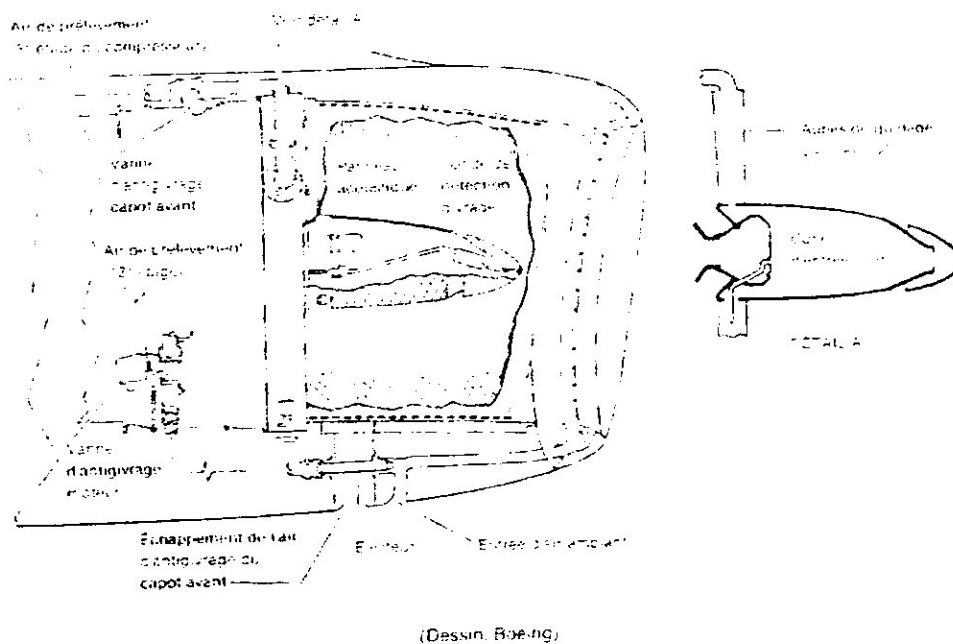


Figure II.2.4.3.C.circuit d'antigivrage du moteur et du capot avant

II.2.4.4. Antigivrage réchauffeur électrothermique:

L'antigivrage électrothermique, ne demande qu'une installation simple en comparaison des autres systèmes et procure donc un avantage d'économie de masse et d'encombrement. Cependant, c'est un gros consommateur d'électricité: il ne peut pas répondre à tous les besoins. Il faut dire aussi que chaque constructeur a ses préférences en matière d'antigivrage, et il semble que les constructeurs britanniques aient un faible pour le système électrothermique. Selon les types d'appareils, on le rencontre sur les bords d'attaque (rare), les entrées d'air des moteurs, les pare-brise, les tubes de Pitot, les prises statiques, les sondes d'angle d'attaque, les avertisseurs

de décrochage, les hélices, les radômes et les orifices de purge des toilettes. Nous présentons ici quelques-unes des applications les plus courantes du système d'antigivrage électrothermique. Ce système utilise un élément chauffant parcouru par un courant.

A. Système d'antigivrage des bords d'attaque et des entrées d'air:

Pour les surfaces aérodynamiques de l'aéronef, on utilise un tapis chauffant semblable à celui qui est illustré à la figure II.2.4.4.A

Un tapis chauffant est constitué de deux couches minces de caoutchouc prenant un élément en sandwich. Chaque tapis est moulé pour être collé directement sur la section à protéger, en préservant le profil essentiel et en n'ajoutant que très peu de volume. Lorsque c'est nécessaire, la base en caoutchouc est renforcée par des couches de tissu de verre. Dans certains cas, on utilise un liant en résine résistant aux températures élevées pour constituer une structure en fibre de verre.

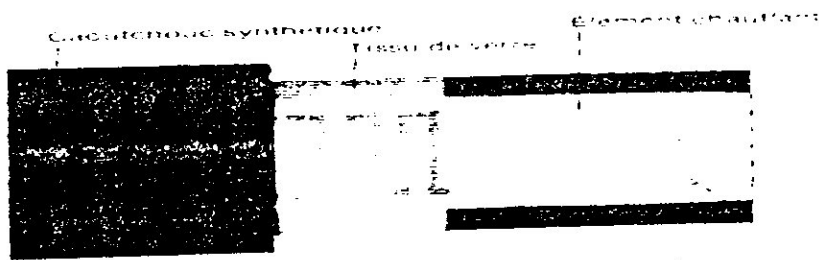
Un circuit de chauffage continu fournit un chauffage constant pour prévenir la formation de glace sur les bords d'attaque tandis qu'un circuit cyclique opère pendant un court instant, pour briser l'adhésion de la glace, ce qui donne une économie maximale de puissance électrique. Un système entièrement automatique peut être installé en utilisant un appareil de contrôle avec un détecteur de glace et un thermostat.

Le néoprène et le polyuréthane offrent la meilleure protection contre l'érosion par la pluie. On en retrouve d'ailleurs sur les carters des radars. Le tissu de verre au-dessous et au-dessus de l'élément chauffant augmente considérablement la résistance à l'endommagement par les pierres et les débris tout en permettant quand même la flexibilité de la structure. Les éléments chauffants en zigzag permettent la flexibilité sans craquer. La masse moyenne d'un tapis chauffant est de 3,4 kg/m². Son épaisseur est de 2,03 mm environ.

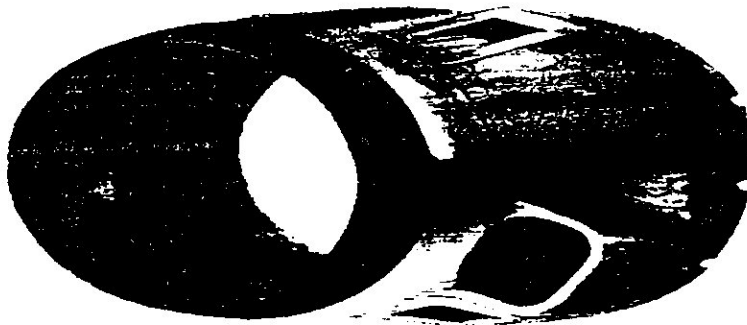
Le dégivrage électrique peut être installé sur des formes complexes tout en fournissant un chauffage uniforme. L'installation de dégivrage Dunlop sur la prise d'air d'un moteur Rolls-Royce Dart en est un bel exemple (fig II.2.4.4.B).

B. Pare-brise chauffant:

Un pare-brise chauffant (fig.II.2.4.4.B) est constitué de couches de verre trempé prenant en sandwich une couche de vinyle. La surface interne d'une des couches de verre est recouverte d'un mince film de matière transparente conductrice d'électricité (oxyde stannique) qui sert d'élément chauffant.



TAPIS CHAUFFANT ELECTRIQUE
(Photo: Dunlop)

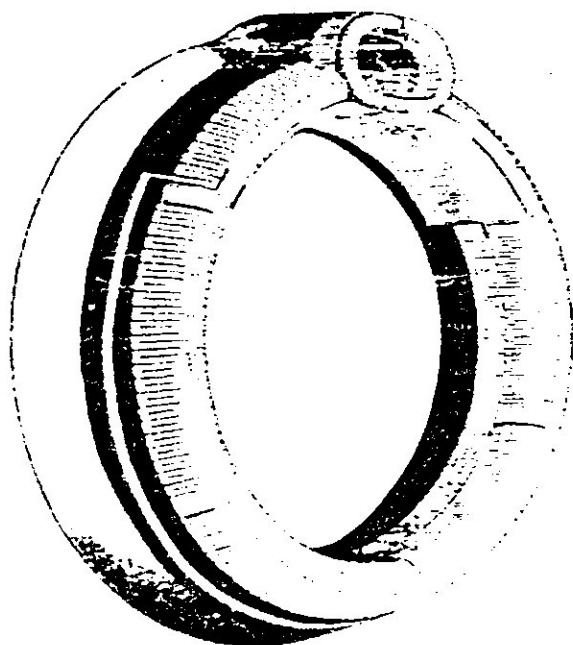


ANTIGIVRAGE PAR RECHAUFFEURS ELECTROTHERMIQUES
DE L'ENTREE D'AIR D'UN MOTEUR
(Photo: Dunlop)

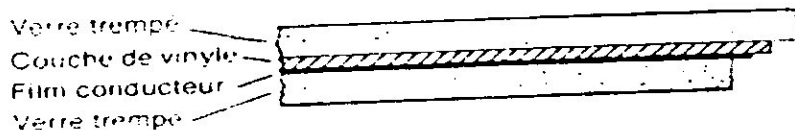


INSTALLATION D'ELEMENTS CHAUFFANTS ELECTRIQUES
SUR UN BORD D'ATTAQUE
(Photo: Dunlop)

Figure II.2.4.4.A.pare-brise chauffant



INSTALLATION DE DEGIVRAGE SUR LA PRISE D'AIR
D'UN MOTEUR ROLLS-ROYCE DART
(Photo Duniop)



PARE-BRISE CHAUFFANT

figure II.2.4.4.B. prise d'air-pare brise

Le vinyle empêche l'éclatement du pare-brise en cas de choc et le verre trempé constitue un matériau très résistant en cas de collision avec les oiseaux. Des sondes de température et un boîtier de contrôle maintiennent le pare-brise à la température désirée. Sur la plupart des aéronefs, le circuit est complètement automatique: Le verre est chauffé graduellement et maintenu à la température optimale qui assure la meilleure résistance contre les impacts. IL existe en effet une relation directe entre la température du verre trempé et sa résistance aux chocs.

C. Autres éléments chauffants:

Les tubes de Pitot, les prises statiques, les avertisseurs de décrochage, les indicateurs d'angle d'attaque, les purges des toilettes, etc., sont dégivrés par les éléments électrique. La partie supérieure du tableau contient les commandes et les voyant des circuits de dégivrage des pare-brise et des fenêtres. On peut remarquer, que seuls les pare-brise, les fenêtres latérales avant et les fenêtres supérieures sont dégivrés électriquement. Les autres fenêtres sont dégivrées par la circulation de l'air de la cabine entre les parois vitrées. Le bouton d'essai est ramené en position centrale par un ressort de rappel. En position OVHT (surchauffe), il simule une condition de surchauffe qui doit faire s'illuminer le voyant ambre de surchauffe et s'éteindre, au bout de quelques secondes, le voyant vert. En position PWR TEST (essai en charge), le circuit est mis sous tension sans contrôle, quelle que soit la température de la fenêtre ou du pare-brise à l'essai.

La partie inférieure du tableau de contrôle commande le dégivrage des tubes de Pitot et des prises statiques. L'interrupteur A commande le réchauffage des éléments figurant sur le panneau vert de gauche, c'est-à-dire le tube de Pitot, la prise statique et les circuits anémométriques de secours du commandant, le tube du Pitot gauche du dispositif de sensation artificielle de la gouverne de profondeur et la sonde thermométrique. L'interrupteur B commande le tube de Pitot, la prise statique et les circuits anémométriques de secours du premier officier et le tube de Pitot droit du dispositif de sensation artificielle de la gouverne de profondeur.

Dans les dégivreurs thermiques des verres de la cabine on emploie l'air chaud prélevé sur le compresseur du moteur. Le chauffage électrique des verres est branché avant la formation des dépôts de glace sur les verres, en présence du danger de givrage (par exemple, avant l'envol dans les conditions du ciel bas ou avant la percée des nuages).

II.2.5. Le dégivrage mécanique:

Un système de dégivrage mécanique agit directement sur la glace déjà formée pour la briser. Il consiste essentiellement en un tablier dégivreur de caoutchouc fixé sur le bord d'attaque de la surface à dégivrer; ce tablier se gonfle d'une façon cyclique.

Les tabliers dégivreurs sont en caoutchouc souple et renferment des cavités tubulaires gonflables. La couche externe est en néoprène conducteur parce que ce matériau résiste bien aux intempéries et à la corrosion chimique tout en dispersant les charges d'électricité statique. Les tabliers sont collés sur le bord d'attaque et la partie arrière est effilée pour conserver la continuité aérodynamique (fig. II.2.5.A).

Les tabliers dégivreurs sont gonflés cycliquement à un rythme choisi par le pilote, et certains modèles peuvent être commandés manuellement à la demande. De plus, chaque surface portante est divisée en sections de dégivrage. Les tabliers dégivreurs des différentes sections sont mis en action tour à tour pour éviter que la perturbation du vent relatif causée par la déformation du bord d'attaque et la rupture de la glace ne provoque une trop grande réaction aérodynamique de l'avion (exemple de cycle: tabliers intérieurs des ailes – tabliers extérieurs).

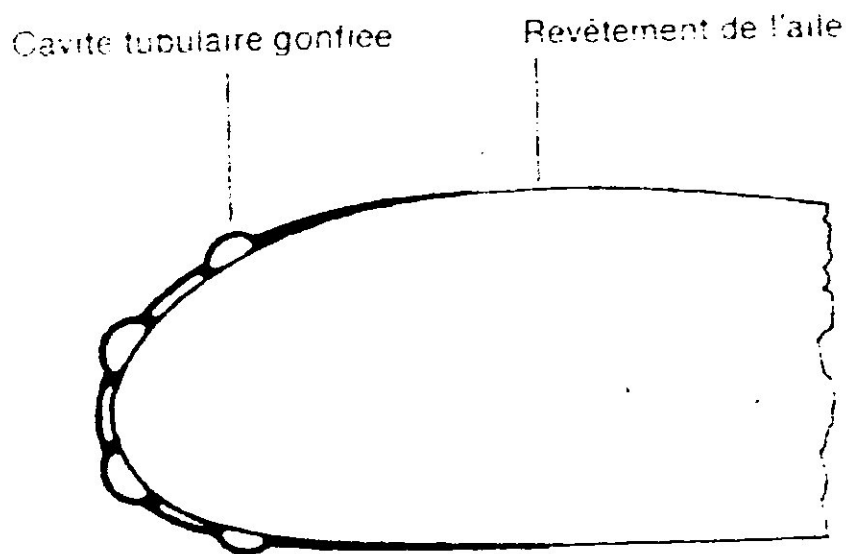


Fig. II.2.5.A. tablier dégivreur

Les cavités pneumatiques de certains tabliers perfectionnés ont eux aussi leur propre cycle de dégivrage, comme nous le voyons à la figure II.2.5.B

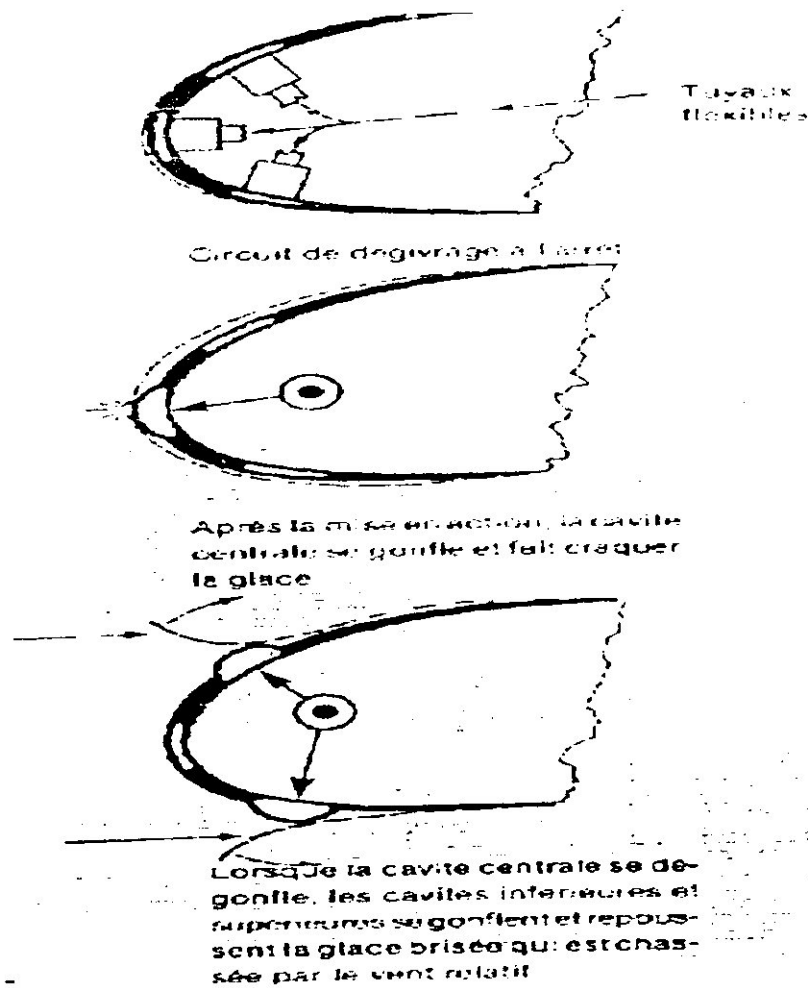


Figure II.2.5.B. Fonctionnement

Pour mettre en action les dégivreurs il faut une source d'air sous pression, des clapets sécurité (surpression et dépression), un régulateur de pressions une vanne d'arrêt, une minuterie de cycle de gonflage et des clapets de distribution La source de pression peut être de l'air prélevé au compresseur au moteur ou sur un moteur à pistons, de l'air provenant d'une pompe. Il est souvent commode d'utiliser la pompe de pression et d'aspiration qui entraîne aussi les instruments gyroscopiques pneumatiques, puis que ce circuit de dégivrage a besoin à la fois de pression d'air, pour gonfler les cavités tubulaires et d'aspiration, pour maintenir ces cavités complètement écrasées et réduire ainsi la traînée aérodynamique.

L'air de prélèvement en provenance des compresseurs des turbomoteurs est d'abord soumis à une réduction de pression par le régulateur pour atteindre la pression normale de fonctionnement des tabliers dégivreurs, tandis qu'une partie de cet air est dérivé dans l'éjecteur où se produit l'aspiration nécessaire à l'écrasement des cavités lorsque le circuit fonctionne. L'air à la pression voulue est acheminé vers les clapets de distribution, chacun d'eux est muni d'un orifice d'entrée d'air sous pression, d'un échappement, d'un orifice d'aspiration et d'une vanne électromagnétique commandée par la minuterie. Cette vanne met cycliquement les cavités tubulaires sous pression, laisse ensuite s'échapper l'air puis met les cavités en communication avec l'aspiration. Lorsqu'on coupe le circuit de dégivrage, seule l'aspiration est appliquée aux cavités pour les maintenir parfaitement dégonflés.

Ce système de dégivrage n'a pas l'efficacité du système thermique, surtout en condition de glace limpide. De plus, il faut bien faire attention de laisser se former sur les bords d'attaque une bonne croûte de glace avant de mettre le dégivreur en marche. Autrement, une mince couche de glace molle, au moment du gonflage ne fait que se soulever de la distance de déplacement des cavités. Les dépôts de glace subséquents s'accumulent alors sur la partie soulevée tandis que les tabliers dégivreurs se gonflent et se dégonflent cycliquement à l'intérieur même de l'enveloppe de glace. Une installation comme celle qui est illustrée par la figure II.2.5.B atténue cet inconvénient. Les tabliers dégivreurs sont fragiles. Il faut particulièrement éviter de les racler lors du dégivrage au sol et faire attention de ne pas y frotter les tuyaux des pompes à essence. Ils ne doivent pas être lavés avec des détergents. Lorsque la couche protectrice de néoprène est usée, le tablier dégivreur perd sa conductivité électrique et les charges statiques peuvent provoquer des arcs électriques qui perforent le caoutchouc.

II.2.6. Les essuie-glaces:

Les essuie-glaces d'avion sont semblables d'aspect aux essuie-glaces d'automobile, mais ils doivent être plus puissants pour être capables de fonctionner efficacement malgré le vent relatif très rapide. Les essuie-glaces d'avion ont tendance à être soulevés du pare-brise par le vent relatif. C'est pourquoi les balais de ces essuie-glaces sont soumis à la tension d'un ressort très puissant. Il ne faut donc jamais faire fonctionner les essuie-glace s'ils ne sont pas lubrifiés par un liquide (eau ou alcool) pour éviter les rayures du pare-brise ou la détérioration rapide des balais.

A. Les essuie-glaces électriques:

Un essuie-glace électrique est mû par un moteur électrique. Il peut y avoir un seul moteur pour les essuie-glaces de droite et de gauche ou un moteur pour chaque côté. Le moteur est rattaché à un convertisseur qui transforme le mouvement rotatif en un mouvement de va-et-vient. Les essuie-glaces électriques ont deux allures de marche, haute et basse vitesse. Lorsque l'interrupteur est placé en position PARK (repos), l'essuie-glace continue à fonctionner jusqu'à ce qu'il se trouve en position de départ, puis l'excitation du moteur est renversée pour amener le balai au-dessous du pare-brise. Dans cette position, l'excitation du moteur est coupée tandis que le solénoïde du frein maintient

B. Les essuie-glaces mécaniques:

sont mis en jeu quand il faut essuyer les verres pour éliminer la glace; ils sont employés comme moyens auxiliaires, seulement en combinaison avec le système dégivreur à liquide et parfois thermique. Pour le nettoyage autonome des verres, les essuie-glaces ne peuvent être utilisés qu'à la pluie ou à la neige fondante, du fait que leur fonctionnement est prévu sur le verre humecté.

II.2.7. Mesure à prendre pour prévenir le givrage de l'avion au sol et entretien:

Les précipitations atmosphériques, la gelée blanche, le givre qui se dépose sur les réservoirs structuraux refroidis par un vol à haute altitude, la circulation au sol dans la névase, sont autant de causes possibles d'accumulation de glace sur un aéronef au sol. Ces dépôts de glace peuvent réduire d'une façon dramatique les performances de l'avion au décollage, diminuer le débattement des gouvernes et empêcher la rétraction du train. À noter qu'au printemps et à l'automne, des températures nocturnes inférieures au point de congélation peuvent provoquer un dépôt de glace sur les ailes, et ce dépôt risque de ne pas être facilement détecté sur un avion à ailes hautes. Dans de telles conditions atmosphériques, une inspection visuelle particulièrement minutieuse de tout l'appareil s'impose.

Si la neige peut être balayée facilement, il n'en est pas de même de la glace qui adhère solidement aux surfaces. Bien entendu, il n'est pas question de la racler, compte tenu de la fragilité de la peinture, du revêtement et des tabliers dégivreurs. Une des solutions consiste à attendre que le soleil veuille bien faire fondre la glace. Si le réchauffement solaire anticipé risque de provoquer des délais inacceptables, il faut soit dégivrer l'avion en l'aspergeant de liquide dégivrant, soit mettre l'avion au chaud dans un hangar. Cette dernière solution exige toutefois une mise en garde: l'eau produite par la glace fondue peut se congeler à nouveau si l'on sort l'avion immédiatement dans une température ambiante inférieure à 0°C. La glace peut se former dans les charnières, les guides de câbles, les clapets, les microcontacts, etc. Le temps de dégivrage d'un avion dans un hangar ne doit donc pas se limiter à l'élimination physique de la glace sur la cellule, mais se prolonger jusqu'au séchage complet de l'avion.

Après le dégivrage au sol, il faut effectuer une inspection visuelle minutieuse en s'attardant

sur les espaces de débattement des gouvernes, les charnières, les prises statiques, les tubes de Pitot, le mécanisme du train d'atterrissage, les portes et les puits de roues, les crochets de verrouillage, les microcontacts et les freins. Il faut aussi s'assurer, en

III.1. Théorie de Stefan:

Stefan, dans sa théorie monodimensionnelle expliqua plusieurs aspects qualitatifs des champs expérimentaux étudiés. Par contre, il traita l'océan polaire comme une colonne d'eau pure, et nous savons que la salinité des océans est un aspect contrôlant leur dynamique.

Dans le but de comprendre comment Stefan peut capturer le comportement de ce champ analysé et sous quelles conditions environnementales son approche peut échouer.

Nous allons étudier le cas de la solidification d'un liquide sous refroidi et le cas de la fusion de la glace.

III.2. Présentation du problème :

III.2.1. Solidification d'un liquide :

Soit un liquide sous refroidi à une température T_i uniforme inférieure à la température de solidification T_m de la phase solide est confinée dans un espace semi infini. Il est supposé que la solidification commence à la surface $x=0$ au temps $t=0$ et à l'interface liquide-solide se déplace dans la direction des x positifs.

-Formulation du problème :

$$\frac{\partial^2 T_l}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha_l} \frac{\partial T_l}{\partial t} \quad \text{pour } 0 < x < s(t), t > 0 \quad (1-s)$$


α_l : est le coefficient diffusivité thermique

$$\alpha_l = \frac{k}{\rho \cdot C_p}$$

$$T_l(x,t) = T_m \quad \text{pour } x=0, t > 0 \quad (2-s)$$

Interface :

$$T_l(x,t) = T_m \quad x=s(t) \quad t>0 \quad (3-s)$$

$$-k_l \frac{\partial T_l}{\partial x} = \rho L \frac{ds}{dt} \quad x=s(t) \quad t>0 \quad (4-s)$$


III.2.2. Fusion de la glace :

Soit un solide est confine a la température de solidification T_m (ou de fusion) dans un espace semi infini.

Au temps $t=0s$, la température en $x=0$ est élevée a T_0 supérieure a T_m et maintenue a cette température pour $t > 0$.

Ainsi la fusion commence à la surface $x=0$ et l'interface liquide-solide se déplace dans la direction des x positifs.

-Formulation du problème :

$$\frac{\partial^2 T_l}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha_l} \frac{\partial T_l}{\partial t} \quad \text{pour } 0 < x < s(t), \quad t > 0 \quad (1-f)$$

$$T_l(x,t) = T_0 \quad \text{pour } x=0, \quad t < 0 \quad (2-f)$$

Interface :

$$T_l(x,t) = T_m \quad x=s(t) \quad t > 0 \quad (3-f)$$

$$-k_l \frac{\partial T_l}{\partial x} = \rho L \frac{ds}{dt} \quad x=s(t) \quad t > 0 \quad (4-f)$$

III.3. Solution analytique:

III.3.1. Solution exacte de solidification :

Supposer :

$$T_I(x,t) = T_m + B \cdot \text{erfc} [x/2 \cdot (\alpha_p t)^{1/2}] \quad (5-s)$$

Application des conditions aux limites

$$T_I(x,t) = T_i \quad t=0 \text{ et } 0 < x < \infty \quad (6-s-a)$$

$$T_I(x,t) = T_m \quad t > 0 \text{ et } x \text{ tend vers } \infty \quad (6-s-b)$$

Donc :

$$B = (T_i - T_m) / \text{erfc}(\lambda) \quad (7-s)$$

D'où finalement :

$$\frac{T_I(x,t) - T_m}{T_m - T_i} = \frac{\text{erfc}[x/2(\alpha_p t)^{1/2}]}{\text{erfc}(\lambda)} \quad (8-s)$$

$$\text{Et } s(t) = 2 \lambda \sqrt{\alpha_p t} \quad (9-s)$$

Où λ est la racine de l'équation $f(\lambda) = 0$

$$\text{Telle que } f(\lambda) = \lambda e^{\lambda^2} \text{erfc}(\lambda) - \frac{C_p(T_i - T_m)}{L\sqrt{\pi}} \quad (10-s)$$

Pour résoudre $f(\lambda) = 0$ on utilise :

-première étape : raccourcissement de l'intervalle par la méthode de dichotomie telle que $\lambda \in [a_1, a_2]$

On arrête le calcul si $|a_1 - a_2| < \varepsilon, \varepsilon > 0$

-deuxième étape : on applique la méthode de Newton sur l'intervalle $[a_1, a_2]$ pour trouver λ suivant la suite :

$$\lambda_{n+1} = \lambda_n - \frac{f(\lambda_n)}{f'(\lambda_n)} \text{ si } |\lambda_{n+1} - \lambda_n| < \varepsilon, \text{ alors la racine est } \lambda_{n+1}$$

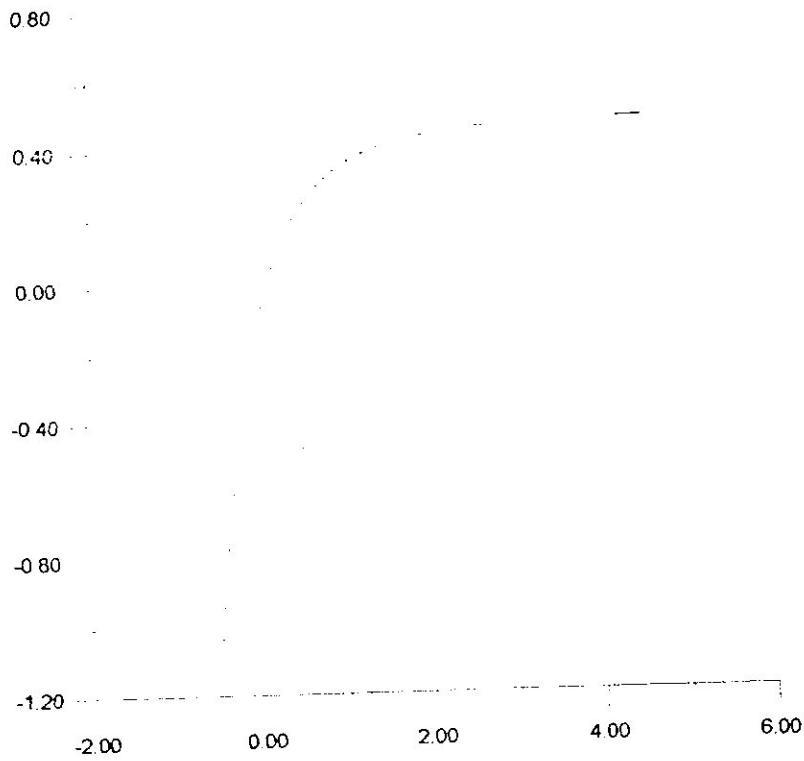


figure.III.A.racine de $f(\lambda)$ -solidification

III.3.2. Solution exacte de fusion:

Supposer :

$$T_i(x,t) = T_0 + B \cdot \text{erf} [x/2 \cdot (\alpha_i t)^{1/2}] \quad (5-f)$$

Application des conditions aux limites

$$T_i(x,t) = T_0 \quad t > 0 \text{ et } x = 0 \quad (6-f-a)$$

$$T_i(x,t) = T_0 \quad t = 0 \text{ et } x > 0 \quad (6-f-b)$$

Donc :

$$B = (T_m - T_0) / \text{erf}(\lambda) \quad (7-f)$$

D'où finalement :

$$\frac{T_i(x,t) - T_0}{T_m - T_0} = \frac{\text{erf}[x/2(\alpha_i t)^{1/2}]}{\text{erf}(\lambda)} \quad (8-f)$$

Et $s(t)=2 \lambda \sqrt{\alpha t}$ (9-f)

Où λ est la racine de l'équation $f(\lambda)=0$

Telle que $f(\lambda)=\lambda e^{\lambda^2} \operatorname{erf}(\lambda) - \frac{Cp(T_0 - T_m)}{L\sqrt{\pi}}$ (10-f)

Pour trouver la valeur de λ on suivie même procédure que précédent (solidification)

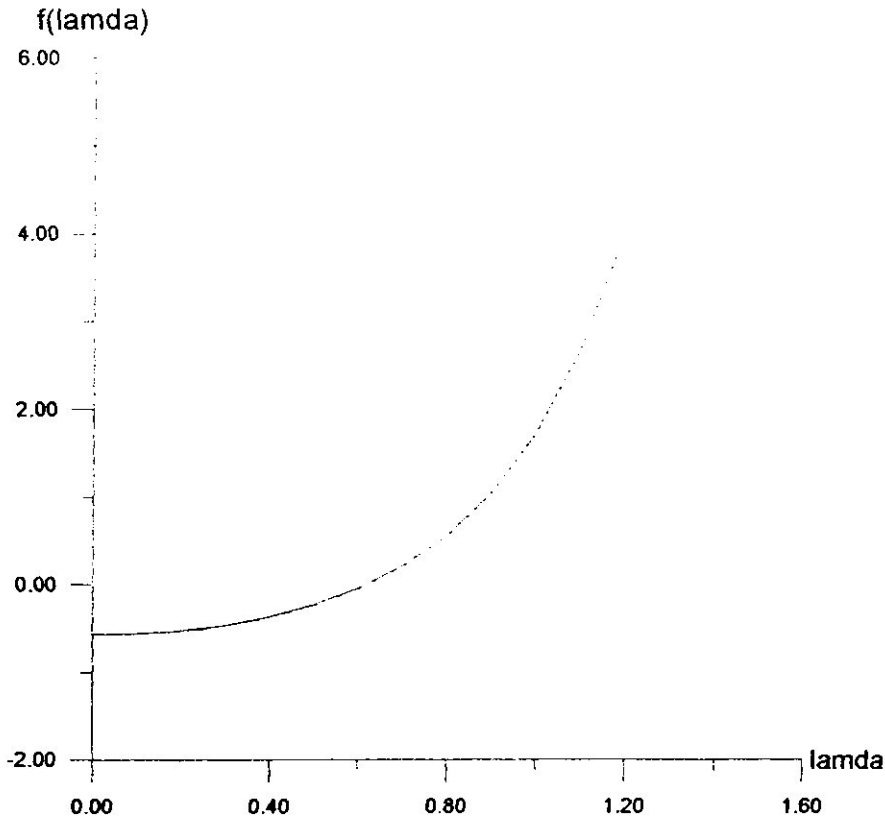


figure.III..racine de $f(\lambda)$ -fusion

III.3.3. Méthode intégrale :

Une des méthodes utilisées pour approximer la solution des problèmes a changement de phase en régime transitoire est celle appelée méthode intégrale. Elle peut donc être appliquée aux problèmes de solidification ou celui de fusion. La formulation mathématique est celle donnée précédemment c'est-à-dire : les équations pour la phase liquide sont données par:

$$\frac{d^2 u}{dx^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{du}{dt} \quad (0 < x < s(t)) \quad (1-a)$$

$$u(x,t) = u_0 \quad x=0 \quad (1-b)$$

et pour l'interface:

$$u(x,t) = u_m \quad x=s(t) \quad (1-c)$$

$$-k \frac{du}{dx} = \rho L \frac{ds}{dt} \quad x=s(t) \quad (1-d)$$

La technique consiste à intégrer l'équation (1-a) de $x=0$ à $x=s(t)$ pour obtenir:

$$\frac{du}{dx} \Big|_{x=s(t)} - \frac{du}{dx} \Big|_{x=0} = \frac{1}{\alpha} \frac{d}{dt} \left[\int_0^{s(t)} u dx - u \Big|_{x=s(t)} s(t) \right] \quad (2)$$

Après utilisation des conditions de (1-c) et (1-d), cette dernière équation est réduite à:

$$-\rho \frac{L}{k} \frac{ds}{dt} - \frac{du}{dx} \Big|_{x=0} = \frac{1}{\alpha} \frac{d}{dt} [\theta - u_m s(t)] \quad (3)$$

$$b = \frac{\alpha \cdot \rho \cdot L}{k \cdot s} (1 - \sqrt{1 + \mu}) \quad (10)$$

$$c = \frac{b \cdot s + (u_0 - u_m)}{s^2} \quad (11)$$

$$a = u_m$$

$$\frac{2 \cdot k}{\alpha \cdot \rho \cdot L} (u_0 - u_m) - \mu = \frac{2 \cdot c \cdot p}{L} (u_0 - u_m) \quad (12)$$

Substituer le profile de température ainsi trouvé dans (3) , une équation différentielle ordinaire en s(t) est donc généré :

$$s \frac{ds}{dt} = 6 \cdot \alpha \frac{1 - (1 + \mu)^{\frac{1}{2}} + \mu}{5 + (1 + \mu)^{\frac{1}{2}} + \mu} \quad (13)$$

$$\text{avec } s=0 \quad \text{pour } t=0 \quad (14)$$

la solution de (13) est :

$$s = 2 \cdot \lambda \cdot \sqrt{\alpha \cdot t} \quad (15)$$

$$\text{Ou } \lambda = \sqrt{3 \cdot \frac{1 - \sqrt{1 + \mu} + \mu}{5 + \sqrt{1 + \mu} + \mu}} \quad (16)$$

La position s(t) de l'interface solide liquide est ainsi complètement définie.

III.4. Solution numérique:

A. Le but:

-la préparation des schémas numériques pour les problèmes finis et multidimensionnels parce que la solution exacte est faite dans notre problème pour le cas unidimensionnelle et semi infini, mais vue la pratique, on doit choisir une valeur bien déterminer pour rendre le problème fini, donc il faut utiliser les méthodes numériques pour les cas multidimensionnels et les problèmes finis.

-généraliser les méthodes numériques pour des géométries complexe, car la solution exacte n'existe plus pour ces cas.

B. Modèle numérique :

On a utilisé la méthode des lignes, c'est la méthode de Runge kutta d'ordre quatre couplée avec la méthode des différences finies, l'idée est d'écrire le Laplacien de T par la méthode des différences finis.

$$\frac{d^2T}{dx^2} = \frac{T(i-1) - 2.T(i) + T(i+1)}{h^2} \quad (11-f)$$

Ou le pas $h(t) = \frac{b-s(t)}{n-1}$

avec les trois variables $T(i-1)$, $T(i)$, $T(i+1)$ on a formé le système d'équations suivant :

$T(1)=T_m$ donnée du problème

$$\frac{d^2T(2)}{dt} = \frac{\alpha}{h^2} (Tp(1) - 2.Tp(2) + Tp(3))$$

$$\frac{d^2T(i)}{dt} = \frac{\alpha}{h^2} (Tp(i-1) - 2.Tp(i) + Tp(i+1)) \quad (A)$$

$$\frac{d^2T(n-1)}{dt} = \frac{\alpha}{h^2} (Tp(n-2) - 2.Tp(n-1) + Tp(n))$$

$T(n)=T_i$ donnée du problème

Plus l'équation de l'Interface

$$\frac{dS}{dt} = \frac{c}{2.h} (Tp(n-2) - 4.Tp(n-1) + 3.Tp(n)) \quad (12-f)$$

on va résoudre le système d'équations différentiels (A) par la méthode de Runge kutta d'ordre 4.

III.5. Organigrammes des programmes :

Dans cette partie, on va expliquer les programmes, dans lesquels on a utilisé le fortran comme langage informatique.

III.5.1. Solution exacte :

Le programme solution exacte qu'on a développé est structuré comme suit :

-**Partie déclaration** : on déclare les différents vecteurs et variable. Ensuite, on détermine bloc commun pour les différentes variable et données seront utilisées par fonction du programme.

Après la partie déclaration, on fait appel à fonction :

-**Real function Fonc(x)** : dans la quel on introduit la valeur de cette fonction à différentes entrées(x).

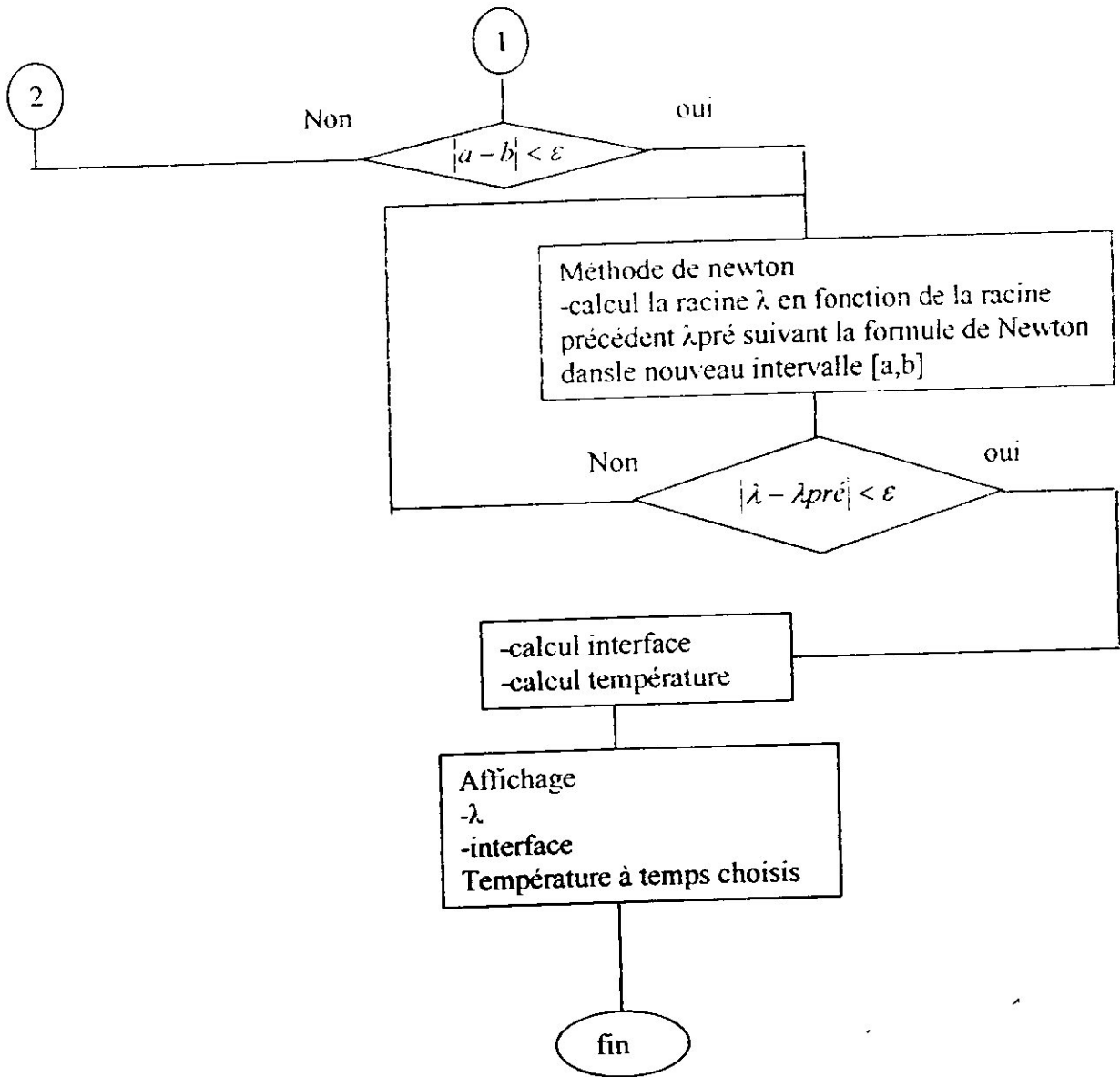
Maintenant on a utilisé deux techniques pour trouver la solution λ de $\text{fonc}(\lambda)=0$.

-**Méthodes Bissection** : pour raccourcir l'intervalle [a, b] qui contient λ

-**Méthode de newton** : on introduit la racine λ en fonction de la racine précédente $\lambda_{\text{pré}}$ suivant la formule de Newton dans le nouveau intervalle [a,b].

-Finalement on calcule l'interface liquide-solide et la distribution de température suivant les formules de solution exacte.

Remarque : on utilise IMSL (bibliothèque de FORTRAN) dans laquelle il y a fonction erreur ERF.

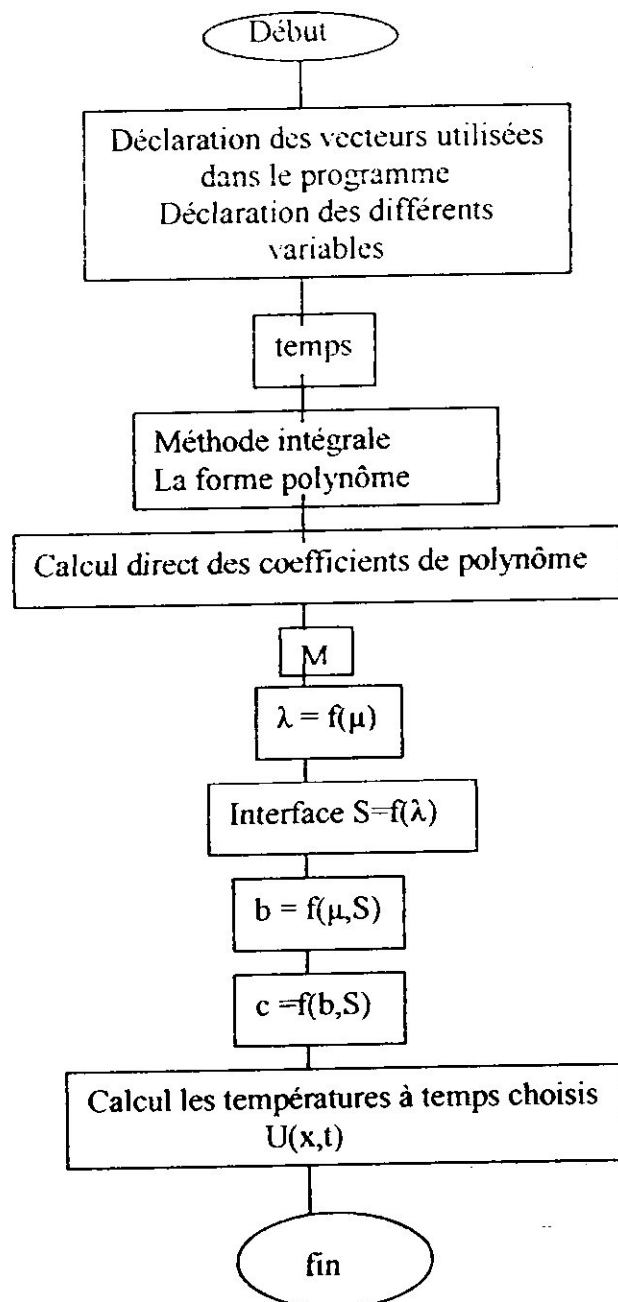


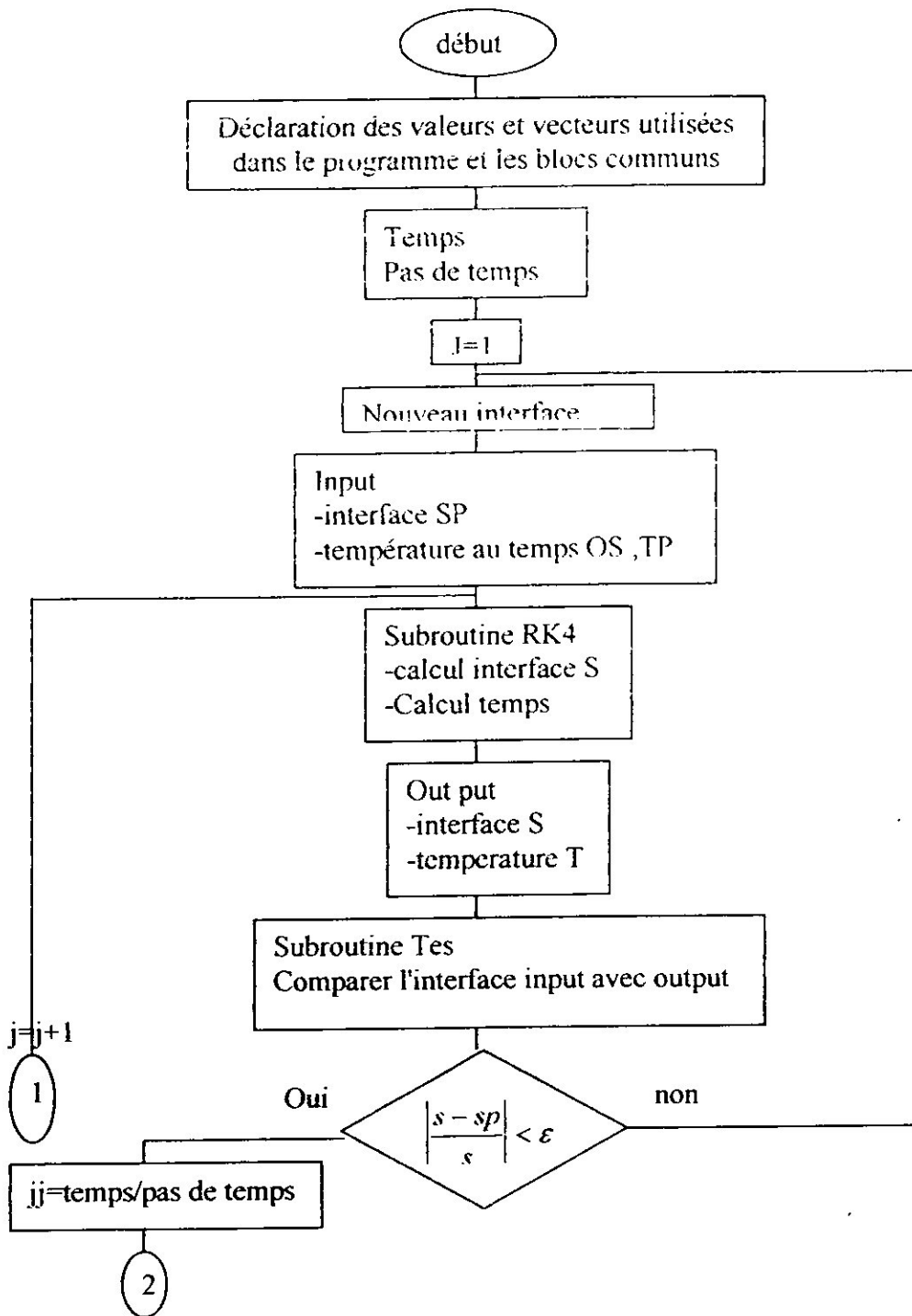
III.5.2. Méthode intégrale :

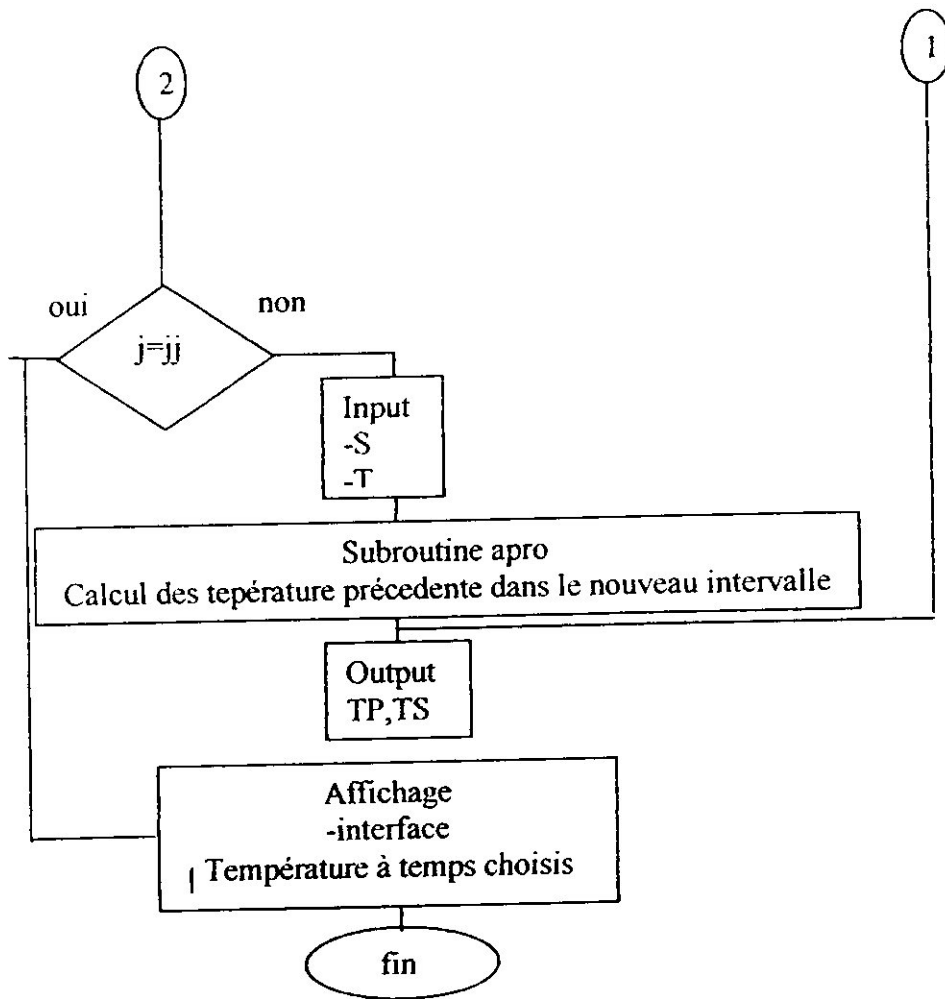
Le programme de la méthode intégrale qu'on a développé est structuré comme suit :

-Partie déclaration : on déclare les différents vecteurs et variables.

Après la partie déclaration, on calcule les coefficients du polynôme au temps choisi, puis on calcule la distribution de température suivant le profil parabolique pour le cas de fusion.







subroutine RK4

```

implicit none
double precision ::ht,hx,alpha,c1,v,w,b,htt
double precision,dimension(100) ::u,up,xk1,xk2,xk3,xk4
double precision ::ui,um,s,sp,sp0,xs1,xs2,xs3,xs4
integer ::i,n,cpt,j
common/bloc1/s,sp0,sp,ht,hx
common/bloc2/n,i,j
common/bloc3/u,up
common/bloc8/b
ui=-11.
um=-1.
up(1)=-1
u(1)=-1
u(n)=ui
do i=2,n-1
xk1(i)=up(i-1)-2*up(i)+up(i+1)
enddo
xs1=-up(3)+4*up(2)-3*up(1)
xk2(2)=up(1)-2*(up(2)+xk1(2)/2)+up(3)+xk1(3)/2
do i=3,n-1
xk1(n)=0.
xk2(i)=up(i-1)+xk1(i-1)/2-2*up(i)+xk1(i)+up(i+1)+xk1(i+1)/2
enddo
xs2=-1*(up(3)+xk1(3)/2)+4*(up(2)+xk1(2)/2)-3*up(1)
xk3(2)=up(1)-2*up(2)-xk2(2)+up(3)+xk2(3)/2
do i=3,n-1
xk2(n)=0.
xk3(i)=up(i-1)+xk2(i-1)/2-2*up(i)-xk2(i)+up(i+1)+xk2(i+1)/2
enddo
xs3=-1*(up(3)+xk2(3)/2)+4*(up(2)+xk2(2)/2)-3*up(1)
xk4(2)=up(1)-2*(up(2)+xk3(2))+up(3)+xk3(3)
do i=3,n-1
xk3(n)=0.
xk4(i)=up(i-1)+xk3(i-1)-2*(up(i)+xk3(i))+up(i+1)+xk3(i+1)
enddo
xs4=-1*(up(3)+xk3(3))+4*(up(2)+xk3(2))-3*up(1)
hx=abs(b-sp0)/(n-1)
w=(ht*c1)/(2*hx)
v=(ht*alpha)/(hx**2)
s=sp+(w/6)*(xs1+2*xs2+2*xs3+xs4)
do i=2,n
u(i)=up(i)+(v/6)*(xk1(i)+2.*xk2(i)+2.*xk3(i)+xk4(i))
enddo
end subroutine

```

```

subroutine apro

implicit none
integer i,n
double precision x,x0,x1,x2,x3,hxap,sa,L0,L1,L2,l3,hxa,sap,b
double precision,dimension(100)::ua,p
common/bloc2/i,n
common/bloc7/sa,sap
common/bloc4/ua,p
common/bloc8/b
p(1)=-1.
p(n)=-11.
ua(1)=-1.
ua(n)=-11.
hxap=abs(b-sap)/(n-1)
hxa=abs(b-sa)/(n-1)
do i=2,n-2
x0=sap+(i-2)*hxap
x1=sap+(i-1)*hxap
x2=sap+i*hxap
x3=sap+(i+1)*hxap
x=sa+(i-1)*hxa
L0=((x-x1)*(x-x2)*(x-x3))/((x0-x1)*(x0-x2)*(x0-x3))
L1=((x-x0)*(x-x2)*(x-x3))/((x1-x0)*(x1-x2)*(x1-x3))
L2=((x-x1)*(x-x0)*(x-x3))/((x2-x1)*(x2-x0)*(x2-x3))
L3=((x-x1)*(x-x0)*(x-x2))/((x3-x1)*(x3-x0)*(x3-x2))
p(i)=(ua(i-1)*L0)+(ua(i)*L1)+(ua(i+1)*L2)+(ua(i+2)*l3)
enddo
x0=sap+(n-4)*hxap
x1=sap+(n-3)*hxap
x2=sap+(n-2)*hxap
x3=sap+(n-1)*hxap
x=sa+(n-2)*hxa
L0=((x-x1)*(x-x2)*(x-x3))/((x0-x1)*(x0-x2)*(x0-x3))
L1=((x-x0)*(x-x2)*(x-x3))/((x1-x0)*(x1-x2)*(x1-x3))
L2=((x-x1)*(x-x0)*(x-x3))/((x2-x1)*(x2-x0)*(x2-x3))
l3=((x-x1)*(x-x0)*(x-x2))/((x3-x1)*(x3-x0)*(x3-x2))
p(n-1)=(ua(n-3)*L0)+(ua(n-2)*L1)+(ua(n-1)*L2)+(ua(n)*l3)
end subroutine

```

subroutine test

```
implicit none
doubleprecision s1,s2,sp1,sp2,sp3,A1,A2
doubleprecision erreur
common/bloc9/s1,s2,sp1,sp2,sp3
A1=(s2-s1)/(sp2-sp1)
A2=s2-A1*sp2
if (abs(1-A1).gt.1e-14)then
sp3=A2/(1-A1)
endif
end subroutine
```

double precision function fonc(xx)

```
implicit none
double precision xx,Ts,T0,L,cp,pi,const1
common/bloc2/Ts,T0,L,cp,pi
const1=((T0-Ts)*cp)/(L*sqrt(pi))
fonc=xx*exp(xx**2)*(derf(xx))-const1
end function
```

Les données physiques:

$$L=334000.\text{J/Kg}$$

$$cp=4217 \text{ J/Kg/K}$$

$$\rho=1000\text{Kg/m}^3$$

$$kc=0.5672\text{W.S}^{-1}.\text{m}^{-1}$$

Chapitre IV :

Résultats et commentaires

Solution exacte		Solution par méthode intégrale		Erreur de calcul
xi en mm	UE en c°	xi en mm	UI en c°	E en %
0.007580652915	75.241660148	0.0008070648689	74.714461547	0.7006738014
0.037903264579	56.410989276	0.0040353243449	54.766765668	2.9147221644
0.083387182074	29.8208729175	0.0088777135588	28.4285956378	4.66880122382
0.128871099	6.722722124	0.013720102772	6.3904741519	4.881560561906

Interface par solution exacte SE(mm)	Interface par méthode intégrale SI(mm)	Erreur de calcul E en %
1.40324054007759E-005	1.533423251066862E-005	6.46376742789584

TABLE IV.1.1. Fusion-Température et interface au temps t=0.001s

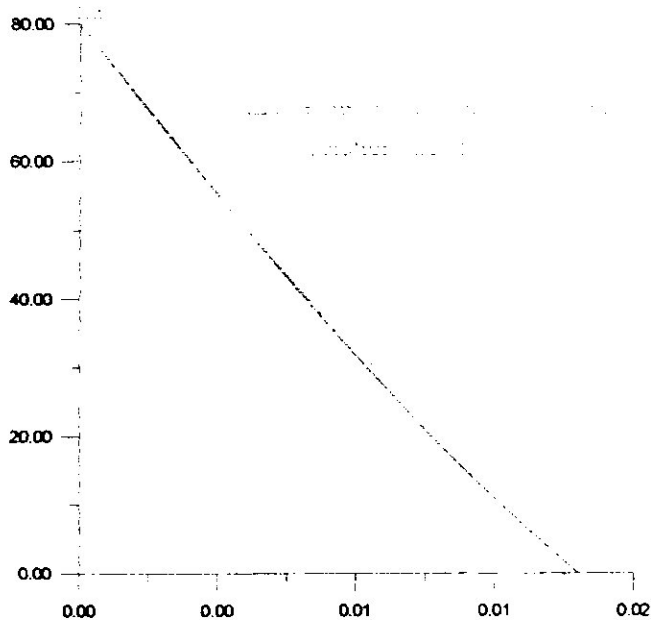


FIGURE.IV.1.1. Fusion- distribution de température au temps t=0.001s

Solution exacte		Solution par méthode intégrale		Erreur de calcul
xe en mm	UE en c°	xi en mm	UI en c°	E en %
0.1695085523	75.24166014836	0.1804651909296	74.71446154793	0.7006738014
0.8475427616	56.410989276487	0.9023259546484	54.76676566885	2.91472216445
1.8645940756	29.820872917573	1.9851171002266	28.428595637842	4.66880122382
2.8816453897	6.722722124138	3.067908245804	6.390474151941	4.94216429091

Interface par solution exacte SE(mm)	Interface par méthode intégrale SI(mm)	Erreur de calcul E en %
3.220662494389428E-003	3.428838627664230E-003	6.46376742789585

TABLE IV.1.5. Fusion-Température et interface au temps t=50s

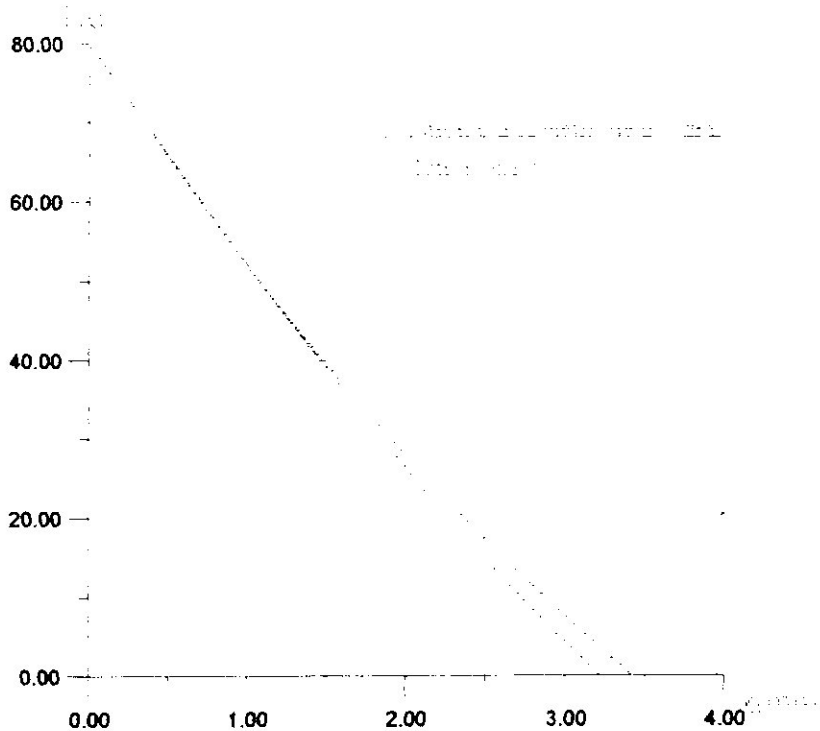


FIGURE.IV.1.5.. Fusion- distribution de température au temps t=50s

Solution exacte		Solution par méthode intégrale		Erreur de calcul
xi en mm	UE en c°	xi en mm	UI en c°	E en %
0.239721293652	75.241660148369	0.255216320549	74.71446154793	0.70067380145
1.198606468261	56.410989276487	1.276081602745	54.76676566885	2.91472216445
2.636934230174	29.820872917573	2.807379526039	28.42859563784	4.66880122382
4.075261992087	6.7227221241380	4.338677449333	6.390474151941	4.942164290

Interface par solution exacte SE(mm)	Interface par méthode intégrale SI(mm)	Erreur de calcul E en %
5.54704579391890E-003	4.849110090431505E-003	6.46376742789587

TABLE IV.1.6. Fusion-Température et interface au temps $t=100s$

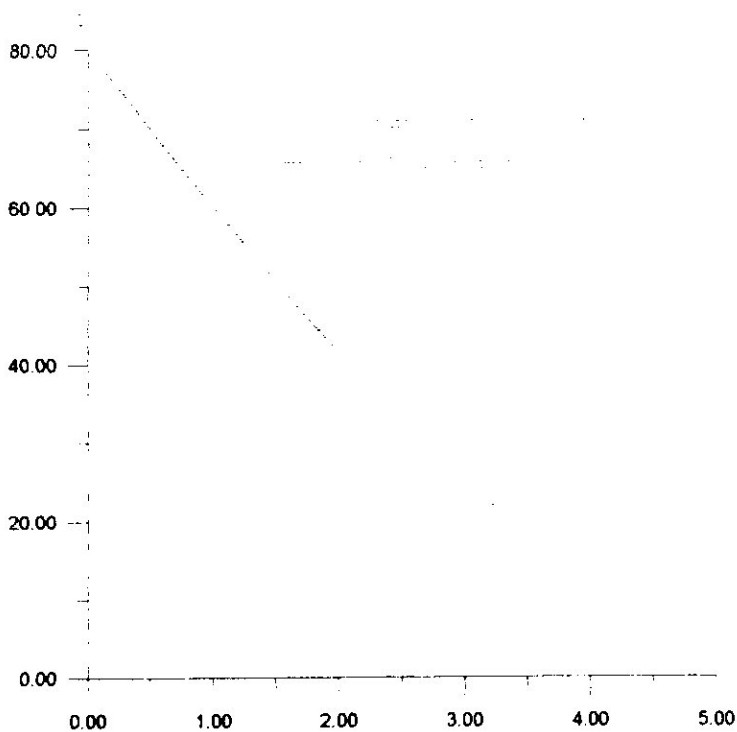


FIGURE.IV.1.6. Fusion- distribution de température au temps $t=100s$

Solution exacte		Solution numérique		Erreur de calcul
xe en mm	UE en c°	xn en mm	Un en c°	E en %
0.028016027323	-10.048696113	0.0267724635353	-10.515926200	4.64965883877
0.13290135458	-11	0.1319341382886	-11	0.00
0.29022934547	-11	0.2896766504186	-11	0.00
0.44755733636	-11	0.4474191625486	-11	0.00

Interface par solution exacte SE(mm)	Interface par solution numérique Sn(mm)	Erreur de calcul E en %
0.001794695507978496	0.0004820448469957352	73.1405776159378

TABLE IV.2.1. solidification-Température et interface au temps $t=0.001s$

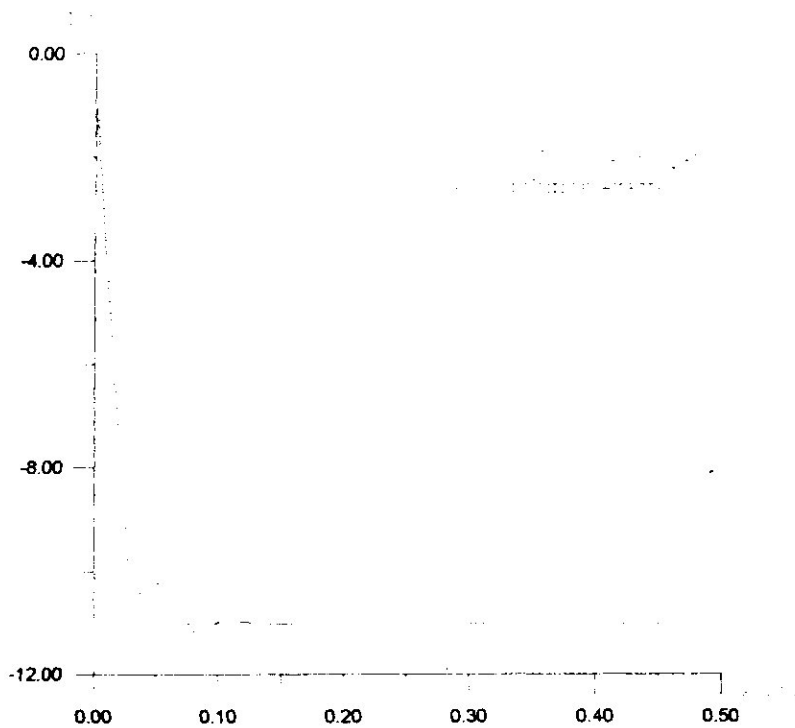


FIGURE.IV.2.1. Solidification- distribution de température au temps $t=0.001s$

Solution exacte		Solution numérique		Erreur de calcul
xe en mm	UE en c°	xn en mm	Un en c°	E en %
0.31692413426489	-8.1001066779	0.300603858511139	-7.6903002196	5.059272360
1.35760766166505	-10.904799197	1.34491408734006	-10.615168946	2.655988851
2.91863294952288	-10.99999981	2.91137943058345	-10.996439648	0.032365109
4.47965823738072	-11.00000	4.47784477382683	-10.999986149	0.000125918

Interface par solution exacte SE(mm)	Interface par solution numérique Sn(mm)	Erreur de calcul E en %
0.05675325511684938	0.03952630130390849	30.3541246708621

TABLE IV.2.2. solidification-Température et interface au temps $t=1s$

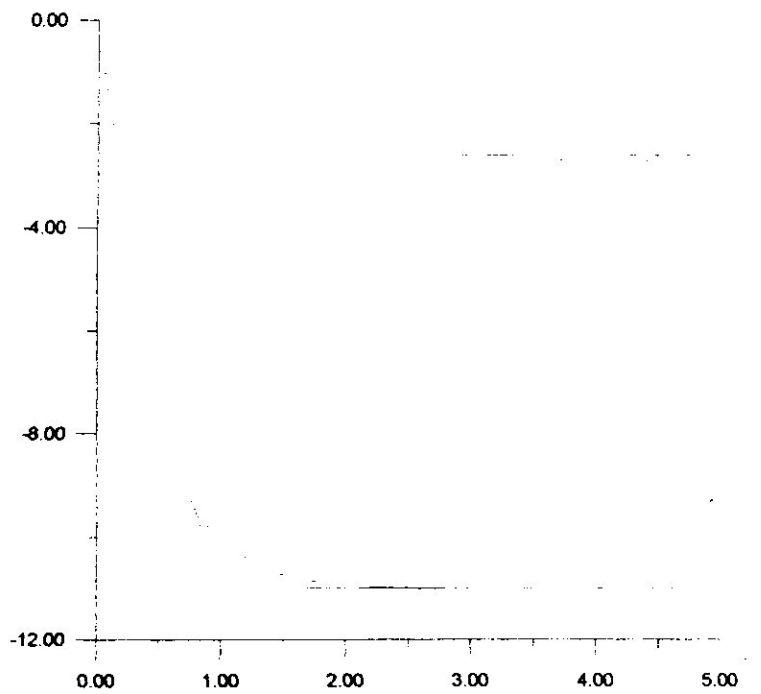


FIGURE.IV.2.2. Solidification- distribution de température au temps $t=1s$

Solution exacte		Solution numérique		Erreur de calcul
xe en mm	UE en c°	xn en mm	Un en c°	E en %
0.383382860167538	-2.8879741332	0.370538122873634	-2.867030019	0.725218206
1.40929775529504	-8.554955282	1.39930740406645	-7.660110892	10.45995403
2.94817009798629	-10.88142741	2.94246132585567	-10.53251885	3.206459473
4.48704244067754	-10.99884893	4.48561524764488	-10.96980985	0.264019264

Interface par solution exacte SE(mm)	Interface par solution numérique Sn(mm)	Erreur de calcul E en %
0.1269041363856630	0.1133458025754311	10.6839179528617

TABLE IV.2.3. solidification-Température et interface au temps t=5s

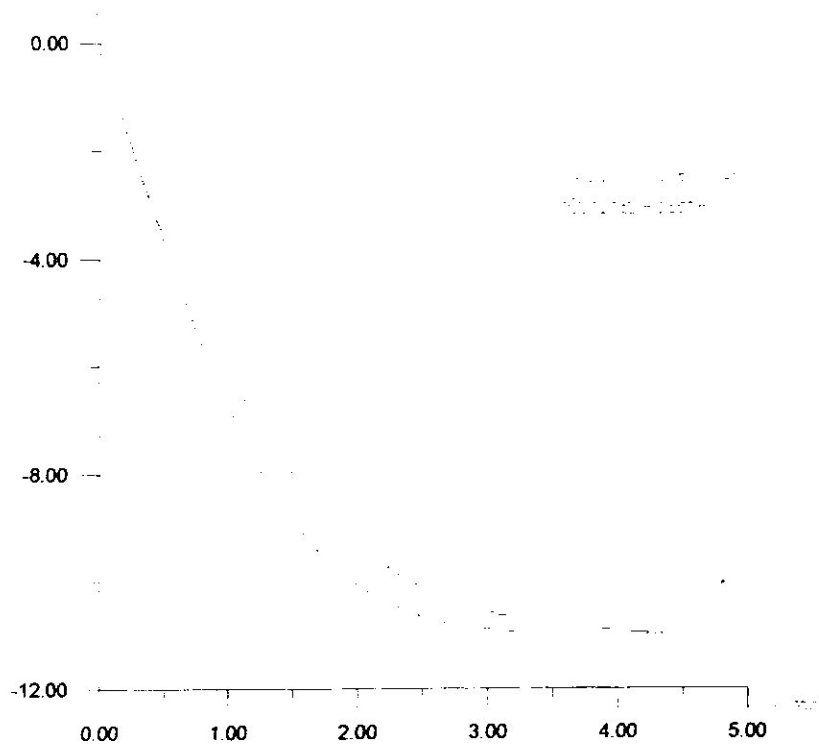


FIGURE.IV.2.3. Solidification- distribution de température au temps t=5s

Solution exacte		Solution numérique		Erreur de calcul
xe en mm	UE en c°	xn en mm	Un en c°	E en %
0.433181673821189	-2.33090323227	0.411896771522777	-2.08979753541	10.343874
1.44803016591454	-6.8788479102	1.43147524190467	-5.8247472145	15.323797
2.97030290405458	-10.23910467	1.68636985950014	-9.3846764320	8.3447553
4.49257564219461	-10.93389500	4.49021065305035	-10.756237972	1.6248283

Interface par solution exacte SE(mm)	Interface par solution numérique Sn(mm)	Erreur de calcul E en %
0.1794695507978495	0.1570021539273035	12.5187792417516

TABLE IV.2.4. solidification-Température et interface au temps $t=10s$

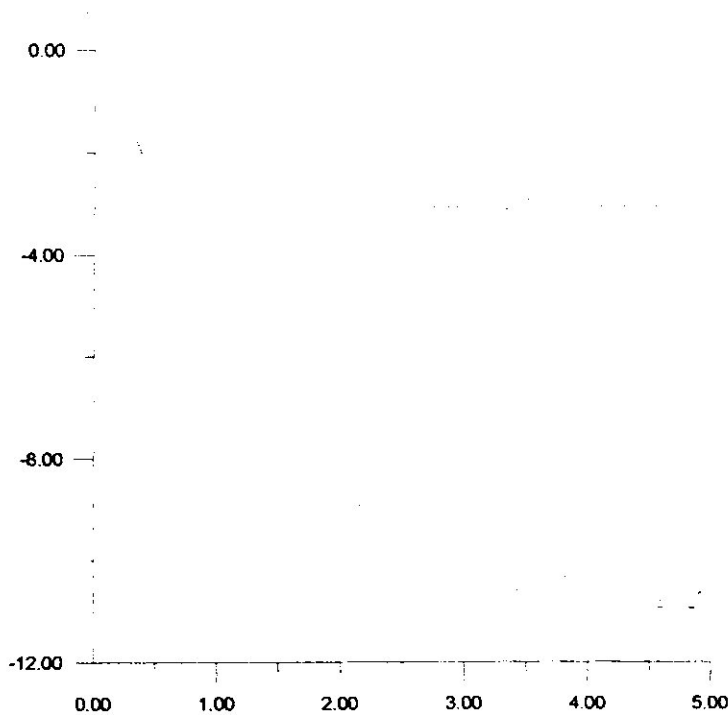


FIGURE.IV.2.4. Solidification- distribution de température au temps $t=10s$

Solution exacte		Solution numérique		Erreur de calcul
xe en mm	UE en c°	xn en mm	Un en c°	E en %
0.906500530450325	-2.18724228315	0.854970197286830	-1.94438961677	11.103144
2.92727819035025	-6.3584188737	2.88719904233420	-5.3186163648	16.353161
5.95844468020014	-9.8673670094	5.9355423099052	-8.880793766	9.9983434
8.9896111700500	-10.84661487	8.98388557747631	-10.620309281	2.0864167

Interface par solution exacte SE(mm)	Interface par solution numérique Sn(mm)	Erreur de calcul E en %
0.4013061154753432	0.3469129860249869	13.5540245595132

TABLE IV.2.5. solidification-Température et interface au temps t=50s

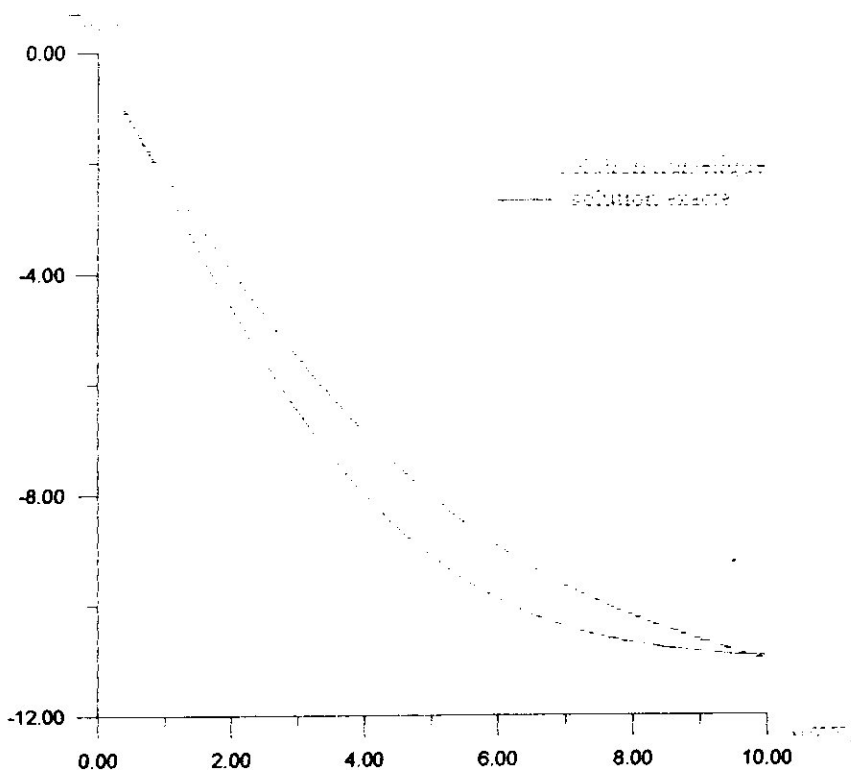


FIGURE.IV.2.5. Solidification- distribution de température au temps t=50s

Solution exacte		Solution numérique		Erreur de calcul
xe en mm	UE en c°	xn en mm	Un en c°	E en %
1.32713610110699	-	1.25724351528594	-	10.79062570
4.36555030086100	2.26115082190	4.31118940077796	2.01715850010	15.85538218
8.92317160049200	-6.6305284687	8.89210822901598	-5.5792328393	9.159581785
13.4807929001230	-10.073289446	13.4730270572540	-9.1506182607	1.872296646
	-10.899525155		-10.695453711	

Interface par solution exacte SE(mm)	Interface par solution numérique Sn(mm)	Erreur de calcul E en %
0.5675325511684937	0.4937570439129382	12.9993437563465

TABLE IV.2.6. solidification-Température et interface au temps $t=100s$

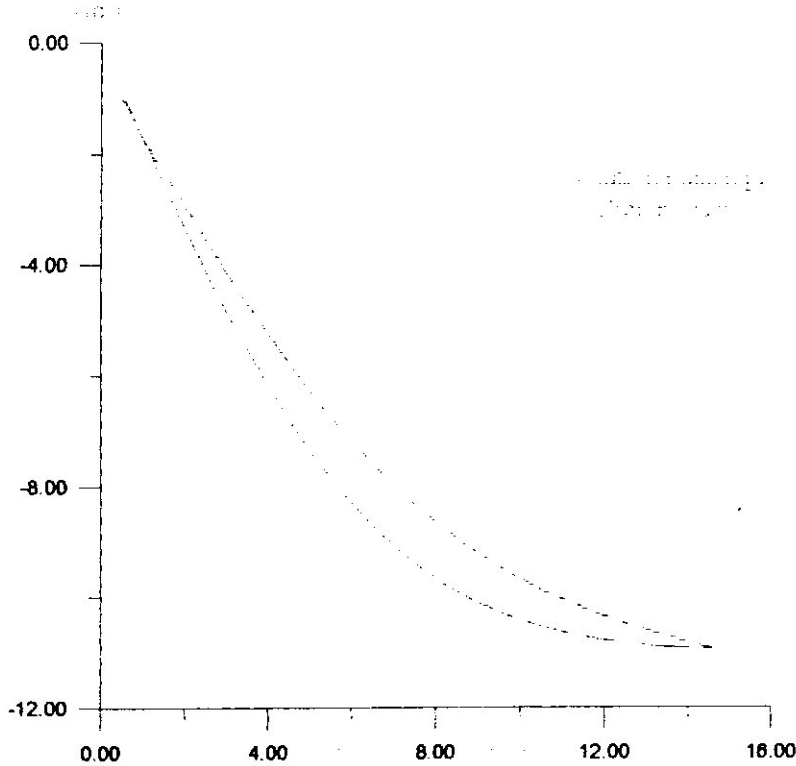


FIGURE.IV.2.6. Solidification- distribution de température au temps $t=100s$

IV.3. Autres schémas numériques :

-Schéma explicite :

Parmi Les schémas les plus utilisés dans ce type de problème, le schéma explicite ; est conditionnellement stable, il faut exiger la condition pour que le schéma soit stable, donc il faut choisir un pas de temps bien déterminé, Il est de plus en plus fréquent de travailler pour des temps assez grand dont la résolution nécessite des heures de calculs, ainsi le schéma devient moins précis.

Pour avoir la convergence de schéma explicite, il faut vérifier la condition de stabilité

($\frac{\Delta t}{\Delta h^2} < \varepsilon$), dans notre cas $\varepsilon = \frac{1}{2\alpha}$, avec $\alpha \approx 1.33 \cdot 10^{-7}$ la solution exacte nous donne la

chance de calculer $s(t)$

$$s = 2 \lambda \sqrt{\alpha t}$$

$$\Delta h \approx \frac{s}{n-1}$$

N : nombre des points dans l'intervalle (0, S)

Pour trouver la distribution de température a la première seconde, et après un petit calcul ; il a été utilisé un pas de temps $\Delta t < 10^{-8}$ répondant au critère de stabilité, donc le nombre d'itération peut aller jusqu'à cent million d'itérations.

Le temps de calcul est limité par la capacité des ordinateurs (dans notre cas la fréquence=2.8 GHZ, la RAM=256 MEGA octets).

C'est ainsi qu'il a été vérifié les recommandations fait dans les littératures pour utiliser des techniques plus fiable et rapide.

CONCLUSION :

Pour résoudre les problèmes de diffusion à frontière mobiles, les schémas explicites et implicites utilisées dans la littérature spécialisée ont largement été prouvés défaillants.

En effet, vu, le nombre impressionnant d'opérations à effectuer, d'où un temps d'excursions élevé, l'erreur cumulée serait si grande que la précision sur le calcul serait inacceptable dans le cas de notre problème, un pas dans le temps $\Delta t = 10^{-8}$ second est nécessaire pour garantir le critère de stabilité, ce qui correspondrait à un temps d'excursions équivalent à plusieurs heures, voir quelque jours.

C'est pourquoi, comme le recommande la littérature, un schéma numérique évolue est nécessaire pour ce type de problèmes.

Le schéma numérique que nous avons développé en couplant deux méthodes (runge-kutta d'ordre quatre et defferrisme finis) semble intéressant et encourageant.

Pour généraliser cette technique, c'est-à-dire améliorer la précision des transitoires rapides, un raffinement possible viendrait de l'utilisation de la méthode RK4-Fehlberg à pas variable.

Aussi, sachant que la solution exacte pour les problèmes de changement de phases n'existe pas dans le cas des régions finies, et que la méthode intégrale a été prouvée fiable dans cette étude, il est donc recommandé le traitement de problème à deux phases (solide, liquide) plus proche de la réalité physique par la méthode utilisée dans notre tentative.

Bibliographies:

[1] Site www.mathworks.com

[2] Site www.mathsoft.com

[3] Site www.astrosurf.com

[4] Site www.wikipedia.com

[5] Site www.google.com

[6] W. H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, B.P. Flannery, "Numerical Recipes in R", Cambridge University Press.

[7] Documentation de l'office national de la météorologie.

[8] Martin Friedlander, "méthodes d'essai du comportement des aéronefs en conditions givrantes et des systèmes de protection contre le givre"

[9] Meirmanov, A.M., "The Stefan problem", (W. De Gruyter expositions in mathematics, Berlin, 1992).

[10] J. Stefan, 1889, "Über einige Probleme der Theorie der Wärmeleitung"

[11] bibliothèque d'D.A.B, "Introduction aux transferts thermiques"

Mr. AMTOUT.L, "outil numérique"