

**République Algérienne Démocratique et populaire**

**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique**

**Université SAAD Dahleb de Blida  
Faculté des Sciences de l'ingénieur  
Département D'Aéronautique**

**Projet  
de fin d'études**

En vue de l'obtention du Diplôme d'Ingénieur D'Etat en Aéronautique

**Option : installation**

**THÈME**

**Utilisation d'un Récepteur GPS pour la navigation en mode  
NAT/DIFF**

**Réalisé par :**

**HAMOUDA Zahir**

**Promotrice :**

**Mme : BENCHEIKH Saliha**

**Promotion 2006**



## REMERCIEMENTS

*Je remercie tout d'abord dieu tout puissant tout clément qui m'a aidé à élaborer ce modeste travail et aboutir à ce niveau d'étude.*

*J'exprime ma profonde et respectueuse gratitude et reconnaissance a Ma promotrice*

*Bencheikh Saliha*

*J'exprime mes remerciements les plus sincères à l'ensemble des enseignants du département d'Aéronautique.*



*Dédicace*

*Je souhaite dédier ce modeste travail, synonyme de  
concrétisation.*

*A mes très chers parents ma raison de vivre, symbole de courage  
et de sacrifice, Que dieu les gardes.*

*A ma grande mère.*

*A mes frères et Sœurs.*

*Et pour ma fiancée.*

*A toute la famille HAMOUDA.*

*Et pour tout mes Amis.*

*A toute la promotion 2001 et les gens de bloc 02 sans exception.*

*Zahir.H*

## SOMMAIRE

Liste des figures.....	I
Liste des paramètres.....	II
INTRODUCTION.....	1

### CHAPITRE I : LE SYSTEME DU POSITIONNEMENT GLOBAL

I.1-Définition .....	5
I.2-Historique.....	5
I.3-Architecture du système GPS .....	6
I.3.1-Segment spatial.....	6
I.3.1.1-Constellation spatiale .....	6
I.3.1.2-Le satellite GPS.....	7
I.3.2-Segment de contrôle .....	8
I.3.3-Segment utilisateur .....	9
I.4 -Le Signal GPS .....	10
I.4.1-Codes pseudo aléatoires .....	12
I.4.1.1-Code C/A .....	12
I.4.1.2-Code P .....	12
I.4.2-Message de navigation .....	13
I.5-LES SERVICES GPS .....	14
I.5.1-Le PPS .....	14
I.5.2-Le SPS .....	14

### CHAPITRE II : DESCRIPTION DU FONCTIONNEMENT D'UN RECEPTEUR GPS

II.1-CATEGORIES DES RECEPTEURS.....	15
II.1.1-LE RECEPTEUR A CANAUX PARALLELES .....	15
II.1.2-LE RECEPTEUR SEQUENTIEL.....	16
II.1.3-LE RECEPTEUR MULTIPLEXE.....	17
II.2-ARCHITECTURE GENERALE D'UN RECEPTEUR GPS.....	17
II.2.1-L'ANTENNE .....	18
II.2.2-LE PREAMPLIFICATEUR A FAIBLE BRUIT .....	18
II.2.3-LE MODULE RF.....	19
II.2.4-LE MODULE NUMERIQUE.....	19
II.3-PRINCIPE DES MESURES GPS.....	20
II.3.1-PSEUDO DISTANCE SUR LES CODES.....	20
II.3.2-MESURE DE PHASE.....	21
II.4-CALCUL DE LA SOLUTION DE NAVIGATION.....	24
II.5-PARFORMANCES DU SYSTEME .....	26
II.5.2-GDOP .....	26
II.5.3 -PRECISION DE VITESSE .....	26
II.5.4-PRECISION DE L'HEURE .....	26
II.6-SOURCES D'ERREURS .....	26

<b>II.6.1-ERREURS D'ORIGINE NATURELLE .....</b>	<b>27</b>
<b>II.6.1.1- Erreur de l'ionosphère .....</b>	<b>27</b>
<b>II.6.1.2- Erreur de la troposphère .....</b>	<b>27</b>
<b>II.6.2-Erreurs d'origine technique.....</b>	<b>27</b>
<b>II.6.2.1- Disponibilité sélective (SA) .....</b>	<b>27</b>
<b>II.6.2.2 -Diminution de la précision .....</b>	<b>28</b>
<b>II.6.3-AUTRES SOURCES D'ERREURS .....</b>	<b>30</b>
<b>II.6.3.1-Mauvais fonctionnements d'un satellite .....</b>	<b>30</b>
<b>II.6.3.2- Arrêt d'un satellite .....</b>	<b>30</b>
<b>II.6.3.3- Dégradation volontaire par l'armée .....</b>	<b>30</b>
<b>II.6.3.4- Erreurs dues à l'utilisateur .....</b>	<b>31</b>
<b>II.6.3.5-Panne du récepteur .....</b>	<b>31</b>
<b>II.7-LES MODES DE POSITIONNEMENT .....</b>	<b>31</b>
<b>II.7.1-Positionnement absolu .....</b>	<b>31</b>
<b>II.7.2-Positionnement relatif .....</b>	<b>32</b>
<b>II.7.2.1- GPS différentiel.....</b>	<b>33</b>

## **CHAPITRE III : MODELISATION DU POSITIONNEMENT PAR GPS**

<b>III.1-ORGANIGRAMME DU TRAITEMENT.....</b>	<b>35</b>
<b>III.2-LE CHOIX DU MODE DE FONCTIONNEMENT .....</b>	<b>37</b>
<b>III.3-ALGORITHME DU POSITIONNEMENT.....</b>	<b>38</b>
<b>III.3.1-FILTRE DE KALMAN .....</b>	<b>38</b>
<b>III.3.1.1-Principe du filtre de kalman.....</b>	<b>38</b>
<b>III.3.1.2-Modèles de filtrage de kalman .....</b>	<b>38</b>
<b>III.3.1.3-Algorithmme du filtre de kalman.....</b>	<b>40</b>
<b>III.3.1.4-Évolution du filtrage .....</b>	<b>41</b>
<b>III.3.2-ALGORITEMME DE POSITIONNEMENT PAR GPS .....</b>	<b>42</b>
<b>III.3.3-ALGORITHME DU POSITIONNEMENT PAR DGPS .....</b>	<b>43</b>
<b>III.3.3.1.1-Développement du filtre de kalman .....</b>	<b>43</b>
<b>III.3.3.1.1-Modèle stochastique .....</b>	<b>43</b>
<b>III.3.3.1.2-Modèle dynamique .....</b>	<b>46</b>
<b>III.3.3.2-Adaptation de l'algorithme au cas de plusieurs satellites .....</b>	<b>49</b>

## **CHAPITRE IV : RESULTATS ET INTERPRETATIONS**

<b>IV.1-DESCRIPTION DES DONNEES.....</b>	<b>51</b>
<b>IV.2-INFLUENCE DES PARAMETRES DU FILTRE DE KALMAN SUR</b>	
<b>L'ESTIMATION .....</b>	<b>52</b>
<b>IV.2.1-hoix des valeurs initiales du filtre.....</b>	<b>52</b>
<b>IV.2.2-Choix des paramètres de filtre .....</b>	<b>52</b>
<b>IV.3-LES RESULTATS DE POSITIONNEMENT PAR GPS .....</b>	<b>52</b>
<b>IV.3.1-Discrétisation du trajet .....</b>	<b>52</b>
<b>IV.4- RESULTATS DE POSITIONNEMENT PAR DGPS .....</b>	<b>54</b>
<b>IV.5-PRESENTATION DU PDOP .....</b>	<b>58</b>
<b>IV.5-COMPARAISON ENTRE LES RESULTATS OBTENUS .....</b>	<b>59</b>



## Liste des figures

### CHAPITRE I :

Figure I.1 : Segment spatial .....	7
Figure I.2 : Sa tillite GPS du BLOC II.....	8
Figure I.3 : Segment de contrôle .....	9
Figure I.4 : Segment utilisateur.....	10
Figure I.5 : Principe de modulation BPSK.....	11
Figure I.6 : Séquences binaires des codes PRN et de message de navigation.....	12
Figure I.7 : Format du message de navigation GPS.....	13

### CHAPITRE II :

Figure II.1 : Architecture générale d'un récepteur GPS.....	18
Figure II.2 : Comparaison entre le signal reçu et le signal propre du récepteur Sur le code.....	20
Figure II.3 : Comparaison entre signal reçu et signal du récepteur sur la Porteuse.....	22
Figure II.4 : Interprétation géométrique de la mesure de phase.....	23
Figure II.5 : Mesures de pseudo distances.....	25
Figure II.6 : Mauvais GDOP.....	28
Figure II.7 : GDOP correct.....	29
Figure II.8 : Le positionnement absolu.....	31
Figure II.9 : Le positionnement relatif.....	32
Figure II.10 : principe générale du système DGPS.....	33

### CHAPITRE III :

Figure III.1: algorithmes du traitement.....	35
Figure III.2: Organigramme de choix du mode de fonctionnement.....	37

### CHAPITRE IV :

Figure IV.1: Latitude du mobile.....	53
Figure IV.2 : Longitude du mobile.....	53
Figure IV.3 : Trajectoire GPS du mobile.....	54
Figure IV.4 : Longitude du mobile .....	55
Figure IV.5 : Latitude du mobile.....	55
Figure IV.6 : Hauteur du mobile.....	56
Figure IV.7 : Trajectoire DGPS du mobile.....	56
Figure IV.8 : Trajectoire DGPS du mobile (trois démontions).....	57
Figure IV.9 : Nombre de satellites visibles et le PDOP.....	58
Figure IV.10 : Représentation du trajet par les deux mode .....	56
Figure IV.11: Interface graphique simple .....	60
Figure IV.12 : Interface graphique respecte les condition du choix.....	61
Figure IV.13 : Les position des satellites en coordonnées polaires.....	62

## Liste des paramètres

$a$	: Demi grand axe de l'orbite
$a_e$	: Demi grand axe de l'ellipsoïde terrestre
$c$	: Vitesse de transmission
$D$	: Distance émetteur/récepteur
$dT$	: Biais d'horloge entre deux récepteurs
$E$	: Anomalie excentrique
$e$	: Excentricité
$e_k$	: Bruit des mesures
$F_{k+1/k}$	: Matrice de transition
$G_k$	: Gain de Kalman
$H_k$	: Matrice de configuration
$M$	: anomalie moyenne
$m$	: Dimension du vecteur d'état (nombre d'inconnues)
$N^i$	: Ambiguïté entière entre récepteur et satellite $j$
$n$	: nombre de mesures
$P_k$	: Matrice de covariance de l'estimé final
$Q_k$	: Matrice de covariance du bruit d'état
$PR^i$	: Pseudo distance
$R_k$	: Matrice de variance-covariance du bruit de mesure
$T_r$	: Temps de réception en temps récepteur
$t_e^i$	: Temps d'émission en temps satellite
$V$	: Anomalie vraie
$W_k$	: Bruit de l'état
$X_k$	: Vecteur d'état
$Z_k$	: Vecteur d'observations
$\Delta H$	: Erreur de la position horizontale
$\Delta T$	: Décalage d'horloge utilisateur
$\Delta t$	: Intervalle du temps séparant l'émission de la réception
$\Delta \tau^i$	: Décalage d'horloge satellite
$\Delta \varphi$	: Partie fractionnelle de la différence de phases
$\phi_k$	: Mesure de la phase
$\lambda$	: Longueur d'onde
$\rho^i$	: Distance réelle entre le récepteur et le satellite
$\sigma$	: Ecart-type
$\sigma_0$	: Précision du bruit de mesure du code
$\sigma_e$	: Précision de l'observation
$\tau_r$	: Temps de réception en temps GPS
$\tau_e^i$	: Temps d'émission en temps GPS



### INTRODUCTION

Pour des besoins militaire et civile et avec l'inventer de véhicules spéciaux, comme les fusées les sous marines et plus classiquement les avions, il est imposé à l'homme la nécessité de mettre les systèmes de navigation dans le but de connaître la trajectoire, la position, la vitesse et l'accélération avec une grande précision pour garantir la sécurité. La localisation fiable et précise est donc un composant essentiel pour le commander un mobile le long d'un chemin planifié.

Les premiers navigateurs utilisaient les objets célestes tels que le soleil, la lune et les étoiles pour se localiser et pour naviguer en vue d'explorer notre planète. La position connue des astres est un astrolabe permettant de faire le point. Le résultat de cette méthode était assez précis pour éviter de se perdre.

Au XVIII<sup>ème</sup> siècle, le sextant, la boussole et l'almanach des astres associés avec une horloge, améliorèrent significativement la précision de localisation.

Avec l'avènement des systèmes radio, la navigation astronomique a été abandonnée. La radionavigation, qui consiste à se guider à l'aide de mesure sur les signaux radioélectriques, augmente considérablement les performances de navigation. La plupart des systèmes de radionavigation ont été développés pour des besoins militaires, puis ils ont été mis à la disposition des utilisateurs civils. Les systèmes radioélectriques reposent sur la transmission des signaux radio ou qui permettent le positionnement bidimensionnel avec une précision dépendant de la portée et de la fréquence de chaque système. Les principaux de ces systèmes sont :

- Les systèmes au sol transhorizon : OMEGA, OMEGA Différentiel, LORAN C.
- les systèmes au sol à portée limitée : VOR, DME (TACAN), ILS, MLS.
- les radiocompas.

Le système international OMEGA émet des signaux entre 10 kHz et 13 kHz et couvre le monde à partir de huit stations. La précision est d'environ une dizaine de kilomètres. Il est contrôlé par les garde-côtes américains et par les marines nationales abritant les stations. Le traitement des mesures à bord est complexe et comprend des modèles de propagations sophistiqués. Ce système très sensible aux conditions météorologiques. Un système complémentaire ou système OMEGA et le OMEGA différentiel qui permet de communiquer, par une liaison codée et indépendante à l'OMEGA, les erreurs de propagation constatées en un point connu. La précision obtenue peut atteindre le kilomètre. Le LORAN C est un système formé d'un réseau de stations couvrant chacune un ou deux mille kilomètres. Toutes les stations sont sur la même fréquence. Elles émettent des impulsions dont la structure permet de reconnaître l'émetteur. A partir des mesures sur trois stations, un mobile au sol calcule sa latitude et sa longitude à quelques centaines de mètres près et recale son horloge à mieux qu'une microseconde. La couverture est côtière sur l'hémisphère nord.

## Introduction

---

Le VOR de portée optique est le système de navigation normalisé de l'aviation civile. Il fonctionne dans la bande VHF (108 MHz - 118 MHz) et il fournit la partie angulaire des coordonnées polaires. Sa précision est de 3° à 95 0/0. Le système complémentaire du VOR est le système DME qui donne la distance par rapport à une station par mesure du temps de propagation aller retour d'un signal. C'est un équipement cher et précis, environ 200 m à 95. Les systèmes ILS et MLS sont des systèmes d'aide à l'atterrissage permettent de guider l'avion dans la phase d'approche jusqu'à la piste. Ils émettent des signaux dans la bande VHF (108 MHz - 112 MHz) et dans la bande de 5 GHz à 5,125 GHz. Les précisions sont de quelques mètres à l'entrée des pistes.

Le radiocompas embarqué, associé à une radiobalise au sol, est le plus ancien des systèmes de radionavigation. Il porte au-delà de l'horizon et, même imprécis, il permet de rejoindre l'émetteur à coup sur, ou presque. Il est très sensible aux interférences

Malheureusement, plusieurs limitations ont été constatées pour les systèmes de radionavigation sol ce qui dégradent parfois leur performances. Ces limitations sont :

- une couverture limitée.
- une précision insuffisante et dépendante du lieu.
- une sensibilité aux interférences radioélectriques.
- un levé d'ambiguïté délicat.
- une navigation bidimensionnelle.
- un temps de mesure relativement long.
- une disponibilité non permanente.
- une sensibilité aux conditions météorologiques.
- des mesures à effectuer avec le véhicule à l'arrêt.

Le système satellitaire GPS vient donc de résoudre les problématiques des systèmes de navigation conventionnels et donc d'améliorer les performances de positionnement. Le système GPS qui a remplacé le système satellitaire américain TRANSIT, offre des potentialités très importantes car il allie, pour la première fois, des qualités exceptionnelles comme la navigation tridimensionnelle, la couverture mondiale et permanente et des précisions de localisation centimétriques à décimétriques (suivant les moyens et les traitements mis en oeuvre). Il faut encore ajouter que le nombre d'utilisateurs est illimité et le coût du service est très faible.

Le système de positionnement global GPS a été introduit en 1978 par le département de la Défense américaine, afin de remplacer tous les systèmes de positionnement peu performants ou trop contraignants de l'époque. Cependant, il n'a vraiment été accessible au grand public que vers le milieu des années 80, et en moins de dix ans, il a complètement détrôné tous les autres systèmes de positionnement existants.

## Introduction

Aujourd'hui, un récepteur GPS tient dans le creux de la main et permet de connaître instantanément sa position avec une erreur inférieure à 22 mètres, quel que soient le lieu, l'heure ou les conditions météorologiques. Il permet de connaître la distance et la direction de tous les lieux connus. De nombreuses informations utiles sont également fournies en permanence par le récepteur GPS, comme la vitesse et la direction de déplacement, l'heure, le jour ou encore une estimation de l'heure d'arrivée. Son utilisation ne requiert généralement aucune compétence particulière, il suffit de mettre en marche le récepteur GPS comme n'importe quel récepteur radio et d'attendre que la position soit affichée.

Bien que son emploi soit plus simple, une mauvaise utilisation du récepteur peut conduire à des erreurs importantes et parfois dramatiques. Un récepteur GPS possède des fonctions et des limites que l'on se doit de connaître si l'on désire utiliser au mieux toutes ses possibilités en toute sécurité.

### **Problématique et organisation du travail :**

On considère, depuis que l'armée américaine a cessé de dégrader les signaux du GPS, qu'un récepteur GPS permet généralement une précision horizontale de l'ordre de 10 mètres. Mais cette précision ne peut pas toujours être garantie elle peut varier dans des proportions non négligeables suivant le lieu et les conditions. Aussi, le GPS n'est pas vraiment disponible partout certaines forêts aux feuillages extrêmement denses ne permettent pas de recevoir les signaux des satellites ; certains émetteurs ou phénomènes naturels provoquent des interférences empêchant complètement le fonctionnement des récepteurs GPS, et dans certaines circonstances, parfois dues à l'utilisateur, les récepteurs fournissent des indications erronées. Dues aux nombres réduits des satellites visibles. Le passage en mode 2D par le récepteur peut provoquer un décalage de plusieurs centaines de mètres.

De nombreux systèmes et procédés ont été développés pour augmenter la précision et la fiabilité du GPS. Le GPS différentiel est l'un des moyens le plus connus et le plus répandus. D'autres procédés, tels que le calcul d'une moyenne sur une position fixe pendant un temps assez long, permettent d'annuler une partie des erreurs et d'obtenir un résultat d'une très bonne précision. Certains récepteurs GPS sont pourvus de cette fonction. Des programmes informatiques permettent également d'effectuer ce type de calcul.


## Introduction

---

Dans le cadre de ce travail, nous allons aborder les différentes notions de base sur le système GPS. Toutes les mesures effectuées par un récepteur GPS sont présentées notamment la mesure de pseudo distance par mesure du code. Ce dernier type de mesure permet de calculer la position d'un mobile en temps réel.

Ce document comporte 4 chapitres :

- Dans le chapitre I se présente le système GPS d'une façon explicite. les grandes étapes et l'historique du GPS, l'architecture du système GPS et les différents services du système GPS seront discutés Ce chapitre abordera également les limites du système.
- Le chapitre II détaille le fonctionnement d'un récepteur GPS en donnant l'exemple d'un récepteur SERCEL qui fonctionne en deux modes de navigation .le mode naturel et le mode différentiel. Le choix d'un tel mode repose sur un organigramme présenté dans ce chapitre.
- Dans le III chapitre, nous allons présenter les différents algorithmes de positionnement basé sur la mesure du code. Ces algorithmes reposant sur la modélisation par le filtre de kalman.
- Le dernier chapitre, le chapitre IV, analyse les différents résultats obtenus par le programme (programme matlab) des modèles de calcul proposés dans le chapitre III .Une comparaison sera faite entre les deux modes de navigation, pour avoir l'amélioration portée par la technique DGPS .une interface graphique se réalisera par matlab permettant de visualiser la trajectoire du mobile selon le mode de navigation choisi



# Chapitre I

## **CHAPITRE I : LE SYSTEME DU POSITIONNEMENT GLOBAL**

### **I.1-DEFINITION :**

Le système de positionnement global GPS (**Global Positioning System**) est un système de positionnement par satellites créé par l'armée américaine dans le contexte de la Guerre Froide. Son objectif est de fournir à un utilisateur fixe ou mobile sa position en trois dimensions, sa vitesse et une information de temps ; ceci à tout moment et à tout endroit du globe terrestre.

Afin de comprendre le contexte de son développement, il faut bien rappeler que c'est une propriété américaine accessible au monde entier.

### **I.2-HISTORIQUE :**

En 1963, la division spatiale de l'US. Air Force accorde son support à l'étude d'un système de radionavigation initié par la société Californien Aerospace Corporation. Le projet porte la référence 621B. En 31 mai 1967, le premier satellite Timation développé par le laboratoire de la recherche navale américaine (NRL, Naval Research Laboratory) est mis en orbite.

En avril 1973, le département de la Défense américaine (DoD, Department of Defense) décide de regrouper en un seul projet le système 621B de l'US. Air force et le système Timation de l'US. Navy. dans le but de fournir un moyen de positionnement totalement furtif, de réduire la vulnérabilité des stations terrestres de positionnement de l'époque et de couvrir la Terre entière.

Le 14 juillet 1974, le premier satellite comportant une horloge atomique est mis en orbite. Ce satellite, d'abord appelé Timation-3, est renommé NTS-1 (Navigation Technology Satellite I). Le 22 février 1978, le premier satellite GPS est mis en orbite. Trois autres satellites GPS sont également mis en orbite cette même année constituant aussi les satellites du bloc I.

Bien que le GPS ait été développé à des fins strictement militaires, le département des transports américains (DoT, Department of Transport) conclut un accord avec le DoD. Le GPS peut être utilisé par les services de transport civils, afin de réduire le nombre de balises de radionavigation aériennes civiles.

Le 14 février 1989 le premier satellite du bloc II est mis en orbite. Les satellites bloc II sont beaucoup plus précis. Ils peuvent ainsi rester 14 jours sans aucun contact avec les stations au sol, tout en conservant une précision suffisante.

En 9 juillet 1993, l'administration de l'aviation américaine (FAA, Federal Aviation Administration) approuve l'utilisation du GPS par les opérateurs de l'aviation civile, et Le 8 décembre 1993, le secrétaire de la Défense américaine annonce le GPS IOC, indiquant que 24 satellites GPS des blocs I, II et IIA sont opérationnels sur leur orbite et utilisables pour la navigation.

Le 17 février 1994, le FAA annonce que le GPS est opérationnel et fait partie intégrante du système de contrôle du trafic aérien des Etats-Unis.

Le 30 mars 1998, l'IGEB annonce qu'un nouveau signal sera ajouté à la porteuse L2. Ce signal, accessible aux civils vers 2005, permettra d'améliorer considérablement la précision du système.

Le 21 août 1999, la remise à zéro du compteur de semaines transmis par les satellites, perturbe de nombreux récepteurs GPS. Certains d'entre eux, de la première génération, ont même cessé de fonctionner ou n'affichent plus la date correctement. Ce phénomène est connu sous le nom de la « semaine 1024 » ou EOW

Le 2 mai 2000. La dégradation volontaire SA des signaux émis par les satellites GPS, est totalement supprimée. La précision fournie par tous les récepteurs GPS civils passe alors de 100 mètres à 22 mètres.

### **I.3-ARCHITECTURE DU SYSTEME GPS :**

Le système GPS est composé de trois segments :

- segment spatial.
- segment de contrôle.
- segment utilisateur.

#### **I.3.1-Segment spatial :**

##### **I.3.1.1- Constellation spatiale :**

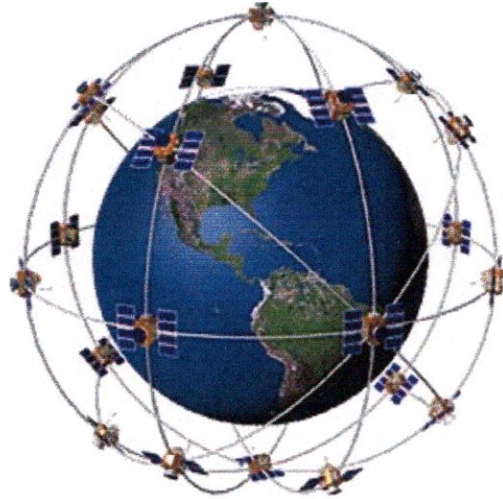
Le segment spatial GPS est constitué de 24 satellites opérationnels. L'intérêt de satellites complémentaires aux satellites GPS est prouvé afin de renforcer la fiabilité, la disponibilité et l'intégrité de la radionavigation par satellite.

Les satellites GPS sont répartis sur six orbites ayant chacune quatre satellites équirépartis.

Les orbites sont inclinées de 55° par rapport au plan équatorial. Elles sont presque circulaires de 26600 km de rayon. La distance à l'utilisateur varie entre 20200 km pour un satellite situé au zénith et 25600 km pour un satellite situé au ras de l'horizon. Les temps de propagation des signaux radio électriques sont au minimum de 67 ms et au maximum de 86 ms.

Un satellite décrit une orbite en une demi journée sidérale. Un observateur terrestre ; qui observe un satellite en particulier, le voit toutes les 23 heures 56 minutes au même endroit du fait de la différence entre la période de rotation des satellites et de la Terre.

Les satellites sont positionnés de manière à ce qu'un minimum de 6 soit visible. En limitant l'angle de visibilité à 15° au dessus de l'horizon (angle d'élévation), l'utilisateur dispose d'un minimum de 4 satellites à toute heure et quelle que soit sa position dans l'environnement proche de la Terre. Onze satellites sont occasionnellement visibles au dessus de l'horizon (élévation nulle).



**Figure I.1 : Segment spatial**

### **I.3.1.2- Le satellite GPS:**

Plusieurs générations de satellites se suivent, elles sont appelées Bloc 1, Bloc 2, Bloc 2A, Bloc 2R et Bloc 2F.

Les satellites du Bloc 1 ont été lancés entre 1978 et 1985. Le dernier a été utilisé jusqu'en 1995.

La constellation a été déclarée opérationnelle fin 1993, lorsque les 24 satellites du Bloc 2 ont été en service. 28 satellites de cette génération ont été commandés. Chaque satellite pèse 846 kg une fois placé sur son orbite.

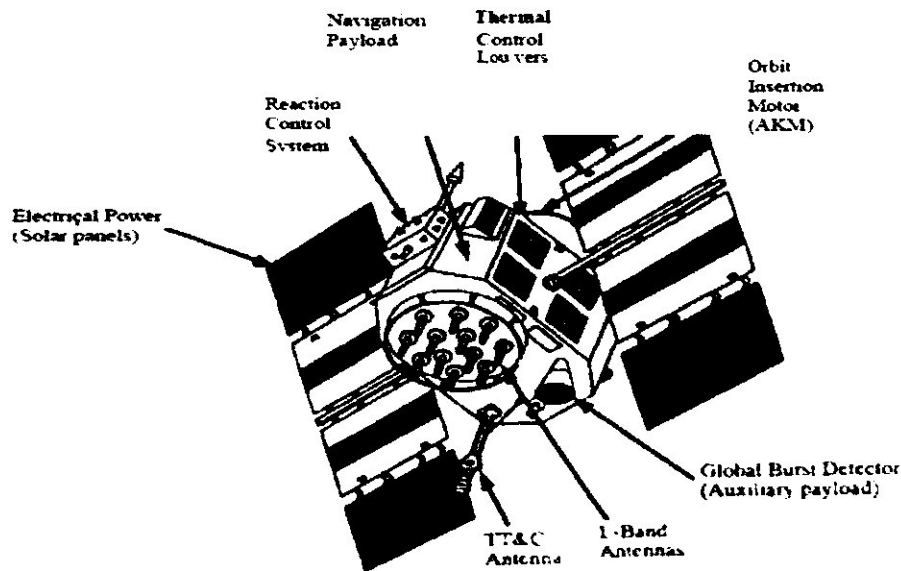
Les 20 satellites du bloc 2R étaient lancés de 1996 à 2001 par des fusées Delta-2. Chaque satellite pèse 1080 kg mais vaut la moitié du prix de la génération précédente.

Un satellite GPS assure les fonctions suivantes :

- recevoir et mémoriser les informations du segment de contrôle,
- maintenir un temps très précis par une moyenne sur plusieurs oscillateurs embarqués. Un satellite dispose de deux horloges au césium et deux horloges au rubidium.
- transmettre les informations aux utilisateurs par l'intermédiaire de deux porteuses L1 et L2.
- asservir sa position et son attitude.
- transférer sa position si nécessaire
- assurer une liaison UHF entre les différents satellites (à partir du block IIR).

Les satellites du Bloc 2 ont 10 années d'autonomie et leur durée de vie est estimée à 7,5 ans. Des panneaux solaires de 7,25 m<sup>2</sup> fournissent une puissance électrique de 700 W.





**Figure I.2 : Satellite GPS du BLOC II**

**I.3.2- Segment de contrôle :**

Le segment de contrôle est constitué d'une station principale (Master station), de cinq stations de contrôle (Monitor stations) et de trois stations de téléchargement (Ground Antennas).

La station principale, située à Colorado-Springs, traite toutes les informations diffusées par les satellites y compris les informations de télémétrie. Les orbites des satellites sont paramétrées et la dérive d'horloge des satellites est modélisée permettant ainsi de synchroniser le temps satellite et le temps GPS. Ces données sont régulièrement transmises vers les satellites sous la responsabilité de la station principale.

Les informations GPS sont collectées en permanence par cinq stations monitrices globalement dispersées et couvrant la quasi-totalité de l'espace dans lequel gravitent les satellites. Ces cinq stations sont situées à Hawaii, à Colorado-Springs, sur l'île de l'Ascension, à Diego Garcia et à Kwajeiein.

Seules trois stations (l'île de l'Ascension, Diego Garcia et Kwajeiein) assurent en plus les fonctions de téléchargement des données vers les satellites et contrôlent le bon transfert. Le chargement des données s'effectue une fois par jour par une liaison à 2,2 GHz. Le satellite dispose de 14 jours de capacité mémoire. Au delà de ce laps de temps et sans rafraîchissement des données, il devient risqué de naviguer avec ces satellites car la précision des mesures se dégrade régulièrement.

Le rôle des stations de contrôle est de poursuivre passivement les satellites en code et en porteuse quelle que soit leur position et de faire l'acquisition des messages de navigation. Le niveau des signaux GPS est également surveillé.

Ces informations sont envoyées à la station principale. Elles lui permettent de calculer les éphémérides et d'estimer la dérive d'horloge des satellites. Par ailleurs, la station estime le retard ionosphérique et calcule les paramètres du modèle de correction.

La station principale contrôle, asservit la position des satellites et gère la constellation spatiale. Elle doit rapidement détecter toute défaillance d'un satellite et, le cas échéant, le mettre dans un mode dégradé ou interdire son usage tout en informant les utilisateurs par l'intermédiaire du message de navigation. L'actualisation d'un almanach à chaque modification de la constellation spatiale, du lancement ou à la fin de vie d'un satellite, est également de son ressort.

Les trois stations de téléchargement transmettent les informations aux satellites et vérifient, à posteriori, le bon chargement.

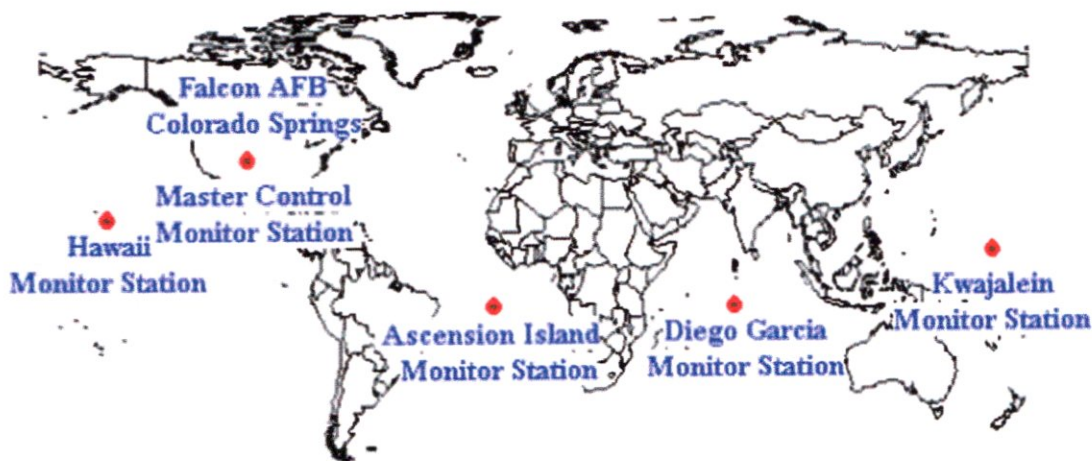


Figure I.3 : Segment de contrôle

### I.3.3- Segment utilisateur :

Le segment utilisateur consiste en une variété de récepteurs GPS militaires ou civils. Un récepteur est conçu pour recevoir, décoder et traiter les signaux émis par les satellites GPS. Les récepteurs intégrés (carte ou circuits spécifiques au GPS) dans d'autres systèmes sont également inclus dans le segment utilisateur.

Les utilisateurs disposent d'un moyen unique pour leurs applications de localisation, de navigation, de référence de temps, de géodésie voire de détermination d'attitude

Ces applications diverses ont conduit à développer différents types de récepteurs chacun pouvant inclure différentes fonctions adaptées au besoin.



**Figure I.4 : Segment utilisateur**

**I.4 - LE SIGNAL GPS :**

Le signal satellite est transmis sur deux ondes porteuses appelées L1 et L2. Les fréquences de ces porteuses sont respectivement 1575,42MHz et 1227,60 MHz.

Le choix de la bande L résulte d'un compromis entre de nombreux critères. On peut citer deux des plus importants : les pertes de propagation en espace libre croissantes en  $f^2$  et la complexité donc le coût des matériels croissant également avec la fréquence.

L'utilisation des deux porteuses permet d'une part de mesurer le temps de groupe, retard de la modulation d'un signal par rapport à la phase de sa porteuse. Dans le cas du GPS, le temps de groupe et la vitesse du phase sont différents du fait de la nature de l'ionosphère.

La seconde fréquence L2 est utile lorsque la fréquence L1 est perturbée (volontairement ou fortuitement).

Les deux fréquences GPS sont cohérentes et sont multiples d'une horloge de référence de  $f_0 = 10,23 \text{ MHz}$  :

$$L1 = 1575,42 \text{ MHz} = 154 \times f_0 \text{ MHz}$$

$$L2 = 1227,64 \text{ MHz} = 120 \times f_0 \text{ MHz}$$

Avant d'être transmises, les porteuses L1 et L2 sont modulées par des codes pseudo aléatoires. Le type de modulation est la modulation biphase BPSK (Biphase Shift Key). La phase de la porteuse varie au rythme des bits transmis : à 0 est associée la phase  $\pi$  et à 1 est associée la phase 0.

Par conséquent, le signal GPS regroupe des codes PRN (C/A et P) et le message de navigation.

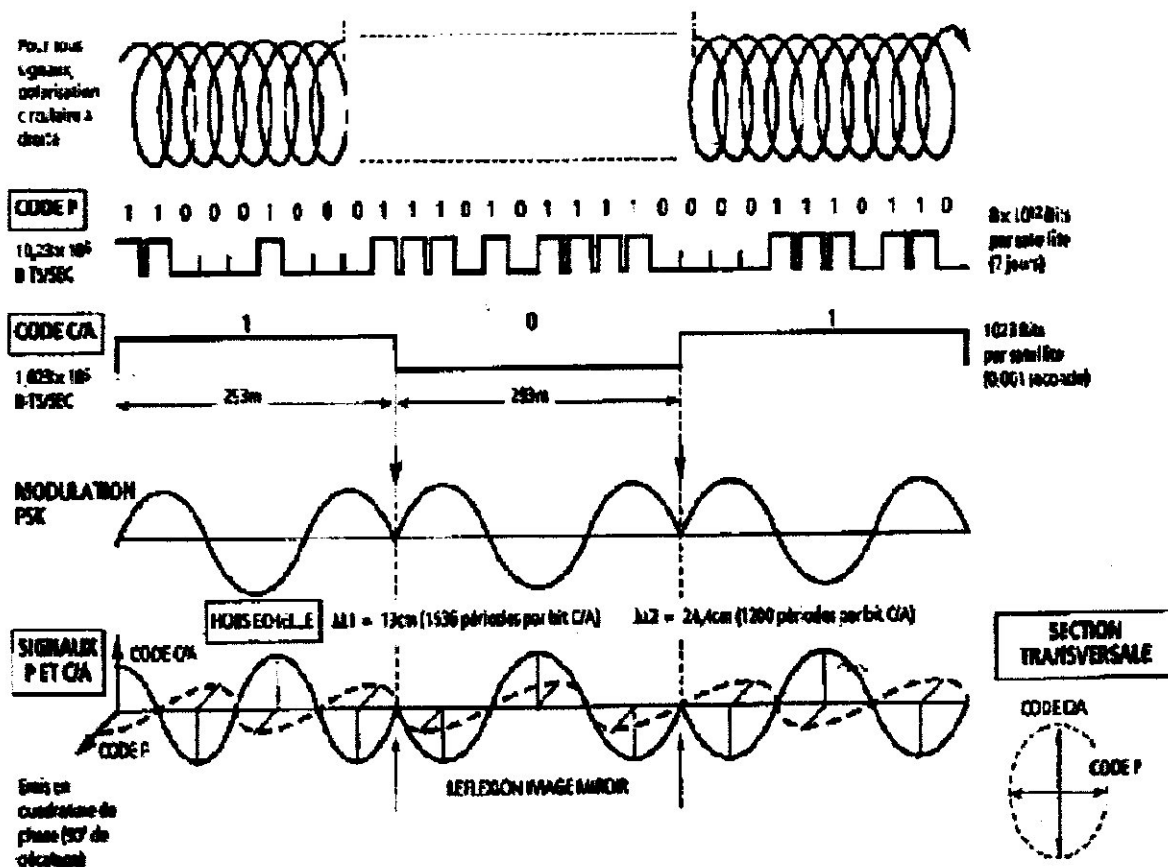


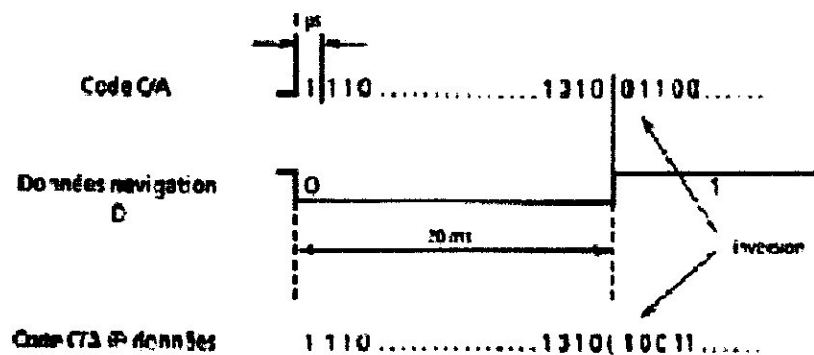
Figure I.5 : Principe de modulation BPSK

Le signal des satellites GPS est exprimé sous l'équation

$$S_{GPS}(t) = A_1 P(t) E(t) \cos(\omega_{L1} t) + A_1 C(t) E(t) \sin(\omega_{L1} t) + A_2 P(t) E(t) \cos(\omega_{L2} t)$$

Avec :

- A1, A2, l'amplitudes des porteuses L1 et L2 respectivement;
- P(t), C(t) = +1, -1 l'état du code P et du code C/A respectivement;
- E(t) = +1, -1 message de navigation;
- $\omega_{L1}, \omega_{L2}$  respectivement la pulsation des porteuses L1 et L2



**Figure L6 :** Séquences binaires des codes PRN et de message de navigation

**I.4.1- Codes pseudo aléatoire :**

**I.4.1.1-Le code C/A :**

Le code C/A, ( Coarse Acquisition ) est une série pseudo aléatoire de  $\pm 1$  définie d'une façon déterministe par une fonction mathématique de période 1ms à une fréquence de  $f_0/10 = 1,023$  Mhz. Ce code est généré par deux registres à décalage de 10 étages.

La courte période de ce signal permet au récepteur une acquisition rapide des satellites.

Le code C/A n'est transmis que sur L1 et n'est pas crypté.

**I.4.1.2 - Le code P :**

Le code P est une série pseudo aléatoire de période 267 jours et de fréquence  $f_0=10,23$ Mhz.IL est généré par quatre registres à décalage de 12 étages.

Le code P est modulé sur les deux fréquences L1 et L2. Afin de ne pas se faire leurrer, les militaires américains ont remplacé le P code par le Y code. Les caractéristiques de code P ou Y sont inconnues et il est donc impossible de le reproduire.

Ce code n'est accessible qu'aux utilisateurs possédant des clés de décryptage comme l'armée américaine et certains de ses alliés.

**I.4.2-Message de navigation :**

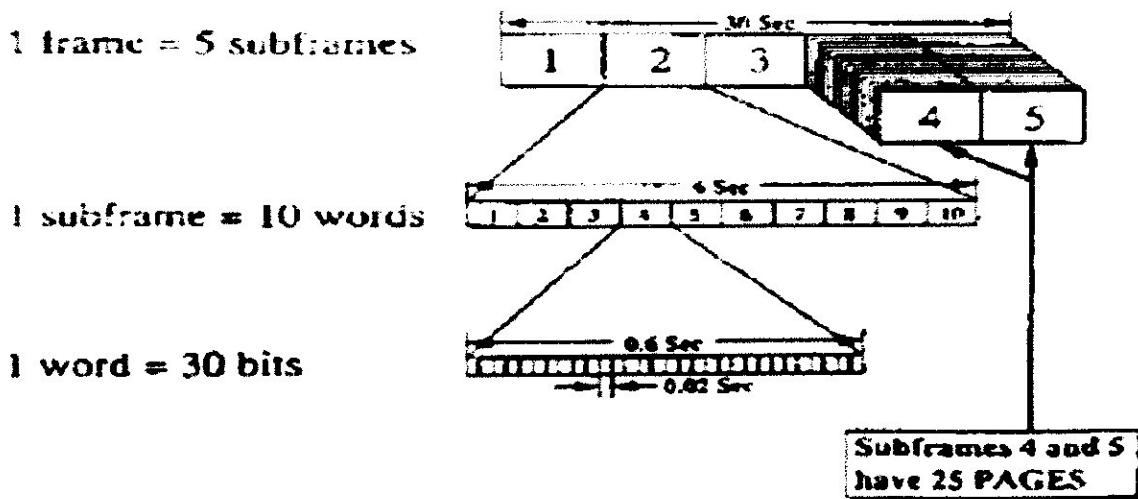
Le message de navigation contient les informations suivantes :

- Une indication de temps, la semaine GPS et la date de synchronisation de l'horloge interne des récepteurs.
- les corrections d'horloge du satellite, qui permettent de convertir le temps satellite dans l'échelle de temps GPS à l'aide d'un polynôme d'ordre 2.
- les éphémérides du satellite, (voir annexe A)
- Les paramètres du modèle mondial d'ionosphère.
- la différence entre UTC et le temps GPS.
- les almanachs de l'ensemble des satellites opérationnels.(voir annexe A)

Ces derniers sont des éphémérides et des corrections d'horloges dégradées. Les récepteurs les utilisent pour connaître approximativement la position des satellites dans le ciel, ce qui leur permet de les capter plus facilement et plus rapidement. Ils sont aussi utilisés par les logiciels pour les prédictions de passages de satellites en un lieu donné.

Les informations spécifiques à chaque satellite, comme les corrections d'horloge et les éphémérides des satellites, sont transmises en totalité toutes les 30 secondes sur une période de 18 secondes.

Le message de navigation est, quant à lui, transmis dans sa totalité en 12 minutes et 30 secondes



**Figure I.7 : Format du message de navigation GPS**

**I.5- LES SERVICES GPS :**

Le GPS fournit deux types de positionnements, le positionnement précis (PPS) et le positionnement standard (SPS).

**I.5.1-Le PPS :**


Le PPS (Precise Positioning Service) est un système de positionnement précis. L'erreur de position maximale dans 95 % des cas est inférieure à 21 mètres en horizontal et à 27,7 mètres en vertical. L'heure peut être obtenue avec une précision de 100 nanosecondes. Le PPS est réservé à l'armée américaine et ses alliés, au gouvernement américain et à certains civils ayant une autorisation spéciale. L'utilisation du PPS nécessite un matériel spécifique ainsi qu'une clé qui consiste en un code d'utilisation fourni par l'armée américaine.

Les signaux du PPS sont transmis sur les deux fréquences L1 et L2, et contiennent le code de précision ou code P. Le code P est généralement crypté, on parle alors de code Y. Lorsque le code Y est transmis, le mode antileurre dit A-S (Anti-Spoofing) est activé. Le signal L2 est également utilisé pour déterminer le retard introduit par les couches de l'ionosphère. Le PPS n'étant normalement pas accessible aux civils.

**I.5.2-Le SPS :**

Le SPS (Standard Positioning Service) est la version civile du GPS. Les signaux du S P S sont transmis sur la seule fréquence L1, et qui contient le code d'acquisition dit « grossier » (C/A), ainsi que le message de navigation.

En théorie, la précision fournie par le SPS est identique à celle du PPS. Cependant, les signaux du SPS étant transmis sur une seule fréquence, il n'est pas possible, d'analyser le retard sur deux fréquences différentes d'en déduire le retard introduit par l'ionosphère et d'effectuer ainsi des corrections. Certains récepteurs civils sont cependant eux même analysés le retard sur deux fréquences et d'effectuer les corrections nécessaires.



# Chapitre II



### **CHAPITRE II: DESCRIPTION DU FONCTIONNEMENT D'UN RECEPTEUR GPS :**

#### **II.1-CATEGORIES DES RECEPTEURS :**

On distingue trois catégories de récepteurs adaptées à des besoins particuliers. Ces catégories sont :

- Les récepteurs à poursuite continue.
- Les récepteurs séquentiels.
- Les récepteurs multiplexés.

La majorité des récepteurs traitent uniquement le code C/A tandis que d'autres ont la capacité d'acquérir le code P.

Un récepteur P(Y) acquiert une première fois le code C/A pour obtenir le temps GPS puis il accroche le code P(Y). Toutefois, une acquisition directe du code P(Y) est possible sous certaines conditions.

Les récepteurs bifréquences estiment le retard ionosphérique améliorant de ce fait la précision des mesures. Un récepteur mono fréquence (exploitant uniquement L1) utilise le modèle GPS de l'ionosphère pour élaborer ces corrections.

Pour chaque catégorie de récepteurs, il existe des utilisations spécifiques tels qu'en aéronautique ou en marine. Si le traitement des signaux GPS est identique pour un appareil d'une gamme donnée, les interfaces utilisateurs sont adaptées à l'application. Un récepteur GPS dédié à la navigation visualisera le cap ou la distance parcourue, en plus de la position, tandis qu'un récepteur de géodésie affichera les retards ionosphériques ou le biais d'horloge.

#### **II.1.1-LE RECEPTEUR A CANAUX PARALLELES :**

Le récepteur à canaux parallèles dispose d'au moins quatre canaux pour traiter simultanément quatre satellites. Ces récepteurs offrent les meilleures performances.

Les récepteurs à 5 ou 6 canaux réservent un canal à la recherche et à l'acquisition de satellites de manière à toujours optimiser la configuration géométrique des satellites utilisés. Ces récepteurs maintiennent la précision de localisation sous de fortes dynamiques, résistent mieux au brouillage que ceux des premières générations (récepteurs séquentiels) et ont un temps de calcul du premier point réduit.

Des récepteurs GPS à 8, 10 ou 12 canaux sont également appelés récepteurs All-in-view

Typiquement, un récepteur choisit quatre satellites lui offrant la meilleure géométrie. Cependant dans certains cas, le signal d'un satellite peut disparaître car ce dernier se trouve masqué par un obstacle. Celui-ci peut être naturel comme les arbres ou le relief, ou être dû à la structure du porteur. Le récepteur doit s'accrocher sur le signal d'un autre satellite pour offrir une position, une vitesse et un temps (PVT) en continu. La solution n'est pas optimale jusqu'à ce que l'ancien satellite réapparaisse. Par ailleurs, il se produit des sauts de positions à chaque commutation de satellites.

Un récepteur "All-in-view" ou "Tout en vue" utilise tous les satellites disponibles. L'avantage de cette architecture est de fournir une solution en continu lorsque plusieurs satellites viennent à être masqués. Si la précision est dégradée, les sauts de position ont une amplitude plus faible. Ces récepteurs sont utilisés lorsqu'une précision importante est recherchée telle qu'en géodésie ou lorsque les masques sont fréquents comme sur les mobiles manoeuvrants (avion d'arme, missile agile, ...) ou dans tous scénarios extrêmes. Le nombre important de canaux permet rapidement d'obtenir de la première position (TTFF : Time To First Fixe). Cette performance intéresse plus particulièrement les sous-marins qui doivent minimiser leur temps de présence au ras de l'eau. L'intégration de l'électronique réduit sans cesse le volume et les coûts de ces matériels.

Dans cette catégorie de récepteurs, on distingue plus particulièrement les récepteurs de type codeless. Les récepteurs de ce type sont dédiés aux applications de géodésie. Le "codeless" est une technique qui permet d'estimer le retard ionosphérique sans utilisation du code Y crypté.

Ces récepteurs mesurent les pseudo distances et, plus généralement, le temps de groupe différentiel et la vitesse de phase différentielle entre les signaux L1 et L2. Les pseudo mesures (pseudo distances et pseudo vitesses) sont estimées à partir du code C/A sur L1. Le message de navigation est démodulé à partir du code C/A.

### **L1.2-LE RECEPTEUR SEQUENTIEL :**

Un récepteur séquentiel poursuit plusieurs satellites en utilisant uniquement un ou deux canaux. Un canal acquiert un satellite et effectue une mesure de pseudo distance. Ce canal sauvegarde les paramètres d'accrochage, acquiert un deuxième satellite, effectue une mesure et recommence les opérations sur un troisième satellite. Lorsque quatre pseudo distances sont disponibles, une solution est calculée et les opérations sont itérées. Ces récepteurs furent les premiers à être mis sur le marché, aujourd'hui ils ne sont plus commercialisés.

Ils étaient parmi les moins chers car l'architecture matérielle est simple. En contre partie, ils ne peuvent pas opérer sous de fortes dynamiques et ont un temps de premier point (TTFF Time To First Fix) très long. Ils sont réservés à des usages civils, marines ou terrestres.

## **Description du fonctionnement d'un récepteur GPS    Chapitre II**

Certains récepteurs de ce type, possédant quatre ou cinq canaux, partagent suivant ce principe chaque canal entre deux satellites. Ils peuvent alors utiliser jusqu'à 8 ou 10 mesures pour calculer la solution de navigation. Le logiciel de gestion est complexe.

### **I.1.3 LE RECEPTEUR MULTIPLEXE :**

Le récepteur multiplexé a une architecture matérielle identique au récepteur séquentiel et opère également en temps partagé. Mais il commute rapidement, à la cadence de 50 Hz, de satellite à satellite durant les mesures. Un unique générateur de code et un seul système de poursuite par canal sont nécessaires pour élaborer une solution. Les biais et les erreurs dus au canal sont communs à toutes les mesures et donc estimés par le filtrage de Kalman.

Un récepteur multiplexé mesure le signal de chaque satellite avec une dégradation du rapport signal sur bruit de 6 à 12 dB par rapport à un récepteur à canaux parallèles car la poursuite des satellites est réalisée sur une traction du temps. De plus, les temps d'acquisition des différents messages de navigation sont plus lents. Comme dans le cas précédent, certains récepteurs de ce type possèdent quatre ou cinq canaux et les partagent entre deux satellites. Ces récepteurs tendent à disparaître du marché.

### **II.2- ARCHITECTURE GENERALE D'UN RECEPTEUR GPS :**

Un récepteur GPS est constitué de sous-ensembles parfaitement délimités. On distingue :

- Une antenne.
- Un préamplificateur à faible bruit.
- Un module radiofréquence (RF).
- Un module numérique.
- Une interface utilisateur (clavier et afficheur).
- Une alimentation.

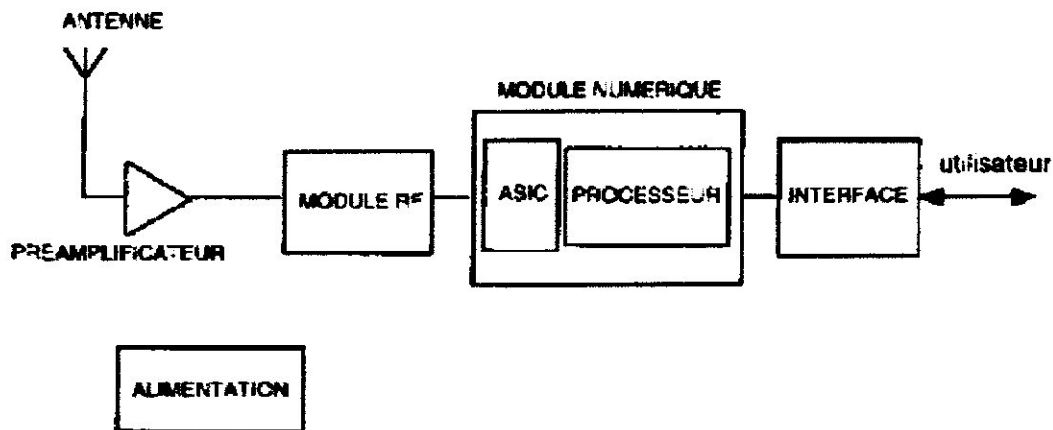


Figure II.1 : Architecture générale d'un récepteur GPS

### II.2.1-L'ANTENNE :

L'antenne convertit l'énergie des ondes électromagnétiques en provenance des satellites en un courant électrique capable d'être traité par les circuits électroniques du récepteur.

La taille et la forme de l'antenne sont critiques et doivent être adaptées aux signaux reçus.

L'antenne peut capter uniquement L1 ou, L1 et L2. La polarisation circulaire droite du signal rend préférable l'utilisation d'une antenne de même caractéristique.

### II.2.2-LE PREAMPLIFICATEUR A FAIBLE BRUIT :

Le rôle du préamplificateur à faible bruit est d'amplifier le signal utile tout en minimisant le niveau du bruit thermique.

Le niveau des signaux captés est très faible. Le préamplificateur doit donc amplifier ces signaux sans dégrader de façon notable leur qualité. Ce sous-ensemble doit se situer à proximité de l'antenne pour limiter la dégradation du rapport signal bruit.

Un câble coaxial permet, d'une part, de transmettre le signal au récepteur lui-même et, d'autre part, d'alimenter le préamplificateur.

Un filtre en tête atténue les fréquences hors bande. Celui-ci peut être à large bande recouvrant les fréquences de L2 (1227,6 MHz) à L1 (1575,42 MHz) ou sélectif à double bande. Le choix du filtre dépend de l'application. Au minimum, un filtre non

sélectif est nécessaire pour supprimer les fréquences images du signal avant la transposition de fréquences.

L'amplificateur à faible bruit peut être équipé d'un parafoudre, d'un limiteur et d'un dispositif de blanking.

### **2.3.3-LE MODULE RF :**

Le module RF assure la transposition des signaux L1 et L2 (le cas échéant) vers des fréquences plus faibles, appelées fréquences intermédiaires (FI). Ces FI permettent de traiter plus aisément le signal.

La transposition est effectuée grâce au battement ou produit, du signal d'entrée avec une sinusoïde pure, appelée oscillateur local (OL), générée par un synthétiseur de fréquence. Ce dernier est piloté par l'horloge à quartz du récepteur.

Le signal FI contient la modulation du signal. Seule la fréquence porteuse a été décalée en préservant la dérive due à l'effet Doppler. Les filtres FI offrent des bandes étroites adaptées au signal. Une sélectivité maximale est assurée par un filtre à ondes de surface (bande de 2 ou 20.MHz pour une fréquence centrale comprise entre 100 et 200 MHz).

Un dispositif de contrôle automatique de gain (CAG) régule le niveau du bruit (le signal est largement sous le bruit thermique avant sa compression par l'opération de corrélation).

Le CAG est nécessaire si la numérisation du signal est réalisée sur plusieurs niveaux, de manière à optimiser la plage d'entrée des convertisseurs analogiques numériques. Une numérisation mono bit, réalisée par un comparateur de tension, simplifie l'architecture car le signal est échantillonné.

Le signal est numérisé après un échantillonnage. La conversion analogique numérique a lieu directement en fréquence intermédiaire (FI) à quelques mégahertz pour les récepteurs C/A, à quelques dizaines de MHz pour les récepteurs code P(Y). Ceci autorise une plus grande souplesse dans le traitement numérique pour pouvoir, par exemple, prendre en compte d'autres satellites (Glonass, ...).

Le module RF peut être réalisé soit autour d'un ASIC RF, soit à partir d'éléments discrets. Avec une architecture à élément discret, la tenue au brouillage est renforcée car la chaîne de réception supporte des variations de niveau importants (IM3, PC1dB, ...).

### **II.2.4-LE MODULE NUMERIQUE :**

Les premières architectures de récepteurs GPS ont été analogiques. Les récepteurs d'aujourd'hui traitent numériquement le signal au plus tôt dans la chaîne. Les circuits numériques remplacent les circuits analogiques en fonction de leurs performances et de leur coût.

## Description du fonctionnement d'un récepteur GPS Chapitre II

Dans le module numérique, on distingue principalement un ou deux circuits ASIC (Application Specific Integrated Circuit) dédiés au traitement GPS et un processeur de signal. On trouve également les circuits traditionnels d'une structure programmée (mémoires, ports d'interface, ...).

Le circuit ASIC assure les premiers traitements des signaux GPS. Un exemple d'ASIC est donné au paragraphe suivant.

L'ASIC est contrôlé par un processeur de signal numérique. Celui-ci réalise les fonctions asservissement des signaux des satellites, la démodulation des messages de navigation, les calculs de navigation, ....

Le processeur assure également l'affichage des paramètres lorsque les tâches demandées ne sont pas sophistiquées. Le cas échéant, un microcontrôleur gère l'interface utilisateur récepteur.

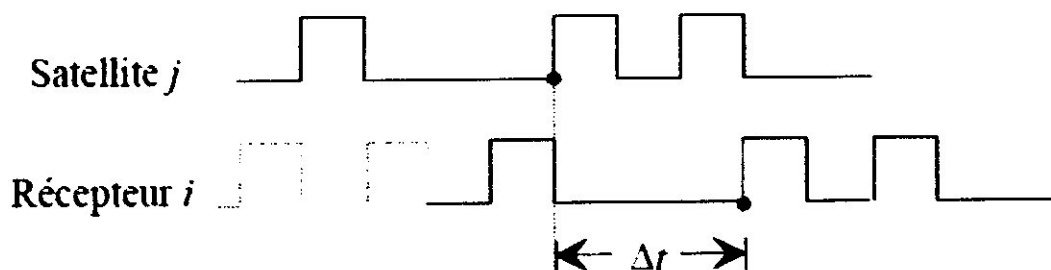
### **II.3- PRINCIPE DES MESURES GPS :**

Les mesures GPS sont de deux type : mesure de code et mesure de phase .le principe est de déterminer des distances entre une ou plusieurs stations au sol et des satellites dont on connaît plus ou moins précisément la position à tout instant.

#### **II.3.1 PSEUDO DISTANCE SUR LES CODES :**

Si on mesure la durée de propagation d'un signal émis par le satellite jusqu'à son arrivée à un récepteur sur la Terre, on peut estimer la distance du satellite au récepteur.

La mesure de pseudo distance nécessite la connaissance des codes pseudo aléatoires (C/A et (ou) P (ou Y)). Le code généré par le satellite arrive au récepteur avec un retard  $\Delta t$  correspondant au temps mis par le signal pour parcourir le chemin satellite récepteur. Un algorithme connu génère le code pseudo aléatoire et lie le code au temps GPS. Le récepteur génère donc une réplique du code satellite, qui est synchronisée avec le code satellite. La comparaison au récepteur entre le signal venant du satellite et le signal du récepteur permet de mesurer le décalage en temps  $\Delta t$ . La mesure se fait en retardant le code du récepteur jusqu'à ce qu'il coïncide avec le code satellite.



**Figure II.2 :** comparaison entre le signal reçu et le signal propre du récepteur sur les codes

Les horloges du satellite et du récepteur ne sont pas parfaitement synchronisées, et on mesure:

$$\Delta t_i^j = t_{Ri} - t_E^j \quad (\text{II.1})$$

Où  $t_{Ri}$  est le temps de réception en temps du récepteur  $i$  et  $t_E^j$  le temps d'émission en temps satellite

$$t_{Ri} + \delta t_i = t_R \quad (\text{II.2})$$

$$t_E^j + \delta t^j = t_E$$

Avec  $t_E$  et  $t_R$  respectivement les temps d'émission et de réception du signal en temps GPS et  $\delta t_i$  et  $\delta t^j$  le décalage des horloges du récepteur et du satellite par rapport au temps GPS.

$$\Delta t_i^j = t_R - \delta t_i - t_E + \delta t^j = t_R - t_E + (\delta t^j - \delta t_i) \quad (\text{II.3})$$

Soit  $R_i^j$  la pseudo distance exprimée en mètres:

$$R_i^j = c\Delta t = c(t_R - t_E) + c(\delta t^j - \delta t_i) = \rho_i^j + c(\delta t^j - \delta t_i) \quad (\text{II.4})$$

avec

$$\rho_i^j = \left( (X^j - x)^2 + (Y^j - y)^2 + (Z^j - z)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{II.5})$$

Ou  $X^j, Y^j$  et  $Z^j$  les coordonnées du satellite en vue et  $x, y$  et  $z$  les coordonnées du récepteur

avec  $c$  la vitesse de la lumière et  $\rho_i^j$  la distance géométrique entre le satellite  $j$  à l'instant  $t_E$  et le récepteur  $i$  à l'instant  $t_R$ .

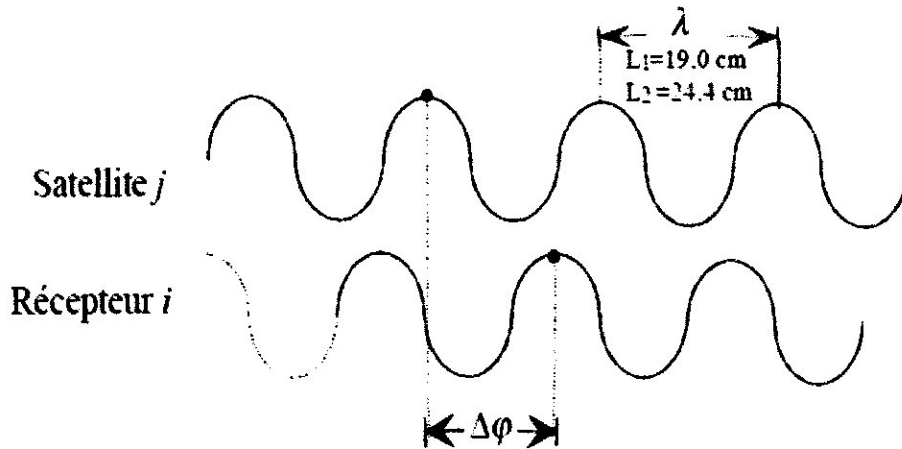
Du fait de la longueur du code, la mesure de pseudo distance n'est pas ambiguë et on obtient une pseudo distance à la première mesure.

### II.3.2- MESURE DE PHASE :

La mesure de phase se fait sur les ondes porteuses L1 et L2 de longueurs d'ondes 19,0 cm et 24,4 cm.

Le principe de la mesure est la comparaison de la phase du signal reçu par le récepteur avec la phase du signal généré par le récepteur et qui est une réplique du

signal du satellite. Le récepteur reçoit à l'instant  $t_R$  la phase du signal émis par le satellite à l'instant  $t_E$ .



**Figure II.3 :** comparaison entre signal reçu et signal du récepteur sur la porteuse

La distance  $\rho_i^j$  entre le récepteur et le satellite est donnée en comparant la phase du signal à l'instant de réception ( $t_R$ ) à la phase à l'instant d'émission ( $t_E$ ). En effet, on a :

$$\phi(t_R) - \phi(t_E) = f \times (t_R - t_E) \quad (\text{II.6})$$

Et  $(t_R - t_E) = \frac{\rho_i^j}{c}$

$$\phi(t_R) - \phi(t_E) = \frac{f \rho_i^j}{c} \quad (\text{II.7})$$

Lorsque le récepteur compare la phase  $\phi_i(t_R)$  de son signal à la phase  $\phi^j(t_E)$  du signal qu'il reçoit à  $t_R$ , on obtient un déphasage  $\Delta\phi$  compris entre 0 et 1 cycle, c'est à dire la partie décimale de la différence  $\phi_i(t_R) - \phi^j(t_E)$ . La différence de phase totale est :

$$\phi_i(t_R) - \phi^j(t_E) = \Delta\phi(t_R) + N_i^j(t_R) \quad (\text{II.8})$$

Où  $N_i^j(t_R)$  est un nombre entier inconnu de cycles que le récepteur ne peut pas mesurer.

En plus du déphasage  $\Delta\phi$ , le récepteur mesure à l'aide d'un compteur le nombre entier de cycles du déphasage reçus depuis la première mesure. Ainsi si  $t_1$  est l'instant



## Description du fonctionnement d'un récepteur GPS Chapitre II

de la première mesure, pour toutes les autres mesures on aura le même nombre de cycles, tant que la réception du signal n'est pas interrompue :

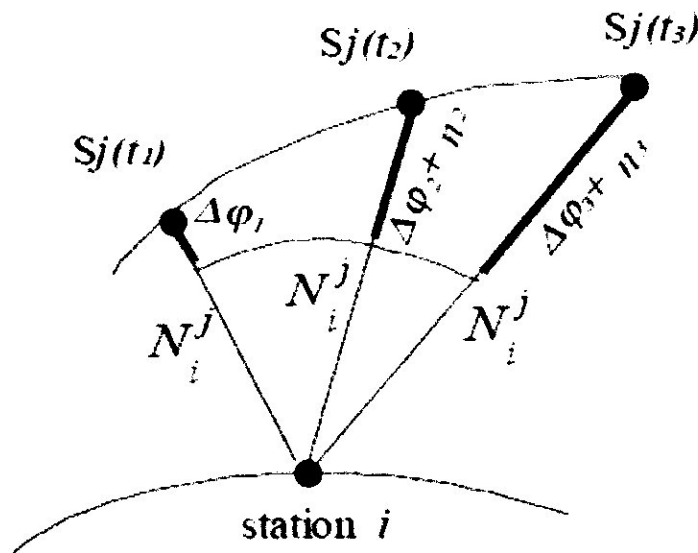
Donc :

$$N_i^j(t_R) = N_i^j(t_1) + \eta(t_R) \quad (\text{II.9})$$

$\eta(t_R)$  : Nombre de cycles comptés par le compteur à l'instant  $t$

$$\Delta\phi(t_R) = \phi_i(t_R) - \phi^j(t_E) - (N_i^j(t_1) + \eta(t_R)) \quad (\text{II.10})$$

On voit donc que pour un satellite donné et un récepteur donné, la quantité inconnue  $N_i^j(t_1)$  est la même pour toutes les mesures tant qu'il n'y a pas d'interruption du signal. Cette quantité est appelée ambiguïté entière. Elle sera notée  $N_i^j$  dans la suite. Une interruption du signal provoque un saut de cycle, c'est à dire une autre valeur pour l'ambiguïté qui se traduit par des mesures aberrantes à partir d'une époque donnée.



**Figure II.4 :** Interprétation géométrique de la mesure de phase

La mesure de phase s'écrit donc :

$$\Delta\phi(t_R) + \eta(t_R) = \phi_i(t_R) - \phi^j(t_E) - N_i^j \quad (\text{II.11})$$

On a donc

$$\phi^j(t_E) = \phi^j(t_R) - \frac{f \rho_i^j}{c} \quad (\text{II.12})$$

$$\Delta\phi(t_R) + \eta(t_R) = \phi_i(t_R) - \phi^j(t_R) + \frac{f \rho_i^j}{c} - N_i^j \quad (\text{II.13})$$

Si les deux horloges étaient parfaitement synchronisées on aurait  $\phi^j(t_R) = \phi_i(t_R)$ .

En réalité et en tenant compte de l'équation II.2, où  $\delta t_i$  et  $\delta t^j$  sont les décalages des horloges par rapport au temps GPS ( $t_R$ )

$$\phi_i(t_{Ri}) - \phi^j(t_R^j) = f_i \times (t_{Ri} - \delta t_i) - f^j \times (t_R^j - \delta t^j) \quad (\text{II.14})$$

Les fréquences des horloges étant très proches on peut ici faire l'approximation :

$$f_i \cong f^j \cong f$$

$$\phi_i(t_{Ri}) - \phi^j(t_R^j) = f \times \frac{\rho_i^j}{c} + f \times (\delta t^j - \delta t_i) \quad (\text{II.15})$$

On peut exprimer la mesure de phase en distance en multipliant par la longueur d'onde  $\lambda$ , et avec l'équation II.13, on a :

$$\lambda\Phi = c(\delta t^j - \delta t_i) + \rho_i^j - \lambda N_i^j \quad (\text{II.16})$$

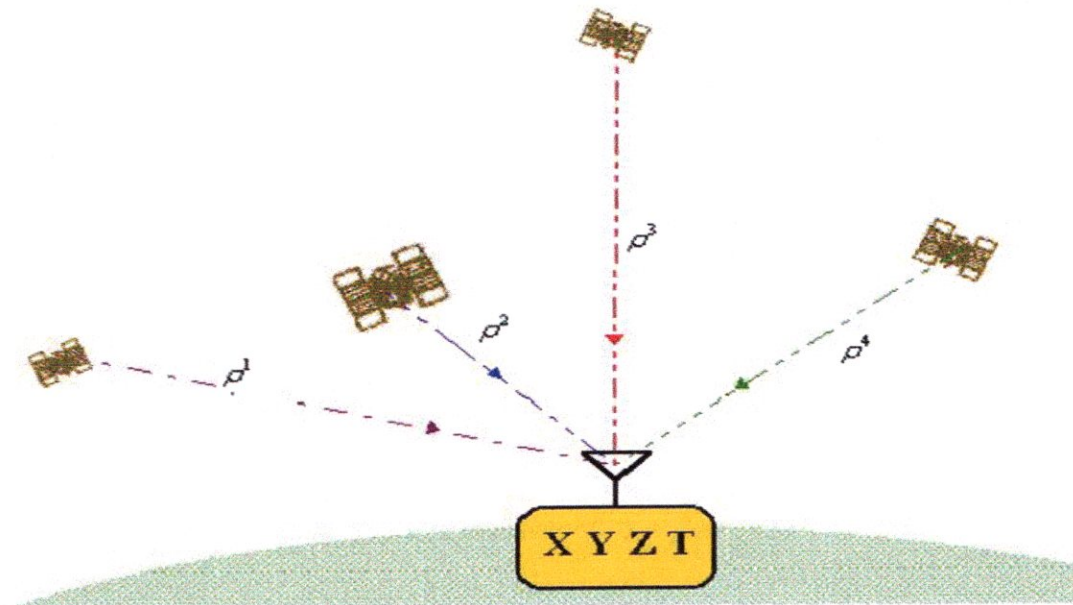
Avec :

$$\Phi = (\Delta\phi(t_R) + \eta(t_R)) \quad (\text{II.17})$$

### II.4-CALCUL DE LA SOLUTION DE NAVIGATION :

Une fois que le récepteur a recueilli les pseudo distances et les données de navigation de quatre satellites ou plus, il calcule la solution de position en temps réel.

Le récepteur résout un minimum de quatre équations simultanées de pseudo-distances, avec comme variables inconnues la position tridimensionnelle et le décalage d'horloge du récepteur utilisateur.



**Figure II.5:** Mesures de pseudo distances

Chaque équation est une expression du principe que la distance réelle  $\rho^j$  (la différence entre la position connue du satellite et la position inconnue du récepteur) est égale à la différence entre la pseudo distance mesurée  $PR$  et les décalages d'horloges récepteur satellite  $j$  ( $\Delta t, \Delta \tau^j$ ). Ce principe s'exprime comme suit:

$$PR^i - c \times (\Delta t - \Delta \tau^j) = \rho^j = \left( (X^j - x)^2 + (Y^j - y)^2 + (Z^j - z)^2 \right)^{1/2} \quad (\text{II.20})$$

Ou:  $(x,y,z)$ : les coordonnées du récepteur (en mètres)

$(X, Y, Z)$ : les coordonnées du satellite  $j$  (en mètres)

La distance réelle  $\rho$  est non seulement biaisée par les décalages d'horloges récepteur satellite, mais aussi elle est biaisée par les effets relativistes et les retards de propagation (ionosphérique et troposphérique) du signal

Le tableau ( II.1 ) schématise le calcul de la solution de position en incorporant toutes les corrections qui peuvent biaiser le signal GPS.

### II.5-PARFORMANCES DU SYSTEME :

Les exigences concernant la précision de positionnement imposées par le département de défense des U.S.A (DoD) sur le système GPS sont moins de 16 mètres (95%) pour le service PPS, et 100 mètres (95%) en horizontal pour le service SPS lorsque la dégradation volontaire (SA) était activée. Après la levée de SA, une précision de moins de 30 mètres pour le service SPS est obtenue, précision qui n'est assurée par d'autres systèmes de navigation courants. La détermination de la précision de positionnement s'effectue par deux paramètres importants qui sont :

- L'erreur de distance équivalente utilisateur (UERE) qui est la précision de mesure de distance entre l'utilisateur et chaque satellite visible.
- Le facteur de dégradation géométrique de précision GDOP.

### **II.5.1-L'UERE :**

L'UERE (User Equivalent Ranging) est le résultat de la projection de toutes les erreurs sur cette ligne de visée. Les erreurs proviennent d'une modélisation imprécise de la trajectoire ou du temps du satellite, d'une modélisation imparfaite des phénomènes de propagation, des imperfections du récepteur ou des lois physiques (bruit thermique).

### **II.5.2-GDOP :**

Le GDOP (Geometric Dilution Of Precision) est un facteur multiplicatif sans dimension représentant une mesure instantanée de l'erreur du positionnement. Ce facteur relie l'erreur de mesure de distance (UERE) à l'erreur de position finale par la relation suivant :

$$UERE \times GDOP = \text{erreur de position}$$

### **II.5.3 -PRECISION DE VITESSE :**

Des récepteurs typiques calculent la vitesse par mesure de biais de fréquence. La précision peut atteindre le 0,2 m/sec pour les services PPS et SPS.

### **II.5.4-PRECISION DE L'HEURE :**

L'heure est transmise avec une précision de 200 nanosecondes (ns) dans 95% des cas. Pour obtenir une telle précision il est indispensable d'avoir un récepteur de très bonne qualité et que celui-ci soit parfaitement immobile. C'est de toute façon un des systèmes les plus fiables, qui permet de connaître l'heure n'importe où avec une très grande précision

### **II.6-SOURCES D'ERREURS :**

Les sources d'erreurs affectant la précision du GPS sont multiples. Certaines sources d'erreurs sont d'origine naturelle, d'autres d'origine technique. Le tableau suivant fournit les contributions à l'erreur dues à chacun de ces composantes

Sources d'erreurs	Erreur typique (mètre)
Ionosphère non modélisée	4.0
Troposphère	0.7
Réflexion parasites	1.4
Horloge et précision des satellites	3.0
Bruit du récepteur	0.5
Erreur par satellites (RMS)	5.5

**Tableau II.1:**Contribution des sources d'erreurs

La précision de la position dépend non seulement de l'erreur induite par chaque satellite, mais aussi de la géométrie des satellites, c'est-à-dire de la manière dont les satellites, qui servent à déterminer la position, sont répartis dans le ciel. Afin de connaître l'erreur introduite sur la position teneur par satellite doit être multipliée par un facteur appelé diminution de la précision (PDOP). Nous y reviendrons à la section Diminution de la précision.

### **II.6.1-ERREURS D'ORIGINE NATURELLE :**

#### **II.6.1.1-Erreur de l'ionosphère :**

La couche de l'atmosphère comprise entre 50 et 500 kilomètres d'altitude composée d'air ionisé — retarde la propagation des signaux qui la traversent. L'ionosphère est responsable de la plupart des erreurs du G P S. Une partie des retards liés à l'ionosphère peut être facilement modélisée, car ils sont valables sur une grande région. Ces informations sont transmises par les satellites en même temps que les informations de navigation et permettent au récepteur de corriger le temps de propagation du signal.

Malheureusement il n'est pas possible de modéliser tous les retards induits par l'ionosphère. Il est cependant possible de corriger plus de 50% de ces erreurs.

#### **II.6.1.2-erreur de la troposphère :**

La couche basse de l'atmosphère qui s'élève jusqu'à une dizaine de kilomètres d'altitude, engendre des retards dans la réception des signaux, ils peuvent difficilement être modélisés, ils dépendent de la température, de la pression et de l'humidité de l'air. La réflexion du signal sur des objets proches du récepteur produit des échos interférant parfois sur le signal reçu et provoquant ainsi un décalage. Si l'écho est suffisamment fort, il peut même être pris pour le signal lui même lorsque le satellite est masqué. Il est important de noter que l'erreur typique ne considère pas les effets dus a des réflexions parasites supérieures à un angle de 5°.

### **II.6.2-Erreurs d'origine technique :**

La dérive de l'horloge du satellite non corrigée par la station de contrôle ainsi que la précision de l'éphéméride peuvent provoquer des erreurs. Le bruit introduit par le codage du signal de navigation peut aussi entraîner des imprécisions sur la valeur de ces signaux.

Le bruit ainsi que la précision de l'horloge des récepteurs produit également des erreurs dont la valeur dépend de la qualité des récepteurs utilisés.

#### **II.6.2.1-Disponibilité sélective (SA) :**

La validité sélective (SA) est l'erreur introduite volontairement par le département de la Défense des Etats-Unis afin de dégrader les performances du G P S. Le SA a été utilisé jusqu'en mai 2000 afin d'éviter que le GPS ne soit utilisé pour construire une arme autoguidée d'une précision suffisante pour atteindre une cible. A partir de cette date, le SA a complètement été supprimé par l'armée américaine, celle-ci ayant dès lors la possibilité d'interdire tout accès au GPS dans les zones de conflit militaire.

La validité sélective était responsable de la plus grande partie des erreurs du GPS. L'erreur introduite par le SA était différente pour chaque satellite et produite à partir d'un générateur pseudo aléatoire. Le SA introduisait un mouvement très lent autour de la position exacte. Il a été observé que la position affichée par un récepteur GPS lorsque le SA était activée variait d'environ un mètre par seconde.

### II.6.2.2- Diminution de la précision :

La distance de chaque satellite peut être évaluée avec une précision caractéristique de l'ordre de 5 mètres. Cependant, le positionnement par satellite requiert l'utilisation de plusieurs satellites pour qu'une position en deux ou trois dimensions puisse être déterminée. L'erreur totale sera donc supérieure à la précision fournie par chaque satellite et dépendra essentiellement de la position des satellites entre eux. La géométrie des satellites est ainsi appelée diminution de la précision géométrique (GDOP).

Afin de connaître la précision de la position, il faut multiplier l'erreur introduire par les satellites par un facteur qui dépend de la géométrie des satellites sélectionnés en fonction de la position du récepteur. Lorsque les satellites sont groupés, (figure II.6), le GDOP obtenu est très grand et la position imprécise.

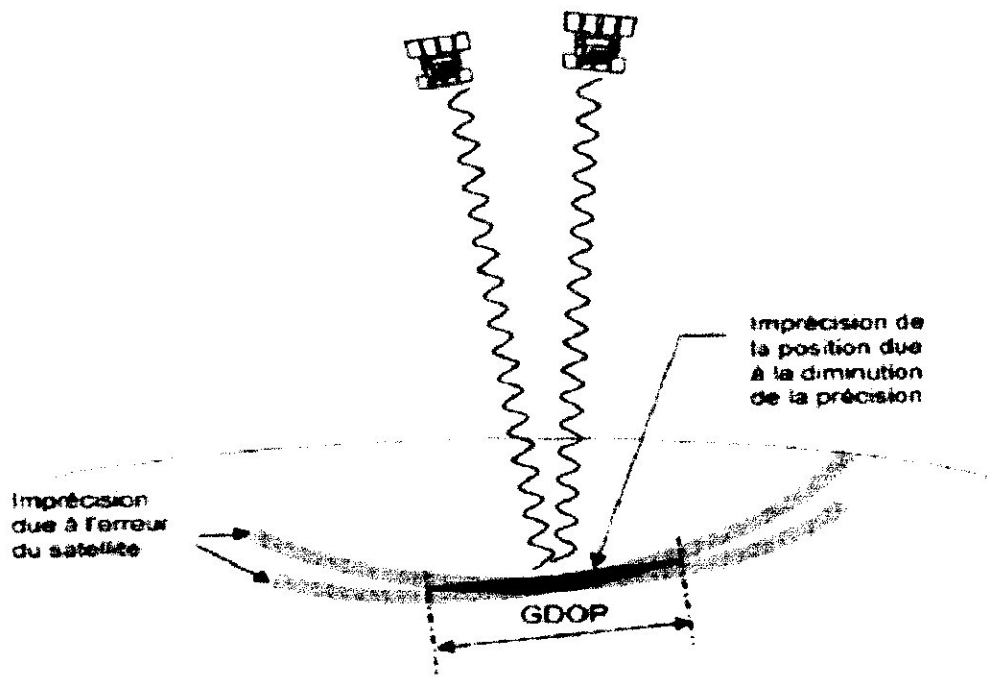


Figure II.6 : Mauvais GDOP

On obtient un bon facteur de GDOP lorsque tous les satellites forment des angles différents entre eux et aussi grands que possible, (figure II.7).

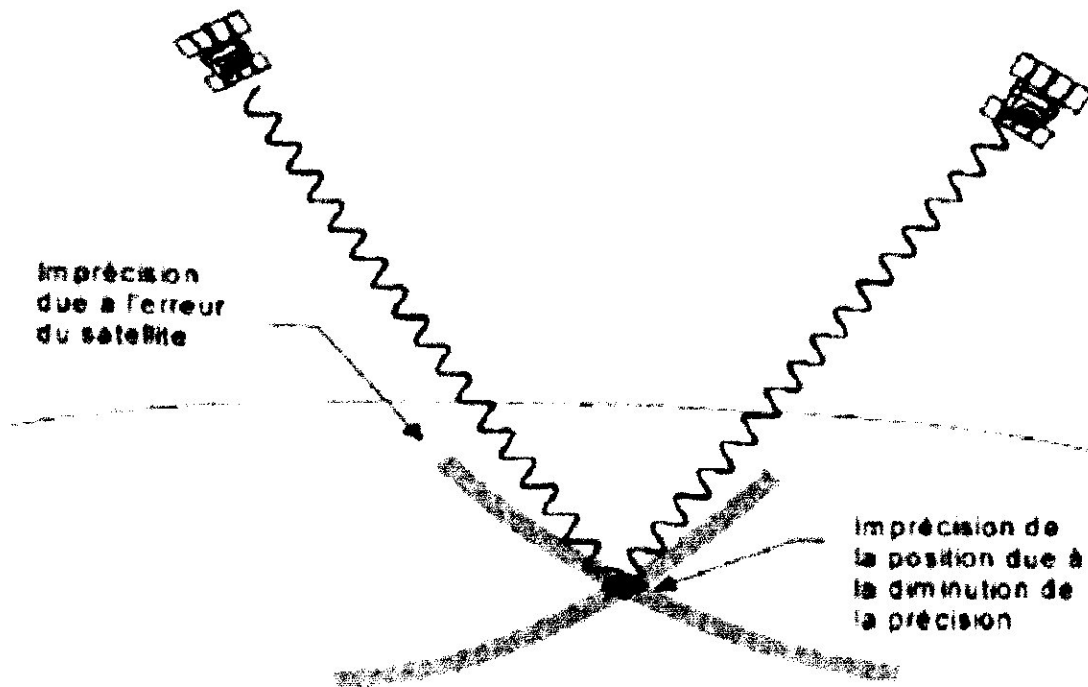


Figure II.7 : GDOP correct

À partir du GDOP, on détermine différents facteurs:

- PDOP (Position Dilution of Precision) permet de définir la précision d'une position en trois dimensions.
- HDOP (horizontal Dilution of Precision) permet de définir la précision de la latitude et de la longitude.
- VDOP (Vertical Dilution of Precision) permet de définir la précision de l'altitude.
- TDOP (Time Dilution of Precision) permet de définir la précision de l'heure.

Tous ces termes sont liés. Le nombre de satellites et leur position ont été calculé pour qu'au moins 4 satellites soient toujours en vue (99,9% du temps), avec un PDOP inférieur ou égal à 6. Le facteur HDOP est le plus important puisque de lui dépend directement la précision de la position horizontale. Ce facteur est parfois affiché par les récepteurs GPS et fournit une indication de la précision digne de confiance.

On considère généralement que le HDOP est inférieur à 4 pendant 95 % du temps. Cependant avec un bon récepteur, on observe généralement un HDOP inférieur à 2 dans 95% des cas. Un HDOP supérieur à 12 ne permet plus de donner une position avec une fiabilité suffisante.

### **II.6.3-AUTRES SOURCES D'ERREURS :**

Outre les erreurs courantes que nous venons de passer, les performances du GPS peuvent être dégradées lorsque surviennent certains événements comme la panne ou l'arrêt d'un satellite. Nous recensons ici les principales sources d'erreur pouvant survenir.

#### **II.6.3.1-Mauvais fonctionnements d'un satellite :**

Un problème ou une panne d'un satellite peut très bien n'être détecté et corrigé par les stations au sol, qu'au bout d'un délai de 3heures. Cela signifie que votre récepteur peut recevoir des informations erronées pendant près de trois heures avant d'être informé que les informations provenant de ce satellite ne doivent pas être utilisées. Cependant, l'on a constaté que le temps de réponse à une panne est généralement de 10 à 30 minutes. Le système GPS différentiel corrige immédiatement de telles anomalies.

Les erreurs introduites lors du mauvais fonctionnement d'un satellite peuvent être de plusieurs centaines de kilomètres. Dans ce cas, la plupart des récepteurs GPS rejettent le satellite car il ne permet pas de résoudre la position. Le récepteur rejette également un satellite si celui-ci présente des variations trop importantes. Cependant, lorsque l'erreur n'est que de quelques centaines de mètres, le récepteur n'écarte pas systématiquement le satellite défectueux.

#### **II.6.3.2- Arrêt d'un satellite :**

Un satellite peut cesser d'émettre pour plusieurs raisons, en particulier pour permettre la maintenance du satellite. L'arrêt du satellite peut également être dû à une panne du satellite.

Lorsqu'un satellite n'émet plus alors qu'il devrait permettre au récepteur de résoudre la position, le PDOP en est affecté. La précision de la mesure peut donc en être dégradée.

Lorsqu'un satellite est indisponible pendant une durée de 6 heures, la probabilité pour qu'il soit en vue est de 63%. La durée moyenne pour laquelle ce satellite sera en vue est de 3 heures.

La probabilité pour qu'au moins 21 satellites soient en fonctionnement est de 99 %. Il a été estimé que la totalité des arrêts de satellite cumulés ne dépasse pas 18heures par an.

#### **II.6.3.3- Dégradation volontaire par l'armée :**

En cas de conflit, l'armée américaine se réserve le droit de dégrader volontairement les signaux émis par les satellites dans les proportions quelle jugera bonnes pour sa sécurité. Elle signalera toutefois dans un délai de 24 heures son intention de dégrader le système (section Informations aux utilisateurs.)

Il faut cependant noter que, pendant la guerre du Golfe en 1991, les signaux du SPS n'avaient plus été dégradés au moyen du SA et présentaient donc une précision voisine du PPS. Cette situation tenait principalement au manque de récepteurs militaires et à l'obligation d'utiliser des récepteurs civils par l'armée.



Depuis le retrait du SA, l'armée américaine a cependant la possibilité d'interdire tout accès au GPS dans une zone de conflit sans affecter les utilisateurs en dehors de la zone. Elle ne devrait donc plus avoir recours à la dégradation volontaire des signaux dans les zones de paix.

### II.6.3.4- Erreurs dues à l'utilisateur :

Sélectionner un mauvais système géodésique (section Systèmes géodésique) peut entraîner une erreur de plusieurs centaines de mètres.

L'introduction de coordonnées erronées d'un waypoint représente une autre source d'erreur assez courante. L'erreur peut être due à une confusion des chiffres saisis ou à une erreur de système géodésique.

### II.6.3.5- Panne du récepteur :

Le récepteur n'est pas à l'abri de pannes qui engendrent des erreurs dont la distance est difficilement prévisible.

## II.7- LES MODES DE POSITIONNEMENT :

On distingue deux modes de positionnement qui se différencient par la manière de lier les mesures à un système de référence.

### II.7.1- POSITIONNEMENT ABSOLU :

Le positionnement **absolu** consiste à déterminer les coordonnées d'un point quelconque de la Terre en utilisant les codes générés par les satellites. Il est qualifié d'absolu car il considère la relation entre un récepteur et plusieurs satellites.

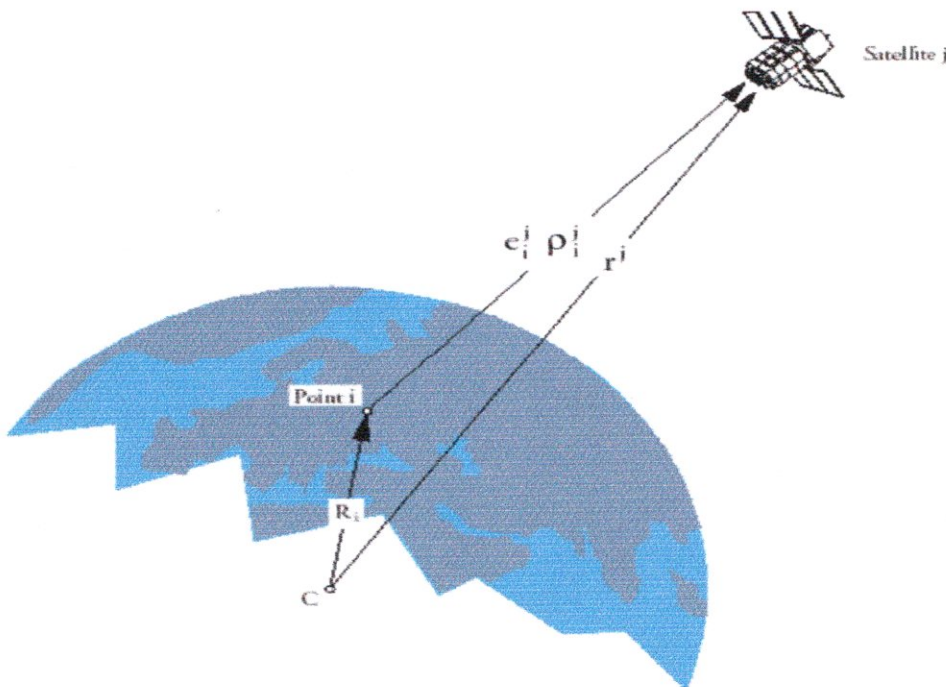
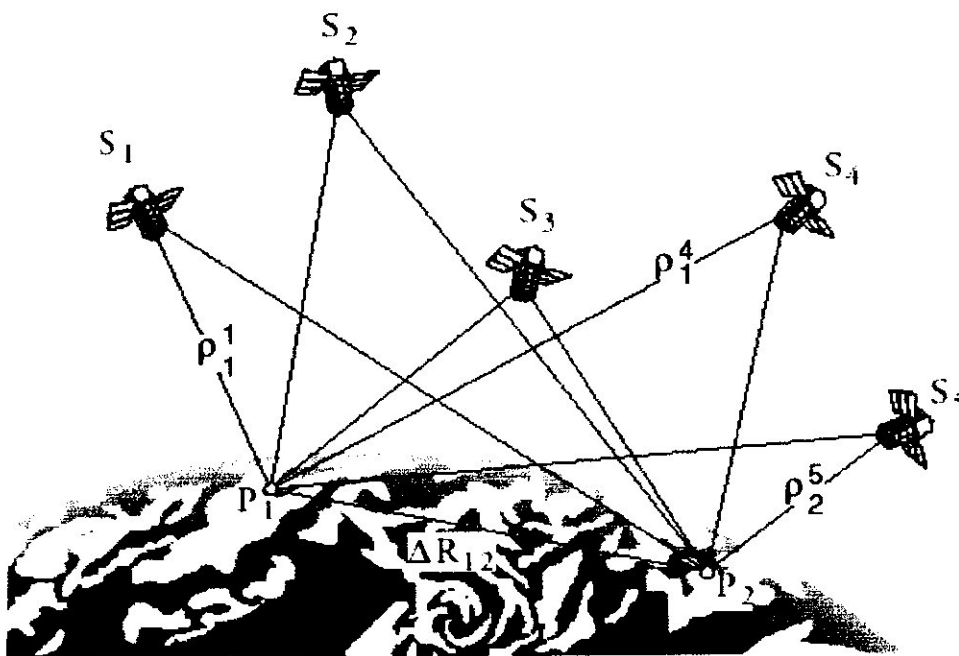


Figure II.8: Le positionnement absolu

Ce type de positionnement est utilisé en navigation sur terre, sur mer ou dans les airs. L'intérêt de cette méthode est la possibilité de l'exploiter en temps réel et d'obtenir une position instantanée. C'est le mode utilisé par la majorité des navigateurs.

### **IL7.2-POSITIONNEMENT RELATIF :**

Le positionnement **relatif** fait intervenir deux récepteurs qui enregistrent simultanément les signaux GPS sur 2 points différents. Dans ce cas, on s'intéresse au vecteur spatial reliant ces 2 points. La connaissance d'un point de référence dans un système de coordonnées permet de rattacher précisément chaque vecteur à ce dernier, c'est pourquoi l'on parle de positionnement relatif. Ce mode est utilisé pour les applications de géodésie et de mensurations précises car la précision obtenue est de l'ordre du mm. Les traitements sont faits au bien en temps diffère au bien en temps réel.



**Figure II.9:** Le positionnement relatif

La positionnement relatif repose sur plusieurs modes dont le GPS différentiel (DGPS) est une technique de traitement en temps réel sur mesure de codes.

### II7.2.1- GPS différentiel

Depuis la suppression du SA, la précision d'un GPS couvre presque tous les besoins de positionnement courants. Cependant, il est parfois nécessaire de disposer d'une plus grande précision, lors de la phase d'approche d'un port pour les bateaux ou d'un aéroport pour les avions, par exemple.

Aussi le GPS différentiel (DGPS) a-t-il été introduit par les garde-côtes américains. Les industriels et les scientifiques ont également mis en oeuvre différentes techniques pour obtenir une précision allant jusqu'au millimètre.

Le DGPS est un moyen de corriger l'erreur sur la position fournie par le GPS. Une station de référence dont la position est connue avec une très grande précision, est capable de déterminer l'erreur introduite par chaque satellite. Des signaux qui contiennent les valeurs des corrections à apporter à chaque satellite sont alors émis par cette station. Le récepteur après avoir reçu ces signaux est en mesure de corriger la pseudo distance qui a été déterminée pour chacun des satellites. La position géographique est alors définie par le récepteur avec une précision dépendant de la qualité des informations de correction reçues et de la distance de l'émetteur DGPS.

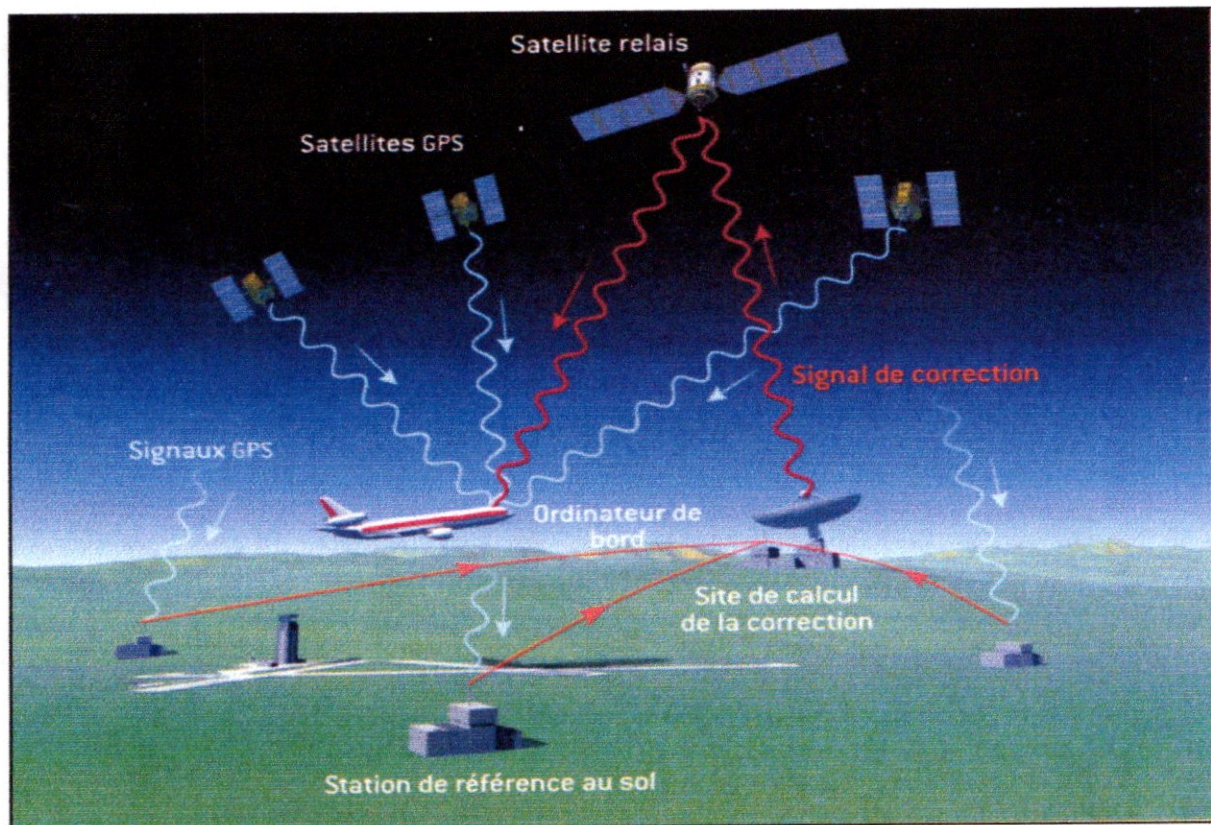


Figure II.10: principe général du système DGPS

## Description du fonctionnement d'un récepteur GPS Chapitre II

Il existe plusieurs systèmes de GPS différentiel. Cependant quel que soit le système utilisé, le DGPS est généralement constitué des trois composantes suivantes :

- Une station de contrôle terrienne qui recueille en permanence les données émises par les satellites et qui calcule les corrections à apporter pour chaque satellite.
- Un moyen de transmissions des informations de corrections. L'émetteur peut se situer au même endroit que la station de contrôle ou bien être déporté par exemple dans le cas d'un satellite ou encore être intégré dans un réseau de stations de contrôle. Les informations peuvent également être enregistrées pour un traitement différé;
- Un récepteur capable de recevoir les informations de corrections DGPS et connecté à un récepteur GPS équipé d'une fonction de correction différentielle. Lors de traitement en mode différé, les informations reçues sont simplement enregistrées, puis traitées ultérieurement.

La précision du DGPS varie de quelques mètres à quelques millimètres suivant la technique utilisée et la qualité des récepteurs. Cependant dans tous les cas la précision dépend de la distance entre le récepteur et la station de contrôle. Plus la distance les séparant est grande, moins la précision est bonne.

Deux services DGPS en temps réel sont désignés : le service **LDGPS** (Local Area Différentiel GPS) et le service **WDGPS** (Wide Area Différentiel).

Les émetteurs DGPS locaux (LDGPS) peuvent être utilisés dans un rayon d'une centaine de kilomètres autour de l'émetteur. Leur portée se situe entre quelques kilomètres et 250 kilomètres. Les médias utilisés sont généralement les ondes hertziennes, dans les bandes GO, PO, FM ou VHF. Les signaux RDS des émetteurs FM peuvent également être utilisés pour transmettre les informations DGPS.

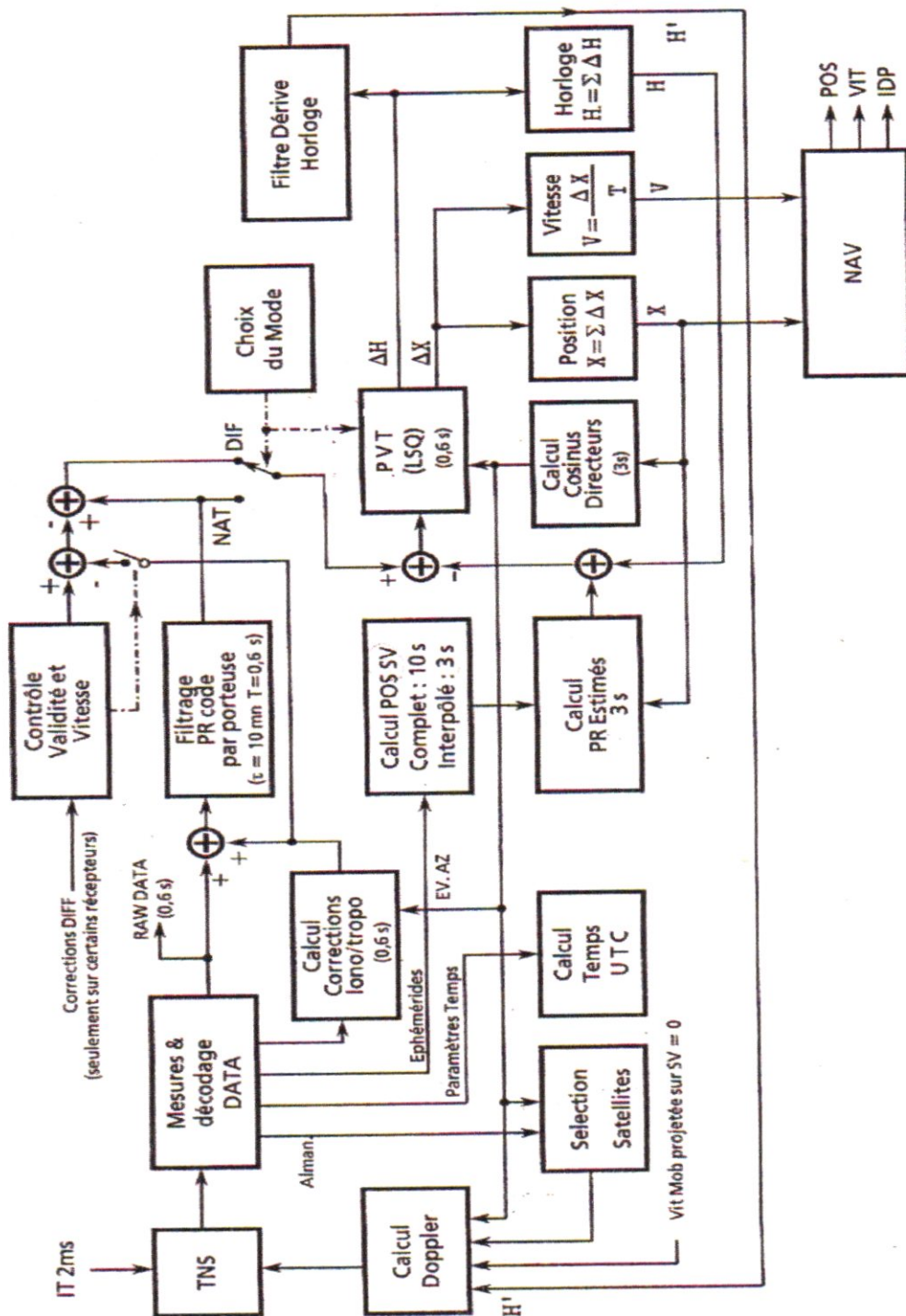
Les émetteurs DGPS à large couverture sont (WDGPS) généralement intégrés à un réseau. Plusieurs stations de contrôle réparties dans la zone de réception sont utilisées afin d'éliminer les erreurs locales (ionosphère, réflexions parasites, etc.). Seules les erreurs globales comme la précision des informations émises par les satellites sont corrigées et transmises. De ce fait, le WDGPS est généralement moins précis que le LDGPS

Outre des émetteurs hertziens des satellites géostationnaires sont également utilisés pour transmettre les informations WDGPS.

# Chapitre III

CHAPITRE III : MODELISATION DU POSITIONNEMENT PAR GPS

III.1-ORGANIGRAMME DU TRAITEMENT :



Après l'acquisition du signal GPS, les données sont décodées dans le bloc « mesures et décodage » on a les almanach. Les paramètres du temps, les éphémérides, les corrections ionosphère et troposphère.

Bloc « calcul des positions des satellites visible » calcule les positions des satellites dans les temps de mesure

Bloc « calcul temps UTC » calcule les temps GPS et le transformée au temps UTC

Lorsque les positions des satellites sont calculées on estime  
Les pseudo distance, après on calcule la matrice  $[H]$ , à partir de cette on calcule les différentes paramètres de navigation (position, vitesse).

Bloc « choix du mode » donne le choix de navigation entre DIF et NAT, ce choix est basé sur le nombre de satellites visible et les corrections ionosphère troposphère.

Bloc « Position » calcule la position du mobile.

Bloc « Vitesse » calcule la vitesse du mobile.

III.2- CHOIX DU MODE DE FONCTIONNEMENT :

Le choix du mode de fonctionnement est basé sur l'organigramme suivant :

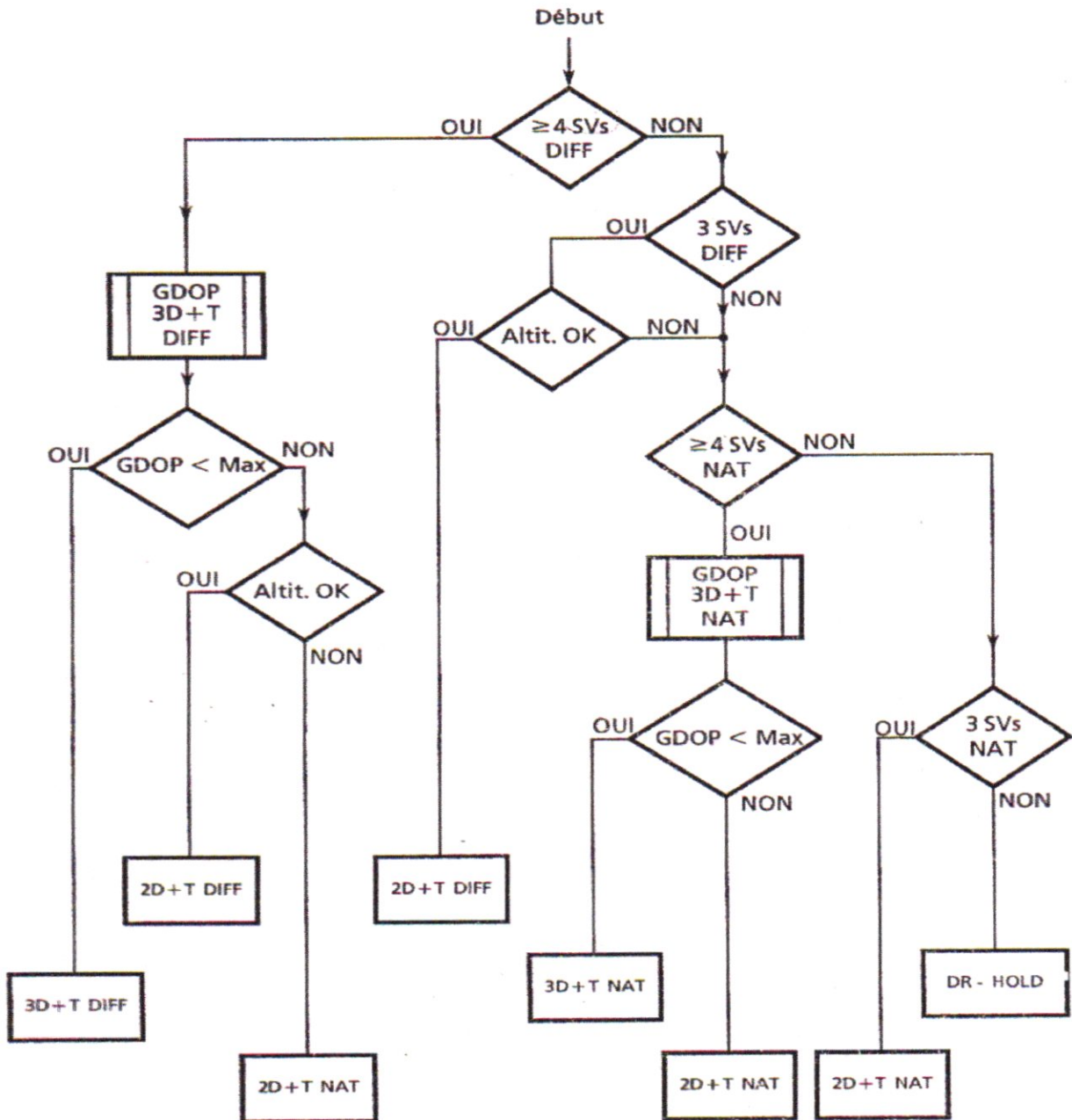


Figure III.2 : Organigramme de choix du mode de fonctionnement



**III.3-ALGORITHMES DU POSITIONNEMENT :**

Les algorithmes du traitement sont basés sur le filtre de KALMAN. les algorithmes sont :

- Algorithme de positionnement en mode naturel.
- Algorithme de positionnement en mode différentiel.

**III.3.1-FILTRE DE KALMAN :**

Le récepteur est soumis à des déplacements inconnus et aléatoires (du point de vue du traitement). Cependant, ces perturbations sont bornées (facteur de charge maximale d'un avion, accélération maximale d'un mobile entre deux mesures, ...) et doivent être caractérisées statistiquement. Elles sont supposées être a moyenne nulle et temporellement indépendantes. De même, la qualité de l'horloge récepteur se traduisant en terme de décalage, de dérive ou de bruit de phase est connue et les erreurs engendrées sont statistiquement quantifiables. Le filtre de kalman est une solution moines sensible au bruit de mesure qui caractérise les sources de bruit dans l'ordre de minimiser leur effet sur les sorties du récepteur désiré.

**III.3.1-Principe du filtre de kalman :**

Une idée centrale dans le filtre de Kalman, est de modéliser le système étudié comme un système dynamique linéaire affecté par des bruits, les capteurs du système sont également soumis à des bruits. En disposant d'une information statistique sur la nature du bruit (ses premiers ordres statistiques), il est possible de construire une estimation optimale de l'état du système bien que les capteurs soient inexacts. C'est l'idée fondamentale de la théorie de l'estimation. Sans connaître les erreurs elles-mêmes, la connaissance de leurs statistiques permet la construction des estimateurs utiles en se basant seulement sur cette information. La méthode de Kalman est une procédure d'estimation dynamique des paramètres qui sont fonctions du temps. Soit  $t_n$  l'instant pour lequel on veut estimer les paramètres et  $t_m$  l'instant à laquelle les mesures sont effectuées, la méthode Kalman permet :

- La prédiction si  $t_m < t_n$
- Le filtrage si  $t_m = t_n$
- Le lissage si  $t_m > t_n$

**III.3.2-Modèles de filtrage de kalman :**

L'état d'un système peut être caractérisé à un instant donné par un vecteur regroupant les paramètres permettant à l'utilisateur de connaître ce système. L'évolution de l'état de ce système est fonction de perturbations  $w_k$  intentionnelles ou non et est décrite par le système d'équations appelé équation d'état :

$$X_{k+1} = F \cdot X_k + G \cdot W_k \tag{III.1}$$

F : est la matrice de transition d'état.

L'état est observé par des mesures  $z$ . L'équation d'observation liant les mesures à l'état s'écrit :

$$Z_k = H'_k \cdot X_k + V_k \tag{III.2}$$

$H$  : est la matrice d'observation.

Étant donné l'équation d'état, l'équation d'observation ainsi que les caractéristiques statistiques des perturbations et du bruit de mesure, il s'agit d'estimer au mieux le vecteur d'état à partir des mesures effectuées. Le critère utilisé par le filtrage de KALMAN est le critère des moindres carrés.

La solution est donnée sous une forme itérative découpée en deux parties :

**A- Le filtrage :**

1 -Calcul du gain du filtre de KALMAN. C'est le crédit accordé à une nouvelle mesure par rapport à l'ancienne estimation :

$$K_{k+1} = P_{k+1/k} \cdot H'_{k+1} \cdot (H'_{k+1} \cdot P_{k+1/k} \cdot H_{k+1} + R_{k+1})^{-1} \tag{III.3}$$

2 -Estimation du vecteur d'état à l'instant  $k+1$  connaissant toutes les mesures jusqu'à cet instant inclus. C'est le vecteur d'état filtre :

$$\hat{X}^{k+1/k+1} = \hat{X}^{k+1/k} + K_{k+1} \cdot (Z_{k+1} - H'_{k+1} \cdot \hat{X}^{k+1/k}) \tag{III.4}$$

3 -Calcul de la matrice de l'erreur d'estimation du vecteur  $x_{k+1}$ . Les éléments de la diagonale de la matrice permettent d'estimer la précision avec laquelle on connaît l'état réel du système :

$$P_{k+1/k+1} = (1 - K_{k+1} \cdot H_{k+1}) \cdot P_{k+1/k} \tag{III.5}$$

**B- La prédiction :**

1-Calcul du vecteur d'état prédit. C'est l'estimation du vecteur d'état connaissant toutes les mesures jusqu'à l'instant  $k+1$  exclus :

$$\hat{X}^{k+1/k} = F_k \cdot \hat{X}^{k/k} \tag{III.6}$$

2-Calcul de la matrice des erreurs du vecteur d'état prédit  $\hat{X}^{k+1/k}$

$$P_{k+1/k} = F_k \cdot P_{k/k} \cdot F_k^t + G_k \cdot Q_k \cdot G_k^t \tag{III.7}$$

Avec les valeurs initiales suivantes :

$\hat{X}_0$  : Estimation initiale.

$P_0$  : Matrice de covariance de l'erreur d'estimation initiale.

Et les matrices  $R_k$  et  $Q_k$  définies comme suivent :

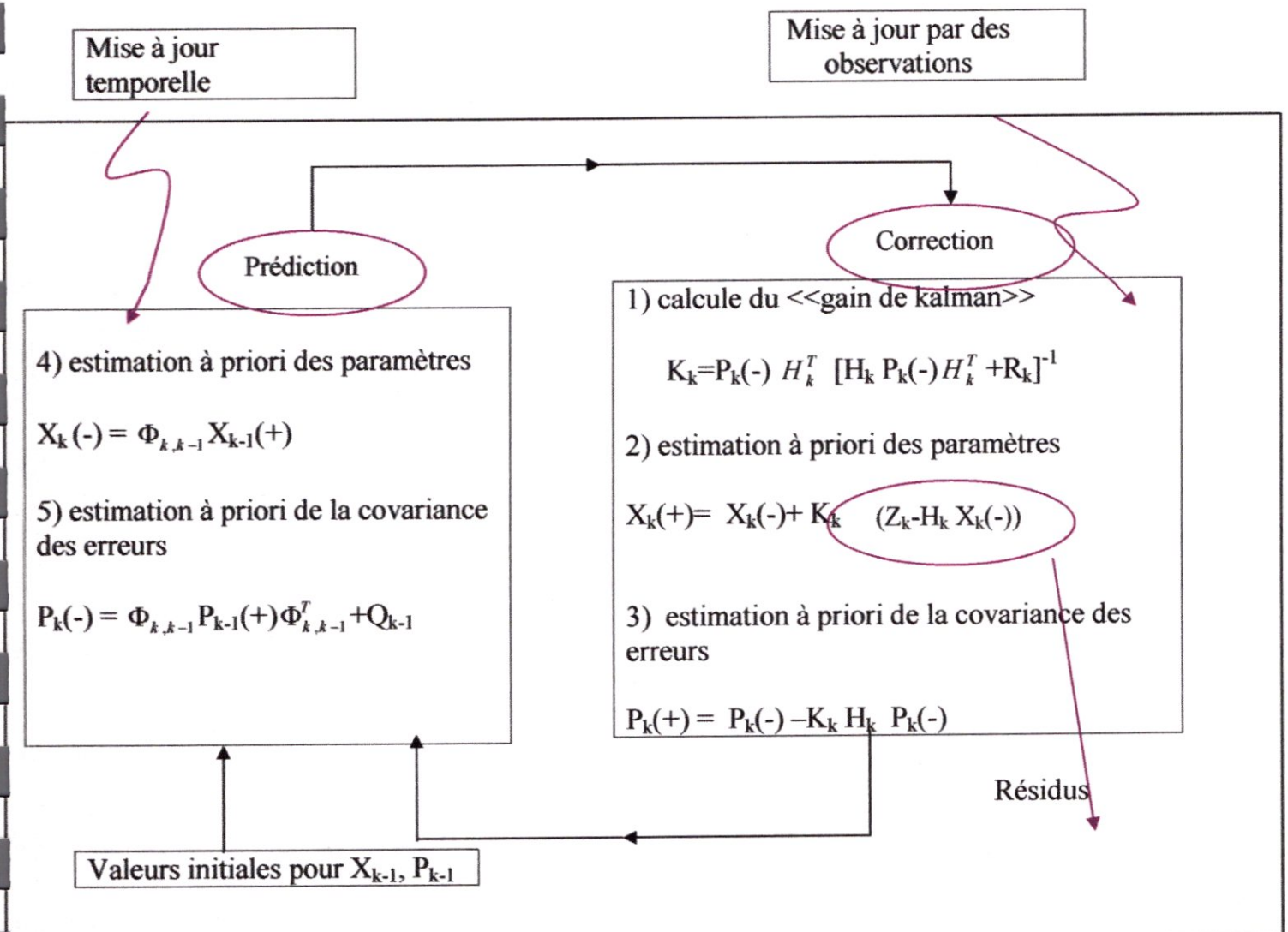
$$Q_k = E \left[ w_k \cdot w_k^t \right] \tag{III.8}$$

Et

$$R_k = E \left[ v_k \cdot v_k^t \right]$$

**III.3.1.3-Algorithmme du filtre de kalman :**

L'algorithme du filtre de kalman se résume comme suit :



**III.3.1.4-Évolution du filtrage :**

Estimation de la position  $\hat{X}_{\%}$  et de la matrice de covariance  $P_{\%}$  par un système indépendant ou des valeurs par défaut. La position du récepteur peut être initialisée au centre de la Terre.

Dans ce cas, durant la phase d'initialisation, le gain du filtre doit être lâche (c'est alors un moindre carré) pour converger en six ou sept itérations. Cette opération est réalisée en initialisant la matrice de covariance à chaque fois.

La matrice  $Q$  de covariance des perturbations est donnée une fois pour toute pour un récepteur ou pour un type d'application et couvre l'ensemble des évolutions possibles du récepteur et de ses caractéristiques techniques.

La matrice  $R$  de covariance des erreurs de mesure évolue en fonction des états de poursuite du récepteur et, notamment, en fonction du rapport signal/bruit. De plus, l'utilisateur dispose d'une estimation de la précision de position des satellites et des retards de propagation atmosphérique. Les erreurs sont indépendantes entre les différentes lignes de visée.

La matrice d'observation  $H$  évolue avec la configuration satellites récepteurs. Elle indique quelle quantité d'informations telle mesure de distance ou de vitesse apporte à telle composante du vecteur d'état du système

**III.3.2-ALGORITHME DE POSITIONNEMENT PAR GPS :**

Le filtrage de kalman s'établit à partir de l'équation d'état et l'équation d'observation.

**Equation d'état :**

Le vecteur d'état est choisi en fonction de la finesse de connaissance qu'exige l'utilisateur (position du récepteur, vitesse, erreurs d'horloge, ...). Cette finesse est dictée par l'application.

**Équation d'observation :**

Le rôle de l'équation d'observation est de lier le vecteur d'état aux mesures effectuées par le récepteur. Ce dernier mesure la pseudo distance et la pseudo vitesse ou la vitesse Doppler qui le sépare de chaque satellite en poursuite.

Typiquement l'équation d'observation s'écrit de la manière suivante, (voir Annexe C) :

$$PR_k^i + c\tau_{0k}^i - \rho_{0k}^i = \begin{pmatrix} \frac{\delta\rho_{0k}^i}{\delta x_0} & 0 & \frac{\delta\rho_{0k}^i}{\delta y_0} & 0 & \frac{\delta\rho_{0k}^i}{\delta z_0} & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \Delta x_k \\ \Delta \dot{x}_k \\ \Delta y_k \\ \Delta \dot{y}_k \\ \Delta z_k \\ \Delta \dot{z}_k \\ cdT_k \\ cd\dot{T}_k \end{pmatrix} + e_k \tag{III.9}$$

Dans le cas ou plusieurs satellites sont poursuivis, l'équation d'observation s'écrit de la manière suivante :

$$\begin{pmatrix} PR_k^1 + c\tau_{0k}^1 - \rho_{0k}^1 \\ \vdots \\ PR_k^n + c\tau_{0k}^n - \rho_{0k}^n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\delta\rho_{0k}^1}{\delta x_0} & 0 & \frac{\delta\rho_{0k}^1}{\delta y_0} & 0 & \frac{\delta\rho_{0k}^1}{\delta z_0} & 0 & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\delta\rho_{0k}^n}{\delta x_0} & 0 & \frac{\delta\rho_{0k}^n}{\delta y_0} & 0 & \frac{\delta\rho_{0k}^n}{\delta z_0} & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \Delta x_k \\ \Delta \dot{x}_k \\ \Delta y_k \\ \Delta \dot{y}_k \\ \Delta z_k \\ \Delta \dot{z}_k \\ cdT_k \\ cd\dot{T}_k \end{pmatrix} + e_k \tag{III.10}$$

**III.3.3-ALGORITHME DE POSITIONNEMENT PAR DGPS :**

La précision du positionnement absolu d'un avion par la corrélation des codes avec le système GPS est influencée, par plusieurs sources d'erreurs. La correction spatiale de ces sources d'erreurs offre à l'utilisateur du système GPS la possibilité de réduire l'influence de ces erreurs sur la détermination de la solution de navigation. Le DGPS accroît la précision du positionnement par application de corrections différentielles calculées sur la station de référence.

**III.3.3.1-Développement du filtre de kalman :**

Le développement du filtre de kalman passe par les modèles :

- Modèle stochastique.
- Modèle dynamique.

**III.3.3.1.1-Modèle stochastique :**

L'équation de modélisation dans le cas d'un satellite i visible est réécrite comme suit :

$$PR_k^i = \rho_k^i + c \times (\Delta T_k - \Delta \tau_k^i) + T_k^i + I_k^i + E_k^i + e_k \quad (III.11)$$

Le décalage d'horloge  $\Delta \tau_k^i$  du satellite i est exprimé en fonction de sa valeur approchée  $\delta \tau_k^{0i}$  transmise dans le message navigation :

$$\Delta \tau_k^i = \delta \tau_k^{0i} + \delta t_k^i \quad (III.12)$$

La correction différentielle sur le récepteur mobile, notée  $\nabla_{mk}^i$  à l'instant  $t_k$ , par rapport au satellite i est donnée par :

$$\nabla_{mk}^i = c \times (\Delta T_k - \Delta \tau_k^i) + T_k^i + I_k^i + E_k^i \quad (III.13)$$

Cette correction n'est pas la même que celle calculée sur la station de référence, notée  $\nabla_k$  parce qu'on doit tenir compte de la différence des biais d'horloges des deux récepteurs :

$$\nabla_{mk}^i = \nabla_k^i + c \times dT_k \quad (III.14)$$

Avec  $dT_k$  : le biais d'horloge entre les deux récepteurs.

A Partir des équations (III.12),(III.13) et (III.14) nous permettent d'écrire l'équation (III.11) comme suit :

$$PR_k^i + c \times \delta \tau_k^{0i} - \nabla_k^i = \rho_k^i + c \times dT_k + e_k \quad (III.15)$$

Avec :

$$\rho_k^i = \sqrt{(X - x)^2 + (Y - y)^2 + (Z - z)^2}$$

Avec (X, Y, Z) les coordonnées connues du satellite i et (x, y, z) les coordonnées du mobile. Donc la relation d'observation du code à l'instant  $t_k$  au niveau de récepteur est réécrite :

$$PR_k^i + c \cdot \tau_{0k}^i - \nabla_k^i = \sqrt{(X - x)^2 + (Y - y)^2 + (Z - z)^2} + c \cdot \delta t_{0k}^i + c \cdot \Delta T_k + e_k \quad (III.16)$$

Nous constatons que l'équation (III.16) est non linéaire, et pour pouvoir utiliser le filtre de kalman, nous devons la linéariser. Un développement de Taylor, appliqué à la distance  $\rho_k^i$  ou voisinage d'un point approché de coordonnées  $(x_0, y_0, z_0)$  du récepteur mobile, nous donne :

$$\rho_k^i = \rho_{0k}^i + \frac{\delta\rho_{0k}^i}{\delta x_0} \Delta x_k + \frac{\delta\rho_{0k}^i}{\delta y_0} \Delta y_k + \frac{\delta\rho_{0k}^i}{\delta z_0} \Delta z_k + \dots \tag{III.17}$$

Avec  $\rho_{0k}^i$  la distance approchée entre le récepteur et le satellite  $i$  qui vaut :

$$\rho_{0k}^i = \sqrt{(X - x_0)^2 + (Y - y_0)^2 + (Z - z_0)^2}$$

Et  $\Delta x_k$ ,  $\Delta y_k$ , et  $\Delta z_k$  correspondent aux écarts de la position .

Les dérivées partielles de l'équation (III.17) sont égales à

$$\begin{cases} \frac{\delta\rho_{0k}^i}{\delta x_0} = \frac{-(X - x_0)}{\rho_{0k}^i} \\ \frac{\delta\rho_{0k}^i}{\delta y_0} = \frac{-(Y - y_0)}{\rho_{0k}^i} \\ \frac{\delta\rho_{0k}^i}{\delta z_0} = \frac{-(Z - z_0)}{\rho_{0k}^i} \end{cases} \tag{III.18}$$

En remplaçant les équations (III.17) et (III.18) dans l'équation (III.16) et en arrangeant les termes connus dans le membre gauche, on trouve la forme matricielle suivante :

$$PR_k^i + c\tau_{0k}^i - \rho_{0k}^i - \nabla_k^i = \begin{pmatrix} \frac{\delta\rho_{0k}^i}{\delta x_0} & \frac{\delta\rho_{0k}^i}{\delta y_0} & \frac{\delta\rho_{0k}^i}{\delta z_0} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x_k \\ \Delta y_k \\ \Delta z_k \\ cdT_k \end{pmatrix} + e_k \tag{III.19}$$

L'identification de cette équation à la relation du modèle stochastique de kalman donne :

$$z_k^i = PR_k^i + c\tau_{0k}^i - \rho_{0k}^i - \nabla_k^i \quad : \text{Le vecteur d'observation}$$

$$H_k^i = \begin{pmatrix} \frac{\delta\rho_{0k}^i}{\delta x_0} & \frac{\delta\rho_{0k}^i}{\delta y_0} & \frac{\delta\rho_{0k}^i}{\delta z_0} & 1 \end{pmatrix} \quad : \text{La matrice de configuration}$$

$$x_k = \begin{pmatrix} \Delta x_k \\ \Delta y_k \\ \Delta z_k \\ cdT_k \end{pmatrix} \quad : \text{Le vecteur d'état}$$

Et l'évolution de la position du mobile s'écrit :

$$x = x_0 + \Delta x_k$$

$$y = y_0 + \Delta y_k$$

$$z = z_0 + \Delta z_k$$

**\*-Précision de la correction différentielle :**

Les corrections  $\nabla^i$  et leur taux de variation  $\dot{\nabla}^i$  transmis vers le récepteur mobile sont estimés à l'instant d'observation du récepteur de référence, noté ici  $t_{k'}$ , tandis que les corrections à incorporer dans la solution de la position sont à l'instant d'observation  $t_k$  du récepteur mobile. Si on admet que les traitements des deux récepteurs se font à un décalage près ( $t_k \neq t_{k'}$ ), alors un développement limité à l'ordre un au voisinage de  $t_{k'}$  donne :

$$\nabla_k^i = \nabla_{k'}^i + (t_k - t_{k'}) \times \dot{\nabla}_{k'}^i + w_k^i \tag{III.20}$$

La précision de  $\nabla_k^i$  dépend du terme  $w_k^i$  dont l'expression est obtenue par développement à l'ordre deux de  $\nabla_k^i$  en négligeant les termes d'ordre supérieurs :

$$w_k^i \approx \frac{(t_k - t_{k'})^2}{2} \times \ddot{\nabla}_{k'}^i \tag{III.21a}$$

La correction à incorporer dans l'équation d'observation est la suivante :

$$\nabla_k^i = \nabla_{k'}^i + (t_k - t_{k'}) \times \dot{\nabla}_{k'}^i + \frac{(t_k - t_{k'})^2}{2} \times \ddot{\nabla}_{k'}^i \tag{III.21b}$$

Avec :  $\nabla_{k'}^i$ ,  $\dot{\nabla}_{k'}^i$  et  $\ddot{\nabla}_{k'}^i$  ont été estimés sur la station de référence.

La variance de la correction  $\nabla_k^i$ , notée  $\sigma_{\nabla_k^i}^2$ , s'obtient en utilisant les critères de l'espérance mathématique, comme suit :

$$\sigma_{\nabla_k^i}^2 = \sigma_{\nabla_{k'}^i}^2 + (t_k - t_{k'})^2 \times \sigma_{\dot{\nabla}_{k'}^i}^2 + \frac{(t_k - t_{k'})^4}{4} \times \sigma_{\ddot{\nabla}_{k'}^i}^2 + 2 \times (t_k - t_{k'}) \times \sigma_{\nabla_{k'}^i \dot{\nabla}_{k'}^i}$$

Et les variances  $\sigma_{\nabla_{k'}^i}^2$ ,  $\sigma_{\dot{\nabla}_{k'}^i}^2$ ,  $\sigma_{\ddot{\nabla}_{k'}^i}^2$  et  $\sigma_{\nabla_{k'}^i \dot{\nabla}_{k'}^i}$  ont été aussi estimées sur la station de référence



**\*-Précision des erreurs d'observation :**

La précision de l'observation  $z_k^i = PR_k^i + c\tau_{0k}^i - \rho_{0k}^i - \nabla_k^i$  est liée seulement aux précisions de la pseudo distance  $PR_k^i$  et de la correction différentielle  $\nabla_k^i$ . les termes  $\rho_{0k}^i$  et  $c\tau_{0k}^i$  sont connus et donc des erreurs de variances nulles.

Si on désigne par  $\sigma_e^i$  la variance de  $z_k^i$ , alors :

$$\sigma_e^i = \sigma_0^2 + \sigma_{\nabla_k^i}^2$$

Avec  $\sigma_0^2$  la variance de l'erreur sur la mesure du code qui est supposée la même pour  $\sigma_0^2$  tous les satellites.

**III.3.3.1.2-Modèle dynamique :**

Le modèle dynamique est obtenu par un développement limité à l'ordre un. Dans ce cas Les accélérations des composants  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  et  $cdT$  du vecteur  $x$  sont supposées des bruits blancs de densité spectrale  $q_x$ ,  $q_y$ ,  $q_z$  et  $q_c$  respectivement

Le modèle dynamique se présente comme suit :

$$\begin{aligned} \Delta x_k &= \Delta x_{k-1} + \Delta t_k \times \Delta \dot{x}_{k-1} + w_k (\Delta x_k) \\ \Delta \dot{x}_k &= \Delta \dot{x}_{k-1} + w_k (\Delta \dot{x}_k) \end{aligned} \tag{III.22}$$

Ce qui est équivalent à la forme :

$$\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta \dot{x} \end{pmatrix}_k = \begin{pmatrix} 1 & \Delta t_k \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta \dot{x} \end{pmatrix}_{k-1} + \begin{pmatrix} w_k (\Delta x) \\ w_k (\Delta \dot{x}) \end{pmatrix}_k \tag{III.23a}$$

On pose :  $\delta t_{0k}^i + \Delta T_k = dT$

De même pour les autre composantes :

$$\begin{pmatrix} \Delta y \\ \Delta \dot{y} \end{pmatrix}_k = \begin{pmatrix} 1 & \Delta t_k \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \Delta y \\ \Delta \dot{y} \end{pmatrix}_{k-1} + \begin{pmatrix} w_k (\Delta y) \\ w_k (\Delta \dot{y}) \end{pmatrix}_k \tag{III.23b}$$

$$\begin{pmatrix} \Delta z \\ \Delta \dot{z} \end{pmatrix}_k = \begin{pmatrix} 1 & \Delta t_k \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \Delta z \\ \Delta \dot{z} \end{pmatrix}_{k-1} + \begin{pmatrix} w_k (\Delta z) \\ w_k (\Delta \dot{z}) \end{pmatrix}_k \tag{III.23c}$$

$$\begin{pmatrix} cdT \\ cd\dot{T} \end{pmatrix}_k = \begin{pmatrix} 1 & \Delta t_k \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} cdT \\ cd\dot{T} \end{pmatrix}_{k-1} + \begin{pmatrix} w_k (cdT) \\ w_k (cd\dot{T}) \end{pmatrix}_k \tag{III.23d}$$

La forme globale du modèle dynamique est la suivante :

$$\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta \dot{x} \\ \Delta y \\ \Delta \dot{y} \\ \Delta z \\ \Delta \dot{z} \\ cdT \\ cd\dot{T} \end{pmatrix}_k = \begin{pmatrix} I_3 & \\ & 1 \end{pmatrix} \otimes F_{k-1,k} \times \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta \dot{x} \\ \Delta y \\ \Delta \dot{y} \\ \Delta z \\ \Delta \dot{z} \\ cdT \\ cd\dot{T} \end{pmatrix}_{k-1} + w_k \tag{III.24}$$

Avec :

$$I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad F_{k-1,k} = \begin{pmatrix} 1 & \Delta t_k \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Le symbole  $\otimes$  est le produit de Kronecker, qui est défini pour deux matrices A et B, comme suit :

$$A \otimes B = \begin{pmatrix} a_{11}B & a_{12}B & a_{13}B & a_{1n}B \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{m1}B & a_{m2}B & a_{m3}B & a_{m4}B \end{pmatrix}$$

$a_{ij}$  : Les composantes de la matrice A

Le vecteur des résidus du modèle dynamique est défini comme suit :

$$w_k = \left( w(\Delta x_k), w(\Delta \dot{x}_k), w(\Delta y_k), w(\Delta \dot{y}_k), w(\Delta z_k), w(\Delta \dot{z}_k), w(cdT_k), w(cd\dot{T}_k) \right)^T \tag{III.25}$$

Les expressions de ses composants sont obtenues par développement limité à l'ordre deux de toutes les inconnues du système :

$$w(\Delta x_k) = \frac{\Delta t_k^2}{2} + \Delta \ddot{x}_k + w'(\Delta x_k) \tag{III.26a}$$

$$w(\Delta \dot{x}_k) = \Delta t_k + \Delta \ddot{x}_k + w'(\Delta \dot{x}_k) \tag{III.26b}$$

$$w(\Delta y_k) = \frac{\Delta t_k^2}{2} + \Delta y_k + w'(\Delta y_k) \tag{III.26c}$$

$$w(\Delta \dot{y}_k) = \Delta t_k + \Delta \ddot{y}_k + w'(\Delta \dot{y}_k) \tag{III.26d}$$

$$w(\Delta z_k) = \frac{\Delta t_k^2}{2} + \Delta z_k + w'(\Delta z_k) \tag{III.26e}$$

$$w(\Delta \dot{z}_k) = \Delta t_k + \Delta \ddot{z}_k + w'(\Delta \dot{z}_k) \tag{III.26f}$$

$$w(cdT_k) = \frac{\Delta t_k^2}{2} + cd\ddot{T}_k + w'(cdT_k) \tag{III.26g}$$

$$w(cd\dot{T}_k) = \Delta t_k + cd\ddot{T}_k + w'(cd\dot{T}_k) \tag{III.26h}$$

Les variances et les covariances de ces composantes sont :

$$\begin{cases} \text{var}(w(\Delta x_k)) = \frac{\Delta t_k^4}{4} + q_{\ddot{x}} \\ \text{var}(w(\Delta \dot{x}_k)) = \Delta t_k^2 + q_{\ddot{x}} \\ \text{cov}(w(\Delta x_k), w(\Delta \dot{x}_k)) = \frac{\Delta t_k^3}{2} + q_{\ddot{x}} \end{cases} \tag{III.27}$$

La même chose s'applique aux autres composantes du vecteur  $w_k$ .

Avec :  $q_{\ddot{x}} = q_{\ddot{y}} = q_{\ddot{z}}$

$$Q_k = E[w_k, w_k^T] = \begin{pmatrix} q_{\ddot{x}} \times I_3 & \\ & q_{\ddot{c}} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} \frac{\Delta t_k^4}{4} & \frac{\Delta t_k^3}{3} \\ \frac{\Delta t_k^3}{3} & \Delta t_k^2 \end{pmatrix}$$

Les nouvelles composantes du vecteur d'état  $x_k$  nous permettent de réécrire l'équation d'observation comme suit :

$$PR_k^i + c\tau_{0k}^i - \rho_{0k}^i - \nabla_k^i = \begin{pmatrix} \frac{\delta\rho_{0k}^i}{\delta x_0} & 0 & \frac{\delta\rho_{0k}^i}{\delta y_0} & 0 & \frac{\delta\rho_{0k}^i}{\delta z_0} & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \Delta x_k \\ \Delta \dot{x}_k \\ \Delta y_k \\ \Delta \dot{y}_k \\ \Delta z_k \\ \Delta \dot{z}_k \\ cdT_k \\ cd\dot{T}_k \end{pmatrix} + e_k \tag{III.28}$$

**III.3.3.2-Adaptation de l'algorithme au cas de plusieurs satellites :**

Dans le cas où n satellites sont poursuivis, l'équation d'observation s'écrit de la manière suivante:


$$\begin{pmatrix} PR_k^1 + c\tau_{0k}^1 - \rho_{0k}^1 - \nabla_k^1 \\ \vdots \\ PR_k^n + c\tau_{0k}^n - \rho_{0k}^n - \nabla_k^n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\delta\rho_{0k}^1}{\delta x_0} & 0 & \frac{\delta\rho_{0k}^1}{\delta y_0} & 0 & \frac{\delta\rho_{0k}^1}{\delta z_0} & 0 & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\delta\rho_{0k}^n}{\delta x_0} & 0 & \frac{\delta\rho_{0k}^n}{\delta y_0} & 0 & \frac{\delta\rho_{0k}^n}{\delta z_0} & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \Delta x_k \\ \Delta \dot{x}_k \\ \Delta y_k \\ \Delta \dot{y}_k \\ \Delta z_k \\ \Delta \dot{z}_k \\ cdT_k \\ cd\dot{T}_k \end{pmatrix} + e_k \tag{III.29}$$

Avec  $e_k$  le bruit sur la mesure du code caractérisé par :

- la moyenne  $e_k = E[e_k] = 0$
- la variance  $e_k = E[e_k, e_k^T] = \sigma_0^2 \times I_4$

La matrice de variance covariance du vecteur d'observation s'écrit :

$$R_k = E[z_k, z_k^T] = \begin{pmatrix} \sigma_0^2 + \sigma_{\nabla_k^1}^2 & 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 \\ 0 & \sigma_0^2 + \sigma_{\nabla_k^2}^2 & 0 & 0 & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_0^2 + \sigma_{\nabla_k^3}^2 & 0 & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_0^2 + \sigma_{\nabla_k^4}^2 & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & \sigma_0^2 + \sigma_{\nabla_k^5}^2 \end{pmatrix}$$



# Chapitre IV

**CHAPITRE IV : RESULTATS ET INTERPRETATIONS :**

Après avoir détaillé les algorithmes nécessaires pour le positionnement par GPS et DGPS dans le chapitre III, on présente dans ce chapitre les résultats obtenus par le traitement des données GPS réelles. L'erreur sur l'estimation de la position du mobile est bien analysée en montrant l'influence des paramètres du filtre du Kalman sur ces erreurs.

**IV.1-DESCRIPTION DES DONNEES :**

Les données GPS utilisées dans les applications qui sont en format RINEX (voir annexe B) ont été collectées en 2 mai 1999 de deux points choisis comme station de référence et station mobile. Ces stations sont munies d'un récepteur Ashtech Z-XII de caractéristiques techniques suivantes :

- Fréquence : bi fréquence ( $L_1=1575,42\text{MHz}$ ,  $L_2=1227,60\text{MHz}$ )
- Nombre de canaux : 12
- Vitesse maxi : 1500km/h
- Accélération maxi : 10Km/h<sup>2</sup>.
- Type d'antenne : Omnidirectionnelle

Les données ont été recueillies entre 12 :53 :20 et 12 :55 :48 temps GPS correspondant à 46400 sec et 46548 sec respectivement. Les mesures ont été effectuées chaque seconde.

La station de référence est un point de coordonnées cartésiennes (en m) suivantes :

5178677.7900      -33495.4600      3710826.5900

La station mobile est un point de position initiale approchée, calculée par le récepteur, de coordonnées :

5178755.9600      -33508.9600      3710834.3900

qui correspondent aux coordonnées géographiques, obtenues par la transformation de coordonnées (voir annexe D), suivantes :

$\varphi_0 = 35,805^\circ$  (latitude).

$\lambda_0 = -0,370^\circ$  (longitude).

$h_0 = 242,81$  mètres (hauteur au dessus de l'ellipsoïde WGS84).

Les satellites reçus par le récepteur mobile sont en nombre de cinq :

SV21

SV03

SV23

SV15

SV31

**IV.2-INFLUENCE DES PARAMETRES DU FILTRE DE KALMAN SUR L'ESTIMATION :**

**IV.2.1-Choix des valeurs initiales du filtre**

La récursivité du filtre de Kalman nous permet de fixer les valeurs initiales  $\hat{X}_0$  et  $P_0$  dont le bon choix garantit la stabilité du filtre en obtenant des meilleurs résultats.

**IV.2.2-Choix des paramètres de filtre :**

La limitation de l'effet des bruits en sortie du système et la garantie de la convergence des résultats dépendent du choix des matrices de variance covariance des bruits de mesure  $R_K$  et d'état  $Q_K$ .

**IV.3-LES RESULTATS DE POSITIONNEMENT PAR GPS :**

Les positions du mobile obtenues par le programme GPS sont présentées dans le tableau ci-dessous :

Temps (sec)	Longitude (°)	Latitude (°)
46475.9990000000	-0.43102389405637	34.15425429673761
46476.9990000000	-0.47679679638664	33.11825999576921
46477.9990000000	-0.47694665057304	33.12104784406542
46478.9990000000	-0.47698305246804	33.12139721022455
46479.9990000000	-0.47701935177849	33.12175441865077
46480.9990000000	-0.47705543007379	33.12211522683310
46481.9990000000	-0.47709143058896	33.12247979855882
46482.9990000000	-0.47712746852242	33.12284754932141
46483.9990000000	-0.47716358646002	33.12321483643498
46484.9990000000	-0.47719953829417	33.12357896896517
46485.9990000000	-0.47723600730061	33.12393576871967
46486.9990000000	-0.47727300536822	33.12428673354199
46487.9990000000	-0.47730999138256	33.12463785281473
46488.9990000000	-0.47734696513473	33.12498926131244
46489.9990000000	-0.47738394595458	33.12534090728907

**Tableau IV.1 : Localisation du mobile**

**IV.3.1Discrétisation du trajet :**

A partir des résultats obtenu par l'exécution du programme (programme GPS), on trace les coordonnées géographiques en fonction du temps.



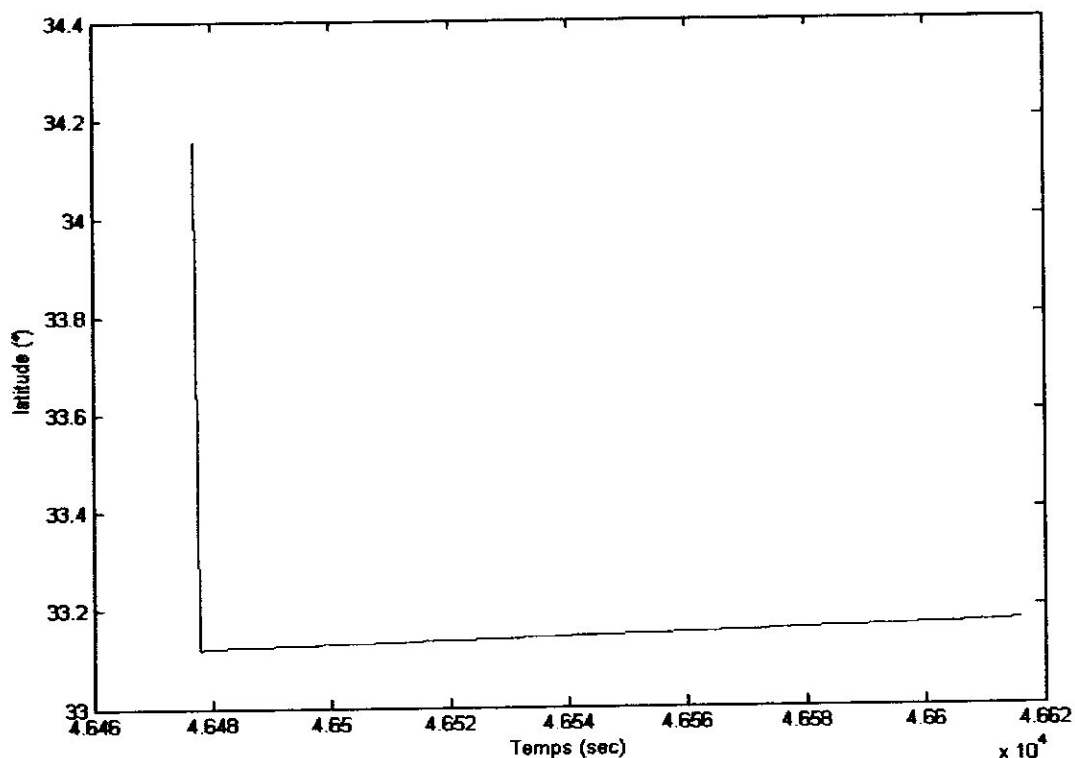


Figure IV.1 : Latitude du mobile

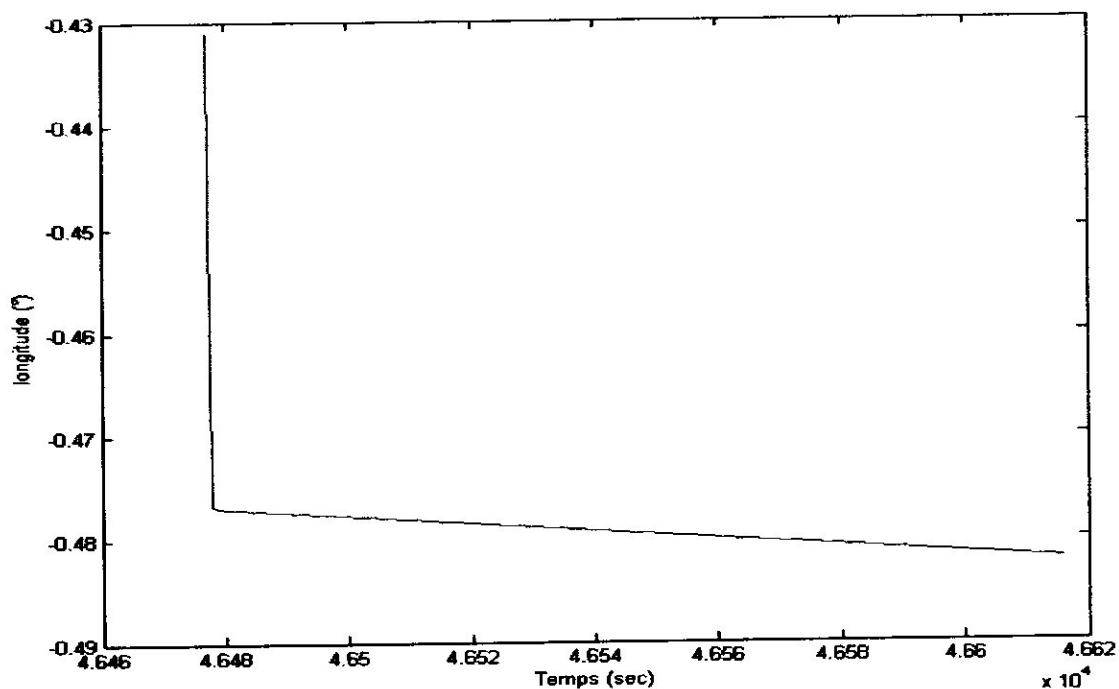
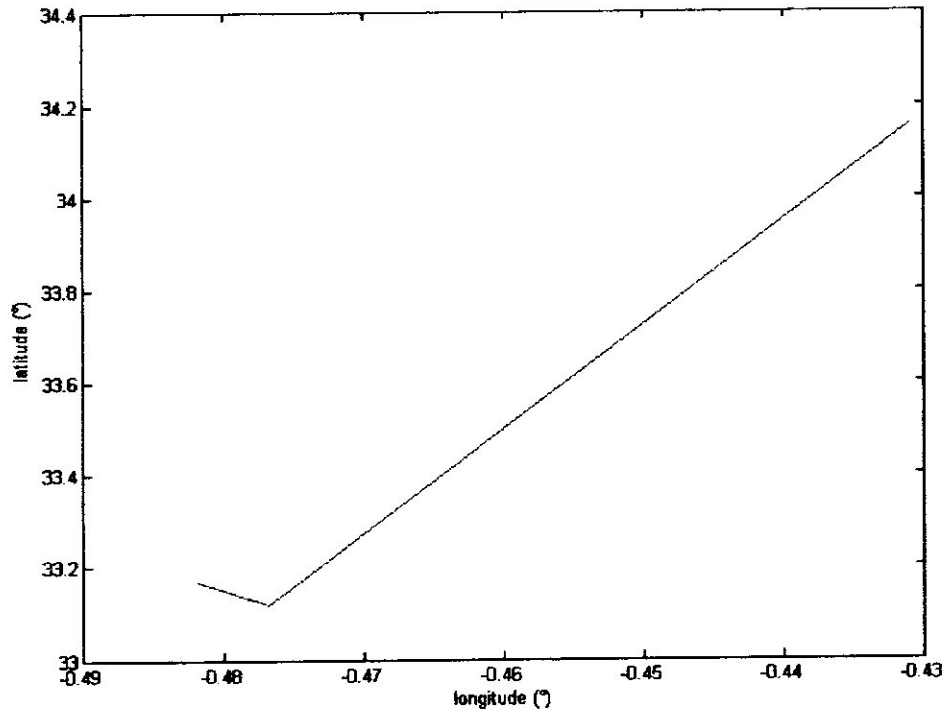


Figure IV.2 : Longitude du mobile

On remarque d'après les figures IV-1 et IV-2 que le mobile se dirige vers le nord-est (la latitude augmente et la longitude diminue) a partir l'instant  $t = 46480.999$ .

Le trajet suivi par le mobile est représenté ci-dessous :



**Figure IV.3 : Trajectoire GPS du mobile**

**IV.4- RESULTATS DE POSITIONNEMENT PAR DGPS :**

Les résultats obtenus par le programme DGPS sont représentés dans le tableau- ci-dessous :

Temps (sec)	Longitude (°)	Latitude (°)	Hauteur (m)
46475.9990000000	-0.37531888907855	35.80383759661087	594.293103773147
46476.9990000000	-0.36879090359160	35.80641338354567	135.769837594591
46477.9990000000	-0.37438713507370	35.80420623403042	529.041866338812
46478.9990000000	-0.37359364224344	35.80452123642570	472.504787312821
46479.9990000000	-0.37299886693168	35.80475937983640	429.781910819933
46480.9990000000	-0.37249668783685	35.80496340596773	393.830106543377
46481.9990000000	-0.37199719896561	35.80516994953330	358.412030355074
46482.9990000000	-0.37148805650121	35.80538366024748	322.681301551871
46483.9990000000	-0.37103823386879	35.80557393135895	291.440670596436
46484.9990000000	-0.37072754904259	35.80570544599971	270.325357767753
46485.9990000000	-0.37058535569577	35.80576536085442	260.751350503415
46486.9990000000	-0.37057291003072	35.80577038679233	259.912882550620
46487.9990000000	-0.37062494628859	35.80575004100704	263.598860055208
46488.9990000000	-0.37069148084725	35.80572421206391	268.323537068442
46489.9990000000	-0.37074307895272	35.80570447029004	272.024202263914

**Tableau IV.2 : Localisation du mobile**

A partir des résultats obtenus par l'exécution du programme (programme DGPS), on trace les coordonnées géographiques en fonction du temps.

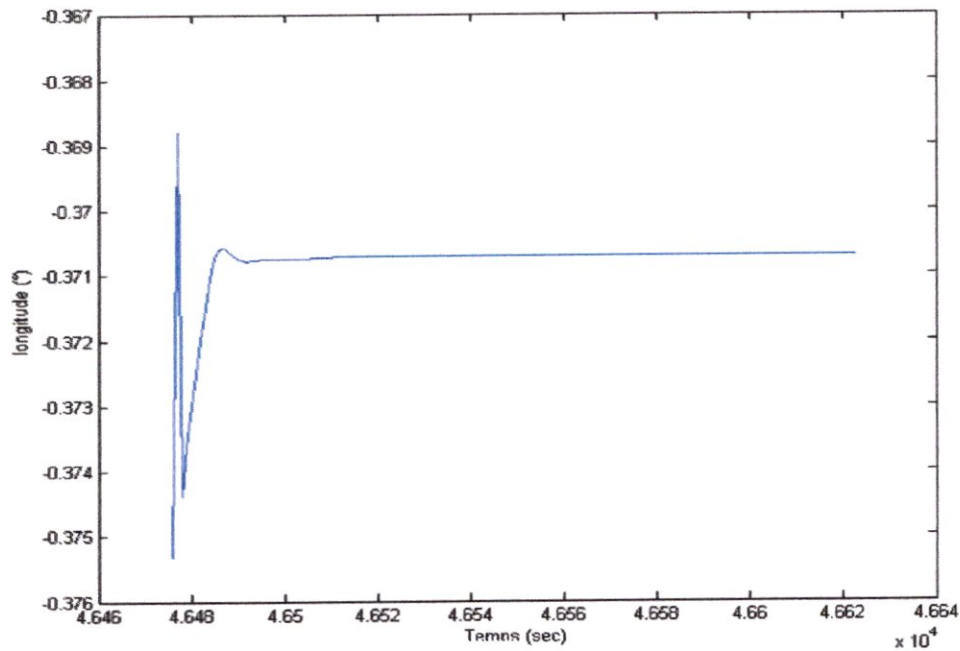


Figure IV.4 : Longitude du mobile

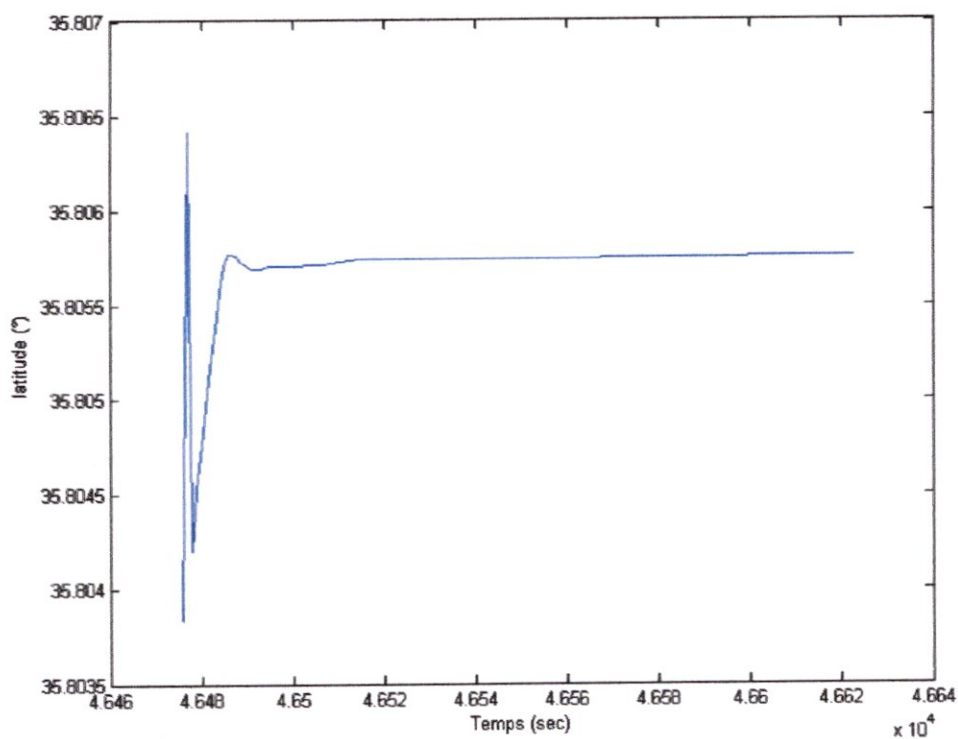


Figure IV .5 : Latitude du mobile

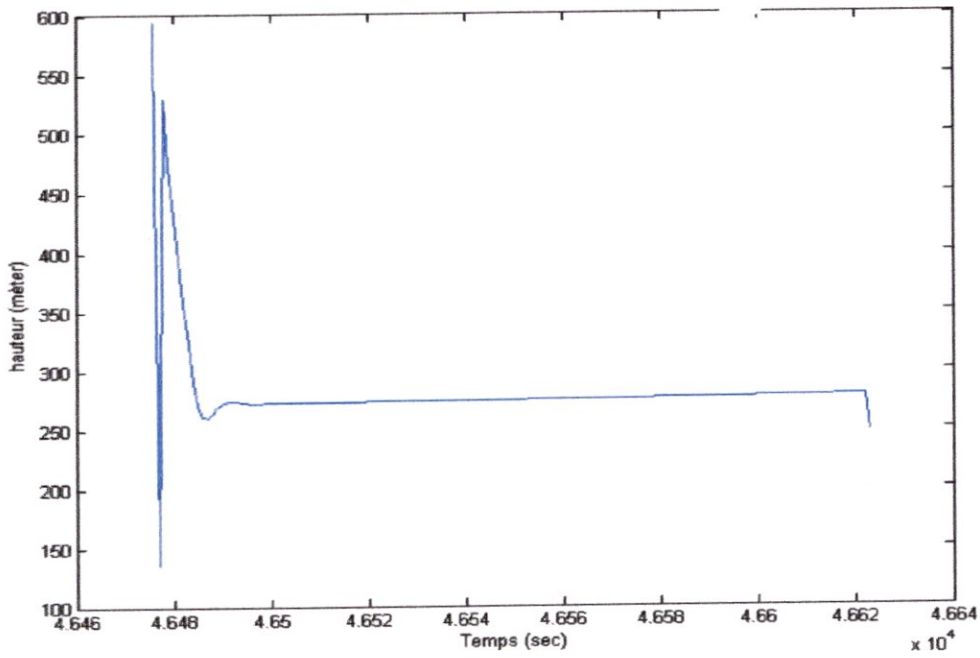


Figure IV.6 : Hauteur du mobile

On remarque d'après les figures IV-4 et IV-5 que le mobile se dirige vers le nord-est (la latitude augmente et la longitude diminue) a partir l'instant  $t = 46484.999$ . Le trajet suivi par le mobile est représenté ci-dessous :

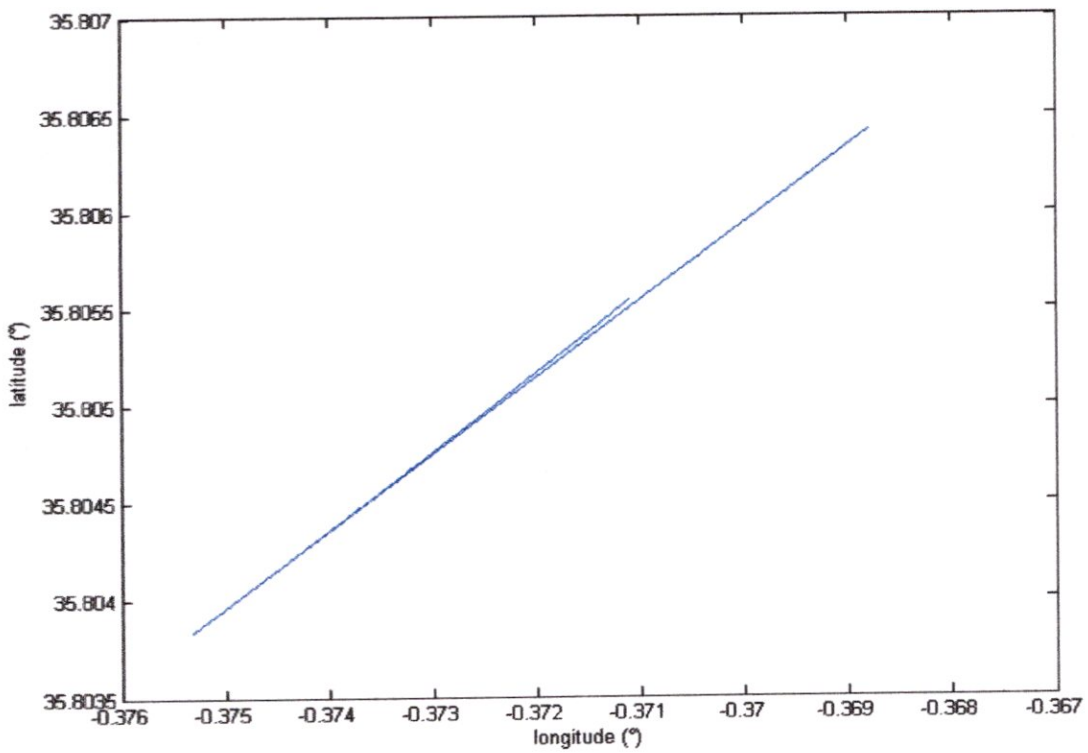


Figure IV.7 : Trajectoire DGPS du mobile

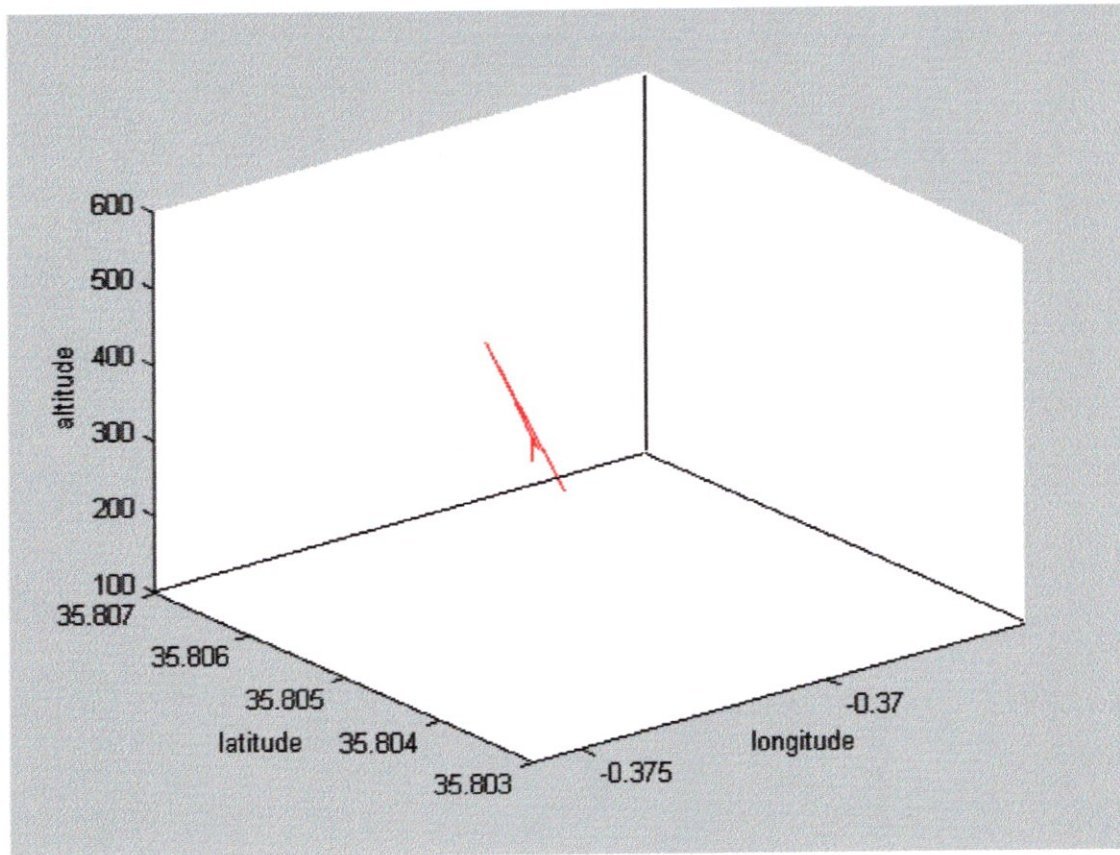


Figure IV.8 : Trajectoire DGPS du mobile (trois démontions)

IV.5-PRESENTATION DU PDOP :

La figure IV.8 montre la variation du PDOP en fonction du temps et en fonction de la variation du nombre de satellites utilisés dans la solution de position.

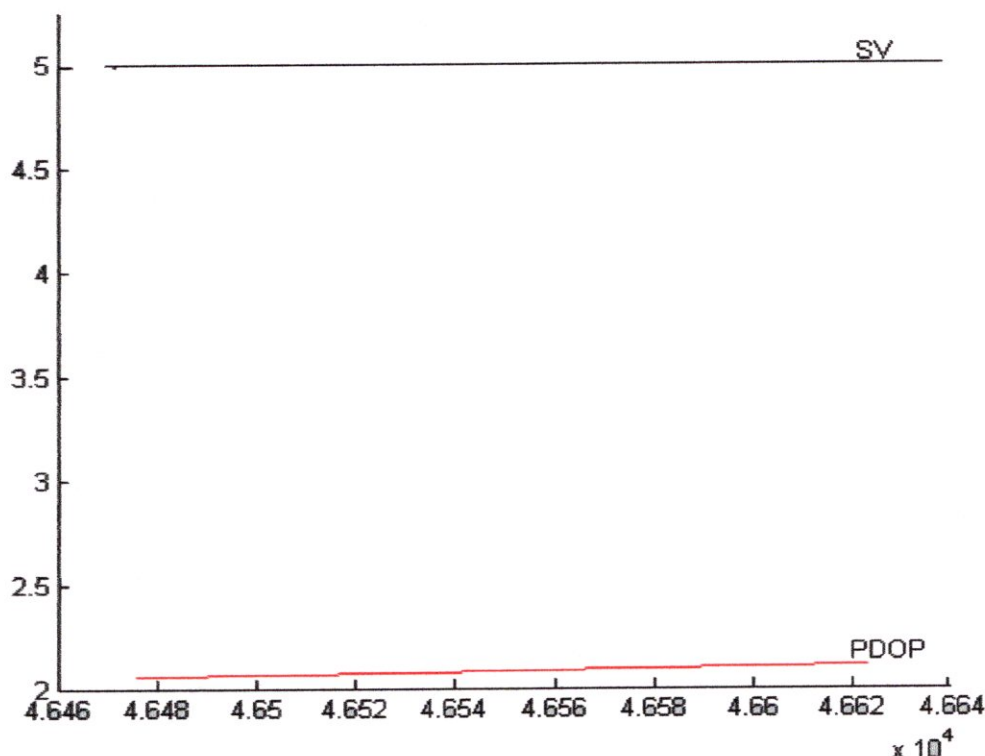


Figure IV .9 : Nombre de satellites visibles et le PDOP

Le PDOP, dépend directement du nombre de satellites intervenant dans le calcul de la solution de position. Un PDOP favorable s’obtient quand cinq satellites ou plus sont visibles, lorsque le nombre de satellites augmente, le PDOP peut atteindre des valeurs inférieures ce qui permet une meilleure précision et stabilité.

IV.6-COMPARAISON ENTRE LES RESULTATS OBTENUS :

La différence entre les résultats du GPS et les résultats du DGPS se traduit par :

- Le choix des deux matrices de variance-covariance (matrices de bruits :  $R_K$  de mesure, et  $Q_K$  d'états) car, on remarque que la convergence du filtre dans le programme de GPS est obtenu a partir de l'itération six et la convergence du filtre dans le programme de DGPS est obtenu à partir de l'itération dix.
- Le DGPS donne des résultats plus précis que le GPS concernant la latitude et la longitude.
- L'altitude est une information fournie par le DGPS et non par le GPS, c'est pour cela le DGPS est utile dans la navigation à trois dimensions.

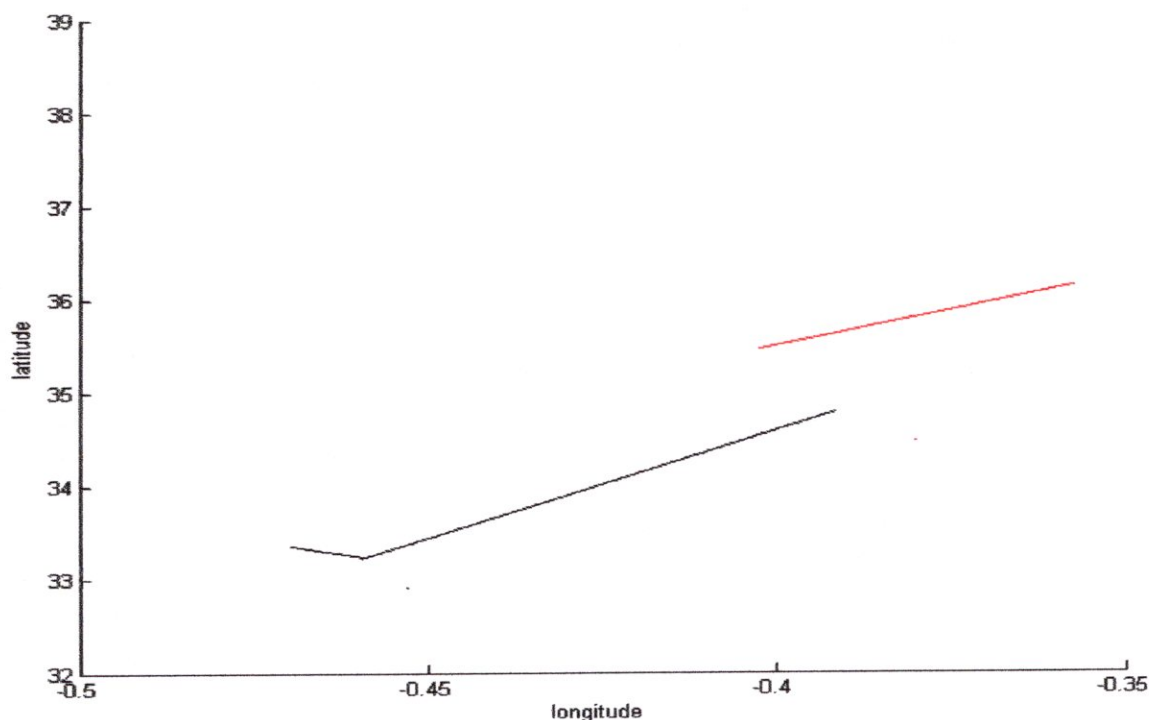


Figure IV .10 : Représentation lu trajet par les deux modes

IV.7- INTERFACES GRAPHIQUES REALISEES :

IV.7.1-Interface graphique dans le cas où on n'utilise pas les conditions du choix

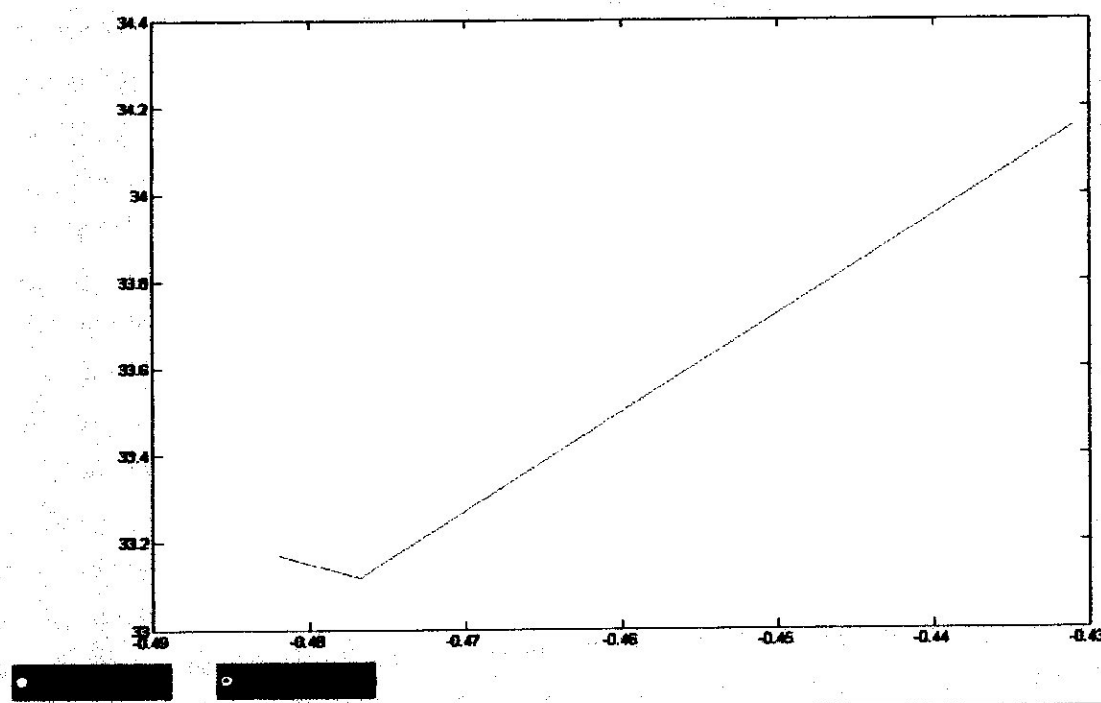
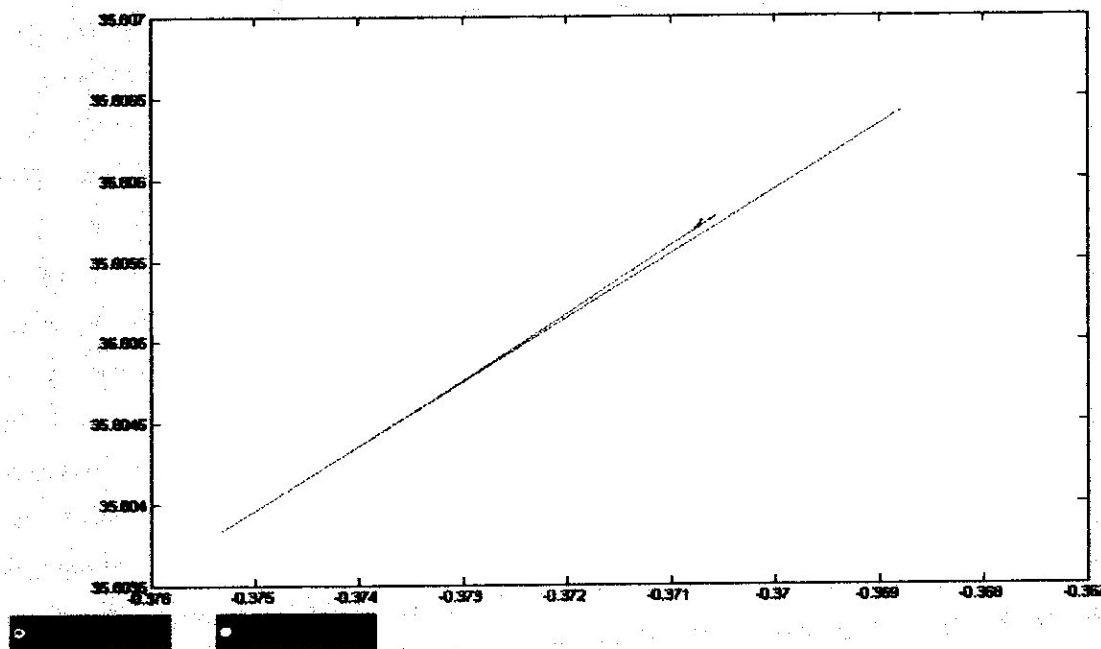


Figure IV .11 : Interface graphique simple



- Si on clique sur le bouton DGPS on aura le graphe de la trajectoire DGPS.
- Si on clique sur le bouton GPS on aura le graphe de la trajectoire GPS.

IV.7.2-Interface graphique dans le cas où on utilise les conditions du choix :

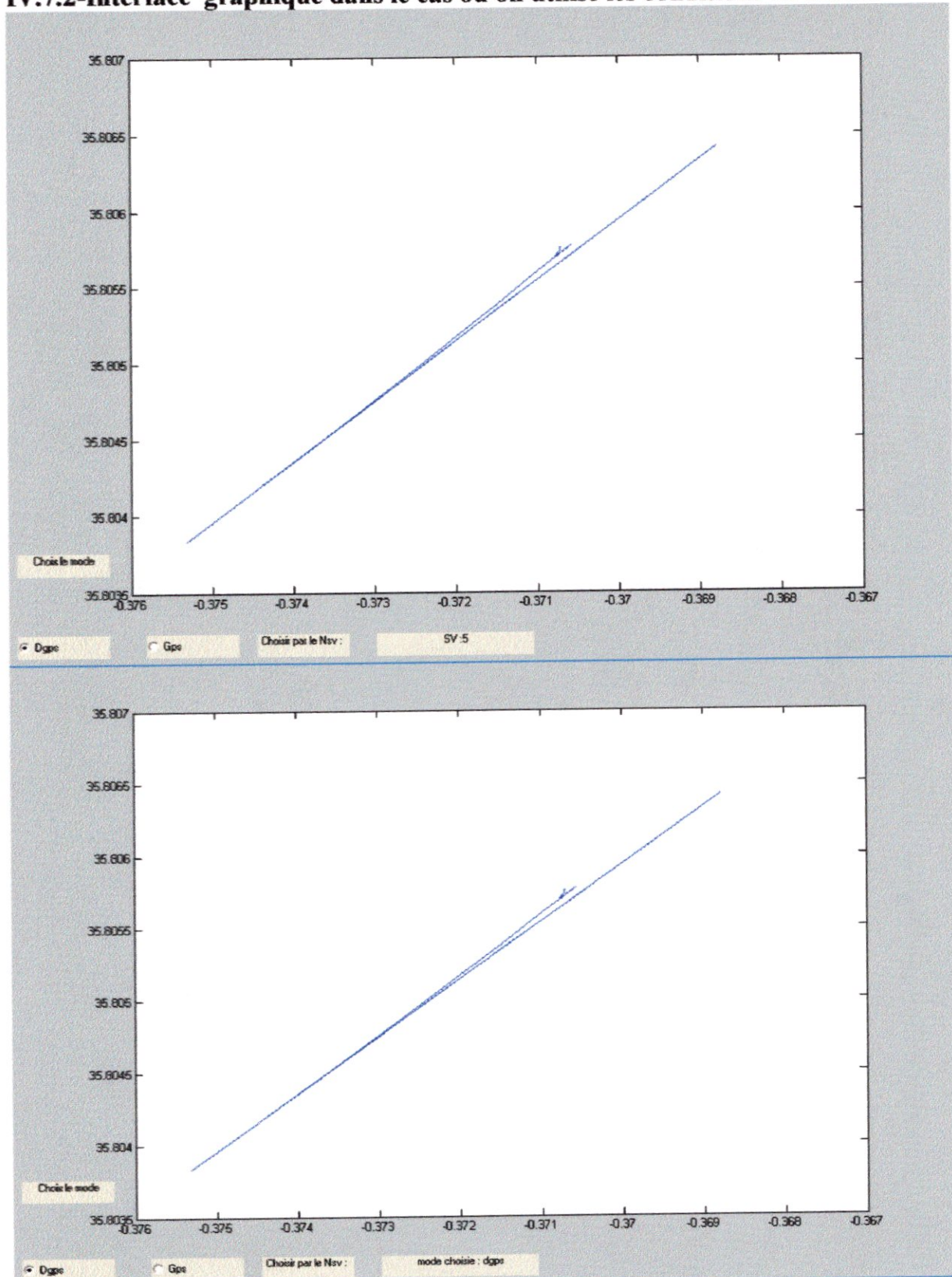
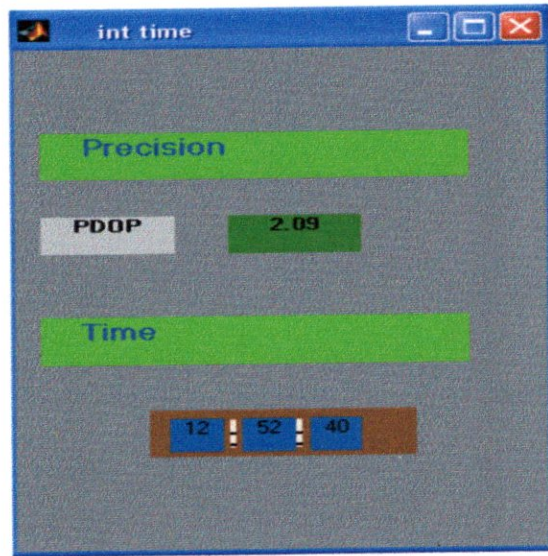


Figure IV .12 : Interface graphique respecte les conditions du choix

- Si on exécute le programme, le bouton DGPS allumé parce que la condition est valable (le nombre de satellite visible supérieur à cinq)
- Si on clique sur le bouton GPS on aura sur le bouton mode choisie l'écriture sera « mode choisie DGPS »

IV.7.3-Interface de précision et temps :



IV.7.4-interface graphique représente les positions des satellites en coordonnées polaires :

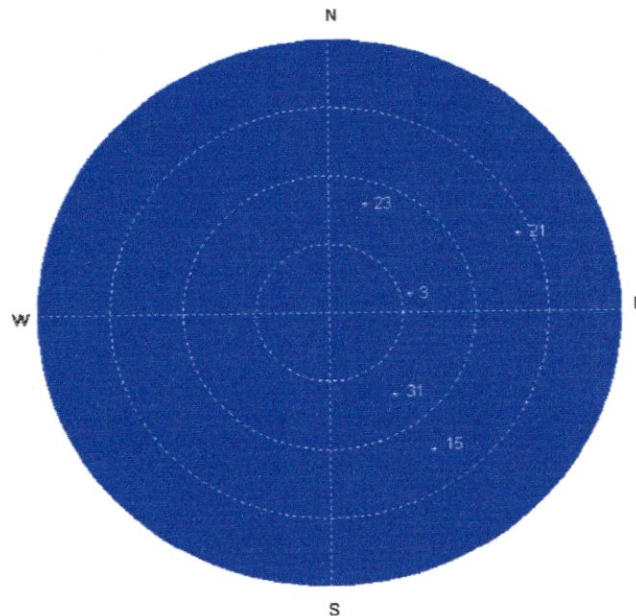


Figure IV.13 : Les positions des satellites en coordonnées polaires



# Annexes

## ANNEXE A : ORBITOGRAPHIE ET POSITION DU SATELLITE

### I- ORBITOGRAPHIE :

Un satellite n'est en théorie soumis qu'à la gravité de la Terre et son déplacement obéit aux lois de Kepler. Ces lois sont déduites de la mécanique newtonienne et de la gravité. Les principales caractéristiques du déplacement d'un véhicule satellisé sont :

- L'orbite est elliptique avec un foyer situé au centre de masse de la Terre.
- Les points le plus proche et le plus éloigné appelés respectivement périégée et apogée sont fixes dans un espace inertiel.
- Un vecteur radial pointant du centre de masse de la planète vers le satellite balaye des surfaces constantes durant le même laps de temps
- Deux satellites ayant un demi grand axe de même longueur ont des périodes orbitales identiques.

Aussi la vitesse d'un satellite évolue entre le périégée et l'apogée pour maintenir constant la somme de son énergie cinétique et de son énergie potentielle. Cette dernière est plus importante lorsque le véhicule est éloigné du centre de masse de la Terre alors que l'énergie cinétique est maximale au périégée du satellite.

La stationnarité du plan, du périégée, de la taille, de la forme et de la période d'une orbite permet de spécifier un mouvement Keplerien avec uniquement 6 paramètres dont un est fonction du temps.

Ces six paramètres peuvent être caractérisés par :

$\Omega_0$  : la longitude du noeud ascendant.

$i_0$  : l'angle d'inclinaison, angle entre le plan équatorial et le plan orbital.

$\omega$  : l'argument du périégée, angle dans le plan de l'orbite entre l'équateur et le périégée,

$\sqrt{A}$  : Avec A le demi grand axe.

E : excentricité,

$M_0$  : anomalie moyenne au temps de référence.

Ces paramètres avec la dérivée de la longitude du noeud ascendant,  $\dot{\Omega}$  (nécessaire car le plan tourne naturellement du fait de son inclinaison et de la non sphéricité de la Terre) et le temps de référence constituent l'almanach d'un satellite GPS.

Chaque satellite transmet l'almanach de tous les satellites en position. Les coefficients de dérive d'horloge et l'état de santé des satellites se rajoutent à ces paramètres.

L'almanach est réactualisé deux ou trois fois par mois.

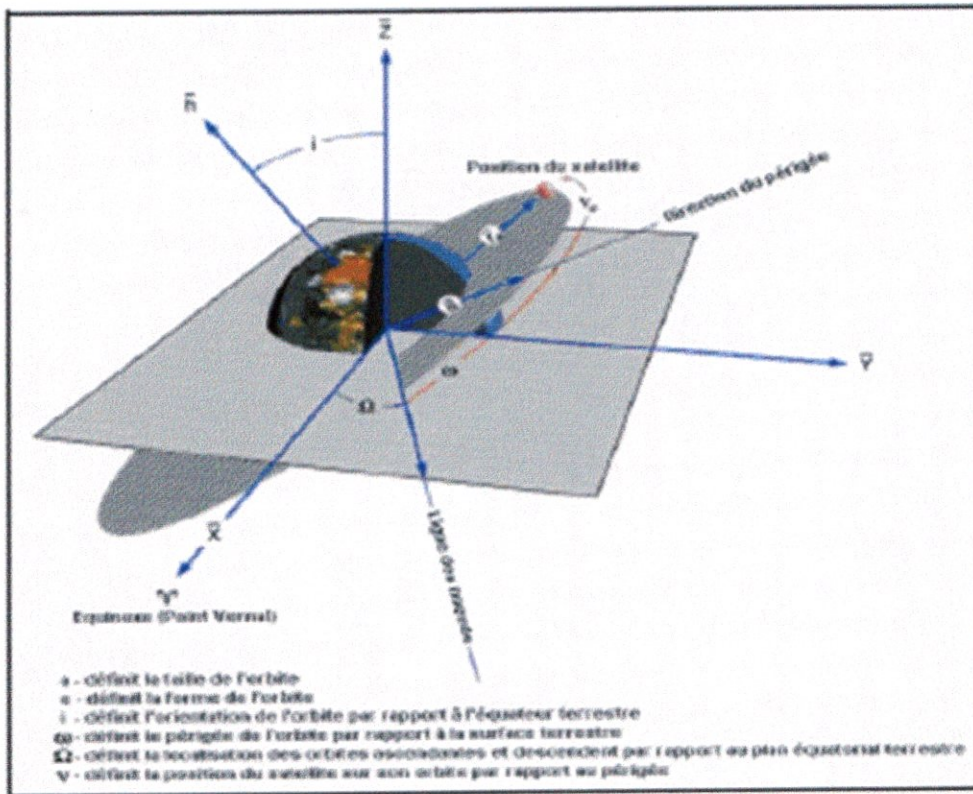


Figure A.1 : paramètres orbitaux

### I.1- almanach GPS :

$I_0$  : angle d'inclinaison de l'orbite (rad).

$\omega$  : argument du périhélie (rad).

$\Omega_0$  : longitude du noeud ascendant (rad).

$M_0$  : anomalie moyenne à  $t_0$  (rad).

$t_0$  : temps de référence (s).

$\dot{\Omega}$  : dérivée de la longitude du noeud ascendant (rad).

$\sqrt{A}$  : racine du demi grand axe ( $\sqrt{m}$ ).

$e$  : excentricité de l'orbite.

L'altitude d'un satellite GPS est relativement basse, environ trois fois le rayon terrestre, et celui-ci ressent les irrégularités de la gravité de notre planète. De plus, le satellite est sensible à l'attraction lunaire et dans une moindre mesure du fait de l'éloignement, à l'attraction solaire.

Ces perturbations font qu'un almanach permet de calculer la position d'un satellite à plusieurs centaines de mètres près. Cette précision n'est pas suffisante pour se positionner correctement.

La position précise d'un satellite est obtenue en utilisant les éphémérides que lui seul émet. Les éphémérides regroupent les paramètres d'almanach complétés par des paramètres du second ordre.

De plus, les éphémérides sont données avec une résolution bien meilleure que celle de l'almanach et sont réactualisés toutes les deux heures au maximum. Ils sont transmis toutes les 30 secondes, tandis que l'almanach complet est transmis sur 12.5 mn et est rafraîchi plusieurs fois par mois.

### I.2-l'algorithme de calcul de la position du satellite :

1.	temps passé depuis le temps de référence :	$t = t_S - t_{0e}$
2.	anomalie moyenne au temps $t$ :	$\mu = \mu_0 + \left( \sqrt{\frac{GM}{a^3}} + \Delta n \right) t$  ( $GM = 3.986005 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$ )
3.	anomalie excentrique :	$E = \mu + e \sin E$  (résolution de l'équation de Kepler par une méthode itérative)
4.	anomalie vraie :	$f = \arctan \left( \frac{\sqrt{1 - e^2} \sin E}{\cos E - e} \right)$
5.	longitude du noeud ascendant :	$\Omega = \Omega_0 + (\dot{\Omega} - \omega_e) t - \omega_e t_{0e}$  ( $\omega_e$ : vitesse angulaire de rotation de la Terre = $7.292115147 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$ )
6.	argument corrigé du périégée :	$\omega_c = \omega + f + C_{\omega c} \cos 2(\omega + f) + C_{\omega s} \sin 2(\omega + f)$
7.	distance radiale corrigée :	$r = a(1 - e \cos E) + C_{rc} \cos 2(\omega + f) + C_{rs} \sin 2(\omega + f)$
8.	inclinaison corrigée :	$i = i_0 - \dot{i} \cdot t + C_{ic} \cos 2(\omega + f) + C_{is} \sin 2(\omega + f)$
9.	coordonnées ECEF du satellite :	$X_S = r \cos \omega_c \cos \Omega - r \sin \omega_c \cos i \sin \Omega$ $Y_S = r \cos \omega_c \sin \Omega - r \sin \omega_c \cos i \cos \Omega$ $Z_S = r \sin \omega_c \sin i$

L'ordre de grandeur de la précision de position d'un satellite calculée à partir des éphémérides est de 1 m sur le rayon de son orbite, de plusieurs mètres sur sa trajectoire et de quelques mètres dans la direction perpendiculaire aux deux directions précitées.

La précision de position d'un satellite obtenue à partir de l'almanach est kilométrique. L'almanach est principalement utilisé pour prévoir la visibilité des satellites.

**I.2.1-La liste des éphémérides :**

io: angle d'inclinaison de l'orbite (rad), argument du périégée (rad),

ûo longitude du noeud ascendant (rad),

Mo: anomalie moyenne à to (rad),

to: temps de référence (s),

f $\dot{o}$ : dérivée de la longitude du noeud ascendant (rad),

\A racine du demi grand axe (\'m),

e: excentricité de l'orbite.

Paramètres supplémentaires par rapport aux almanachs :

qn: écart par rapport à  $n = 2 \text{ IT1}$  (rad/s),

idot: dérive de l'angle d'inclinaison (rad/s),

IODE : indicateur de changement d'éphémérides.

Perturbations du second ordre :

Cuc, Cus : facteurs correctifs de la latitude du satellite,

Crc, Crs: facteurs correctifs du rayon de l'orbite,

Cic, Cis: facteurs correctifs de l'angle d'inclinaison.

**ANNAXE B : LES FORMATS RINEX :**

Le format RINEX (Receiver Independent EXchange Format), format d'échange indépendant du récepteur, a été développé par l'Institut d'Astronomie de l'Université de Berne dans le but de fournir dans un même format les données collectées en format propriétaire par des récepteurs de marques différentes lors de la campagne GPS EUREF89.

Il existe six types de fichier différents :

- Un fichier contenant les données d'observation.
- Un fichier contenant les messages de navigation .
- Un fichier contenant les données météorologiques .
- Un fichier contenant les messages de navigation Glonass .
- Un fichier contenant les messages de navigation des satellites Géostationnaires .
- Un fichier contenant des informations sur les horloges des récepteurs et des satellites.

La nomenclature des fichiers est la suivante : *ssssddd*f*.yy*t**

- *ssss* : acronyme de la station .
- *ddd* : jour de l'année du premier enregistrement .
- *f* : numéro de la session dans le jour, avec 0 pour une journée complète .
- *yy* : année .
- *t* : type du fichier avec, entre parenthèses, la lettre correspondante utilisée sous

Windows lorsque les fichiers sont compressés :

O(Y) : fichier d'Observation (**Remarque** : la lettre E est utilisée quand les fichiers sont préalablement compressés "Hatanaka")

N(X) : fichier de Navigation

M(W) : fichier Météo

G(V) : fichier de navigation GLONASS

H(U) : fichier des messages de navigation des satellites géostationnaires



Actuellement, il n'existe sur les serveurs du RGP que les fichiers de données et de navigation, ainsi que les fichiers météorologiques d'une seule station (SMNE). C'est pourquoi nous ne décrivons ici que ceux-ci. Chacun de ces fichiers comporte un en-tête, dont les champs compris entre les colonnes 61 et 80 qui décrivent les informations de la ligne, sont obligatoires.

Pour le cas du récepteur mobile utilisé le nom du fichier d'observation est (Rout 1322.990).

Concernant le fichier d'observations, les types d'observations disponibles pour le récepteur utilisé sont en nombre de sept :

- $L_1, L_2$  : mesures de phase sur  $L_1$  et  $L_2$ .
- $C_1$  : pseudo distance utilisant le code C /A sur  $L_1$ .
- $P_1, P_2$  : pseudo distance utilisant le code P sur  $L_1$  et  $L_2$ .
- $D_1, D_2$  : fréquence Doppler sur  $L_1$  et  $L_2$ .

**ANNEXE C : ALGORITHME DU POSITIONNEMENT PAR GPS :****1)-Développement du filtre de kalman :****a)-Modèle stochastique :**

L'équation de modélisation dans le cas d'un satellite  $i$  visible est réécrite comme suit :

$$PR^i = c \Delta t^i \text{ Avec } \Delta t^i = t_r + t_e^i \quad (C,1)$$

Soit  $\zeta$  : temps de référence (temps GPS).  $t_r$  et  $t_e^i$  sont modélisés en fonction de temps GPS.

$$\begin{cases} t_r = \zeta_r + \Delta T \\ t_e^i = \zeta_e^i + \Delta \zeta^i \end{cases} \quad (C,2)$$

Avec :

$\zeta_r$  : Temps de réception en temps GPS.

$\zeta_e^i$  : Temps d'émission en temps GPS.

$\Delta T$  : Décalage d'horloge récepteur.

$\Delta \zeta^i$  : Décalage d'horloge satellite.

Si on remplace l'équation (A,2) dans l'équation (A,1), on trouve :

$$\Delta t^i = (\zeta_r - \zeta_e^i) + (\Delta T - \Delta \zeta^i)$$

Donc la relation du pseudo distance est réécrite comme suit :

$$PR^i = c \Delta t^i = c((\zeta_r - \zeta_e^i) + (\Delta T - \Delta \zeta^i)) \quad (C,3)$$

Avec :

$c(\zeta_r - \zeta_e^i) = \rho^i$  : Représente la distance géométrique entre le récepteur à l'instant  $\zeta_r$  et le satellite  $i$  à l'instant  $\zeta_e^i$ .

A partir de l'équation  $\rho^i$  nous permettent d'écrire (A,3) comme suit :

$$PR^i = \rho^i + c(\Delta T - \Delta \zeta^i) \quad (C,4)$$

Avec :

$$\rho^i = \sqrt{(X - x)^2 + (Y - y)^2 + (Z - z)^2}$$

$$\Delta \zeta^i = \zeta_0^i + \delta t_0^i$$

Avec (X, Y, Z) les coordonnées connues du satellite  $i$  et (x, y, z) les coordonnées du mobile

Donc la relation d'observation du code à l'instant  $t_k$  au niveau de récepteur est réécrite :

$$PR_k^i + c \cdot \zeta_{ok}^i = \sqrt{(X - x)^2 + (Y - y)^2 + (Z - z)^2} + c \cdot \delta t_{ok}^i + c \cdot \Delta T_k + e_k \quad (C,5)$$

**b)-Linéarisation du système :**

L'équation non linéaire il faut linéarité pour pouvoir utiliser le filtre de kalman. On considère un point approché de coordonnées  $(x_0, y_0, z_0)$  du récepteur mobile, et un développement de Taylor appliqué à la distance  $\rho_k^i$  au voisinage de ce point nous donne :

$$\rho_k^i = \rho_{0k}^i + \frac{\delta\rho_{0k}^i}{\delta x_0} \Delta x_k + \frac{\delta\rho_{0k}^i}{\delta y_0} \Delta y_k + \frac{\delta\rho_{0k}^i}{\delta z_0} \Delta z_k + \dots \quad (C,6)$$

Avec  $\rho_{0k}^i$  la distance approchée entre le récepteur et le satellite  $i$  qui vaut :

$$\rho_{0k}^i = \sqrt{(X - x_0)^2 + (Y - y_0)^2 + (Z - z_0)^2}$$

Et  $\Delta x_k$ ,  $\Delta y_k$ , et  $\Delta z_k$  correspondent aux écarts de la position.

Les dérivées partielles de l'équation (A,6) sont égales à :

$$\begin{cases} \frac{\delta\rho_{0k}^i}{\delta x_0} = \frac{-(X - x_0)}{\rho_{0k}^i} \\ \frac{\delta\rho_{0k}^i}{\delta y_0} = \frac{-(Y - y_0)}{\rho_{0k}^i} \\ \frac{\delta\rho_{0k}^i}{\delta z_0} = \frac{-(Z - z_0)}{\rho_{0k}^i} \end{cases} \quad (C,7)$$

En remplace les équations (A,6) et (A,7) dans l'équation(A,5) et en arrangeant les termes connus dans le membre gauche, on trouve la forme matricielle suivante :

$$PR_k^i + c\zeta_{0k}^i - \rho_{0k}^i = \begin{pmatrix} \frac{\delta\rho_{0k}^i}{\delta x_0} & \frac{\delta\rho_{0k}^i}{\delta y_0} & \frac{\delta\rho_{0k}^i}{\delta z_0} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x_k \\ \Delta y_k \\ \Delta z_k \\ c(\delta t_{0k}^i + \Delta T_k) \end{pmatrix} + e_k \quad (C,8)$$

L'identification de cette équation à la relation du modèle stochastique donne :

$$PR_k^i + c\zeta_{0k}^i - \rho_{0k}^i \quad : \text{Le vecteur d'observation}$$

$$H_k^i = \begin{pmatrix} \frac{\delta\rho_{0k}^i}{\delta x_0} & \frac{\delta\rho_{0k}^i}{\delta y_0} & \frac{\delta\rho_{0k}^i}{\delta z_0} & 1 \end{pmatrix} \quad : \text{La matrice de configuration}$$

$$x_k = \begin{pmatrix} \Delta x_k \\ \Delta y_k \\ \Delta z_k \\ c(\delta t_{0k}^i + \Delta T_k) \end{pmatrix} \quad : \text{Le vecteur d'état}$$

Et l'évolution de la position du mobile s'écrit :

$$x = x_0 + \Delta x_k$$

$$y = y_0 + \Delta y_k$$

$$z = z_0 + \Delta z_k$$

### c) Modèle dynamique :

Le modèle dynamique est obtenu par un développement limité à l'ordre un. Dans ce cas Les accélérations des composants  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  et  $cdT$  du vecteur  $x$  sont supposées des bruit blanc de densité spectrale  $q_x, q_y, q_z$  et  $q_c$  respectivement

Le modèle dynamique se présente comme suit :

$$\begin{aligned} \Delta x_k &= \Delta x_{k-1} + \Delta t_k \times \Delta \dot{x}_{k-1} + w_k(\Delta x_k) \\ \Delta \dot{x}_k &= \Delta \dot{x}_{k-1} + w_k(\Delta \dot{x}_k) \end{aligned} \quad (C,9)$$

Ce qui est équivalent à la forme :

$$\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta \dot{x} \end{pmatrix}_k = \begin{pmatrix} 1 & \Delta t_k \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta \dot{x} \end{pmatrix}_{k-1} + \begin{pmatrix} w_k(\Delta x) \\ w_k(\Delta \dot{x}) \end{pmatrix}_k \quad (C,10)$$

On pose :  $\delta t_{0k}^i + \Delta T_k = dT$

De même pour les autre composantes :

$$\begin{pmatrix} \Delta y \\ \Delta \dot{y} \end{pmatrix}_k = \begin{pmatrix} 1 & \Delta t_k \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \Delta y \\ \Delta \dot{y} \end{pmatrix}_{k-1} + \begin{pmatrix} w_k(\Delta y) \\ w_k(\Delta \dot{y}) \end{pmatrix}_k \quad (C,11)$$

$$\begin{pmatrix} \Delta z \\ \Delta \dot{z} \end{pmatrix}_k = \begin{pmatrix} 1 & \Delta t_k \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \Delta z \\ \Delta \dot{z} \end{pmatrix}_{k-1} + \begin{pmatrix} w_k(\Delta z) \\ w_k(\Delta \dot{z}) \end{pmatrix}_k \quad (C,12)$$

$$\begin{pmatrix} cdT \\ cd\dot{T} \end{pmatrix}_k = \begin{pmatrix} 1 & \Delta t_k \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} cdT \\ cd\dot{T} \end{pmatrix}_{k-1} + \begin{pmatrix} w_k(cdT) \\ w_k(cd\dot{T}) \end{pmatrix}_k \quad (C,13)$$

La forme globale du modèle dynamique est la suivante :

$$\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta \dot{x} \\ \Delta y \\ \Delta \dot{y} \\ \Delta z \\ \Delta \dot{z} \\ cdT \\ cd\dot{T} \end{pmatrix}_k = \begin{pmatrix} I_3 & \\ & 1 \end{pmatrix} \otimes F_{k-1,k} \times \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta \dot{x} \\ \Delta y \\ \Delta \dot{y} \\ \Delta z \\ \Delta \dot{z} \\ cdT \\ cd\dot{T} \end{pmatrix}_{k-1} + w_k \quad (C,14)$$

Avec :

$$I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$F_{k-1,k} = \begin{pmatrix} 1 & \Delta t_k \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Le symbole  $\otimes$  est le produit de Kronecker.

En considérant deux matrices A et B :

$a_{ij}$  : Les composantes de la matrice A

$$A \otimes B = \begin{pmatrix} a_{11}B & a_{12}B & a_{13}B & a_{1n}B \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{m1}B & a_{m2}B & a_{m3}B & a_{m4}B \end{pmatrix}$$

Le vecteur des résidus du modèle dynamique il est défini comme suit :

$$w_k = \left( w(\Delta x_k), w(\Delta \dot{x}_k), w(\Delta y_k), w(\Delta \dot{y}_k), w(\Delta z_k), w(\Delta \dot{z}_k), w(cdT_k), w(cd\dot{T}_k) \right)^T \quad (C,15)$$

Les expressions de ses composants sont obtenues par développement limité à l'ordre deux de toutes les inconnues du système :

$$w(\Delta x_k) = \frac{\Delta t_k^2}{2} + \Delta \ddot{x}_k + w'(\Delta x_k) \quad (\text{C, 16a})$$

$$w(\Delta \dot{x}_k) = \Delta t_k + \Delta \ddot{x}_k + w'(\Delta \dot{x}_k) \quad (\text{C, 16b})$$

$$w(\Delta y_k) = \frac{\Delta t_k^2}{2} + \Delta y_k + w'(\Delta y_k) \quad (\text{C, 16c})$$

$$w(\Delta \dot{y}_k) = \Delta t_k + \Delta \ddot{y}_k + w'(\Delta \dot{y}_k) \quad (\text{C, 16d})$$

$$w(\Delta z_k) = \frac{\Delta t_k^2}{2} + \Delta z_k + w'(\Delta z_k) \quad (\text{C, 16e})$$

$$w(\Delta \dot{z}_k) = \Delta t_k + \Delta \ddot{z}_k + w'(\Delta \dot{z}_k) \quad (\text{C, 16f})$$

$$w(cdT_k) = \frac{\Delta t_k^2}{2} + cd\ddot{T}_k + w'(cdT_k) \quad (\text{C, 16g})$$

$$w(cd\dot{T}_k) = \Delta t_k + cd\ddot{T}_k + w'(cd\dot{T}_k)$$

Les variances et les covariances de ces composants sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{var}(w(\Delta x_k)) = \frac{\Delta t_k^4}{4} + q_{\ddot{x}} \\ \text{var}(w(\Delta \dot{x}_k)) = \Delta t_k^2 + q_{\ddot{x}} \\ \text{cov}(w(\Delta x_k), w(\Delta \dot{x}_k)) = \frac{\Delta t_k^3}{2} + q_{\ddot{x}} \end{array} \right. \quad (\text{C,17})$$

La même chose s'applique aux autres composants du vecteur  $w_k$ .

Avec :  $q_{\ddot{x}} = q_{\ddot{y}} = q_{\ddot{z}}$

$$Q_k = E[w_k, w_k^T] = \begin{pmatrix} q_{\ddot{x}} \times I_3 & \\ & q_{\ddot{z}} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} \frac{\Delta t_k^4}{4} & \frac{\Delta t_k^3}{3} \\ \frac{\Delta t_k^3}{3} & \Delta t_k^2 \end{pmatrix}$$

Les nouvelles composantes du vecteur d'état  $x_k$  nous permettent de réécrire l'équation d'observation comme suit :

$$PR_k^i + c\zeta_{0k}^i - \rho_{0k}^i = \begin{pmatrix} \frac{\delta\rho_{0k}^i}{\delta x_0} & 0 & \frac{\delta\rho_{0k}^i}{\delta y_0} & 0 & \frac{\delta\rho_{0k}^i}{\delta z_0} & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \Delta x_k \\ \Delta \dot{x}_k \\ \Delta y_k \\ \Delta \dot{y}_k \\ \Delta z_k \\ \Delta \dot{z}_k \\ cdT_k \\ cd\dot{T}_k \end{pmatrix} + e_k \quad (C,18)$$

## 2)-Adaptation de l'algorithme au cas de plusieurs satellites :

Dans le cas où cinq satellites sont poursuivis, l'équation d'observation s'écrit de la manière suivante :

$$\begin{pmatrix} PR_k^1 + c\zeta_{0k}^1 - \rho_{0k}^1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ PR_k^5 + c\zeta_{0k}^5 - \rho_{0k}^5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\delta\rho_{0k}^1}{\delta x_0} & 0 & \frac{\delta\rho_{0k}^1}{\delta y_0} & 0 & \frac{\delta\rho_{0k}^1}{\delta z_0} & 0 & 1 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{\delta\rho_{0k}^5}{\delta x_0} & 0 & \frac{\delta\rho_{0k}^5}{\delta y_0} & 0 & \frac{\delta\rho_{0k}^5}{\delta z_0} & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \Delta x_k \\ \Delta \dot{x}_k \\ \Delta y_k \\ \Delta \dot{y}_k \\ \Delta z_k \\ \Delta \dot{z}_k \\ cdT_k \\ cd\dot{T}_k \end{pmatrix} + e_k \quad (C,19)$$

Avec  $e_k$  le bruit sur la mesure du code caractérisé par :

\*la moyenne  $e_k = E[e_k] = 0$

\*la variance  $e_k = E[e_k, e_k^T] = \sigma_0^2 \times I_4$

La matrice de variance covariance du vecteur d'observation s'écrit :

$$R_k = E[z_k, z_k^T] = \begin{pmatrix} \sigma_0^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_0^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_0^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_0^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_0^2 \end{pmatrix}$$



## ANNEXE D : ÉCHELLES DE TEMPS :

La mesure de pseudo distance est basée sur une différence de temps entre plusieurs instants. Ces différents instants sont pris dans des référentiels ayant chacun leur propre échelle de temps.

Trois échelles de temps coexistent dans le cas du GPS :

$t$  : Le temps GPS, c'est le temps continu utilisé pour dater les événements GPS en absolu. C'est un temps mesuré par une horloge parfaite du point de vue d'un utilisateur immobile sur le géoïde terrestre.

$t_s$  : Le temps exprimé dans l'échelle de temps du satellite, c'est le temps mesuré par l'horloge satellite.

Le temps satellite  $t_s$  est relié à  $t$  (temps GPS) par la relation suivante :

$$t_s = t + \Delta t_s \quad (D.1)$$

$\Delta t_s$  : Peut être exprimé par un développement polynomial complété d'une part, par un terme regroupant les résidus d'ordre élevé et les phénomènes aléatoires et d'autre part, par un terme relativiste introduit par l'excentricité de l'orbite :

$$\Delta t_s = af_0 + af_1(t_s - t_s^0) + af_2(t_s - t_s^0)^2 + \xi t_s + \Delta t_{rel} \quad (D.2)$$

$t_s^0$  : est l'instant de référence pour le satellite.  $af_0, af_1$  et  $af_2$  représentent respectivement un biais de temps (s), une différence de fréquence (s/s) et une dérive en fréquence (s/s<sup>2</sup>),

Dans l'expression ci-dessus, il faudrait utiliser, en toute rigueur, le temps  $t$  et non le temps  $t_s$ . L'erreur est infime.

$t_r$  : Le temps exprimé dans l'échelle de temps du récepteur, c'est le temps mesuré par l'horloge récepteur.

Le temps récepteur  $t_r$  est relié à  $t$  (temps GPS) par la relation suivante :

$$t_r = t - \Delta t_r \quad (D.3)$$

De manière similaire,  $t_r$  peut être exprimé par un développement polynomial complété par un terme regroupant les résidus d'ordre supérieur et les phénomènes aléatoires :

$$\Delta t_r = bf_0 + bf_1(t_r - t_r^0) + bf_2(t_r - t_r^0)^2 + \xi t_r \quad (D.4)$$

$t_r^0$  : est l'instant de référence pour le récepteur.

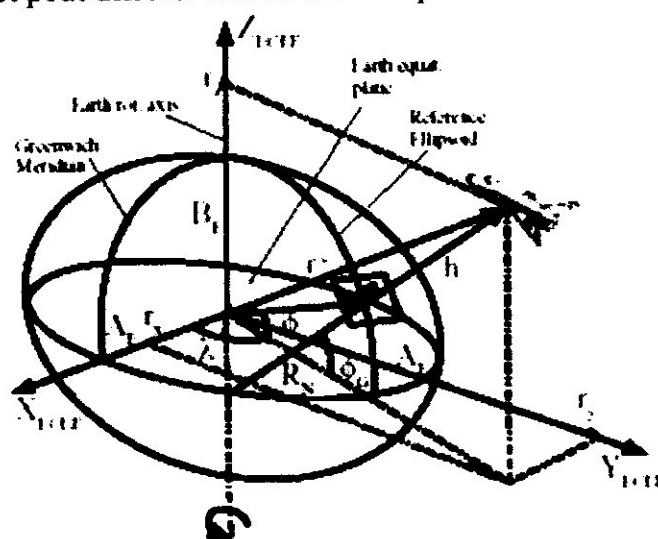
## ANNEXE E : COORDONNEES GEODESIQUES (LA NORME WGS-84) :

## I-le system géodésique mondial : (WGS 84):

Comme ses initiales l'indiquent, le « WGS 84 » est un système de référence terrestre. Mis au point par l'armée américaine en 1984, il est lui-même l'évolution du WGS72 utilisé précédemment. Ce modèle modélise la surface de la planète sous la forme d'un ellipsoïde, référencé comme IAG-GRS80.

Le WGS est un système tridimensionnel, les coordonnées géographiques, expriment la position en termes de latitude, longitude et de hauteur  $h$ . Celles-ci sont basées sur une référence d'ellipsoïde de révolution, qui est une approximation de la forme de la Terre.

- La latitude  $\phi$ : est l'angle entre le plan équatorial et la normale sur la surface de la Terre (l'ellipsoïde) au point en question, est égal à zéro à l'équateur et est compté positif pour l'hémisphère Nord, négatif pour l'hémisphère Sud.
- La longitude  $\lambda$  : c'est l'angle entre le méridien de Greenwich et le méridien du point en question. Il est compté positive vers l'Est.
- La hauteur  $h$  « hauteur ellipsoïdale - ne pas confondre avec l'altitude », est la différence en mètre entre le point considéré et l'ellipsoïde de référence mesurée selon la normale à l'ellipsoïde. Cette valeur est définie dans un système géodésique et peut différer de l'altitude de plusieurs dizaines de mètres.



Figurrl.1 : système de référence géodésique WGS84

L'altitude d'un point  $M$  d'une surface topographique est de manière très approchée la distance entre le point et la surface de référence appelée géoïde.

Les paramètres de l'ellipsoïde WGS-84 (World Geodetic System) sont les suivants :

Demi grand axe	$a = 6378137 \text{ m}$
Demi petit axe	$b = 6356752,314 \text{ m}$
Aplatissement	$f=(a-b)/a = 1/298,257222101$
Excentricité	$e = \sqrt{(a^2 - b^2)/a^2} \Leftrightarrow = 0,08181919106$
Vitesse de rotation de la terre	$\Omega_e = 7292115e-11 \text{ rd/sec}^2$

La transformation les coordonnées géocentriques ( $\lambda, \varphi, h$ ) aux coordonnées cartésiennes ( $x, y, z$ ) dans le système de coordonnées WGS-84 :

$\lambda, \varphi, h \Rightarrow X, Y, Z$	$X, Y, Z \Rightarrow \lambda, \varphi, h$
$\begin{cases} x = (N + h) \cos \varphi \cos \lambda \\ y = (N + h) \cos \varphi \sin \lambda \\ z = \left( \frac{b^2}{a^2} N + h \right) \sin \varphi \end{cases}$ $N = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}}$	$\begin{cases} \lambda = \arctg\left(\frac{y}{x}\right) \\ \varphi = \arctg\left(\frac{z + \varepsilon'^2 b \sin^3 \theta}{p - \varepsilon'^2 a \cos^2 \theta}\right) \\ h = \frac{p}{\cos \varphi - N} \end{cases}$ $p = \sqrt{x^2 + y^2}$ $\varepsilon = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$ $\varepsilon' = \frac{a^2 - b^2}{b^2}$ $\theta = \arctg\left(\frac{za}{pb}\right)$

**Tableau I.1** : transformation coordonnées géographiques  $\Leftrightarrow$  cartésiennes

## Abbreviations

AAINI	: Aircraft Autonomous Integrity Monitoring
ADOS	: African Doppler Survey
APLs	: Airport Pseudo-lites
A.S	: Anti-Spoofing
Cat.	: Catégorie
C/A	: Code d'acquisition
DGPS	: Différential GPS
DNIE	: Distance Measuring Equipment
d.r.m.s	: Distance Root Mean Square
F. A.A	: Federal Aviation Administration
GDOP	: Geometric Dilution Of Precision
GEOs	: Geostationary Satellites
GHz	: Gega Hertz
GLONASS	: GLobal Navigation Satellite System (Russe)
GNSS	: Global Navigation Satellite System
GPS	: Global Positioning system
HF	: Hight Frequency
ILS	: Instrument Landing system
INS	: Inertial Navigation System
kHz	: kilo Hertz
LADGPS	: Local Area Différentiai GPS
MHz	: Mega Hertz
MLS	: Microwave Landing system
m/sec	: mètre par seconde
NDB	: Non directional Beacon
nsec	: nano seconde
p	: Precision code
PDOP	: Position Dilution Of Precision
PPS	: Precise Positionina Service
PRN	: Pseudo Random Noise
RAINI	: Receiver Autonomous Integnty Monitoring
r.m.s	: Root iviean Square
RICA	: Radio Technical Commission for Aeronautics
RTCNI	: Radio Technical Commission for Maritime Service
S. A	: Selectivt Availability
S.E.P	: Spherical Error Probable
SPS	: Standard Positioning Service
SV	: Space Vehicle
UERE	: User Equivalent Ranging Error
UTC	: Universal Time Coordinated
VHF	: Very Height Frequency
VOR	: VHF Omni-Rance
WADGPS	: Wide Area Différentiai GPS
WGS-84	: World Geodetic System-1984

## BIBLIOGRAPHIES

### **Livres :**

- Fundamentals of Global Positioning System Receivers A Software Approach by JAMES BAO-YEN TSUI.
- Global Positioning System Standard Positioning Service Signal Specification by NAVSTAR.
- A Complete IF Software GPS Receiver: A Tutorial about the Details by M<sup>r</sup>. KRUMVIEDA.
- Navstar GPS User Equipment (version publie).
- Le Système GPS d'après Jeremy Lainé et Laurent Leconte Ecole polytechnique.
- GPS localisation et navigation (Seage Botton François Duquenne Yves Egels Michel Even Pascal Willis)

### **Thèse :**

- Positionnement par le différentiel (DGPS) applique a la navigation aérienne (BENCHEIKH saliha. INSTITUT D'AERONAUTIQUE – BLIDA).

### **Site d'Internet :**

- time\_itr.pdf on the web at [gps.auc.dk/~borre/easy](http://gps.auc.dk/~borre/easy)
- <http://www.plan.aau.dk/~pce/matlab.htm>
- <http://gps.csr.utexas.edu/~gaylor/asl/matlab.html>
- <http://lareg.ensg.ign.fr/RGP>
- [www.gyro.org](http://www.gyro.org)
- [www.supaero.fr](http://www.supaero.fr)