



République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère De L'enseignement Supérieur  
Et De La Recherche Scientifique



UNIVERSITE SAAD DAHLEB  
FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR  
DEPARTEMENT D'AERONAUTIQUE

## MEMOIRE DE FIN D'ETUDES

EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME D'INGENIEUR  
D'ETAT EN AERONAUTIQUE

OPTION : INSTALLATION

THEME:

# Exploitation d'un Fichier RINEX et calcul de position par Filtrage de Kalman

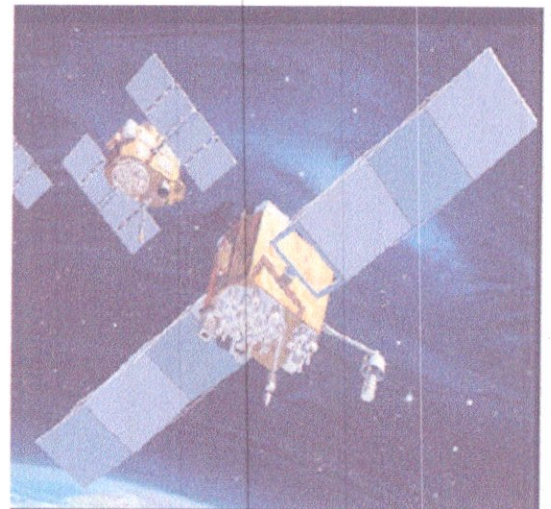
■ Encadré par :

✠ Mr BENACHENHOU KAMEL

■ Présenté par :

✠ Menacer Med Salim

✠ Nasri Khalifa



*Promotion: 2005/2006*



*Dédicace*

A mes très chers parents qui ont toujours été  
là pour moi, et qui m'ont donné un magnifique  
modèle de labeur et de persévérance.

J'espère qu'ils trouveront dans ce travail toute ma  
reconnaissance et tout mon amour.

A mes chers frères et sœurs.

A mes grands-mères.

A mes tantes et à mes oncles.

A chaque cousins et cousines.

A mes meilleurs amis

A tous mes camarades de promotion

Je dédie ce mémoire.

*Salim*

A decorative scroll with a yellow and green gradient background. The scroll is adorned with a red ribbon on the left side, a floral garland on the right side, and a large pink and white floral arrangement at the bottom left. The text is centered on the scroll.

## *Dédicace*

Je souhaite dédier ce modeste travail,  
synonyme de concrétisation de tous mes efforts  
fournis ces cinq dernières années :  
A mon cher père, qui a guidé mes pas jusqu'à ce  
que je m'accomplisse,  
A ma très chère mère,  
A mes frères et ma petite soeur  
A toute la famille  
A mes amis  
A tous mes camarades de promotion.  
Aux gens qui m'aiment et m'estiment ...

*Khalifa*

## *Remerciement*

*Ce mémoire de fin d'études est le résultat de  
six mois de travail au sein de  
Département d'Aéronautique de Blida / DAB.  
Nous tenons expressément et chaleureusement à  
remercier nos parents pour leur soutien et leurs  
encouragements tout au long de nos études.*

*Nous tenons particulièrement à remercier  
Monsieur BENACHENHOU Kamel,  
nous le remercions pour l'attention qu'il a porté à  
notre travail. Il a encadré ce  
mémoire avec une grande rigueur scientifique et  
a répondu à nos demandes faisant  
preuve d'une grande disponibilité.*

*Nous exprimons notre profonde  
reconnaissance, aux membres de jurys.*

*Nous exprimons aussi nos remerciements à l'ensemble  
des enseignants du DAB.*

*Qui ont contribué à notre formation d'ingénieur.*

## Sommaire

### Chapitre I : Description du système GPS

I-1) Introduction.....	12
I-1-1) Définition.....	12
I-1-2) Historique.....	12
I-1-3) Objectifs.....	13
I-2) Architecture du système GPS.....	14
I-2-1) Le segment spatial .....	14
i) Les catégories de satellites GPS.....	15
ii) Caractéristiques des satellites.....	16
I-2-2) Le segment de contrôle.....	17
I-2-3) Le segment utilisateur.....	18
I-3) Information sur le récepteur.....	19
I-4) Les Signaux GPS.....	19
I-4-1) Les signaux satellites – La modulation.....	19
I-4-2) Le message de navigation.....	20
I-4-3) Contenu du message de navigation.....	21
I-4-4) Le décodage.....	23
I-4-5) La génération du code pseudo aléatoire C/A .....	23
I-4-6) Le code P.....	24
I-4-7) La démodulation.....	25
I-4-8) Les éphémérides.....	26
I-4-9) L'almanach.....	26
I-5) Visibilité des satellites .....	27
I-5-1) Définition de la position des satellites.....	27
I-5-2) Azimut.....	27
I-6) Les Sources d'erreurs.....	28
I-6-1) Sources d'erreurs.....	29
I-6-2) Disponibilité sélective (SA).....	30

I-6-3) Antibrouillage (AS).....	30
I-6-4) La géométrie des satellites par rapport à l'utilisateur .....	30
I-6-5) La précision de la mesure de distance entre .....	31
l'utilisateur et chaque satellite	

## **Chapitre II : Résolution des équations**

II-1) Introduction .....	32
II-2) Formulation de l'équation d'observation .....	33
II-2-1) Principe de triangularisation.....	33
II-2-2) Mesure de la position.....	34
II-3) Calcul de la position des satellites.....	37
II-3-1) Description de Kepler d'un orbite.....	37
II-3-2) Les données d'éphémérides.....	40
II-3-3) Calcul de la position à partir des éphémérides.....	40
II-4) Résolution de l'équation d'observation.....	42
II-4-1) Méthode des moindres carrés.....	42
II-4-1-1) Définition.....	42
II-4-1-2) Linéarisation de l'équation d'observation.....	42
II-4-1-3) Les moindres carrés.....	44
II-4-2) Le Filtre de Kalman.....	46
II-4-2-1) Le système GPS et le filtre de Kalman.....	46
II-4-2-2) Principe du filtre de Kalman.....	46
II-4-2-3) Modèles du filtre de Kalman.....	47
II-4-2-4) Algorithme du filtre de Kalman.....	48
II-4-3) Le filtrage de Kalman appliqué au GPS.....	49
II-4-3-1) Equation d'état.....	49
II-4-3-2) Equation d'observation.....	50
II-4-4) Evolution du filtrage.....	50
II-5) Le DOP.....	51
II-5-1) La dilution de précision.....	51
II-5-2) Calcul du DOP en deux dimensions.....	53

II-5-3) Calcul du DOP en trois dimensions.....	54
<b>Chapitre III: Présentation du RINEX</b>	
III-1) Généralités sur le format RINEX.....	57
III-1-1) Le format RINEX.....	57
III-1-2) Le fichier d'observations.....	58
a) L'en-tête.....	58
b) Explications ligne par ligne.....	60
c) Les blocs de mesures.....	62
III-2) Les éphémérides .....	63
III-2-1) Définition des éphémérides.....	63
III-2-2) Les informations des éphémérides.....	63
III-3) Exploitation du Format RINEX.....	67
III-3-1) Exploitation d'un fichier Rinex de navigation.....	67
i) L'algorithme.....	69
III-3-2) Exploitation d'un fichier Rinex d'observation.....	70
i) L'algorithme.....	71
<b>Chapitre IV: Simulation et résultats</b>	
IV-1) Simulation des Résultats « GPSUSER ».....	72
IV-1-1) Introduction .....	72
IV-1-2) But du logiciel.....	72
IV-1-3) Description.....	73
a) Un panneau indicateur.....	76
b) Un Menu.....	77
b-1) DOP.....	77
b-2) Satellite visibilité.....	79
b-3) Puissance signal.....	80
b-4) Nombre de Satellites Visibles.....	81

b-5) Exactitude.....	82
b-6) Satellite 3D.....	83
<b>CONCLUSION</b> .....	<b>84</b>
<b>ANNEXE</b>	
<b>BIBLIOGRAPHIE</b>	



## Liste des Figures

<b>Figure (1-1)</b>	: Trace des satellites.	17
<b>Figure (1-2)</b>	: Les stations de surveillance.	18
<b>Figure (1-3)</b>	: Signal GPS.	20
<b>Figure (1-4)</b>	: Message de navigation.	22
<b>Figure (1-5)</b>	: Générateur du code C/A.	24
<b>Figure (1-6)</b>	: Hauteurs et angles de masquage.	27
<b>Figure (1-7)</b>	: Azimut.	28
<b>Figure (1-8)</b>	: Graphique de visibilité des satellites.	29
<b>Figure (2-1)</b>	: Orbite d'un satellite	37
<b>Figure (2-2)</b>	: Orbite du satellite et les paramètres de Kepler dans le ECEF	39
<b>Figure (2-3)</b>	: Le plan orbital	39
<b>Figure (2-4)</b>	: Courbe d'évolution du PDOP en fonction du temps	56
<b>Figure (3-1)</b>	: L'en-tête d'un fichier d'observation.	59
<b>Figure (3-2)</b>	: Bloc de mesure.	62
<b>Figure (3-3)</b>	: Fichier RINEX de navigation.	65
<b>Figure (3-4)</b>	: Format RINEX V2.6.	67
<b>Figure (3-5)</b>	: Fichier RINEX de navigation.	68
<b>Figure (3-6)</b>	: Schéma en 3D de la matrice de stockage.	68
<b>Figure (3-7)</b>	: L'algorithme d'exploitation d'un Fichier RINEX de navigation.	69
<b>Figure (3-8)</b>	: Fichier d'observation Rinex.	70
<b>Figure (3-9)</b>	: Algorithme d'exploitation d'un fichier d'observation.	71
<b>Figure (4-1)</b>	: L'interface principale.	74
<b>Figure (4-2)</b>	: La carte du ciel.	75
<b>Figure (4-3)</b>	: Panneau d'indication.	76
<b>Figure (4-4)</b>	: Menu Principal.	77
<b>Figure (4-5)</b>	: Visualisation DOP's.	78
<b>Figure (4-6)</b>	: Visualisation de la disponibilité.	79
<b>Figure (4-7)</b>	: Barre de la puissance du signal à deux instants différents.	80
<b>Figure (4-8)</b>	: Nombre de Satellites Visibles.	81
<b>Figure (4-9)</b>	: Exactitude.	82
<b>Figure (4-10)</b>	: Simulation 3D.	83

## Liste des Tableaux

<b>Tableau (1-1)</b>	<b>: Source d'erreur</b>	<b>31</b>
<b>Tableau (2-1)</b>	<b>: Description des paramètres de Kepler</b>	<b>38</b>
<b>Tableau (2-2)</b>	<b>: Quelques paramètres d'éphémérides</b>	<b>40</b>
<b>Tableau (2-3)</b>	<b>: Calcul de la position d'un satellite</b>	<b>41</b>
<b>Tableau (3-1)</b>	<b>: Les données d'éphémérides</b>	<b>64</b>
<b>Tableau (3-2)</b>	<b>: Coefficients de correction</b>	<b>65</b>
<b>Tableau (3-3)</b>	<b>: Paramètres en détail d'un fichier de navigation</b>	<b>66</b>

## Résumé

Le but de ce travail est d'exploiter les données d'un fichier RINEX, puis de calculer la position d'un récepteur GPS par la méthode des moindres carrés, aussi que par filtrage de Kalman. Dans ce contexte un logiciel nommé 'GPSUSER' a été développé, ce dernier permet d'illustrer les informations de positionnement et de précision, ainsi que la disponibilité du système GPS dans la zone considérée.

## Abstract

The goal of this work is to exploit the RINEX data, then to calculate the position of a GPS receiver by the method of least squares, than by using Kalman filter. In this context software named 'GPSUSER' was developed, this tool lets us to illustrate informations about positioning and precision, as well as the availability of GPS system in the considered aerea.

## ملخص

الهدف من هذا العمل هو استغلال معطيات من نوع RINEX وحساب وضعية جهاز استقبال ترددات GPS بطريقتين الأولى طريقة المربعات 'moindres carrés' والثانية مرشح كالمن 'filtrage de Kalman' وفي هذا السياق تم إنشاء برنامج 'GPSUSER' الذي يرشدنا إلى جميع المعطيات المتعلقة بالوضعية ودقتها وجاهز يته في أماكن معينة.

## Introduction Générale

Le Système de positionnement GPS (Global Positioning System) est un système de radionavigation par satellites mis au point par le département de la défense des Etats-Unis d'Amérique (DOD : Departement Of Defense) en vue d'applications de positionnement militaire et par la suite mis à la disposition de la communauté civile (navigation, géodésie...).

Le système GPS se compose d'une constellation de vingt quatre satellites répartis en six plans orbitaux, de telle manière qu'au moins quatre d'entre eux soient visibles à tout moment et à n'importe quel endroit sur ou au voisinage de la terre. Il fournit instantanément la position et la vitesse d'un mobile en temps réel ou en temps différé, selon le besoin de l'utilisateur.

L'objectif recherché à travers ce travail est le développement d'une méthodologie de détermination des coordonnées d'un récepteur, ainsi que les différentes informations sur la précision et la disponibilité du système GPS, à partir des données RINEX d'observation et de navigation. Ce travail comprend quatre chapitres principaux :

Les principes fondamentaux du GPS sont exposés au premier chapitre, on trouve, entre autres, une description générale du système de positionnement global GPS, les différents types de mesures GPS et les erreurs influant sur les mesures, ainsi que les différents modes d'observation et de positionnement.

## Introduction Générale

---

Dans le deuxième chapitre, une description détaillée des méthodes de résolution de l'équation d'observation permettant de calculer la position du récepteur, ces méthodes sont 'les moindres carrés' puis le 'filtre de Kalman', vers la fin la notion de DOP est exposée.

Dans le troisième chapitre, une présentation du format RINEX est présentée, ainsi que les différentes techniques utilisées pour l'exploitation des données de type observation et navigation.

Enfin, dans le dernier chapitre, on s'intéresse à l'étude et l'analyse des résultats obtenus accompagnés de plusieurs simulations graphiques constituant notre logiciel nommé 'GPSUSER'

# Chapitre I

## Description du système GPS

## I-1 Introduction

### I-1-1) Définition:

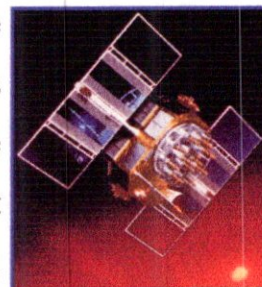
Le **Global Positionning System (GPS)** peut se traduire par un Système de Positionnement Général. C'est le système de positionnement par satellites créé par l'armée américaine dans le contexte de la Guerre Froide. Son objectif est de fournir à un utilisateur fixe ou mobile sa position, sa vitesse et une information de temps ; ceci à tout moment et à tout endroit du globe terrestre.

Afin de comprendre le contexte de son développement, il faut bien rappeler que c'est une propriété américaine accessible au monde entier.

### I-1-2) Historique:

Dès la fin des années 70, l'un des principaux soucis du "Department of Défense" (DoD) américain est de concevoir un système permettant à tous les éléments de l'armée (avions, navires, véhicules blindés, troupes) de se positionner de manière précise et quasi instantanée, n'importe quand et n'importe où à la surface de la Terre.

Le GPS a été développé dans le contexte de la Guerre Froide, et a donc, à la base, une utilisation militaire. Les missiles téléguidés avaient parfaitement à l'époque la capacité de suivre exactement un itinéraire précis, cependant pour connaître le point d'impact exact, il fallait connaître précisément le point de tir. Or, souvent lancés d'un sous-marin, les missiles ne connaissaient pas les coordonnées du point de départ. Le GPS permettait donc de repérer le positionnement du sous-marin et ainsi d'augmenter la précision des missiles. Evidemment le GPS pouvait servir également à positionner les installations ennemies ou à coordonner des déplacements d'armée. Le GPS est le résultat d'un projet, appelé NAVSTAR, lancé au début des années 60 aux Etats-Unis par l'armée de l'air et la marine américaines.



- 1965** Premier concept suite aux recherches du Department of Defense
- 1972** Etudes préliminaires de faisabilité
- 1974 - 79** Validation du modèle
- 1978 - 86** Mise en place de la première constellation de satellites BLOCK I

L'explosion de la navette Challenger survenue en janvier 1986 a interrompue la procédure de lancement, ce qui a entraîné une remise en cause du projet et la décision d'utiliser un lanceur spécifique (DELTA II) pour les prochains satellites. Les lancements ont repris en 1989.

- 1989 - 94** Mise en place de la deuxième constellation et de ses variantes BLOCK II/IIA/IIR
- 1995** Le département de la défense a déclaré le système GPS totalement Opérationnel.

### **I-1-3) Objectifs:**

A l'origine le GPS a été conçu afin de fournir aux forces armées un système de repérage globale et de très bonne précision. Cependant, il s'est très rapidement posé le problème de l'accessibilité du service. En effet, de nombreuses applications civiles pouvaient vouloir recourir à ce système et il n'était pas imaginable de laisser le service en libre accès à tout le monde, n'importe quel pays agresseur pouvant alors l'utiliser à son profit. Dès le début, les USA voulaient s'assurer la maîtrise totale quand à l'exploitation du système GPS, mais ne voulaient pas exclure les applications civiles. Ils ont alors su intelligemment allier leurs intérêts militaires à leurs intérêts économiques. Ce fût le départ de deux orientations: la version militaire et la version civile du GPS. Il fallait trouver un système permettant une utilisation simple et efficace du GPS pour les civils, tout en laissant à l'armée américaine le contrôle et l'utilisation optimale du concept.



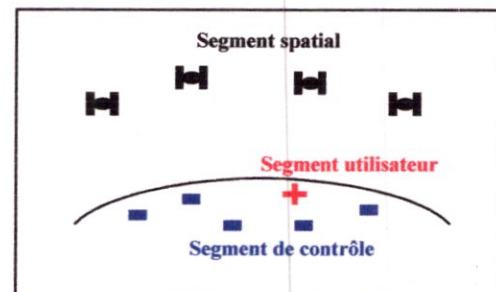
Le système GPS offre donc deux services se différenciant par la précision des résultats obtenus :

- **PPS (Précise Position Service)** : Ce service de grande précision (quelques mètres) est réservé aux militaires américains et à certains utilisateurs autorisés par le département de la défense.
- **SPS (Standard Position Service)** : Ce service a été mis à disposition des utilisateurs civils. Une dégradation volontaire a été mise en place par les gérants du système GPS et limite la précision de positionnement à +/- 100m en soumettant le système à une dégradation volontaire des signaux.

## I-2 Architecture du système GPS

Le GPS est constitué de 3 parties distinctes :

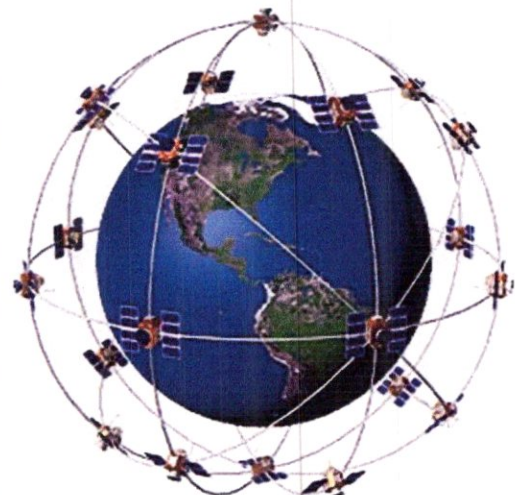
- le segment spatial
- le segment de contrôle
- le segment utilisateur



### I-2-1) Le segment spatial:

La constellation GPS est constituée de 24 satellites maintenus en orbite, dont 21 sont garantis disponibles en permanence. Le terme "constellation" implique une orbite circulaire inclinée : le satellite est en orbite autour de la terre et maintient un rayon constant par rapport au centre de la terre, ainsi qu'une vitesse constante.

Ces satellites évoluent à une altitude



d'environ 20200 Km et mettent 12 heures pour effectuer une rotation autour de la terre. Le nombre, l'altitude des satellites et l'inclinaison des plans des orbites sont choisis de telle sorte qu'à tout instant, en tout point de la terre, on puisse voir le nombre de satellites minimal pour l'utilisation envisagée.

Ces satellites défilent par rapport à la terre dans des plans qui font des angles plus ou moins grands avec le plan équatorial terrestre :

- 6 plans orbitaux sont définis.
- On compte 4 satellites par plan.
- Chaque satellite est espacé de  $60^\circ$ , formant un angle de  $55^\circ$  avec l'équateur.

Le même trajet est répété toutes les 24 Heures. Ainsi, sur n'importe quel point de la planète, de 5 à 8 satellites sont toujours visibles alors que seulement 4 satellites sont nécessaires pour avoir un positionnement tri dimensionnel et la vitesse d'un récepteur.

Chaque satellite possède un oscillateur qui fournit une fréquence fondamentale de 10,23 MHz calibrée sur des horloges atomiques. L'émetteur génère deux ondes (L1 et L2) de fréquence respective 1575,42 MHz et 1227,60 MHz. Il transmet régulièrement des signaux horaires, la description de l'orbite suivie (éphéméride) et diverses autres informations.

#### i) Les catégories des satellites:

Il existe trois catégories des satellites GPS:

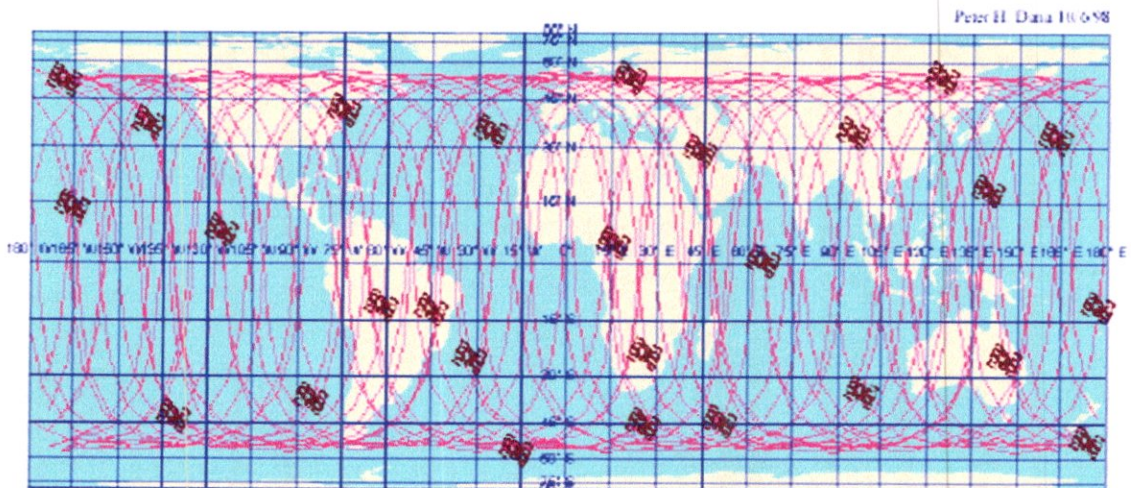
- **Bloc I** : 11 satellites mis en orbite entre 1978 et 1985. Fabriqués par Rockwell International, ils étaient prévus pour une mission moyenne de 4,5 ans et une durée de vie de 5 ans, mais leur durée de vie moyenne s'éleva à 8,76 années ; l'un d'entre eux est même resté pendant 10 ans en activité. Leur mission principale était de valider les différents concepts du système GPS. Aujourd'hui, plus aucun satellite du Block I n'est encore en service.
- **Bloc II** : Ce sont les premiers satellites opérationnels du système GPS. De nombreuses améliorations ont été apportées à ces satellites par rapport à la version précédente, notamment en ce qui concerne leur autonomie. Ils sont capables de rester 14 jours sans contact avec le segment sol tout en gardant une précision suffisante. Neuf satellites furent lancés en 1989 et 1990. Bien qu'on ait

estimé leur durée de vie à 7,5 ans, la plupart d'entre eux sont restés en fonction pendant plus de dix ans. Il reste aujourd'hui trois satellites du Bloc II.

- **Bloc IIA** : Lancés à partir de 1990, ils correspondent à une version perfectionnée des satellites du Block II Initial : ils ont été équipés pour fonctionner en mode dégradé pour les civils. Ils ont marqué à partir de 1993 le début de la phase opérationnelle du GPS. Il s'agit d'une flotte de 28 satellites, 24 en orbite dont trois de réserve et 4 en stock pour remplacement.
- **Bloc IIR** : En plus d'une horloge atomique plus précise et d'une meilleur autonomie, ces satellites mis en orbite à partir de 1996 peuvent se transmettre mutuellement des messages sans aucun contact au sol, permettant ainsi aux opérateurs du système de pouvoir communiquer avec des engins qui leurs sont inaccessibles dans une communication directe.
- **Bloc IIF** : Les satellites Block IIF (Follow-On) construits par Boeing seront lancés dès 2007. Le programme vise à atteindre ainsi une constellation de 33 satellites.
- **Bloc III** : Les satellites du Block III sont encore en phase de développement et ont pour but de faire perdurer le GPS jusqu'en 2030 et plus.

**ii) Caractéristiques des satellites:**

- **Durée de vie** : 7 ans et demie
- **Masse** : entre 500 et 800 kg
- **Puissance embarquée** : 700 W en fin de vie
- **2 antennes** : une bande L pour la localisation et une bande S pour la  
Télémesure
- **2 horloges au césium.**
- **2 horloges au rubidium.**



Global Positioning System Satellites and Orbits  
for 27 Operational Satellites on September 29, 1998  
Satellite Positions at 00:00:00 9/29/98 with 24 hours (2 orbits) of Ground Tracks to 00:00:00 9/30/98

**Figure (1-1) : trace des satellites**

### **I-2-2) Le segment de contrôle:**

Il s'agit de l'ensemble des bases de contrôle au sol qui suivent toutes les secondes la trajectoire des satellites. Elles sont réparties sur différents pays afin qu'au moins une station contrôle un satellite donné. La station principale est située sur la Falcon Air Force Base dans le Colorado. Le rôle de ces stations est d'assurer le suivi des satellites, mais aussi de leur envoyer les corrections d'erreurs de positionnement. Ceci permet d'augmenter la fiabilité du système en permettant à tout instant de vérifier que les informations générées par chacun des satellites sont correctes.

Chaque station est capable de :

- Recevoir des données du satellite.
- Calculer des éphémérides (données orbitales).
- Corriger l'horloge.
- Contrôler les satellites.
- Echanger des données avec les autres stations.
- Transmettre au satellite les corrections qu'il doit adopter.

Il existe 5 stations de surveillance (monitor stations) dispersées dans le monde :

- Hawaï
- Ascension
- Diego Garcia
- Kwajalein
- Colorado Springs

Et 4 stations de rémission (up load stations) : idem sauf Hawaï.

Colorado Springs est la station principale (master control station). Elle gère toutes les transmissions ainsi que les calculs (Ephémérides et horloge de chaque satellite).

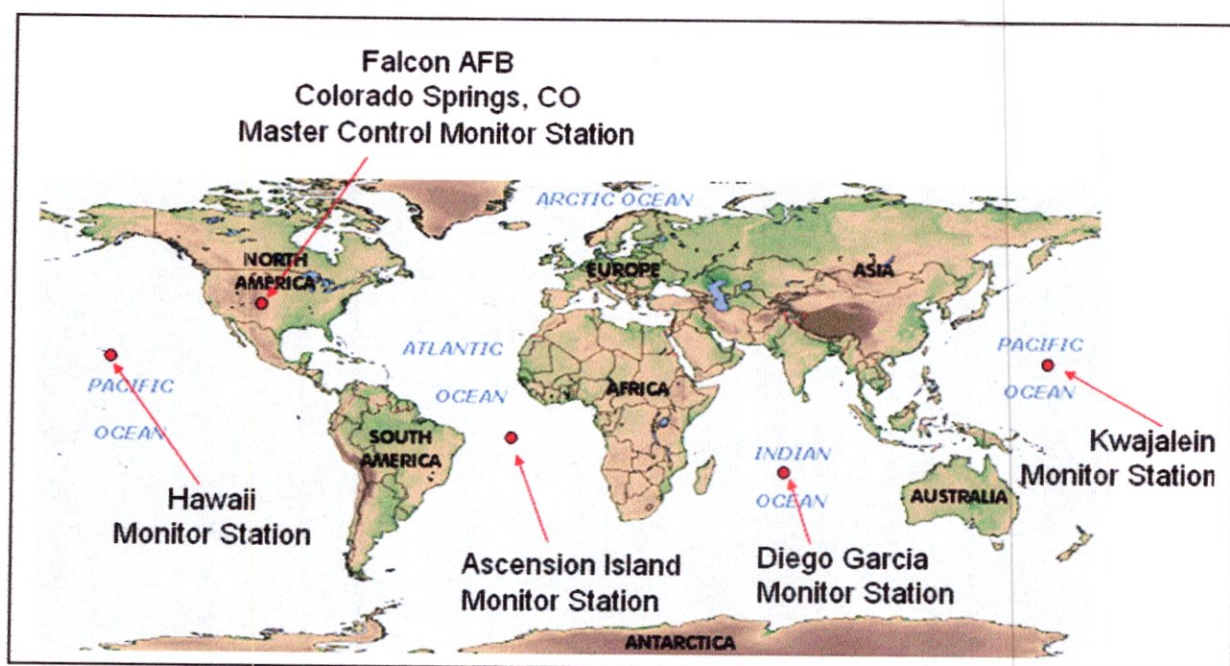
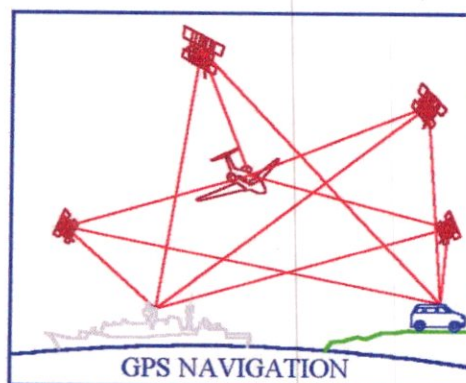


Figure (1-2) : Les stations de surveillance

### I-2-3) Le segment utilisateur:

La partie utilisateur comprend l'ensemble des récepteurs civils et militaires qui ne font que recevoir les informations des satellites. Les récepteurs convertissent les signaux émis par les satellites afin de récupérer les informations de position, vitesse et estimation de temps. Pour déterminer ces paramètres, quatre signaux satellites sont nécessaires.



## I-3 Information sur le récepteur

Un récepteur GPS calcule sa position par une méthode dite « télémétrie par satellite ».

Un récepteur GPS permet toujours de déterminer la position pourvu qu'il dispose de deux éléments d'information essentiels.

- La distance entre le récepteur et chaque satellite.
- La position exacte de chacun de ces satellites dans l'espace.

Lorsque le récepteur GPS dispose de ces deux éléments d'information essentiels (la distance à chaque satellite et la position exacte de chacun dans l'espace), il peut, par des calculs mathématiques, déterminer sa position à la surface de la Terre.

## I-4 Les Signaux GPS

### I-4-1) Les signaux satellites – La modulation:

Les satellites transmettent sur deux fréquences porteuses. La première, **L1**, de fréquence **1575,42 MHz**, est utilisée pour le message de navigation et les signaux du code SPS, alors que la deuxième, **L2**, de fréquence **1227,60 MHz**, est utilisée pour mesurer le temps de retard dû à la ionosphère pour les récepteurs travaillant en PPS.

Le signal est modulé en modulation de phase. Trois codes binaires modulent la phase de la porteuse :

- **Le code C/A : (Coarse Acquisition)** module la porteuse L1. Ce code est un code pseudo aléatoire répétitif de 1 MHz (Pseudo Random Noise Code). Chaque satellite possède un code pseudo aléatoire différent. Il sert de base pour le système de mesure SPS.
- **Le P-Code : (Precise Code)** module les deux porteuses L1 et L2. C'est un long code pseudo aléatoire de 10 MHz. Il sert de base pour le système PPS. Le cryptage de ce code dépend du département de la défense et nécessite une clef.

- Le message de navigation module également le code C/A sur la porteuse L1. Ce message est un signal de 50 Hz constitué de bits de données décrivant les orbites du satellite GPS, les corrections de son horloge, ainsi que d'autres paramètres système.

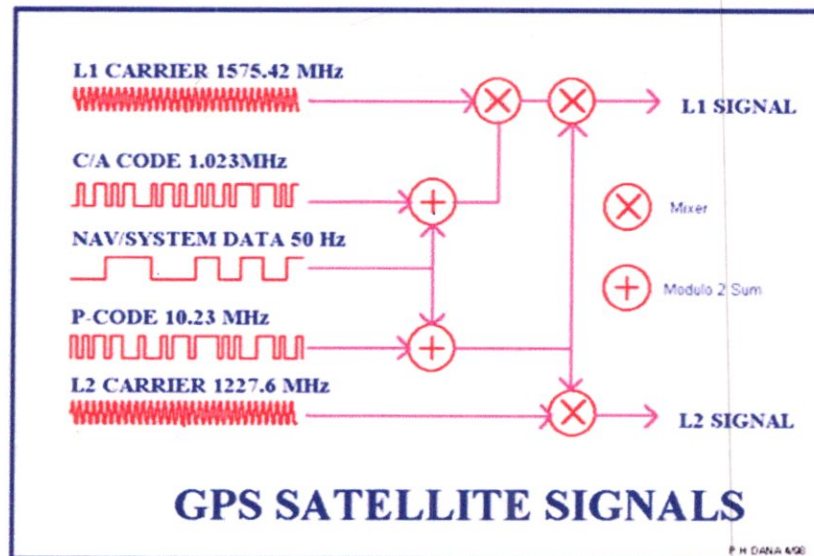


Figure (1-3) : signal GPS

#### I-4-2) Le message de navigation:

Chaque satellite GPS émet un message de navigation qui contient toutes les données nécessaires au récepteur pour effectuer les calculs de navigation (Orbite du satellite, correction d'horloges, etc...).

Ce message est une suite de données binaires transmises en mode série à 50 bits/s (50 Hz, soit 0.02s /bit). Il est composé de 5 sous-trame de 300 bits chacune.

Donc pour chaque sous trame il faut ( $300 \times 0.02 = 6s$ ). Une trame comporte donc 1500 bits et il faut 30 secondes au récepteur pour l'acquérir entièrement. Ces données comprennent :

- une information de l'état de santé du satellite
- les informations nécessaires à l'acquisition du code du message
- les informations de précision du satellite
- une information concernant le retard de propagation dû à la ionosphère
- les éphémérides du satellite
- Clock data décrit l'horloge du satellite et sa relation avec le temps GPS.
- Ephemeris data décrit l'orbite du satellite. Les données sont mises à jour toutes les heures et restent valides pour 4 heures sans trop d'erreurs.
- Almanacs data décrit les orbites de tous les satellites.
- Chaque message délivre les données sur la ionosphère qui permettent de calculer les délais à travers cette dernière depuis n'importe où et à n'importe qu'elle heure.
- L'heure GPS est calée sur l'heure universelle (UTC, Universal Coordinated Time).

#### **I-4-3) Contenu du message de navigation:**

Le contenu de chaque sous-trame est particulier à la sous-trame.

- **La sous-trame 1** : contient les paramètres de correction d'horloge, différents indicateurs et l'âge des données.
- **Les sous-frames 2 et 3** : contiennent les éphémérides du satellite transmettant le message.
- **La sous-trame 4** : contient suivant les pages, les paramètres du modèle ionosphérique, les paramètres de passage du temps GPS au temps UTC, des indicateurs signalant le cryptage éventuel du code P et si plus de 24 satellite sont en orbite. L'almanach et état de santé des satellites en excès. Certaines pages sont réservées.
- **La sous-trame 5** : contient de la page 1 à 24 les almanachs de chaque satellite en orbite. La page 25 contient l'état de santé de ces 24 satellites.



Chaque sous-trame commence par un mot de télémétrie dont le préambule est fixe et identique pour tous les satellites opérationnels. Ce préambule permet la synchronisation mot du message.

Le mot de télé mesure est suivi du mot HOW (Hand-Over-Word) qui multiplié par 4 donne le temps GPS au début de la sous-trame suivante. Ce temps est le temps écoulé depuis le début de la semaine GPS (dimanche 0h 00). Le HOW s'incrémente toutes les 6 secondes.

Ce temps permet d'initialiser le code P, long du semaine, en vue de son acquisition. Depuis 1996, certaines pages de la sous-trame 4 contiennent des informations supplémentaires de correction de la dérive du temps satellite. Ces données sont rafraîchies plus rapidement (tous les 15 mn environ) par le segment de contrôle. Chaque satellite émet les corrections de tous les satellites de la constellation GPS et ces corrections ne sont pas rafraîchies simultanément. Le récepteur a intérêt à utiliser les informations les plus récentes.

Ainsi chaque fois qu'un nouveau satellite apparaît. Il devra vérifier l'âge de ces données et le cas échéant les introduire dans le traitement de navigation (correction des pseudo distances).

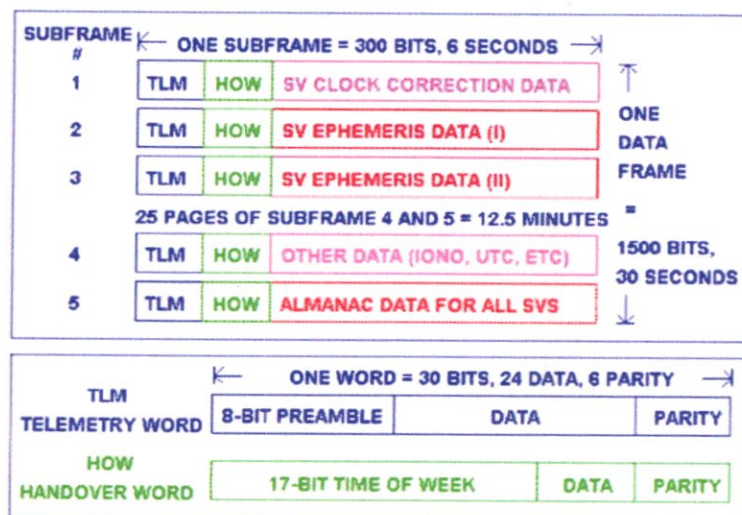


Figure (1-4) : Message de navigation

**I-4-4) Le décodage:**

La modulation par un signal pseudo aléatoire entraîne qu'un démodulateur normal verra le signal de réception comme du bruit. La réception dans le GPS est donc basée sur l'utilisation de corrélateurs qui déterminent la qualité "d'identité" de deux signaux.

A partir de la séquence pseudo aléatoire connue, le récepteur va générer une réplique du signal que produit le satellite. Le signal reçu va ensuite être corrélé au signal généré par le récepteur. La corrélation des deux signaux va permettre d'identifier ou non les deux signaux. Chaque satellite possède une signature pseudo aléatoire différente.

Les émissions sont effectuées toutes les secondes et synchronisées sur l'heure GPS. Toutes les horloges de bord des satellites étant au césium, il se trouve donc que les messages de tous les satellites sont émis rigoureusement simultanément. Le récepteur et le satellite émettent donc au même moment une trame pseudo-aléatoire identique (appelée ainsi car elle est générée par des équations très complexe, la rendant ainsi unique). Une fois que cette trame sera reçue par le récepteur, celui-ci pourra la décaler dans le temps de façon à la faire coïncider avec celle qu'il a générée, la mesure du temps de transmission est déduite de ce procédé, et ainsi on peut connaître la distance séparant le récepteur du satellite.

**I-4-5) La génération du code pseudo aléatoire C/A:**

Lorsque le récepteur veut se positionner, il lui faut recevoir le code d'un satellite. Pour cela il génère une séquence pseudo aléatoire qui malheureusement risque d'être inexacte. Ceci a pour conséquence la non détection par le corrélateur puisque les 2 séquences du récepteur GPS et du satellite n'étant pas synchronisées.

Après une milliseconde de scrutation, le récepteur décale la séquence d'un bit, puis recommence autant de fois que nécessaire pour les 1024 possibilités. Au bout d'une seconde environ ( $1024 \times 1\text{ms}$ ), le récepteur doit avoir trouvé le satellite. Dans le cas contraire, il recherche un autre satellite. La recherche complète lui prend donc au maximum 24 secondes (temps nécessaire pour scruter les 24 satellites). Dans le cas où le positionnement est une mise à jour à partir d'une mesure de position récente, le

récepteur GPS est capable d'optimiser la recherche en mettant une priorité dans son choix des satellites à rechercher.

Une fois le récepteur synchronisé avec le satellite, il génère toutes les 1024 ms le code similaire à celui du satellite. Ce qui va lui permettre de mesurer sa pseudo distance vis à vis de ce premier satellite. Puis le récepteur refait de même pour trois autres satellites pour établir son système d'équations de positionnement.

Le code pseudo aléatoire C/A de chaque satellite est en réalité constitué de 2 générateurs pseudo aléatoire, ils sont initialisés à 1 et les polynômes générateurs sont connus (code civil), les signaux issus des 2 générateurs sont mélangé, mais le second est décalé de  $n$  bits, ce qui définit la signature du satellite, le tout forme toujours un code pseudo aléatoire.

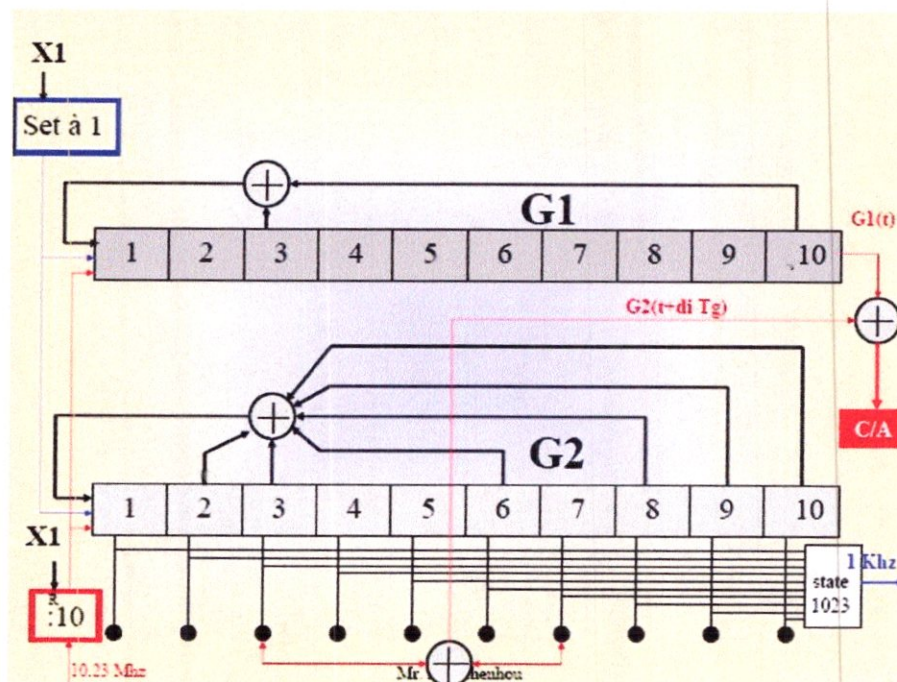


Figure (1-5) : Générateur du code C/A

**I-4-6) Le code P:**

C'est la partie du système qui est chassée gardée puisque réservée au militaire. Le débit est plus important, la génération pseudo aléatoire identique mise à part que les polynômes ne sont pas connus. La synchronisation se fait aussi par glissement d'une

réplique. Pour que cela ne prenne pas trop de temps, le code HOW envoyé dans les messages donne une indication sur l'état du générateur P.

L1 et L2 étant utilisées, un recoupement est possible. Ce qui en outre permet de mieux corriger les perturbations atmosphérique gênant les délais de transmission et donc faussant les pseudo range. En mode P cette correction est faite depuis un modèle mathématique.

#### **I-4-7) La démodulation:**

Le GPS reçoit la fréquence L1 à un niveau de signal de -130 dBm et la largeur de sa bande est de 2 MHz. Le niveau de réception des signaux reçus étant très faible, il est nécessaire d'amplifier ce signal par l'intermédiaire d'un amplificateur (Il s'agit du premier étage du récepteur des ondes radio). C'est en fait un amplificateur faible bruit ayant un gain important permettant ainsi d'augmenter le niveau du signal reçu sans ajouter de bruits supplémentaires. A la suite de cet amplificateur, se trouve un filtre passe bande laissant passer les fréquences utiles du signal (fréquences radio du satellite). La majorité des informations sont contenues dans la bande centrale d'1 Mhz.

Trois paramètres principaux sont à prendre en compte : le bruit, le gain en puissance et la sensibilité du récepteur. Le processus de traitement du signal consiste en deux étages diminuant la fréquence et trois étages d'amplification. Une simple diminution de fréquence est théoriquement préférable, mais avec un double abaissement on obtient des systèmes plus simples à réaliser. Un abaissement avec un double étage a été choisi car le gain est réparti sur trois étages d'amplification. De plus, l'oscillateur local est ainsi mieux isolé du bruit du récepteur.

Une PLL (boucle à verrouillage de phase) et une référence basse fréquence sont utilisées pour produire les signaux RF et IF du signal de l'oscillateur local (un Quartz génère la fréquence de référence). La majorité des PLL comportent un VCO. Un réseau LC est nécessaire pour les opérations du VCO et de la PLL.

En sortie du Mixer, le signal est filtré à l'aide d'un filtre bande de base. La fonction de ce filtre est d'une part de supprimer les fréquences radio et les signaux de l'oscillateur local, et d'autre part de fixer une largeur de bande prédéfinie. Enfin, un amplificateur bande de base amplifie ce signal contenu dans la bande de fréquence désirée.

Le signal ainsi obtenu en bande de base constitue les trames d'informations des satellites. Ces dernières portent les éphémérides et sont analysées de manière logiciel.

#### **I-4-8) Les éphémérides:**

Le satellite envoie les informations à un débit de 50 b/s, elles sont découpées en cinq sous trame de 30 bits. Chaque sous trame contient le mot de télémesures et le mot de passage du code C/A au code P (HOW). Les trois premières sous-trames contiennent les informations de corrections relatives aux satellites, les deux autres les éphémérides moins précises des autres satellites. Un faible débit est nécessaire pour que l'on obtienne une bonne synchronisation du récepteur. Celle-ci permet aussi d'assurer le bon fonctionnement du corrélateur de signaux. Il faut 2mn et demi pour transmettre l'ensemble des informations. Les données sont valides pendant 4 heures.

Un allumage à froid (première fois) conduit le récepteur à charger toutes les éphémérides des satellites visibles. Ensuite il les réactualisera au fur et à mesure. Pour cette raison une première mise sous tension dure généralement près d'un quart d'heure, une mise sous tension à froid environ 1mn (TTFF Time To First Fix) et une mise sous tension à chaud (hors tension depuis peu de temps) est très rapide car les éphémérides sont encore d'actualité.

#### **I-4-9) L'almanach:**

L'almanach est une information qui permet de calculer une position approximative d'un satellite. Il est utilisé pour déterminer si un satellite est visible, c'est-à-dire situé au-dessus de l'horizon. Ceci facilite la recherche des satellites et leur acquisition. L'almanach permet d'avoir une idée du Doppler du signal satellite. En centrant la recherche en fréquence sur ce Doppler, on raccourcit les temps d'acquisition.

Une fois un satellite acquis et son message de navigation démodulé, le récepteur utilise les éphémérides.

## I-5 Visibilité des satellites

Les utilisateurs du GPS doivent savoir quels satellites suivre à quel moment et où les trouver, pour obtenir de meilleurs résultats. La terminologie permettant de décrire la visibilité des satellites est présentée ci-après.

### I-5-1) Définition de la position des satellites:

La position des satellites par rapport à un point particulier sur la Terre est décrite en termes de leur hauteur et de leur azimut. La hauteur d'un satellite est l'angle entre l'horizontale et la ligne de visée du satellite à l'emplacement de l'antenne, ceci est illustré par la figure (1-6) suivante :

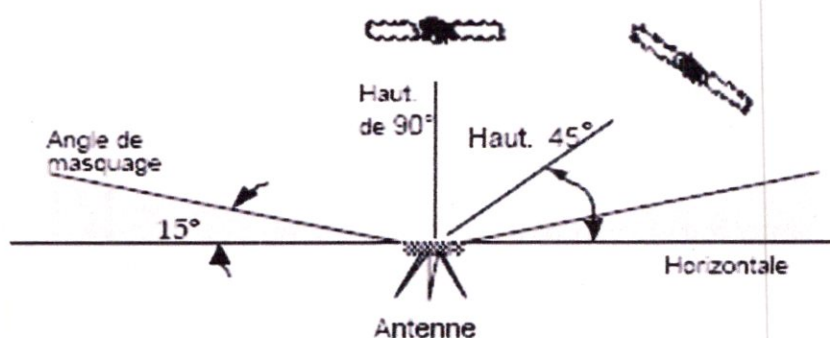


Figure (1-6) : Hauteurs et angle de masquage

### I-5-2) Azimut:

L'azimut est l'angle mesuré dans le sens horaire entre le nord et la position du satellite dans le ciel, (désigné «Az.» dans la figure (1-7)). Les récepteurs et les logiciels de traitement GPS comportent habituellement une option qui permet d'adopter un angle de masquage particulier (aussi appelé angle de coupure). L'angle de masquage est la hauteur sous laquelle les signaux GPS ne sont pas enregistrés ou utilisés.

Un satellite est dit «visible» à un moment donné s'il se trouve au-dessus de l'angle de masquage adopté et supposant l'absence de tout obstacle.

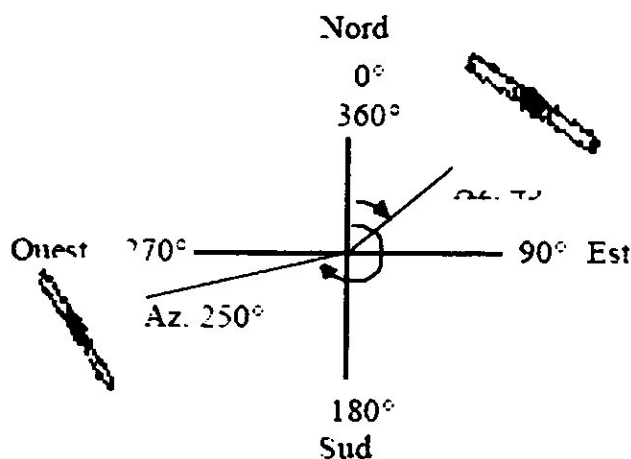


Figure (1-7) : Azimut

Pour n'importe quel endroit sur la Terre, pour une date et une heure données, il est possible de prévoir quels satellites seront visibles ainsi que leur position dans le ciel. Cette prévision est réalisée au moyen d'un logiciel conçu à cette fin et des fichiers d'almanach, qui contiennent des paramètres tronqués des orbites des satellites, ou encore des fichiers d'éphémérides radiodiffusés, qui contiennent les paramètres complets des orbites des satellites.

La figure (1-8) présente un exemple de graphique de visibilité des satellites pour une période de 12 heures le 1er septembre 1992, à Waterloo (Ontario), pour un angle de masquage de 15 degrés. Le nombre de satellites visibles est porté en regard de l'heure locale. Pendant deux intervalles, seulement trois satellites sont visibles, ce qui est insuffisant pour un positionnement autonome. Pendant une courte période (de 7 à 8 heures), six satellites sont visibles; il s'agit là d'une occasion favorable puisque, en règle générale, plus les satellites sont nombreux, meilleures sont les chances de réussir un positionnement GPS. On notera que maintenant que le GPS est pleinement opérationnel, il est très rare de voir des moments avec moins de quatre satellites visibles.

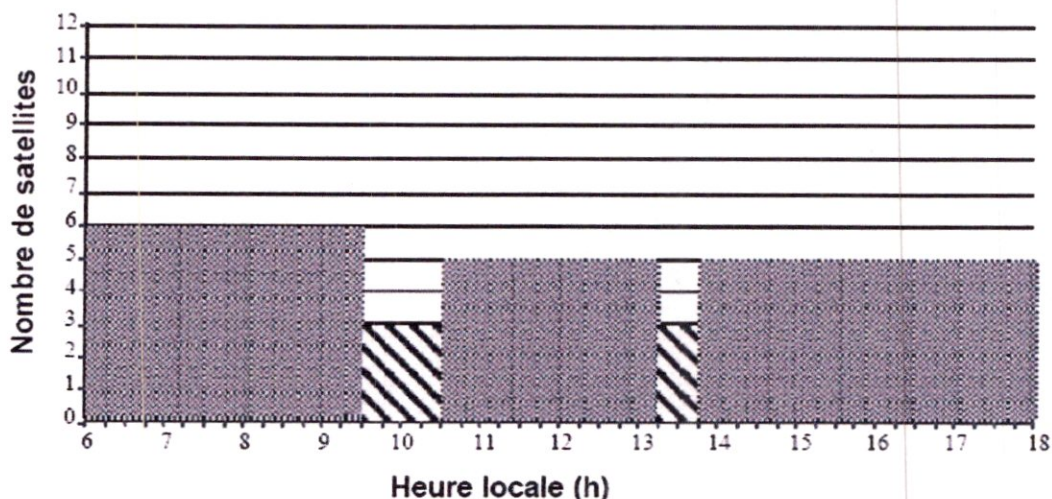


Figure (1-8) : Graphique de visibilité des satellites

## I-6 Les Sources d'erreurs

### I-6-1) Sources d'erreurs:

Les mesures sont affectées par trois types d'erreurs :

- Les erreurs liées au segment spatial et au segment de contrôle. Ce sont les erreurs d'éphémérides et les erreurs d'horloge.
- Les erreurs de propagation, Dans ce type d'erreurs sont inclus les effets de l'ionosphère et de la troposphère, les trajets indirects. Pour les applications où l'ultime précision est demandée, on peut ajouter la variation du centre de phase de l'antenne du récepteur,
- Les erreurs propres au récepteur. Ce sont les erreurs dues au, biais de son horloge, aux calculs et à l'incontournable bruit thermique,

Un récepteur GPS est capable de fournir une précision d'au mieux 22m (95%) due aux effets matériels, environnementaux et atmosphériques. Cependant, pour des raisons de sécurité militaire, de plus grandes erreurs intentionnelles sont parfois introduites dans le système GPS afin de limiter la précision obtenue par les utilisateurs civils. Cela peut réduire la précision du GPS à une centaine de mètres (95%). Les deux



aspects de cette dégradation volontaire sont la disponibilité sélective (SA) et l'anti-brouillage (AS).

### **I-6-2) Disponibilité sélective (SA):**

La dégradation SA consiste d'une part en une dégradation de la fréquence d'horloge du satellite qui reproduit des phases et des codes dont la longueur d'onde varie, et d'autre part en une erreur imposée sur la position du satellite envoyée par le message de navigation. Les erreurs typiques imposées par la SA sont de l'ordre de 100m. La SA a été activée entre le 1er Juillet 1991 et le 2 mai 2000. Elle est actuellement désactivée.

### **I-6-3) Antibrouillage (AS):**

L'anti-brouillage altère le signal GPS en changeant les caractéristiques du code P en le mélangeant avec un code W pour en faire un code Y. C'est ce dernier qui sera modulé sur les porteuses et donc empêchera le récepteur de faire des mesures sur le code P. Beaucoup de fabricants de récepteur ont développé des techniques pour retrouver le code P à partir du code Y avec un petit bruit supplémentaire (technique de cross Corrélation).

Le signal reçu diffère du signal émis pour plusieurs raisons :

- le bruit du canal de transmission
- le décalage temporel dû au temps de propagation et aux décalages des horloges de l'émetteur et du récepteur
- le décalage fréquentiel dû à l'effet Doppler et aux instabilités des horloges d'émission et de réception.

La conception du récepteur doit tenir compte des incertitudes des signaux et de leurs variations.

D'autre part, le principe de positionnement GPS étant une triangulation, deux facteurs interviennent directement dans l'erreur sur la position finale :

### **I-6-4) La géométrie des satellites par rapport à l'utilisateur:**

Le facteur représentatif de cette géométrie est le G.D.O.P (Geometric Dilution Of Precision). Si les angles entre le récepteur et les satellites sont proches, on a un GDOP pauvre, et inversement. Mais il ne suffit pas de se fixer par rapport aux

éphémérides pour sélectionner les meilleurs satellites, car un obstacle peut toujours être présent et fausser les mesures.

#### **I-6-5) La précision de la mesure de distance entre l'utilisateur et chaque satellite:**

C'est l'erreur de distance équivalente utilisateur U.E.R.E (User Equivalent Ranging Error).

La précision finale de localisation peut s'exprimer comme le produit de l'erreur de distance équivalente et du facteur représentatif de la qualité de la géométrie satellites utilisateur :

$$\text{Erreur de position} = (\text{U.E.R.E}) * (\text{G.D.O.P})$$

Source d'erreur	erreur sur la mesure du temps (en nanosecondes)	erreur sur la distance (en mètres)
Synchro. Sur l'horloge GPS	3	1
Connaissance position du satellite	4.5	1.5
Traversée de l'ionosphère	9	3
Stabilité horloge utilisateur	3	1
Précision de la résolution équations	3	1
Contributions dynamique utilisateur	4.5	1.5
<b>Total (compensé)</b>	<b>12.6</b>	<b>4.2</b>

**Tableau (1-1) : Source d'erreur**

# Chapitre II

## Résolution des équations

## II-1 Introduction

Ce chapitre est consacré à la modélisation de l'équation d'observation. Cette dernière décrit la relation entre la position d'un satellite, sa distance et la position du récepteur. Comme l'horloge du récepteur ainsi que celle du satellite ne sont pas synchronisées, on introduit la pseudo-distance. Une fois l'équation d'observation finale est obtenue, deux méthodes de résolution seront présentées et analysées, la première est la méthode des moindres carrés, tandis que la deuxième est le filtre de Kalman.

Avant d'entamer la résolution de l'équation une linéarisation s'avère nécessaire ainsi que le calcul de la position des satellites, pour cela après une description de l'orbite d'un satellite GPS ainsi que ces paramètres récupérés à partir d'éphémérides, on a donné un algorithme réalisant ce calcul, puis on a linéarisé en utilisant le développement de Taylor.

Une notion importante est exposée vers la fin c'est la notion DOP's, le DOP est un indicateur de qualité de la position GPS, il tient compte de la localisation de chacun des satellites au sein de la constellation et de leur géométrie par rapport au récepteur GPS. Les formules permettant de calculer les DOP's sont données.

## II-2 Formulation de l'équation d'observation

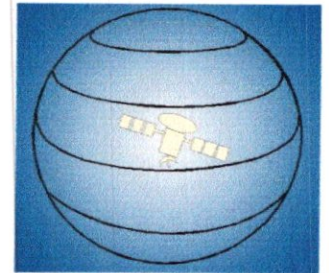
Le positionnement en utilisant un récepteur GPS se base sur l'idée de triangularisation, à partir de la connaissance des positions de trois satellites et la distance les séparants au récepteur, on peut en déduire les coordonnées de ce dernier. Ce principe est détaillé en ce qui suit :

### II-2-1) Principe de triangularisation:

La détermination d'un lieu géographique est basée sur l'intersection de trois sphères dans l'espace. Chaque sphère est définie par son centre correspondant à la position d'un satellite, et par son rayon qui est la distance entre le centre et le récepteur GPS de l'utilisateur. On peut décomposer ce principe en 3 étapes :

#### ▪ 1<sup>ère</sup> étape :

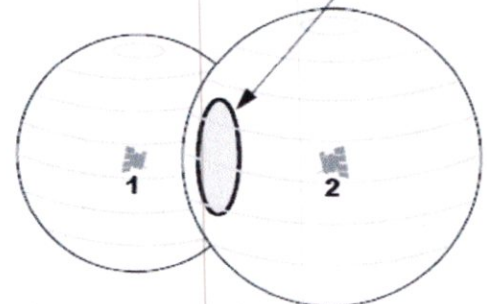
Supposons pour commencer que nous connaissons la distance séparant un satellite d'un récepteur GPS. Sachant que le satellite a une position X précise et définie dans un espace à 3 dimensions, l'ensemble des points possibles où pourrait se situer l'utilisateur du GPS est la sphère de centre le satellite et de rayon la distance connue.



Position quelque part au bord du cercle commun

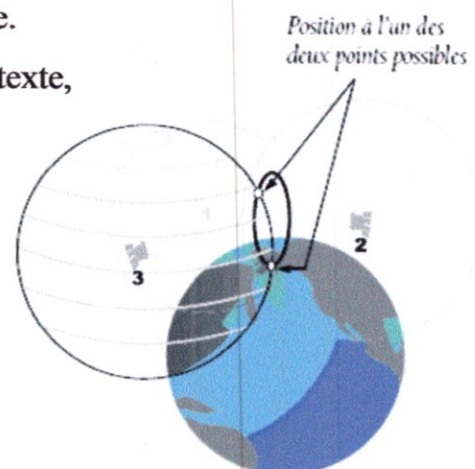
#### ▪ 2<sup>ème</sup> étape :

En faisant intervenir un 2<sup>ème</sup> satellite qui connaît la distance le séparant du récepteur, on obtient pour ensemble des points possibles, un cercle, issu de l'intersection des 2 sphères.



#### ▪ 3<sup>ème</sup> étape :

Le raisonnement est identique avec un 3<sup>ème</sup> satellite. On obtient alors 2 points possibles. dans notre contexte, l'utilisateur n'est pas un astronaute flottant dans l'espace, donc il se trouve sur la surface terrestre. connaissant cette donnée, on peut en déduire sa position exacte en éliminant le point donnant un résultat incohérent.



**II-2-2) Mesure de la position:**

On mesure ainsi la distance entre l'utilisateur et un certain nombre de satellites de positions connues, le récepteur GPS étant capable d'identifier le satellite qu'il utilise à l'aide du signal pseudo aléatoire émis par chacun d'entre eux. Il charge, à l'aide de ce signal, les informations sur l'orbite et la position du satellite.

Pour mesurer la distance qui sépare le satellite du GPS, on mesure le temps  $T$  mis par le signal pour aller de l'un vers l'autre. Le signal voyageant à la vitesse de la lumière, la distance recherchée est donnée par :

$$d = c.T \quad (2-1)$$

La mesure de  $T$  nécessite une manipulation : Le satellite et le récepteur émettent tous deux au même instant (instant réglé sur l'horloge générale du système GPS) le code pseudo aléatoire PRN (le récepteur en génère une réplique).

Le récepteur retarde ensuite le début de cette émission jusqu'à ce que son signal se superpose avec celui provenant du satellite. La valeur de ce retard est ainsi le temps mis par le signal pour se propager du satellite jusqu'à l'utilisateur.

L'utilisation de cette méthode avec trois satellites permet alors à l'utilisateur de déterminer ses distances  $R_1$ ,  $R_2$  et  $R_3$  par rapport à trois satellites de positions connues.

Ainsi, si  $(x, y, z)$  sont les coordonnées de l'utilisateur et  $(x_i, y_i, z_i)$  celles des satellites, on obtient le système de trois équations à trois inconnus ci-dessous dont la résolution aboutit aux coordonnées de l'utilisateur.

$$\begin{aligned} R_1^2 &= (X - X_1)^2 + (Y - Y_1)^2 + (Z - Z_1)^2 \\ R_2^2 &= (X - X_2)^2 + (Y - Y_2)^2 + (Z - Z_2)^2 \\ R_3^2 &= (X - X_3)^2 + (Y - Y_3)^2 + (Z - Z_3)^2 \end{aligned} \quad (2-2)$$

$T_i$  Correspond à la durée du trajet reliant le satellite au récepteur, par conséquent  $R$  dans cette équation est donné par :

$$R_i = c.T_i \quad (2-3)$$

Si le message avait été transmis durant le temps ' $\tau$ ' dans le vide, la distance  $\rho$  devrait être égale au produit  $c.\tau$ , où  $c$  désigne la vitesse de la lumière. Dans la réalité, toutefois, la situation est plus compliquée. Pour différentes raisons, des perturbations viennent s'ajouter à cette mesure de la distance :

- l'erreur **I** (délai ionosphérique), due au freinage des ondes électromagnétiques dans les couches de l'ionosphère (entre 50 Km et 1000 Km d'altitude) ;
- l'erreur **T** (délai troposphérique), due au freinage des ondes électromagnétiques dans les couches de la troposphère (entre 0 et 50 Km d'altitude) ;
- l'erreur  $\Delta t_s$ , de synchronisation de l'horloge du satellite et l'erreur  $\Delta t_{obs}$  de l'horloge de l'observateur. Ces erreurs cumulées engendrent une erreur globale  $c.\Delta\tau$  sur la distance.
- une erreur systématique **E** ayant des causes diverses non encore mentionnées (par Exemple: effets relativistes, réflexion des ondes sur des obstacles, etc....).

Désignons par **P** la distance observable déterminée par  $c.\tau$ , où  $\tau$  est la différence entre le temps de l'envoi du message (à l'horloge du satellite) et le temps de réception du message (à l'horloge de l'observateur).

En tenant compte des différentes erreurs mentionnées ci-dessus, on peut établir l'équation fondamentale d'observation comme suit :

$$P = \rho + I + T + c.\Delta\tau + E \quad (2-4)$$

Pour l'observateur qui reçoit le message, la position du satellite au temps  $t$  est donnée dans le système ECEF par les coordonnées :

$$\begin{bmatrix} X_s(t) \\ Y_s(t) \\ Z_s(t) \end{bmatrix}$$

tandis que la position de l'observateur est donnée par le vecteur :

$$r_{obs} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (2-5)$$

de sorte que la distance géométrique  $\rho(t)$  s'exprime par

$$\rho(t) = \sqrt{(X_s(t) - X)^2 + (Y_s(t) - Y)^2 + (Z_s(t) - Z)^2} \quad (2-6)$$

en remplaçant (2-6) dans (2-4) on peut réécrire l'équation d'observation sous la forme :

$$P = \sqrt{(X_s - X)^2 + (Y_s - Y)^2 + (Z_s - Z)^2} + I + T + c\Delta\tau + E \quad (2-7)$$

Cette dernière équation contient quatre inconnues : les trois coordonnées X, Y et Z de la position de l'observateur, ainsi que l'erreur de synchronisation globale  $\Delta\tau$ . Dans la suite, nous négligerons les termes I et T, car ce sont des erreurs systématiques qui varient peu dans un intervalle de temps suffisamment court.

La résolution de l'équation (2-7) s'effectue par l'utilisation de la méthode des moindres carrés ou filtre de Kalman. Avant d'exposer ces deux méthodes, d'abord on donne l'algorithme qui permet de calculer la position d'un satellite à partir des éphémérides à un instant donné.



## II-3 Calcul de la position des satellites

La position de chaque satellite est nécessaire afin de déterminer la position du récepteur. Le calcul de cette position est basé sur les informations émises dans le message de navigation, que soit des éphémérides ou des almanachs et elles sont basées sur la modélisation de *Kepler*.

### II-3-1) Description de Kepler d'un orbite:

Les paramètres de Kepler décrivent la position du plan orbital d'un satellite dans l'espace, la figure (2-1) illustre l'orbite dans un référentiel ECEF qui est mieux adapté pour le GPS, tandis que le tableau (2-1) donne une explication pour ces paramètres.

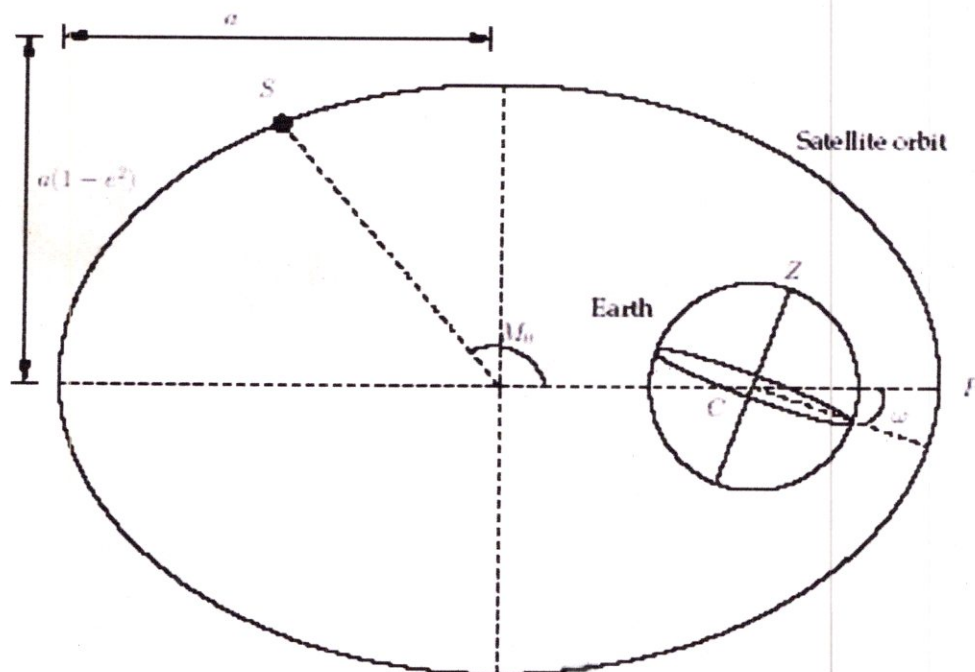


Figure (2-1) : Orbite d'un satellite

Variable	Nom	Description
$i$	Taux de variation de l'inclinaison.	C'est l'angle entre le plan équatorial de la terre et le plan orbital du satellite
$\Omega$	Longitude du nœud ascendant	C'est l'angle entre l'axe x et le point d'intersection du plan orbital avec le plan équatorial.
$\omega$	Argument du périégée (rad)	Le périégée est un point sur l'orbite qui est le plus proche de la terre. $\omega$ est l'angle entre ce point et l'ascending node dans le plan orbital.
$e$	Excentricité de l'orbite.	C'est une mesure d'aplatissement de l'orbite, car si $e=0$ , l'orbite est circulaire.
$a$	demi grand-axe de l'ellipse.	C'est la distance entre le centre de l'ellipse et le périégée.
$n_0$	vitesse angulaire moyenne	C'est la vitesse angulaire moyenne d'un satellite qui tourne une révolution autour de son orbite.
$M_0$	Anomalie moyenne	C'est l'angle entre le périégée et le satellite mesuré dans le plan orbital et par rapport au centre de l'ellipse.

Tableau (2-1) : Description des paramètres de Kepler.

Nous avons besoin aussi de quelques paramètres additionnels qui sont :

- $f$  : C'est l'angle entre le périégée et le satellite mesuré dans le plan orbital et par rapport au centre de la terre
- $E$  : C'est l'angle entre le périégée et la position du satellite dans le plan orbital projetée sur un cercle de rayon 'a' et comme centre, le centre de la terre.
- $R$  : C'est la distance entre le centre de la terre et la position du satellite.

Les deux figures (2-2) et (2-3) suivantes présentent la position du satellite dans le plan orbital :

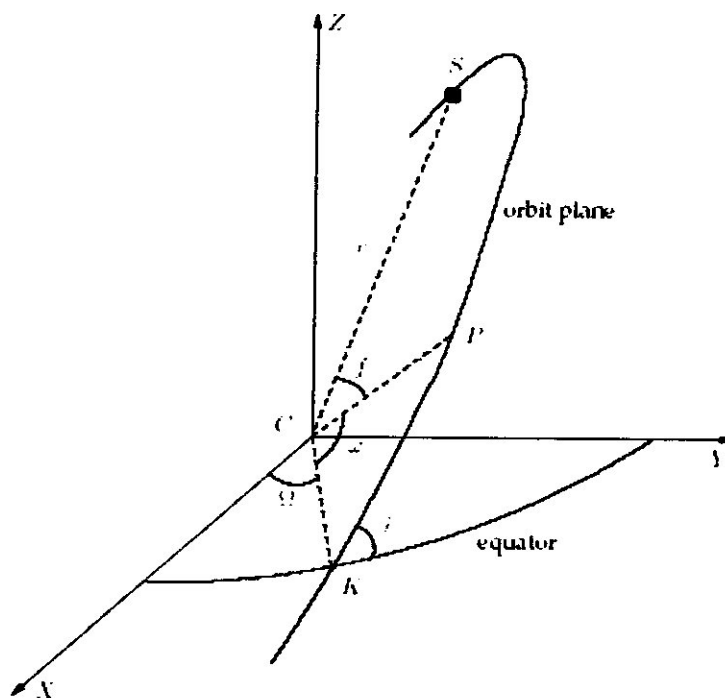


Figure (2-2) : Orbite du satellite et les paramètres de Kepler dans le ECEF

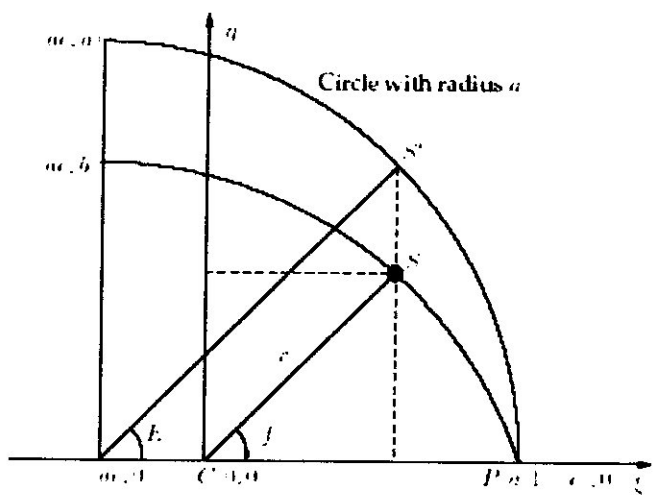


Figure (2-3) : Le plan orbital.

**II-3-2) Les données d'éphémérides:**

Afin de calculer d'une façon plus précise la position d'un satellite GPS, d'autres paramètres sont utilisés de plus, ces paramètres sont inclus dans les éphémérides, ces derniers constituent une partie du message de navigation et sont spécifiques à chaque satellite. Le tableau (2-2) cite les paramètres essentiels éphémérides utilisés dans le calcul de position :

Variable	Description
$M_0$	
$\Delta\eta$	Correction de la vitesse angulaire moyenne de rotation.
$e$	Excentricité de l'orbite.
$\sqrt{a}$	Racine carrée du demi grand-axe de l'ellipse.
$\Omega_0$	Ascension droite de l'orbite au temps de référence.
$i_0$	Inclinaison de l'orbite au temps de référence.
$\omega$	Argument du périhélie de l'ellipse.
$\dot{\Omega}$	Taux de variation de ascension droite.
$\dot{i}$	Taux de variation de l'inclinaison.
$C_{\omega c}$ $C_{\omega s}$	Coefficients de correction de l'argument du périhélie.
$C_{rc}$ $C_{rs}$	Coefficients de correction du rayon de l'orbite.
$C_{ic}$ $C_{is}$	Coefficients de correction de l'inclinaison de l'orbite.
$t_{oe}$	Temps de référence de l'éphéméride.

**Tableau (2-2) :** Quelques paramètres d'éphémérides

Les  $C_{xx}$  sont des corrections harmoniques en terme de sinus et de cosinus des variables correspondantes.

**II-3-3) Calcul de la position à partir des éphémérides:**

A partir des éphémérides on peut calculer une position précise de chaque satellite GPS, ceci selon l'algorithme présenté ci-dessous dont la variable d'entrée est l'instant 't' ou la position du satellite est désirée :

1.	temps passé depuis le temps de référence :	$t = t_S - t_{0c}$
2.	anomalie moyenne au temps $t$ :	$\mu = \mu_0 + \left( \sqrt{\frac{GM}{a^3}} + \Delta\mu \right) t$ $(GM = 3.986005 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2)$
3.	anomalie excentrique :	$E = \mu + e \sin E$  (résolution de l'équation de Kepler par une méthode itérative)
4.	anomalie vraie :	$f = \arctan \left( \frac{\sqrt{1 - e^2} \sin E}{\cos E - e} \right)$
5.	longitude du noeud ascendant :	$\Omega = \Omega_0 + (\dot{\Omega} - \omega_c) t - \omega_c t_{0c}$  ( $\omega_c$ : vitesse angulaire de rotation de la Terre = $7.292115147 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$ )
6.	argument corrigé du périégée :	$\omega_s = \omega + f + C_{\omega c} \cos 2(\omega + f) + C_{\omega s} \sin 2(\omega + f)$
7.	distance radiale corrigée :	$r = a(1 - e \cos E) + C_{rc} \cos 2(\omega + f) + C_{rs} \sin 2(\omega + f)$
8.	inclinaison corrigée :	$i = i_0 + \dot{i} \cdot t + C_{ic} \cos 2(\omega + f) + C_{is} \sin 2(\omega + f)$
9.	coordonnées ECEF du satellite :	$X_S = r \cos \omega_c \cos \Omega - r \sin \omega_c \cos i \sin \Omega$ $Y_S = r \cos \omega_c \sin \Omega - r \sin \omega_c \cos i \cos \Omega$ $Z_S = r \sin \omega_c \sin i$

Tableau (2-3) : Calcul de la position d'un satellite

## II-4 Résolution de l'équation d'observation

### II-4-1) Méthode des moindres carrés:

#### II-4-1-1) Définition:

L'une des méthodes la plus utilisée dans la résolution de l'équation d'observation est la méthode des moindres carrés. Cette méthode est utilisée lorsqu'on possède un nombre d'équations qui dépasse le nombre d'inconnus. Dans ce qui suit nous donnons l'aspect mathématique de la méthode permettant de calculer la position du récepteur à partir des pseudo-distances mesurées de quatre satellites ou plus.

#### II-4-1-2) Linéarisation de l'équation d'observation:

Selon l'équation d'observation (2-7), on peut aussi la réécrire sous la forme suivante:

$$P_i^k = \sqrt{(X^k - X_i)^2 + (Y^k - Y_i)^2 + (Z^k - Z_i)^2} + c(dt_i + dt^k) + T_i^k + I_i^k + E_i^k \quad (2-8)$$

Où P est la pseudo-distance mesurée entre le satellite k et le récepteur, tandis que rho est la distance géométrique correspondante.

- C : est la vitesse de la lumière.
- dt : est l'offset de l'horloge récepteur.
- dt<sup>k</sup> : est l'offset de l'horloge du satellite k.
- T<sup>k</sup> : est le délai troposphérique.
- I<sup>k</sup> : est le délai ionosphérique.
- E<sup>k</sup> : d'autres erreurs additionnelles.
- (X<sup>k</sup>, Y<sup>k</sup>, Z<sup>k</sup>) est sont les coordonnées du satellite k.
- (X<sub>i</sub>, Y<sub>i</sub>, Z<sub>i</sub>) sont les coordonnées du récepteur.

En utilisant les données d'éphémérides, l'offset de l'horloge ainsi que la position exacte de chaque satellite k calculée selon l'algorithme précédent et on supposons qu'on peut corriger les erreurs ionosphérique et troposphérique aussi bien que les erreurs additionnelles, nous obtenons un système d'équations non

linéaires avec quatre inconnus, qui sont les coordonnées  $(X_i, Y_i, Z_i)$  du récepteur et  $dt_i$  :

$$P_i^k = \sqrt{(X^k - X_i)^2 + (Y^k - Y_i)^2 + (Z^k - Z_i)^2} + c \cdot dt_i + \text{des variables connues} \quad (2-9)$$

par conséquent afin de résoudre ce système nous avons besoin de quatre équations au moins. Comme la méthode des moindres carrés s'applique sur un système linéaire, on doit linéariser ces équations, pour ce faire considérons la partie non linéaire de ces équations :

$$f(X_i, Y_i, Z_i) = \sqrt{(X^k - X_i)^2 + (Y^k - Y_i)^2 + (Z^k - Z_i)^2} \quad (2-10)$$

La première étape de linéarisation consiste à trouver une approximation initiale de la position du récepteur notée  $X_{i,0}, Y_{i,0}, Z_{i,0}$ ; en utilisant cette approximation on peut écrire :

$$\begin{aligned} X_{i,1} &= X_{i,0} + \Delta X_i \\ Y_{i,1} &= Y_{i,0} + \Delta Y_i \\ Z_{i,1} &= Z_{i,0} + \Delta Z_i \end{aligned} \quad (2-11)$$

avec  $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$  sont la différence entre la position approximée et la position réelle du récepteur. en utilisant la position approximée, la fonction  $f$  peut être développée en série de Taylor autour de l'approximation ce qui donne :

$$\begin{aligned} f(X_{i,1}, Y_{i,1}, Z_{i,1}) &= f(X_{i,0}, Y_{i,0}, Z_{i,0}) + \frac{\partial f(X_{i,0}, Y_{i,0}, Z_{i,0})}{\partial X_{i,0}} X_i + \frac{\partial f(X_{i,0}, Y_{i,0}, Z_{i,0})}{\partial Y_{i,0}} Y_i + \\ &\quad \frac{\partial f(X_{i,0}, Y_{i,0}, Z_{i,0})}{\partial Z_{i,0}} Z_i \end{aligned} \quad (2-12)$$

Où l'indice 1 dans  $X_{i,1}$  indique que c'est la première position calculée. On note que le développement en série de Taylor est réalisée jusqu'à un certain ordre afin d'obtenir la linéarité, par conséquent la position finale ne sera qu'une approximation. Les dérivées partielles de l'équation précédente sont données par :

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(X_{i,0} + Y_{i,0} + Z_{i,0})}{\partial X_{i,0}} &= \frac{X^k - X_{i,0}}{\rho_i^k} \\ \frac{\partial f(X_{i,0} + Y_{i,0} + Z_{i,0})}{\partial Y_{i,0}} &= \frac{Y^k - Y_{i,0}}{\rho_i^k} \\ \frac{\partial f(X_{i,0} + Y_{i,0} + Z_{i,0})}{\partial Z_{i,0}} &= \frac{Z^k - Z_{i,0}}{\rho_i^k} \end{aligned} \quad (2-13)$$

En remplaçant ces dérivées dans l'équation (2-9), on obtient :

$$\begin{aligned} P_i^k &= \rho_i^k - \frac{X^k - X_{i,0}}{\rho_i^k} \Delta X_i - \frac{Y^k - Y_{i,0}}{\rho_i^k} \Delta Y_i - \frac{Z^k - Z_{i,0}}{\rho_i^k} \Delta Z_i + \\ & c(dt_i - dt^k) + T_i^k + I_i^k + e_i^k \end{aligned} \quad (2-14)$$

Où  $P^k$  est la pseudo-distance calculée en utilisant la position approximative du récepteur.

**II-4-1-3) Les moindres carrés:**

L'équation d'observation linéarisée résultante peut être écrite sous forme vectorielle

comme :

$$P_i^k = \rho_i^k + \begin{bmatrix} -\frac{X^k - X_{i,0}}{\rho_i^k} & -\frac{Y^k - Y_{i,0}}{\rho_i^k} & -\frac{Z^k - Z_{i,0}}{\rho_i^k} \Delta Z_i & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_i \\ \Delta Y_i \\ \Delta Z_i \\ c.dt_i \end{bmatrix} - c.dt^k + T_i^k + I_i^k + e_i^k \quad (2-15)$$

Qui est une équation linéaire du type  $H \cdot \Delta x = \Delta \rho$  car on a :

$$\begin{bmatrix} -\frac{X^k - X_{i,0}}{\rho_i^k} & -\frac{Y^k - Y_{i,0}}{\rho_i^k} & -\frac{Z^k - Z_{i,0}}{\rho_i^k} \Delta Z_i & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_i \\ \Delta Y_i \\ \Delta Z_i \\ c.dt_i \end{bmatrix} = [P_i^k - \rho_i^k + c.dt^k - T_i^k - I_i^k - e_i^k] \quad (2-16)$$



Qui peut être écrite sous la forme suivante :

$$H\Delta x = \begin{bmatrix} \frac{X^1 - X_{i,0}}{\rho_i^1} & \frac{Y^1 - Y_{i,0}}{\rho_i^1} & \frac{Z^1 - Z_{i,0}}{\rho_i^1} & 1 \\ \frac{X^2 - X_{i,0}}{\rho_i^2} & \frac{Y^2 - Y_{i,0}}{\rho_i^2} & \frac{Z^2 - Z_{i,0}}{\rho_i^2} & 1 \\ \frac{X^3 - X_{i,0}}{\rho_i^3} & \frac{Y^3 - Y_{i,0}}{\rho_i^3} & \frac{Z^3 - Z_{i,0}}{\rho_i^3} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{X^m - X_{i,0}}{\rho_i^m} & \frac{Y^m - Y_{i,0}}{\rho_i^m} & \frac{Z^m - Z_{i,0}}{\rho_i^m} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_{i,1} \\ \Delta Y_{i,1} \\ \Delta Z_{i,1} \\ c.dt_{i,1} \end{bmatrix} = \Delta \rho \quad (2-17)$$

On note que pour un nombre de satellite dépassant quatre, la difficulté est d'inverser la matrice A car elle n'est pas carrée. Dans le but de résoudre cette équation on donne le résidu r défini comme suit :

$$r = H\Delta x - \Delta \rho \quad (2-18)$$

La méthode des moindres carrés consiste à obtenir  $\Delta x$  qui minimise le carré du résidu. Comme ce dernier est un vecteur, cette minimisation est équivalente à la minimisation de la somme des carrés des composantes de ce vecteur. On note le carré du résidu par  $R_{SE}$  qui est donné en fonction de  $\Delta x$  comme :

$$R_{SE}(\Delta x) = (H\Delta x - \Delta \rho)^2 \quad (2-19)$$

Afin d'obtenir  $\Delta x$  on calcule le gradient de  $R_{SE}$  par rapport à  $\Delta x$ , car le minimum de  $R_{SE}$  correspond à une valeur de  $\Delta x$  qui annule le gradient. Le terme à gauche de l'équation peut être donné par :

$$(H\Delta x - \Delta \rho)^2 = (H\Delta x - \Delta \rho)^T (H\Delta x - \Delta \rho) \quad (2-20)$$

Par conséquent le développement de l'équation (-) nous donne :

$$R_{SE}(\Delta x) = (H\Delta x - \Delta \rho)^2 = (\Delta x)^T H^T H \Delta x - 2(\Delta x)^T H^T \Delta \rho + (\Delta \rho)^2 \quad (2-21)$$

Le calcul du gradient de l'équation (2-15) par rapport à  $\Delta x$  :

$$\nabla R_{SE} = 2(\Delta x)^T H^T H - 2(\Delta \rho)^T H \quad (2-22)$$

en prenant le transposé de cette équation puis on la mettant égale à zéro, on obtient :

$$2H^T H \Delta x - 2H^T \Delta \rho = 0 \quad (2-23)$$

sachant que  $H^T H$  est une matrice carrée quelque soit le nombre des satellites utilisés, par conséquent on peut obtenir  $\Delta x$  sous la forme :

$$\Delta x = (H^T H)^{-1} H^T \Delta \rho \quad (2-24)$$

Finalement, cette solution sera utilisé d'une manière itérative dans :

$$\begin{aligned} X_{i,1} &= X_{i,0} + \Delta X_i \\ Y_{i,1} &= Y_{i,0} + \Delta Y_i \\ Z_{i,1} &= Z_{i,0} + \Delta Z_i \end{aligned} \quad (2-25)$$

Jusqu'à que  $\Delta x$  devient très faible devant une certaine limite. Donc à l'aide d'un algorithme itératif, la solution converge rapidement, généralement lorsque le récepteur effectue plus de quatre mesures simultanées, la solution converge au sens des moindres carrés.

#### **II-4-2) Le Filtre de Kalman:**

##### **II-4-2-1) Le système GPS et le filtre de Kalman:**

Le récepteur ne peut jamais mesurer la distance exacte le séparant des satellites visibles. Le procédé de mesure est corrompu par le bruit qui introduit des erreurs, variant avec le temps, dans le calcul. Le filtre de Kalman est une solution moins sensible au bruit de mesure qui caractérise les sources de bruits dans l'ordre de minimiser leur effet sur les sorties du récepteur désiré. Ainsi, le filtre de Kalman permet à une solution d'être extrapolée si des mesures sont interrompues.

##### **II-4-2-2) Principe du filtre de Kalman:**

Le filtre de Kalman est un estimateur linéaire optimal et récursif qui fournit l'estimation minimum de variance en présence d'un bruit blanc.

Pour les systèmes de navigation, le filtre de Kalman estime généralement les erreurs de l'état de navigation. Il fournit aussi une mesure de précision de l'estimation de son vecteur d'état. Cette précision est bien remarquée au niveau de la matrice de variance covariance de l'erreur d'estimation.

Le problème de l'estimation du vecteur d'état peut être divisé en trois classes distinctes selon l'intervalle d'observation  $[t_0 - t_1]$  :

La prédiction si  $t_0 < t_1$

Le filtrage si  $t_0 = t_1$

Le lissage si  $t_0 > t_1$

### II-4-2-3) Modèles du filtre de Kalman:

Deux modèles fondamentaux sont modélisés par le filtre de Kalman : le premier modèle est le 'modèle dynamique' qui permet de décrire comment le vecteur d'erreurs d'état varie avec le temps ; le deuxième modèle est le 'modèle de mesure ou stochastique' qui définit comment le vecteur d'état est relié aux mesures fournies par le détecteur.

Le modèle dynamique est décrit à l'instant  $t_k$  par l'équation linéaire suivante:

$$X_k = F_{k-1,k} \cdot X_{k-1} + W_k \quad (2-26)$$

Avec :

$X_k = X(t_k)$  : le vecteur d'état de dimension  $(m \times 1)$  à l'instant  $t_k$

$m$  : le nombre d'inconnues

$F_{k-1,k}$  : la matrice de transition de dimension  $(m \times m)$  du vecteur d'état  $X_k$  qui décrit le changement de ce dernier entre les instants  $k-1$  et  $k$

La séquence  $(W_k)$ , appelée « bruit de l'état », est un bruit blanc de distribution gaussienne de moyenne nulle et de matrice de variance-covariance définie par :

$$E[W_k \cdot W_k^T] = Q_k \quad (2-27)$$

Où  $E$  est un opérateur de l'espérance mathématique.

L'état de ce système est observé par  $n$  mesures  $Z_k = Z(t_k)$  liées à l'état  $X_k$  par l'équation d'observation qui caractérise le modèle de mesure et qui donnée par:

$$Z_k = H_k \cdot X_k + e_k \quad (2-28)$$

Où :

$Z_k$  : La mesure de dimension  $(n \times 1)$  à l'instant  $t_k$

$H_k$  : La matrice de configuration de dimension  $(n \times m)$

$e_k$  : Un bruit blanc gaussien de moyenne nulle et de matrice de variance-covariance :

$$E[e_k \cdot e_k^T] = R_k \quad (2-29)$$

**II-4-2-4) Algorithme du filtre de Kalman:**

Soit  $\hat{X}_k$  représente l'estimé du vecteur d'état  $X_k$  à l'instant  $t_k$ . L'erreur de l'estimation est l'erreur sur cet estimé, c'est-à-dire  $dX = X_k - \hat{X}_k$ , de matrice de variance-covariance donnée comme suit :

$$P_k = E[dX \cdot dX^T] = E[(X_k - \hat{X}_k) \cdot (X_k - \hat{X}_k)^T] \quad (2-30)$$

Le filtre de Kalman utilise le modèle dynamique pour exécuter la propagation du vecteur d'état estimé entre les différentes mesures en utilisant la matrice de transition de l'état et la matrice de variance-covariance de bruit de l'état. Les propagations se font par les équations suivantes :

$$\hat{X}_k(-) = F_{k-1,k} \cdot \hat{X}_{k-1}(+) \quad (2-31)$$

$$P_k(-) = F_{k-1,k} \cdot P_{k-1}(+) \cdot F_{k-1,k}^T + Q_k \quad (2-32)$$

Pour cette étape, dite de prédiction, le calcul du vecteur d'état prévu et sa précision dépend de l'information de l'instant précédant.

Ensuite, le filtre de Kalman incorpore les mesures, quand elles sont disponibles, dans l'estimé de l'état, c'est ce qu'on appelle la mise à jour du vecteur d'état. Ce dernier est mis à jour par l'équation suivante :

$$\hat{X}_k(+) = \hat{X}_k(-) + G_k \cdot [Z_k - H_k \cdot \hat{X}_k(-)] \quad (2-33)$$

La quantité  $Z_k - H_k \cdot \hat{X}_k(-)$  est le résidu à posteriori, ou l'innovation, qui est un bruit blanc non stationnaire de moyenne nulle et de variance

$H_k \cdot P_k(-) \cdot H_k^T + R_k$ . la matrice  $G_k$  est le gain de Kalman donné par :

$$G_k = P_k(-) \cdot H_k^T \cdot [H_k \cdot P_k(-) \cdot H_k^T + R_k]^{-1} \quad (2-34)$$

La matrice de variance-covariance peut être directement dérivée des équations (2-26,27 et 29) :

$$P_k(+) = [I - G_k \cdot H_k] \cdot P_k(-) \cdot [I - G_k \cdot H_k]^T + G_k \cdot R_k \cdot G_k^T \quad (2-35)$$

Et en utilisant la définition du gain de Kalman, l'équation (2-25) devient :

$$P_k(+) = [I - G_k \cdot H_k] \cdot P_k(-) \quad (2-36)$$

Dans les équations ci-dessus, la notation (-) est adjointe à une variable pour signifier que cette variable est estimée au temps de mesure avant que la mesure ne soit incorporée, tandis que la notion (+) est adjointe à une variable pour signifier l'estimation au temps de mesure immédiatement après que la mesure soit incorporée.

### **II-4-3) Le filtrage de Kalman appliqué au GPS:**

La forme de l'équation d'état (2-26) caractérise un système linéaire, par conséquent on ne peut appliquer une résolution directe de l'équation d'observation par le filtre de Kalman exposé, une solution proposée dans ce cas est le filtre de Kalman étendu.

Le filtre de Kalman étendu 'EKF' représente probablement l'approche la plus commune et la plus populaire pour traiter un système non linéaire. Son fonctionnement consiste simplement à linéariser tous les modèles non-linéaires de sorte que le filtre linéaire traditionnel de Kalman puisse être appliqué. L'EKF est devenu une approche standard pour un certain nombre d'applications d'estimation non linéaire. Donc nous devons réaliser la même procédure de linéarisation utilisée dans la méthode des moindres carrés, puis on applique le filtre de Kalman sur les équations résultantes.

Le filtrage de Kalman s'établit à partir de l'équation d'état et l'équation d'observation.

#### **II-4-3-1) Equation d'état:**

Le vecteur d'état est choisi en fonction de la finesse de connaissance qu'exige l'utilisateur (position du récepteur, vitesse, erreurs d'horloge,...). Cette finesse est dictée par l'application.

Le récepteur est soumis à des déplacements inconnus et aléatoires (du point de vue du traitement). Cependant ces perturbations sont bornées (facteur de charge maximale d'un avion, accélération maximale d'un mobile entre deux mesures,...) et doivent être caractérisées statistiquement. Elle sont supposées être à moyenne nulle et temporellement indépendantes. De même, la qualité de l'horloge récepteur se traduisant en terme de décalage, de dérive ou de bruit de phase est connue et les erreurs engendrées sont statistiquement quantifiables.

Typiquement l'équation d'état du système s'écrit dans un repère cartésien :

$$\begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \\ \Delta t \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \\ \Delta t \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ P_t \end{bmatrix} \quad (2-37)$$

#### **II-4-3-2) Equation d'observation:**

Le rôle de l'équation d'observation est de lier le vecteur d'état aux mesures effectuées par le récepteur. Ce dernier mesure la pseudo-distance et la pseudo-vitesse Doppler qui le sépare de chaque satellite en poursuite.

Comme nous avons utilisé la linéarisation, l'équation d'observation n'est autre que celle donnée par (2-29) plus des perturbations causées par les mesures.

$$\Delta R = H \cdot \Delta X + Q \quad (2-38)$$

#### **II-4-4) Evolution du filtrage:**

**Initialisation** : Estimation de la position  $x_{0/0}$  et de la matrice de covariance. La position du récepteur peut être initialisée au centre de la terre. Dans ce cas durant la phase d'initialisation, le gain du filtre doit converger en six ou sept itération. Cette opération est réalisée en initialisant la matrice de covariance à chaque fois.

La matrice **Q** de covariance des perturbations est donnée une fois pour toute pour un récepteur ou pour un type d'application et couvre l'ensemble des évolutions possibles du récepteur et de ses caractéristiques technique.

La matrice **R** de covariance des erreurs de mesure évolue en fonction des états de poursuite du récepteur.

De plus, l'utilisateur dispose d'une estimation de la précision de position des satellites et des retards de propagation atmosphérique. Les erreurs sont indépendantes entre les différentes lignes de visée.

La matrice d'observation **H** évolue avec la configuration satellites récepteurs. Elle indique quelle quantité d'informations telle mesure de distance ou de vitesse apporte à telle composante du vecteur d'état du système, c'est la notion de DOP qui sera présentée en ce qui suit.

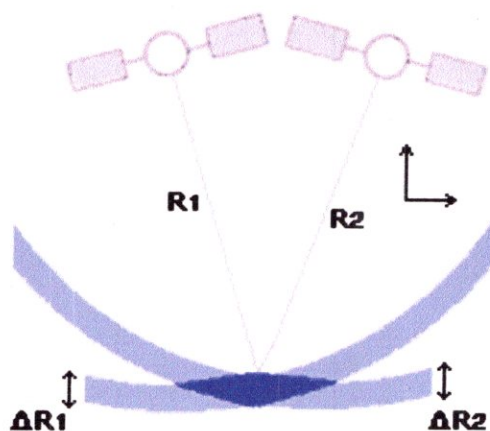
## II-5 Le DOP

La dilution de précision, ou DOP, est une mesure de l'influence de la géométrie des satellites sur la précision de position.

Elle change avec le temps du fait des déplacements des satellites le long de leur orbite et avec le jeu de satellites utilisés. Elle varie dans une moindre mesure avec le déplacement du récepteur.

### II-5-1) La dilution de précision:

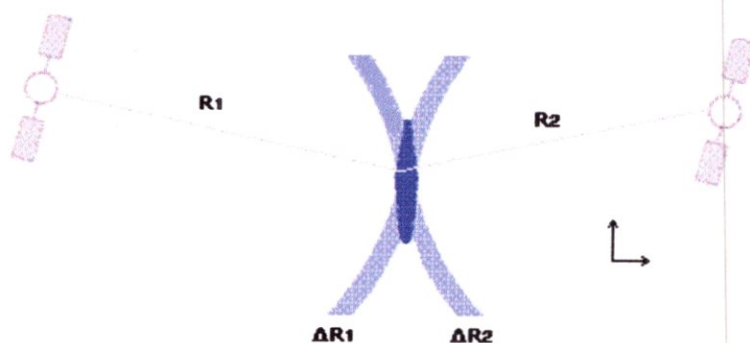
Dans un premier temps essayons d'expliquer qualitativement, par un exemple bidimensionnel sans biais d'horloge, ce que représente ce facteur :



Les  $\Delta R$  sont les incertitudes sur des mesures. La partie ombrée représente l'aire d'incertitude sur la position du point.

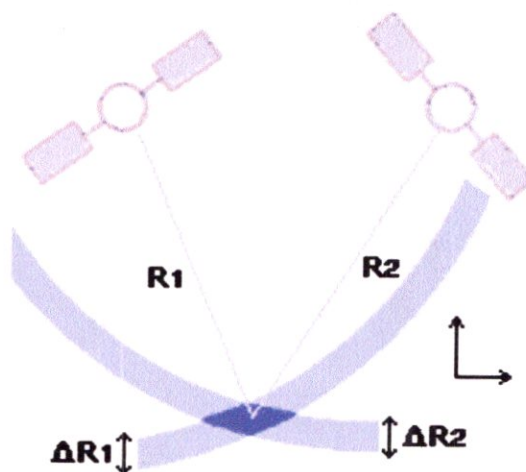
Dans ce premier cas, l'incertitude suivant l'axe  $x$  est importante. L'augmentation de la précision des mesure sur l'axe  $y$  se fait au détriment de celle de l'axe  $x$ .

En supposant  $\Delta R_1 = \Delta R_2 = \Delta R$  on obtient  $\Delta y = \Delta R / (\sqrt{2})$  et  $\Delta x$  tend vers l'infini.



Dans le cas illustré ci-dessus, l'incertitude la plus importante est suivant l'axe y. La précision suivant l'axe x est améliorée comparativement au cas précédent. En partant des hypothèses précédentes, c'est-à-dire  $\Delta R_1 = \Delta R_2 = \Delta R$ , on obtient maintenant  $\Delta x = \Delta R / (\sqrt{2})$  et  $\Delta y$  tend vers l'infini.

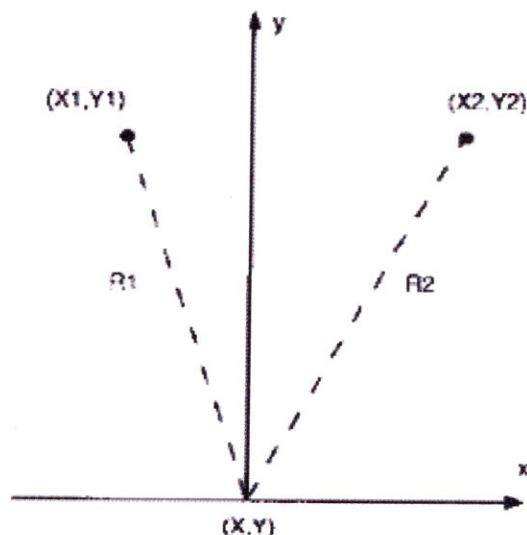
Suivant la position relative des deux satellites, on peut minimiser cette aire. La figure suivante montre que l'optimum est atteint lorsque les deux lignes de mesure font un angle de  $90^\circ$ . L'incertitude sur chaque axe vaut environ  $\sqrt{2} \cdot \Delta R$ .





**II-5-2) Calcul du DOP en deux dimensions:**

Explicitions les exemples précédents .Soit la figure suivante :



Les distances entre les points  $(X_1, Y_1)$ ,  $(X_2, Y_2)$  et  $(X, Y)$  sont données par :

$$R_1 = [(X - X_1)^2 + (Y - Y_1)^2]^{1/2} \tag{2-39}$$

$$R_2 = [(X - X_2)^2 + (Y - Y_2)^2]^{1/2}$$

La sensibilité des distances aux variations de  $(X, Y)$  est :

$$\Delta R_1 = \left( \frac{X - X_1}{R_1} \right) \cdot \Delta X + \left( \frac{Y - Y_1}{R_1} \right) \cdot \Delta Y \tag{2-40}$$

$$\Delta R_2 = \left( \frac{X - X_2}{R_2} \right) \cdot \Delta X + \left( \frac{Y - Y_2}{R_2} \right) \cdot \Delta Y \tag{2-41}$$

D'où la sensibilité de  $(X, Y)$  aux variations des deux distances :

$$\Delta X = \frac{(Y - Y_2) \cdot R_1 \cdot \Delta R_1 - (Y - Y_1) \cdot R_2 \cdot \Delta R_2}{(X - X_1) \cdot (Y - Y_2) - (X - X_2) \cdot (Y - Y_1)} \tag{2-42}$$

$$\Delta Y = \frac{(X - X_2) \cdot R_1 \cdot \Delta R_1 - (X - X_1) \cdot R_2 \cdot \Delta R_2}{(Y - Y_1) \cdot (X - X_2) - (Y - Y_2) \cdot (X - X_1)}$$

L'incertitude sur les coordonnées de  $(X, Y)$  prend la forme suivante :

$$\sigma_X^2 = \frac{(Y - Y_2)^2 \cdot R_1^2 \cdot \sigma_{R_1}^2 + (Y - Y_1)^2 \cdot R_2^2 \cdot \sigma_{R_2}^2}{[(X - X_1) \cdot (Y - Y_2) - (X - X_2) \cdot (Y - Y_1)]^2} \tag{2-43}$$

$$\sigma_Y^2 = \frac{(X - X_2)^2 \cdot R_1^2 \cdot \sigma_{R_1}^2 + (X - X_1)^2 \cdot R_2^2 \cdot \sigma_{R_2}^2}{[(Y - Y_1) \cdot (X - X_2) - (Y - Y_2) \cdot (X - X_1)]^2}$$

Le cas particulier, ou  $(X-X1)=(X2-X)$ ,  $Y1=Y2$  et  $R1=R2=R$ , donne en posant

$\theta = \arctan(\frac{X2}{Y})$ ,  $\theta$  est l'angle donnant le cosinus directeur) :

$$\sigma_X^2 = \frac{R}{4} \cdot \frac{\sigma_{R1}^2 + \sigma_{R2}^2}{(X - X1)^2} = \frac{1}{4 \cdot \sin^2(\theta)} \cdot (\sigma_{R1}^2 + \sigma_{R2}^2) \quad (2-44)$$

$$\sigma_Y^2 = \frac{R}{4} \cdot \frac{\sigma_{R1}^2 + \sigma_{R2}^2}{(Y - Y1)^2} = \frac{1}{4 \cdot \cos^2(\theta)} \cdot (\sigma_{R1}^2 + \sigma_{R2}^2)$$

En supposant  $\sigma_{R1} = \sigma_{R2} = U_{ere}$

$$\sigma_X = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sin(\theta)} \cdot U_{ere} \quad (2-45)$$

$$\sigma_Y = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \cos(\theta)} \cdot U_{ere}$$

D'où, d'après la définition, les rapports des incertitudes pour chaque axe deviennent :

$$XDOP = \frac{\sigma_X}{U_{ere}} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sin(\theta)} \quad (2-46)$$

$$YDOP = \frac{\sigma_Y}{U_{ere}} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \cos(\theta)}$$

Le facteur géométrique global est le suivant :

$$PDOP = (XDOP^2 + YDOP^2)^{1/2} = \frac{\sqrt{2}}{\sin(2\theta)} \quad (2-47)$$

### II-5-3) Calcul du DOP en trois dimensions:

Dans le cas du GPS ou nous sommes en trois dimensions plus le temps, la démarche est identique. Nous utiliserons par contre la notation matricielle.

En réécrivant les équations (2-37) et en étendant le nombre de mesures à  $n$  ou  $n \geq 4$  car il peut y avoir plus de quatre mesures, nous avons :

$$\rho = H \cdot X \quad \text{Avec} \quad X = |\Delta X \ \Delta Y \ \Delta b|^T \quad (2-48)$$

Et

$$H = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 & 1 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 & 1 \\ \alpha_3 & \beta_3 & \gamma_3 & 1 \\ \alpha_4 & \beta_4 & \gamma_4 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \alpha_n & \beta_n & \gamma_n & 1 \end{bmatrix} \quad (2-49)$$

Les  $\alpha, \beta$  et  $\gamma$  représentent les cosinus directeurs des angle entre la ligne de visée du  $i^{\text{ème}}$  satellite et les axe X,Y et Z.

Comme le système est surdéterminé (4 inconnus et n équations), on le réduit réalisant le produit suivant :

$$H^T . H . X = H^T . \rho \text{ Soit } X = (H^T . H)^{-1} . H^T . \rho \quad (2-50)$$

Pour R aléatoire et centré. C'est-à-dire  $E[\rho] = 0$ , on obtient  $E[X] = 0$

$$\begin{aligned} \text{cov}(X) &= E[X . X^T] \\ &= E[(H^T . H)^{-1} . H^T . \rho . ((H^T . H)^{-1} . H^T . \rho)^T] \\ \text{Et} \quad &= E[(H^T . H)^{-1} . H^T . \rho . \rho^T . ((H^T . H)^{-1} . H^T)^T] \\ &= (H^T . H)^{-1} . H^T . \text{cov}(\rho) . ((H^T . H)^{-1} . H^T)^T \end{aligned} \quad (2-52)$$

Si les mesures sont indépendantes et de même qualité, nous avons :

$$\text{cov}(\rho) = I . Uere^2 \quad (2-53)$$

Avec I matrice identité.

D'où :

$$\text{cov}(X) = (H^T . H)^{-1} . Uere^2 \quad (2-54)$$

Si  $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$  et  $\Delta b$  sont indépendants, la matrice  $\text{cov}(X)$  est diagonale. Nous

Pouvons écrire :

$$\rho = (\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2 + \Delta b^2)^{1/2} \quad (2-55)$$

Avec  $\rho$  le rayon d'incertitude autour de la position nominale (X, Y, Z, b).

Soit finalement

$$\rho = [\text{Trace}(H^T . H)^{-1}]^{1/2} . Uere \quad (2-56)$$

Comme par définition :  $\rho = GDOP . Uere$

Alors; 
$$GDOP = [Trace(H^T . H)^{-1}]^{1/2} \tag{2-57}$$

Et :

$$GDOP^2 = HDOP^2 + VDOP^2 + TDOP^2 \tag{2-58}$$

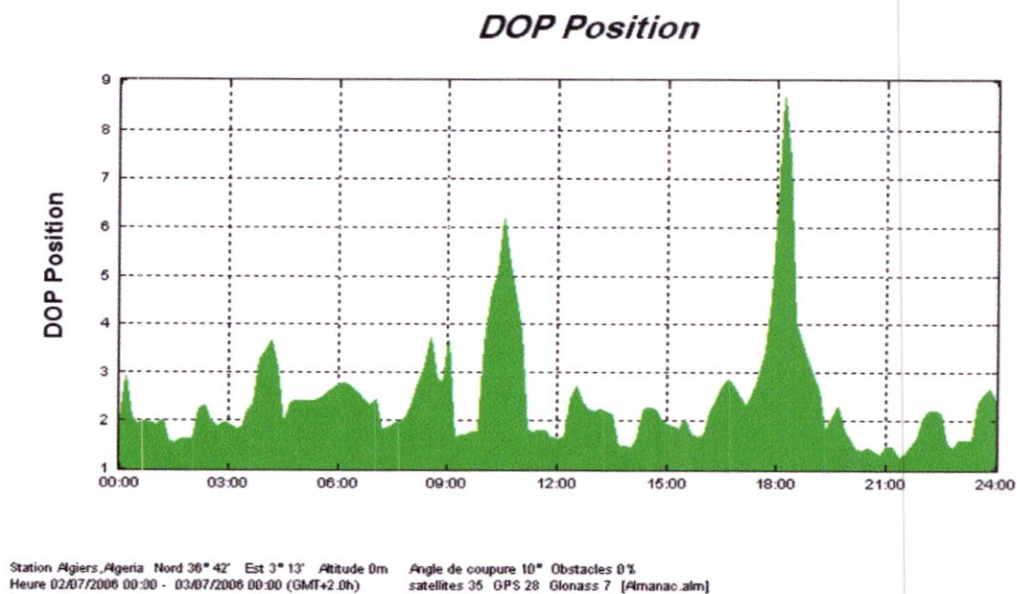
$$GDOP^2 = PDOP^2 + TDOP^2 \tag{2-59}$$

En résumé, on peut dire que les DOP sont des facteurs liant la précision de mesure et la précision de position .Ils sont indépendants du système de coordonnées utilisé et de l'attitude du repère. Le GDOP est utilisé pour sectionner des satellites GPS lorsque le nombre de canaux est inférieur au nombre de satellites visible.

Une valeur de PDOP comprise entre 1 et 3 indique une excellente configuration géométrique de 3 à 6 géométrie est bonne, de 6 à 9 tout juste acceptable et au-delà de 10, il vaut mieux arrêter de naviguer avec le GPS. En général, le PDOP augmente lorsqu'un satellite se cache sous l'horizon ou lors d'un masquage. Le récepteur peut commuter sur un autre jeu de satellites si la constellation visible le lui permet. Dans le cas contraire et s'il ne dispose que de trois satellites, il peut commuter en navigation 2D suivant sa configuration logiciel.

Le TDOP est couramment entre 1 et 2 ce qui porte le GDOP à une valeur de 1 à 2 supérieure du PDOP.

Une illustration de l'évolution du PDOP en Algérie (36° 42' Nord, 3° 13' Est et d'altitude 0m), le 26/06/2006 à 00 :00 h jusqu'au 27/06/2006 à 00 :00 h, est donnée par la figure (2-4).



**Figure (2-4) : Courbe d'évolution du PDOP en fonction du temps**

# Chapitre III

## Présentation du RINEX

## III-1 Généralités sur le format RINEX

### III-1-1) Le format RINEX:

Le format RINEX (Receiver Independant EXchange Format), format d'échange indépendant du récepteur, a été développé par l'Institut d'Astronomie de l'Université de Berne dans le but de fournir dans un même format les données collectées en format propriétaire par des récepteurs de marques différentes lors de la campagne GPS EUREF89.

Il existe six types de fichier différents :

- Un fichier contenant les données d'observation
- Un fichier contenant les messages de navigation
- Un fichier contenant les données météorologiques
- Un fichier contenant les messages de navigation Glonass
- Un fichier contenant les messages de navigation des satellites Géostationnaires.
- Un fichier contenant des informations sur les horloges des récepteurs et des satellites,

La nomenclature des fichiers est la suivante : *ssssdddff.yyt*, où :

- *ssss* : acronyme de la station
- *ddd* : jour de l'année du premier enregistrement
- *f* : numéro de la session dans le jour, avec 0 pour une journée complète
- *yy* : année
- *t* : type du fichier avec, entre parenthèses, la lettre correspondante utilisée

Sous Windows lorsque les fichiers sont compressés:

**O(Y)** : fichier d'Observation (Remarque : la lettre E est utilisée quand les fichiers sont préalablement compressés "Hatanaka")

**N(X)** : fichier de Navigation

**M(W)** : fichier Météo

**G(V)** : fichier de navigation GLONASS

**H(U)** : fichier des messages de navigation des satellites géostationnaires

Dans notre travail, nous n'avons que les fichiers de données d'observation et de navigation c'est pourquoi nous ne décrivons ici que ceux-ci. Chacun de ces fichiers comporte un en-tête, dont les champs compris entre les colonnes 61 et 80 qui décrivent les informations de la ligne, sont obligatoires.

### **III-1-2) Le fichier d'observations:**

Le fichier d'observation contient les mesures des pseudo-distances propres aux satellites visibles en fonction du temps, ainsi que d'autres informations utiles, telles que le Doppler,..., dans ce qui suit nous donnons une description détaillée de ce type de fichier.

#### **a) L'en-tête:**

L'en-tête est la partie introductive du fichier, figure (3-1), elle est présentée dans la page suivante. L'ordre dans lequel elles sont inscrites est libre, excepté :

- Pour la première ligne, qui comporte le numéro de version Rinex (actuellement 2.10) et le type du fichier. Ici O pour Observation avec éventuellement le type du système de satellite (G=GPS, R=GLONASS, S=GEO, T=TRANSIT, M=données mixtes).
- Pour la ligne *WAVELENGTH FACT L1/2*, qui doit obligatoirement précéder la ligne spécifiant les satellites concernés
- Lorsqu'elle existe, la ligne *# OF SATELLITES* doit être suivie par les lignes correspondantes à chaque satellite aux nombre de données dans le fichier pour chaque type d'observable.

```

2.10      OBSERVATION DATA  G (GPS)      RINEX VERSION /
TYPE
teqc 2000Feb29      20050707 15:37:29UTC PGM / RUN BY / DATE
ANGE      MARKER NAME
10085M001      MARKER NUMBER
F.Bertin      ANGERS AGGLOMERATION      OBSERVER /
AGENCY
82205      LEICA RS500      4.20/1.39      REC # / TYPE / VERS
1229      LEIAT504      ANT # / TYPE
4319045.0810 -41299.2210 4677465.1520      APPROX POSITION
XYZ
0.0000      0.0000      0.0000      ANTENNA: DELTA H/E/N
1 1      WAVELENGTH FACT L1/2
4 L1 L2 C1 P2      # / TYPES OF OBSERV
30.0000      INTERVAL
2005 6 17 2 0 0.0000000 GPS      TIME OF FIRST OBS
2005 6 17 2 59 59.0000000 GPS      TIME OF LAST OBS
Texte libre permettant de fournir des infos complémentaires COMMENT
0      RCV CLOCK OFFS APPL
13      LEAP SECOND
30      # OF SATELLITES
G01 1021 1024 1029 1024 1021 1021 1024 1021 1024 PRN / # OF OBS
END OF HEADER
    
```

Figure (3-1) : L'en-tête d'un fichier d'observation



**b) Explications ligne par ligne:**

1. Ligne indiquant le numéro de version, le type de fichier et le système satellite. Le format est un flottant de 11 caractères dont deux pour la partie décimale, 11 espaces, une chaîne d'un caractère, 19 espaces et une chaîne d'un caractère puis à nouveau 19 espaces. Cette ligne est obligatoire et doit être la première ligne du fichier.
2. Nom du programme ayant créé le fichier (chaîne de 20 caractères), nom de l'agence ayant créé le fichier (chaîne de 20 caractères) et date de la création du fichier (chaîne de 20 caractères).
3. Nom de la station (chaîne de 60 caractères).
4. *Numéro de la station (chaîne de 20 caractères).*
5. Nom de la personne responsable de la station (chaîne de 20 caractères) et société à laquelle elle appartient (chaîne de 40 caractères).
6. Numéro de série du récepteur (chaîne de 20 caractères), type du récepteur (chaîne de 20 caractères) et version du software interne du récepteur (chaîne de 20 caractères).
7. Numéro de série de l'antenne (chaîne de 20 caractères), type de l'antenne (chaîne de 20 caractères).
8. Coordonnées cartésiennes géocentriques approchées de la station (trois réels de 14 caractères dont quatre pour la partie décimale).
9. Valeurs d'excentrement du point de référence de l'antenne par rapport au repère dont les coordonnées approchées sont celles de la ligne précédente (trois réels de 14 caractères dont quatre pour la partie décimale). La valeur de la composante verticale est la hauteur d'antenne.
10. Facteur de longueur d'onde pour respectivement les fréquences L1 et L2 (trois entiers de 6 caractères). Les valeurs sont 1 lorsque les longueurs d'onde sont entières et 2 lorsque les données ont été enregistrées en mode "**squaring**". Pour L2, la valeur est 0 lorsque le récepteur est mono fréquence.
11. Nombre et **type d'observable** (Entier de six caractères puis 9 chaînes de deux caractères précédées de quatre espaces).

12. *Fréquence d'échantillonnage (réel de 10 caractères dont 3 pour la partie décimale)*
13. Date de la première époque de mesure (cinq entiers de 6 caractères plus un réel de 13 caractères dont 7 pour la partie décimale) suivi du système de temps GPS ou GLONASS codé sur une chaîne de 3 caractères.
14. Date de la dernière époque de mesure contenue dans le fichier (cinq entiers de 6 caractères plus un réel de 13 caractères dont 7 pour la partie décimale)
15. Lignes de commentaires facultatives. Le nombre de lignes de commentaires n'est a priori pas limité mais certains logiciels de traitement n'en supportent pas un trop grand nombre.
16. Cette ligne indique si l'époque et les mesures sont corrigées de la dérive d'horloge du récepteur. La valeur est 1 quand c'est le cas sinon 0 valeur par défaut. Le format est un entier de 6 caractères
17. Décalage entre le temps GPS et le temps UTC depuis le 6 janvier 1980. Cette valeur codée sur un entier de 6 caractères est à 14 s depuis le premier janvier 2006.
18. Nombre de satellites pour lesquels il existe des données dans le fichier. Cette valeur est codée sur un entier de 6 caractères.
19. Numéro du satellite et nombre de données de ce satellite pour chaque observable de la ligne 11. Le format de cette ligne est de trois espaces, une chaîne d'un caractère, un entier de deux caractères et 9 entiers de 6 caractères
20. Ligne vide signalant simplement la fin de l'en-tête.

**c) Les blocs de mesures:**

Après l'en-tête, il y a les blocs de mesures, ces derniers nous donne plusieurs informations qui seront détaillées dans ce qui suit :

```
05 6 17 2 0 0.0000000 0 8G3G6G10G15G16G18G21G25
121329440.38147 94542410.12548 23088217.859 23088217.751
120182854.42447 93649004.48348 22870024.585 22870024.499
132073464.76946 102914407.37947 25132745.648 2513274.605
```

**Figure (3-2) : Bloc de mesure**

La première ligne du bloc de mesure contient l'époque d'enregistrement (date et heure), un flag, le nombre de satellites enregistrés à cette époque suivi de la liste des satellites dans l'ordre où ils sont inscrits ainsi qu'un éventuel décalage d'horloge.

L'année, précédée d'un espace, est exprimée sur deux chiffres (l'éventuel zéro est obligatoire). Le mois, le jour l'heure et les minutes sont exprimées par deux chiffres maximum précédés d'un espace, les secondes par un réel de onze caractères maximum dont sept pour la partie décimale. Le flag peut prendre six valeurs (chiffre). Le nombre de satellites est exprimé sur trois caractères maximums. Les satellites sont codés sur une lettre représentant le système suivi du numéro de satellite sur deux chiffres.

Chaque ligne suivante présente les valeurs pour chaque satellite dans l'ordre où ils sont listés à la ligne 1 de chaque observable dans l'ordre où ils sont listés dans l'en-tête. Ainsi à la ligne 2 on trouve la valeur pour le satellite 3 de la mesure sur L1, puis la valeur de L2, C1, P2. Chacune de ces valeurs est codée sur un réel de 14 caractères dont 3 pour la partie décimale. Les deux chiffres qui suivent immédiatement cette partie décimale correspondent dans l'ordre : à la valeur du "LLI" (Loss of Lock Indicator) et à un codage du rapport signal sur bruit.

## **III-2 Les éphémérides**

### **III-2-1) Définition des éphémérides:**

Dans le langage courant, l'éphéméride désigne ce qui se passe journallement; l'éphéméride du jour est la liste des événements marquants de ce jour. Par extension, les éphémérides astronomiques désignent a priori une table journalière de positions de corps célestes mobiles (ceux du système solaire) ainsi que des phénomènes astronomiques ayant lieu ce jour telles les éclipses. Les éphémérides de positions sont donc avant tout la représentation d'un mouvement. Dans le cas du GPS les éphémérides constituent l'ensemble des paramètres modélisant le mouvement d'un satellite, selon l'algorithme présenté au niveau du chapitre II.

### **III-2-2) Les informations des éphémérides:**

Les informations concernant la position instantanée de chacun des satellites sont incluses dans les messages que ceux-ci envoient au récepteur GPS (ce sont les éphémérides des satellites). Ces coordonnées de position sont données dans le système de Kepler, et le récepteur effectue la conversion dans le système ECEF.

Une éphéméride est prévue pour être utilisée à partir d'une époque de référence *toe* donnée. Pour garantir toute la précision nécessaire, les données de l'éphéméride sont valables pour une durée de quelques heures, après quoi elles doivent être réactualisées.

L'éphéméride d'un satellite contient les données présenter sur les tableaux (3-1) :

$t_{oe}$	Temps de référence de l'éphéméride.
$t_s$	Temps exact à l'horloge du satellite.
$\mu_0$	Anomalie moyenne du point de l'ellipse correspondant au temps de référence $t_{oe}$ .
$\Delta n$	Correction de la vitesse angulaire moyenne de rotation.
$e$	Excentricité de l'orbite.
$\sqrt{a}$	Racine carrée du demi grand-axe de l'ellipse.
$\Omega_0$	Ascension droite de l'orbite au temps de référence.
$\dot{\Omega}_0$	Taux de variation de ascension droite.
$i_0$	Inclinaison de l'orbite au temps de référence.
$i$	Taux de variation de l'inclinaison.
$\omega$	Argument du périégée de l'ellipse.

Tableau (3-1) : Les données de l'éphéméride

En plus de ces données principales, l'éphéméride contient aussi un certain nombre de coefficients de correction, qui permettent de corriger les erreurs dues aux variations du champ magnétique terrestre, à l'attraction de la Lune et du Soleil, à la pression du Soleil, etc., voir tableau (3-2) :

$C_{\omega c}$ $C_{\omega s}$	Coefficients de correction de l'argument du périégée.
$C_{rc}$ $C_{rs}$	Coefficients de correction du rayon de l'orbite.
$C_{ic}$ $C_{is}$	Coefficients de correction de l'inclinaison de l'orbite.

Tableau (3-2) : Coefficients de correction de l'éphéméride

**III-1-3) Le fichier de navigation:**

Une partie d'un fichier de navigation est représenté par la figure (3-3), tandis que les paramètres sont détaillés dans le tableau (3-3) :

```

2          NAVIGATION DATA          RINEX VERSION / TYPE
RINEXDLL.DLL V2.60          06 - JUL - 05 14:29 PGM / RUN BY /
DATE

                                COMMENT
                                END OF HEADER
4 05 7 6 10 0 0.0 .108802691102D-03 -.252384779742D-10 .000000000000D+00
.130000000000D+03 .656875000000D+02 .446018578464D-08 .191404886226D+01
.368617475033D-05 .697923789266D-02 .109281390905D-04 .515366117477D+04
.295200000000D+06 -.428408384323D-07 -.671052343338D-01 .163912773132D-06
.954326437150D+00 .166062500000D+03 .498884396538D-01 -.779675333750D-08
-.490734683187D-09 .000000000000D+00 .133000000000D+04 .000000000000D+00
.100000000000D+01 .000000000000D+00 -.605359673500D-08 .386000000000D+03
.291966000000D+06 .000000000000D+00 .000000000000D+00 .000000000000D+00
7 05 7 6 10 0 0.0 .211432110518D-03 .222826201934D-10 .000000000000D+00
.390000000000D+02 -.775000000000D+01 .557630370400D-08 -.129132449897D+01
-.707805156708D-07 .134197691223D-01 .539980828762D-05 .515373011017D+04
.295200000000D+06 .111758708954D-07 -.118992399126D+01 .335276126862D-06
.935497854921D+00 .262625000000D+03 -.179069911790D+01 -.836784855448D-08
-.223580719808D-09 .000000000000D+00 .133000000000D+04 .000000000000D+00
.000000000000D+00 .000000000000D+00 -.186264514923D-08 .295000000000D+03
.291966000000D+06 .000000000000D+00 .000000000000D+00 .000000000000D+00
11 05 7 6 10 0 0.0 .242971815169D-03 .386535248253D-11 .000000000000D+00
.238000000000D+03 .544687500000D+02 .566809324169D-08 -.284236925195D+01
.274181365967D-05 .422956084367D-02 .100582838058D-04 .515367461967D+04
.295200000000D+06 -.104308128357D-06 -.214771224118D+00 -.838190317154D-07
.901518472366D+00 .153812500000D+03 .238614946996D+00 -.828141638280D-08
-.504306677087D-09 .000000000000D+00 .133000000000D+04 .000000000000D+00
.000000000000D+00 .000000000000D+00 -.121071934700D-07 .238000000000D+03
.291966000000D+06 .000000000000D+00 .000000000000D+00 .000000000000D+00

```

Figure (3-3) : Fichier RINEX de navigation

OBS. enregistrer	Description
PRN/ÉPOQUE/SVCLK	PRN de satellite
	époque : COT – Période d'horloge
	année
	Mois
	Jour
	Heure
	Minute
	Second
Correction d'horloge	$Af_0$
Correction d'horloge	$Af_1$
Correction d'horloge	$Af_2$
La ligne N° : 2	IODE
Correction du rayon	Crs (mètres)
	Delta n (radians/sec)
	M0 (radians)
La ligne N° : 3	Cuc (radians)
	Excentricité ( $e_s$ )
	Cus (radians)
	Racine (a)
La ligne N° : 4	toe
	Cuc
	OMEGA 0 (radians)
	CIS (radians)
La ligne N° : 5	$i_0$ (radians)
	Crc (mètres)
	Omega (radians)
	OMEGA Dote (radians/sec)
La ligne N° : 6	i Dote (radians/sec)
	codes sur canal L2
	wn
	L2
La ligne N° : 7	Exactitude de SV (mètres)
	Santé de SV
	TGD (secondes)
	IODC
La ligne N° : 8	Temps de transmission de message

Tableau (3-3) : Paramètres en détail d'un fichier de navigation

### III-3 Exploitation du Format RINEX

La version du fichier Rinex utilisée dans notre travail est la version 2.6, dont le fichier de navigation correspond à la figure (3-4) suivante :

2	NAVIGATION DATA	RINEX VERSION / TYPE
RINEXDLL.DLL	V2.60	06 - JUL - 05 14:29 PGM / RUN BY /
DATE		COMMENT
		END OF HEADER
4 05 7 6 10 0 0.0	.108802691102D-03	-.252384779742D-10 .000000000000D+00
.130000000000D+03	.656875000000D+02	.446018578464D-08 .191404886226D+01
.368617475033D-05	.697923789266D-02	.109281390905D-04 .515366117477D+04
.295200000000D+06	-.428408384323D-07	-.671052343338D-01 .163912773132D-06
.954326437150D+00	.166062500000D+03	.498884396538D-01 -.779675333750D-08
-.490734683187D-09	.000000000000D+00	.133000000000D+04 .000000000000D+00
.100000000000D+01	.000000000000D+00	-.605359673500D-08 .386000000000D+03
.291966000000D+06	.000000000000D+00	.000000000000D+00 .000000000000D+00
7 05 7 6 10 0 0.0	.211432110518D-03	.222826201934D-10 .000000000000D+00
.390000000000D+02	-.775000000000D+01	.557630370400D-08 -.129132449897D+01
-.707805156708D-07	.134197691223D-01	.539980828762D-05 .515373011017D+04
.295200000000D+06	.111758708954D-07	-.118992399126D+01 .335276126862D-06
.935497854921D+00	.262625000000D+03	-.179069911790D+01 -.836784855448D-08
-.223580719808D-09	.000000000000D+00	.133000000000D+04 .000000000000D+00
.000000000000D+00	.000000000000D+00	-.186264514923D-08 .295000000000D+03
.291966000000D+06	.000000000000D+00	.000000000000D+00 .000000000000D+00
11 05 7 6 10 0 0.0	.242971815169D-03	.386535248253D-11 .000000000000D+00
.238000000000D+03	.544687500000D+02	.566809324169D-08 -.284236925195D+01
.274181365967D-05	.422956084367D-02	.100582838058D-04 .515367461967D+04
.295200000000D+06	-.104308128357D-06	-.214771224118D+00 -.838190317154D-07
.901518472366D+00	.153812500000D+03	.238614946996D+00 -.828141638280D-08

Figure (3-4) : Format RINEX V2.6

#### III-3-1) Exploitation d'un fichier Rinex de navigation:

Le fichier RINEX de navigation donne toutes les informations sur les satellites (les éphémérides), on utilise ces éphémérides dans le calcul de la position des satellites.

Afin de faciliter l'exploitation des données figurant dans un fichier de navigation GPS, nous avons pensé à stocker toutes les informations nécessaires au calcul de positionnement dans une matrice nommée '**mateph**', mais comme la taille d'un fichier RINEX de navigation est très grande et les données sont représentées sur plusieurs blocs dont chaque bloc se compose de 8 lignes réservées pour chaque satellite, selon la figure (3-5).

Nous avons utilisé une méthode de stockage très pratique qui se base sur l'élimination des données qui se répètent et ce la se fait pour chaque satellite.



2 NAVIGATION DATA		RINEX VERSION / TYPE	
RINEXDLL.DLL V2.60		06 - JUL - 05 14:29 PGM / RUN BY /	
DATE		COMMENT	
		END OF HEADER	
④ 05 7 6 (10 0 0.0)	.108802691102D-03	-.252384779742D-10	.000000000000D+00
.130000000000D+03	.656875000000D+02	.446018578464D-08	.191404886226D+01
.368617475033D-05	.697923789266D-02	.109281	7477D+04
.295200000000D+06	.428408384323D-07	-.671052	3132D-06
.954326437150D+00	.166062500000D+03	.498884	3750D-08
-.490734683187D-09	.000000000000D+00	.133000000000D+04	.000000000000D+00
.100000000000D+01	.000000000000D+00	-.605359673500D-08	.386000000000D+03
.291966000000D+06	.0000	.000000000000D+00	.000000000000D+00
⑦ 05 7 6 (10 0 0.0)	-.211	-.22826201934D-10	.000000000000D+00
.390000000000D+02	-.7750	.557630370400D-08	-.129132449897D+01
-.707805	.134102691223D-01	.539980828762D-05	.515373011017D+04
.295200	.08954D-07	-.118992399126D+01	.335276126862D-06
.935497	.000000D+03	-.179069911790D+01	-.836784855448D-08
-.228580719808D-09	.000000000000D+00	.133000000000D+04	.000000000000D+00
.000000000000D+00	.000000000000D+00	-.186264514923D-08	.295000000000D+03
.291966000000D+06	.000000000000D+00	.000000000000D+00	.000000000000D+00
⑪ 05 7 6 (10 0 0.0)	.242971815169D-03	.386535248253D-11	.000000000000D+00
.238000000000D+03	.544687500000D+02	.566809324169D-08	-.284236925195D+01
.274181365967D-05	.422956084367D-02	.100582838058D-04	.515367461967D+04
.295200000000D+06	-.104308128357D-06	-.214771224118D+00	-.838190317154D-07
.901518472366D+00	.153812500000D+03	.238614946996D+00	-.828141638280D-08
-.504306677087D-09	.000000000000D+00	.133000000000D+04	.000000000000D+00
.000000000000D+00	.000000000000D+00	-.121071934700D-07	.238000000000D+03
.291966000000D+06	.000000000000D+00	.000000000000D+00	.000000000000D+00

Figure (3-5) : RINEX de navigation

Le stockage de notre matrice est en 22 lignes qui représente le nombre des données éphémérides stockées, 27 colonnes représente le nombre des satellites et on T dimensions, où T est le nombre d'instant d'observations disponibles, ceci est illustré par la figure (3-6) suivante:

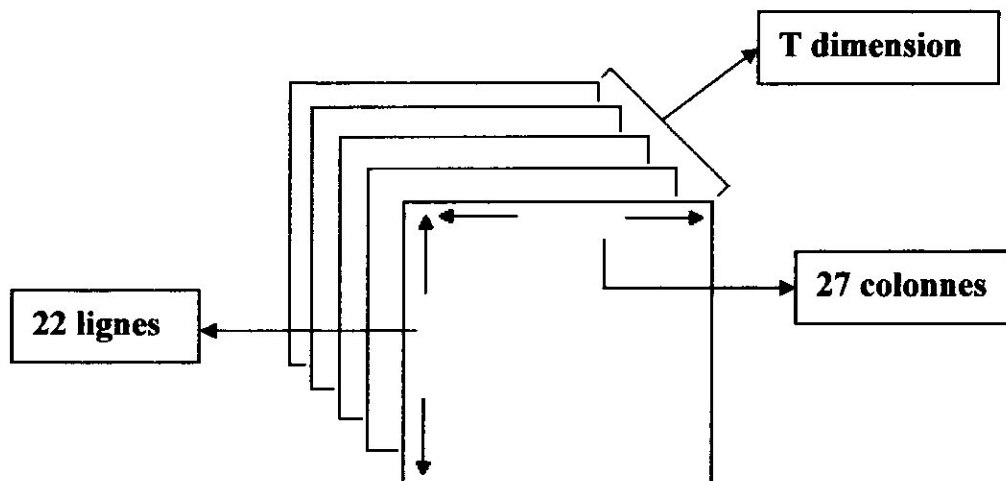


Figure (3-6) : Schéma en 3D de la matrice de stockage

**i) L'algorithme:**

Dans l'organigramme illustré par la figure (3-7) on présente la méthode de stockage de la matrice (**mateph**) que nous avons utilisé :

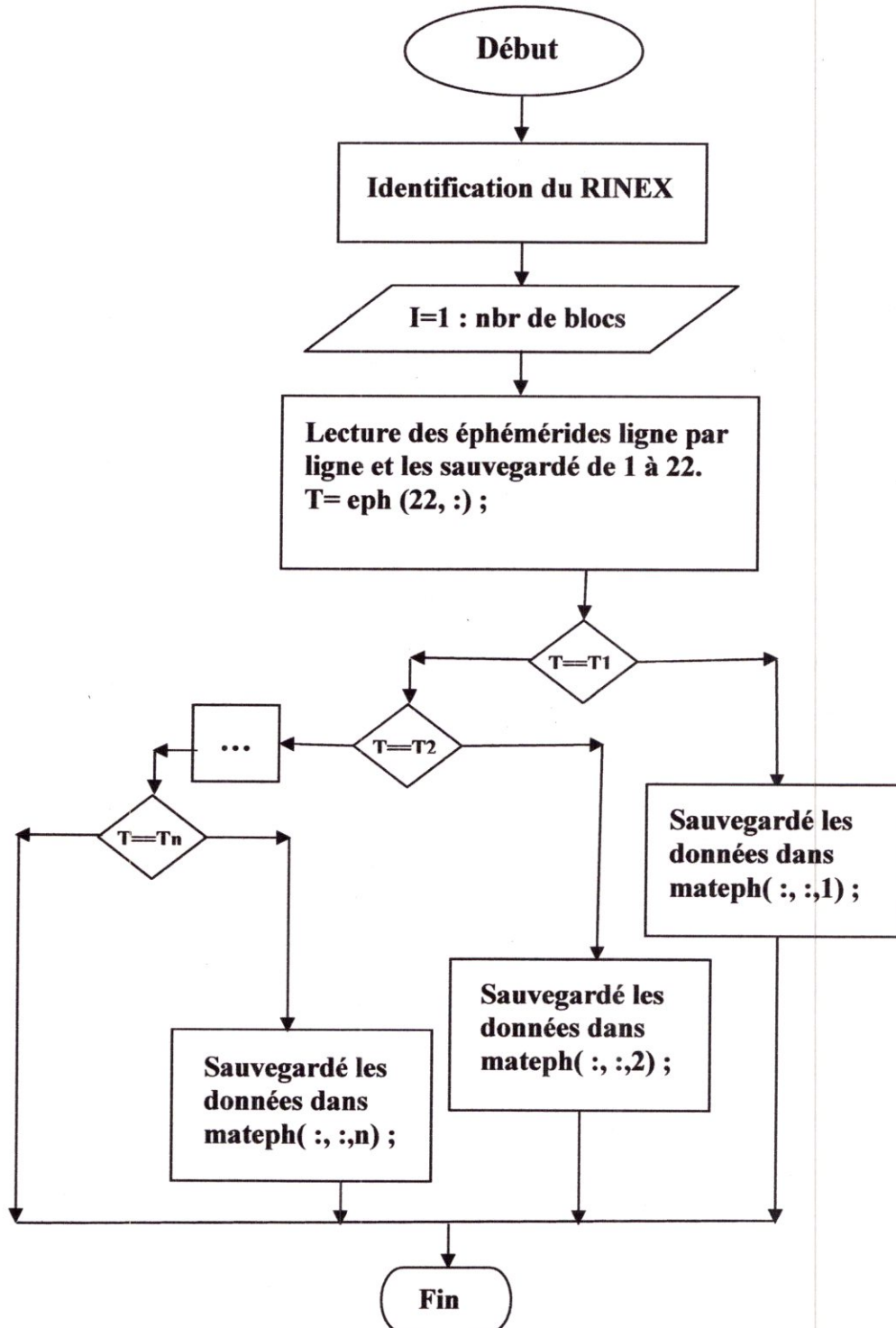


Figure (3-7): L'algorithme d'exploitation d'un fichier RINEX de navigation

**III-3-2) Exploitation d'un fichier Rinex d'observation:**

On note que les informations fournies par un fichier RINEX d'observation sont :

- le temps d'observation.
- Le nombre des satellites visibles et le PRN de chaque satellite.
- La pseudo-distance de chaque satellite visible,

Pour un fichier d'observation, l'exploitation des données se fait bloc par bloc, et ligne par ligne tous comme un fichier d'observation.

Chaque bloc d'un fichier d'observation, représente un temps d'observation, qui s'affiche chaque seconde.

Un fichier RINEX d'observation est constitué de plusieurs blocs, dont le nombre de ligne est égal au nombre des satellites visibles plus un,

Dans chaque bloc on trouve au milieu de la première ligne et on ordre le nombre des satellites visibles ainsi que leurs PRN. Dans les lignes suivantes, le pseudo range correspondant à chaque satellite visible s'affiche au milieu.

05	7	6	9	25	57.0000000	0	8G24G23G20G13G04G07G11G27		
-9244983.886	7					0.000	0	20446224.696	-343.711
-9442739.148	8					0.000	0	20164293.353	-224.596
-7296434.519	8					0.000	0	21258996.307	-1796.245
-12036312.680	8					0.000	0	20829218.794	1991.693
-12173102.802	8							163.141	2154.039
-7280223.067	7							061.973	-1919.084
-5081423.706	7					0.000	0	24121456.966	-3540.139
-9756479.212	6					0.000	0	24918566.072	3279.525
05	7	6	9	25	58.0000000	0	8G24G23G20G13G04G07G11G27		
-9244639.600	7					0.000	0	20446290.208	-345.063
-9442513.961	8					0.000	0	20164336.209	-225.985
-7294637.843	8					0.000	0	21259338.190	-1797.314
-12038303.812	8					0.000	0	20828839.908	1990.360
-12175256.329	8								810
-7278303.441	7								813
-5077883.175	7					0.000	0	24122130.733	-3541.087
-9759758.418	6					0.000	0	24917942.013	3278.717
05	7	6	9	25	59.0000000	0	8G24G23G20G13G04G07G11G27		
-9244309.363	7					0.000	0	20446353.054	-345.260
-9442302.766	8					0.000	0	20164376.389	-226.235
-7292855.471	8					0.000	0	21259677.364	-1797.257
-12040308.99	8					0.000	0	20828458.344	1990.167
-12177424.01	7					0.000	0	21517340.865	2152.734
-7276397.999	7					0.000	0	22819789.879	-1920.427
-5074357.105	7					0.000	0	24122801.736	-3540.896
-9763052.256	6					0.000	0	24917315.194	3279.119

Figure (3-8) : Fichier d'observation

Après, la lecture on sauvegarde les données dans une matrice, le nombre des lignes égal à 28, comme on à 27 satellites on place le pseudo range de chaque satellite visible dans la ligne qui lui correspond et pour la 28<sup>ème</sup> ligne on stock le temps d'observation.

Le nombre des colonnes, dans la matrice égal à la durée en seconde de notre fichier RINEX d'observation.

i) **L'algorithme:** Dans le synoptique illustré par la figure (3-9) on présente la méthode de stockage de la matrice (**matprg**) que nous avons utilisé :

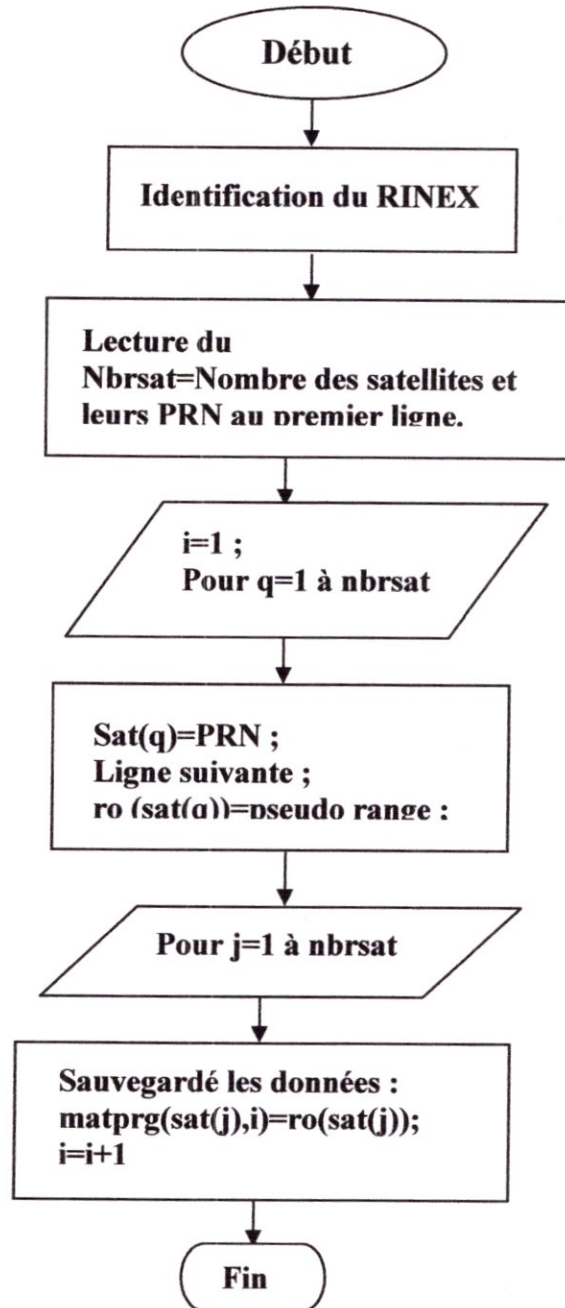


Figure (3-9) : Algorithme d'exploitation d'un fichier d'observation

# Chapitre IV

## Simulation et Résultats

## IV-1 Simulation des Résultats « GPSUSER »

### IV-1-1) Introduction:

→ Notre logiciel 'GPSUSER' est un outil avancé destiné à l'analyse de la visibilité de satellites et le calcul de positionnement d'un récepteur GPS, basés sur les données Rinex précisément les deux fichiers d'observation et navigation, ce dernier contient les données d'éphémérides.

GPSUSER est un logiciel performant acceptant plusieurs formes d'analyse de visibilité pour des satellites GPS, plus un positionnement du récepteur par filtrage de Kalman. On peut l'utiliser:

- Pour l'affichage graphique de la carte du ciel

- Pour l'affichage graphique d'un indicateur donnant la position du récepteur

- Ainsi que d'autres paramètres.

- Pour l'affichage des indicateurs de précision DOP's.

- Pour l'affichage graphique de la visibilité.

- Pour évaluer la disponibilité des satellites GPS.

- Pour évaluer l'exactitude de positionnement.

Ce chapitre est consacré à fournir une description générale de notre logiciel, en donnant une explication pour chaque interface réalisée.

### IV-1-2) But du logiciel:

'GPSUSER' est un logiciel en exploitant les données Rinex permet d'analyser la visibilité des satellites GPS.

Il y a quelques années à peine, lorsque la constellation des satellites était bien moins favorable qu'actuellement (du fait d'un nombre limité de satellites visibles en orbite), un tel outil de planification était indispensable pour assurer le succès d'une campagne de terrain. Le temps de disponibilité des signaux des satellites se restreignait à quelques heures par jour. Une planification soignée était par conséquent nécessaire pour utiliser efficacement ces tranches horaires.

Les secteurs spatiaux de GPS sont actuellement complets mais 'GPSUSER' reste d'une grande importance pour la surveillance d'une campagne de lever car il permet d'apporter des réponses à des questions telles que :

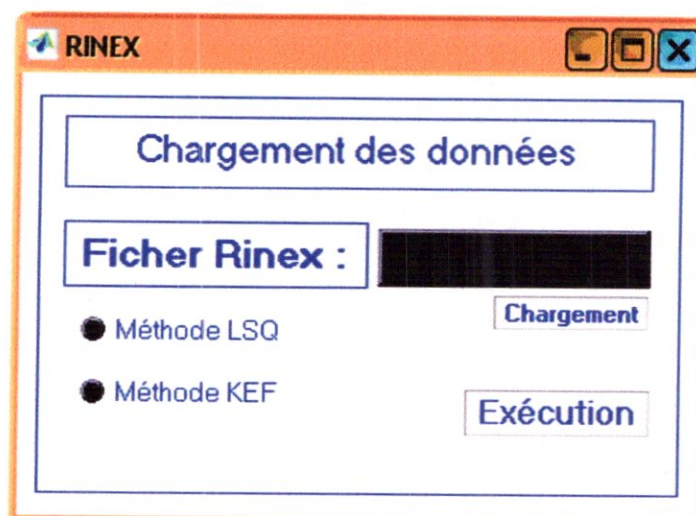
- Quand les PDOPs pour une station sont-ils meilleurs que  $x$  et quand plus de  $y$  satellites sont-ils visibles ?
- Je souhaite effectuer un lever durant une plage horaire donnée. Combien de satellites seront alors visibles ?
- Voilà peu, j'ai manuellement créé un rapport de visibilité pour chaque jour de l'année. Puis-je automatiser cette opération ?
- Par étude similaire appliquée sur d'autres systèmes de positionnement par satellites, on peut choisir le meilleur pour notre région.

'GPSUSER' apporte des réponses à des combinaisons complexes de questions de cet ordre tout en vous faisant bénéficier de sa simple manière d'utilisation. Un seul clic de souris est suffisant pour accéder à de nombreuses fonctions.

#### **IV-1-3) Description:**

'GPSUSER' est clairement structuré en menus. C'est pourquoi un examen simple des boutons qui le caractérisent va nous permettre de comprendre très rapidement les caractéristiques principales de ce logiciel.

Quant on lance le logiciel, l'interface principale illustrée dans la figure (4-1) s'affiche, en premier lieu on remarque une zone d'édition qui a pour but de saisir sans extension le nom de fichier de l'enregistrement Rinex à exploiter, une fois vous appuyez sur le bouton de chargement, les fichiers d'observation et de navigation seront immédiatement décodés et stockés sous forme d'une matrice trois dimensions afin d'être exploités par les autres interfaces ;



**Figure (4-1):** L'interface principale

Une case proposant le calcul de positionnement par la méthode des moindres carrés ou filtrage de Kalman s'affiche après le stockage des données. Une fois un choix est réalisé appuyez sur le bouton d'exécution, le calcul de positionnement des satellites ainsi que du récepteur se lance ; a ce niveau on peut afficher la carte du ciel ou le diagramme Azimut/ Elevation, représenté par la figure (4-2) suivante :



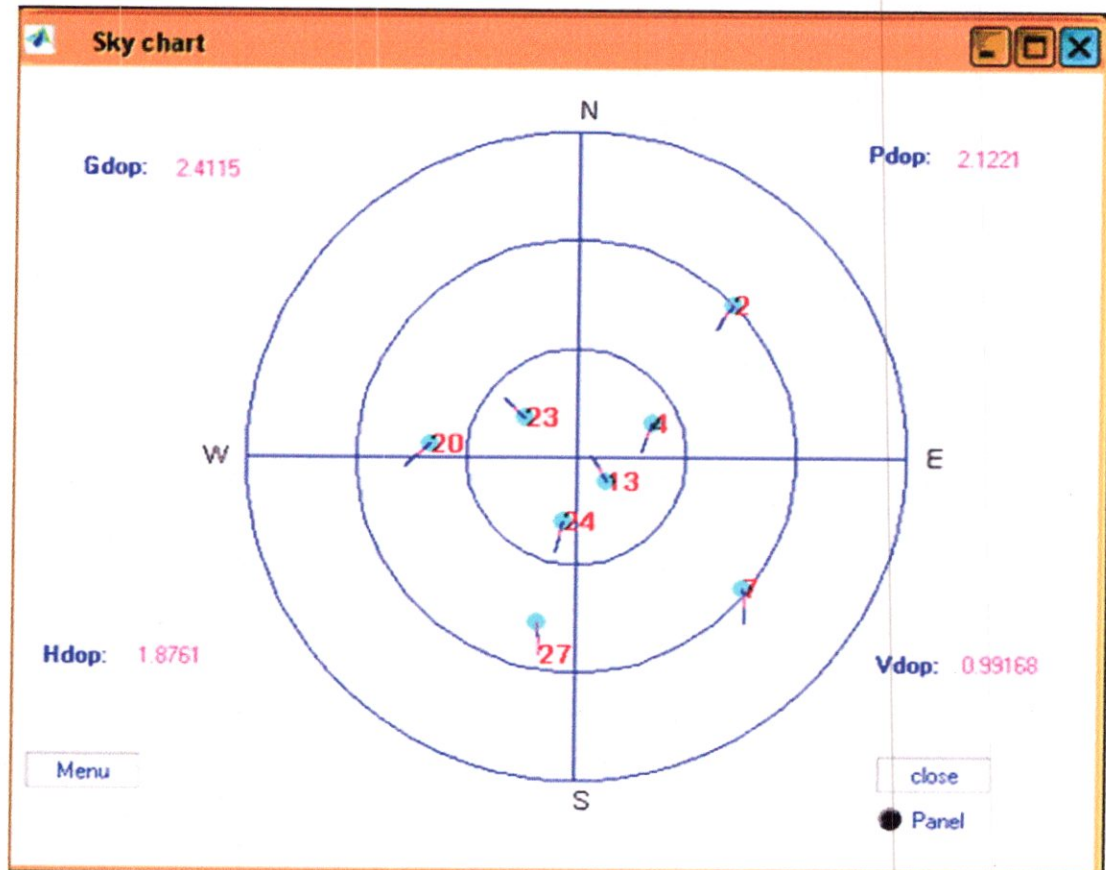


Figure (4-2): La carte du ciel

Zoomer en utilisant le bouton gauche de la souris permet de visualiser plus clairement les trajectoires des satellites.

Dans cette figure on a visualisé le diagramme Azimut/Elévation (**sky chart**), il sert à illustrer la visibilité des satellites. Pour interpréter une telle carte, l'utilisateur doit imaginer qu'il se trouve au centre de celle-ci. Chaque cercle concentrique possède un rayon qui illustre l'élévation et chaque angle un azimut.

Les numéros figurant sur le cercle extérieur fournissent les azimuts, zéro indiquant le Nord,  $90^\circ$  l'Est,  $180^\circ$  le Sud et  $270^\circ$  l'Ouest. Le zénith (angle d'élévation de  $90^\circ$ ) est au centre et le cercle extérieur indique une élévation de  $0^\circ$  (soit l'horizon).

Les trajectoires de tous les satellites disponibles sur une plage horaire donnée sont tracées en fonction du temps sur cette carte. La position de chacun des satellites vous est présentée heure par heure avec le code correspondant.

On remarque aussi sur cette figure une indication fonction du temps des valeurs DOP's, de plus les deux boutons figurant en bas de la figure permettent d'accéder aux deux fonctionnalités suivantes :

a) Un panneau indicateur:

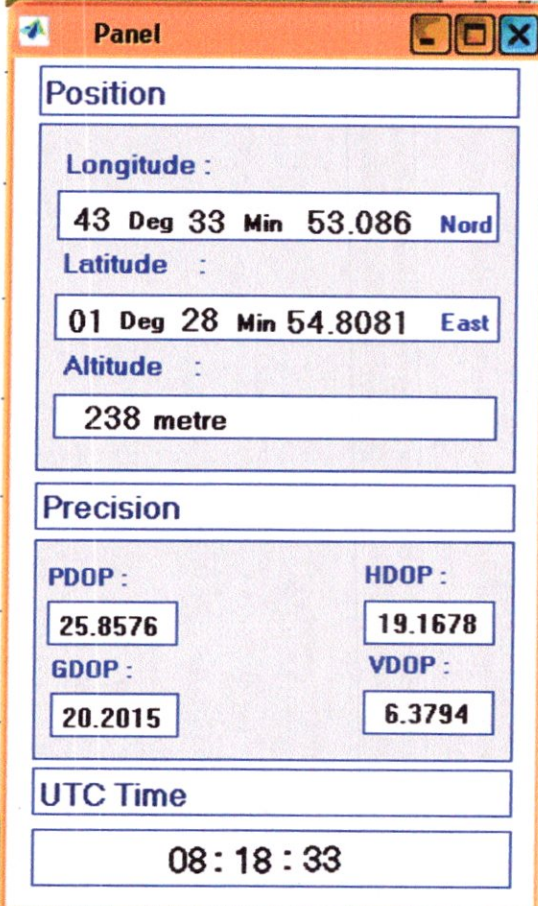
Ce panneau est illustré par la figure (4-3), il permet d'afficher la position du récepteur en fonction du temps en la donnant sous la forme :

Longitude :

Latitude :

Altitude : mètres

Aussi, il donne une autre fois les valeurs DOP's : HDOP, PDOP, VDOP et GDOP ainsi que le temps correspondant.



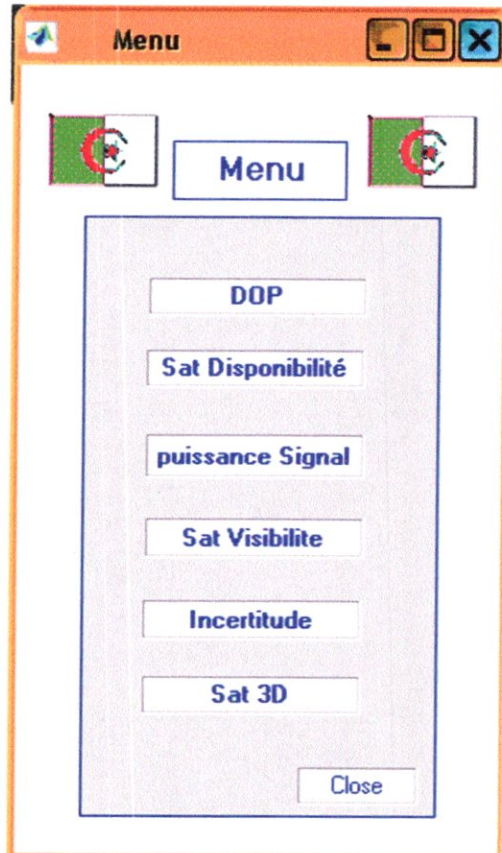
The image shows a software window titled "Panel" with a standard Windows-style title bar (minimize, maximize, close buttons). The window is divided into three main sections:

- Position:** A section containing three data fields:
  - Longitude: 43 Deg 33 Min 53.086 Nord
  - Latitude: 01 Deg 28 Min 54.8081 East
  - Altitude: 238 metre
- Precision:** A section containing four data fields arranged in a 2x2 grid:
  - PDOP: 25.8576
  - HDOP: 19.1678
  - GDOP: 20.2015
  - VDOP: 6.3794
- UTC Time:** A section containing a single data field: 08:18:33

Figure (4-3): Panneau d'indication

**b) Un Menu:**

Le menu permet à son tour de visualiser la suite des interfaces, il est donné par la figure (4-4) suivante :



**Figure (4-4) : Menu Principal**

Le premier bouton est :

**b-1) DOP:**

Comme nous avons présenté dans le chapitre II, le DOP est un indicateur de qualité de la position GPS, il tient compte de la localisation de chacun des satellites au sein de la constellation et de leur géométrie par rapport au récepteur GPS. Une valeur de DOP faible indique une probabilité de précision plus élevée.

Pour cela on propose l'utilisation de la commande DOP afin d'accéder à l'un des graphiques présentant les valeurs de DOP. Différents types de DOP sont

disponibles : GDOP, PDOP, TDOP et VDOP. Les reports peuvent présenter les différents types de DOP de manière séparée ou combinée. Le résultat de notre simulation est présenté par la figure (4 -5) suivante :

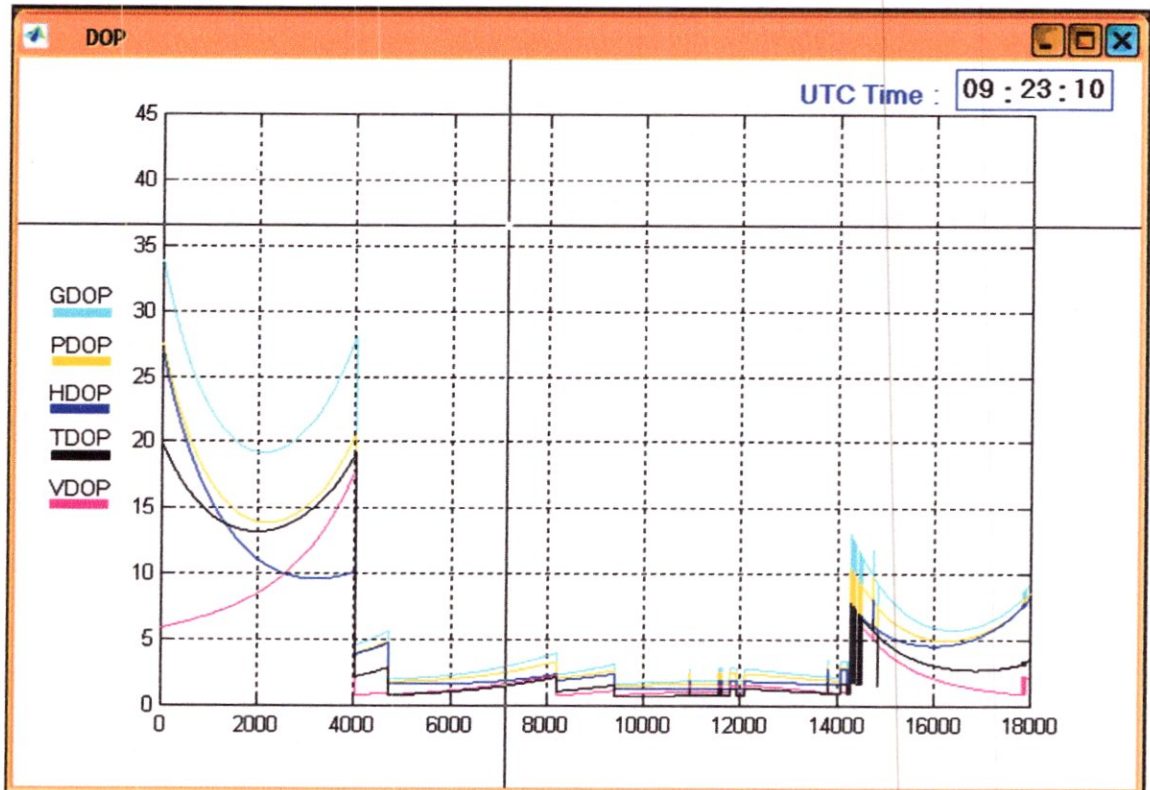


Figure (4 -5) : Visualisation DOP's

Sur cette figure on constate que l'axe du temps est exprimé en nombre de secondes à partir de la première observation, en utilisant une sélection par la souris sur n'importe quel instant on peut afficher le temps correspondant sous le format :

hh : min ::sec

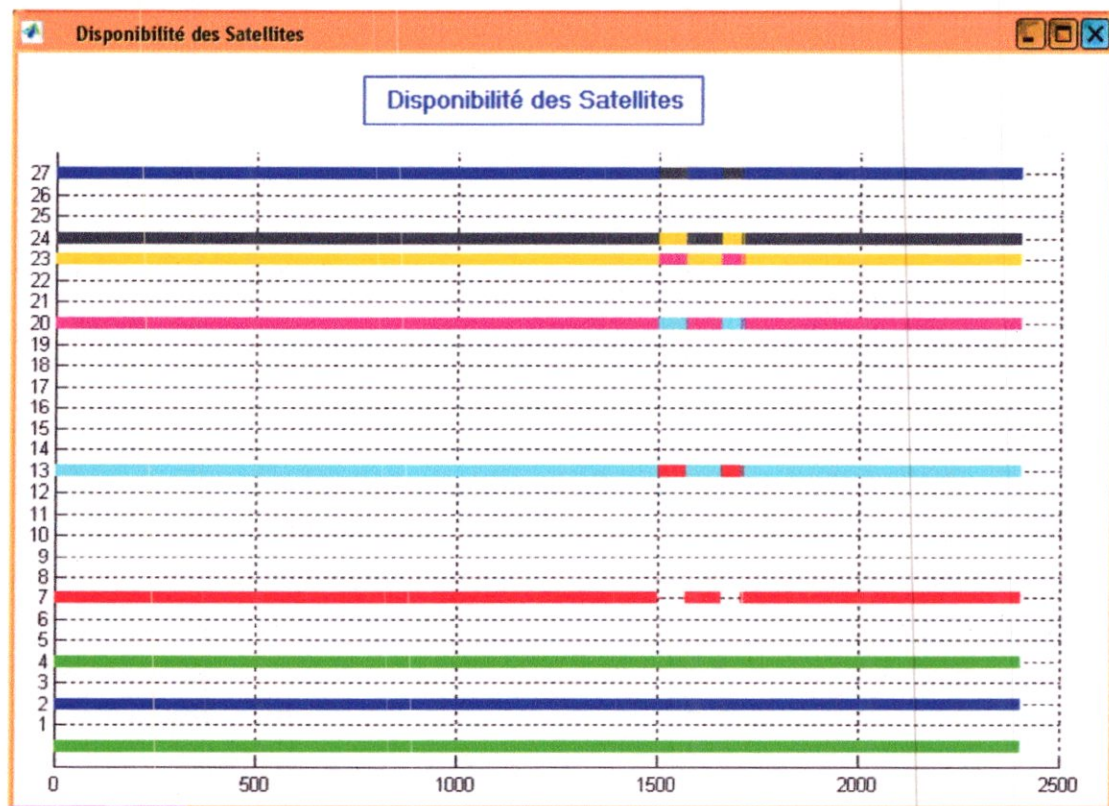
Le deuxième bouton est :

**b-2) Satellite visibilité:**

On utilise la commande des satellites visibles pour afficher le graphique présentant la visibilité des satellites en fonction du temps.

Une barre en couleur présente la ou les plages horaires dans lesquelles l'élévation du satellite concerné est supérieure à l'angle de coupure qui est dans notre cas  $5^\circ$ .

La figure (4-6) illustre la visibilité des satellites pour un fichier Rinex correspondant, on not que la barre située au-dessous correspond à la disponibilité du système GPS selon un critère prédéterminé, ce dernier consiste à évaluer la disponibilité selon la présence simultanée d'un nombre de satellites supérieur ou égal à 'n'.



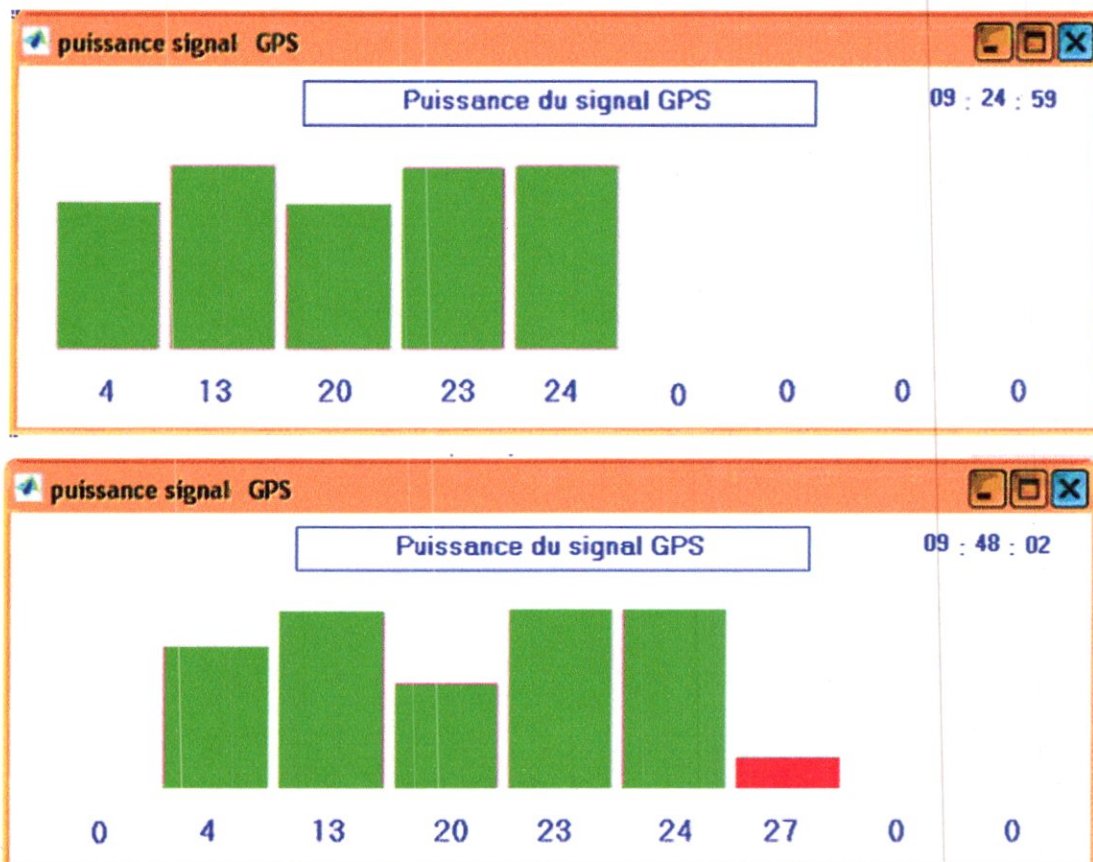
**Figure (4 -6) : Visualisation de la disponibilité**

Puis on a le bouton :

### b-3) Puissance signal:

Sachant que la puissance du signal reçu est fonction de la distance par conséquent de l'angle d'élévation, on a simulé un indicateur codé selon une échelle de cinq graduations, indiquant le niveau de réception. Une fois on reçoit un signal faible (distance lointaine...) on affecte à la première graduation une couleur rouge, si non la couleur sera verte. On trouve cette idée de visualisation du niveau de signal dans la majorité des logiciels GPS qui accompagne le récepteur, mais généralement représenté par des chiffres et non pas par des barres de couleurs.

La figure (4-7) nous présente deux exemples pratiques à deux instants différents, dans la partie en haut on constate que par exemple à **09:24:59** on ne reçoit aucun signal à partir des autres satellites hors que **4, 13, 20, 23, 24**. Mais à l'instant **09:48:02**, illustré par l'autre partie, on reçoit un signal correspondant au satellite **27**, à cause de sa distance à l'apparition on a considéré que le niveau de son signal est faible.

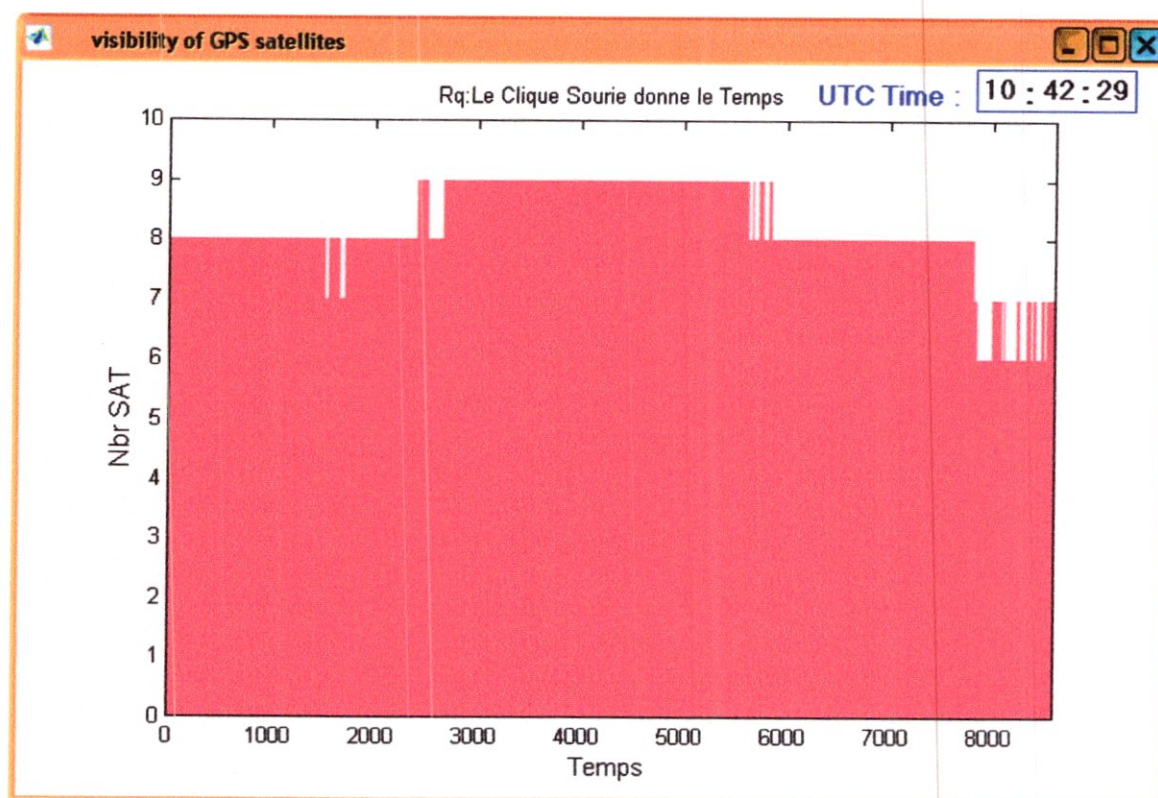


**Figure (4-7):** Barre de la puissance du signal à deux instants différents

**b-4) Nombre de Satellites Visibles:**

Le nombre total de satellites simultanément visibles est présenté sous la forme du graphique de la Visibilité. Un minimum de 4 satellites est requis pour déterminer une position tridimensionnelle dans l'espace par GPS, mais on note que d'autres options liées au GPS nécessitent un nombre de satellites visibles plus élevé. Pour cela on a introduit ce bouton qui nous permet de visualiser le nombre total des satellites visibles en fonction du temps. Le but est de déterminer les plages horaires où une insuffisance de nombre de satellites est constatée.

La figure (4-8) suivantes, nous montre pour un fichier donné que le nombre des satellites vari entre **sept** et **huit** satellites.



**Figure (4-8):** Nombre de Satellites Visibles

Aussi dans cette figure, en utilisant une sélection par la souris sur n'importe quel instant on peut afficher le temps correspondant sous le format : hh : min : sec

#### b-5) Exactitude:

On note que la position du récepteur GPS est entachée de plusieurs erreurs comme noté dans le premier chapitre, de plus il y a les erreurs de convergence de la méthode de résolution des équations d'observation utilisée, dans l'absence d'une position exacte du récepteur, on a simulé en fonction du temps nos résultats obtenus en prenant la première position considérée comme référence. Puis les autres positions sont projetées sur le plan tangent à la référence.

La figure (4-9) suivante donne la variation de la position en fonction du temps par rapport à la référence, plusieurs cercles concentriques de centre la position supposée correcte et gradués en 'centimètre' sont visualiser, de plus le symbole '+' évolue en fonction du temps en indiquant cette exactitude.

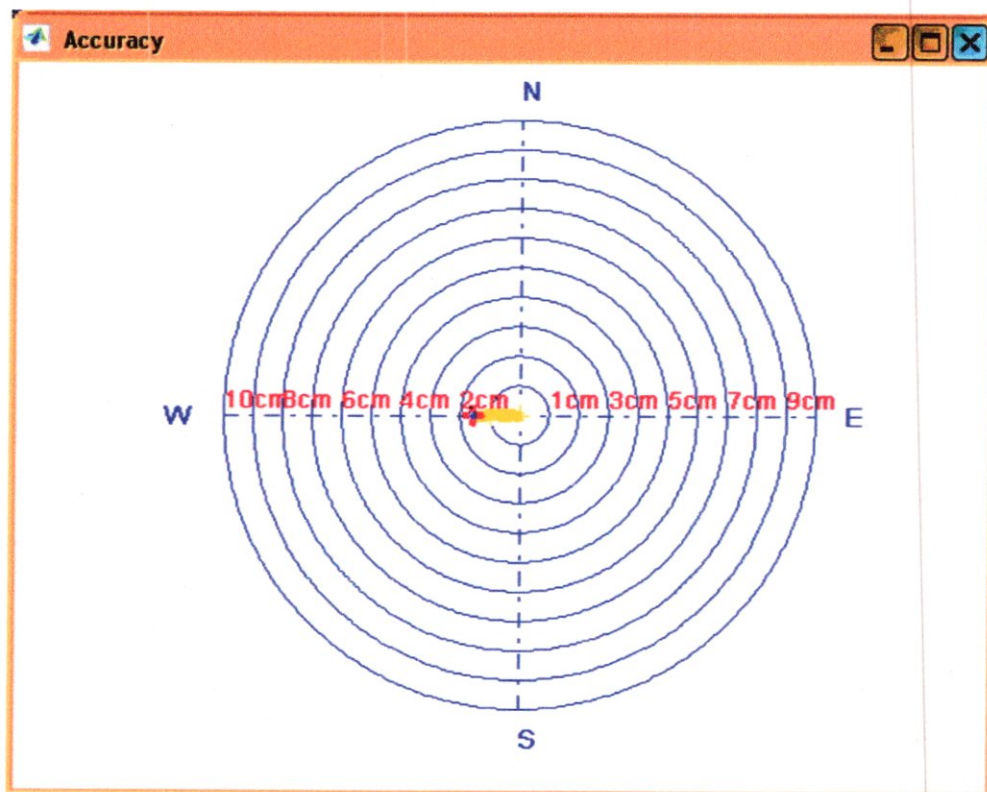


Figure (4-9) : Exactitude



Le dernier bouton est :

**b-6) Satellite 3D:**

Afin de clarifier le mouvement des satellites GPS dans l'espace, ce bouton nous propose une visualisation en trois dimensions, là où la position des satellites est visualisée par rapport au plan tangent à notre récepteur.

La figure (4-10) nous montre cette visualisation, Le cercle bleu représente le plan tangent à la position du récepteur, ce dernier est matérialisé par des cercles concentriques colorés, tandis que les points en rouges correspondents aux satellites visibles, dont leurs trajectoires sont affichées en vert, en haut de l'écran s'affiche le temps en (heure, minute, seconde). Au-dessous de la figure une barre de défilement permet d'indiquer l'écoulement du temps.

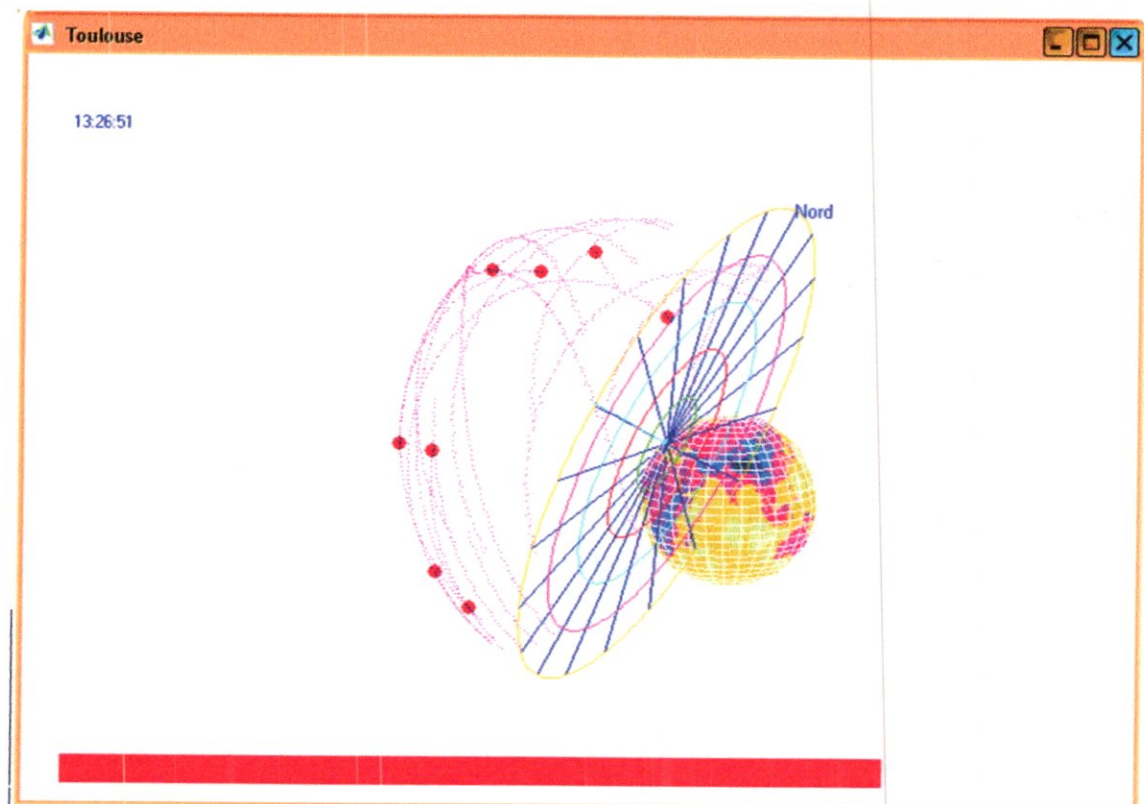


Figure (4-10) : Simulation 3D

## Conclusion générale

Ce projet nous a permis de comprendre le fonctionnement du GPS et plus particulièrement l'exploitation des données Rinexe d'observation et de navigation, de plus, les méthodes de résolution destinées pour résoudre l'équation d'observation, principalement la méthode des moindres carrés et le filtrage de Kalman.

Notre logiciel GPSUSER permet d'analyser la disponibilité du système GPS à partir des données Rinexe, ceci grâce à plusieurs interfaces implémentées dont l'utilisation est très simple.

Il resterait d'ajouter à notre programme des modules permettant d'exploiter les autres types de fichiers Rinexe tel que le fichier contenant les données météorologiques, ce dernier permet d'estimer les erreurs ionosphérique et troposphérique figurant dans l'équation d'observation.

Finalement, nous souhaitons que d'autres ingénieurs ajoutent des interfaces complémentaires à notre logiciel, aussi de décoder d'autres formats comme le NMEA.

## A- Le WGS84

### A-1) Représentation de la forme de la Terre:

La forme de l'enveloppe terrestre est une surface géométriquement imparfaite. Globalement sphérique, la terre est légèrement aplatie aux pôles du fait de sa rotation. On modélise donc la surface terrestre avec une forme appelée géoïde. Le géoïde est défini comme étant une surface équipotentielle de pesanteur; c'est une représentation gravitationnelle de la surface de la terre. De géométrie complexe, il ne peut être facilement représenté de façon simple, c'est pour cela que l'on utilise une forme mathématiquement définie (l'ellipsoïde) pour approcher le géoïde.

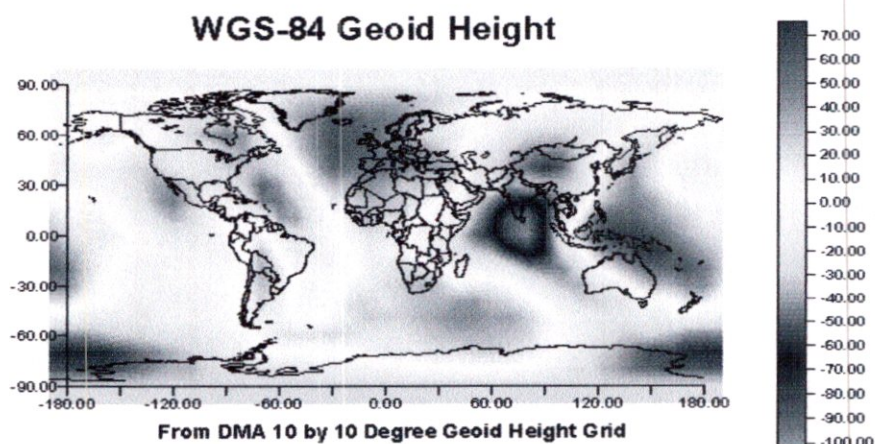
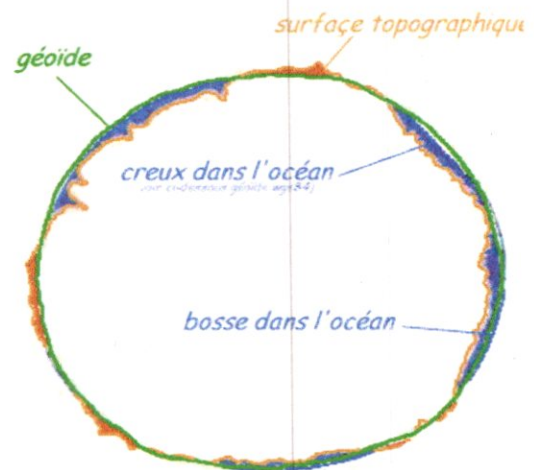
### A-2) Ellipsoïdes de référence:

La terre peut être vue comme une sphère régulière aplatie aux deux pôles; elle a en fait une "surface topographique" avec des vallées sous-marines et des montagnes (-11.000 m à +8000m), et cette surface n'est pas définissable mathématiquement.

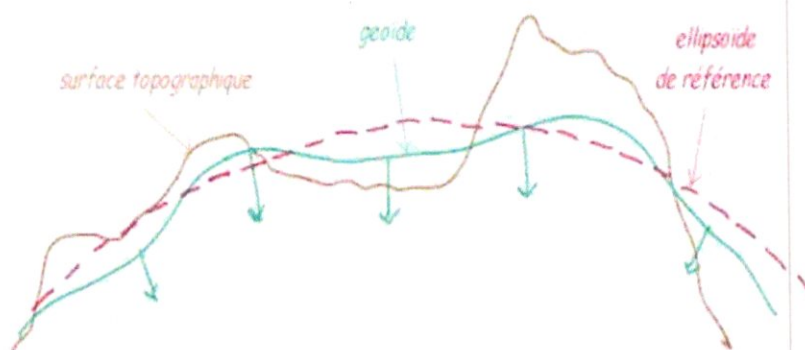
On définit alors un géoïde de référence:

surface équipotentielle du champ de gravité terrestre, qui coïncide avec le niveau moyen

des mers. Le géoïde terrestre est une surface de type océanique en tout point perpendiculaire à la direction de la force gravitationnelle



On peut alors représenter notre planète par un "ellipsoïde de révolution"; ellipsoïde de référence: un système géodésique repose en premier sur la définition d'une surface moyenne représentant une surface terrestre moyenne idéale, le sphéroïde ou ellipsoïde de référence pour le pays, le continent ou même la terre entière. Il est obtenu par calcul à partir du géoïde de référence et s'en approche au plus près pour la zone considérée.



Pour le système géodésique mondial WGS84, il s'agit du sphéroïde ou ellipsoïde de référence international IAG-GRS80; il s'agit d'un globe terrestre idéal s'approchant au plus près du géoïde sur toute la surface de la terre (il s'approche partout à moins de 100 mètres près de la surface moyenne des océans s'ils recouvraient la planète entière). Il est centré sur le centre de gravité des masses de la terre. Sa création a été rendue possible grâce aux satellites artificiels.

### **A-3) Le WGS84 (World Geodetic System 1984):**

Ce système a été mis au point par le département de la défense des États-Unis à partir d'observations Doppler sur des satellites. Sa définition est aussi basée sur des constantes fondamentales, un développement du champ en harmoniques sphériques, etc.... ; C'est ce système qui est utilisé pour exprimer les éphémérides radiodiffusées du GPS. Le WGS84 est une norme qui définit la forme de la Terre et le référentiel terrestre. Cette norme est compatible avec la norme de l'IERS à moins de 0.1m. La Terre est modélisée par un ellipsoïde de révolution autour de  $Z_t$  :

- de centre O, centre de masse de la Terre
- de demi grand axe  $a = 6378137.0$  m
- d'aplatissement  $f = (a - b)/a = 1/298.257223563$

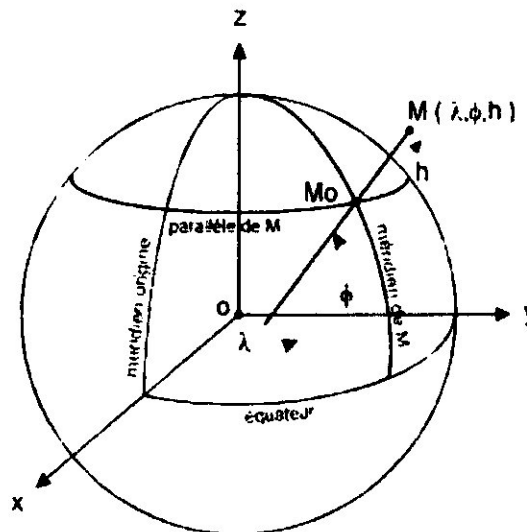
La définition des points de la Terre en terme de longitude, latitude et altitude se réfère donc à cet ellipsoïde : ce sont les coordonnées géodésiques. Les coordonnées cartésiennes (X ,Y ,Z) sont liées aux coordonnées géodésiques ( $l_E, y_E, h_E$ ) par les relations :

$$\begin{aligned} X &= (N + h_E) \cos \psi_E \cos \lambda_E \\ Y &= (N + h_E) \cos \psi_E \sin \lambda_E \\ Z &= [N(1 - e^2) + h_E] \sin \psi_E \end{aligned}$$

Avec :

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \quad N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \psi_E}}$$

Noter que la transformation inverse n'est pas triviale et nécessite une méthode itérative pour déterminer  $l_E$  et  $h_E$



Tous les récepteurs GPS fournissent des coordonnées cartésiennes (X,Y,Z) ou géographiques ( $\lambda, \phi, h$ ) WGS84, et des coordonnées planes UTM.

**A-4) Données géodésiques caractéristiques (WGS84):**

Vitesse de la lumière :	$c = 2.9979258.10^8 \text{ [m/s]}$
Rayon équatorial de la Terre :	$a = 6.378137.10^6 \text{ [m]}$
Aplatissement de la terre :	$f = 1/298.257223563$
Excentricité numérique :	$\varepsilon = 0.006694379990197$
Vitesse angulaire de rotation de la terre :	$\omega = 7.292115147 \times 10^{-5} \text{ [rad/s]}$

## B- Filtre de Kalman Etendu

Les applications du filtre de Kalman sont nombreuses dans les métiers de l'ingénieur. Le filtre de Kalman permettant de donner un estimé de l'état de Système à partir d'une information a priori sur l'évolution de cet état (modèle) et de mesures réelles, il sera utilisé pour estimer des conditions initiales inconnues (Balistique), prédire des trajectoires de mobiles (trajectographie), localiser un Engin (navigation, radar,...) et également pour implanter des lois de commande Fondées sur un estimateur de l'état et un retour d'état (Commande Linéaire Quadratique Gaussienne).

### **B-1) Rappel sur Le Filtre de Kalman Etendu:**

Le filtre de Kalman étendu « **EKF** » a été développé par Stanley F. Schmidt. Il représente probablement l'approche la plus commune et la plus populaire pour traiter un système non linéaire. Son fonctionnement consiste simplement à linéariser tous les modèles non-linéaires de sorte que le filtre linéaire traditionnel de Kalman puisse être appliqué. L'EKF est devenu une approche standard pour un certain nombre d'applications d'estimation non linéaire.

EKF est similaire à un filtre linéarisé de Kalman sauf que la linéarisation a lieu autour de la trajectoire estimée du filtre plutôt que de la trajectoire nominale pré calculée Figure (B-04). Ceci signifie que les dérivés partielles sont évaluées le long de la trajectoire qui a été mise à jour avec les estimations du filtre; ce qui dépend des mesures. Ainsi, le gain du filtre dépendra de Système embarqué temps réel de localisation et de modélisation 3D par fusion multi capteur la séquence d'échantillons de mesure et ne sera pas prédéterminé par les prévisions du modèle du processus:

Modèle non linéaire du processus :

$$x_k = f(x_{k-1}, u_{k-1}) + w_{k-1} \quad (\text{B-1})$$

Modèle de mesure:

$$Z_k = h(x_k) + v_k \quad (\text{B-2})$$

L'approximation de Taylor de  $f$  est faite autour de l'estimation de l'instant précédent

$\hat{x}_{k-1}$  :

$$\phi(\hat{x}, k) \approx \left. \frac{\partial f(x, k)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_{k-1}} \quad (\text{B-3})$$

L'approximation de Taylor de  $h$  est faite à la position (ou à l'état) prédite correspondante :

$$H(\hat{x}, k) \approx \left. \frac{\partial h(x, k)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_k} \quad (\text{B-4})$$

Comme dans le cas du filtre linéarisé de Kalman, le développement limité donne cette fois-ci :

$$x_k \approx x_k^- + \phi_{k-1}(x_{k-1} - \hat{x}_{k-1}) + w_{k-1} \quad (\text{B-5})$$

$$Z_k \approx \hat{Z}_k + H_k(x_k - x_k^-) + v_k \quad (\text{B-6})$$

Les équations (B-5) et (B-6) constituent un modèle linéarisé pour le cas discret. En Général, l'EKF est difficile en raison du bouclage (le feedback) de la mesure au modèle du processus, mais il arrive à mettre à jour la trajectoire utilisée pour la linéarisation pendant que le temps évolue.

L'avantage du EKF est qu'il est plus exploitable pour les missions prolongées. Mais il peut encore parfois aboutir à une trajectoire pire que la trajectoire nominale particulièrement dans les cas où l'incertitude initiale et les erreurs de mesure sont grandes.

Néanmoins, le filtre linéarisé et le filtre étendu de Kalman sont utilisés dans des applications différentes, chacun ayant ses propres avantages et inconvénients.

Le filtre étendu peut être visualisé dans une configuration de « feedback » comme montré ci-dessous, Figure (B-01). Dans un système de navigation inertielle assisté par le GPS, les erreurs du système inertiel sont retournées et les corrections sont faites intérieurement dans le système inertiel, ainsi nous n'avons pas les données inertielles brutes à la sortie du système inertiel.

La distinction précise entre les deux filtres (linéarisé et étendu) est basée sur la fonction de mesure  $h(x^-)$ , et plus précisément sur la façon dont elle est mise à jour : à partir de la trajectoire corrigée (filtre étendu) ou de la trajectoire nominale (filtre linéarisé).



Lorsque  $h(x^-)$  est calculée avant que les corrections ne soient faites aux sorties inertielles, le filtre est alors un filtre de Kalman linéarisé ordinaire. Si  $h(x^-)$  est calculée après que les corrections aient été faites, le filtre est un filtre de Kalman étendu. En général, l'EKF est préféré particulièrement quand la durée de la mission est longue, parce que dans ce cas la trajectoire de référence peut diverger de la vraie trajectoire au-delà des limites acceptables. Figure (B-02) montre les différentes étapes de l'algorithme d'estimation des paramètres du système non linéaire.

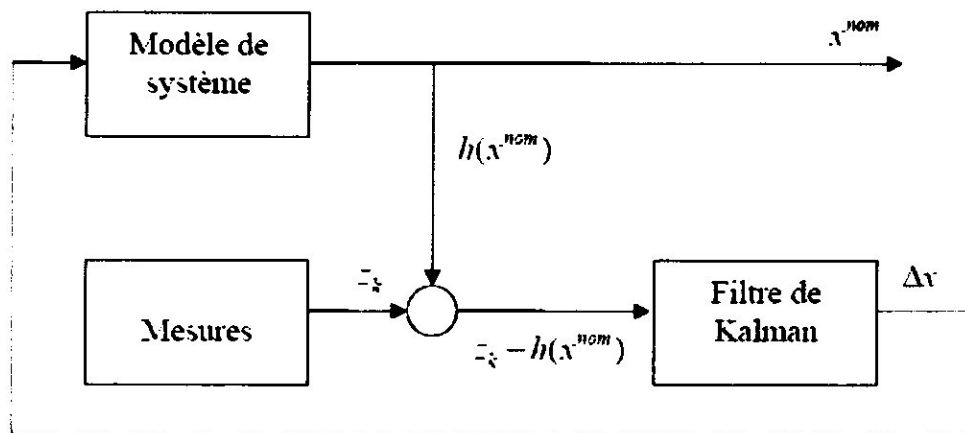


Figure (B-01) : Filtre de Kalman Etendu

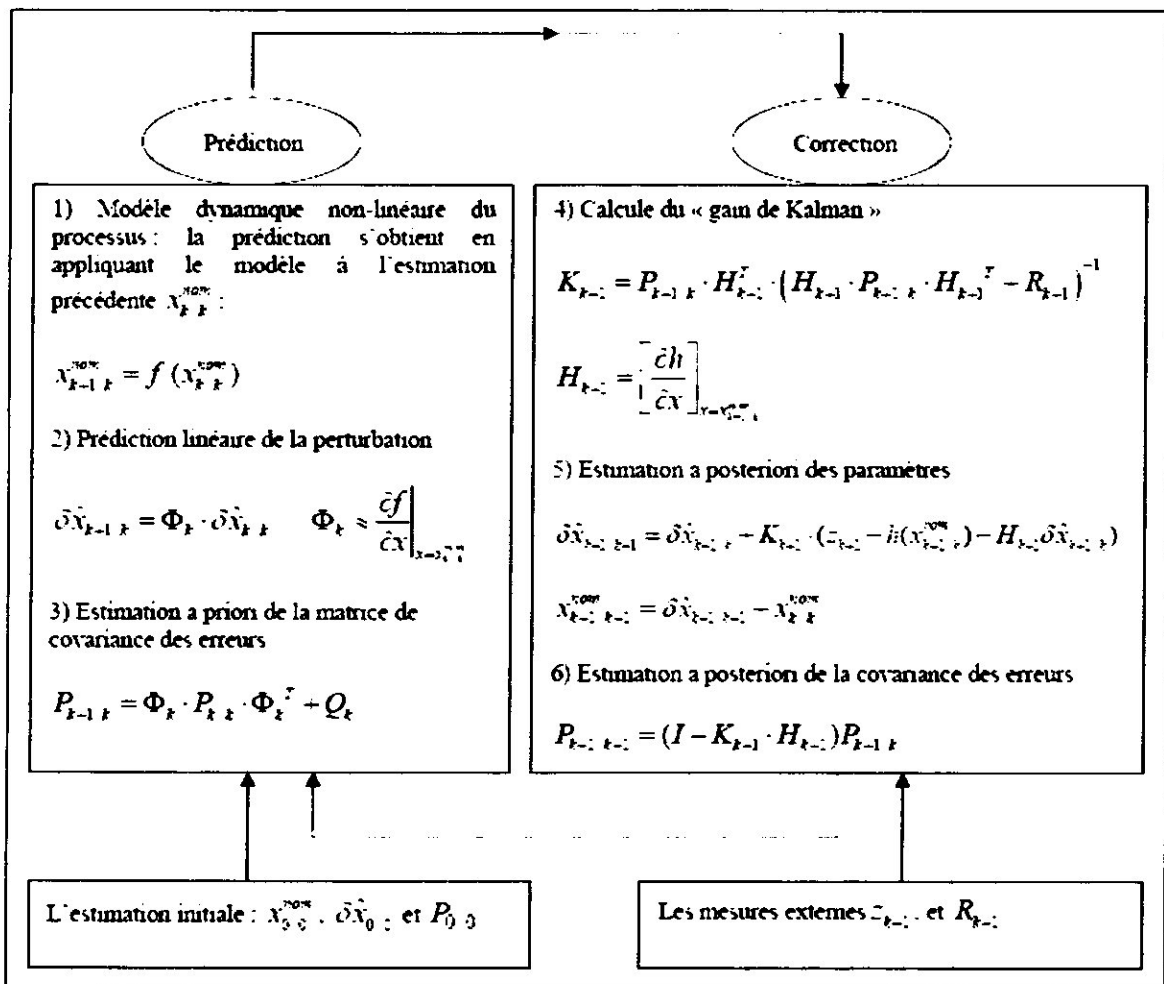


Figure (B-02) : Extension du filtre de Kalman aux systèmes non linéaire

## Bibliographie

### **Documentations :**

- Understanding GPS principles and applications.

Auteur: ELLIOTT D KAPLAN

- Fundamentals of global positioning system receivers a software approach

Auteur: JAMES BAO-YEN TSUI

- Principe de GPS

Auteur: David ALAN, Septembre 1996

- Fondements mathématiques du positionnement par GPS

Auteur : Pierre-André Chevalier

### **Web graphie :**

- [www.schaik.com/gps/gintic/gps.htm](http://www.schaik.com/gps/gintic/gps.htm)