

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE SAAD DAHLEB DE BLIDA
Faculté des Sciences de l'Ingénieur
Département D'Aéronautique



Mémoire de fin d'études en vue de l'obtention
du diplôme d'Ingénieur d'Etat en Aéronautique

Option : Installations

THEME

**Etude et Simulation de la chaîne de
réception d'un radar à compression
d'impulsion**

Réalisé par :

Meur. BOUABDELLAH Yazid

Meur. LARBI Mohamed

proposé par:

Mme : OTMANE. F

ANNEE UNIVERSITAIRE 2006-2007

Dédicace

*Je souhaite dédier ce modeste travail, synonyme de
concrétisation de tous mes efforts fournis ces cinq
dernières années :*

A mes très chers parents ma raison de vivre, symbole de courage.

Et de sacrifice, Que dieu les gardes.

A mon cher grand père Lakhdare

A mes chères grandes mères Houria, El zohra et khaira

A mes frères El hachmi et Zakaria

A mes sœurs

A ma fiencie

A mon beau frère Nacer.

A mes oncles et tantes.

A mes cousins et cousines.

Aux petits Yassir, Mohamed amine, Rjadhe, Nada, Nore el hoda,

Abde el ghani, Abde el djalile, Abde el raoufe et hanadi

A mon binôme BOUABDELLAH YAZID

A tous mes Amis de la promotion E.S.AIR 2001.

A tous mes Amis de la promotion installation 2007.

A tous mes amis du bloc 02 sans exception.

A tous mes amis de Berrouaghia.

LARBI MOHAMED



Dédicace

*Je souhaite dédier ce modeste travail, synonyme de
concrétisation de tous mes efforts fournis ces cinq
dernières années :*

*A mes très chers parents ma raison de vivre, symbole de courage,
et de sacrifice, Que dieu les gardes.*

A mon cher petit frère Oussama.

A mes très chères soeurs.

A mon beau frère Djilali.

A mes oncles et mes tantes.

A mes cousins et mes cousines.

A mon binôme LARBI Mohamed.

A toutes les familles BOUABDELLAH, TALEB et ZAARA.

A tous mes Amis de la promotion E.S.AIR 2001.

A tous mes Amis de la promotion installation 2007.

A tous mes amis du bloc 02 sans exception.

A tous mes amis de KHEMIS EL KHACHNA.

BOUABDELLAH Yazid

REMERCIEMENTS

*Nous remercions tout d'abord dieu tout puissant tout clément qui
Nous a aidé à élaborer ce modeste travail
Et aboutir à ce niveau d'étude.*

*Nous exprimons notre profonde et respectueuse gratitude
Et reconnaissance à notre promotrice*

Mme. OIMANE Fadéla

*Nous exprimons nos remerciements les plus sincères à Djafal
Et à l'ensemble des enseignants et des étudiants
Du département d'Aéronautique de l'université de BLIDA.*

BOUABDELLAH Yazid

LARBI Mohamed

Installations 2007

Résumé

L'objet de ce travail est d'élaborer une étude des principes de mesure de la distance et de la vitesse pour un radar à compression d'impulsion par la technique de modulation linéaire de fréquence "LFM". Cette étude est renforcée par une simulation où l'on fait appelle aux techniques de traitement numérique du signal.

Les blocs fondamentaux de la chaîne de réception du radar à compression d'impulsions sont simulés à savoir le filtrage adapté qui améliore le rapport signal sur bruit, l'échantillonnage du signal radar, le traitement en distance et l'estimation du spectre doppler par la méthode de Burg.

Abstract

The object of this work is to study principles of range and velocity measurement for pulse compression radar using the technique of linear frequency modulation (LFM). This study is reinforced by a simulation where we calls upon the techniques of digital signal processing.

The fundamental blocks of the reception chain of pulse compression radar are simulated namely matched filtering who improves the signal noise ratio, the sampling of the radar signal, treatment in distance and the estimation of Doppler spectrum using Burg's method.

ملخص

إن الهدف من هذا العمل هو إعداد دراسة عن مبادئ قياس المسافة و السرعة لرادار بضغط النبضات باستعمال تقنية التعديل الخطي للذبذبات. هذه الدراسة مدعمة بمحاكاة أين تطلب الأمر استدعاء تقنيات المعالجة الرقمية للإشارة.

إن الأجزاء الأساسية لسلسلة الإستقبال لرادار بضغط النبضات محاكاة كالتصفية المكيفة التي تحسن نسبة الإشارة على التشويش، تقسيم الإشارة إلى مجموعة عينات، حساب المسافة وتقريب طيف دوبلر على طريقة دوبلر.

SOMMAIRE

LISTE DES FIGURES	
INTRODUCTION GENERALE.....	1
CHAPITRE I : GENERALITES	
INTRODUCTION	3
I. RECEPTEURS RADARS.....	3
I.1 RECEPTEUR CLASSIQUE.....	3
I.2 RECEPTEUR DOPPLER.....	5
I.3 RECEPTEUR A COMPRESSION D'IMPULSION.....	8
II. TECHNIQUES DE COMPRESSION D'IMPULSION.....	10
II.1 COMPRESSION PAR MODULATION LINEAIRE DE FREQUENCE.....	10
II.1.1 concept de base.....	10
II.1.2 Taux de compression	11
II.2 COMPRESSION PAR CODAGE DE PHASE.....	12
II.2.1 Codage biphase.....	12
II.2.2 codage polyphase.....	14
III. THEORIE DE L'ECHO RADAR.....	16
III.1 POUVOIR DE RESOLUTION.....	18
III.1.1 Résolution en distance.....	19
III.1.2 Résolution en vitesse.....	19
III.2 AMBIGUÏTE.....	19
III.2.1 Ambiguïtés en distance	19
III.2.2 Ambiguïtés doppler.....	19
CHAPITRE II : CONCEPT DU FILTRAGE ADAPTE	
INTRODUCTION.....	21
I. NOTIONS FONDAMENTALES.....	22
I.1 CLASSIFICATION DES PROCESSUS.....	22
I.2 MOYENNE STATISTIQUE.....	22
I.3 VARIANCE.....	23
I.4 MOYENNE TEMPORELLE.....	23
I.5 FONCTION D'AUTO CORRELATION.....	24
I.6 BRUIT BLANC ALEATOIRE	24
I.7 RAPPORT SIGNAL AU BRUIT.....	25
II. FILTRE ADAPTE.....	26
II.1 FILTRE ADAPTE DANS LE CAS D'UN BRUIT BLANC.....	28
II.2 FILTRE ADAPTE DANS LE DOMAINE FREQUENTIEL.....	28
II.3 REALISABILITE DU FILTRE.....	30
III. DISCRETISATION DU FILTRE ADAPTE.....	31
III.1 DEFINITION DE L'ECHANTILLONNAGE.....	31
III.2 FILTRE ADAPTE DISCRET.....	33
III.3 APPLICATION DU FILTER ADAPTÉ.....	34

CHAPITRE III : ESTIMATION SPECTRALE

INTRODUCTION.....	35
I. DEFINITION DE L'ESTIMATION SPECTRALE.....	35
II. CONCEPT D'IDENTIFICATION EN ESTIMATION SPECTRALE.....	36
III. MODELES PARAMETRIQUES	37
III.1 PROCESSUS AR D'ORDRE P.....	38
III.2 PROCESSUS MA D'ORDRE Q.....	39
III.3 PROCESSUS ARMA D'ORDRE (P,Q)	39
III.4 MORDELES ARMAX.....	40
III.5 SÉLECTION DE L'ORDRE DU MODELE.....	40
IV. SPECTRES PARAMETRIQUES.....	41
IV.1 SPECTRE POLE -ZERO	41
IV.2 SPECTRE TOUT POLE.....	41
IV.3 SPECTRE TOUT ZERO.....	41
V. EQUATIONS DE YULE WALKER.....	42
VI. ALGORITHME DE BURG.....	45
VII. RECURENCE DES ERREURS DE PREDICTION DIRECT ET RETROGRADE.....	47

CHAPITRE IV : SIMULATIONS ET RESULTATS

INTRODUCTION.....	52
I. TRAITEMENT EN DISTANCE.....	52
I.1 signal radar	52
I.2 Echo radar.....	53
I.3 filtrage adapté.....	54
II. TRAITEMENT EN VITESSE	60
II.1 signal radar.....	60
II.2 écho rada.....	61
III. ESTIMATION SPECTRALE PAR L'ALGORITHME DE BURG.....	67
CONCLUSION GENERALE.....	73
ANNEXE A.....	74
ANNEXE B.....	77
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	78

Liste de figures


Figure.....	Page
Figure I.1 : Schéma synoptique d'un radar classique	5
Figure I.2 : Mécanisme de l'effet doppler.....	6
Figure I.3 : Schéma synoptique d'un radar pulse doppler.....	7
Figure I.4 : Schéma synoptique d'un radar à compression d'impulsion.....	9
Figure I.5 : Compression par modulation linéaire de fréquence	10
Figure I.6 : Effet de la compression d'impulsion sur la résolution.....	11
Figure I.7 : Taux de compression.....	11
Figure I.8 : Codes de Barker.....	13
Figure I.9 : Code binaire de phase de sept chiffres.....	14
Figure I.10 : Elaboration de la compression par codage binaire de phase.....	14
Figure I.11 : Elaboration de la compression par codage de Frank.....	15/16
Figure I.12 : Discrimination des cibles.....	18
Figure I.13 : Différents cas de résolution.....	18
Figure II.1 : Signal délivré par le filtre.....	26
Figure II.2 : Acquisition du signal numérique.....	32
Figure (III.1) : Représentation du modèle AR.....	38
Figure (III.2) : Mise en œuvre de l'algorithme de Burg appliqué sur l'estimation Spectrale AR.....	51
Figure (IV.1) : Allure d'une impulsion LFM.....	53
Figure (IV.2) : Bruit blanc Gaussien.....	53
Figure (IV.3) : Composantes I et Q de l'écho radar.....	54
Figure (IV.4) : Réponse impulsionnelle du filtre adapté.....	55
Figure (IV.5) : Sortie du filtre adapté.....	55
Figure (IV.6) : Sortie du filtre adapté.....	56
Figure (IV.7) : Sortie du filtre adapté.....	57
Figure (IV.8) : Sortie du filtre adapté.....	57
Figure (IV.9) : Résolution à la sortie du filtre adapté.....	58
Figure (IV.10) : Résolution à la sortie du filtre adapté.....	58
Figure (IV.11) : Résolution à la sortie du filtre adapté.....	59
Figure (IV.12) : Train d'impulsions LFM.....	60
Figure (IV.13) : Décalage Doppler.....	61
Figure (IV.14) : Représentations temporelle et fréquentielle du bruit blanc Gaussien.....	61
Figure (IV.15) : Echo radar dans les chaînes I et Q.....	62
Figure (IV.16) : Réponses impulsionnelle et fréquentielle du filtre adapté.....	63
Figure (IV.17) : Sortie du filtre adapté	63
Figure (IV.18) : Sortie du filtre adapté	64
Figure (IV.19) : Spectre à la sortie du filtre adapté.....	64
Figure (IV.20) : Comparaison entre le spectre doppler avant et après filtrage adapté.....	65
Figure (IV.21) : Comparaison du spectre du filtre adapté pour 10 et 50 impulsions.....	66
Figure (IV.22) : Influence du SNR sur le filtrage adapté.....	66
Figure (IV.23) : Spectre de Burg.....	67

Figure (IV.24) : Stabilité du spectre de Burg.....	68
Figure (IV.25) : Comparaison du spectre de Burg	68
Figure (IV.26) : stabilité du spectre de Burg aux ordres 3 et 5	69
Figure (IV.27) : spectre de Burg pour 10 et 50 impulsions.....	69
Figure (IV.28) : Spectre de Burg à SNR=7 dB et SNR=-13 dB.....	70
Figure (IV.29) : Détection de deux décalages doppler à deux PRF différentes.....	70
Figure (IV.30) : Résolution de deux cibles par le spectre de Burg.....	71
Figure (IV.31) : Stabilité de Burg à l'ordre 10.....	72



Introduction
Générale

- Dans le chapitre III, nous abordons la théorie de l'estimation spectrale, en particulier l'estimation spectrale paramétrique qui découle des procédés de modélisation et d'identification.
- Nous terminons par le chapitre IV où l'on présente toutes nos simulations sous Matlab qui consistent en la génération de l'écho radar, simulation de la compression d'impulsion et l'estimation de la distance et du spectre doppler.



Chapitre I
Généralités

INTRODUCTION

Le concept de base du radar est relativement simple quoique dans beaucoup de cas son implémentation pratique ne le soit pas. Un radar fonctionne en rayonnant de l'énergie électromagnétique et détectant l'écho retourné par la cible. La nature de l'écho peut fournir beaucoup d'informations au sujet de la cible. La distance de la cible est calculée en évaluant le temps que met l'énergie rayonnée pour atteindre la cible et retourner. La direction de la cible est déterminée avec une antenne directive pour sentir l'angle de l'arrivée de l'écho.

Si la cible est mobile, un radar peut dériver sa trajectoire, et prévoir sa destination, la variation de la fréquence de l'écho due à l'effet Doppler permet au radar de séparer les cibles mobiles désirées telles que les avions des cibles stationnaires non désirées telles que le fouillis de terre et de mer. Avec une très haute résolution, un radar peut même discerner la nature, la taille et la forme de la cible.

Le radar peut détecter des cibles relativement petites à de grandes ou faibles distances et peut mesurer leurs distances avec précision dans toutes conditions météorologiques, ce qui est l'avantage majeur à d'autres senseurs.

Le principe du radar fut appliqué à partir des fréquences qui s'étendent de quelques mégahertz au-delà de la région optique (radar laser). Les techniques particulières d'implémentation d'un radar diffèrent considérablement sur cette gamme de fréquences, mais le principe de base reste le même.

Le radar a été à l'origine développé pour satisfaire les besoins militaires en surveillance et commande d'armes, ces applications ont favorisé le développement de cette technologie. Cependant, le radar a vu des applications civiles significatives telles que le trafic aérien, maritime, spatial et la prévision météorologique.

I. RECEPTEURS RADARS

I.1 RECEPTEUR CLASSIQUE

Les blocs fondamentaux du système radar sont illustrés dans le schéma fonctionnel simplifié de la figure I.1. Le signal radar, souvent sous forme de train d'impulsions courtes, est généré par l'émetteur et rayonné dans l'espace par une antenne directive qui concentre l'énergie dans un faisceau étroit. L'émetteur dans un système radar peut être amplificateur de puissance tel qu'un klystron amplificateur, tube à ondes progressives ou amplificateur à champs croisés. Les oscillateurs de puissance tels qu'un magnétron ou klystron reflex peuvent également être utilisés comme émetteurs.

L'équation radar montre que la distance radar est proportionnelle à la quatrième racine de la puissance de l'émetteur, ce qui revient à augmenter cette puissance seize fois pour

doubler la distance. Les émetteurs non seulement doivent pouvoir développer de la puissance élevée avec des formes d'onde stables, mais ils doivent fonctionner dans une large bande de fréquences à rendement élevé et longue durée de vie. Le duplexeur agit en commutateur rapide pour protéger le récepteur des puissances élevées de l'émetteur.

En réception, il dirige le faible signal reçu vers le récepteur. Les cibles interceptent et réfléchissent une portion du signal radar, dont une faible quantité retourne dans la direction du radar. L'écho recueilli par l'antenne est envoyé au récepteur, qui est presque toujours du type superhétérodyne. Les tâches du récepteur consiste à séparer le signal désiré du bruit toujours présent et d'autres signaux interférents et à amplifier suffisamment le signal pour enclencher un affichage, ou permettre un traitement automatique.

Le mélangeur translate le signal RF du récepteur à une fréquence intermédiaire. Le gain de l'amplificateur à fréquence intermédiaire (FI) permet une augmentation du niveau du signal et inclut également la fonction du filtre adapté qui maximise le rapport signal sur bruit de sortie afin de maximiser la détectabilité du signal. Le deuxième détecteur dans le récepteur est un détecteur d'enveloppe qui élimine la porteuse FI et laisse passer l'enveloppe de modulation.

L'amplificateur vidéo soulève la puissance du signal à un niveau commode pour visualiser l'information qu'il contient. Un seuil est établi à la sortie de ce dernier pour permettre la décision de détection. La décision peut être prise par un opérateur, ou un détecteur automatique sans intervention d'opérateur.

Avant détection du seuil, un traitement du signal est effectué. Il n'y a pas une définition précise de ce qui constitue la partie de traitement du signal radar, mais habituellement on entend par traitement du signal tout traitement qui a pour but de rejeter les signaux non désirés, il est exécuté avant la détection de seuil .

Le traitement des signaux inclut le filtrage adapté et les filtres doppler dans le radar doppler à impulsions, la compression d'impulsion, est parfois considérée comme traitement du signal dans les radars à compression d'impulsion.

Après détection confirmée, le traitement de données consiste en l'identification des cibles et un suivi automatique est employé. Le bloc d'affichage pour un radar de surveillance est habituellement un tube à rayon cathodique avec un format d'indicateur de position dans des coordonnées polaires.

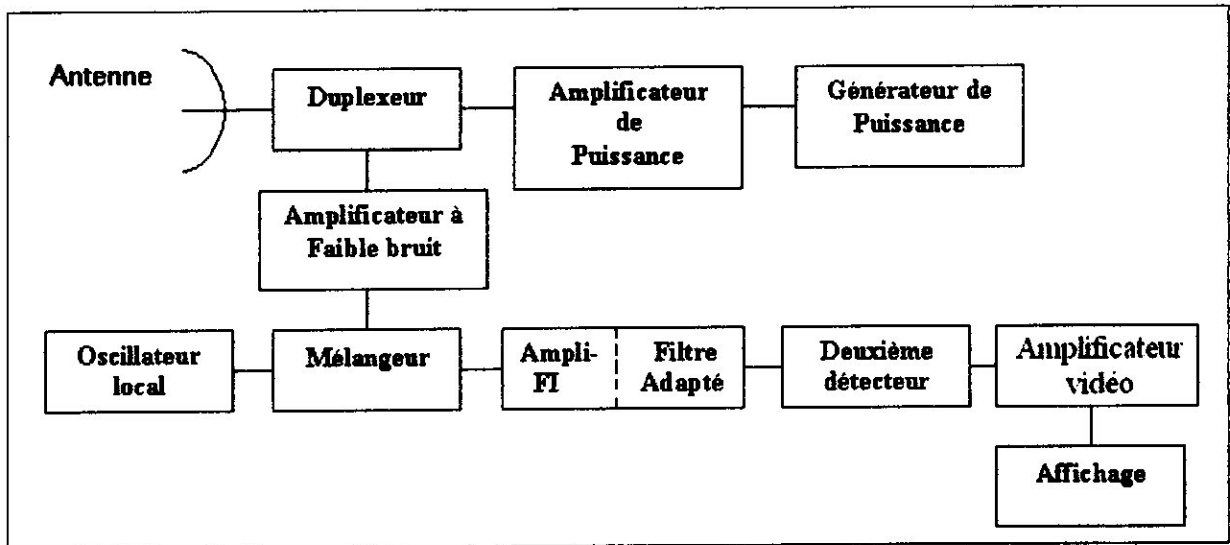
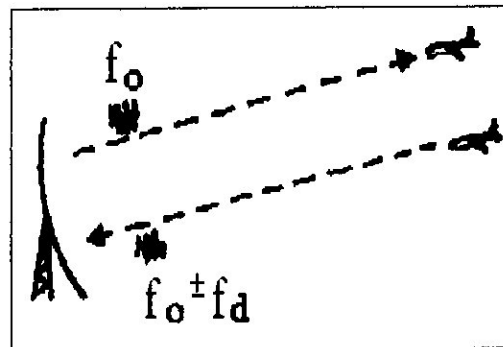


Figure I.1 : Schéma synoptique d'un radar classique

I.2 RECEPTEUR DOPPLER

Une cible qui se déplace radialement par rapport à l'émetteur provoque dans le champ réfléchi et reçu une variation de fréquence proportionnelle à la vitesse de déplacement.



L'écart entre la fréquence émise et la fréquence reçue est la fréquence doppler (f_d); elle s'exprime par la relation :

$$f_d = \frac{2 \cdot v_r}{\lambda} \tag{I.1}$$

v_r étant la vitesse radiale de la cible et λ la longueur d'onde émise.

Le mécanisme physique du phénomène se produit lorsqu'un aéronef se rapproche du radar, les ondes émises réfléchies et détectées en retour par l'antenne ont de moins en moins de distance à parcourir, il en résulte un "tassement" dans le temps de ces ondes d'où une augmentation de la fréquence du signal détecté d'autant plus sensible que la vitesse de rapprochement du mobile est importante.

Inversement lorsque l'aéronef s'éloigne du radar les ondes ont de plus en plus de distance à parcourir, il en résulte un "tassement" de ces ondes dans le temps d'où une diminution de la fréquence d'autant plus sensible que la vitesse d'éloignement est grande.

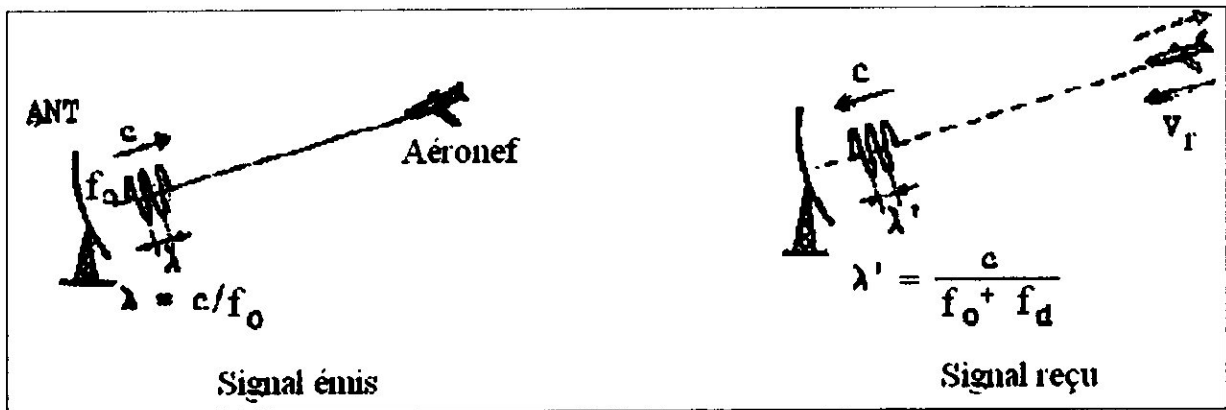


Figure I.2 : Mécanisme de l'effet doppler

L'expression de la fréquence doppler et par conséquent la fréquence du signal reçu est donc caractéristique de la vitesse radiale de la cible.

Le terme "pulse doppler" est donc utilisé pour un radar apte à détecter le décalage doppler dans un signal réfléchi par une cible mouvante. Pour assurer cette mesure des innovations fondamentales caractérisant les radars pulse doppler des radars classiques sont apportées:

- Un nombre considérable d'échos successifs doivent être reçus.
- Une qualité d'émission dite cohérence.
- Un emploi d'un traitement adéquat du signal pour rejeter le lobe principal du clutter, performer la détection et aider à la discrimination et la classification d'une cible.

Le radar pulse doppler est appliqué principalement dans des situations de détection de cibles mouvantes dans un environnement à clutter sévère, telles que :

- La surveillance embarquée dans l'espace qui exige détection à longue distance et un taux de données précis.
- La surveillance à bases terrestres qui exige moyenne distance et un taux de données précis.

- La météorologie qui nécessite détection de grandes vitesses et bonne résolution en distance.

Dans ce contexte, les blocs fondamentaux du radar pulse doppler se schématisent comme suit :

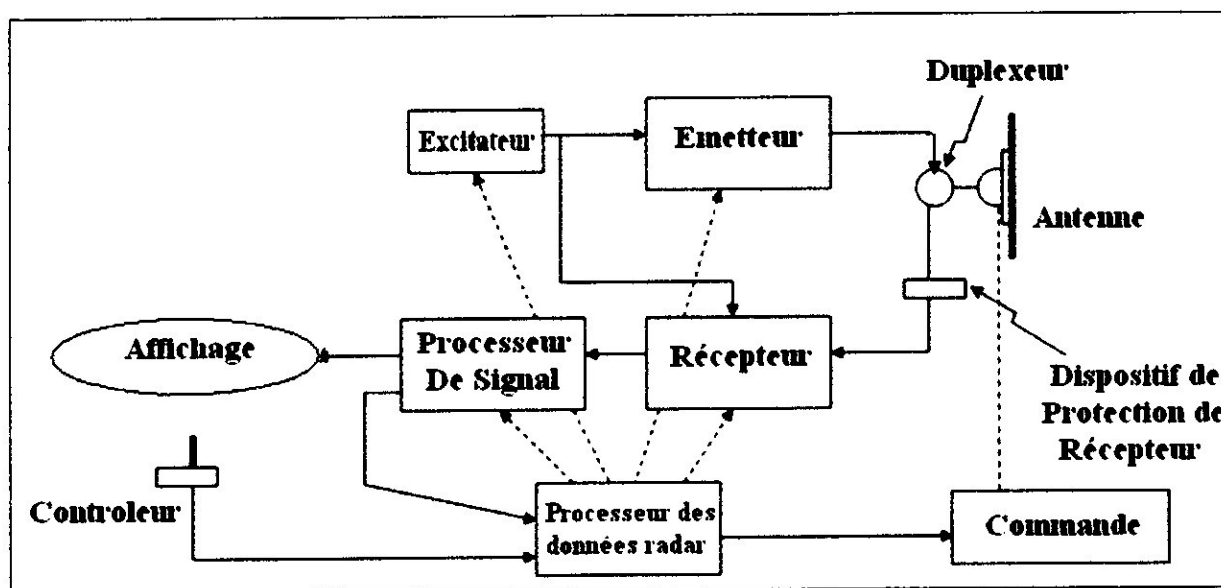


Figure I.3 : Schéma synoptique d'un radar pulse doppler

Le radar pulse doppler se distingue donc du radar classique à impulsions principalement par sa cohérence et son aspect numérique. Généralement un amplificateur sous forme de tube à ondes progressives tranche des impulsions cohérentes de largeur et fréquence de répétition (PRF) contrôlables à partir du signal sous forme d'onde continue à faible puissance délivrée par une nouvelle unité adoptée par ce type de radars dite "excitateur", ces impulsions sont ensuite codées pour réaliser la compression d'impulsions. Nous entendons par cohérence une continuité dans la phase du signal d'une impulsion à une autre, le premier front d'onde dans chaque impulsion est séparé du dernier front d'onde de même polarité de l'impulsion précédente par quelques nombres entiers de longueur d'onde.

Le récepteur comporte souvent un préamplificateur à faible bruit et un détecteur vidéo, en traitement doppler la détection d'enveloppe effectuée par le radar classique à impulsions est remplacé par une détection de phase qui extrait le décalage doppler à la fréquence d'émission. Dans le récepteur pulse doppler le signal est représenté par deux composantes de même fréquence et crête d'amplitude mais différents en phase de 90° , une composante "en phase" I et une composante "quadrature" Q. Les sorties I et Q du récepteur sont

prélevées à des intervalles de l'ordre de la largeur d'impulsion, convertis et fournis à un processeur numérique du signal. Le traitement numérique de l'écho doppler consiste en premier en l'élimination du clutter du sol, la détection des échos des cibles et la mémorisation de leurs localisations dans des mémoires qui serviront pour un affichage.

Toutes les opérations du radar sont contrôlées par un calculateur numérique qui charge le programme pour le mode de fonctionnement choisi dans le processeur du signal.

I.3 RECEPTEUR A COMPRESSION D'IMPULSION

On entend par compression d'impulsion l'émission d'une impulsion codée de longue durée et le traitement nécessaire de l'écho reçu pour obtenir une impulsion relativement étroite, ainsi une amélioration de la détection d'un système radar à longues impulsions est acquise tout en maintenant une aptitude de résolution en distance d'un système à impulsions étroites.

Plusieurs avantages sont obtenus à travers cette technique : l'émission de longues impulsions permet une utilisation plus efficace de la puissance moyenne du radar (La génération des signaux à pics de puissance élevé est évitée), La puissance moyenne du radar peut être améliorée sans augmentation de la fréquence de répétition d'impulsions (PRF) donc sans diminution de la distance non ambiguë du radar. Une amélioration de la résolution Doppler du système est également obtenue en raison de l'utilisation d'une longue impulsion.

Une impulsion étroite contient un nombre considérable de composantes fréquentielles déphasées entre elles. Si les phases relatives sont changées par un filtre de distorsion de phase, la combinaison de ces composantes fréquentielles fournit une impulsion étirée ou étendue, c'est cette impulsion étendue qui est transmise par l'émetteur.

L'écho reçu est traité dans le récepteur par un filtre de compression, ce dernier réajuste les phases relatives des composantes fréquentielles de sorte qu'une impulsion comprimée ou étroite soit produite. Le rapport de la largeur de l'impulsion étendue à celui de l'impulsion comprimée est le rapport de compression d'impulsion, il est aussi égal au produit de la durée de l'impulsion et de la largeur de bande spectrale.

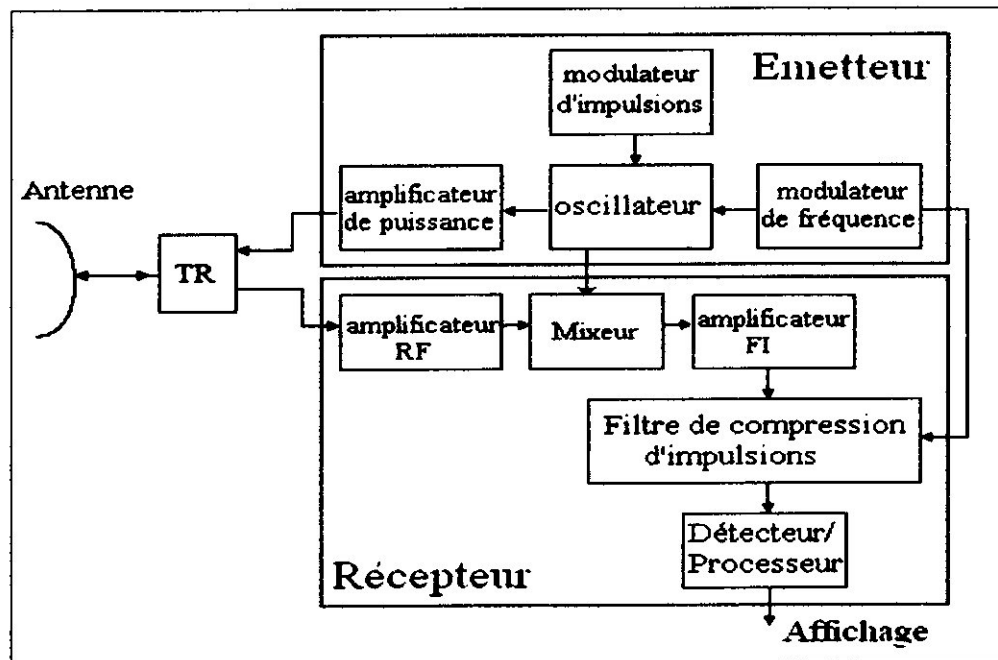


Figure I.4 : Schéma synoptique d'un radar à compression d'impulsion

Le schéma bloc d'un radar à compression d'impulsions diffère de celui du radar classique par la présence de deux filtres :

Un modulateur de fréquence qui change les phases des raies sortie une onde continue modulée en fréquence du spectre et donne à la durée τ . Par rapport au radar classique on émet donc des impulsions de longueur τ beaucoup plus importante que τ_{comp} mais contenant la même énergie et occupant le même spectre que les impulsions émises par le radar classique.

Un filtre de compression complémentaire du premier, qui permet au récepteur de passer d'une longue impulsion à une impulsion de courte durée de porteuse sinusoïdale f_0 . L'impulsion longue reçue de durée τ est comprimée en une impulsion de durée τ_{comp} dans

le filtre de compression, le taux de compression étant $\frac{\tau}{\tau_{comp}}$.

Donc en faisant passer les impulsions dans un filtre qui change astucieusement les phases sans modification des amplitudes on obtient à partir d'une série de signaux de courte durée des signaux à onde continue modulée en fréquence (expansion), et réciproquement

un filtre complémentaire transformera les ondes modulées en fréquence en une série d'impulsions de largeurs τ_{comp} (compression).

II. TECHNIQUES DE COMPRESSION D'IMPULSION

Toutes les méthodes de compression d'impulsion se schématisent par un filtrage adapté dans lequel les impulsions émises sont codées et leurs échos traversent un filtre dont la caractéristique temps-fréquence est l'opposé du codage. Ces techniques de compression d'impulsion généralement utilisées sont la modulation linéaire de fréquence et le codage de phase.

II.1 COMPRESSION PAR MODULATION LINEAIRE DE FREQUENCE

II.1.1 concept de base

Avec une modulation linéaire de fréquence (LFM), la fréquence radio instantanée de chaque impulsion est variée de f_0 à $f_0 + \Delta f$ à un taux constant pendant sa durée τ , il en est de même pour son écho. Cette variation peut être obtenue en utilisant une ligne dispersive qui retarde différemment les ondes en fonction de leur fréquence (un signal de largeur de bande ΔF est dispersé par la ligne dans une impulsion longue de durée τ . Sa largeur de bande est alors: $(B \approx \Delta F)$).

Les échos reçus passent dans un dispositif (ligne à retard dispersive ou filtre) qui introduit un décalage temporel qui diminue linéairement avec la fréquence à exactement le même taux d'augmentation de la fréquence à l'émission. Les faibles composantes fréquentielles mettent plus de temps pour traverser le filtre que les composantes à fréquences élevées, c'est ce qui produit la compression, en conséquence à la sortie du filtre, l'amplitude du signal subit une amplification considérable et sa largeur est restreinte à τ_{comp} .

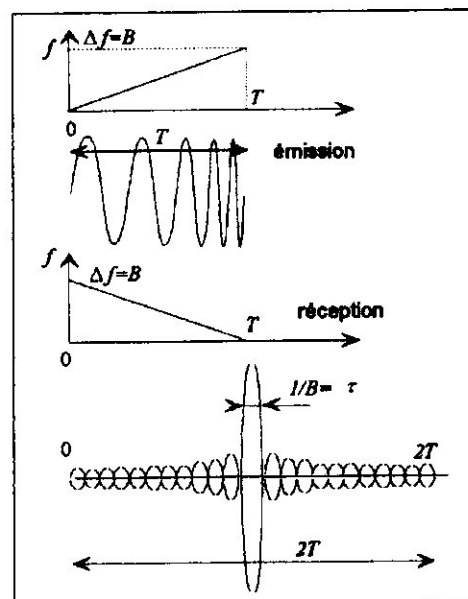


Figure I.5 : Compression par modulation linéaire de fréquence

La résolution en distance se trouve améliorée grâce au procédé de compression lorsque deux échos sont reçus à partir de deux cibles très proches.

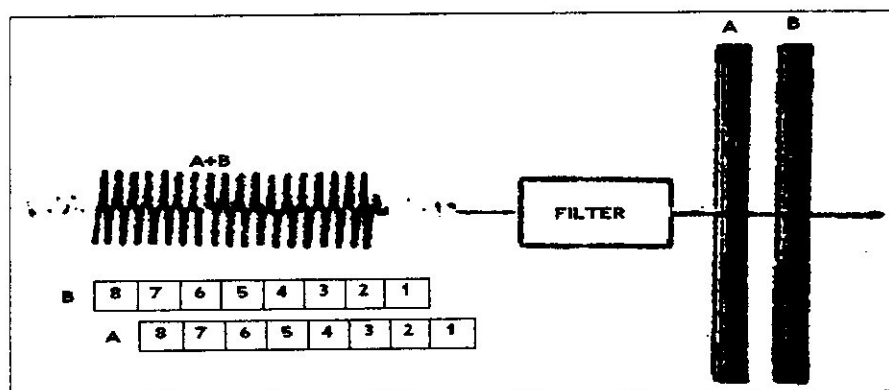


Figure I.6 : Effet de la compression d'impulsion sur la résolution

II.1.2 Taux de compression

On définit le taux de compression par le rapport de la largeur de l'impulsion émise (avant la compression) τ à la largeur de l'impulsion comprimée τ_{comp} :

$$\Gamma_{comp} = \frac{\tau}{\tau_{comp}} \tag{I.2}$$

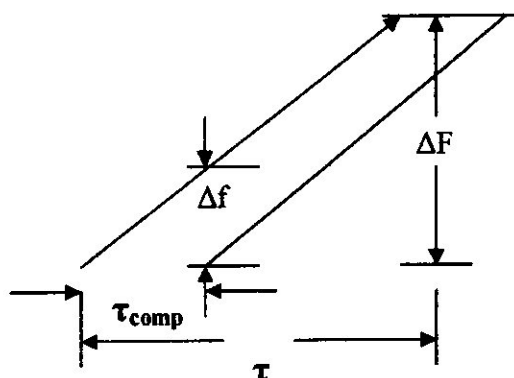


Figure I.7 : Taux de compression

A partir de la figure I.7, on définit encore le rapport de compression d'impulsion par :

$$\Gamma_{comp} = \frac{\Delta F}{\Delta f}$$

Δf étant la différence en fréquence minimale résolvable :

$$\Delta f = \frac{1}{\tau}$$

Sur cela, le taux de compression d'impulsion s'écrit :

$$\tau_{\text{comp}} = \tau \cdot \Delta F \quad (\text{I.3})$$

La quantité $\tau \cdot \Delta F$ est nommée produit durée-largeur de bande.

On peut déduire que :

$$\tau_{\text{comp}} = \frac{1}{\Delta F} \quad (\text{I.4})$$

La largeur de l'impulsion après compression est entièrement déterminée par le changement de la fréquence pendant la durée de l'impulsion émise.

La modulation linéaire de fréquence a l'avantage de réaliser de très grands taux de compression, et présente une simplicité de traitement à la réception quelque soit la fréquence.

L'inconvénient principal de cette technique est une légère ambiguïté entre la distance et la fréquence doppler, si la fréquence d'une impulsion fut augmentée par un décalage doppler, l'impulsion émerge du filtre de compression comme s'il n'y avait aucun décalage. Cependant, puisque les effets doppler typiquement produits sont très faibles comparés à l'incrément de fréquence ΔF , alors l'ambiguïté ne pose pas généralement un problème.

II.2 COMPRESSION PAR CODAGE DE PHASE

Dans cette technique, la durée τ de l'impulsion est divisée en N intervalles de temps égaux de durée $t_i = \tau / N$, pour chaque intervalle on modifie la phase suivant un code préétabli. Ce code peut être biphasé (0 ou π) ou polyphasé. A la réception, le signal est corrélé en phase avec une réplique du signal émis, qui effectue la somme des moments redressés en phase. L'avantage du codage de phase est la souplesse de modification de la forme d'onde qui n'est pas liée à un dispositif physique.

II.2.1 Codage biphasé

Cette technique est caractérisée par la simplicité de codage et de décodage obtenu par changement ou maintien du signe du signal, l'impulsion émise est subdivisée en segments étroits de même longueur, la phase de certains segments est décalée de 180° selon un code binaire prédéterminé. Une méthode usuelle consiste à représenter un segment non décalé par un signe (+) et un segment décalé par un signe (-).

Les échos reçus passent dans une ligne à retard qui fournit un délai exactement égal à la durée τ des impulsions avant compression. Ainsi du fait que le bord arrière d'un écho rentre dans la ligne, le bord d'attaque émerge de l'autre extrémité. La ligne à retard peut être mise en application par des dispositifs analogiques ou numériques.

Beaucoup d'efforts sont fournis pour s'approcher du cas idéal où les lobes secondaires autour du lobe principal de compression sont parfaitement éliminés, dans ce contexte un ensemble de codes dits codes de Barker sont élaborés pour effectuer un codage biphasé, ces codes existent pour $N=2, 3, 4, 5, 7, 11$ et 13 intervalles.

N	codes de Barker	
2	+ -	ou (+ +)
3	+ + -	
4	+ - + +	ou (+ - - -)
5	+ + + - +	
7	+ + + - - + -	
11	+ + + - - - + - + -	
13	+ + + + + - - + + - + - +	

note : Les signes positifs et négatifs peuvent être échangés
 (+ + - changé en - - +); L'ordre des chiffres peut être inversé
 (+ + - changé en - + +). Les codes entre parenthèses sont des
 codes complémentaires

Figure I.8 : Codes de Barker

Un exemple pratique est montré dans la figure (I.9), c'est un code à sept chiffres. Sans aucune perte, l'amplitude maximale de l'impulsion comprimée est sept fois celle de l'impulsion non comprimée, et sa durée est seulement le septième de la largeur avant compression.

Pour voir comment le code réalise la compression on trace instantanément la sortie de la ligne à retard sur la figure (I.10) notant la somme des sorties de chaque position.

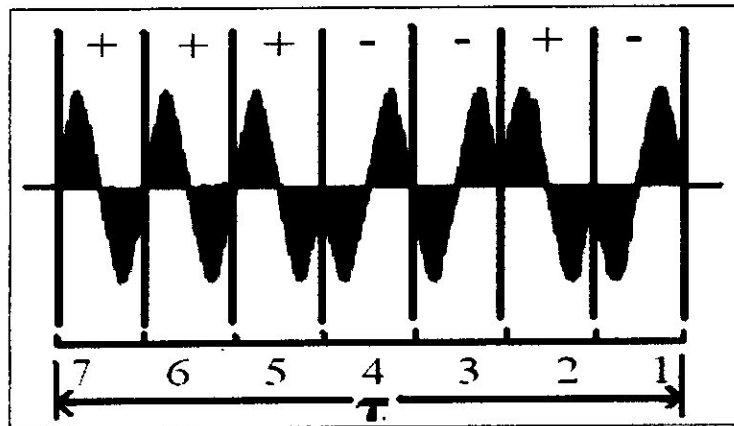


Figure 1.9 : Code binaire de phase de sept chiffres

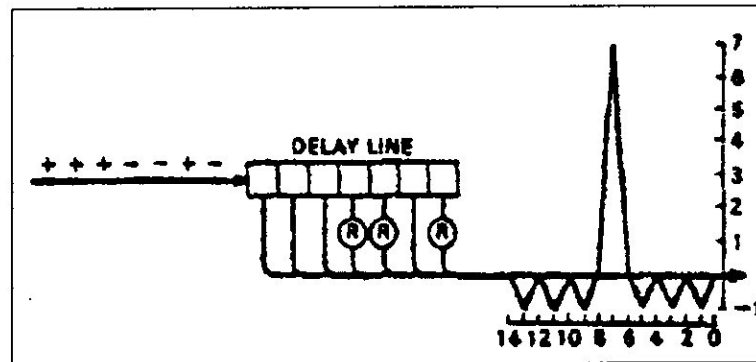


Figure 1.10: Elaboration de la compression par codage binaire de phase

Ces codes se limitent à des taux de compression faibles, des taux de compression élevés peuvent induire quelques lobes parasites importants (supérieurs à $1/N$), et peuvent être sensibles à la fréquence doppler.

II.2. codage polyphasé

Le codage de phase n'est pas naturellement limité à juste deux incréments (0 et 180°). un code utilisant n'importe quel nombre de phases différentes harmoniquement reliées, nous citons une famille de codes appelée code frank. La phase fondamentale d'incrément ϕ pour un code Frank est établie en divisant 360° par le nombre P des différentes phases à employer dans le code, le codage est alors établi en enchaînant ensemble P groupes de P segments chacun, le nombre total de segments dans une impulsion est donc P^2 .

Dans un code triphasé par exemple, l'incrémentation fondamentale de phase étant 120° ($360^\circ/3$), faisant les phases 0° , 120° et 240° , l'impulsion codée se compose de trois groupes de trois segments chacun pour un total de 9 segments.

Les phases sont assignées aux différents segments selon deux règles simples : la phase du premier segment de chaque groupe est 0° , et les phases des segments restants dans chaque groupe augmentent suivant l'incrémentation :

$$\Delta\phi = (G-1) \times (P-1) \times \phi$$

Avec,

G : nombre de groupes.

ϕ : Incrémentation fondamentale.

P : nombre de phases.

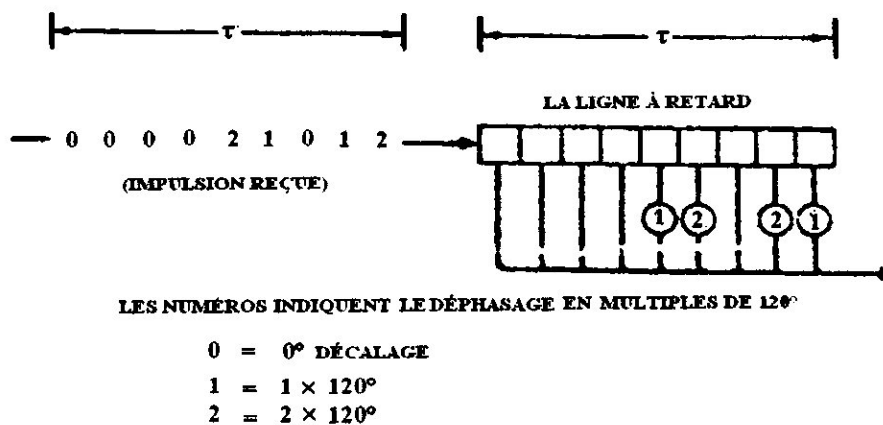
$\Delta\phi$: Incrémentation de phase.

Ainsi l'incrémentation de phase suivante dans le groupe 1 est 0° , dans le groupe 2 est 2ϕ et dans le groupe 3 est 4ϕ .

Ainsi on établit les trois groupes comme suit :

Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
$0^\circ, 0^\circ, 0^\circ$	$0^\circ, 240^\circ, 120^\circ$	$0^\circ, 120^\circ, 240^\circ$

Les échos sont décodés dans une ligne à retard.



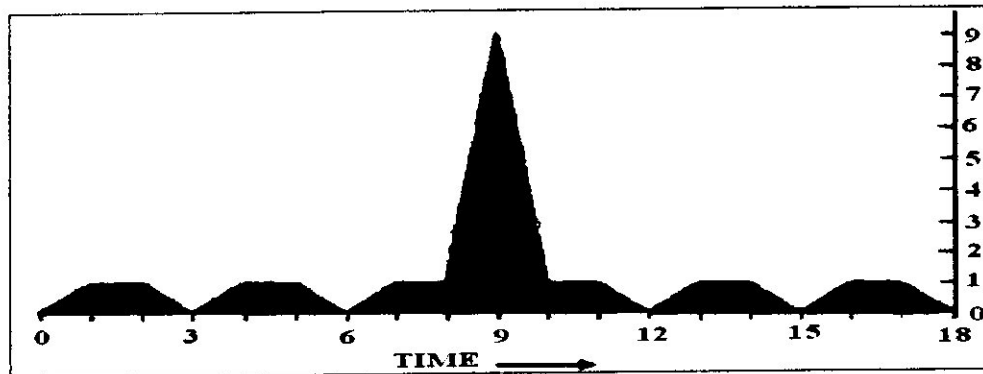


Figure I.11: Elaboration de la compression par codage de Frank

Pour un nombre donné de segments, un code de Frank fournit le même rapport de compression d'impulsion qu'un codage binaire de phase et le même rapport d'amplitude du pic principal à l'amplitude des lobes secondaires qu'un code de Barker. Cependant, en augmentant le nombre de phases l'incrémentation fondamentale de phase diminue rendant l'opération plus sensible aux décalages extérieurs de phase et plus complexe à maîtriser.

III. THEORIE DE L'ECHO RADAR

Dans ce qui suit, on veut écrire l'écho du radar à compression d'impulsions en fonction de son enveloppe complexe qui représente la modulation d'amplitude et de phase.

Le signal radar (émis) est un train d'impulsions sinusoidales modulées en fréquence qui s'expriment sous la forme :

$$s_e(t) = \sum_{i=0}^{N_p} \cos\left(2\pi f_0 t + \pi \frac{w}{\tau} (t - it_r)^2\right) \quad (I.5)$$

Où :

N_p : est le nombre d'impulsions.

t_r : représente la période inter impulsions (ipp).

f_0 : fréquence centrale du radar.

τ : durée de chaque impulsion LFM.

w : déviation maximale en fréquence.

La distance est variable dans le temps. Si la cible s'approche du radar, la distance diminue par rapport à une distance de référence R_0 ($t=0$) :

III.1 POUVOIR DE RESOLUTION

Deux échos sont dits résolus (ou discriminés) lorsqu'ils donnent lieu à deux détections distinctes. La figure (I.12) montre des exemples clairs de cibles résolues ou non résolues. La situation n'est pas toujours aussi nette; en effet la discrimination dépend de l'éloignement de la cible, de sa forme, de la fonction ambiguïté et aussi du niveau relatif de ces échos, comme le montre la figure (I.13) qui présente différents cas possibles.

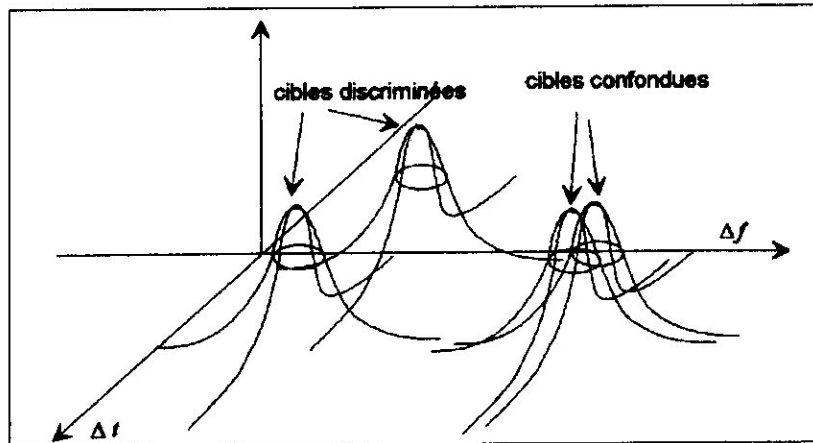


Figure I.12 : Discrimination des cibles

La combinaison des signaux issus des deux cibles est représentée en pointillé et on considère que les cibles peuvent être séparées ce signal comporte deux maxima (cas b). Le cas c représente la limite de résolution, les cibles sont alors distantes de r , valeur de la résolution sur la dimension considérée. Dans le cas d les cibles ne sont pas discriminées bien que leur écart soit le même que pour b, car les lobes secondaires de la cible la plus puissante masquent la plus faible.

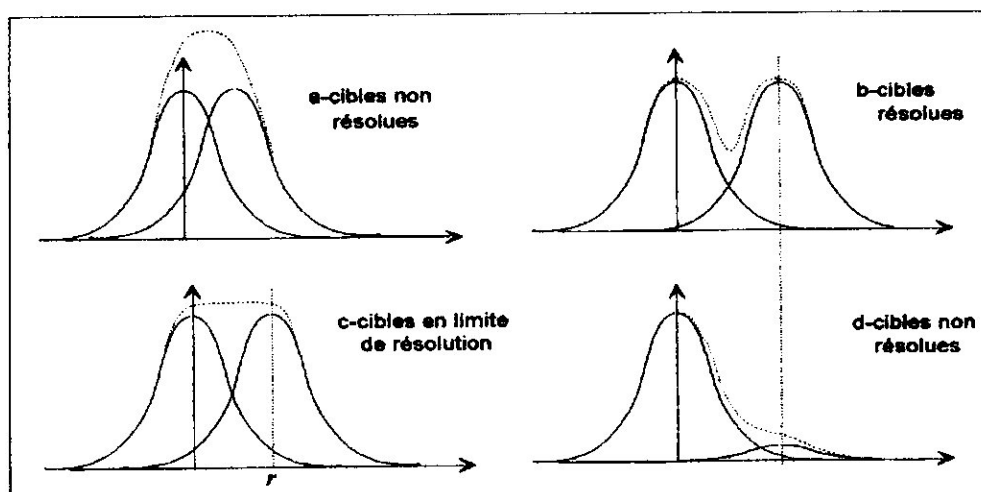


Figure I.13 : Différents cas de résolution

III.1.1 Résolution en distance

La résolution en distance est la distance minimale séparant deux cibles de même vitesse et de même amplitude pouvant être résolues (cas c). On montre que cette résolution est liée uniquement à la *bande passante émise* B par la relation $r_D \approx \frac{c}{2B}$

(La résolution temporelle correspondante est : $r_t \approx \frac{1}{B}$)

III.1.2 Résolution en vitesse

On appelle résolution en vitesse la vitesse minimale séparant deux cibles de même amplitude situées à la même distance pouvant être résolues. On montre que cette résolution est liée à la *durée d'intégration cohérente du signal*, T_c , par la relation $r_v \approx \frac{\lambda}{2T_c}$

(La résolution fréquentielle est : $r_f \approx \frac{1}{T_c}$).

Dans le cas du récepteur optimal ce temps d'intégration cohérente est le temps d'éclairement, soit

$$T_e = T_c.$$

III.3 AMBIGUÏTE

La PRF est le taux auquel les impulsions radar sont transmis (nombre d'impulsions par seconde), elle détermine à quel étendu les distances d'observations et les fréquences doppler sont ambiguës.

III.3.1 Ambiguïtés en distance

Pour que la distance soit non ambiguë, il faut que toutes les sources de réflexions détectables soient à des distances moins que la distance ambiguë. La distance maximale qu'un radar pulse doppler peut mesurer sans ambiguë est donnée par :

$$r_{\max} = \frac{c}{2 \text{ PRF}}$$

Sous cette condition, la zone jusqu'à r_{\max} est une région à distance non ambiguë.


III.3.2 Ambiguïtés doppler

Comme la distance, la fréquence doppler est naturellement ambiguë. Si les ambiguïtés sont significatives alors elles dépendent non seulement de la PRF mais aussi d'autres paramètres tels que la largeur d'onde.

III.3.3 Catégories de base de la PRF

Vu l'immense impact du choix de la PRF sur la performance radar, trois catégories fondamentales de la PRF ont été établies faible, moyenne et haute. Voici un ensemble de définitions, le plus largement utilisés :

- une PRF faible et une PRF pour laquelle la distance maximale que le radar conçu peut manipuler est dans la zone non ambiguë.
- Une PRF élevée est une PRF pour laquelle les fréquences doppler observées pour toutes les cibles significatives sont non ambiguës.
- Une PRF moyenne est une PRF pour laquelle la distance et la fréquence doppler sont ambiguës.



Chapitre II
Concept du filtrage
adapté

INTRODUCTION

Le signal perçu par le récepteur radar est un signal composite formé de la superposition du signal utile et de bruit. Le problème des radaristes consiste à discerner le signal utile dans le bruit qui l'entoure, pour cela le signal composite subit un traitement par étapes successives qui se ramènent à :

- une amplification du signal reçu à un niveau convenable.
- Un filtrage qui a pour but d'atténuer au maximum le bruit tout en préservant le signal.
- Une comparaison à un seuil de détection qui ne laisse passer que les signaux d'amplitude suffisante.

La comparaison au seuil de détection peut entraîner une limitation de la détection des échos utiles lorsque ces derniers sont faibles et ne peuvent pas être sélectionnés, comme elle peut entraîner une fausse alarme lorsque le bruit seul forme un écho parasite dépassant le seuil de détection.

On définit donc la qualité de détection de radar par deux probabilités :

- probabilité de détection où le niveau du signal reçu est supérieur au seuil de détection.
- Probabilité de fausse alarme où le niveau du bruit seul est supérieur au seuil.

La qualité de la détection est donc d'autant meilleure que la probabilité de détection (en pratique 0.8 à 0.9) est grande et la probabilité de fausse alarme faible (en pratique 10^{-4} à 10^{-6}), cela entraîne un seuil suffisamment élevé pour bien filtrer le bruit et un signal suffisamment fort par rapport au seuil, donc au bruit, pour être détecté. C'est au filtre que sera exigée cette optimisation.

Par filtre optimal ou adapté, nous entendons une description mathématique des opérations de traitement que subit le signal reçu au niveau du récepteur et qui doit satisfaire un critère d'optimalité sous des hypothèses bien précises.

Les entrées de ce filtre seront soit des processus aléatoires, soit une combinaison de signaux déterministes et aléatoires, nous disposons en général d'un nombre minimal d'informations caractérisant ces entrées, que nous supposons stationnaires et linéaires. Dans le cas où une réalisation matérielle est recherchée, il y a lieu de considérer la réalisabilité du filtre.

Le signal désiré est de forme connue, mélangé à un bruit supposé blanc suivant une loi gaussienne, le développement de ce filtre suppose que l'on dispose d'informations a priori sur les signaux et sur les bruits, il s'agit des propriétés statistiques, en particulier la fonction d'autocorrélation.

I. NOTIONS FONDAMENTALES

I.1 CLASSIFICATION DES PROCESSUS

En considérant l'évolution des processus en fonction du temps, on peut les classer en deux grandes classes : Processus déterministes et processus aléatoires.

La classe des processus déterministes comprend les processus parfaitement déterminés, qu'on est en mesure de décrire par un modèle mathématique conforme. Les processus aléatoires ou stochastiques par contre sont définis comme une évolution imprévisible (au hasard), qui ne peut pas avoir une représentation analytique et il nous est impossible de les reproduire, en conséquence ils sont caractérisés par leurs propriétés statistiques ; dans cette classe on trouve les processus stationnaires dont les caractéristiques statistiques ne changent pas dans le temps et non stationnaires qui sont des processus particuliers chacun, dans la classe des processus stationnaires il existe des processus ergodiques dont les moyennes temporelles remplacent les moyennes statistiques et des processus non ergodiques.

La théorie des processus stochastiques ou aléatoires concerne l'étude mathématique de phénomènes physiques ou autres dont l'évolution est de caractère aléatoire donc non prévisibles. Quand nous quantifions ces processus nous leur associons des variables aléatoires réelles, ces variables aléatoires peuvent être corrélées (relation mutuelle) dans le temps.

Un processus stochastique est défini par ses propriétés statistiques telles que la fonction de densité de probabilité, la moyenne, l'auto corrélation, et comme un processus déterministe il possède une description dans le domaine temporel et fréquentiel.

I.2 MOYENNE STATISTIQUE

La moyenne statistique est couramment utilisée pour la description des événements aléatoires et au lieu de chercher l'évolution spatiale et temporelle d'une grandeur instantanée, nous nous intéressons plutôt au comportement de cette moyenne, elle est représentée par l'espérance mathématique.

Soit g_k ($k=1, n$) les valeurs prises pour une grandeur aléatoire g au cours de n réalisations indépendantes dans les mêmes conditions, la moyenne stochastique (ou espérance mathématique) est définie par :

$$E(g) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum g_k}{n}$$

L'espérance mathématique dite aussi la moyenne statistique m_g d'une distribution une analogie avec le centre de gravité des masses m_i situées à des abscisses i est valable. C'est un opérateur défini sur l'ensemble des variables aléatoires qui signifie que si nous

réalisons un très grand nombre de fois la même variable aléatoire g , la moyenne des valeurs obtenus est très proche de $E(g)$.

I.3 VARIANCE

Nous appelons variance $V(g)$ d'une variable aléatoire g l'expression :

$$V(g) = E[(g - E(g))^2]$$

C'est la moyenne des carrés des écarts à la moyenne $E(g)$, une analogie avec le moment d'inertie d'une distribution est évidente.

Sous réserve de convergence de cette expression, nous appelons écart type de g le nombre:

$$\sigma_g = \sqrt{V(g)}$$

I.4 MOYENNE TEMPORELLE

Lorsqu'un processus stochastique a les mêmes propriétés statistiques quelque soit l'origine des temps considérée nous disons qu'il est stationnaire. Un processus stochastique lorsqu'il est stationnaire peut posséder la propriété d'ergodicité qui permet de décrire une grandeur aléatoire par des moyennes temporelles au lieu des moyennes d'ensemble (grandeurs aléatoires obtenues par une expérience répétée), c'est à dire que nous prenons la durée du processus très longue afin qu'il puisse prendre toutes les valeurs possibles que peut prendre une grandeur aléatoire sur plusieurs réalisations différentes du même processus, une réalisation individuelle est alors supposée représentative du processus complet. La propriété d'ergodicité stipule que les moyennes temporelles convergent vers les moyennes d'ensemble.

La moyenne temporelle d'une grandeur aléatoire d'un processus stochastique stationnaire et ergodique est définie par une intégrale par rapport au temps:

$$g_{moy} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} g(t).dt$$

L'opération de moyenne temporelle possède les mêmes propriétés que celles d'une moyenne statistique

1.5 FONCTION D'AUTO CORRELATION

A chaque instant t_i , la grandeur aléatoire $g(t)$ définit une valeur aléatoire g_i d'où la possibilité d'obtenir le long de l'axe des temps une grande répartition de variables aléatoires, ceci constitue l'ordre statistique du processus. Généralement la statistique d'ordre 1 et la statistique d'ordre 2 sont suffisantes pour décrire l'évolution du processus dans le temps, nous disons qu'il s'agit de processus du second ordre.

Pour le cas d'une statistique d'ordre 2 nous considérons un couple de variables aléatoires g_1 ($g_1 = g(t_1)$) et g_2 ($g_2 = g(t_2)$) à deux instants différents t_1 et t_2 , et nous caractérisons le processus par son espérance mathématique:

$$E[g(t_1)g(t_2)] = R_{gg}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} g(t).g(t+\tau)dt$$

Avec :

$$\tau = t_2 - t_1$$

Lorsque τ est nul, la fonction R_{gg} est maximale, elle est égale à la variance σ_g^2 du processus :

$$R_{gg}(0) = \sigma_g^2$$

L'expression $R_{gg}(\tau)$ est la fonction d'autocorrélation d'un processus stochastique ergodique, c'est une des propriétés les plus remarquables, elle signifie comparaison de la fonction $g(t)$ avec elle même durant un intervalle de temps et par conséquent elle est utilisée pour l'extraction de l'information et contribue dans l'interprétation des processus. Les processus stochastiques étant considérés à puissance moyenne finie c'est à dire qu'ils possèdent une énergie infinie.

1.6 BRUIT BLANC ALEATOIRE :

Le bruit est un phénomène qui touche le domaine radar, son effet se fait sentir par une diminution qualitative et quantitative de l'information contenue dans l'écho reçu, c'est l'écart entre le signal utile transportant l'information qui intéresse le radariste et le signal reçu effectivement.

Le bruit est d'aspect aléatoire dont la connaissance à un instant donné ne fournit aucun renseignement sur sa valeur à l'instant suivant le terme "bruit blanc" a été choisi pour exprimer le fait que toutes les fréquences sont représentées dans ce processus avec la même intensité.

Le bruit blanc est un signal aléatoire stationnaire de moyenne nulle et de spectre uniforme :

$$\varphi(\omega) = A$$

Ce signal n'a pas de sens physique car sa puissance moyenne est infinie :

$$p = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\omega) d\omega = \infty$$

Cette propriété se retrouve dans le domaine temporel; sa fonction d'autocorrélation est impulsionnelle :

$$\varphi(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} A.e^{j\omega\tau} d\omega = A.\delta(\tau)$$

Les valeurs prises par un bruit blanc à deux instants distincts sont donc non corrélées. Bien qu'il n'ait pas de réalité physique, on peut considérer que le bruit blanc est l'approximation d'un processus aléatoire de spectre constant jusqu'à une fréquence bien supérieure à celles intervenant dans le système. Cette approximation permet de simplifier beaucoup le formalisme des problèmes.

1.7 RAPPORT SIGNAL AU BRUIT

Le rapport signal sur bruit SNR est défini comme le rapport de la puissance du signal à celle du bruit

$$SNR = \frac{P_{signal}}{P_{bruit}}$$

Soit $S_{ss}(f)$ la densité spectrale du signal $s(t)$ et $S_{bb}(f)$ celle du bruit, on évalue alors le SNR comme suit :

$$SNR = \frac{\int S_{ss}(f) df}{\int S_{bb}(f) df}$$

Pour assurer une réception de qualité, le rapport signal sur bruit devra être aussi élevé que possible

II. FILTRE ADAPTE

En applications radar, le rapport signal au bruit est d'une importance remarquable par conséquence en fait souvent appel au filtrage adapté. Le filtre adapté est un filtre dont la réponse impulsionnelle est déterminé par un certain signal dans le but de maximiser le rapport signal au bruit à la sortie au moment où le signal et le bruit traversent le filtre

Soit le message observé :

$$m(t) = s_1(t) + b_1(t).$$

Le signal $s_1(t)$ est supposé être de forme connue, il est mélangé à un bruit $b_1(t)$. On se propose de réaliser un filtre de réponse impulsionnelle $h(t)$ qui permet de détecter la présence du signal $s_1(t)$, le filtre délivre à sa sortie un signal $s_2(t)$ mélangé à un bruit $b_2(t)$.

Le filtre recherché doit maximiser le rapport $SNR(t)$ à un instant t_1 , c'est-à-dire :

$$SNR(t_1) = \frac{s_2^2(t_1)}{E\{b_2^2(t_1)\}} \quad (\text{II.1})$$

En d'autres termes, on se propose de déterminer le filtre de réponse impulsionnelle $h(t)$ qui maximise le rapport signal sur bruit $SNR(t_1)$.

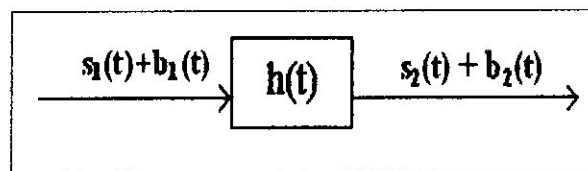


Figure II.1 : Signal délivré par le filtre

Le filtre recherché étant linéaire, nous avons à la sortie :

$$s_2(t_1) = \int_{-\infty}^{t_1} s_1(\tau) h(t_1 - \tau) d\tau \quad (\text{II.2})$$

$$b_2(t_1) = \int_{-\infty}^{t_1} b_1(\tau) h(t_1 - \tau) d\tau \quad (\text{II.3})$$

La borne supérieure de l'intégrale est prise égale à t_1 pour que le filtre $h(t)$ soit physiquement réalisable.

Les signaux $s(t)$ et $b(t)$ sont supposés stationnaires, on se contente dans la pratique de l'hypothèse des processus stationnaires du deuxième ordre pour lesquels seuls les deux premiers moments sont indépendants du temps. En outre, pour les processus stationnaires, si l'on note $R_b(\tau, \tau')$ la fonction d'autocorrélation du bruit, celle-ci ne dépend que de l'écart entre les instants τ et τ' et s'écrit :

$$R_b(\tau, \tau') = R_b(\tau - \tau')$$

Tenant compte de la relation (II.2) :

$$s_2^2(t_1) = \left| \int_{-\infty}^{t_1} s_1(\tau) h(t_1 - \tau) d\tau \right|^2$$

Et tenant compte de la relation (II.3) :

$$E \{b_2^2(t_1)\} = E \left\{ \int_{-\infty}^{t_1} b_1(\tau) h(t_1 - \tau) d\tau \cdot \int_{-\infty}^{t_1} b_1(\tau') h(t_1 - \tau') d\tau' \right\}$$

$$E \{b_2^2(t_1)\} = \int_{-\infty}^{t_1} \int_{-\infty}^{t_1} E \{b_1(\tau) b_1(\tau')\} h(t_1 - \tau) h(t_1 - \tau') d\tau d\tau'$$

En utilisant la définition de la fonction d'autocorrélation, il vient :

$$E \{b_2^2(t_1)\} = \int_{-\infty}^{t_1} \int_{-\infty}^{t_1} R_b(\tau - \tau') h(t_1 - \tau) h(t_1 - \tau') d\tau d\tau'$$

Donc, le rapport signal sur bruit à l'instant t_1 de l'expression (II.1) devient :

$$SNR(t_1) = \frac{\left| \int_{-\infty}^{t_1} s_1(\tau) h(t_1 - \tau) d\tau \right|^2}{\int_{-\infty}^{t_1} \int_{-\infty}^{t_1} R_b(\tau - \tau') h(t_1 - \tau) h(t_1 - \tau') d\tau d\tau'} \quad (\text{II.5})$$

Il est évident que l'équation (II.5) n'est soluble que si la fonction d'autocorrélation R_b est connue.

II.1 FILTRE ADAPTE DANS LE CAS D'UN BRUIT BLANC

Le signal d'intérêt est noyé dans un bruit blanc de densité spectrale de puissance $\frac{N_0}{2}$, son aspect aléatoire se traduit mathématiquement par une fonction d'autocorrélation qui se réduit à une impulsion de Dirac à l'origine des temps.

La fonction d'autocorrélation $R_b(\tau - \tau')$ s'écrit alors :

$$R_b(\tau - \tau') = \frac{N_0}{2} \delta(\tau - \tau')$$

De ce fait, il vient :

$$\int_{-\infty}^{t_1} \int_{-\infty}^{t_1} R_b(\tau - \tau') h(t_1 - \tau) h(t_1 - \tau') d\tau d\tau' = \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{t_1} \int_{-\infty}^{t_1} \delta(\tau - \tau') h(t_1 - \tau) h(t_1 - \tau') d\tau d\tau'$$

$$\int_{-\infty}^{t_1} \int_{-\infty}^{t_1} R_b(\tau - \tau') h(t_1 - \tau) h(t_1 - \tau') d\tau d\tau' = \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{t_1} h^2(t_1 - \tau) d\tau \quad (\text{II.6})$$

Si le filtre $h(t)$ remplit effectivement la condition de réalisabilité, $SNR(t_1)$ devient :

$$SNR(t_1) = \frac{\left| \int_{-\infty}^{+\infty} s_1(\tau) h(t_1 - \tau) d\tau \right|^2}{\left(\frac{N_0}{2} \right) \int_{-\infty}^{+\infty} h^2(t_1 - \tau) d\tau} \quad (\text{II.7})$$

II.2 FILTRE ADAPTE DANS LE DOMAINE FREQUENTIEL

Le passage du signal de la représentation temporelle à la représentation fréquentielle permet d'obtenir des renseignements sur la distribution fréquentielle (puissance, énergie) du signal. Ce moyen d'analyse doté de la remarquable réciprocité de la transformation directe et inverse de Fourier est l'instrument le plus important de la théorie du signal.

Ainsi, si $H(\omega)$ et $S_1(\omega)$ sont les transformées de Fourier de $h(t)$ et $s_1(t)$ respectivement, la relation (II.7) devient :

$$SNR(t_1) = \frac{\left| \int_{-\infty}^{+\infty} H(\omega) S_1(\omega) e^{j\omega t_1} d\omega \right|^2}{\frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} |H(\omega)|^2 d\omega} \quad (\text{II.8})$$

Avec :

$$|H(\omega)|^2 = H(\omega) H(-\omega) = H(\omega) H^*(\omega)$$

Dans ce qui suit, nous appliquons l'inégalité de Schwartz (Annexe B) en numérateur de la relation (II.8), il vient :

$$\left| \int_{-\infty}^{+\infty} H(\omega) S_1(\omega) e^{j\omega t_1} d\omega \right|^2 \leq \int_{-\infty}^{+\infty} |H(\omega)|^2 d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} |S_1(\omega)|^2 d\omega$$

D'où :

$$SNR(t_1) \leq \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} |H(\omega)|^2 d\omega \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} |S_1(\omega)|^2 d\omega}{\frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} |H(\omega)|^2 d\omega}$$

En conséquence, le rapport signal au bruit est majoré comme suit :

$$SNR(t_1) \leq \frac{2}{N_0} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} |S_1(\omega)|^2 d\omega \quad (\text{II.9})$$

Cette valeur maximale du SNR dépend de l'énergie du signal et du bruit

Le terme $SNR(t_1)$ est maximal lorsque l'égalité de Schwartz a lieu, le filtre optimale $H_{op}(\omega)$ que nous cherchons :

$$H_{op}(\omega) S_1(\omega) e^{j\omega t_1} = H_{op}(\omega) H_{op}(-\omega) = S_1(\omega) S_1(-\omega)$$

D'où :

$$H_{op}(\omega) = S_1(-\omega) e^{j\omega t_1}$$

La réciprocity de la transformation de Fourier joue un rôle important nous permettant de rétablir le filtre optimale recherché dans le domaine temporelle :

$$h_{op}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_1(-\omega) e^{-j\omega t_1} e^{j\omega t} dt$$

$$h_{op}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_1^*(-\omega) e^{j\omega(t_1-t)} dt$$

D'où :

$$h_{op}(t) = s_1^*(t_1-t) \quad (\text{II.10})$$

La réponse impulsionnelle du filtre optimale recherché exprimé par (II.10) montre que le filtre s'adapte à la forme du signal observé (écho reçu dans notre cas), d'où l'appellation de filtre adapté.

II.3 REALISABILITE DU FILTRE

La vérification de la réalisabilité du filtre optimale est une étape utile dans la conception d'un système, elle permet de mesurer et d'apprécier ses performances.

En effet un filtre est réalisable si :

$$h(t) = 0 \quad \text{pour } t < 0$$

Ainsi, $h_{op}(t)$ présente une réalisabilité physique si :

$$h_{op}(t) = \begin{cases} 0 & \text{pour } t < 0 \\ s_1(t_1-t) & \text{pour } t \geq 0 \end{cases} \quad (\text{II.11})$$

Si le signal $s_1(t_1)$ est entièrement disponible à la sortie du filtre à l'instant t_1 , cela signifie que, pour $t > t_1$, $s_1(t) = 0$ à la sortie du filtre.

La condition (II.11) signifie qu'à l'instant t_1 tout le signal a traversé le filtre et nous à la sortie :

$$s_2(t) = \int_{-\infty}^t s_1(\tau) h_{op}(t-\tau) d\tau$$

D'après la relation (II.10) :

$$s_2(t) = \int_{-\infty}^t s_1(\tau) s_1^*(\tau - t + t_1) d\tau$$

Cette dernière relation présente une grande similitude avec la fonction d'autocorrélation de $s(t)$:

$$R_{ss}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T s(t)s(t+\tau)dt$$

Rappelons que pour les signaux à énergie finie, c'est-à-dire tels que :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)|^2 dt < \infty$$

On a :

$$R_{ss}(\tau) = 0$$

III. DISCRETISATION DU FILTRE ADAPTE

III.1 DEFINITION DE L'ECHANTILLONNAGE

Le traitement du signal consiste à manipuler des données pour en extraire des informations jugées pertinentes, ou pour les modifier afin de les doter de propriétés utiles: par exemple, extraire d'un écho radar des informations sur la distance et la vitesse d'une cible.

Le traitement est dit numérique s'il porte sur une suite "discrète" de valeurs $\{x_1, x_2, \dots\}$, deux cas se présentent en pratique : soit l'observation apparaît originalement sous forme d'une suite de nombres, par exemple des données économiques, soit le phénomène observé est à "temps continu" et il faut alors mesurer, à intervalles réguliers, la valeur du signal $x(t)$ que l'on veut manipuler. Le second cas est d'un intérêt majeur en pratique, nous nous intéressons à cette opération appelée échantillonnage.

L'échantillonnage est un critère de passage de la forme continue d'un signal à la forme discrète. La chaîne d'acquisition peut être schématisé par la figure suivante :

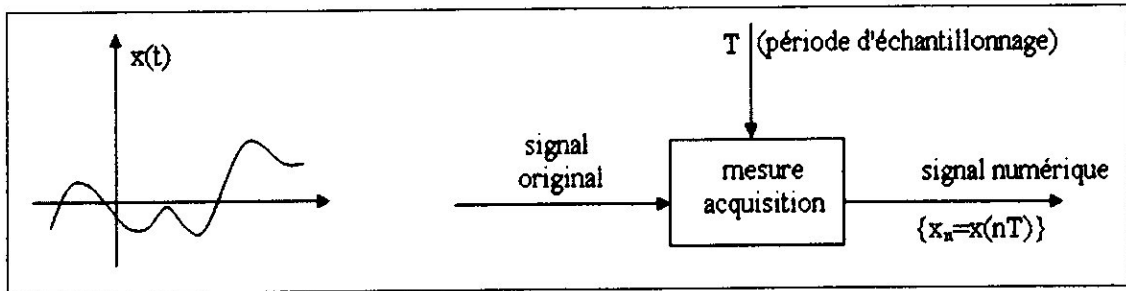


Figure II.2 : Acquisition du signal numérique

La mise en œuvre pratique nécessite d'échantillonner le signal $x(t)$ continue à une période T_e , chaque valeur est en suite quantifiée par un convertisseur convenable, et à la fin une suite discrète est disponible pour un traitement numérique adéquat.

L'échantillonnage est réalisé mathématiquement par multiplication du signal à échantillonner par la fonction peigne de Dirac défini par :

$$\Pi(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT_e) \quad (\text{II.12})$$

La fonction peigne de Dirac possède les propriétés suivantes :

$$\Pi(x) = \Pi(-x)$$

Et :

$$\Pi(x + N_0) = \Pi(x)$$

L'opération d'échantillonnage s'effectue en respectant la limite de Nyquist (Théorème d'échantillonnage) :

$$\frac{1}{T_e} \geq \frac{2}{T}$$

T étant la période du signal à échantillonner.

La limite de Nyquist est fixée pour assurer la possibilité de reconstitution du signal à partir de ses échantillons.

III.2 FILTRE ADAPTE DISCRET

Nous considérons dans notre travail une compression d'impulsion élaborée à travers une modulation linéaire de fréquence où l'on fait varier la fréquence f_0 d'une onde continue de $-W/2$ à $W/2$ hz sur une durée de temps de $-\tau/2$ à $\tau/2$, ce qui donne une déviation du signal radar de la forme :

$$s(t) = e^{j\pi \frac{W}{\tau} t^2} \quad \frac{-\tau}{2} \leq t \leq \frac{\tau}{2} \quad (\text{II.13})$$

Le signal $s(t)$ échantillonné sur la durée τ s'écrit :

$$s_e(t) = s(t) \cdot \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{+\frac{N}{2}} \delta(t - nt_e)$$

Avec N le nombre d'échantillons sur la durée τ :

$$N = \frac{\tau}{T_e} = \tau p W$$

En utilisant la propriété de décalage du peigne de Dirac :

$$s_e(t) = s(t) \cdot \sum_{n=0}^N \delta(t - (n - \frac{N}{2})t_e)$$

$$s_e(t) = \sum_{n=0}^N s(t) \cdot \delta(t - (n - \frac{N}{2})t_e)$$

$$s_e(t) = \sum_{n=0}^N s((n - \frac{N}{2})t_e) \cdot \delta(t - (n - \frac{N}{2})t_e)$$

Ainsi, le signal sous sa forme discrète s'écrit :

$$s(n) = e^{j \frac{2\pi}{2 p^2 \omega \tau} (n - \frac{N}{2})^2} \quad (\text{II.14})$$

De la forme :

$$s(n) = e^{j2\pi\alpha\left(n-\frac{N}{2}\right)^2} \quad 0 \leq n < N$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = \frac{1}{2 p^2 \omega \tau} \\ N = p \tau \omega \end{array} \right.$$

III.3 APPLICATION DU FILTER ADAPTÉ

Le signal radar émis diffère de l'estimation de la distance à l'estimation de la vitesse de la cible. Pour un traitement en distance on cherche à maximiser le rapport signal au bruit SNR(t) à la sortie du filtre adapté pour acquérir une meilleure résolution en distance, on utilise alors une seule impulsion LFM avec son filtre adapté à de larges produits τW , en résultat des pics de compression très étroites et très intenses se produisent ce qui rend le résultat des échos facile.

Pour un traitement en vitesse, le radar détecte le décalage doppler causé par une cible mouvante, pour extraire cette information, le processeur du signal doit élaborer une estimation spectrale qui nécessite l'émission d'un train d'impulsions LFM cohérentes se répétant à une période I_{pp} . Le traitement doppler nécessite le traitement de l'écho du train d'impulsions dans le filtre adapté, la sortie de ce dernier est échantillonnée à la PRF pour extraire un échantillon de chaque impulsion, ces échantillons sont utilisés pour déterminer la vitesse de la cible.

A vertical dashed line consisting of 20 short, thick black horizontal bars spaced evenly along the left edge of the page.

Chapitre III

Estimation spectrale

INTRODUCTION

Les méthodes classiques d'estimation de la densité spectrale de puissance ou spectres d'un processus remontent à une longue durée, elles sont fondées sur des procédures qui emploient la transformée rapide de Fourier (fft), hors, l'expérience a montré que ces méthodes sont limitées en résolution, surtout pour certaines applications où le total des données disponibles n'est pas considérable. De ce fait, les méthodes qui circonviennent la résolution limitée sont d'intérêt.

L'utilisation des techniques d'estimation spectrale non traditionnelles a commencé d'une manière significative vers les années soixante, les méthodes les plus modernes sont celles fondées sur la modélisation des signaux où l'on attribue un modèle qui approche une série de mesures, c'est l'approche d'identification adoptée en estimation spectrale, c'est un nouvel champ d'application de la prédiction linéaire.

I. DEFINITION DE L'ESTIMATION SPECTRALE

Les signaux réels sont en effet rarement stationnaires sur une longue période alors nous sommes souvent contraints de limiter le signal à une fenêtre d'observation où il apparaît comme quasi-stationnaire, cette fenêtre peut par fois être excessivement courte, alors les coefficients d'auto corrélation $R(m)$ qui sont les versions discrétisées de l'auto corrélation... le spectre $S(f)$ ne peuvent être qu'approximativement connus, ces conditions affectent la qualité du spectre et nous parlons d'estimation spectrale.

Les méthodes non paramétriques sont les méthodes classiques d'estimation de la densité spectrale de puissance, elles consistent à bâtir des estimations point par point de l'auto corrélation et du spectre. La démarche usuelle en estimation spectrale non paramétrique consiste à un estimateur naturel qui est le périodogramme, module carré de la transformée de Fourier de l'échantillon.

Les méthodes paramétriques sont une perspective moderne de l'estimation spectrale, elles consistent à ajuster un modèle aux données observées, les paramètres du modèle caractérisent le signal et nous avons ainsi une connaissance a priori sur le processus physique qui a engendré le signal observé. La procédure standard qui réalise cet ajustement est l'identification paramétrique.

Soit $y(n)$ un processus aléatoire stationnaire du second ordre, le périodogramme est un estimateur appliqué sur le segment $y(n)$ ou sur un segment $x(n)$ extrait de $y(n)$ pour l'effet d'une fenêtre $w(n)$ de longueur N :

$$x(n) = w(n).y(n)$$

Ainsi, un estimateur direct de la dsp est la version discrétisée de l'équation

$$S(f) = \lim_{T \rightarrow 0} E \left[\frac{1}{2.T} \left| \int_{-T}^T x(t).e^{-j2\pi ft} .dt \right|^2 \right]$$

à un nombre fini de points en oubliant l'espérance mathématique :

$$\hat{S}_{\text{per}}(f) = \frac{1}{N \cdot \Delta t} \left| \Delta t \cdot \sum_{n=0}^{N-1} x_n \cdot e^{-j2\pi f n \Delta t} \right|^2 \quad (\text{III.1})$$

Il est défini pour l'intervalle fréquentielle $\frac{-1}{2 \cdot \Delta t} \leq f \leq \frac{1}{2 \cdot \Delta t}$, l'utilisation de l'algorithme fft permet l'évaluation de l'estimateur (III.1) à un ensemble discret de N fréquences équidistantes :

$$f_k = k \cdot \Delta f \quad \text{pour } k = 0, 1, \dots, N-1$$

et :

$$\Delta f = \frac{1}{N \cdot \Delta t}$$

D'où :

$$\hat{S}_k = \hat{S}_{\text{per}}(f_k) = \frac{1}{N \cdot \Delta t} \left| \Delta t \cdot \sum_{n=0}^{N-1} x_n \cdot e^{-j2\pi \frac{k}{N} n} \right|^2 \quad (\text{III.2})$$

Si le facteur Δf est incorporé dans \hat{S}_k , alors :

$$S(f) = \sigma^2 \frac{\left| 1 + b_1 e^{-2j\pi f} + \dots + b_Q e^{-2j\pi Qf} \right|^2}{\left| 1 + a_1 e^{-2j\pi f} + \dots + a_P e^{-2j\pi Pf} \right|^2} \quad (\text{III.3})$$

L'expression (III.3) est devenue très populaire, elle est souvent calculée comme périodigramme, mais en réalité c'est la surface au dessous du graphe qui représente la puissance.

II. CONCEPT D'IDENTIFICATION EN ESTIMATION SPECTRALE

La modélisation paramétrique consiste à associer à un processus un modèle, représenté par un vecteur paramètres $A = [a_1, a_2, \dots, a_p]$ censé représenter au mieux le processus considéré. Etant donné que l'on choisit a priori un modèle pour le signal, cela signifie qu'en général on possède des informations a priori sur le signal lui-même qui permet de sélectionner le modèle. Il s'ensuit que le choix d'un modèle plutôt que d'un autre requiert au préalable une analyse du signal.

La modélisation paramétrique permet de réduire l'espace de représentation, en représentant un ensemble de N échantillons par un vecteur de dimension ($p \ll N$), ceci est particulièrement intéressant dans de nombreuses applications telles que la classification, la détection et la transmission, elle permet d'extraire de façon plus fine certaines informations en analyse spectrale, la modélisation permet d'estimer avec une meilleure résolution que le périodogramme le spectre d'un signal.

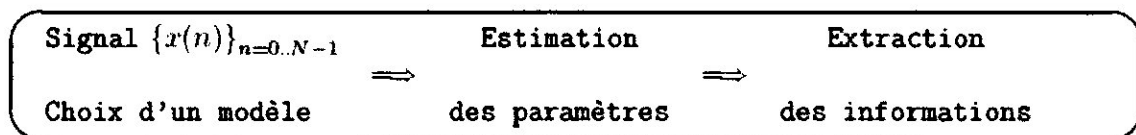
La modélisation est rencontrée dans de nombreuses applications dans des domaines comme les télécommunications, le radar, le sonar, etc.

L'identification consiste à appliquer des signaux de perturbation à l'entrée d'un système (pour un système électronique, ceux-ci peuvent être de type binaire aléatoire ou pseudo aléatoire, sinus à fréquences multiples...) et en analyser la sortie dans le but d'obtenir un modèle purement mathématique. Les différents paramètres du modèle ne correspondent à aucune réalité physique dans ce cas. L'identification peut se faire soit dans le temps (espace temporel) ou en fréquence (espace fréquentiel). L'identification permet d'éviter les modèles purement théoriques à partir des équations physiques (en général des équations différentielles), qui sont longs à obtenir et souvent trop complexes pour le temps de développement donné.

La modélisation d'un processus dans le contexte de l'estimation spectrale comporte en général 3 étapes :

- Choix du modèle (à partir de connaissances a priori)
- Estimation des paramètres du modèle à partir des données disponibles.
- La dernière étape consiste à estimer le spectre à partir des paramètres du modèle

On schématise cette procédure comme suit :



III. MODELES PARAMETRIQUES

Le principe d'une identification paramétrique est d'extraire un modèle mathématique à partir d'observations, ce modèle doit permettre de calculer la sortie du procédé à n'importe quel instant si les conditions initiales du système sont connues. Pour cela on peut se servir des valeurs des entrées aux instants présents et précédents ($u(t)$, $u(t-1)$, ...) et des valeurs précédentes de la sortie ($y(t-1)$, $y(t-2)$, ...) dans le cas d'un modèle régressif.

Il est tout de même important d'avoir des connaissances basiques du système pour choisir un type de modèle adapté.

Les modèles paramétriques sont sous forme de fonction de transfert utilisant la Transformée en Z. L'identification nécessite une structure de modèle connu a priori

pour venir identifier dans cette structure différents paramètres. Nous présentons dans ce qui suit les trois structures de modèles les plus utilisés.

III.1 PROCESSUS AR D'ORDRE P

Les modèles auto régressifs AR sont représentés par l'équation récurrente suivante :

$$x(n) + a_1 x(n-1) + \dots + a_p x(n-p) = u(n) \quad (\text{III.4})$$

Où $u(n)$ désigne un processus aléatoire centré, stationnaire du second ordre, blanc de variance σ^2 et les a_i une suite de coefficients. La fonction de transfert de cette équation récurrente est donnée par :

$$H(z) = \frac{1}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_p z^{-p}} \quad (\text{III.5})$$

De la forme :

$$H(z) = \frac{1}{A(z)}$$

Avec le polynôme :

$$A(z) \neq 0 \quad \text{pour } |z| \geq 1$$

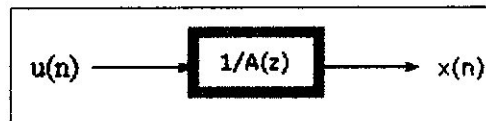


Figure (III.1) : Représentation du modèle AR

Cette solution a pour expression :

$$x(n) = u(n) + h_1 u(n-1) + \dots + h_k u(n-k) + \dots$$

Où la suite h_i est la suite des coefficients du développement en série de Fourier de la fonction : $H(f) = H(z) \exp(2j\pi f)$.

Alors le signal $x(n)$ est vu comme la sortie du filtre tout pôle de la fonction de transfert $H(z)$ dont l'entrée est le processus $u(n)$.

III.2 PROCESSUS MA D'ORDRE Q

On appelle processus à moyenne ajustable MA d'ordre Q, le processus aléatoire défini par :

$$x(n) = u(n) + b_1 u(n-1) + \dots + b_Q u(n-Q) \quad (\text{III.6})$$

Où $u(n)$ désigne un processus aléatoire centré, stationnaire du second ordre, blanc de variance σ^2 , et (b_1, \dots, b_Q) une suite de Q coefficients.

Le processus ainsi construit apparaît comme la moyenne pondérée par la suite $\{b_j\}$ des $(Q+1)$ dernières valeurs de l'entrée. Tout se passe comme si on déplaçait cette suite de pondération devant le signal d'entrée, c'est pour cette raison que le processus est dit à moyenne ajustable. Le processus $x(n)$ peut aussi être vu comme la sortie d'un filtre linéaire dont la réponse impulsionnelle est la suite finie $\{b_j\}$. Ce filtre FIR a donc pour fonction de transfert :

$$H(z) = 1 + b_1 z^{-1} + \dots + b_Q z^{-Q}. \quad (\text{III.7})$$

Ces modèles ne possèdent pas de pôles, par conséquent le filtre est stable.

III.3 PROCESSUS ARMA D'ORDRE (P,Q)

Les signaux ARMA sont obtenus par passage d'un bruit blanc dans un filtre récursif appelé aussi filtre à réponse impulsionnelle infinie (R.I.I), ces signaux sont une combinaison des signaux A.R et M.A. La fonction de transfert du filtre présente un numérateur et un dénominateur

Les processus autorégressifs à moyenne ajustable ARMA s'obtiennent en mettant en série une structure AR et une structure MA, le processus est solution de l'équation récurrente :

$$x(n) + a_1 x(n-1) + \dots + a_p x(n-p) = w(n) + b_1 w(n-1) + \dots + b_Q w(n-Q) \quad (\text{III.8})$$

Où $u(n)$ désigne un processus aléatoire centré, stationnaire au second ordre, blanc de variance σ^2 , et $\{a_1, \dots, a_p\}$ et $\{b_1, \dots, b_p\}$ sont deux suites de coefficients :

$$H(z) = \frac{1 + b_1 z^{-1} + \dots + b_Q z^{-Q}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_p z^{-p}} \quad (\text{III.9})$$

On montre que cette équation admet une solution $x(n)$, stationnaire au second ordre, unique, qui s'exprime causalement en fonction de $u(n)$, si et seulement si les racines du dénominateur, qui sont les pôles de la fonction de transfert $H(z)$, sont de module strictement inférieur à 1.

Ainsi un processus ARMA (P,Q) est la solution stationnaire d'une équation récurrente de la forme (III.8).

III.4 MORDELES ARMAX

Il existe un grand nombre de modèles parmi la classe des modèles linéaires qu'on peut définir par la forme générale suivante :

$$x(n) = -\sum_{k=1}^p a_k x(n-k) + \sum_{k=0}^q b_k u(n-k) + \sum_{k=1}^{\ell} c_k v(n-k) \quad (\text{III.10})$$

Où $u(n)$ est un bruit blanc et $v(n)$ une entrée de contrôle, ce modèle est dit ARMAX.

Les cas particuliers suivants sont souvent considérés :

- si $\ell = 0$, il s'agit d'un modèle ARMA (p, q) classique.
- si $q = 0$, il s'agit d'un modèle ARX.
- si $q = \ell = 0$: il s'agit d'un modèle AR(p).

Un modèle spécial de modèle ARMA est le modèle ARIMA pour lequel le polynôme $A(z)$ est de la forme :

$$A(z) = (1-Z^{-1})^{\ell} A_1(z)$$

Où les zéro de $A_1(z)$ sont à l'intérieur du cercle unité. Il s'agit en fait d'un intégrateur d'ordre ℓ d'un processus ARMA.

Dans le domaine des ARMA, Grenier a proposé un modèle ARMA pour lequel les paramètres AR et MA dépendent du temps :

$$x(n) = -\sum_{k=1}^p a_k(n-k)x(n-k) + \sum_{k=0}^q b_k(n-k)u(n-k)$$

Il s'agit de modèles non linéaires.

III.5 SÉLECTION DE L'ORDRE DU MODELE

Un des problèmes fondamentaux en modélisation paramétrique, outre le choix du modèle, concerne le choix de l'ordre du modèle.

Les critères de sélection de l'ordre du modèle doivent satisfaire le compromis suivant :

- Choisir un ordre trop faible revient à lisser le spectre.
- Choisir un ordre trop élevé conduit à des pics secondaires.

Les méthodes proposées consistent à minimiser un critère, l'ordre choisi est celui qui minimise le critère. Ce dernier dépend en général de la puissance de l'erreur de prédiction aux différents ordres

IV. SPECTRES PARAMETRIQUES

Le spectre de puissance à la sortie du filtre linéaire de fonction de transfert $H(z)$ est reliée au spectre de puissance de l'entrée par la relation :

$$S_{xx}(z) = H(z) \cdot H^*\left(\frac{1}{z^*}\right) S_{uu}(z)$$

Cette expression est évaluée le long du cercle unité (filtre stable) d'où :

$$S_{xx}(f) = |H(f)|^2 S_{uu}(f)$$

La commande des modèles paramétriques étant un bruit blanc à moyenne nulle et variance σ^2 :

$$S_{xx}(f) = |H(f)|^2 \sigma^2 \Delta t \quad (\text{III.11})$$

IV.1 SPECTRE POLE -ZERO

Puisqu'un processus ARMA peut être vu comme la sortie d'un filtre excité par un bruit blanc de variance σ^2 , tenant compte de (III.9), la dsp d'un processus ARMA s'écrit :

$$S(f) = \sigma^2 \frac{|1 + b_1 e^{-2j\pi f} + \dots + b_q e^{-2j\pi qf}|^2}{|1 + a_1 e^{-2j\pi f} + \dots + a_p e^{-2j\pi pf}|^2} \quad (\text{III.12})$$

Le spectre du processus ARMA est dit spectre pole -zéro.

IV.2 SPECTRE TOUT POLE

Si tous les paramètres b_i disparaissent sauf b_0 ($b_0=1$), alors :

$$S(f) = \frac{\sigma^2}{|1 + a_1 e^{-2j\pi f} + \dots + a_p e^{-2j\pi pf}|^2} \quad (\text{III.13})$$

Le spectre du processus AR est dit spectre tout pole.

IV.3 SPECTRE TOUT ZERO

Si tous les paramètres a_i disparaissent sauf a_0 ($a_0=1$), alors :

$$S(f) = \sigma^2 |1 + b_1 e^{-2j\pi f} + \dots + b_q e^{-2j\pi qf}|^2 \quad (\text{III.14})$$

Le spectre du processus MA est dit spectre tout zéro.

V. EQUATIONS DE YULE WALKER

La majorité des méthodes d'estimation des paramètres ARMA, AR, MA est basée sur les équations de Yule-Walker, ces équations décrivent la relation entre les paramètres du modèle et la fonction d'auto corrélation du processus dont on veut estimer la dsp.

Nous rappelons qu'une représentation ARMA (P,Q) est la représentation paramétrique la plus générale où l'on suppose que le processus observé est la sortie d'un filtre à P pôles et Q zéros existés par un bruit blanc :

$$x_n = -\sum_{k=1}^p a_k x_{n-k} + \sum_{k=0}^q b_k u_{n-k} \quad (\text{III.15})$$

Où, $b_0=1$

Et:

$$R_{uu}(k) = \sigma^2 \cdot \delta_k$$

La relation des paramètres ARMA à la fonction d'auto corrélation se déduit par multiplication de l'équation (III.15) par x_{n-l}^* et nous considérons l'espérance des termes, ceci mène à:

$$E[x_n x_{n-l}^*] = -\sum_{k=1}^p a_k E[x_{n-k} x_{n-l}^*] + \sum_{k=0}^q b_k E[u_{n-k} x_{n-l}^*]$$

$$R_{xx}(\ell) = -\sum_{k=1}^p a_k R_{xx}(\ell-k) + \sum_{k=0}^q b_k R_{ux}(\ell-k) \quad (\text{III.16})$$

Le bruit blanc est implanté théoriquement dans un filtre causal et stable, par conséquent :

$$R_{xx}(\ell) = \begin{cases} -\sum_{k=1}^p a_k R_{xx}(\ell-k) + \sum_{k=0}^q b_k R_{ux}(\ell-k) & \text{pour } \ell=0, \dots, q \\ -\sum_{k=1}^p a_k R_{xx}(\ell-k) & \text{pour } \ell=q+1, q+2 \end{cases}$$

Sachant que :

$$R_{ux}(k) = \sigma^2 \cdot h_{-k}^*$$

$$R_{xx}(\ell) = \begin{cases} -\sum_{k=1}^p a_k R_{xx}(\ell-k) + \sigma^2 \sum_{k=1}^q b_k \cdot h_{k-\ell}^* & \text{pour } \ell=0, \dots, q \\ -\sum_{k=1}^p a_k R_{xx}(\ell-k) & \text{pour } \ell=q+1, q+2 \end{cases} \quad (\text{III.17})$$

Les équations dérivées par (III.17) sont non linéaires sans paramètres ARMA, le caractère non linéaire des équations set dû à l'inter corrélation inconnue entre l'entrée et la sortie du filtre puisque U_n étant inobservable, $R_{ux}(k)$ ne peut être estimée. De nombreuses méthodes ont été proposées pour résoudre ces équations.

Pour estimer la dsp du processus AR donné par l'équation (III.13) il faut estimer l'ensemble $\{a_1, \dots, a_p, \sigma^2\}$, pour ce faire la relation entre les paramètres du modèle et la fonction d'auto corrélation (connue ou estimée) du processus x_n est présentée à travers les équations de Yule-Walker. La dérivation de ces équations procède comme suit :

$$R_{xx}(k) = E [x_{n+k} \cdot x_n^*]$$

D'après la modélisation adoptée :

$$x_n = -\sum_{i=1}^p a_i x_{n-i} + u_n$$

Alors $R_{xx}(k)$ s'écrit :

$$R_{xx}(k) = E \left[\left(-\sum_{i=1}^p a_i \cdot x_{n+k-i} + u_{n+k} \right) \cdot x_n^* \right]$$

$$R_{xx}(k) = -\sum_{i=1}^p a_i E(x_{n+k-i} \cdot x_n^*) + E(u_{n+k} \cdot x_n^*)$$

$$R_{xx}(k) = -\sum_{i=1}^p a_i R_{xx}(k-i) + E(u_{n+k} \cdot x_n^*)$$

Puisque le filtre linéaire est causal, stable, et de réponse impulsionnelle h , nous avons :

$$E(u_{n+k} \cdot x_n^*) = E\left(u_{n+k} \cdot \sum_{i=0}^{\infty} h_i^* \cdot u_{n-i}^*\right) = \sum_{i=0}^{\infty} h_i^* E(u_{n+k} \cdot x_{n-i}^*)$$

$$E(u_{n+k} \cdot x_n^*) = \sum_{i=0}^{\infty} h_i^* \cdot \sigma^2 \cdot \delta_{k+i} = \begin{cases} 0 & \text{pour } k > 0 \\ h_0^* \sigma^2 & \text{pour } k = 0 \end{cases}$$

Avec:

$$h_0 = \lim_{z \rightarrow \infty} H(z) = 1$$

Par conséquent:

$$R_{XX}(k) = \begin{cases} -\sum_{i=1}^P a_i \cdot R_{XX}(k-i) & k > 0 \\ -\sum_{i=1}^P a_i \cdot R_{XX}(-i) + \sigma^2 & k = 0 \end{cases} \quad (\text{III.18})$$

Pour déterminer les paramètres du modèle AR d'ordre p , nous avons besoin de choisir p équations du système (III.18) pour $k > 0$, résoudre pour $\{a_1, a_2, \dots, a_p\}$, et alors trouver σ^2

Pour $k=0$. Ce ci s'exprime sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} R_{XX}(0) & R_{XX}(-1) & \cdots & R_{XX}(-P) \\ R_{XX}(1) & R_{XX}(0) & \cdots & R_{XX}(-(P-1)) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ R_{XX}(P) & R_{XX}(P-1) & \cdots & R_{XX}(0) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ a_1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma^2 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.19})$$

La matrice d'auto corrélation R_{XX} d'ordre $p+1$ est Hermitienne ($R_{XX}^* = R_{XX}$) et elle est toeplitz (les éléments sur les diagonales sont identiques).

Dans le cas d'un modèle MA(q), il n'existe plus de relation linéaire entre la corrélation et les paramètres MA. D'autre part, la corrélation d'un processus MA(q) est de longueur finie q , ($R_{XX}(m) = 0$ pour $|m| > q$).

On constate la simplicité d'une modélisation AR par rapport à une ARMA, c'est ce qui rend le spectre AR le plus utilisé.

C'est en partie parce que les équations de Yule-Walker permettant d'extrapoler la fonction de corrélation que les méthodes paramétriques sont dites *haute résolution*. En effet, pour les méthodes classiques d'estimation spectrale telles que le périodogramme on tronque la fonction de corrélation, d'où un fenêtrage, c'est-à-dire une perte de résolution qui se manifeste par l'apparition de lobes secondaires. Dans le cas d'une modélisation AR par exemple, ce n'est pas le cas puisqu'on a :

$$s_{xx}(f) = \frac{\sigma^2}{\left|1 + \sum_{k=1}^p a_k e^{-j2\pi kf}\right|^2} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \phi_{zz}(m) e^{-j2\pi mf}$$

Avec :

$$\phi_{zz}(m) = \begin{cases} \hat{R}_{xx}(m) & |m| \leq p \\ -\sum_{k=1}^p a_k R_{xx}(m-k) & |m| > p \end{cases}$$

VI. ALGORITHME DE BURG

Dans ce qui suit nous établissons la méthode de Burg qui a été élaborée pour résoudre les équations de Yule Walker en se basant sur une modélisation paramétrique AR.

L'approche de Burg pour l'estimation des paramètres AR utilisant un bloc de N échantillons a été introduite par J.P. Burg, l'idée fut de calculer directement à partir des données observées une estimation des coefficients de corrélation partielle sans passer par le calcul des auto corrélation et déduire par une récurrence dite récurrence de Levinson les coefficients du modèle.

Cet algorithme consiste en une succession de minimisation au sens des moindres carrés par rapport à un seul paramètre à la fois sous contrainte que les coefficients estimés sont utilisés dans la synthèse d'un filtre à structure treillis, si le processus est stationnaire au sens large, les coefficients du filtre optimal de l'erreur de prédiction rétrograde sont identiques aux coefficients du filtre optimal de l'erreur de prédiction directe mais conjugués et inversés dans le temps. Nous partons des expressions de l'erreur de prédiction au rang k , et tenant compte de l'expression de la prédiction linéaire directe :

$$x_n = -\sum_{i=1}^k a_{k,i} \cdot x_{n-i}$$

L'erreur de prédiction directe est alors :

$$e_{kn}^F = x_n - \hat{x}_n = \sum_{i=0}^k a_{k,i} x_{n-i} \quad (\text{III.20})$$

Où $a_{k,0} = 1$

L'erreur de prédiction rétrograde s'écrit :

$$e_{kn}^B = \sum_{i=0}^k a_{k,i}^* x_{n-k+i} \quad (\text{III.21})$$

Pour obtenir les estimés des paramètres AR, Burg minimise la somme des énergies de l'erreur de prédiction directe et rétrograde, nous posons :

$$\varepsilon_k^F = \frac{1}{N-k} \sum_{n=k}^{N-1} |e_{k,n}^F|^2$$

$$\varepsilon_k^B = \frac{1}{N-k} \sum_{n=k}^{N-1} |e_{k,n}^B|^2$$

Nous définissons donc le critère :

$$\varepsilon_k = \frac{1}{2} (\varepsilon_k^F + \varepsilon_k^B)$$

$$\varepsilon_k = \frac{1}{2(N-K)} \sum_{n=k}^{N-1} (|e_{k,n}^F|^2 + |e_{k,n}^B|^2) \quad (\text{III.22})$$

Les paramètres $a_{k,i}$ doivent satisfaire la récurrence de Levinson :

$$a_{k,i} = a_{k-1,i} + k_k \cdot a_{k-1,k-i}^* \quad (\text{III.23})$$

Cette contrainte est justifiée par le désir de Burg d'assurer un filtre AR stable.

Nous supposons connues les erreurs de prédiction directe et rétrograde au rang $k-1$ et nous démontrons une récurrence qui relie les erreurs de prédiction actuelle et précédente :

$$e_{k,n}^F = e_{k-1,n}^F + K_k \cdot e_{k-1,n-1}^B \quad (\text{III.24})$$

$$e_{k,n}^B = e_{k-1,n-1}^{B^*} + K_k \cdot e_{k-1,n}^F \quad (\text{III.25})$$

Le critère à minimiser devient :

$$\varepsilon_k = \frac{1}{2(N-K)} \sum_{n=k}^{N-1} \left(\left| e_{k-1,n}^F + k_k \cdot e_{k-1,n-1}^{B^*} \right|^2 + \left| e_{k-1,n-1}^{B^*} + k_k \cdot e_{k-1,n}^F \right|^2 \right)$$

Le critère est donc fonction uniquement du coefficient de corrélation partielle inconnu k_k et des erreurs de prédiction du rang $k-1$ qui sont supposées connues, c'est une équation du second ordre en k_k . Pour trouver un estimateur de K_k , nous proposons de minimiser le critère ε_k par rapport à K_k , et par annulation de la dérivée de ε_k nous aboutissons à:

$$\hat{K}_k = \frac{-2 \sum_{n=k}^{N-1} e_{k-1,n-1}^{B^*} \cdot e_{k-1,n}^F}{\sum_{n=k}^{N-1} \left(\left| e_{k-1,n-1}^{B^*} \right|^2 + \left| e_{k-1,n}^F \right|^2 \right)} \quad (\text{III.26})$$

D'après (III.26):

$$|\hat{K}_k| \leq 1$$

Ainsi les équations (III.23) et (III.26) ensemble garantissent un filtre tout pôle stable, ce résultat est important car ces coefficients sont utilisés dans la synthèse d'un filtre dont la structure est en treillis et qui permet de synthétiser une trajectoire du processus AR d'ordre p à partir d'un bruit blanc.

VII. RECURRENCE DES ERREURS DE PREDICTION DIRECT ET RETROGRADE

Pour établir une récurrence entre les erreurs de prédiction actuelle et précédente et ce en respectant la récurrence de Levinson, nous exploitons les erreurs de prédiction du rang $(k-1)$ pour déduire une expression des erreurs de prédiction au rang k .

Tenant compte de la structure AR:

$$\hat{x}_n = -\sum_{k=1}^p a_k x_{n-k}$$

L'erreur de prédiction directe au rang (k-1) s'écrit:

$$e_{k-1,n}^F = \sum_{i=0}^{k-1} a_{k-1,i} \cdot x_{n-i} \quad a_{k-1,0} = 1$$

$$e_{k-1,n}^F = 1 \cdot x_n + a_{k-1,1} \cdot x_{n-1} + \dots + a_{k-1,k-1} \cdot x_{n-k+1} \quad (\text{III.27})$$

De la forme:

$$e_{k-1,n}^F = A_{k-1}^F \cdot X_{n,1}$$

Avec:

$$A_{K-1}^F = \left[1 \ a_{K-1,1} \ a_{K-1,2} \ \dots \ a_{K-1,K-1} \right]$$

$$X_{n,1} = \left[x_n \ x_{n-1} \ \dots \ x_{n-k+1} \right]$$

L'erreur de prédiction rétrograde quant à elle s'écrit :

$$e_{k-1,n}^B = \sum_{i=0}^{k-1} a_{k-1,i}^* \cdot x_{n-k+i}$$

$$e_{k-1,n}^B = a_{k-1,k-1}^* \cdot x_n + a_{k-1,k-2}^* \cdot x_{n-1} + \dots + 1 \cdot x_{n-k} \quad (\text{III.28})$$

Cette forme est équivalente à la forme:

$$e_{k-1,n}^B = A_{k-1}^{B^*} \cdot X_{n,1}$$

Avec:

$$A_{k-1}^{B^*} = \left[a_{k-1,k-1}^* \ a_{k-1,k-2}^* \ \dots \ 1 \right]$$

La récurrence développée est sujette à la contrainte de Levinson, nous utilisons la combinaison linéaire suivante de paramètres.

Pour l'erreur directe:

$$A_k^F = \begin{bmatrix} A_{k-1}^F \\ 0 \end{bmatrix} + K_k \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ A_{k-1}^{B^*} \end{bmatrix}$$

Avec:

$$A_k^F = [1 \ a_{k,1} \ a_{k,2} \ \dots \ a_{k,k-1} \ a_{k,k}]$$

K_k est une constante arbitraire.

Nous développons en suite la forme de $e_{k,n}^F$:

$$e_{k,n}^F = A_k^F \cdot X_{n,2}$$

Avec:

$$X_{n,2} = [x_n \ x_{n-1} \ \dots \ x_{n-k}]$$

Alors:

$$e_{k,n}^F = \begin{bmatrix} A_{k-1}^F \\ 0 \end{bmatrix} \cdot X_{n,2} + K_k \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ A_{k-1}^{B^*} \end{bmatrix} \cdot X_{n,2}$$

Avec:

$$X_{n-1,2} = [x_{n-1} \ x_{n-2} \ \dots \ x_{n-k}]$$

Donc:

$$e_{k,n}^F = e_{k-1,n}^F + K_k \cdot e_{k-1,n-1}^{B^*} \quad (\text{III.29})$$

De même pour l'erreur rétrograde:

$$e_{k,n}^B = A_k^{B^*} \cdot X_{n,2}$$

$$e_{k,n}^F = \begin{bmatrix} 0 \\ A_{k-1}^{B^*} \end{bmatrix} \cdot X_{n,2} + K_k \cdot \begin{bmatrix} A_{k-1}^F \\ 0 \end{bmatrix} \cdot X_{n,2}$$

Alors:

$$e_{k,n}^B = A_{k-1}^{B^*} \cdot X_{n-1,2} + K_k \cdot A_{k-1}^F \cdot X_{n,1}$$

Ainsi:

$$e_{k,n}^B = e_{k-1,n-1}^{B^*} + K_k \cdot e_{k-1,n}^F \quad (\text{III.30})$$

Les équations (III.29) et (III.30) forment une plate-forme sur laquelle est fondé l'algorithme de Burg.

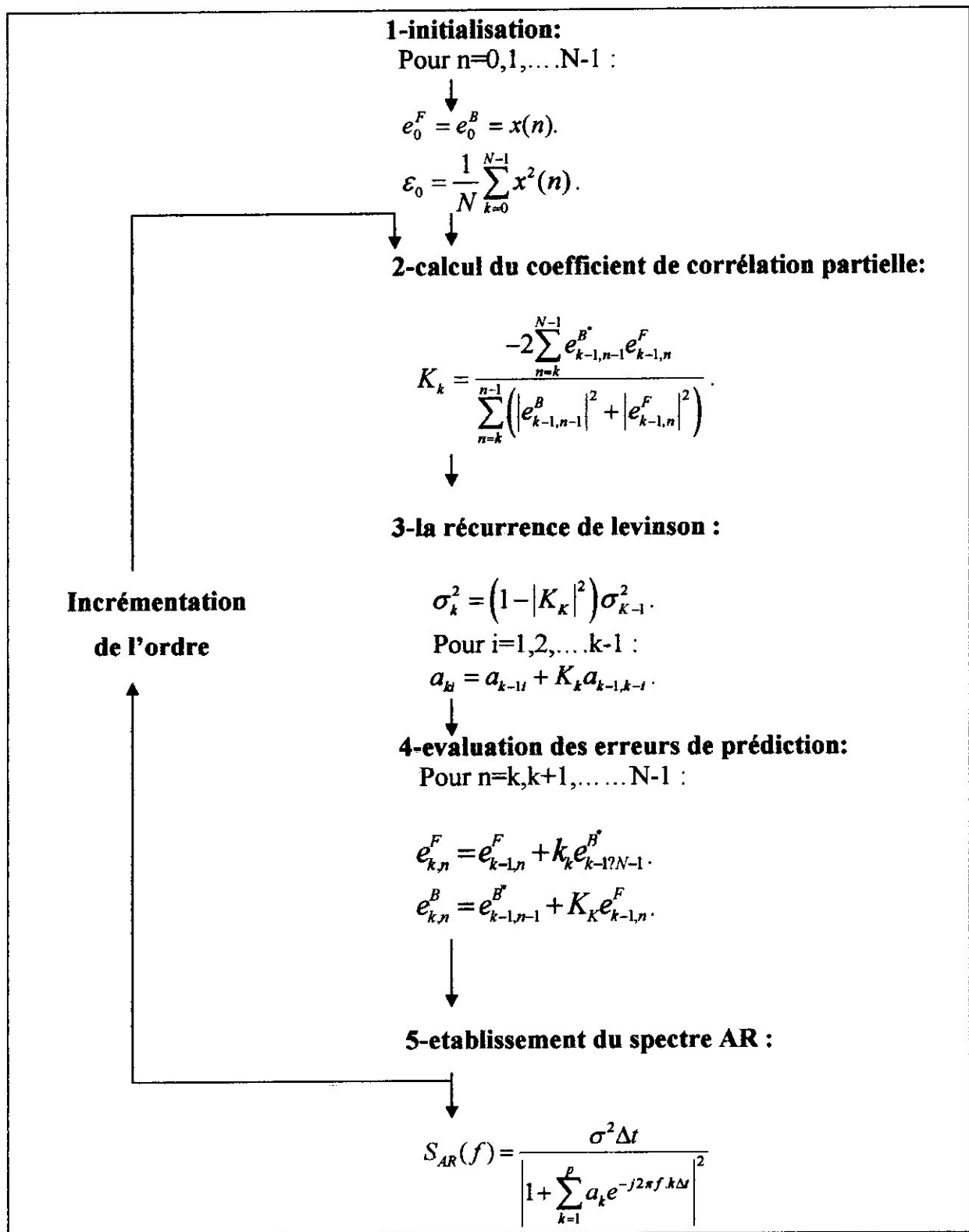



Figure (III.2) : Mise en œuvre de l'algorithme de Burg Appliqué à l'estimation spectral AR



Chapitre IV
Simulations et
Résultats

INTRODUCTION

Pour illustrer le principe général de fonctionnement du radar à compression d'impulsion, en particulier les traitements fondamentaux élaborés dans le récepteur, nous avons élaboré deux simulations différentes sous Matlab, l'une est un traitement en distance, la seconde est un traitement en vitesse.

Les étapes fondamentales de chaque simulation sont :

- Génération du signal radar et de son écho.
- Simulation du filtrage adapté ou optimal.
- Estimation de la distance ou de la vitesse.

I. TRAITEMENT EN DISTANCE

Pour effectuer la mesure de la distance, le récepteur radar émet une impulsion LFM et écoute son écho, le signal reçu est noyé dans un bruit qu'on suppose gaussien blanc, il est acheminé dans deux chaînes déphasées de 90° , la chaîne en phase I et la chaîne en quadrature Q, sous sa forme complexe il passe dans un filtre adapté dont la réponse impulsionnelle est juste le conjugué de l'impulsion LFM. A la sortie du filtre adapté, la compression a lieu, elle est sous forme de pic serré dont la localisation sur l'axe des temps indique la distance de la cible.

I.1 signal radar

Le signal radar pour le traitement en distance est une impulsion LFM donnée par :

$$s(t) = e^{j\pi \frac{W}{T} t^2} \quad -\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2} \quad (\text{IV.1})$$

Dans notre simulation, nous avons implémenté la forme discrète donnée par :

$$s(n) = e^{j2\pi\alpha(n-\frac{N}{2})^2} \quad 0 \leq n < N \quad (\text{IV.2})$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = \frac{1}{2 p^2 \omega T} \\ N = p T \omega \end{array} \right.$$

Nous générons une impulsion sous forme d'onde sinusoïdale de fréquence f_0 modulée linéairement en fréquence.

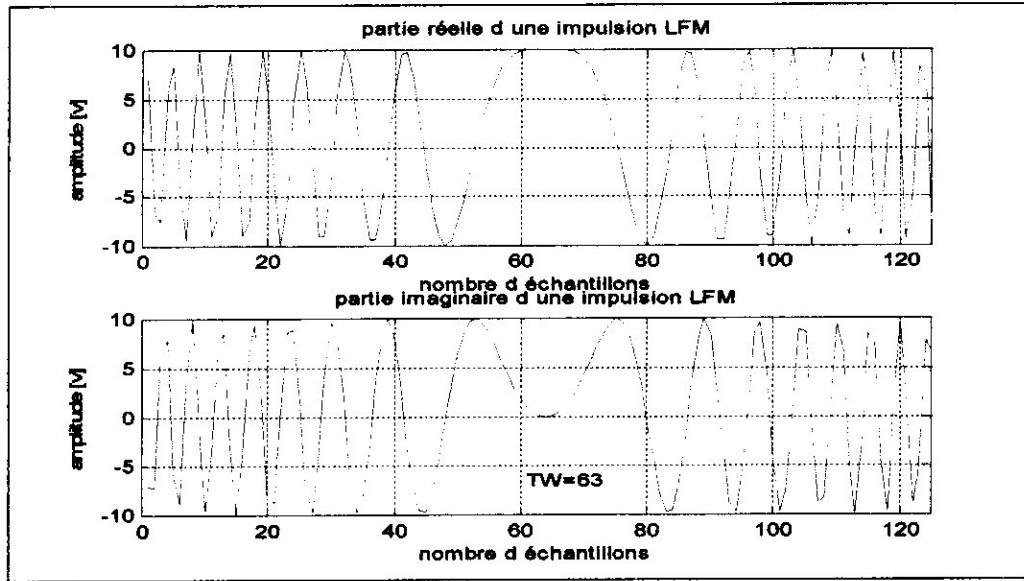


Figure (IV.1) : Allure d'une impulsion LFM

La figure (IV.1) illustre les parties réelle et imaginaire de cette impulsion LFM pour une durée T de $9 \mu s$, la déviation en fréquence occupant la bande W de 7 Mhz , ce qui donne un produit TW égale à 63 , avec un facteur d'échantillonnage p égale à 2 .

I.2 Echo radar

L'écho reçu au niveau du récepteur est noyé dans un bruit aléatoire qu'on suppose gaussien blanc. On génère donc un bruit blanc à moyenne nulle et variance σ^2 qu'on varie pour varier le rapport signal sur bruit (SNR).

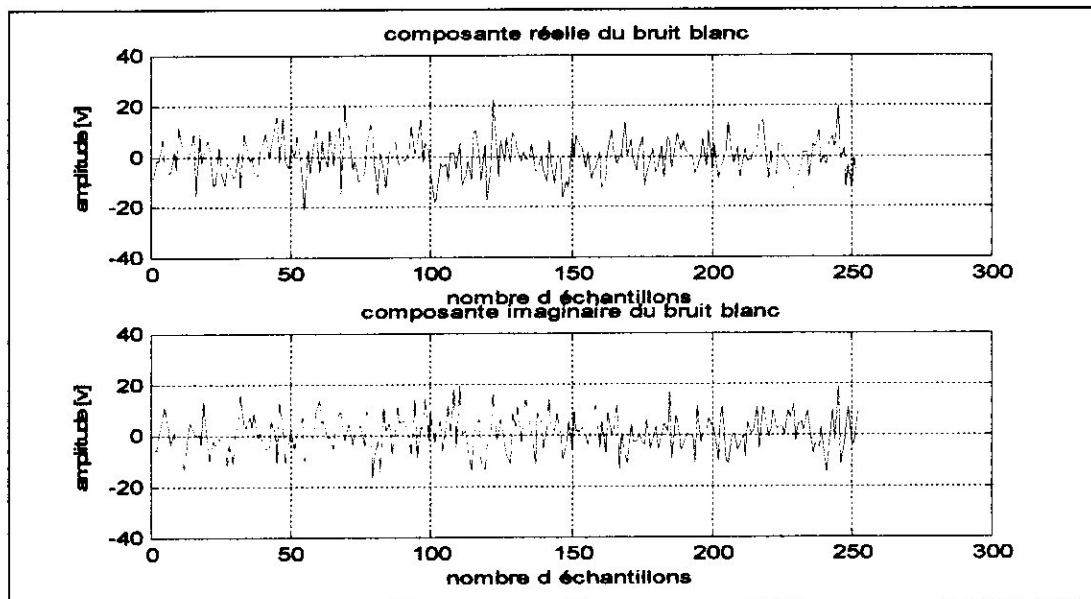


Figure (IV.2) : Bruit blanc Gaussien

L'écho radar dans le récepteur composé du signal LFM réfléchi et du bruit additif a un aspect aléatoire, il a deux composantes réelle et imaginaire et sera traité sous sa forme complexe.

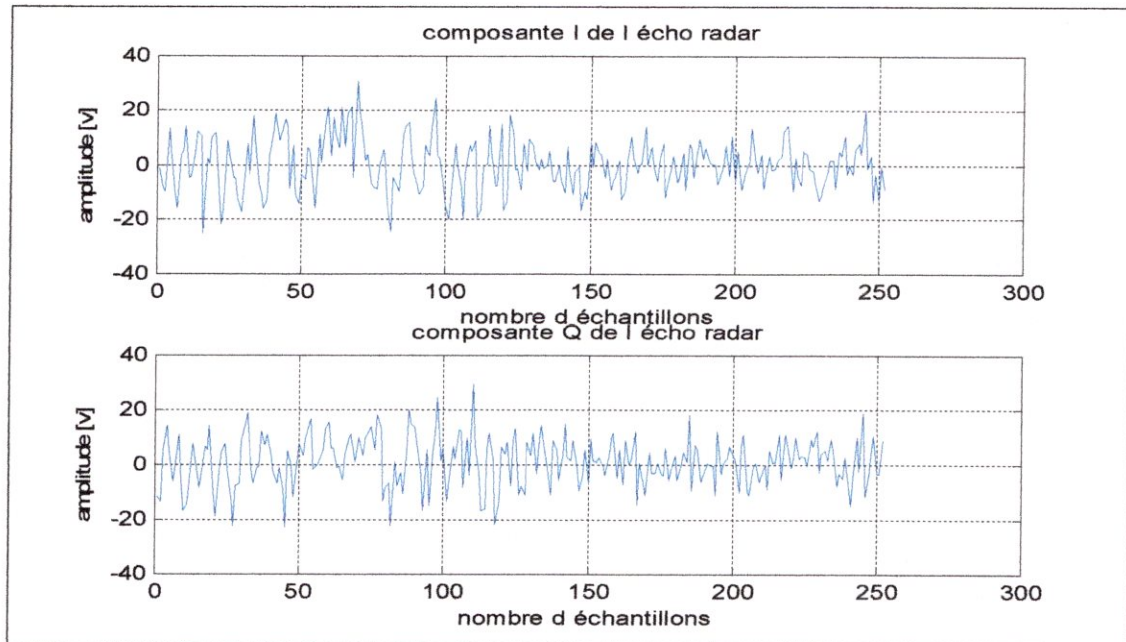


Figure (IV.3) : Composantes I et Q de l'écho radar

I.3 filtrage adapté

Nous réalisons une compression d'impulsion à travers une modulation linéaire de fréquence, toutes les méthodes de compression d'impulsion se réduisent à un filtrage adapté dont la caractéristique temps -fréquence est juste le conjugué du signal émis.

Nous générons donc un filtre dont la réponse impulsionnelle est :

$$h(t) = s^*(-t) = e^{-j\pi\frac{W}{T}t^2} \quad -\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2} \quad (\text{IV.3})$$

Dont la forme discrète équivalente est :

$$h(n) = e^{-j2\pi\alpha(n-\frac{N}{2})^2} \quad 0 \leq n < N \quad (\text{IV.4})$$

Avec :

$$\begin{cases} \alpha = \frac{1}{2 p^2 \omega T} \\ N = p T \omega \end{cases}$$

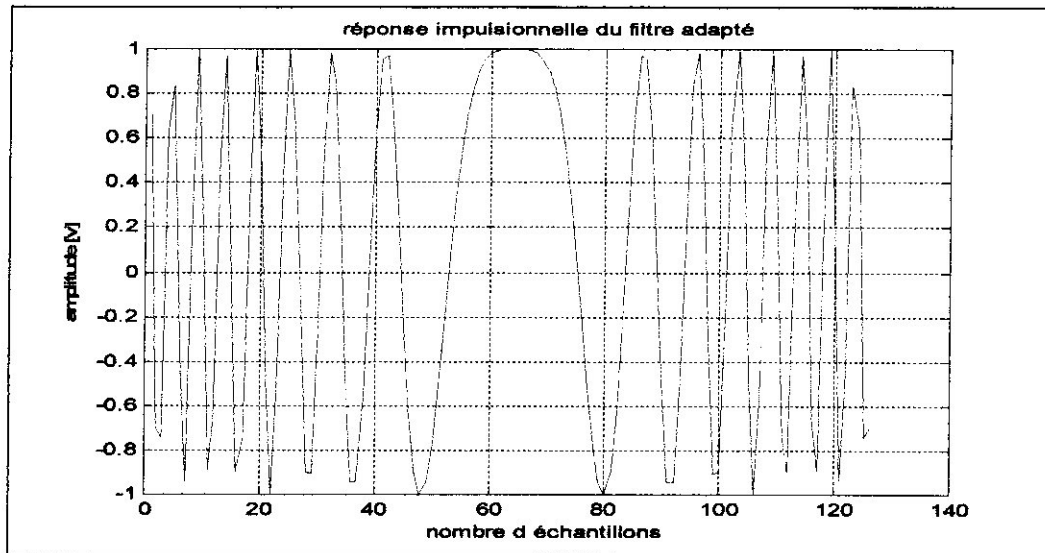
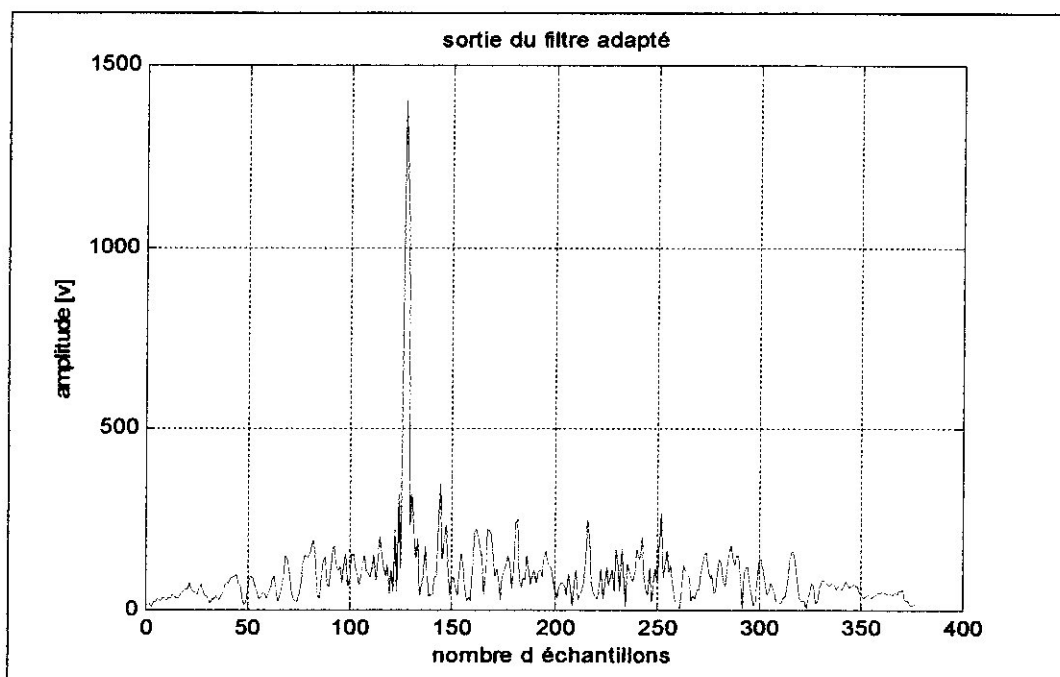


Figure (IV.4) : Réponse impulsionnelle du filtre adapté

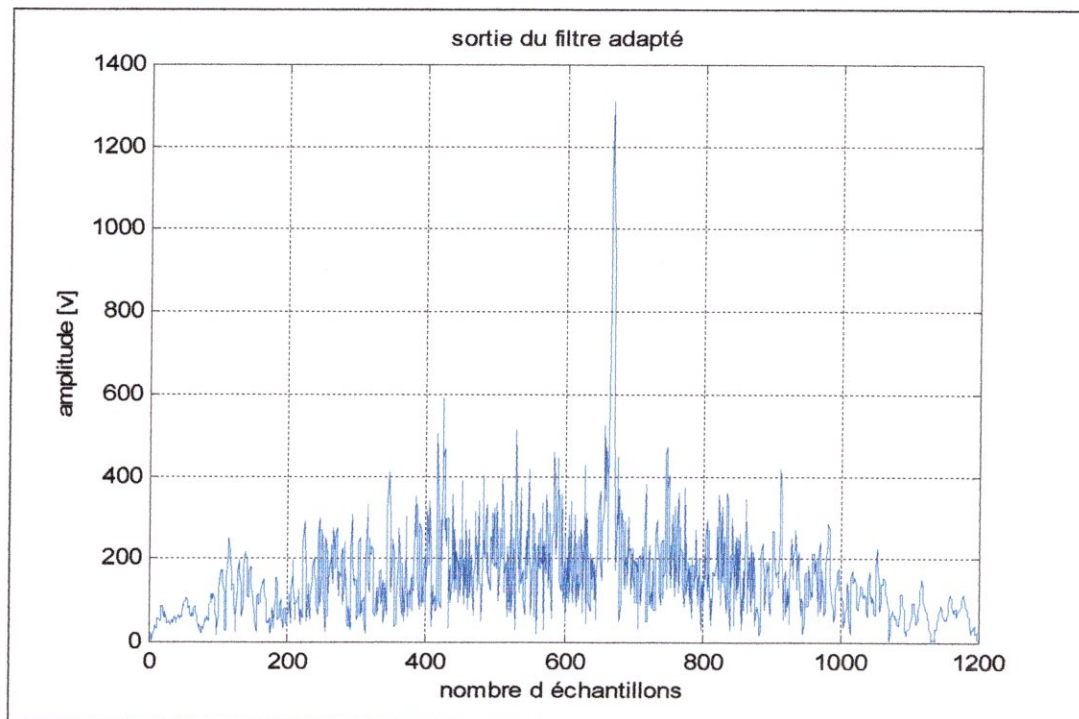
Le filtre adapté que nous générons réalise la compression d'impulsion et améliore le rapport signal au bruit (SNR). A la sortie nous avons un pic étroit d'amplitude très importante, accompagné de lobes secondaires de faibles intensités. Cette simulation est effectuée sans aucun décalage temporel du à la cible, il indique donc la distance minimale détectable par le radar (3.7607 km).



**Figure (IV.5) : Sortie du filtre adapté
Pour $TW=63$, $R=3.7607$ km**

Dans ce qui suit, nous allons effectuer plusieurs simulations en variant à chaque fois un paramètre radar pour optimiser les performances du programme élaboré.

Pour un faible SNR (-3dB), nous générons un décalage temporel et on réalise un filtrage adapté de $TW = 200$ à un facteur d'échantillonnage $p = 2$. On détecte alors une distance de 204 km, avec des lobes secondaires entourant le lobe de compression qui deviennent intenses, c'est l'effet de l'augmentation de la variance du bruit.



**Figure (IV.6) : Sortie du filtre adapté
Pour $TW=200$, $SNR=-3$ dB, $p=2$, $R=204$.km**

On refait la même simulation pour le même décalage temporel et on réalise notre filtrage adapté avec les mêmes données sauf qu'on échantillonne à un facteur $p = 5$, le bruit a toujours le même effet mais le pic de compression est plus serrée et double son amplitude, la distance détectée est 203.25km.

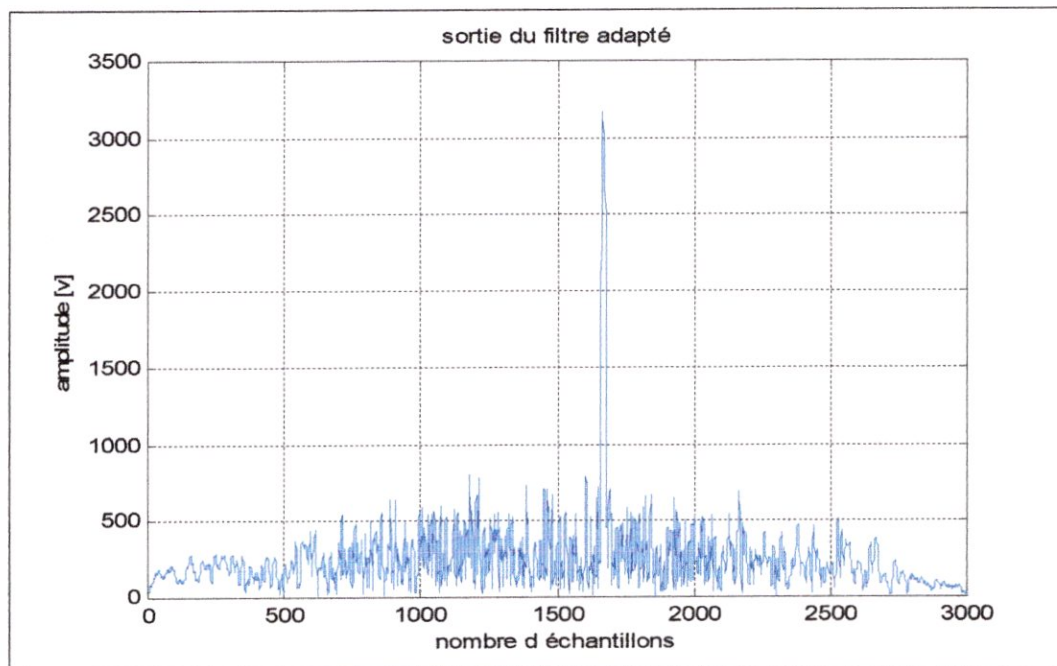


Figure (IV.7) : Sortie du filtre adapté
Pour : $TW=200$, $SNR=-3$ dB, $p=5$, $R=203.25$ km

On continue d'augmenter la variance du bruit jusqu'à un SNR de -13 dB pour illustrer l'effet du bruit sur les performances du filtre adapté. L'intensité des lobes secondaires s'accroît et peut induire de fausses détections, c'est ce que illustre la figure (IV.8)

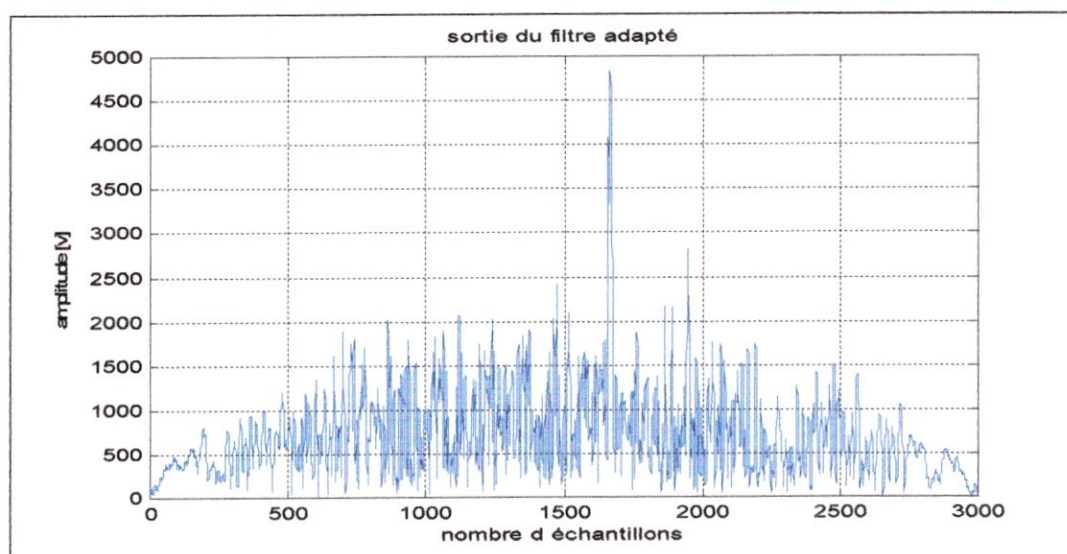


Figure (IV.8) : Sortie du filtre adapté

Pour : $TW=200$, $SNR=-13$ dB, $p=5$, $R=205.05$ km

LA résolution en distance est un critère important pour la détection de deux cibles au même temps. Nous vérifions dans ce qui suit la résolution à la sortie du filtre adapté en fonction de quelques paramètres.

Pour résoudre deux cibles A et B distantes de 7.5 km, on réalise un filtre adapté de $TW = 200$, on échantillonne à $p = 2$ à un SNR de 0 dB, pour détecter la cible A à 204.75 km et la cible B à 197.25 km respectivement selon la figure (IV.9).

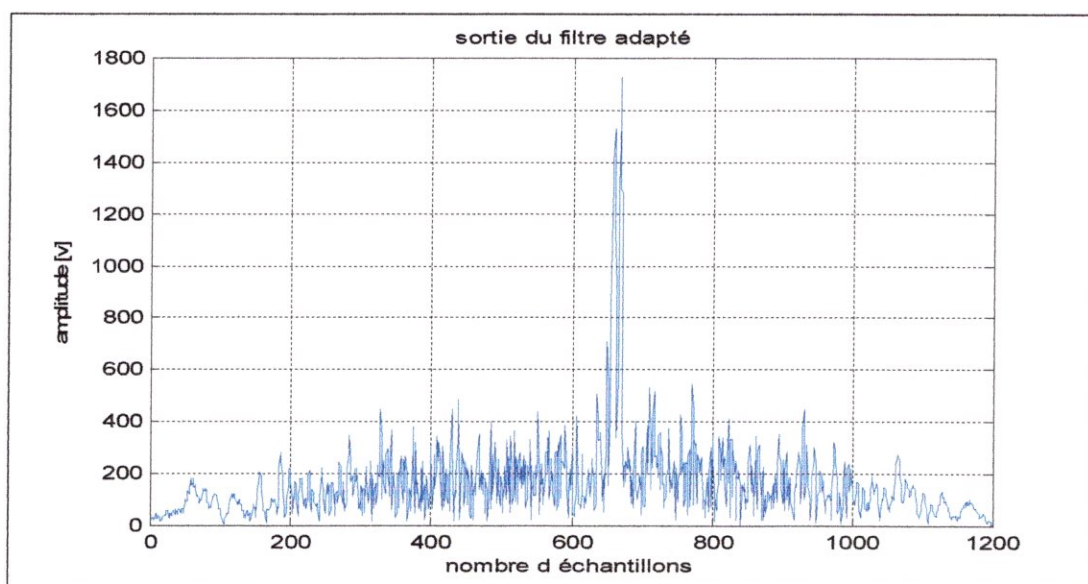


Figure (IV.9) : Résolution à la sortie du filtre adapté

$R_A=204.75$ km, $R_B=197.25$ km

Pour : $TW=200$, $SNR=0$ dB, $p=2$

On refait la résolution à un facteur d'échantillonnage $p=5$ pour deux cibles distantes de 3 Km et qu'on détecte à 207.9107 Km et 204.6107 Km respectivement.

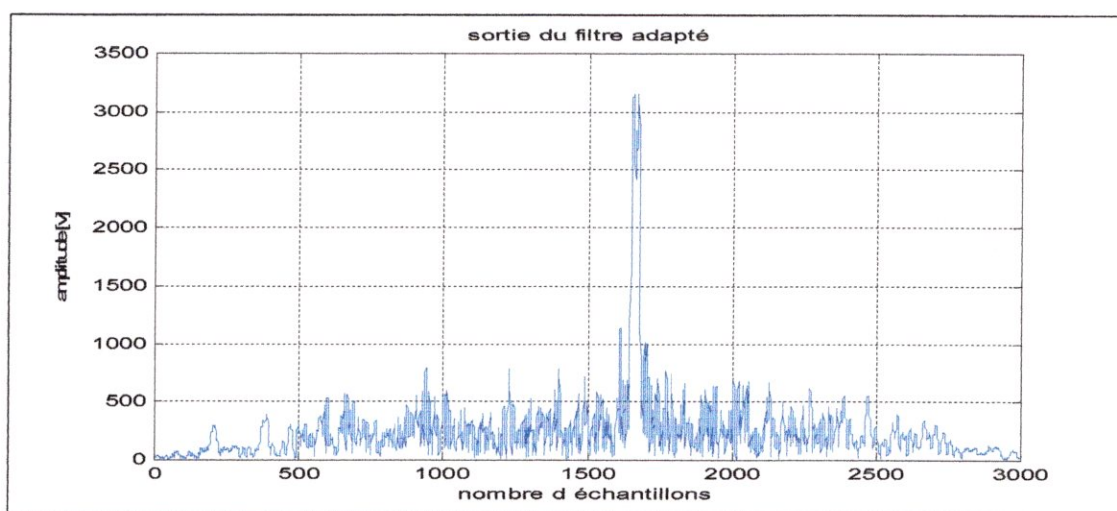


Figure (IV.10) : Résolution à la sortie du filtre adapté

$R_A=207.9107$ km, $R_B=204.6107$ km

Pour : $TW=200$, $SNR=0$ dB, $p=5$

Une dernière résolution de deux cibles distantes de 107 m est faite à un facteur d'échantillonnage $p=2$, le résultat de la détection est 8.3250 Km et 8.4321 Km respectivement.

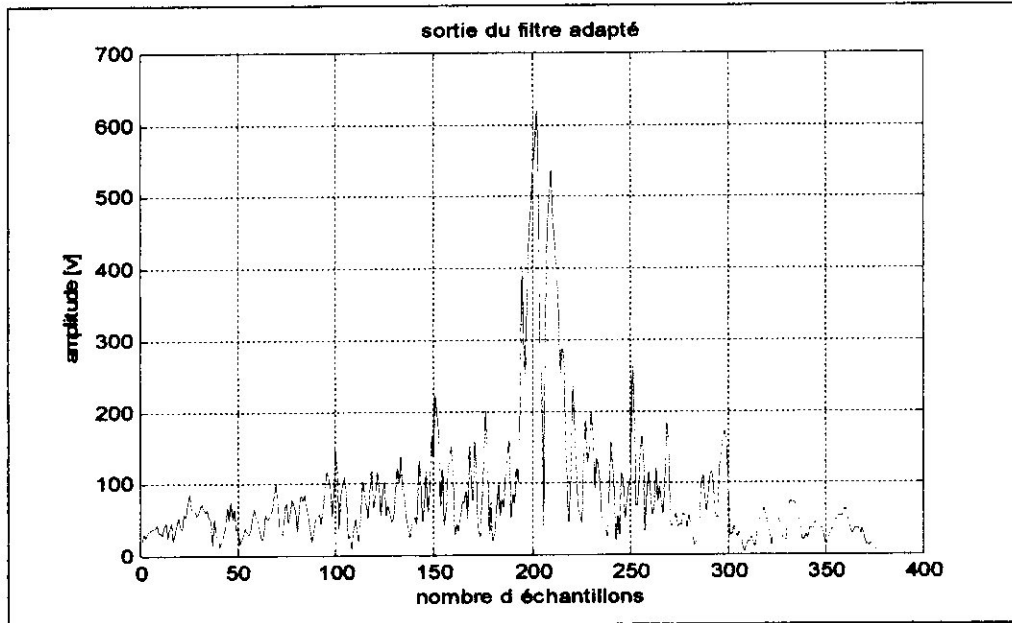


Figure (IV.11) : Résolution à la sortie du filtre adapté
 $R_A=8.3250$ km, $R_B=8.4321$ km
Pour : $TW=63$, $SNR=0$ dB, $p=2$

II. TRAITEMENT EN VITESSE :

Le traitement de l'écho radar diffère d'un traitement en distance à un traitement en vitesse, il en est même pour le signal radar émis.

paramètre	Valeur
Fréquence radar	7 Ghz
Déviation en fréquence	9 MHz
Durée d'impulsion	7 μ s
Fréquence d'échantillonnage	8 MHz
Facteur d'échantillonnage	2
Période inter impulsions	60 μ s
Nombre d'impulsions	10
Début de la fenêtre de réception	25 μ s

Tableau (IV.1) : Caractéristiques d'un radar LFM

II.1 signal radar

Pour un traitement en vitesse le signal radar est constitué d'un train d'impulsions LFM cohérents de durée 7 μ s se répétant à une période inter impulsions de 14 μ s selon le tableau (IV.1) ce qui donne une PRF de 71.429 KHz qui peut être varié pour détecter des décalages doppler plus ou moins importants.

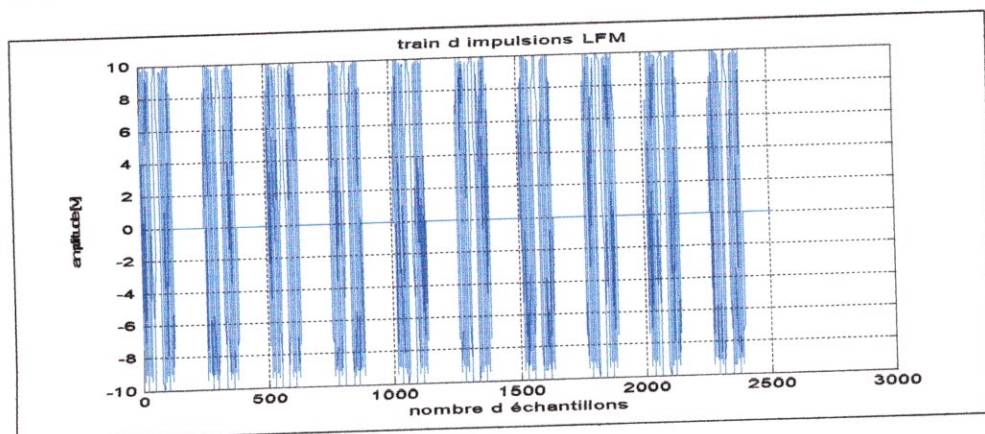
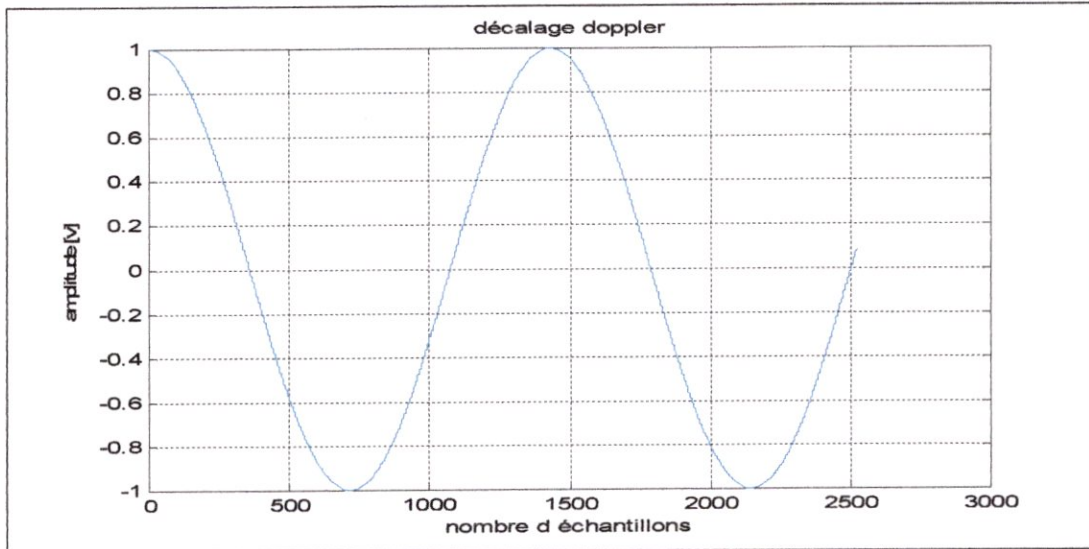
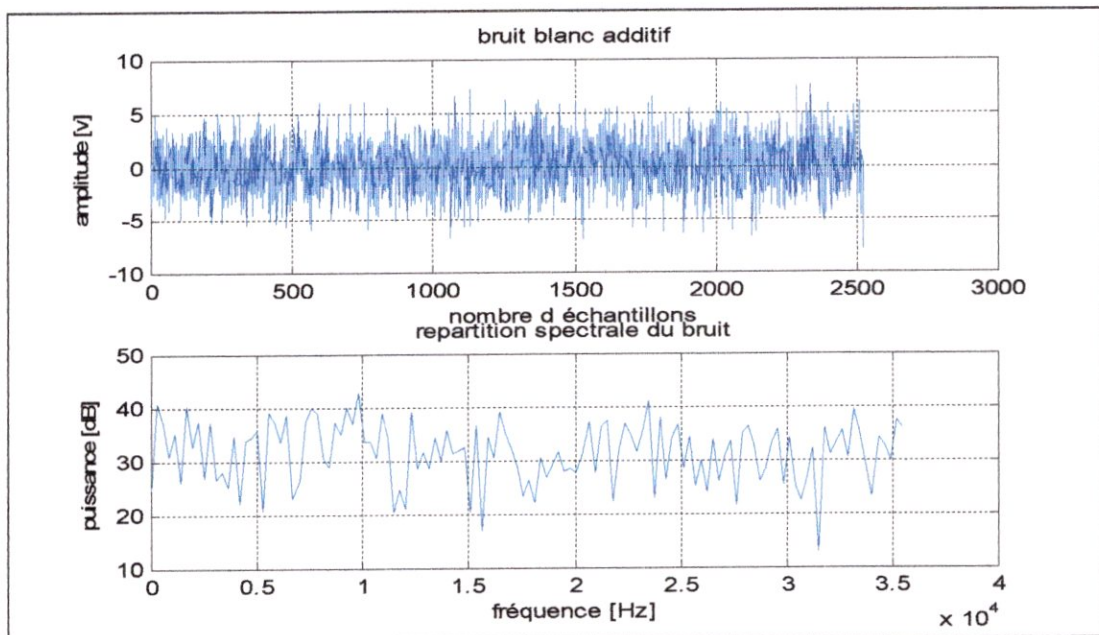


Figure (IV.12) : Train d'impulsions LFM**II.2 écho radar**

Nous générons également un décalage doppler de 12600 Hz, nous utilisons une forme discrète du signal pour implémentation sur ordinateur numérique, ceci revient à introduire une valeur normalisée doppler de 0.0007.

**Figure (IV.13) : Décalage Doppler**

La figure (IV.14) illustre l'allure du bruit additif qu'on suppose gaussien blanc de moyenne nulle et de variance σ_b^2 , la représentation spectrale du bruit est également illustrée, il s'agit d'une répartition uniforme sur tout le domaine fréquentiel considéré.

**Figure (IV.14) : Représentations temporelle et fréquentielle du bruit blanc Gaussien**

L'écho radar constitué du signal radar, décalage doppler et bruit additif et transformé en forme complexe à travers les deux chaînes I et Q. les deux composantes sont déphasés de 90° .

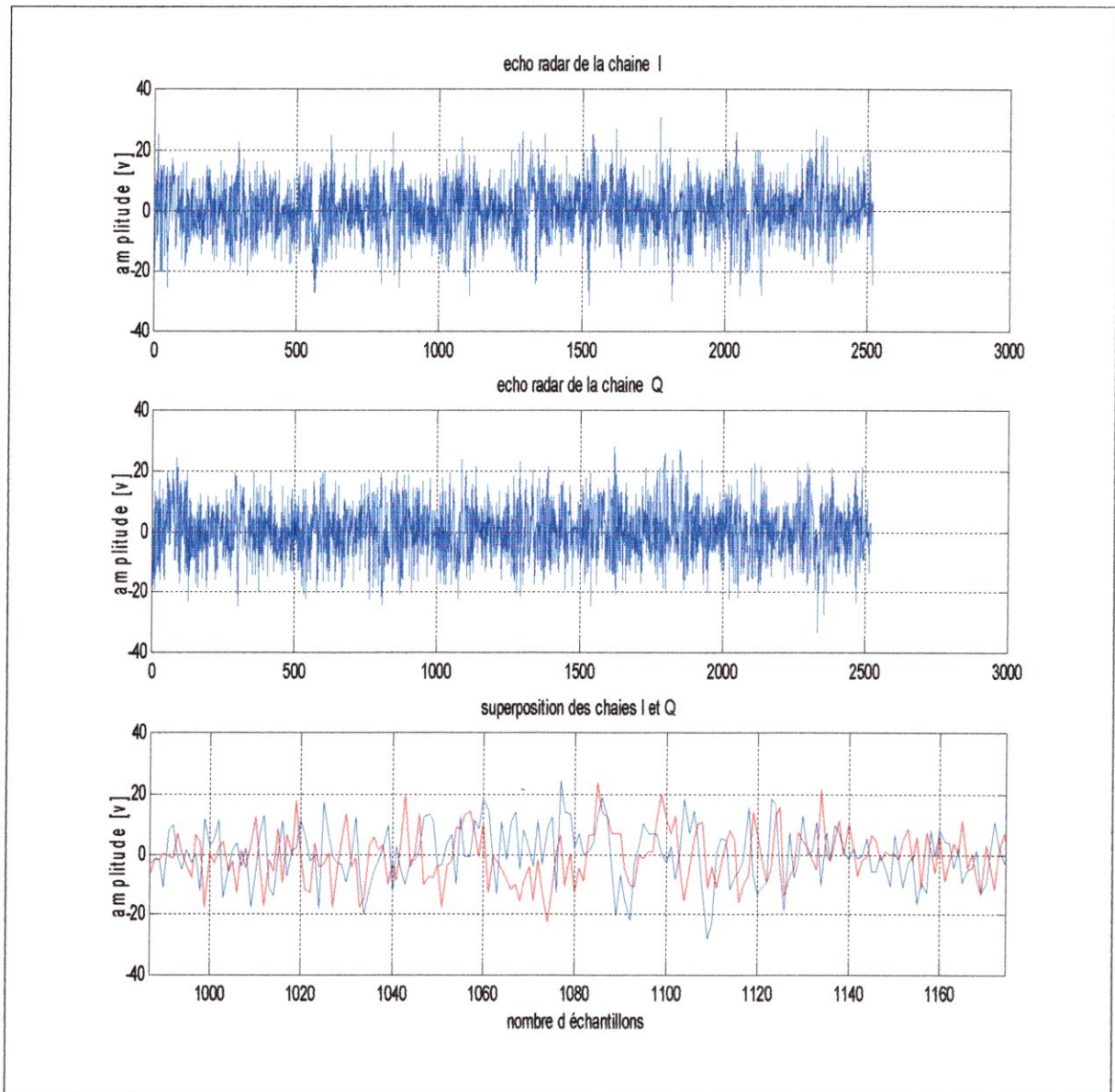


Figure (IV.15) : Echo radar dans les chaînes I et Q

Dans la figure suivante nous caractérisons le filtre adapté utilisé par sa réponse impulsionnelle qui est –nous rappelons- le conjugué d’une impulsion LFM, et sa réponse fréquentielle sous forme rectangulaire s’étendant sur la bande de fréquence W (9 Mhz).

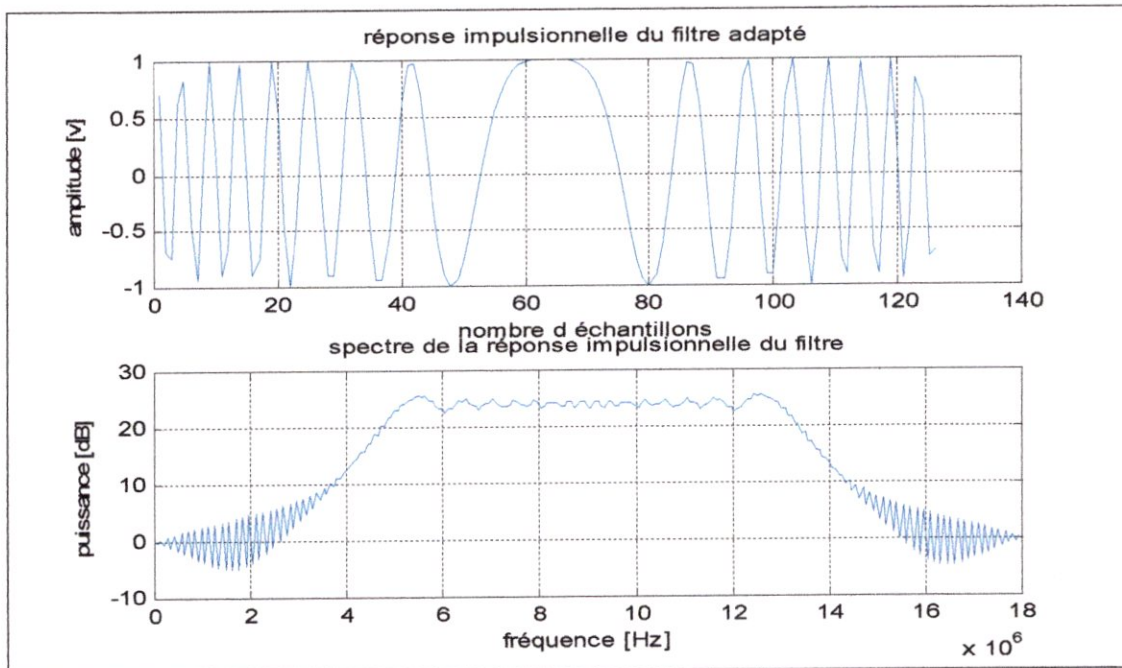
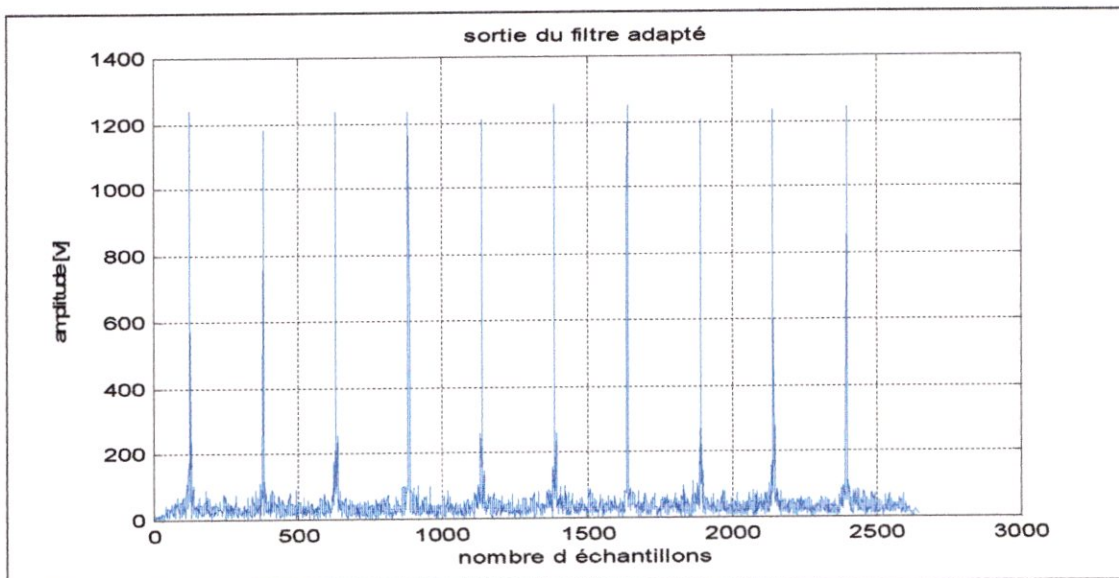


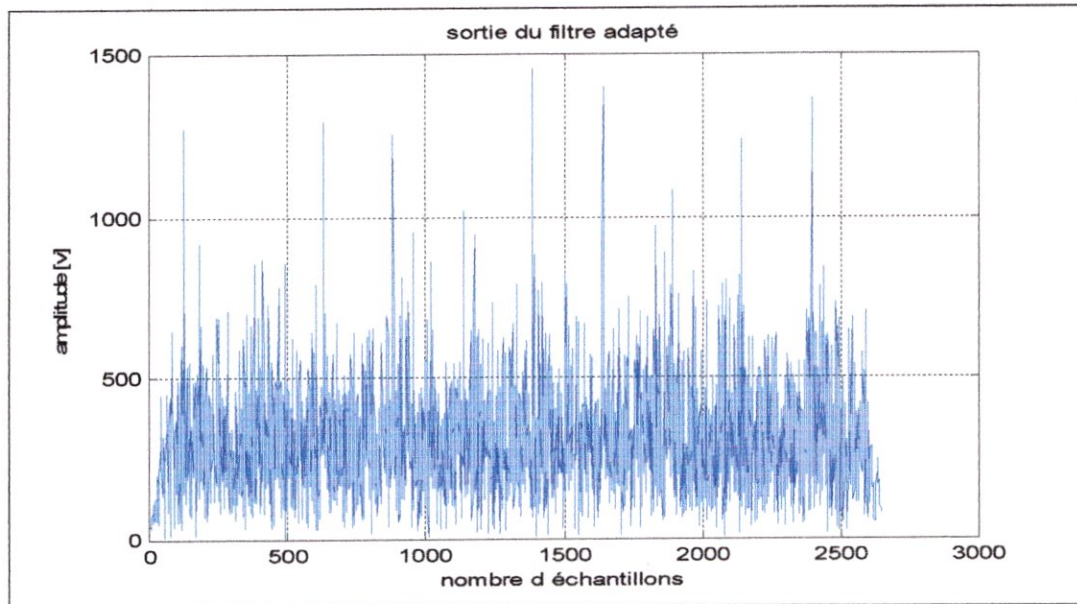
Figure (IV.16) : Réponses impulsionnelle et fréquentielle du filtre adapté

La sortie du filtre adapté est une succession d’impulsions comprimées sous forme de pics serrés et intenses à un $\text{SNR} = 7 \text{ dB}$.



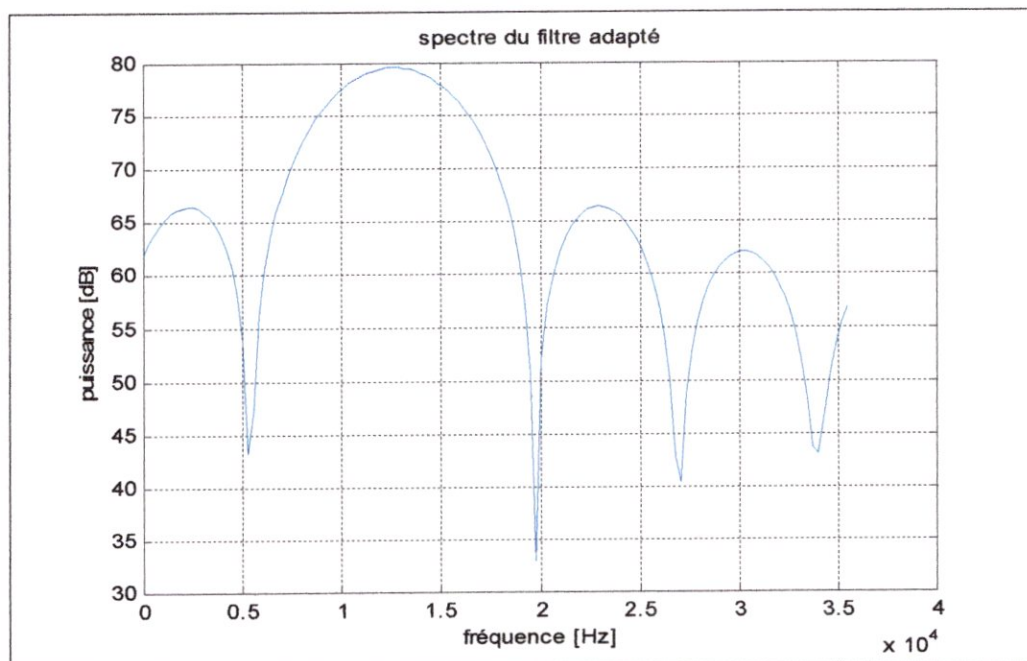
**Figure (IV.17) : Sortie du filtre adapté
SNR=7 dB**

Nous montrons également l'effet d'un très faible SNR (-13 dB) sur la sortie du filtre adapté.



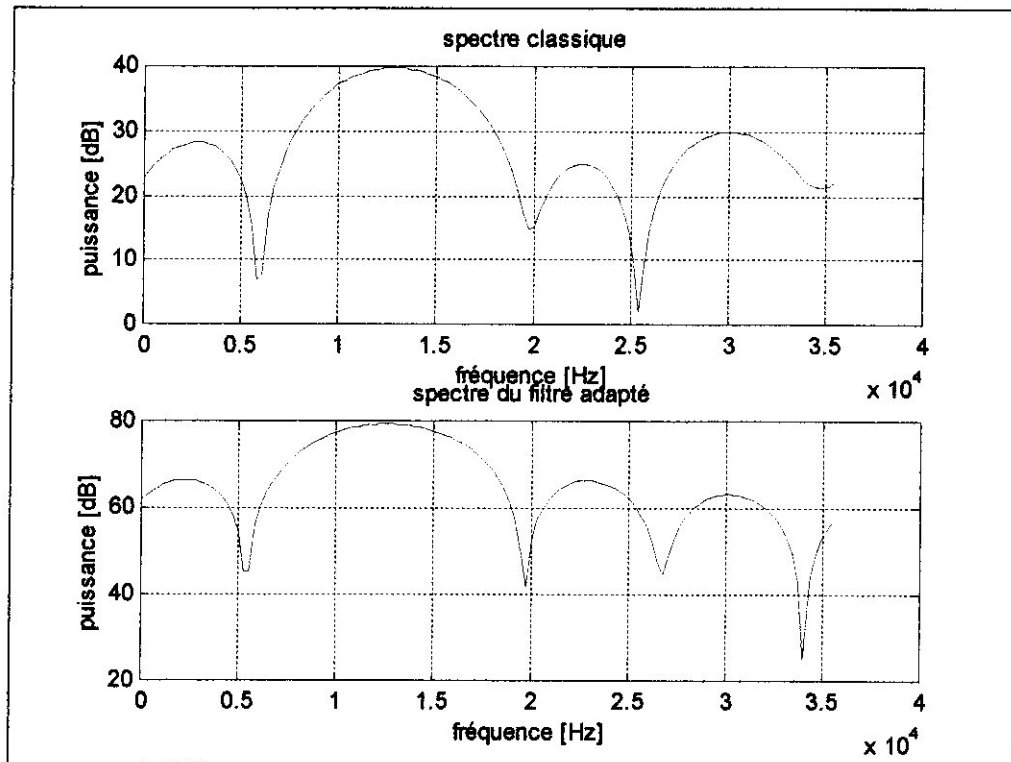
**Figure (IV.18) : Sortie du filtre adapté
SNR= -13 dB**

A la sortie du filtre adapté, nous effectuons un autre échantillonnage à la fréquence de répétition impulsionnelle PRF du radar, un échantillon de chaque impulsion LFM suffisant pour l'estimation du spectre doppler.



**Figure (IV.19) : Spectre à la sortie du filtre adapté
SNR=7 dB, PRF=71.429KHz, 10 impulsions**

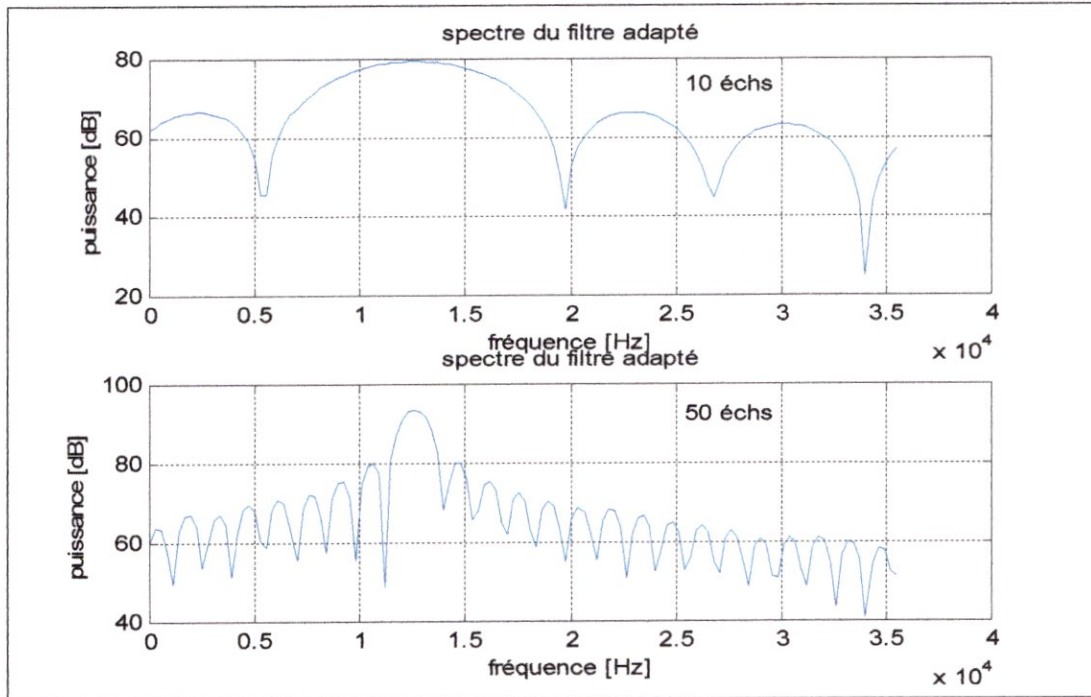
Une comparaison entre le spectre doppler classique avant et après filtrage à $SNR=7$ dB et un nombre d'impulsions de 10 montre que le passage du signal dans le filtre adapté réduit l'effet du bruit et facilite la détection.



**Figure (IV.20) : Comparaison entre le spectre doppler
Avant et après filtrage adapté
 $SNR=7$ dB, $PRF=71.429$ KHz, 10 impulsions**

Nous effectuons une série d'estimation du spectre doppler avant et après filtrage adapté, nous montrons l'apport du filtre adapté et nous vérifions les performances en fonction de quelques paramètres, à savoir le SNR et le nombre d'échantillons.

Le nombre d'impulsions augmenté de 10 à 50 échantillons à un SNR de 7 dB devrait améliorer la détection du fait que le pic d'intérêt devient moins large.



**Figure (IV.21) : Comparaison du spectre du filtre adapté
Pour 10 et 50 impulsions
SNR=7 dB, PRF=71.429 KHz**

Le spectre du filtre adapté élaboré à deux SNR différents 7 dB et -13 dB, montre que le spectre du filtre adapté n'est pas trop affecté par la variation du SNR

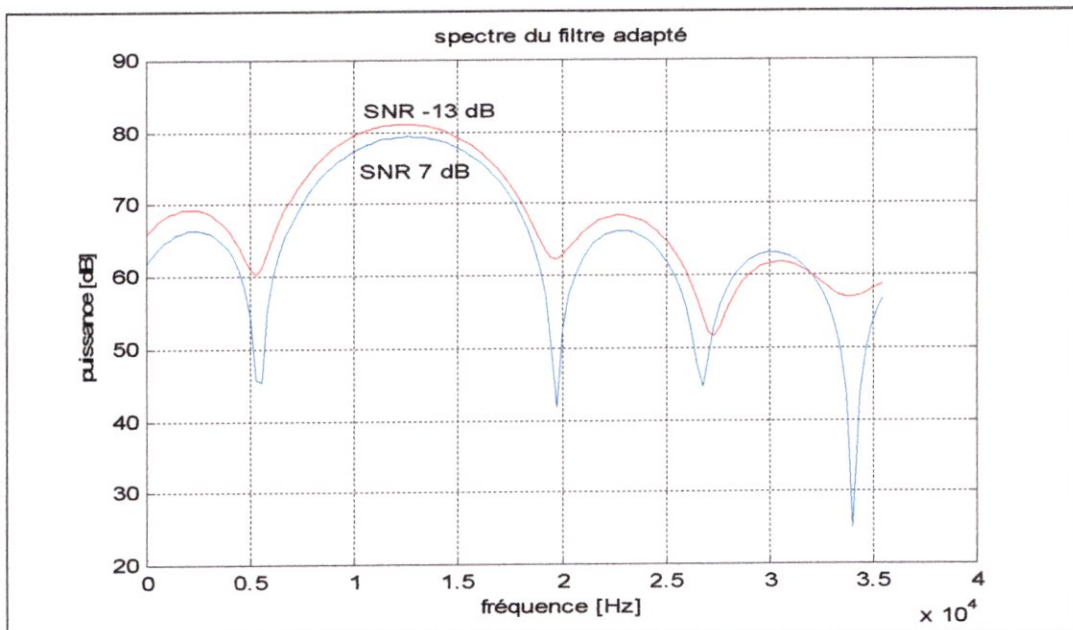


Figure (IV.22) : Influence du SNR sur le filtrage adapté

III. ESTIMATION SPECTRALE PAR L'ALGORITHME DE BURG

La représentation de la densité spectrale de puissance des processus est un support d'information qui permet d'extraire la vitesse de la cible, nous utilisons dans ce qui suit une estimation spectrale paramétrique de type AR.

La représentation AR est fondée sur une prédiction linéaire où le signal observé est représenté par un modèle AR d'ordre donné, si l'ordre est convenable, la précision du résultat est acquise.

Différents algorithmes existent, nous utilisons dans cette simulation l'algorithme de Burg, il permet d'estimer le modèle AR qui approxime le processus, les coefficients de réflexion et la densité spectrale de puissance (dsp).

Le signal recueilli à la sortie du filtre adapté est approximé par un modèle AR d'ordre 3 à un SNR = 7 dB.

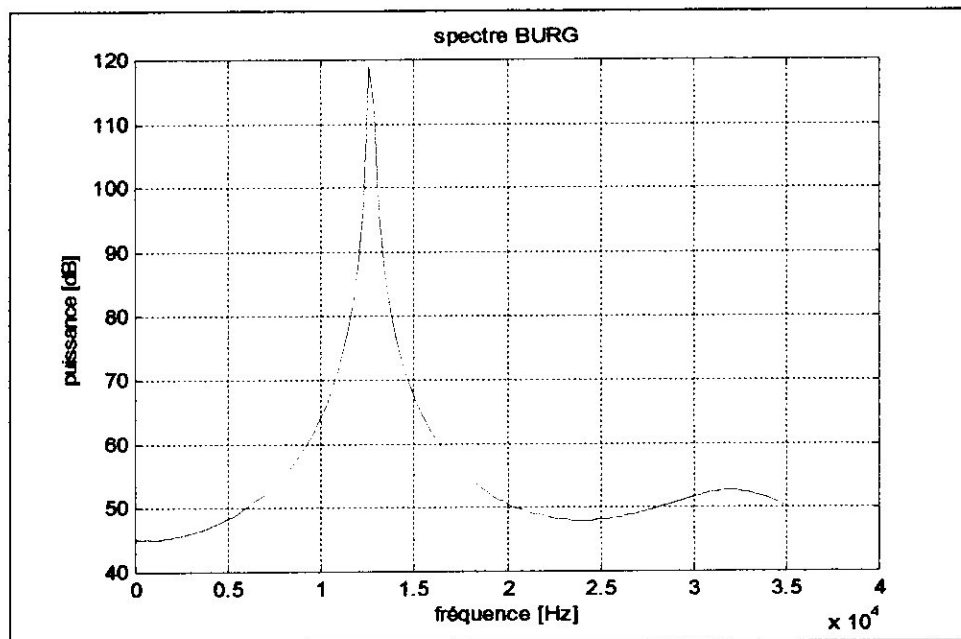


Figure (IV.23) : Spectre de Burg
Ordre 3, PRF= 71.429KHz, 10 impulsions, SNR=10 dB

Le spectre AR obtenu par l'algorithme de Burg comparé à celui de la méthode classique ne présente pas de lobes secondaires (fluctuations) accompagnant le pic d'intérêt, les lobes secondaires qui apparaissent dans la méthode classique sont des fuites de puissance du lobe principal qui ont un effet négatif sur l'estimation de la puissance et la détectabilité des cibles présentes.

Nous vérifions la stabilité du modèle AR par un tracé des pôles sur le cercle unité du plan z , les pôles sont à l'intérieur de cercle.

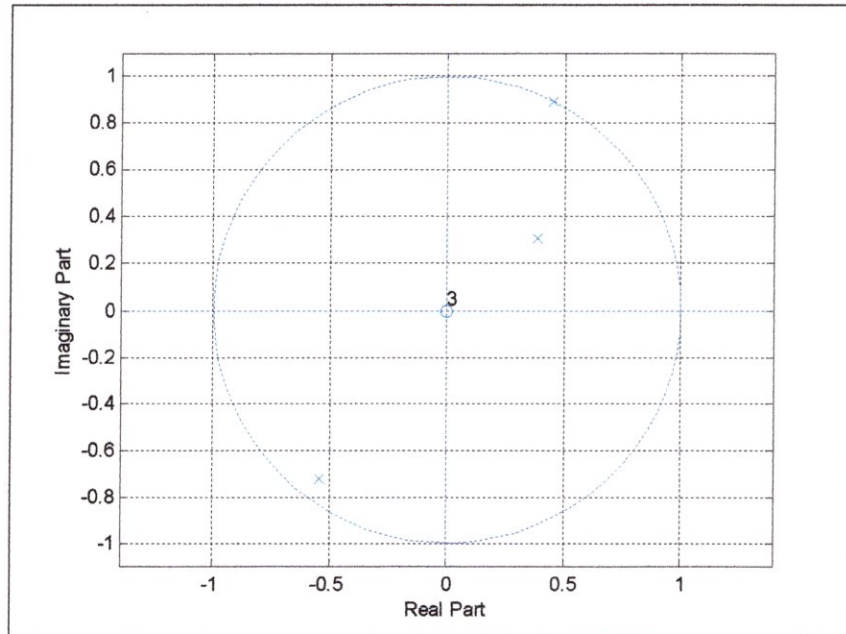
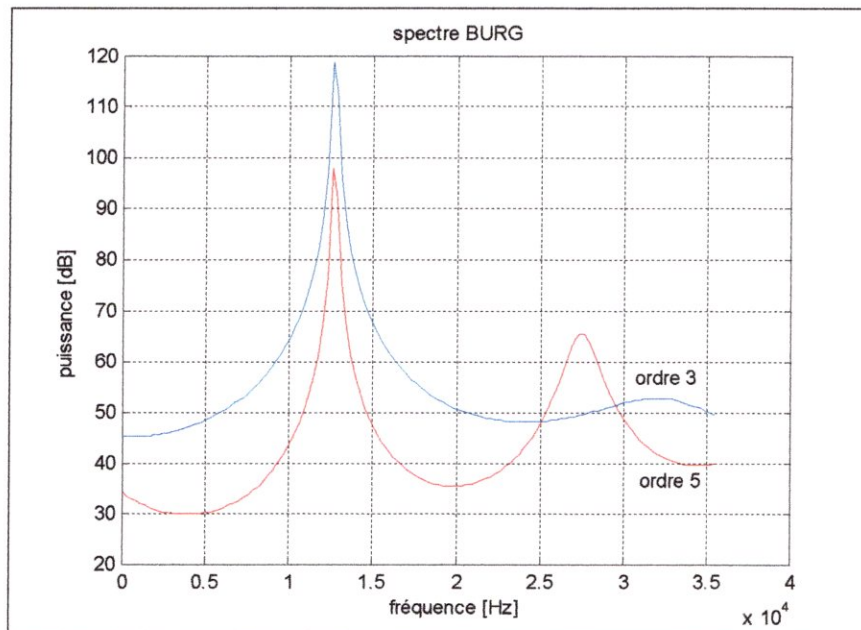


Figure (IV.24) : Stabilité du spectre de Burg

Pour enrichir encore plus notre travail, nous examinons le comportement de l'algorithme de Burg en fonction de quelques paramètres.



**Figure (IV.25) : Comparaison du spectre de Burg
Ordre 3, ordre 5, SNR=7 dB, 10 impulsions**

Le spectre doppler estimé par Burg à l'ordre 3 et l'ordre 5 montre que l'augmentation de l'ordre induit des fluctuations que réduise l'amplitude du pic principal, il est toujours conseillé d'utiliser l'ordre qui convient pour éviter ces fluctuations.

Le spectre de Burg maintient sa stabilité à l'ordre 3 et 5 respectivement, c'est ce qui montre à la figure suivante.

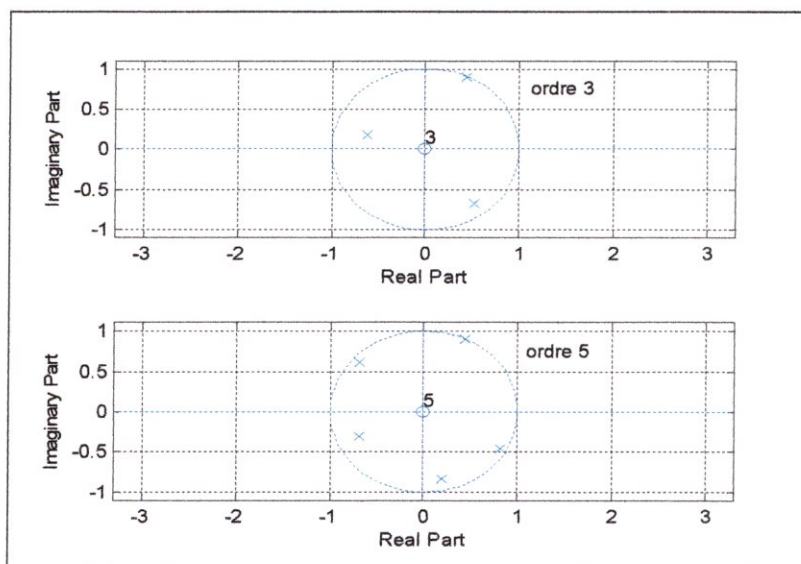


Figure (IV.26) : stabilité du spectre de Burg aux ordres 3 et 5

Nous utilisons l'algorithme de Burg en variant le nombre d'échantillons disponibles. La figure (IV.27) illustre les spectres estimés pour 10 impulsions et 50 impulsions à $SNR = 7$ dB. La disponibilité d'un nombre d'impulsions important améliore la détection par augmentation de l'intensité du pic, d'où amélioration de la précision.

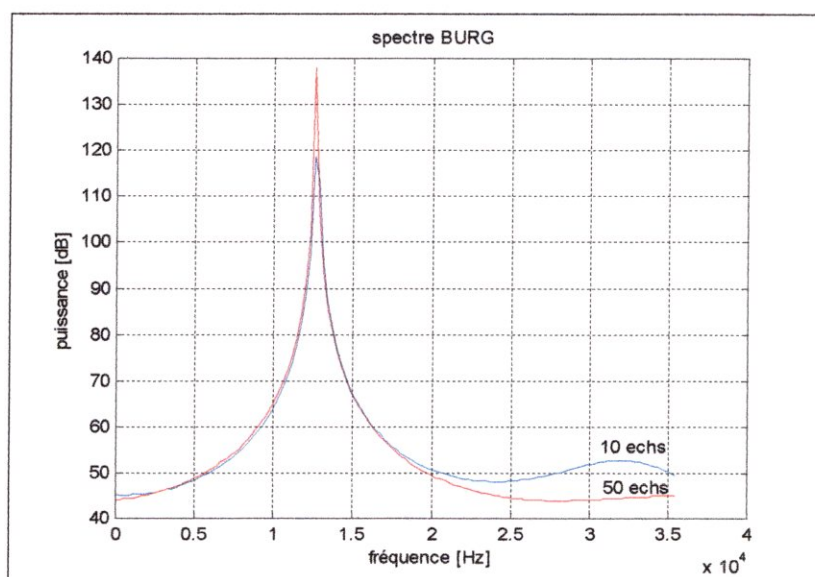
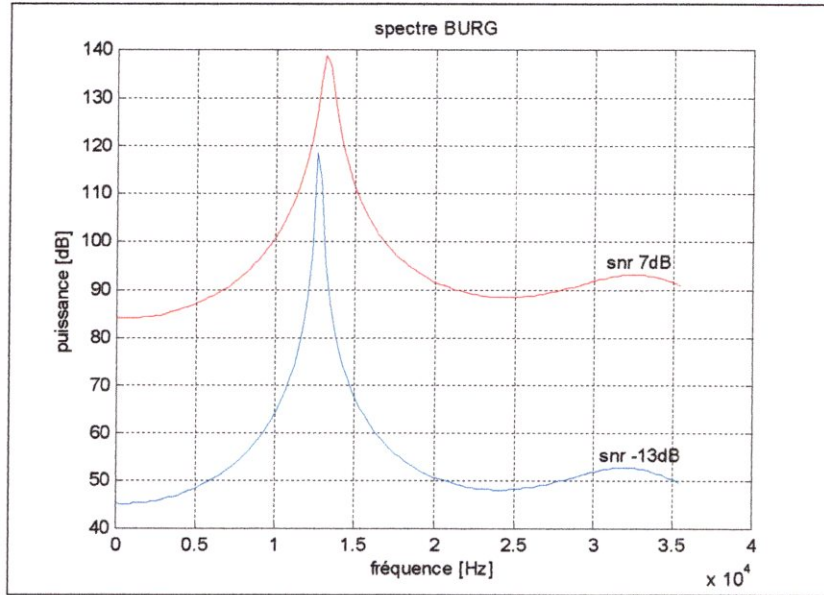
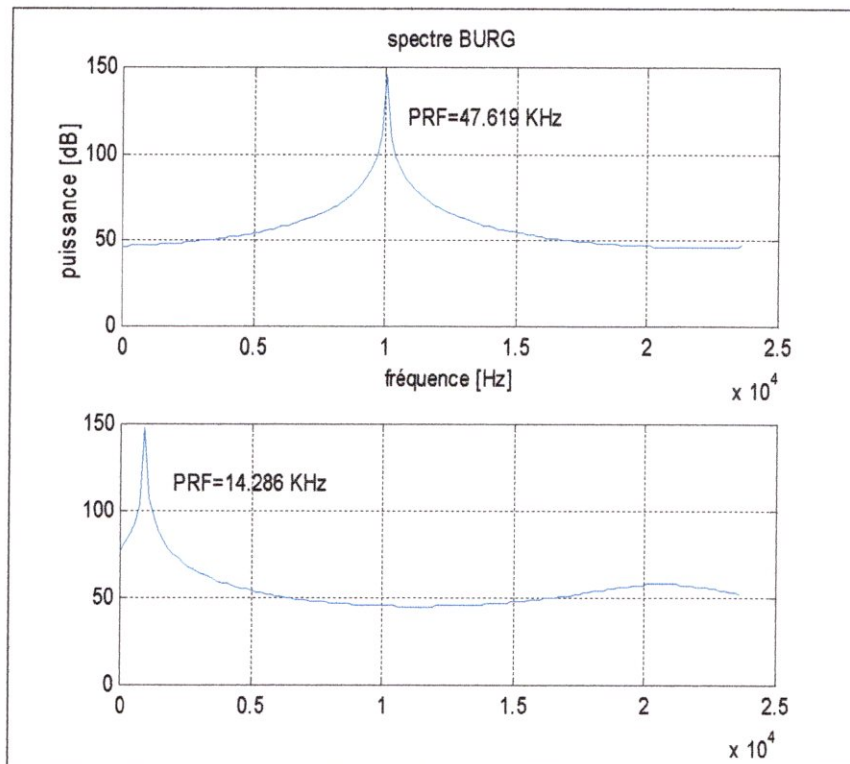


Figure (IV.27) : spectre de Burg pour 10 et 50 impulsions $SNR=10$ dB, ordre 3

Une comparaison consiste à utiliser deux SNR différents à savoir 7 dB et -13 dB pour un modèle d'ordre 3. Le bruit a pour effet d'élargir le pic principal, donc réduire la détectabilité de la cible.



**Figure (IV.28) : Spectre de Burg à SNR=7 dB et SNR=-13 dB
Ordre 3, 10 impulsions**

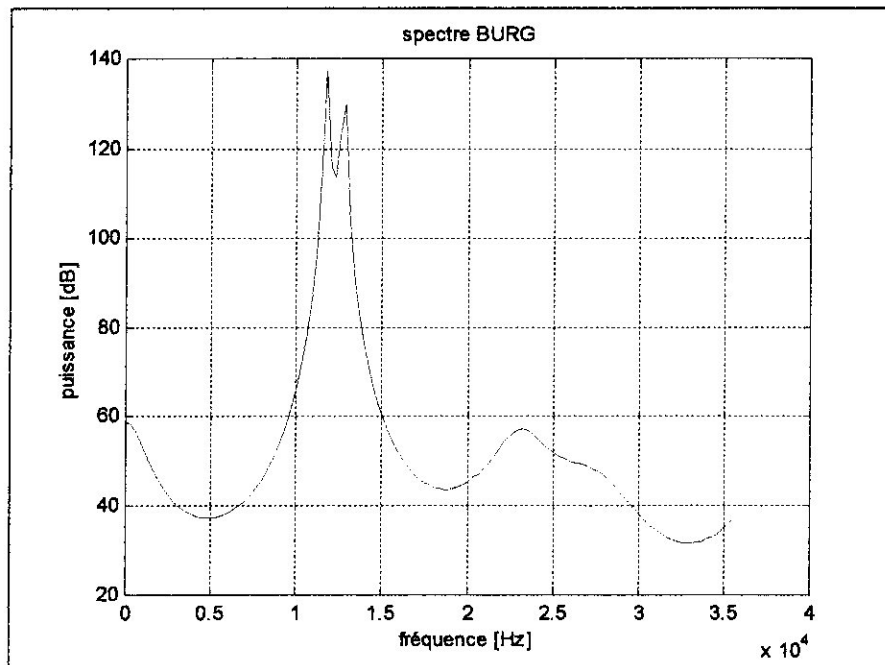


**Figure (IV.29) : Détection de deux décalages doppler
à deux PRF différentes**

Cette simulation illustre la détection de deux décalages doppler à deux PRF différentes à savoir $f_{d1}=10$ KHz à la PRF 47.619 KHz et $f_{d2}=300$ Hz à la PRF 14.286 KHz respectivement. Le résultat de la détection est 10.045 KHz pour la première et 279.0179 Hz pour la deuxième. Le deuxième résultat présente une erreur importante parce que la PRF est très importante devant le décalage doppler.

Finalement pour résoudre deux cibles différentes à des vitesses proches il est indispensable d'augmenter remarquablement le nombre d'échantillons disponibles et l'ordre du modèle.

Un modèle d'ordre 10 nous a permis de distinguer deux cibles à des décalages doppler de 11.7 KHz et 12.6 KHz respectivement.



**Figure (IV.30) : Résolution de deux cibles par le spectre de Burg
Ordre 10, SNR=7 dB, 50 impulsions**

L'augmentation de l'ordre induit des fluctuations supplémentaires dans le spectre de Burg, mais le modèle maintient sa stabilité illustrée dans la figure (IV.31).

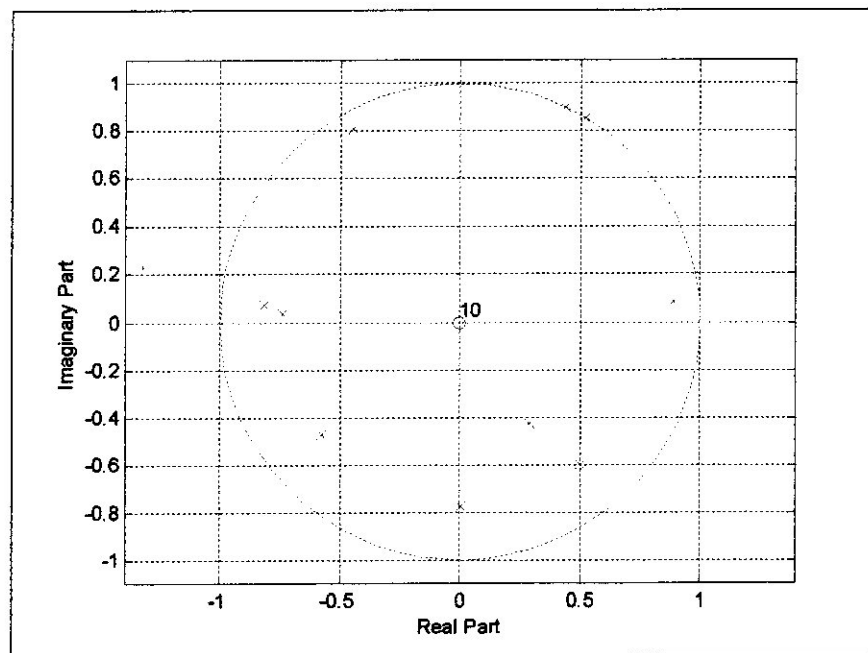



Figure (IV.31) : Stabilité de Burg à l'ordre 10

Cette série de simulations nous a beaucoup aidé à ce familiariser avec les principes de mesure de la distance et de la vitesse du radar à compression d'impulsion en premier, et de maîtriser les techniques de traitement numérique du signal telles que l'échantillonnage, la fft et la prédiction linéaire.



Conclusion
Générale

CONCLUSION GENERALE

Ce modeste travail nous a permis de se familiariser avec le principe et les applications du radar à compression d'impulsion.

Le radar à compression d'impulsion fonctionne en émettant un train d'impulsions codées en phase, ce codage est fait en sorte d'élargir les impulsions, en réception l'opération inverse est réalisée pour retrouver des pics serrés à amplitudes très importantes. Plusieurs techniques de codage existent, nous avons opté dans notre travail pour la technique de modulation linéaire de fréquence (LFM) pour sa simplicité d'implémentation numérique.

Le radar à compression d'impulsion peut effectuer les mesures de distance et de vitesse. Le traitement en distance diffère de celui en vitesse, pour un traitement en distance on émet une seule impulsion LFM et on écoute son écho, l'évaluation du décalage temporel permet d'extraire la distance, par contre, pour estimer le décalage doppler le radar émet un train d'impulsions LFM, le décalage doppler est implicitement lié à la vitesse de la cible.

Pour les deux traitements, le filtrage adapté est indispensable, il améliore le rapport signal au bruit, nous l'avons également utilisé pour réaliser la compression d'impulsion.

A la fin l'estimation spectrale fut abordée avec sa méthode classique par fft directe, et nous avons choisi de la comparer avec une méthode de haute résolution qui est la méthode de Burg.

La méthode de Burg est une méthode fondée sur la prédiction linéaire où l'on attribue un modèle paramétrique linéaire au processus, et on estime les paramètres du modèle par minimisation d'un critère d'optimalité. Cette méthode présente l'avantage d'absorber les fluctuations supplémentaires que présente la méthode directe par fft, ce qui lui attribue de meilleures performances du point de vue précision, comportement aux faibles SNR et faible quantité d'information disponible.



Annexe

TRANSFORMÉE DE FOURIER DE L'AUTO CORRELATION

La transformée de Fourier est un outil mathématique qui renseigne sur la distribution fréquentielle de l'énergie ou de la puissance d'un signal.

Du fait de l'érgodicité d'un processus aléatoire stationnaire $x(t)$, sa fonction d'auto corrélation s'écrit :

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)x(t+\tau) dt$$

Évaluons la transformée de Fourier de cette fonction d'auto corrélation :

$$R_{xx}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{xx}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau$$

En développant cette expression :

$$R_{xx}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)x(t+\tau) dt \right] e^{-j2\pi f\tau} d\tau$$

$$R_{xx}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \left[\int_{-\infty}^{+\infty} x(t+\tau)e^{-j2\pi f\tau} d\tau \right] dt$$

En utilisant un changement de variable $u = t + \tau$:

$$R_{xx}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \left[\int_{-\infty}^{+\infty} x(u)e^{-j2\pi f(u-t)} du \right] dt$$

$$R_{xx}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \left[e^{j2\pi ft} \int_{-\infty}^{+\infty} x(u)e^{-j2\pi fu} du \right] dt$$

$$R_{xx}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)x(f)e^{j2\pi ft} dt$$

$$R_{xx}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} x(f) \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{j2\pi ft} dt$$

Sachant que :

$$e^{j 2 \pi f t} = \cos(2 \pi f t) + j \sin(2 \pi f t)$$

Donc :

$$R_{xx}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left[x(f) \int_{+\infty}^{-\infty} x(t) \cos(2 \pi f t) dt + j x(f) \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \sin(2 \pi f t) dt \right]$$

De la forme de :

$$R_{xx}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} [x(f) [\operatorname{Re}(f) + j \operatorname{Im}(f)]]$$

Avec :

$$\operatorname{Re}(f) = \int_{+\infty}^{-\infty} x(t) \cos(2 \pi f t) dt$$

$$\operatorname{Im}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \sin(2 \pi f t) dt$$

Et en adoptant ce qui suit :

$$x(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j 2 \pi f t} dt = \int_{+\infty}^{-\infty} x(t) \cos(2 \pi f t) dt - j \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \sin(2 \pi f t) dt$$

$$x(f) = \operatorname{Re}(f) - j \operatorname{Im}(f)$$

$$x(-f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j 2 \pi f t} dt = \int_{+\infty}^{-\infty} x(t) \cos(2 \pi f t) dt + j \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \sin(2 \pi f t) dt$$

$$x(-f) = \operatorname{Re}(f) + j \operatorname{Im}(f)$$

Par conséquent :

$$x(-f) = x^*(f)$$

Alors :

$$R_{xx}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} (x(f)x(-f)) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} |x(f)|^2$$

Donc :

$$R_{xx}(\tau) \xleftrightarrow{\text{TRANSFORMEE DE FOURIER}} R_{xx}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} |x(f)|^2$$

Nous aboutissons à cette expression Qui représente la puissance moyenne totale du signal $x(t)$, elle représente aussi la densité spectrale en puissance d'une réalisation du processus aléatoire Ainsi, nous définissons la relation qui existe entre la densité spectrale du processus aléatoire et sa fonction d'auto corrélation. En effet. La transformée de Fourier de la fonction d'auto corrélation représente le densité spectrale du processus, dans notre cas il s'agit d'une densité spectrale de puissance.

$$R_{xx}(\tau) \xleftrightarrow{\text{TRANSFORMEE DE FOURIER}} P_{xx}(f)$$

INEGALITE DE SCHWRTZ

L'inégalité de schwartz stipule que quelque soit les signaux complexes $F(W)$ et $G(W)$, nous avons :


$$\left| \int_{-\infty}^{+\infty} F(W).G(W) dW \right|^2 \leq \int_{-\infty}^{+\infty} |F(W)|^2 dW . \int_{-\infty}^{+\infty} |G(W)|^2 dw$$

L'inégalité a lieu si et seulement si :

$$F(W) = K G^*(W)$$

Avec :

K une constante réelle.



Références
Bibliographiques

Bibliographie

- [1] **M. LABARRERE, J.P.KRIEF et B.GIMONET**, "Le filtrage et ses applications", Troisième édition, CÉPADUÈS-ÉDITIONS, novembre 1993.
- [2] **Gérard BLANCHET et Maurice CHARBIT**, " Traitement numérique du signal *simulation sous Matlab*", éditions HERMES, Paris, 1998.
- [3] **J.P.HARDANGE, PH.LACOMME et J.C.MARCHAIS**, " Radars Aéroportés et spatiaux", éditions MASSON, 1995.
- [4] **Mohamed NAJIM**, " filtrage optimal", Techniques de l'ingénieur.
- [5] **Gérard BLANCHET et Maurice CHARBIT** "Signaux et images sous Matlab", HERMES Science Europe Ltd, Paris, 2001.
- [6] **L.CADORET**, " Technique radar appliquée, Tome II", éditions E.N.A.C, 1881.
- [7] **G.W.STIMSON** "Introduction to airborne radar", SCIETCH publishing, INC. New Jersey, 1998.
- [8] **Merrill SKOLNICK**, " Radar hand book", éditions: Chief.
- [9] **C.S.BURRUS, J.H. McClellan, A.V. OPPENHEIM, T.W.PARKS, B.W.SCHAFFER and H.W.SCHUSSLER**, "computer based exercises for signal processing using Matlab ", Matlab-curriculum, series, 1994.