

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE SAAD DAHLAB « BLIDA »
DEPARTEMENT D'AERONAUTIQUE



MEMOIRE DE FIN D'ETUDE

EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME D'INGENIEUR
D'ETAT EN AERONAUTIQUE

OPTION : PROPULSION

THEME

**SIMULATION DU PHENOMENE ENERGITIQUE
DU SOUDAGE TIG SANS METAL D'APPORT
DES ASSEMBLAGES MINCES
PAR LA METHODE DES VOLUMES FINIS
AVEC CONFRONTATION EXPERIMENTALE**

Proposé et dirigé Par :

M^r : AISSANI Mouloud

Réalisé Par :

BELIAZI Abdelhalim
BOUMAZA Yacine



Promotion: (2004-2005)

DEDICACES

Je dédie ce mémoire à :

*Mon père
Ma mère
Mon grand père
Ma grand-mère
Mon frère
Mes sœurs
Toute la famille BELIAZI
Et à tous mes amis*

B. HALIM

Je dédie ce mémoire à :

*Mon père SOLTANE
Ma mère DJAHIDA
Mes deux sœurs AMINA ET AHLEM
Ma chère HANNA
Ma tante CHAHRA
Toute la famille BOUMAZA
Et à tous mes amis*

B. YACINE

REMERCIEMENTS

Ce travail a été effectué au centre de recherche scientifique et technique en soudage et contrôle de Cheraga, sous la direction de notre promoteur M^r: AISSANI Mouloud chercheur au C.S.C, à qui nous tenons à exprimer notre profonde reconnaissance, pour l'attention et l'aide permanente qu'il a manifesté et pour la confiance qu'il a fait preuve à notre égard.

Nous adressons, également nos sincères remerciements à tous ceux qui nous ont aidé de près ou de loin.

Enfin, nous présentons notre remerciement les plus distingués et nos salutations les plus chaleureuses à l'ensemble des enseignants de département AERONAUTIQUE de l'université SAAD DAHLEB « BLIDA », spécialement à ceux qui ont accepté d'être membres de jury.

SOMMAIRE

DEDICACES

REMERCIEMENTS

NOMENCLATURE

RESUME

INTRODUCTION GENERALE 1-2

CHAPITRE I : GENERALITES SUR LE SOUDAGE

I-1/ HISTORIQUE DU SOUDAGE	3
I-2/ DEFINITION DU SOUDAGE	3
I-3/ PROCEDES DE SOUDAGE	4
I-4/ SOUDAGE A L'ARC	5
I-4-1/ INTRODUCTION	5
I-4-2 /DEFINITION	5
I-4-3 / DESCRIPTION DU PHENOMENE DE L'ARC	5
I-4-4 / CARACTERISTIQUES PRINCIPALES DE L'ARC ELECTRIQUE	6
I-4-5 / PROPRIETES ENERGETIQUES DE L'ARC	7
I-4-5-1/ Flux Energétique Dans La Colonne D'arc	7
I-4-5-2/ Température Dans La Colonne D'arc	7
I-4-5-3/ Energie Nominale	8
I-4-5-4/ Energie Dissipée Dans Le Joint Soude	8
I-4-5-5/ Le Rendement De L'arc	8
I-4-6/ SOUDAGE A L'ELECTRODE REFRACTAIRE (TIG)	10
I-4-6-1/ Principe	10
I-4-6-2/ Généralités De Courant De Soudage	10
I-4-7/ AUTRES PROCEDE DE L'ARC	12
I-4-7-1/ Soudage A L'Electrode Enrobée	12
I-4-7-2/ Le Procédé MIG Et MAG	12
I-4-7-3/ Soudage Au Plasma	13
I-4-7-4/ Soudage Par Résistance Electrique	14
I-5/ ETUDE THERMIQUE DU SOUDAGE	15
I-5-1/ INTRODUCTION	15
I-5-2/ CYCLE THERMIQUE	15
I-6/ MODE DE TRANSFERT DE CHALEUR	16
I-6-1/ Transfert de chaleur par conduction	17
I-6-2/ Transfert de chaleur par convection	17
I-6-3/ Transfert de chaleur par rayonnement	17
I-7/ EXEMPLES SUR L'APPLICATIONS DU SOUDAGE EN AERONAUTIQUE	18
I-7-1/ SOUDAGE D'UNE DEMI AILE	18
I-7-2/ SOUDAGE D'UNE TUYERE	18

CHAPITRE II : MODELISATION MATHEMATIQUE

II-1/ INTRODUCTION.....	19
II-2/ ETUDE DU PHENOMENE DE SOUDAGE.....	19
II-2-1/ EQUATION DE LA CHALEUR.....	19
II-2-1-1/ Bilan D'énergie.....	19
II-2-1-2/ Quelques Cas De La Conductivité.....	20
II-3/ HYPOTHESES PRINCIPALES.....	22
II-3-1/ Equation régissant la chaleur.....	22
II-3-2/ Les conditions aux limites.....	22
II-4/ LES DIFFERENTES MODELES DE SOURCE DE CHALEUR.....	23
II-4-1/ Source de chaleur ponctuelle.....	23
II-4-2/ Source de chaleur Gaussienne.....	24
II-4-3/ Source de chaleur en segments de lignes.....	24
II-5/ TRAITEMENT DU TERME SOURCE.....	25
II-6/ QUELQUES EXEMPLES DE LA RESOLUTION ANALYTIQUE DES EQUATIONS DIFFERENTIELLES DE TRANSFERT DE CHALEUR.....	26
II-6-1/ INTRODUCTION.....	26
Exemple : 01.....	26
Exemple : 02.....	27

CHAPITRE III : DISCRETISATION PAR LA METHODE DES VOLUMES FINIS

III-1/ INTRODUCTION.....	30
III-2/ PRINCIPE DE LA METHODE DES VOLUMES FINIS.....	30
III-3/ Génération de Maillage.....	32
a) Maillage type (A).....	32
b) Maillage type (B).....	33
III-4/ DISCRETISATION PAR LA METHODE DES VOLUMES FINIS.....	34
III-5/ LE CONCEPT DE DISCRETISATION.....	34
III-6/ PRESENTATION DU PROBLEME BIDIMENSIONNEL.....	35
III-6-1/ DISCRETISATION DE L'EQUATION DE CHALEUR.....	35
III-6-2/ LINEARISATION DU TERME SOURCE.....	39
III-6-3 / CONDUCTIVITE THERMIQUE VARIABLE (INTERFACE).....	40
III-6-4/ REGLES DE BASE D'APPLICATION DE LA METHODE DES VOLUMES FINIS.....	44
III-7/ CONDITIONS AUX LIMITES.....	44

CHAPITRE IV : ANALYSE NUMERIQUE ET EXPERIMENTALE

PARTIE A: GENERATION DE MAILLAGE

A-1/ INTRODUCTION.....	48
A-2/ASPECT DE GENERATION DE MAILLAGE.....	48
A-3/ PROCEDURE DE GENERATION DE MAILLAGE.....	48

PARTIE B: RESOLUTION NUMERIQUE

B-1/ INTRIDUCTION	51
B-2 / METHODES DE RESOLUTION	51
B-2-1/ METHODES DIRECTE	52
B-2-2/ LES METHODES ITIRATIVES	52
B-3/ RESOLUTION NUMERIQUE POUR LE PROBLEME BIDIMENSIONNE	52
B-3-1/ METHODE DE RESOLUTION UTULISEE	52
B-3-2/ PROCEDURE DE CALCUL	53

PARTIE C: ANALYSE EXPERIMENTALE

C-1/ INTRODUCTION	57
C-2/ CARACTERISTIQUES DES PLAQUES ET DE L'APPAREILLAGE	57
C-3/ RESULTATS OBTENUS PAR L'EXPERIMENTALE	58
C-4/ RESULTAT EXPERIMENTAL DU POINT A1	59

CHAPITRE IV : RESULTATS ET INTERPRETATIONS

V-1/ INTRODUCTION	61
V-2/ DONNEES DU PROGRAMME	61
V-3/ INTERPRETATION DES RESULTATS NUMERIQUES	62
V-3-2/ RESULTATS DES CHAMPS THERMIQUES	64
V-3-3/ LE CYCLE THERMIQUE	68

CONCLUSION GENERALE	69
----------------------------------	----

LES ANNEXES :

ANNEXE A
ANNEXE B

BIBLIOGRAPHIE

NOMENCLATURE

Symbole	Signification	Unité
C_p	Chaleur massique à pression constante	$J/kg K^\circ$
E_n	Energie nominale	J/m
E_d	Energie dissipée dans le joint soudé	J/m
E_q	Energie équivalente	J/m
h	Coefficient de convection	$W/m^2 K^\circ$
I	Intensité de courant	A
K	Conductivité thermique	$W/m K^\circ$
L	Longueur d'arc	m
Pe	Nombre de Peclet	
q	Flux de chaleur par unité de surface	W/m^2
S	Terme source dans les équations discrétisées	
S_C, S_P	Partie constante de la linéarisation du terme source	
T	Température	C° ou K°
t	Temps	Sec
U	Tension	V
V	Vitesse de déplacement de l'arc	m/s
X, Y	Variables indépendants	m
ρ	Masse volumique	Kg/m^3
σ	Constante de Stephan - Boltzman	$W/m^2 K^4$
ε	Emissivité	
Δx	Longueur d'un volume de contrôle	m
Δy	Largeur d'un volume de contrôle	m
Δt	Pas temporel	Sec
δx	Distance entre deux nœuds voisins dans la direction x	m
δy	Distance entre deux nœuds voisins dans la direction y	m
η	Rendement	$\%$
E	Nœud est	
e	Interface du volume de contrôle entre P et E	
N	Nœud nord	
n	Interface du volume de contrôle entre P et N	
P	central	
S	Nœud sud	
s	Interface du volume de contrôle entre P et S	
W	Nœud West	
w	Interface du volume de contrôle entre P et W	

Résumé

Dans ce présent travail, une investigation est faite sur le comportement thermique d'un joint de soudure obtenu par le procédé de soudage à l'arc électrique **TIG « Tungsten-Inert-Gaz »**, en utilisant la méthode des volumes finis pour la discrétisation de l'équation de chaleur.

Le modèle est basé sur une source de chaleur mobile qui simule le déplacement de l'arc, avec une distribution surfacique Gaussienne du flux de chaleur provenant de l'arc électrique. La forme du bain de fusion est supposée circulaire, tel que en procédant à l'évaluation des champs et cycles thermiques à chaque instant, pour déterminer l'étendue des zones à risque (**ZAT** et **ZF**).

On prend en considération la dépendance des propriétés physiques et thermiques ainsi que les conditions aux limites de convection et rayonnement vis-à-vis de la température. Les calculs sont effectués pour le soudage bout à bout de deux plaques minces d'acier inoxydable **304L**, une comparaison avec des mesures expérimentales d'un essai de soudage au **C.S.C** a été effectuée. Les résultats indiquent un bon accord.

Abstract

In this present work, an investigation is made on the thermal behavior of a joint of welding obtained by the process of arc welding **TIG « Tungsten-Inert-Gaz »**, by using the method of the finite volumes for the discretization of the equation of heat.

The model is based on a mobile heat source which simulates the displacement of the arc, with a Gaussian surface distribution of the heat flow coming from the electric arc. The form of the fusion zone is supposed to be circular, such as while carrying out the evaluation of the fields and thermal cycles at every moment, to determine wide risk zones at the (fusion zone **FZ** and heat affected zone **HAZ**).

We take into account the dependence of the physical and thermal properties as well as the boundary conditions of convection and radiation: as functions of temperature. Calculations are carried out for the welding of two thin stainless steel sections **304L**; a comparison with experimental measurements of welding test (in **C.S.C**) was carried out.

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

Les applications de la technique du soudage, au sens où nous les envisageons aujourd'hui, ont débuté pratiquement avec le vingtième siècle, mais ce n'est en fait au cours des vingt-cinq dernières années que ces applications ont pris une réelle ampleur dans le domaine industriel. L'évolution lente à ses débuts, s'est ensuite accélérée de façon telle qu'on peut affirmer aujourd'hui que bien des conditions de notre vie moderne dépendent de la technique du soudage. Sans elle, les avions géants qui sont de plus en plus utilisés pour le transport des passagers ; les grands navires, indispensables au transport international des marchandises ; les hauts buildings en acier seraient plus massifs et présenteraient beaucoup moins d'espace utilisables. Ces quelques exemples, qu'on pourrait d'ailleurs multiplier à l'infini, montrent à suffisance que le soudage est un des facteurs importants qui conditionnent le fonctionnement de notre monde moderne.

Les procédés mettant en jeu des hautes températures comme le soudage ou les traitements thermiques induisent des conséquences mécaniques et métallurgiques qu'il est autant difficile qu'important de maîtriser. Dans un contexte de mondialisation, les exigences de compétitivité des entreprises industrielles obligent celles-ci à développer leurs produits dans des délais et des coûts de plus en plus réduits. La maîtrise des procédés de fabrication conditionne souvent la qualité des produits réalisés et constitue donc un facteur de réussite essentiel dans ce contexte.

La connaissance des sollicitations qui sont engendrées par l'opération de soudage, nous permet de déterminer les caractéristiques finales de cordon de soudure au point de vue métalliques et mécaniques. Par conséquent, la première étape critique dans l'analyse précise de comportement physique de la soudure, est l'évaluation d'une carte thermique qui détermine le champ de températures dans l'assemblage soudé, et de prédire ainsi les zones à risques à savoir la zone fondue (ZF) et la zone affectée thermiquement (ZAT).

La simulation numérique des procédés mettant en jeu de hautes températures apparaît bien souvent comme un moyen d'accès privilégié aux grandeurs qui les caractérisent. Ainsi, la simulation numérique du soudage est du plus grand intérêt lorsqu'il s'agit d'étudier la tenue mécanique d'un joint soudé ou de vérifier la faisabilité d'une séquence de soudage. La simulation de tels procédés nécessite la modélisation des interactions complexes entre des phénomènes thermiques, métallurgiques et mécaniques et la mise en oeuvre des méthodes numériques particulières.

Donc, Les modélisations numériques de l'opération de soudage sont une alternative intéressante. En effet, en permettant une meilleure compréhension des mécanismes de formation du cordon de soudure, la simulation numérique permet d'établir les liens de cause à effet entre le mode opératoire et les caractéristiques résultantes du joint soudé. De plus, le modèle numérique permet de capitaliser les connaissances acquises par le soudeur ou l'expert scientifique, à travers l'établissement de certaines relations empiriques et de lois physiques.

Notre travail consiste à définir ces zones à risque (**ZAT** et **ZF**), numériquement et expérimentalement, en étudiant la répartition de la température lors de l'opération de soudage **T.I.G « Tungstène Inerte Gaz »** des deux plaques métalliques minces sans métal d'apport, en tenant compte de variations des propriétés physiques en fonctions de température, et en assimilant la source de chaleur à une source Gaussienne circulaire mobile.

Le problème posé est un problème bidimensionnel instationnaire, dont la formulation mathématique donne des équations assez complexes. Donc la résolution du problème nécessite l'utilisation d'une méthode numérique où on a choisi la **méthode des volumes finis**.

Ce modeste travail est structuré de la manière suivante :

- **Introduction générale.**
- **Chapitre (I):** contient des généralités sur le soudage.
- **Chapitre (II):** représente l'étude thermique et la modélisation mathématique du problème de soudage.
- **Chapitre (III):** décrit la méthode numérique utilisée (MVF) pour la discrétisation de l'équation de conduction de la chaleur pour un système de coordonnées cartésiennes.
- **Chapitre (IV):** traite la résolution numérique et représente la partie expérimentale.
- **Chapitre (V):** regroupe les résultats obtenus et leurs interprétations.

A la fin, une **conclusion générale** clôtura le travail.

CHAPITRE

I

GENERALITES SUR LE SOUDAGE

CHAPITRE I

GENERALITES SUR LE SOUDAGE

I-1/ HISTORIQUE DU SOUDAGE :

Depuis des milliers d'années le soudage est utilisé à travers le monde. Il faut effectivement reconnaître que dans ces lointaines années, les matériaux, les procédés utilisés et le degré de fiabilité des assemblages soudés étaient très éloignés de nos réalisations actuelles.

L'ère industrielle du soudage débute avec le **XIX^{ème}** siècle. Cette méthode d'assemblage devient alors de plus en plus utilisée dans les différentes entreprises. Celles-ci ressentent donc le besoin d'intégrer dans leurs équipes des spécialistes du soudage pour les aider dans leurs activités.

On estime aujourd'hui que **70 %** de la production mondiale de l'acier est destinée à la fabrication des produits soudés. On peut souder aujourd'hui un élément d'épaisseur de **0.01 mm** jusqu'à **1000 mm**, on soude presque tous les métaux et alliages utilisés avec les techniques modernes.

I-2/ DEFINITION DU SOUDAGE :

Le soudage est un assemblage définitif exécuté sur des pièces métalliques qui s'impose pour diverses raisons : dimensionnelles, structurelles, constructives...

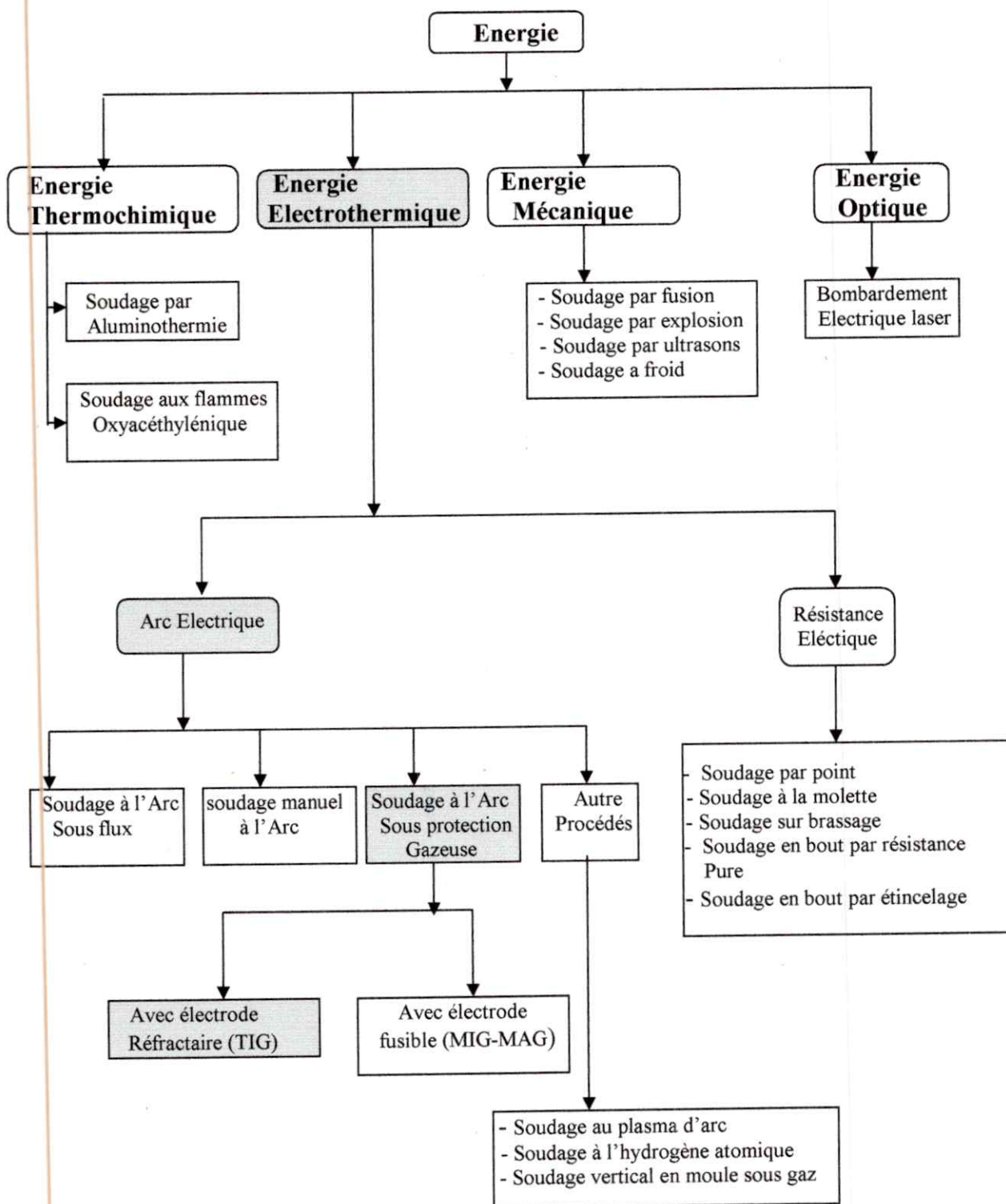
L'opération consiste à réunir deux ou plusieurs parties constitutives d'un assemblage de manière à assurer une continuité entre ces parties, soit par chauffage, soit par intervention de la pression ; soit par l'un et l'autre, avec ou sans métal d'apport dont la température de fusion est de même ordre que celle du métal de base.

Une soudure idéale est celle qui assure une continuité parfaite au point de vue des propriétés mécaniques, métallurgiques et physiques entre les pièces assemblées, de telle sorte qu'on ne puisse pas distinguer le joint du métal qui l'entoure.



I-3/ PROCÉDES DE SOUDAGE :

Un procédé de soudage est défini comme étant une technique d'assemblage permanente caractérisée par la source d'énergie mise en œuvre.
 Actuellement, il existe des dizaines des procédés plus ou moins utilisés. Nous pouvons schématiser sur un organigramme les différents procédés de soudage avec un classement basé sur les sources d'énergie :



ORGANIGRAMME DES DIFFÉRENTS PROCÉDÉS DE SOUDAGE

I-4/ SOUDAGE A L'ARC:

I-4-1/ INTRODUCTION

Bernanos (1887) puis **Kjellberg (1914)** ont été les deux premiers à utiliser le pouvoir de fusion d'un arc électrique en vue de réaliser la soudure des métaux. L'énergie est fournie par un banc d'accumulateurs et le soudage s'exécute au moyen d'une électrode qui va fondre au fur et à mesure, puis va se solidifier en un dépôt qui s'associe intimement au métal des pièces en formant une liaison continue. Le procédé se développe essentiellement grâce à la mise au point d'une électrode enrobée en cellulose qui, du fait de sa vaporisation formant écran de protection, réalise l'impérative condition, pour obtenir des soudures saines, de soustraire les métaux en fusion à l'action de l'air. Les principes fondamentaux de tous les procédés de soudage à l'arc par électrode fusible sont dès lors posés, de même que dans une certaine mesure le principe des procédés à électrode réfractaire

I-4-2 /DEFINITION

Si l'on porte deux électrodes à un potentiel différent et qu'on fait le contact, un courant passe du fait de la résistance électrique, il résulte une élévation de la température par l'effet de joule. Si l'on écarte les électrodes, le courant passe toujours et il apparaît une lumière éblouissante « l'arc électrique » les électrodes émettent des électrons, si ces derniers sont animés d'énergie suffisante, ils excitent l'atome de gaz rencontré mais si l'énergie de l'électron est plus intense l'électron arrache un électron à l'atome et à la place de l'atome neutre, on a un ion positif et un électron négatif : l'arc ionise le gaz qu'il traverse, la haute température de l'arc permet la fusion du métal.

I-4-3 / DESCRIPTION DU PHENOMENE DE L'ARC

Dans un arc électrique libre, on distingue trois zones :

- Zone cathodique
- Zone anodique
- La colonne d'arc

Les électrons heurtent les molécules des gaz atmosphériques ou les gaz protecteurs fournis par l'enrobage ou canalisent autour de l'électrode, par le choc avec les molécules de ces divers gaz (oxygène, azote, argon, etc...), et si l'énergie des électrons est suffisante, il y aura formation d'ions, qui sont des particules porteuses de charges, soit positives ou négatives, le gaz s'ionise. En plus, des électrons en provenance de la cathode et allant bombarder l'anode, il y a donc deux autres déplacements de particule dans un arc de soudage : un courant d'ions positifs vers la cathode et un courant d'ions négatifs vers l'anode. Cependant, la mobilité des électrons étant environ cent fois plus grande que celle des ions, la majorité du courant est transportée par les électrons. Les chutes de potentiel entre la cathode et l'arc (chute cathodique) et entre l'arc et l'anode (chute anodique), représentent ensemble les deux tiers de la chute totale de tension entre la anode et cathode. Les gradients de tension ainsi que la somme des chutes des tensions anodiques et cathodiques sont pratiquement indépendants de l'intensité du courant de soudage [5]

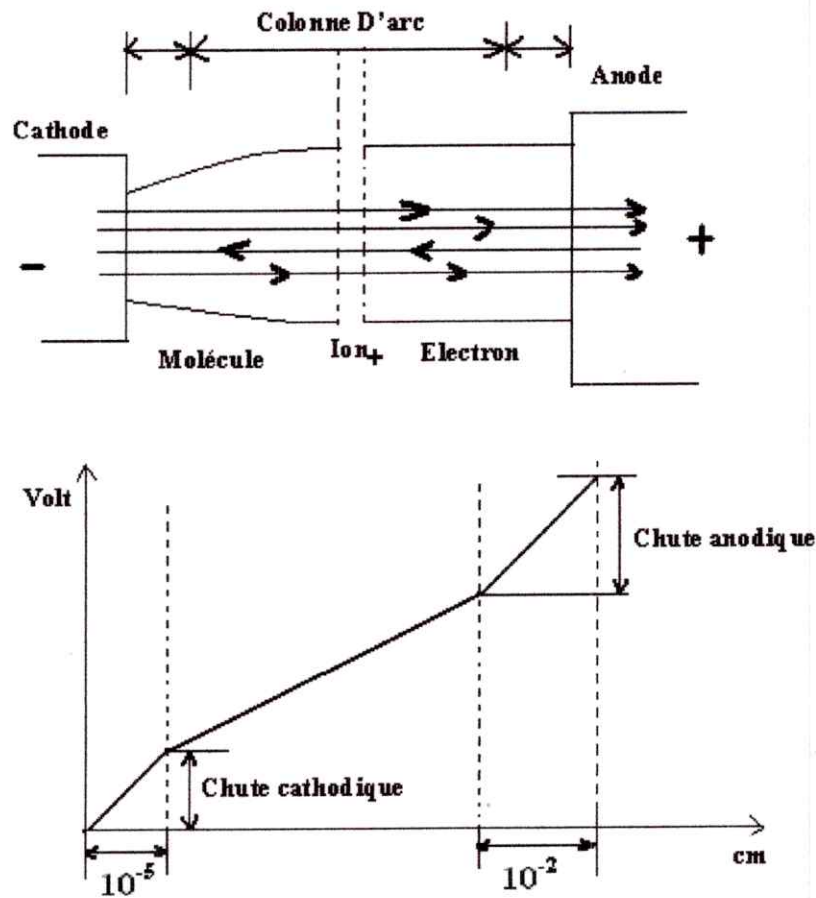


Figure (I-01) : Mécanisme de l'émission électrique dans les arcs électriques libres

I-4-4 / CARACTERISTIQUES PRINCIPALES DE L'ARC ELECTRIQUE

Les deux principales caractéristiques de la région d'arc sont :

- Un champ électrique et thermique élevé.
- Une densité de courant élevé au niveau de la colonne.

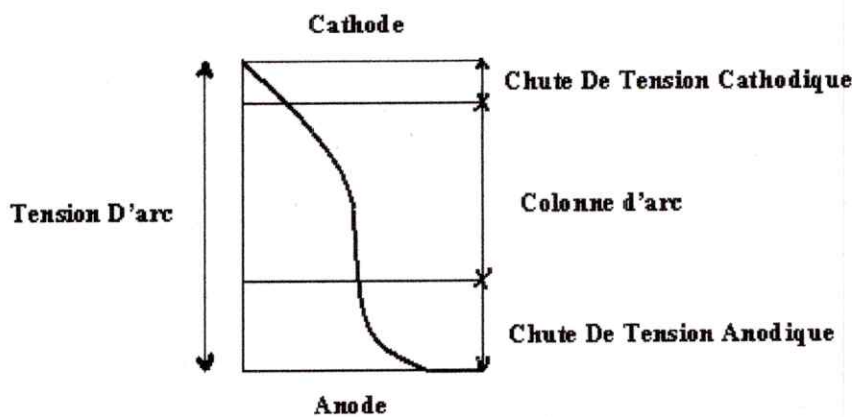


Figure (I-02) : chute de tension dans l'arc électrique

Chapitre: I

Il est très difficile de faire une estimation sur l'ampleur de champ électrique et thermique, bien qu'il ait été prouvé la possibilité de mesurer la chute de potentiel dans la cathode avec un degré de précision raisonnable, et d'estimer la chute de potentiel de l'anode [Gracov 1967], la chute de potentiel cathodique étant supérieure à celle de l'anode. [6] Les températures aux différents points de l'arc sont très variables, elles dépendent beaucoup du milieu environnant, elles sont de l'ordre de **2500 C°** à la cathode et de **3500 C°** à l'anode et **5000 C°** dans la colonne par un arc de soudage avec électrodes enrobées. En soudage au plasma d'arc, on relève dans des conditions normales, des températures allant de **8000 à 25000 C°** dans la colonne d'arc. [5]

I-4-5 / PROPRIETES ENERGETIQUES DE L'ARC

I-4-5-1/ Flux énergétique dans la colonne d'arc :

La colonne d'arc est caractérisée par deux éléments :

- Une température élevée (le gaz est suffisamment ionisé pour qu'il soit bon un conducteur).
- Un champ de vitesse élevé, qui pour des conditions de soudage, est dirigé de l'électrode vers la pièce à souder.

L'importance relative de la conduction et de convection peut être évaluée par le nombre de Peclet (P_e), dont l'expression est donnée par :

$$P_e = \frac{\rho V L C_p}{K}$$

ρ : Masse volumique de gaz (Kg/m^3)

V : vitesse des électrons (m/s)

L : longueur d'arc (m)

C_p : Chaleur spécifique à pression constante du gaz ($J/Kg K$)

K : conductivité thermique ($W/m K$)

A basse pression P_e peut être chutée de la valeur de 1 où le transfert de chaleur s'effectue principalement par conduction. Pour des pressions supérieures à la pression atmosphérique, P_e peut augmenter et la convection devient dominante. [7]

I-4-5-2/ Température dans la colonne d'arc :

La majorité des mesures des températures dans la colonne d'arc, ont été faites par spectroscopique. Ces mesures montrent que l'augmentation de courant de soudage, engendre un élargissement des champs isothermes au niveau de la surface de l'anode d'après **OLSEN 1957**.

La température au voisinage de la cathode dans la colonne d'arc est environ **20 000 K°** est ne varie pas beaucoup même avec un courant de soudage allant jusqu'à **400 A** d'après **K. Bayashi 1979 et Jackson 1960**.

L'effet de la composition des gaz de protection à base d'argon sur la température de la colonne d'arc a été étudié par **Key et Al 1983**. [7]

I-4-5-3/ Energie Nominale :

C'est l'énergie (E_n) fournie au niveau de l'arc pour exécuter une soudure. Elle s'exprime en (J/m), Nous pouvons la calculer avec la formule suivante : [8]

$$E_n = \frac{UI}{V_s}$$

Où :

U : La tension d'arc en Volts (V).

I : L'intensité du courant électrique en Ampère (A).

V_s : Vitesse du soudage en (m/s).

I-4-5-4/ Energie Dissipée Dans Le Joint Soude :

L'énergie fournie au niveau de l'arc n'est pas entièrement transmise aux pièces à souder en raison des pertes par rayonnement et par convection de la colonne d'arc. [8]

Pour l'énergie dissipée dans un cordon de soudure (E_d), on aura :

$$E_d = E_n \cdot \eta$$

Avec η : le rendement de l'arc.

I-4-5-5/ Le Rendement De L'arc :

Dans le but de calculer le taux de chaleur consommée, par les pièces à souder, qui est basé sur les valeurs mesurées de tension et du courant, il est nécessaire de connaître la proportion de l'énergie d'arc qui est transférée à la pièce. Cette quantité est connue par « le rendement d'arc » η que nous pouvons le calculer comme suite :

- Dans le cas d'électrode fusible : $\eta = 1 - [(1-n)Q_p + mQ_a] / U.I$
- Dans le cas d'électrode non fusible : $\eta = 1 - [Q_t + (1-n)Q_p + mQ_a] / U.I$

Où :

Q_t : La chaleur transmise à l'électrode.

Q_p : La chaleur émise par convection et par rayonnement par la colonne d'arc.

Q_a : Celle transmise à la pièce à souder.

n : la proportion de la chaleur produite par la colonne.

m : la proportion de la chaleur perdue par rayonnement.

Avec : $Q_t + Q_p + Q_a = Q_{arc}$ qui est la chaleur produite par l'arc.

Le rendement énergétique de l'arc varie en fonction :

- Du procédé de soudage.
- De la nature du courant.
- Du matériau.
- De l'épaisseur des pièces à souder.

Des nombreuses études expérimentales ont été faites dans ce domaine. On peut retenir pour le rendement, d'après **J.C. Walter**, les valeurs données dans le tableau suivant : [8]

Procèdes de soudage	Métaux	Rendement de l'arc (η)
Automatique sous flux solide	aciers	0.90 à 0.99
A l'arc avec électrode enrobées	aciers	0.70 à 0.85
M.I.G	Aciers doux Aluminium	0.65 à 0.85 0.70 à 0.85
T.I.G. courant alternatif courant continu courant alternatif	Aciers doux Aciers doux Aluminium	0.22 à 0.48 0.36 à 0.46 0.21 à 0.43

I-4-6/ SOUDAGE A L'ELECTRODE REFRACTAIRE (TIG)**I-4-6-1/ Principe :**

La chaleur nécessaire au soudage est produite par un arc électrique jaillissant entre une électrode en tungstène et les pièces à souder. Le tungstène ne fond que au delà des températures de soudage **3500 C°**. L'arc et le bain de fusion sont protégés par une atmosphère inerte, jet d'argon au par fois Argon + hélium. Le métal d'apport est indépendant de la torche de soudage et se présente sous forme de baguette tenue par l'opérateur ou sous forme de fil si le soudage est automatique. [8]

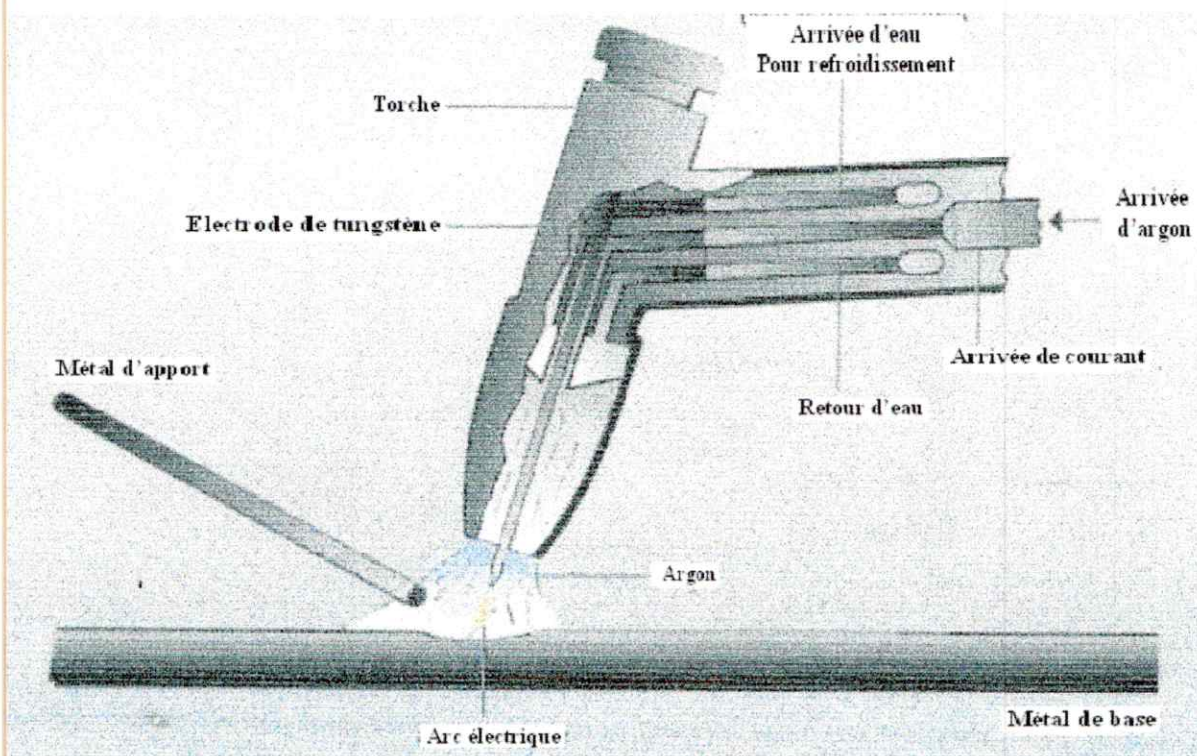


Figure (I-03) : Procédé TIG

I-4-6-2/ Généralités de courant de soudage :

Ils ont des caractéristiques externes plongeant, comme ceux du soudage à l'arc avec électrode enrobée.

a / Courant alternatif :

Il est indispensable pour le soudage de l'aluminium et de ces alliages. L'alternance du courant a en effet une action mécanique à l'intérieur du métal en fusion, et tend à briser la couche d'alumine. Un dispositif permet de stabiliser l'arc et d'amorcer à distance afin d'éviter la pollution du bain de fusion. On utilise en générale un générateur à haute fréquence et l'électrode est un tungstène pur ou de **0.3 à 0.5%** de zirconium. [8]

b / Courant continu :

L'électrode est toujours au pôle négatif afin d'éviter sa dégradation par le bombardement d'électrons émis par la pièce. Le courant continu est utilisé pour le soudage des aciers, des aciers inoxydables et du cuivre. L'addition de thorium permet une densité de courant plus élevée. [8]

c / Métal d'apport et pièces à souder :

Le métal d'apport doit être d'une grande pureté et de composition chimique proche de celle du métal de base des pièces à souder. Le métal d'apport ainsi que les bords à souder doivent être décapés et exempts de toute souillure (oxydes, graisses, contamination par des particules d'autres métaux, etc. Au-delà d'une certaine épaisseur des pièces à souder $e \geq 10$ mm) pour l'aluminium et ces alliages et pour les aciers inoxydables et réfractaires, le procédé **MIG** est le plus avantageux. [8]

d / Les gaz pour soudage TIG :

En soudage **TIG** fumées et projection sont inexistantes mais se posent le problème de la formation d'ozone lors du soudage des aciers inoxydables et plus encore les alliages légers. L'ozone résulte de l'action du rayonnement ultraviolet qui « casse » les molécules d'oxygènes environnants les singlets oxygène ainsi formé (**O**) vont pouvoir réagir avec d'autres molécules d'oxygène (**O₂**) et forment molécule d'ozone (**O₃**) dont la toxicité est reconnue en fait dans le rayonnement **U.V** qui sont les émissions dans la bande spectrale **130-180** qui sont particulièrement efficace pour former ces singlets. [9]

e / Domaine d'application du procédé :

Le procédé **TIG** permet le soudage des métaux et alliages ferreux et non ferreux en particulier l'aluminium, le cuivre et le nickel, en toutes positions. En raison de la limitation des énergies mises en jeu, il s'applique surtout aux faibles épaisseurs $e \leq 10$ mm. Dans certains cas, on utilise pour le soudage multi passes des pièces épaisses on pour l'exécution de la passe de fond. Pour les épaisseurs supérieures à **5 mm**, le procédé « plasma », en développement, remplace avantageusement le procédé **TIG**. [8]

f / Avantages du procédé TIG :

Les joints réalisés sont de très haute qualité. On peut effectuer le soudage avec ou sans métal d'apport. Le procédé est excellent pour les faibles épaisseurs **0.2 à 0.8 mm**. L'état de surface du cordon de soudure est de très bel aspect (propre et brillant) et le bain de fusion n'est pas pollué au cours du soudage. [8]

g / Inconvénients du procédé TIG :

La préparation des bords à souder doit être soignée, les chanfreins exécutés avec une grande précision, le métal et les pièces décapées, d'où un prix de revient élevé. Le rendement énergétique de l'arc est peu élevé **60%**. [8]

I-4-7/ AUTRES PROCÉDES DE L'ARC

I-4-7-1/ Soudage à L'électrode enrobée :

Le soudage à l'arc à l'électrode enrobée (SAEE), appelé soudage manuel à l'arc (manual arc welding, shielded metal arc welding process), s'exécute d'une façon très simple, schématisée sur la figure (I-04).

L'appareillage comporte une source de courant continu ou alternatif, une pince porte-électrode et l'électrode proprement dite, un câble de liaison et un câble de masse. L'opérateur tient, en outre, un masque de protection contre le rayonnement lumineux intense de l'arc éblouissant et dangereux pour la vue. La source étant sous tension, l'arc s'amorce par contact électrode-pièce et produit instantanément la fusion de l'électrode, la production des vapeurs et la formation du cordon qui, après refroidissement, se présente comme indiqué sur la figure (I-04), La fusion de l'électrode et la formation progressive du cordon entraînent un réflexe d'approche de la main de l'opération conditionnée par le maintien d'un arc stable.

Caractères principaux :

Électrode : tige métallique ou baguette de longueur limitée formant le métal d'apport.

Protection : vapeurs provenant d'un enrobage de l'électrode.

Nature du courant : alternatif ou continu. [11]

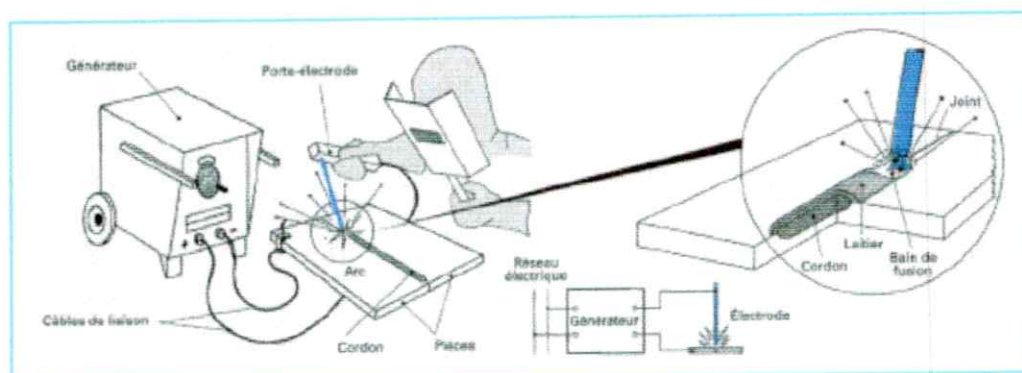


Figure (I-04) : Soudage A L'Electrode Enrobée

I-4-7-2/ Le Procédé MIG et MAG :

C'est le procédé de l'avenir, grâce aux progrès accomplis par les constructeurs d'appareils qui axent tout sur lui. C'est du soudage à l'arc sous flux gazeux avec fil électrode fusible.

Le fil conditionné sous forme de bobine, à la fois métal d'apport et électrode, est amené de façon automatique et continue par un dévidoir et des galets d'entraînement, à la torche qui est tenue à la main comme le montre la figure (I-05).

L'arc se forme entre le fil d'apport qui avance automatiquement et le métal de base.

Caractéristiques du fil d'apport :

- fils pleins ou fils nus dans le procédé **MIG** (protection par Argon ou Argon-Hélium) et dans le procédé **MAG** (protection par **CO2** ou Argon - **CO2** « gaz binaire » ou Argon **CO2- O2** « gaz ternaire », etc...)

- fils fourrés avec ou sans gaz : le fil électrode fourré a une structure tubulaire rempli d'un flux interne qui remplace le gaz lors de la fusion de certains de ses éléments et qui peut, à l'aide de l'électrode enrobée, apporter des améliorations métallurgiques au métal déposé. [11]

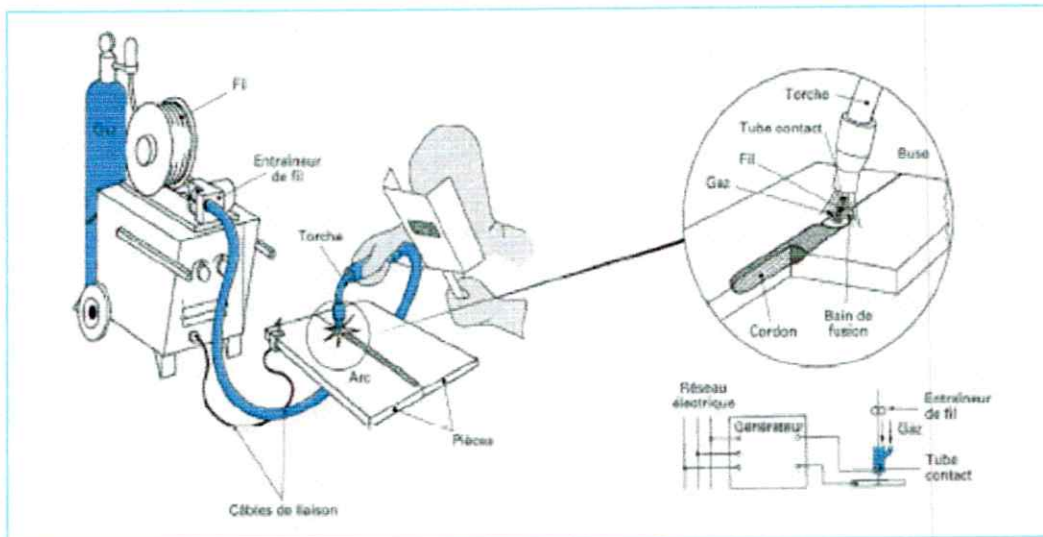


Figure (I-05) : Le Procédé MIG Et MAG

I-4-7-3/ Soudage au Plasma :

Le procédé « plasma » s'apparente au procédé TIG (réfractaire en tungstène, atmosphère gazeuse protectrice) mais utilise un arc électrique étranglé. A la sortie de la tuyère, le gaz (argon, mélange argon -hydrogène) forme un dard extrêmement brillant, dont la température varie de **15000 à 20000 C°**, et dont la concentration d'énergie est très importante. Ce dard permet de fondre rapidement tous les métaux et alliages avec un grand pouvoir de pénétration, en raison de sa longueur et de sa rigidité due à sa grande vitesse. [11]

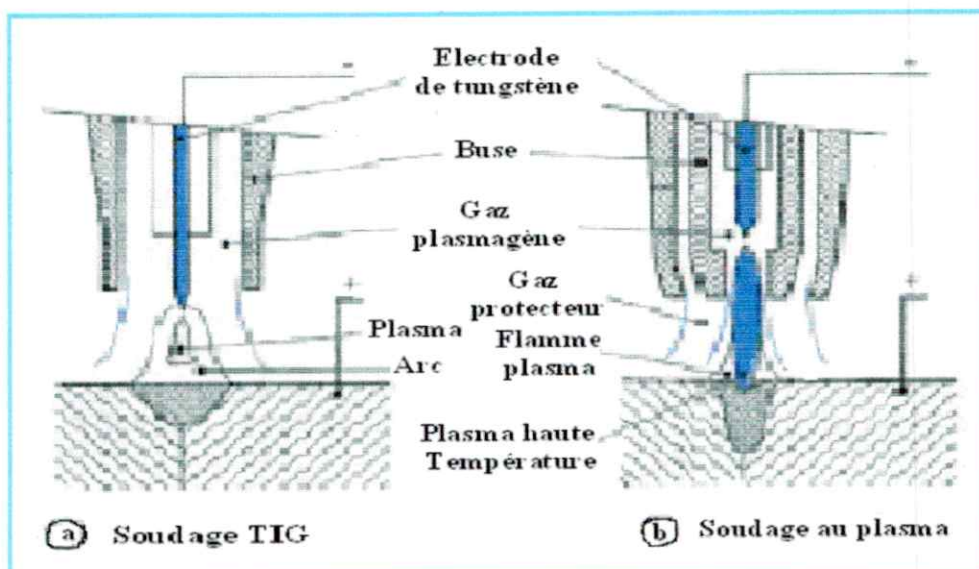


Figure (I-06) : Comparaison entre le soudage au plasma et le soudage TIG

I-4-7-4/ Soudage par résistance électrique :

Dans le soudage par résistance, la chaleur provient par l'effet joule produit par un courant électrique qui traverse le métal. On fixe des électrodes sur les cotés des pièces à souder, puis on exerce une forte pression sur les pièces en y appliquant brièvement un courant élevé. Le point ou les deux métaux se touchant, crée une résistance électrique qui fait fondre les métaux et forment la soudure. [1]

On distingue quatre procédés de soudage par résistance électrique :

a) Soudage Par Point :

Dans ce mode, les deux électrodes sont des barreaux de révolution à extrémités en tronc de cône ou en calotte sphérique et sont placées bout à bout de part et d'autre des deux pièces à souder. On réalise ainsi des soudures discontinues.

b) Soudage A La Molette :

Dans ce mode, les deux électrodes sont des grands disques, à axes parallèles, placées de part et d'autre des deux pièces à souder, et roulant sans glisser sur celle-ci, ce procédé peut donner de soudures, soit par point espacés, soit une soudure continue.

c) Soudage Par Brassages :

Il permet de réaliser des assemblages continus ou discontinus par superposition ; mais il se distingue du soudage par points ou à la molette en ce que la localisation du courant et de l'effort sur la zone de soudage n'est pas obtenue par les électrodes, mais par la géométrie des pièces à souder elles-mêmes.

c) Soudage En Bout :

Le soudage bout à bout peut s'effectuer simultanément sur deux sections distinctes. C'est ainsi qu'il permet la réalisation d'anneaux de forte section pour la fabrication de chaînes. On peut réaliser la fermeture d'anneaux de grands diamètres par une seule liaison. C'est le cas des jantes de roues de voitures.

I-5/ ETUDE THERMIQUE DU SOUDAGE :**I-5-1/ INTRODUCTION**

L'intérêt de la connaissance thermique de l'opération de soudage est tout d'abord de permettre l'interprétation aussi quantitative que possible des phénomènes métallurgique et tenso-thermiques que cette opération engendre et par suite de prévoir ces phénomènes pour en tenir compte dans le choix des procédés de soudage et des modes opératoires.

La très grande variété des modes de production de l'énergie calorifique mise en œuvre dans les divers procédés de soudage laisse prévoir de grande différence entre ces procédés quand à leurs caractéristiques thermiques et aux conséquences de ces dernières.

I-5-2/ CYCLE THERMIQUE

Au cours de l'opération, la pièce est soumise à un certain cycle thermique, la zone qui se trouve aux environs de la soudure subit un échauffement. En chaque point de cette région la température varie en fonction du temps suivant une certaine loi qui dépend de :

- ◆ Procède de chauffage
- ◆ Nature du métal
- ◆ forme de la pièce

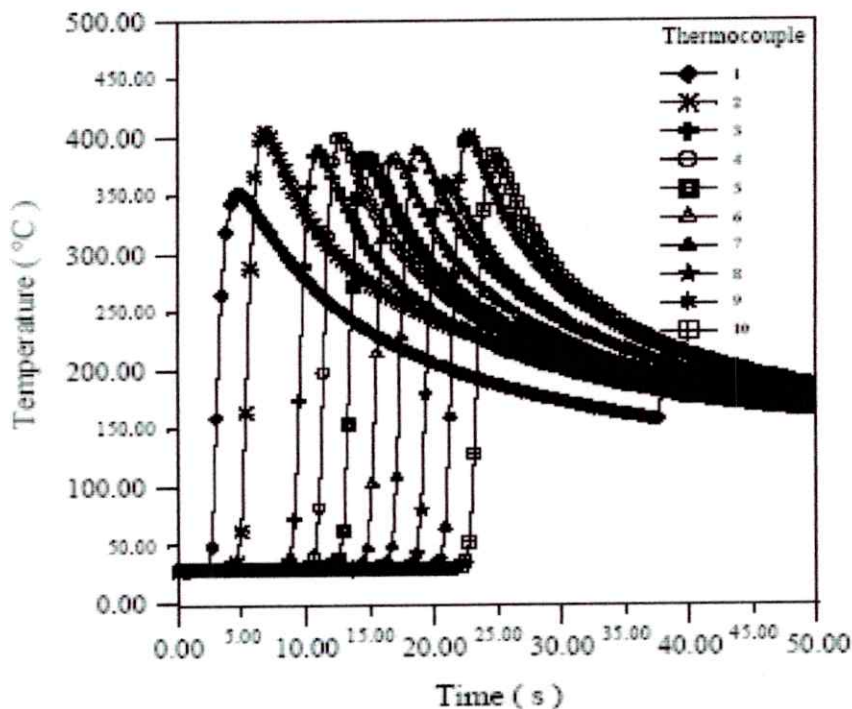


Figure (I-07) : cycle thermique de soudage

I-6-2/ Transfert de chaleur par convection :

Le transfert de chaleur par convection est un mécanisme de transfert d'énergie entre une surface solide et un liquide ou gaz. Il est désigné selon le mode d'écoulement de fluide par convection libre (ou naturelle) et convection forcée. Ce mode de transfert est évalué par la relation : [10]

$$q = h(T_p - T_\infty)$$

Avec :

q : Flux de chaleur par unité de surface (W/m^2)

h : Coefficient d'échange du fluide ($W/m^2 K^\circ$)

T_p : Température des parois (K°)

T_∞ : Température ambiante du fluide (K°)

♦ Convection libre (ou naturelle)

Ce mouvement résulte simplement de la différence de température entre les parties chaudes du solide et froides de fluide.

♦ Convection forcée

Le mouvement des fluides est produit par une action extérieure (ventilateur, pompe etc....).

I-6-3/ Transfert de chaleur par rayonnement

Le rayonnement est l'émission d'ondes électromagnétiques par un corps chaud ou chauffé, il est fondamentalement différent des autres types de transfert de chaleur. Les substances n'ont pas besoin d'être en contact pour échanger de la chaleur, elles peuvent même être séparées par le vide selon la loi de l'australien **STEFAN BOLTZMAN (1879)** par la relation : [10]

$$q = \varepsilon\sigma(T^4 - T_\infty^4)$$

Avec :

q : Flux de chaleur par unité de surface (W/m^2)

ε : Émissivité

σ : Constante de Stefan Boltzman (égale à $5.66 \cdot 10^{-8} [W/m^2 K^4]$)

T : Température des parois (K°)

T_∞ : Température du fluide (K°)

I-7/ EXEMPLES SUR L'APPLICATIONS DU SOUDAGE EN AERONAUTIQUE :

I-7-1/ SOUDAGE D'UNE DEMI AILE :



**Figure (I-08) : Soudage d'une demi aile
(Compartiments du réservoir secondaire d'un avion)**

I-7-2/ SOUDAGE D'UNE TUYERE :



Figure (I-09) : Soudage appliqué sur une tuyère

CHAPITRE

II

MODELISATION MATHEMATIQUE

CHAPITRE II**MODELISATION MATHÉMATIQUE****II-1/ INTRODUCTION :**

Ce chapitre sera consacré à l'étude de transfert thermique lors d'une opération de soudage (**TIG**), tel que en considérant le cas bidimensionnel instationnaire d'un assemblage de deux plaques métalliques minces, de l'acier inoxydable **304L**.

En effet, notre modèle mathématique est obtenu à partir d'un bilan énergétique, effectué sur un volume de contrôle élémentaire de la plaque métallique considérée.

II-2/ ETUDE DU PHENOMENE DE SOUDAGE :**II-2-1/ EQUATION DE LA CHALEUR :**

En point de vue phénoménologique, l'équation de la chaleur peut être déduite à partir d'un bilan d'énergie.

II-2-1-1/ Bilan d'énergie :

La variation de l'énergie interne = Ce qui entre + ce qui produit par les sources - Ce qui sort. [1]

Donc, prenons un volume de contrôle dV ou :

$$dV = A dx$$

A : Surface d'échange ou surface d'écoulement de la chaleur.

S : Source d'énergie.

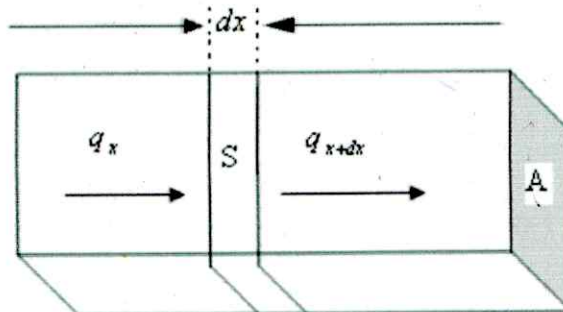


Figure (II-01)

La variation de l'énergie interne selon la direction considérée est :

$$m Cp \Delta T = \rho V Cp \frac{dT}{dt} = \rho A C p \frac{dT}{dt} dx \quad (\text{WATT})$$

Donc:

$$\rho A C p \frac{\partial T}{\partial t} dx = q_x + S A dx - q_{x+dx}$$

Chapitre II

$$\begin{aligned}
 &= q_x + SAdx - \left(q_x + \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} \right) dx \right) \\
 &= SAdx - \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \\
 &= SAdx + Adx \frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{dT}{dx} \right) \quad \text{Tel que : } q = -KA \frac{dT}{dx}
 \end{aligned}$$

Donc :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = S + \frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad ; \text{ Dans la direction de } (OX)$$

De la même façon on trouve :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = S + \frac{\partial}{\partial y} \left(K \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad ; \text{ Dans la direction de } (OY)$$

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = S + \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad ; \text{ Dans la direction de } (OZ)$$

En coordonnées cartésiennes :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = S + \frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial T}{\partial z} \right)$$

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = -\text{div}(-K \text{grad} T) + S$$

II-2-1-2/ Quelques cas de la conductivité :

En générale ; $K = f(T)$, l'équation de la chaleur est de type non linéaire.

- Si $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$; le régime est dit permanent.
- Si $K = cst \Rightarrow \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = K \nabla^2 T + S$.

D'une façon générale pour une variable quelconque 'r' on a :

$$\nabla T = \frac{1}{r^p} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^p \frac{\partial T}{\partial r} \right) ; \text{ Avec :}$$

- $p = 0$; pour les coordonnées cartésiennes.
- $p = 1$; pour les coordonnées cylindriques.
- $p = 2$; pour les coordonnées sphériques.

Dans le cas de :

- Milieu homogène : K est indépendant de la position.
- Milieu isotrope : K est un scalaire indépendant de la direction.
- Milieu anisotrope : K est un tenseur.

Quelques valeurs de K :

- Pour les solides :
 1. Pur : $K = 15$ à $340 \text{ Kcal/h.m.c}^\circ$.
 2. Alliages : $K = 12$ à $104 \text{ Kcal/h.m.c}^\circ$.
 3. Solides non métalliques : $K = 0.3$ à $2.2 \text{ Kcal/h.m.c}^\circ$.
 4. Solides isolants : $K = 0.53$ à $0.8 \text{ Kcal/h.m.c}^\circ$.
- Pour les liquides non métalliques : $K = 0.075$ à $0.8 \text{ Kcal/h.m.c}^\circ$.
- Pour les gaz : $K = 6.10^{-4}$ à $0.15 \text{ Kcal/h.m.c}^\circ$.

Résumé :

- Si $K = cst \Rightarrow \rho C_p \frac{dT}{dt} = K \Delta T + S$.
- Si $K = f(T) \Rightarrow \rho C_p \frac{dT}{dt} = \frac{\partial K}{\partial x} \text{grad} \vec{T} + K \frac{\partial(\text{grad} \vec{T})}{\partial x} + S$

On a :

$$\frac{\partial K}{\partial x} = \frac{\partial K}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial K}{\partial T} \text{grad} \vec{T} = \frac{dK}{dT} \text{grad} \vec{T} \quad (\text{Pour une direction } (\mathbf{OX}))$$

Alors :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{dK}{dT} (\text{grad} \vec{T})^2 + K \Delta T + S$$

- Dans un milieu anisotrope :

$$K \text{ devient un tenseur ; } \|\vec{K}\| = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix}$$

Donc :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K_{11} \frac{\partial T}{\partial x} + K_{12} \frac{\partial T}{\partial y} + K_{13} \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_{21} \frac{\partial T}{\partial x} + K_{22} \frac{\partial T}{\partial y} + K_{23} \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_{31} \frac{\partial T}{\partial x} + K_{32} \frac{\partial T}{\partial y} + K_{33} \frac{\partial T}{\partial z} \right) + S.$$

En générale, pour résoudre ce type d'équation, il nous faut une condition initiale et des conditions aux limites.

II-3/ HYPOTHESES PRINCIPALES :

Compte tenu de l'importance que revêt l'analyse thermique dans toute étude préventive du soudage, la répartition de la température en cours de soudage est basée sur la résolution de l'équation fondamentale régissant l'écoulement de la chaleur par conduction dans un solide. Pour modéliser ce processus, il est important de noter et d'évoquer les hypothèses suivantes : [2]

1. Le régime est transitoire et bidimensionnel (x, y, t) .
2. La direction de soudage s'effectue selon l'axe 'y'.
3. Les propriétés thermiques (K et ρCp) du matériau sont en fonction de la température.
4. Considération du changement de phases dans les métaux à souder.
5. L'écoulement du bain de fusion est négligeable.
6. Les déperditions calorifiques par convection et rayonnement à travers les surfaces libres et les frontières de la pièce sont considérées.
7. La source de chaleur est mobile et répartie selon une distribution surfacique Gaussienne de la forme $S(x, y, t)$, où nous verrons par la suite sa configuration géométrique et la méthode de sa linéarisation.

II-3-1/ EQUATION REGISSANT LA CHALEUR :

L'équation de conduction de la chaleur dans les deux plaques métalliques à souder s'écrit, après avoir effectué le bilan énergétique et les calculs nécessaires:

$$\rho Cp(T) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{K(T) \cdot \partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{K(T) \cdot \partial T}{\partial y} \right) + S(x, y, t) \quad (\text{II-1})$$

· Ou T : température

t : Temps

ρ : Densité du matériau à souder

Cp : Chaleur spécifique du matériau

K : Conductivité thermique

S : Chaleur générée ou absorbée par unité de temps.

La résolution de cette équation différentielle (II-1) nécessite la détermination des conditions aux limites et initiales, pour bien poser le problème et avoir une solution unique.

II-3-2/ LES CONDITIONS AUX LIMITES :

Les conditions aux limites sont déterminées à partir des équations d'échange du flux de chaleur par convection et rayonnement avec le milieu environnant.

Alors, elles se résument comme suit :

- Au niveau des frontières, on a le flux q_n égale à :

$$q_n = h_c(T - T_\infty) + \sigma \varepsilon (T^4 - T_\infty^4) \quad (\text{II-2})$$

h : Coefficient d'échange par convection $h=10 (W/m^2 K^\circ)$.

T : Température de bord de l'assemblage (K°).

T_∞ : Température ambiante.

ε : Émissivité thermique égale à 0.82

σ : Constante de STEPHAN – BOLTZMAN égale à $5.66.10^{-8} \text{ W/m}^2.k^4$.

- Au plan symétrique d'assemblage, le flux de chaleur est nul donc :

$$q_n = 0 \quad (\text{II-3})$$

Tel que le flux est donné par l'équation de Fourier : $q_n = -K \nabla T$

- La température initiale du matériau est supposée égale à la température ambiante $T_0 = 300 \text{ K}^\circ$.

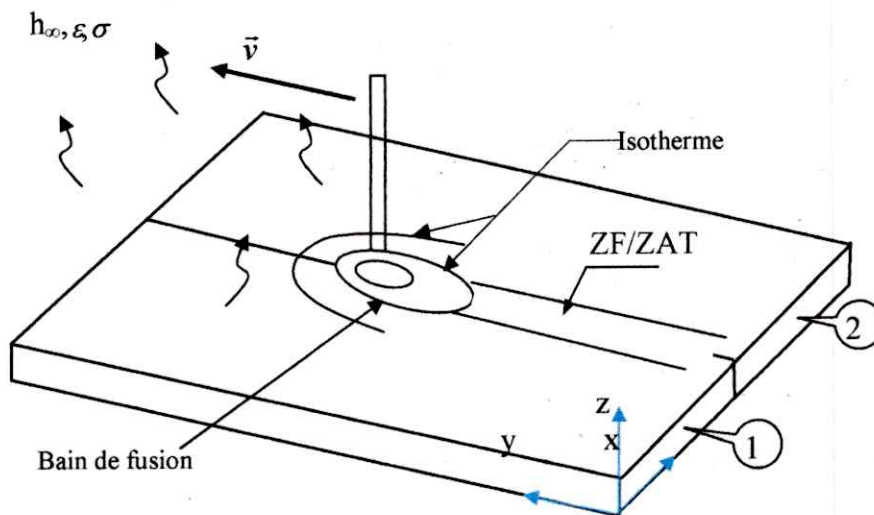


Figure (II-02) : Schéma du processus de soudage de deux tôles

La résolution du système d'équations différentielles (II-1,II-2,II-3) est très complexes (non linéarité des paramètres, forme de source de chaleur compliquée) donc le recours aux méthodes numériques de résolution et à la modélisation de source de chaleur est indispensable.

II-4/ LES DIFFERENTES MODELES DE SOURCE DE CHALEUR :

D'après notre recherche bibliographique, on compte trois modèles de représentation de la source de chaleur.

II-4-1/ SOURCE DE CHALEUR PONCTUELLE :

L'énergie électrique délivrée par l'arc est assimilée à une source de chaleur ponctuelle mobile avec une vitesse constante v . Cette énergie est définie par : [3]

$$Q = \eta UI \quad (\text{II-4})$$

Ou :

η : Rendement thermique de l'arc

U : Tension de soudage (V)

I : Courant de soudage (A)

Bien que, ce modèle puisse prédire la vitesse de refroidissement du métal, le modèle de source ponctuelle ne fournit pas de renseignements quantitatifs au sujet de la dimension ou la forme du bain fondu.

II-4-2/ SOURCE DE CHALEUR GAUSSIENNE :

La bibliographie propose deux formulations de la répartition d'énergie : (voir figure II-2)

- La première formulation est un volume gaussien de révolution de type :

$$q = q_{\max} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} r^2}$$

Lorsque σ tend vers ∞ on retrouve le cas de source point.

- La seconde formulation est basée sur la considération d'une distribution volumique de la source de chaleur dans le joint soudé. Cette source de chaleur s'apparaît à la forme du bain de fusion qui se déplace sous l'électrode et nous considérons qu'il s'agit d'une forme ellipsoïdale.

$$q(x, y, z) = \frac{3\sqrt{3}}{abc\pi\sqrt{\pi}} e^{-\frac{3x^2}{a^2}} e^{-\frac{3y^2}{b^2}} e^{-\frac{3z^2}{c^2}}$$

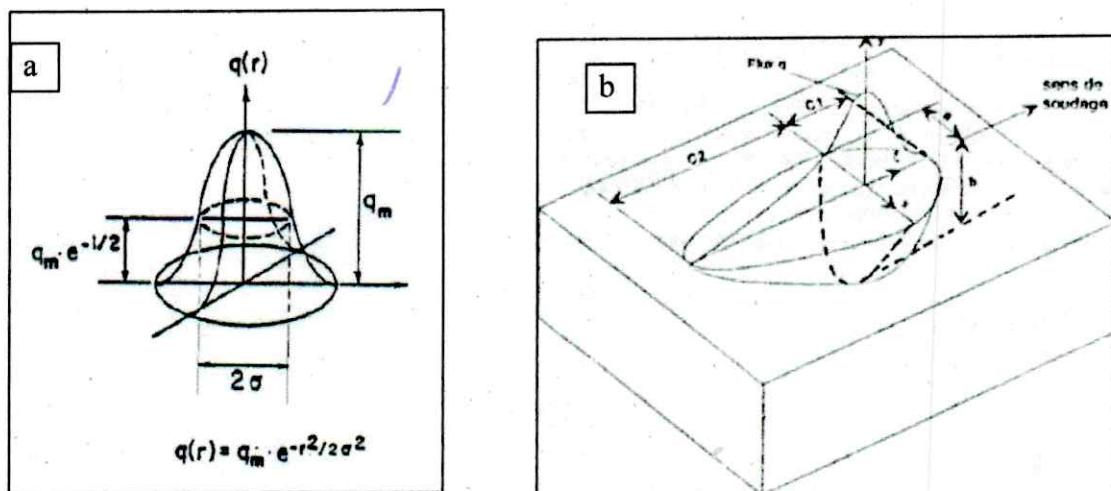


Figure (II-2) : a-b : modèles des sources de chaleur Gaussiennes

II-4-3/ SOURCE DE CHALEUR EN SEGMENTS DE LIGNES :

Dans ce modèle, la source de chaleur est composée de segments de lignes, chaque segment correspond à la direction du transfert thermique dans le bain de fusion. Par exemple, le transfert thermique dans la direction de pénétration (profondeur) dû au jet de plasma est approximativement exprimé avec un segment de chaleur dans la direction de l'écoulement dans le bain de fusion. Les longueurs des segments de lignes de chaleur sont déterminées en se basant sur les observations expérimentales de la forme géométrique du bain de fusion.

II-5/ TRAITEMENT DU TERME SOURCE :

Le terme 'S' source de la chaleur s'écrit : [2]

- Pour le métal de base, c'est l'énergie échangée :

$$S = 2h_{\infty}(T_{\infty} - T) + 2\sigma\varepsilon(T_{\infty}^4 - T^4)$$

- Au niveau du cordon (zone qui contient le bain de fusion) :

$$S = h_{\infty}(T_{\infty} - T) + \sigma\varepsilon(T_{\infty}^4 - T^4) + q_0 e^{-f(x,y,t)}$$

Ce terme S doit être représenté sous la forme linéaire :

$$S = S_c + S_p T \quad (\text{II-6})$$

La linéarisation de ce terme s'obtient en utilisant la méthode de la tangente suivante :

$$S = \bar{S}^* + \left(\frac{dS}{dT_p}\right)^* (T - T^*) \quad \Rightarrow \quad S_c = \bar{S}^* - \left(\frac{dS}{dT}\right)^* T^* ; \quad S_p = \left(\frac{dS}{dT}\right)^*$$

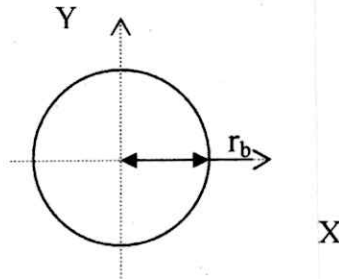
Tel que, l'indice '*' indique que le paramètre calculé au cours de l'itération précédente. Nous trouvons donc :

$$\text{- Au niveau du métal de base : } \begin{cases} S_c = 2.0(h_{\infty}T_{\infty} + 3\sigma\varepsilon T^{*4} + \sigma\varepsilon T_{\infty}^4) \\ S_p = -2.0(h_{\infty} + 4\sigma\varepsilon T^{*3}) \end{cases} \quad (\text{II-7a})$$

$$\text{- Au niveau du cordon de soudure : } \begin{cases} S_c = (h_{\infty}T_{\infty} + 3\sigma\varepsilon T^{*4} + \sigma\varepsilon T_{\infty}^4) + q_0 e^{-f(x,y,t)} \\ S_p = -(h_{\infty} + 4\sigma\varepsilon T^{*3}) \end{cases}$$

Rappelons la fonction $f(x,y,t)$ qui se définit pour le modèle du bain de fusion circulaire comme suit : [2]

Figure (II-3) : le modèle circulaire du bain de fusion



$$f(x,y,t) = 3 \left(\frac{x^2 + (y - v \cdot t)^2}{r_b^2} \right); \quad (\text{II-7b})$$

Où $r_b = 4.5$ rayon de l'électrode, et défini de tel sort que 95% de la chaleur soit déposée [4].

v : Vitesse de soudage ; t : temps de soudage

Le coefficient q_0 de l'expression de la source de chaleur est donné par :

$$q_0 = \frac{3 \cdot Q}{\pi r^2} \quad \text{Où } Q = \eta \cdot U \cdot I \quad (\text{II-7c})$$

II-6/ QUELQUES EXEMPLES SUR LA RESOLUTION ANALYTIQUE DES EQUATIONS DIFFERENTIELLES DE TRANSFERT DE CHALEUR :

II-6-1/ INTRODUCTION :

L'analyse d'un problème thermique, tel qu'on peut rencontrer dans la pratique scientifique ou industrielle, ou interviennent des phénomènes de transport souvent couplés, se traduit par l'écriture d'un certain nombre d'équations, généralement aux dérivées partielles avec des conditions aux limites et initiales. La résolution de ces équations a été effectuée d'une manière analytique, mais dans la plupart des situations réelles, une telle résolution s'avère impossible. Dans cette partie on va donner quelques exemples pour la résolution de ces systèmes.

Exemple : 01

On commence par une équation différentielle de type non homogène (une dimension et instationnaire) de la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} U_{xx} + S(x) = U_t \\ U(0,t) = A \\ U(1,t) = B \\ U(x,0) = f(x) \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{Conditions aux limites de 1}^{\text{er}} \text{ type} \\ \\ \text{Condition initiale} \end{array}$$

Tel que $U_{xx} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$, $U_t = \frac{\partial T}{\partial t}$, $S(x)$ terme source et $0 \leq x \leq 1$

On utilise pour la résolution de ce système la méthode de séparation des variables.

On pose $U(x,t) = W(x,t) + V(x)$

On remplace dans le système et on trouve : [15]

$$\left\{ \begin{array}{l} W_{xx} = W_t \\ W(0,t) = 0 \\ W(1,t) = 0 \\ W(x,0) = f(x) - V(x) \end{array} \right. \quad \text{et} \quad \left\{ \begin{array}{l} V_{xx} = -S \\ V(0) = A \\ V(1) = B \end{array} \right.$$

On cherche $V(x)$ on trouve :

$$V(x) = -\frac{S}{2}x^2 + (B - A + \frac{S}{2})x + A$$

$$W(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{-\beta_n^2 t} \sin \beta_n x \quad \text{Où} \quad \beta_n = n\pi$$

On applique la propriété d'orthogonalité pour trouver C_n :

$$C_n = \frac{\int_0^1 [f(x) - V(x)] \sin \beta_n x dx}{\int_0^1 \sin^2 \beta_n x dx}$$

$$W(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\int_0^1 [f(x) - V(x)] \sin \beta_n x dx}{\int_0^1 \sin^2 \beta_n x dx} \times e^{-\beta_n^2 t} \sin \beta_n x \quad \text{Où } \beta_n = n\pi$$

Donc la solution générale du système est :

$$U(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\int_0^1 [f(x) - V(x)] \sin \beta_n x dx}{\int_0^1 \sin^2 \beta_n x dx} \times e^{-\beta_n^2 t} \sin \beta_n x + \frac{-S}{2} x^2 + (B - A + \frac{S}{2})x + A$$

Où $\beta_n = n\pi$

Exemple : 02

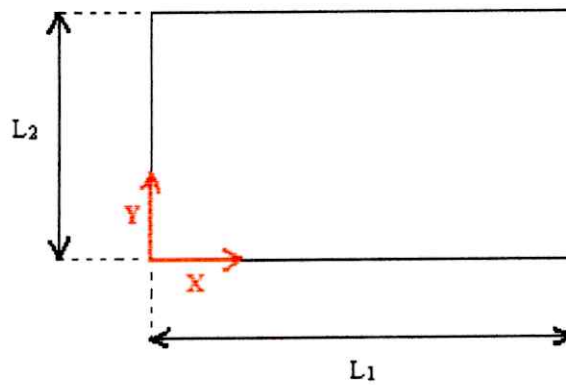
Un problème de conduction de la chaleur est représenté par une équation différentielle de type homogène (deux dimensions et instationnaire) de la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} U_{xx} + U_{yy} = \frac{1}{\alpha} U_t \\ U(0, y, t) = 0 \\ U(L_1, y, t) = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0 \leq y \leq L_2 \\ \\ \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} U_{xx} + U_{yy} = \frac{1}{\alpha} U_t \\ U(0, y, t) = 0 \\ U(L_1, y, t) = 0 \end{array}} \right\} \text{Conditions aux limites homogènes (*)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} U(x, 0, t) = 0 \\ U(x, L_2, t) = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0 \leq x \leq L_1 \\ \\ \end{array}$$

$$U(x, y, 0) = F(x, y) = F_1(x) \times F_2(y) \quad \text{Condition initiale}$$

$$\text{Tel que } U_{xx} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, U_{yy} = \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, U_t = \frac{\partial T}{\partial t} \text{ et } \alpha = \frac{\rho C_p}{K} = \text{cte}$$



Ce problème peut être écrit simplement comme étant le produit des solutions à une dimension.

Si :

La température initiale peut être exprimée comme le produit de deux fonctions à une variable chaque une, comme montre la condition initiale dans le système (*). [15]

Donc on obtient deux sous système chaque un a une dimension :

$$\left\{ \begin{array}{l} W_{xx} = \frac{1}{\alpha} W_t \\ W(0,t) = 0 \\ W(L_1,t) = 0 \end{array} \right\} \text{ Conditions aux limites (* - I)}$$

$$W(x,0) = F_1(x) \text{ Condition initiale}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{yy} = \frac{1}{\alpha} V_t \\ V(0,t) = 0 \\ V(L_2,t) = 0 \end{array} \right\} \text{ Conditions aux limites (* - II)}$$

$$V(y,0) = F_2(y) \text{ Condition initiale}$$

Pour résoudre le système (*), il est nécessaire de résoudre les sous systèmes (*-I) et (*-II)
On utilise pour la résolution de (*-I) et (*-II) la méthode de séparation des variables.

Pour le système (*-I) la solution est :

$$W(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\int_0^{L_1} F_1(x) \sin \beta_n x dx}{\int_0^{L_1} \sin^2 \beta_n x dx} \times e^{-\alpha \beta_n^2 t} \sin \beta_n x \quad \text{Où} \quad \beta_n = n\pi$$

Pour le système (*-I) la solution est :

$$V(y,t) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\int_0^{L_2} F_2(y) \sin \lambda_n y dy}{\int_0^{L_2} \sin^2 \lambda_n y dy} \times e^{-\alpha^2 \lambda_n^2 t} \sin \lambda_n y \quad \text{Où} \quad \lambda_n = m\pi$$

La solution générale est :

$$U(x, y, t) = W(x, t) \times V(y, t)$$

Remarque :

Pour notre problème les méthodes analytiques ne sont pas recommandées, alors on fait appel aux méthodes numériques.

**CHAPITRE
III**

**DISCRETISATION PAR
LA METHODE
DES VOLUMES FINIS**

CHAPITRE III

DISCRETISATION PAR LA METHODE DES VOLUMES FINIS

III-1/ INTRODUCTION :

Les équations de conservation de quantité de mouvement et d'énergie régissant les phénomènes de transfert thermique et mécanique des fluides, sont des équations différentielles aux dérivées partielles non linéaires et elliptiques. Du moment que ces équations ne sont pas couplées, on pourra les résoudre séparément vu la complexité mathématique de ces dernières, on fait appel aux méthodes de résolution numérique.

Durant ces dernières décennies, plusieurs méthodes numériques ont été développées pour la résolution des équations aux dérivées pareilles rencontrées dans le domaine de la mécanique des fluides et de la transmission de chaleur.

On peut citer parmi ces méthodes :

- La Méthode des différences finis
- La Méthode des éléments finis
- **La Méthode des volumes finis**

Pour notre travail nous avons choisi la méthode des volumes finis ; Cette méthode a été développée par PATANKAR et SPALDING en 1980 et ils ont prouvé son efficacité dans la résolution des problèmes de mécanique des fluides et de transfert de chaleur, elle s'adapte facilement à des géométries complexes qui interviennent dans de nombreux problèmes industriels.

III-2/ PRINCIPE DE LA METHODE DES VOLUMES FINIS :

Le principe de la méthode des volumes finis, consiste à partager le domaine de calcul en un ensemble de petits volumes élémentaires. Chaque volume de contrôle contient un nœud central sorte que l'ensemble de ces nœud forme une grille. La Figure (III-01) montre un maillage cartésien pour une géométrie carrée, et un maillage cylindrique d'une cavité circulaire pour La Figure (III-02).

Pour deux nœuds consécutifs, les volumes de contrôle respectifs doivent posséder un côté commun appelé interface et de manière à ce que la réunion de tous les volumes forme le domaine de calcul. Ceci va mettre en évidence la conservation des flux locaux et globaux au sein du volume de contrôle et du domaine.

L'idée principale de cette méthode est d'intégrer les équations différentielles dans le volume de contrôle, afin d'aboutir à une équation algébrique. L'assemblage de toutes les équations, relatives aux différents volumes du domaine se traduit par un système d'équation algébrique qu'il faudra ensuite résoudre par des méthodes itératives.

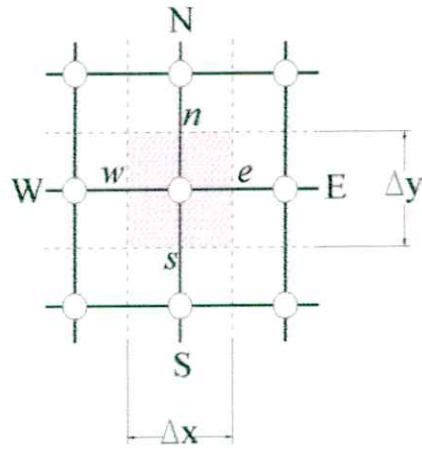


Figure (III-01) : Détails d'un volume de contrôle dans un géométrique carré

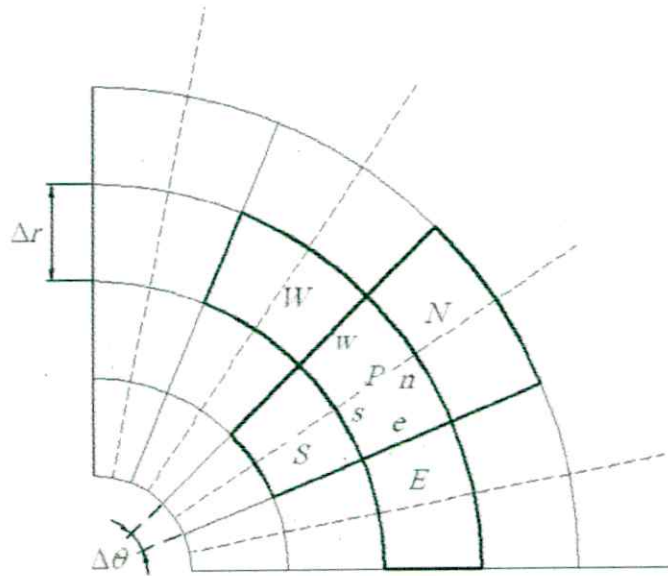


Figure (III-02) : Détails d'un volume de contrôle dans un géométrique cercle

III-3/ GENERATION DE MAILLAGE :

Il existe deux méthodes pour générer le maillage dans le domaine de calcul.

a) **Maillage type (A)** : consiste à placer d'abord les nœuds et de placer ensuite les faces des volumes de contrôles à mi-distance de deux nœuds consécutifs. Ceci donne des volumes de contrôles réguliers autour des points internes du maillage, et des demi volumes près des frontières. Cette pratique exige des équations supplémentaires pour le traitement des nœuds frontières.

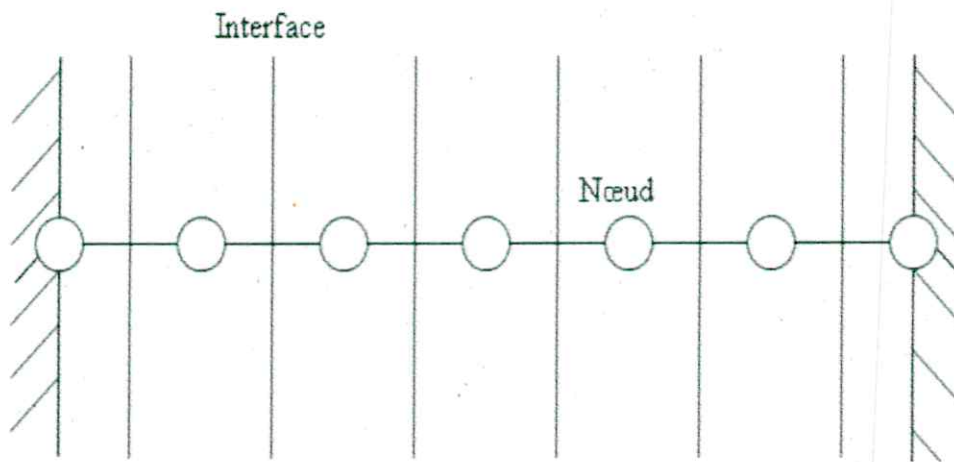


Figure (III-03) : Maillage non centré (TYPE A)

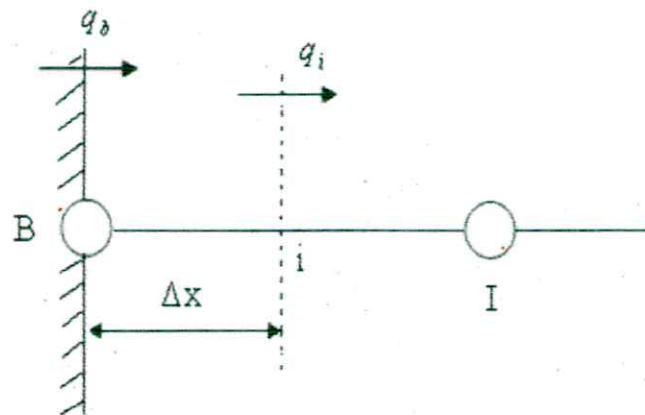


Figure (III-04) : demi volume de contrôle pour le maillage (Type A)



b) *Maillage type (B)*, consiste à partager le domaine en un ensemble de volumes élémentaires, puis les nœuds sont placés au centre des volumes. Cette pratique est souvent utilisée en raison de sa simplicité et ne nécessite pas un traitement spécial pour les nœuds frontières.

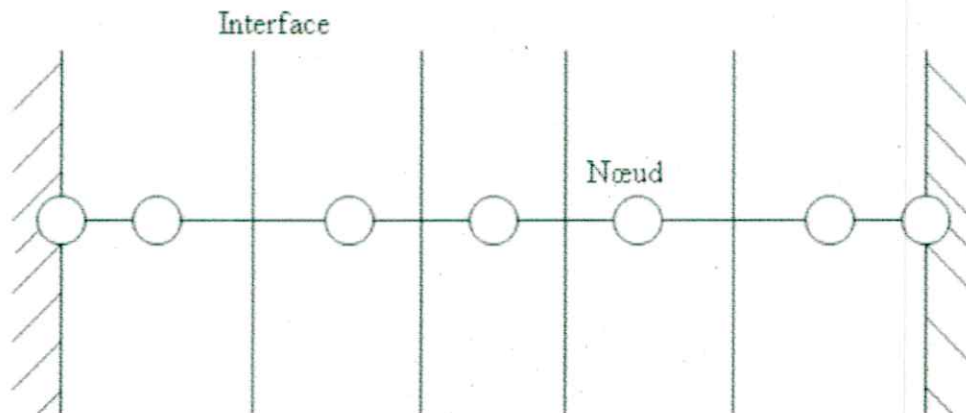


Figure (III-05) : Maillage centré (TYPE B)

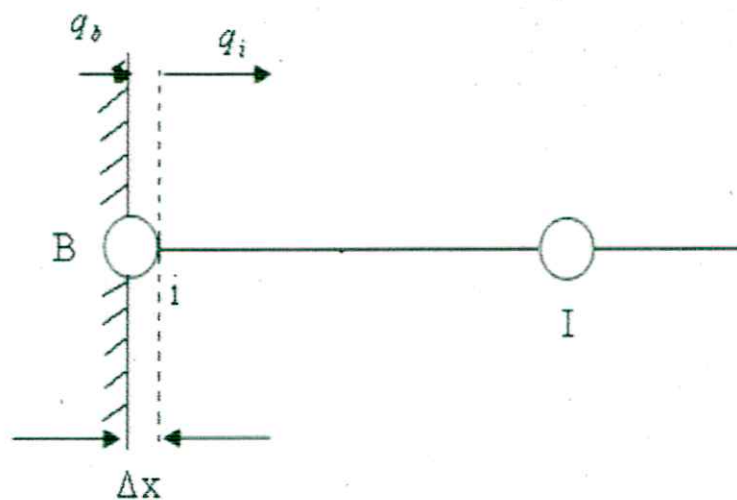


Figure (III-06) : demi volume de contrôle pour le maillage (Type B)

Remarque :

Notons que pour un maillage uniforme les deux types de maillage sont identiques.

III-4/ DISCRETISATION PAR LA METHODE DES VOLUMES FINIS :

Le résultat obtenu à partir de la discrétisation d'une équation aux dérivées partielles est un ensemble fini de valeurs qui permet de reconstruire la forme de la solution. Dans ce sens, une méthode numérique peut être considérée comme un laboratoire expérimental, à l'intérieur duquel des instruments de mesure ont été implantés. Ces derniers doivent permettre de remonter à la grandeur que l'on veut étudier dans le domaine considéré. Ainsi le numéricien, tout comme l'expérimentateur, ne peuvent travailler qu'avec un nombre discret de valeurs, cet ensemble de valeurs devant être correctement choisi pour décrire fidèlement le comportement du domaine continu. L'ingénieur doit donc garder à l'esprit qu'il n'est pas seulement important d'obtenir une solution numérique, mais qu'il faut également s'assurer de la qualité de la discrétisation.

La méthode des volumes finis permet d'obtenir un système d'équations algébriques, ou système discrétisé, dont les inconnues sont les valeurs de la grandeur recherchée en un nombre fini de points du domaine d'étude. Il s'agira ensuite de savoir résoudre ce système d'équations algébriques.

III-5/ LE CONCEPT DE DISCRETISATION :

Le système d'équations algébriques est obtenu à partir de l'équation aux dérivées partielles de départ. Pour ce faire, il est nécessaire de faire des hypothèses sur la façon dont la variable T varie entre deux points du système discret, c'est-à-dire de choisir une loi de variation locale.

Nous sommes donc amené, pour obtenir un système discrétisé, à subdiviser le domaine d'étude. C'est cette discrétisation de l'espace et du temps, associée à la façon de prendre en compte les variations de T entre deux points de maillage, qui permet de passer une équation aux dérivées partielles à un système d'équations algébriques.

Une équation discrétisée est une équation algébrique reliant les valeurs de T en différents points du maillage. Une telle équation est obtenue à partir de l'équation aux dérivées partielles de départ et contient donc la même information physique. Le nombre de points pris en compte dans l'équation discrétisée dépend de la loi de variation locale choisie pour T . L'équation discrétisée met en relation des points voisins dans le maillage ; de ce fait, la valeur de T en un point influence essentiellement celle de ses voisins immédiats.

Pour une équation aux dérivées partielles donnée, l'équation discrétisée va dépendre du maillage et de la loi de variation locale. Toute bonne méthode de discrétisation doit être consistante, c'est-à-dire qu'elle doit conduire à la solution exacte de l'équation aux dérivées partielles quand on augmente indéfiniment le nombre de points de maillage. En effet, une augmentation du nombre de points entraîne une diminution de la distance entre deux points voisins, ce qui réduit l'influence de la loi de la variation locale. Il en découle que s'il n'est pas toujours possible de mailler finement tout un domaine, il faut s'attacher à mailler le plus finement possible les zones soumises à des fortes variations de T .

CHAPITRE III

III-6/ PRESENTATION DU PROBLEME BIDIMENSIONNEL :

III-6-1/ DISCRETISATION DE L'EQUATION DE CHALEUR :

Soit un maillage bidimensionnel tel que les surfaces des volumes seront placées au milieu des deux points du maillage (figure III-07)), a chaque nœud «P» du maillage correspondent deux voisins E et W suivant l'axe des abscisses et deux autres voisins N et S suivant l'axe des ordonnées, l'épaisseur de volume de contrôle suivant la troisième est prise égale à l'unité.

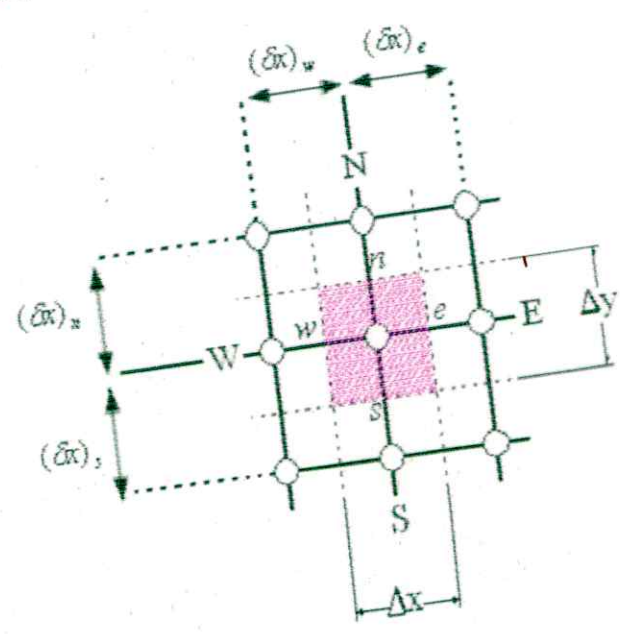


Figure (III-07) : volume de contrôle sur le quel se fait l'intégration

On prend le cas général où les propriétés physiques du matériau sont dépendantes de la température et nous reprenons le terme instationnaire et le problème est bidimensionnel et en présence du terme source, l'équation de la conduction dans le cas bidimensionnel est donnée par :

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial X} \left[K \frac{\partial T}{\partial X} \right] + \frac{\partial}{\partial Y} \left[K \frac{\partial T}{\partial Y} \right] + S \quad (III-1)$$

La discrétisation de l'équation (III-1) permet de passer d'une équation aux dérivées partielles à un système d'équation algébrique, on doit intégrer l'équation ci-dessus à travers un volume de contrôle délimité par les interfaces « e » et « w » suivant l'axe des abscisses et par « s » et « n » suivant l'axe de ordonnées.

L'intégration se fait dans un intervalle de temps $[t, t + \Delta t]$

On pose à $t = t$: $T_P^0, T_E^0, T_W^0, T_N^0$ et T_S^0

et les valeurs à $t + \Delta t$: T_P, T_E, T_W, T_N et T_S

L'équation intégrée s'écrit alors :

$$\int_t^{t+\Delta} \int_s^e \int_w^e \left(\frac{\partial H}{\partial t} \right) dXdYdt = \int_t^{t+\Delta} \int_s^e \int_w^e \frac{\partial}{\partial X} \left(K \frac{\partial T}{\partial X} \right) dXdYdt + \int_t^{t+\Delta} \int_s^e \int_w^e \frac{\partial}{\partial Y} \left(K \frac{\partial T}{\partial Y} \right) dXdYdt + \int_t^{t+\Delta} \int_s^e \int_w^e S dXdYdt \quad (III-2)$$

On va intégrer le premier terme du membre droit de l'équation (III-2) comme suit :

En premier lieu on intègre $\int_w^e \frac{\partial}{\partial X} \left(K \frac{\partial T}{\partial X} \right) dX$ comme suit :

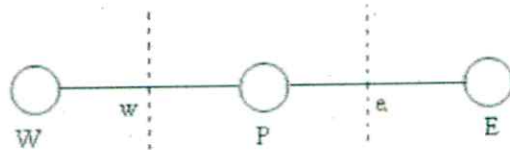


Figure (III-08) : frontières du volume de contrôle

Nous appelons **East** le premier voisin du point **P** dans la direction des **X** croissants et **West** le premier voisin dans la direction des **X** décroissants. Les deux traits verticaux en pointillé délimitent le volume de contrôle associé à **P**. les frontières du volume de contrôle sont représentées par les lettres minuscules **e** et **w**.

En intégrant entre « w » et « e » on aura :

$$\int_w^e \frac{\partial}{\partial X} \left(K \frac{\partial T}{\partial X} \right) dX = \left(K \frac{\partial T}{\partial X} \right)_e - \left(K \frac{\partial T}{\partial X} \right)_w \quad (III-4)$$

Puisque $\left(-K \frac{dT}{dX} \right)$ représente le flux de chaleur local, l'équation (III-4) montre l'équilibre entre l'écoulement de chaleur à travers les faces de volume de contrôle et la génération de chaleur à l'intérieur de ce même volume. Pour l'évaluation des flux de chaleur q_E et q_W en terme de température des nœuds du maillage, on doit supposer un profil qui donne la variation de T en fonction de X entre les points de maillage.

La figure (III-09) montre un profil linéaire simple dans lequel T prend un comportement linéaire en fonction de X , entre deux points de maillage.

On considère que le profil de la température est constant suivant Y quand on intègre par rapport à X. alors on aura :

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w \frac{\partial}{\partial X} \left(K \frac{\partial T}{\partial X} \right) dXdYdt = \int_t^{t+\Delta t} \left[\frac{K_e T_E - K_e T_P}{(\delta X)_e} - \frac{K_w T_P - K_w T_W}{(\delta X)_w} \right] \Delta Y dt \quad (\text{III-10})$$

D'où l'équation (III-10) devient après intégration :

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w \frac{\partial}{\partial X} \left(K \frac{\partial T}{\partial X} \right) dXdYdt = f \left[\frac{K_e T_E - K_e T_P}{(\delta X)_e} - \frac{K_w T_P - K_w T_W}{(\delta X)_w} \right] \Delta Y \Delta t + \left. \begin{aligned} & (f-1) \left[\frac{K_e T_E^0 - K_e T_P^0}{(\delta X)_e} - \frac{K_w T_P^0 - K_w T_W^0}{(\delta X)_w} \right] \Delta Y \Delta t \end{aligned} \right\} \quad (\text{III-11})$$

Selon la valeur de f le développement d'un schéma numérique peut se faire de trois manières :

1. $f = 0$; le schéma est dit complètement **explicite**, c'est-à-dire que la solution numérique recherchée est exprimée d'une manière non itérative, elle est en fonction des termes précédents connus, des conditions aux limites et initiales.
2. $f \neq 0$; le schéma est dit **implicite**, c'est-à-dire que la solution n'est obtenue qu'avec la résolution simultanée d'une série d'équation.
3. $f = 1$; le schéma est dit complètement implicite.
4. $f = 0.5$; le schéma est dit de **CRANK-NICOLSON**.

Le schéma totalement implicite est recommandé pour sa grande stabilité, et aussi parce qu'il tient compte des valeurs calculées, et traduit une réalité physique. [12]

En choisissant ce type de schémas l'équation (III-11) devient

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w \frac{\partial}{\partial X} \left(K \frac{\partial T}{\partial X} \right) dXdYdt = \left[\frac{K_e T_E - K_e T_P}{(\delta X)_e} - \frac{K_w T_P - K_w T_W}{(\delta X)_w} \right] \Delta Y \Delta t \quad (\text{III-12})$$

De la même façon pour le deuxième terme du membre droit de l'équation (III-2) s'écrit :

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w \frac{\partial}{\partial Y} \left(K \frac{\partial T}{\partial Y} \right) dXdYdt = f \left[\frac{K_n T_N - K_n T_P}{(\delta Y)_n} - \frac{K_s T_P - K_s T_S}{(\delta Y)_s} \right] \Delta X \Delta t + \left. \begin{aligned} & (f-1) \left[\frac{K_n^0 T_N^0 - K_n^0 T_P^0}{(\delta Y)_n} - \frac{K_s^0 T_P^0 - K_s^0 T_S^0}{(\delta Y)_s} \right] \Delta X \Delta t \end{aligned} \right\} \quad (\text{III-13})$$

La même chose pour l'équation (III-13), on trouve pour $f=1$:

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^s \int_w^e \frac{\partial}{\partial Y} \left(K \frac{\partial T}{\partial Y} \right) dXdYdt = \left[\frac{K_n T_N - K_n T_P}{(\delta Y)_n} - \frac{K_s T_P - K_s T_S}{(\delta Y)_s} \right] \Delta X \Delta t \quad (\text{III-14})$$

Pour intégrer le terme source, notons le taux moyen de la génération de la chaleur (\bar{S}) nous aurons :

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^s \int_w^e S dXdYdt = \bar{S} \Delta X \Delta Y \Delta t \quad (\text{III-15})$$

Posons :

$$\bar{S} = S_C + S_P T_P$$

Avec :

S_C : Partie constante de la linéarisation de terme source.

S_P : Coefficient de T_P dans l'expression linéarisée de terme source.

III-6-2/ LINEARISATION DU TERME SOURCE :

L'équation discrétisée est une équation algébrique linéaire. Pour la résoudre, on fait appel aux méthodes de résolution des systèmes algébriques.

Cependant on se heurte souvent à des cas non linéaire dus parfois à l'expression terme source. On possède alors à la linéarisation de ce dernier ce la forme :

$$\bar{S} = S_C + S_P T_P$$

Pour notre problème le terme source s'écrit comme suit :

- ♦ On dehors de cordon de soudure le terme source égale à l'énergie interne générée :

$$S = 2h(T_\infty - T_P) + 2\varepsilon\sigma(T_\infty^4 - T_P^4) \quad (\text{III-16})$$

- ♦ Au niveau de cordon de soudure :

$$S = h(T_\infty - T_P) + \varepsilon\sigma(T_\infty^4 - T_P^4) + q_0 e^{-f(x,y,t)} \quad (\text{III-17})$$

$$\text{Tel que : } f(x,y,t) = 3 \left(\frac{x^2 + (y - v \cdot t)^2}{r_b^2} \right)$$

Le terme source doit être représenté sous la forme linéaire : $\bar{S} = S_C + S_P T_P$

Pour se faire on va utiliser la méthode de la tangente recommandée par **PATHANCARD [12]**

$$\bar{S} = \bar{S}^* + \left(\frac{dS}{dT_P} \right)^* (T_P - T_P^*) \quad (\text{III-18})$$

Avec :

$$S_C = \dot{S} - \left(\frac{dS}{dT_P} \right)^* T_P^* \quad (\text{III-19})$$

$$S_P = \left(\frac{dS}{dT_P} \right)^* \quad (\text{III-20})$$

On aura :

- Au niveau de cordon :

$$S_C = h_\infty T_\infty + \varepsilon \sigma T_\infty^4 + 3\varepsilon \sigma T_P^{*4} + q_0 e^{-f(x,y,t)} \quad (\text{III-21})$$

$$S_P = -(h_\infty + 4\varepsilon \sigma T_P^{*3}) \quad (\text{III-22})$$

- On dehors de cordon de soudure :

$$S_C = 2(h_\infty T_\infty + \varepsilon \sigma T_\infty^4 + 3\varepsilon \sigma T_P^{*4}) \quad (\text{III-23})$$

$$S_P = -2(h_\infty + 4\varepsilon \sigma T_P^{*3}) \quad (\text{III-24})$$

Avec : (*) symbole de la dernière itération.

III-6-3 / CONDUCTIVITE THERMIQUE VARIABLE (INTERFACE) :

Dans les équations (III-7) et (III-8), nous avons besoin des conductivités sur les faces du volume de contrôle K_e et K_w .

Le moyen le plus direct est de pondre un comportement linéaire :

$$K_e = \frac{K_P + K_E}{2} \quad (\text{III-25})$$

Tel que : $(\delta x)_e = (\delta x)_e$

Mais se choix n'est pas excellent.

Représentons le flux à l'interface q_e :

$$q_e = \frac{T_P - T_E}{(\delta x)_e} K_e$$

Si nous concédons le volume de contrôle au tour du point P avec le coefficient K_P est celui au tour de E , K_E .

Une analyse sans terme source donne : [12]

$$q_e = \frac{T_P + T_E}{\frac{(\delta x)_{e^-}}{K_P} + \frac{(\delta x)_{e^+}}{K_E}} \quad (\text{III-26})$$

$$q_e = \frac{K_P}{(\delta x)_{e^-}} (T_P - T_e) = -\frac{K_E}{(\delta x)_{e^+}} (T_e - T_E) \quad (\text{III-27})$$

Jusque là nous avons considéré la conductivité thermique (K) constante sur tout le domaine de calcul. Cependant il arrive que (K) varie avec les coordonnées en raison notamment de la variation de la température.

Comme il est pratiquement impossible d'avoir une relation mathématique $K=K(x,y,z)$, on doit donc déterminer les coefficients a_E et a_W en termes des conductivités thermiques prises au niveau des nœuds W, P et E du réseau, les quels sont uniformes sur le volume de contrôle. C'est-à-dire que chaque volume de contrôle a une conductivité propre à lui considérant l'interface e , les distances la séparant des points P et E à savoir respectivement $(\delta x)_{e^-}$ et $(\delta x)_{e^+}$ ne sont pas forcément égales (maillage non uniforme).

Le coefficient a_E représente la conductance de P et E , et donnée par la relation :

$$a_E = \frac{K_e}{(\delta x)_e} \left[\frac{(\delta x)_{e^-}}{K_P} + \frac{(\delta x)_{e^+}}{K_E} \right]^{-1} \quad (\text{III-28})$$

Ou :

$\frac{(\delta x)_{e^-}}{K_P}$ et $\frac{(\delta x)_{e^+}}{K_E}$ sont respectivement les résistances thermiques entre P et E .

Une relation identique peut être obtenue pour a_W l'équation (III-28) implique que pour chaque volume de contrôle nous aurons un profil de température linéaire avec des pentes différents :

Le flux de chaleur s'exprime alors par :

$$q_e = \frac{K_P}{(\delta x)_{e^-}} (T_P - T_e) = -\frac{K_E}{(\delta x)_{e^+}} (T_e - T_E)$$

En éliminant « T_e » on aura :

$$K_e = \left(\frac{1}{(\delta x)_e} \left(\frac{(\delta x)_{e^-}}{K_P} + \frac{(\delta x)_{e^+}}{K_E} \right) \right)^{-1} \quad (\text{III-29})$$

Car :

$$\frac{q_e}{T_P - T_E} = \frac{K_e}{(\delta x)_e} = \left(\frac{(\delta x)_{e^-}}{K_P} + \frac{(\delta x)_{e^+}}{K_E} \right) \quad (\text{III-30})$$

$$\text{Et } (\delta x)_{e^+} = (\delta x)_{e^-} \Rightarrow (\delta x)_e = 2(\delta x)_{e^+} = 2(\delta x)_{e^-}$$

Nous aurons alors :

$$K_e = \frac{2K_E K_P}{K_E + K_P} \quad (\text{III-31})$$

Remarquons que la valeur de K_E évaluée par la relation ci-dessus est une moyenne harmonique de valeurs aux nœuds plutôt qu'une moyenne arithmétique, pour discuter des mérites de la première voyons deux exemples :

- 1- si K_E tend vers 0, cela donne bien un flux nul, alors que la formulation arithmétique n'aurait pas donné un flux nul.
- 2- Si $K_P \gg K_E$ alors K_e tend vers $2K_E$ donc la conductivité à l'interface ne dépend pas de K_P ce qui est normal car la grande conductivité du matériau autour de point « P » offre peu de résistance par rapport à celle autour de E, cette formulation peut être établie pour d'autres dimensions.

Lorsque K_P dépend de « T » comme c'est le cas dans notre problème, les étapes à suivre sont les suivantes :

- a) donner les valeurs estimées de « T » en chaque point du maillage (choix initial).
- b) De ces valeurs, seront déduits les différents coefficients des équations discrétisées.
- c) Résoudre les équations discrétisées pour avoir « T ».
- d) Avec ces nouvelles valeurs, reprendre l'étape (b) et recommencer jusqu'à ce que les valeurs de « T » ne varient plus. On dit alors qu'on a atteint la convergence.

Pour pouvoir intégrer le terme gauche de l'équation (III-1), on doit faire certaines suppositions :

A un instant donné, la température, la masse volumique et la chaleur spécifique représentées respectivement par T , ρ et C_p sont uniformes à travers le volume de contrôle.

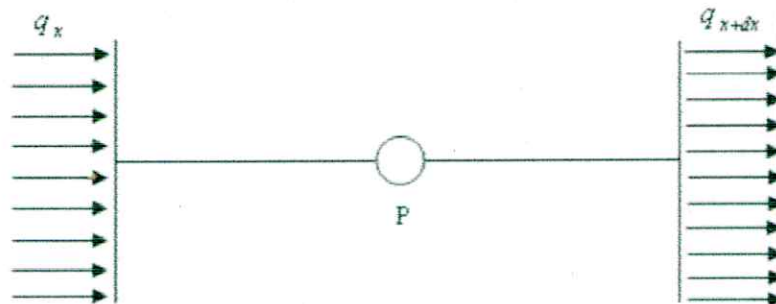


Figure (III-10) : uniformité de flux au niveau des interfaces

Pour le nœud « P » et vu que tous les paramètres physiques soient uniformes sur le volume de contrôle alors on aura :

$$\int \int \int_{w s t}^e \left(\frac{\partial H}{\partial t} \right) dX dY dt = (H_p - H_p^0) \Delta X \Delta Y \quad (III-32)$$

H_p^0 : Enthalpie du nœud considérée à l'instant « t ».

H_p : Enthalpie du nœud considérée à l'instant « t + Δt ».

Sachant que :

$$H_p = \rho C_p T_p \quad \text{et} \quad H_p^0 = \rho^0 C_p^0 T_p^0$$

Tel que :

$\rho^0, C_p^0 \text{ et } T_p^0$: Sont respectivement la masse volumique, la chaleur spécifique et la température du nœud considérée à l'instant « t ».

$\rho, C_p \text{ et } T_p$: Sont ceux du même nœud à l'instant « t + Δt ».

Après toutes ces étapes on aura :

$$\left. \begin{aligned} (\rho C_p T_p - \rho^0 C_p^0 T_p^0) \Delta X \Delta Y &= \left[\frac{K_e T_E - K_e T_p}{(\delta X)_e} - \frac{K_w T_p - K_w T_W}{(\delta X)_w} \right] \Delta Y \Delta t \\ &+ \left[\frac{K_n T_N - K_n T_p}{(\delta Y)_n} - \frac{K_s T_p - K_s T_S}{(\delta Y)_s} \right] \Delta X \Delta t + (S_p T_p + S_C) \Delta X \Delta Y \Delta t \end{aligned} \right\} \quad (III-33)$$

On aura le système suivant sous une forme compacte:

$$a_p T_p = a_E T_E + a_W T_W + a_N T_N + a_S T_S + b \quad (III-34)$$

Avec :

$$a_E = \frac{K_e \Delta Y}{(\delta X)_e}$$

$$a_W = \frac{K_w \Delta Y}{(\delta X)_w}$$

$$a_N = \frac{K_n \Delta X}{(\delta Y)_n}$$

$$a_S = \frac{K_s \Delta X}{(\delta Y)_s}$$

$$a_p^* = \frac{\rho C_p \Delta X \Delta Y}{\Delta t}$$

$$b = \frac{\rho_0 C_p^0 \Delta X \Delta Y}{\Delta t} T_p^0 + S_C \Delta X \Delta Y$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S + a_p^* - S_p \Delta X \Delta Y$$

III-6-4/ REGLES DE BASE D'APPLICATION DE LA METHODE DES VOLUMES FINIS :

Règle N°1 : la consistance.

Quand une surface est commune à deux volumes de contrôle adjacents, le flux à travers cette surface doit être représenté par la même expression dans les équations discrétisées pour les deux volumes.

Règle N°2 : coefficients positifs.

Si nous avons un accroissement en un point (T_E par exemple), il faut que le point voisin T_p ait un accroissement et donc les coefficients a_E et a_p ont le même signe que nous choisissons positif.

Règle N°3 : pente négative.

Quand nous linéarisons le terme source, le coefficient a_p peut devenir négatif, il faut donc que S_p soit négatif pour ne pas courir se danger.

$$\bar{S} = S_C + S_p T_p$$

Règle N°4 : somme des coefficients voisins

Quand le terme source est constant, le coefficient a_p doit être égale à la somme des coefficients des voisins $a_p = \sum a_{nb}$

III-7/ CONDITIONS AUX LIMITES :

On va prendre les conditions aux limites appliquées à une demi plaque et la relation précédente qui donnée par :

$$q_n = h_x (T - T_\infty) + \sigma \varepsilon (T^4 - T_\infty^4) \quad (\text{III-35})$$

Cette équation est de degré (4), elle nécessite une linéarisation :

$$q_n = h_x (T_p^* - T_\infty) + \sigma \varepsilon (T_p^{*4} - T_\infty^4) \quad (\text{III-36})$$

Avec :

T_p^* : est la valeur de T_p à l'itération précédente

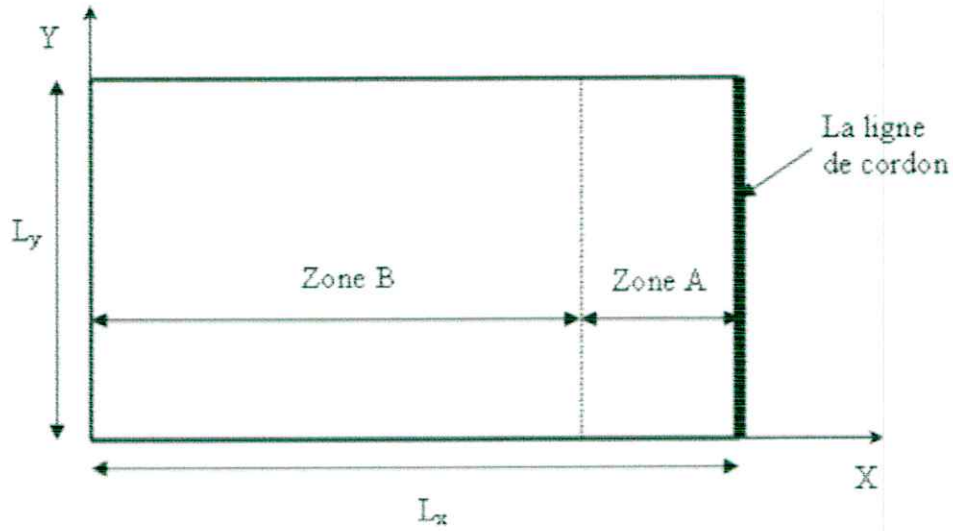
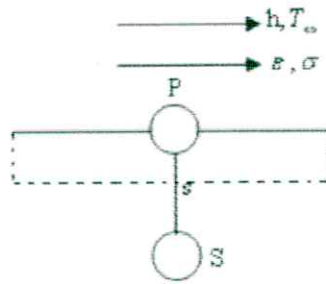


Figure (III-11) : Illustration des zones A et B

Face supérieure :



$$-k_s \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=L_y} = h_\infty (T_p^* - T_\infty) + \sigma \varepsilon (T_p^{*4} - T_\infty^4)$$

$$-k_s \frac{(T_p - T_s)}{\Delta Y} = h_\infty (T_p^* - T_\infty) + \sigma \varepsilon (T_p^{*4} - T_\infty^4)$$

$$\frac{k_s}{\Delta Y} T_p = \frac{k_s}{\Delta Y} T_s + h_\infty (T_\infty - T_p^*) + \varepsilon \sigma (T_\infty^4 - T_p^{*4})$$

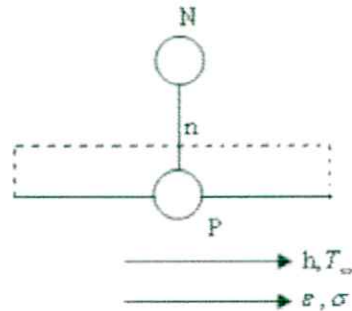
On peut écrire :

$$a_p T_p = a_s T_s + b$$

$$a_p = a_s = \frac{k_s}{\Delta Y}$$

$$b = h_\infty (T_\infty - T_p^*) + \varepsilon \sigma (T_\infty^4 - T_p^{*4})$$

$$a_E = a_N = a_W = 0.$$

Face inférieure :

$$-k_n \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = h_\infty (T_p^* - T_\infty) + \sigma \epsilon (T_p^{*4} - T_\infty^4)$$

$$-k_n \frac{(T_p - T_N)}{\Delta Y} = h_\infty (T_p^* - T_\infty) + \sigma \epsilon (T_p^{*4} - T_\infty^4)$$

$$\frac{k_n}{\Delta Y} T_p = \frac{k_n}{\Delta Y} T_N + h_\infty (T_\infty - T_p^*) + \epsilon \sigma (T_\infty^4 - T_p^{*4})$$

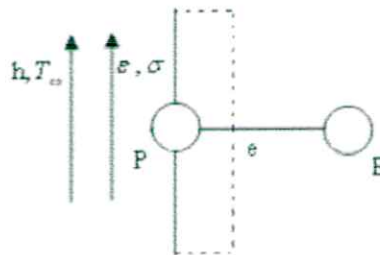
On peut écrire :

$$a_p T_p = a_N T_N + b$$

$$a_p = a_N = \frac{k_n}{\Delta Y}$$

$$b = h_\infty (T_\infty - T_p^*) + \epsilon \sigma (T_\infty^4 - T_p^{*4})$$

$$a_E = a_S = a_W = 0.$$

Face gauche :

$$-k_e \frac{\partial T}{\partial X} \Big|_{x=0} = h_\infty (T_p^* - T_\infty) + \sigma \epsilon (T_p^{*4} - T_\infty^4)$$

$$-k_e \frac{(T_p - T_E)}{\Delta X} = h_\infty (T_p^* - T_\infty) + \sigma \epsilon (T_p^{*4} - T_\infty^4)$$

$$\frac{k_e}{\Delta X} T_p = \frac{k_e}{\Delta X} T_E + h_\infty (T_\infty - T_p^*) + \epsilon \sigma (T_\infty^4 - T_p^{*4})$$

On peut écrire :

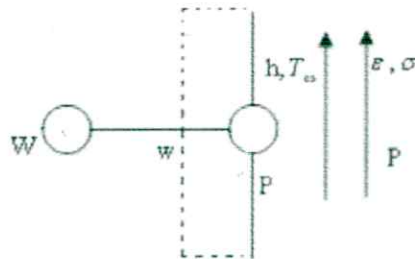
$$a_p T_p = a_E T_E + b$$

$$a_p = a_E = \frac{k_e}{\Delta X}$$

$$b = h_\infty (T_\infty - T_p^*) + \varepsilon \sigma (T_\infty^4 - T_p^{*4})$$

$$a_N = a_S = a_W = 0.$$

Face droite :



$$-k_w \frac{\partial T}{\partial X} \Big|_{x=L_x} = 0$$

$$-k_e \frac{(T_p - T_w)}{\Delta X} = 0 \quad \Rightarrow T_p = T_w$$

**CHAPITRE
IV**

**ANALYSE NUMERIQUE
ET
EXPERIMENTALE**

CHAPITRE IV

ANALYSE NUMERIQUE ET EXPERIMENTALE

PARTIE A: GENERATION DE MAILLAGE

A-1/ INTRODUCTION :

La résolution numérique est effectuée par la méthode des volumes finis puisqu'elle représente bien les bilans de conservation, notamment pour des points suffisamment resserrés, et autorise en particulier un bilan précis de flux de chaleur dans le milieu. Le calcul dans le domaine nécessite aussi une discrétisation par un maillage convenable.

La mise en œuvre effective de la méthode des volumes finis décrite dans le chapitre précédent, nécessite l'utilisation des méthodes numériques variées et puissantes pour résoudre le système algébrique qui en résulte. Ces équations se résolvent dans un domaine discret, en passant d'un milieu continu à un milieu discrétisé.

Cette partie donne la description et la méthode et les procédures adaptées à la génération de maillage sur l'une des plaques à souder.

A-2/ASPECT DE GENERATION DE MAILLAGE :

La génération de maillage est une partie importante de la modélisation des problèmes de transfert de chaleur par la méthode des volumes finis. Pour cela, le développement des méthodes de discrétisation rapides et efficaces est l'objectif principal de cette procédure.

Alors, il existe plusieurs types du domaine selon la forme de sa frontière, ainsi qu'il existe plusieurs méthodes ou techniques de génération de maillage, selon le degré de complexité du même domaine, mais le maillage doit toujours vérifier les conditions suivantes :

- Une adaptation aux frontières, et aux conditions aux limites.
- Une adaptation aux propriétés des différentes régions du domaine physique.
- Une bonne régularité.

A-3/PROCEDURE DE GENERATION DE MAILLAGE :

Dans notre problème de soudage, on a deux plaques rectangulaires, comme cité en paravent, on va appliquer la discrétisation géométrique sur une seule plaque à cause de la symétrie.

En effet, vu le gradient important de la température au niveau du cordon et sa zone proche de lui d'une part, et d'autre part le faible gradient dans le reste de la plaque, il est convenable de discrétiser le domaine en deux zones différentes telle que la première au alentour de cordon soit très fine et l'autre soit grosse.

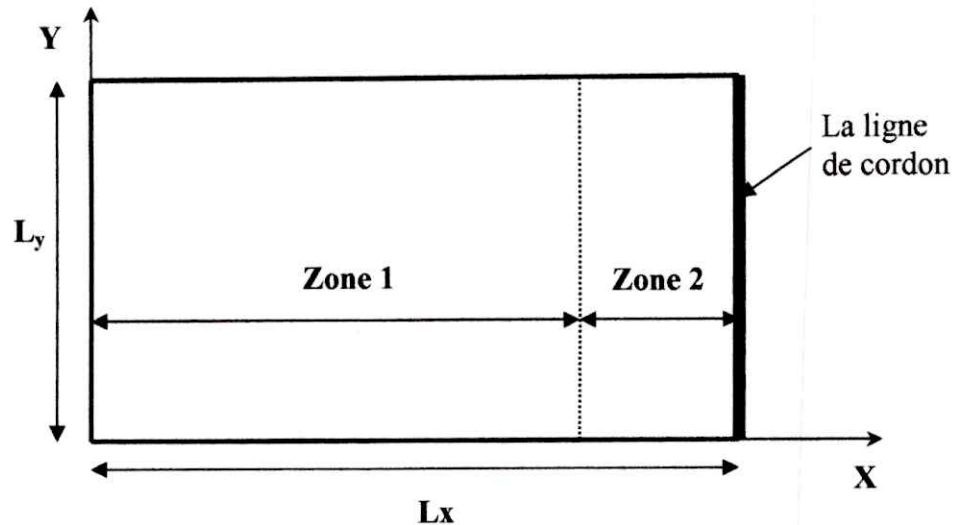


Figure (IV-01) : Illustration des zones (1) et (2)

Vu à la forme de la plaque, on a choisi le maillage type **H**. Pour cela, on a procédé comme suit :

- Choisir le nombre des volumes de contrôles de chaque zone suivant (**X**).
- Choisir le nombre des volumes de contrôles suivant (**Y**).
- Construire les vecteurs facettes sur les deux axes.
- Placer les nœuds du maillage.

La stratégie pour lequel nous avons opté, consiste à partager la plaque en deux zones selon la direction de la longueur de la pièce (suivant l'axe des **X**), où la deuxième zone qui englobe le cordon de soudure.

Pour cette zone, un maillage fin est utilisé vu à l'importance du gradient de température au niveau du cordon de soudure, alors que pour le reste de l'assemblage, un maillage plus grossier est employé.

Dans la direction de déplacement de l'arc (suivant l'axe des **Y**), un maillage fin et régulière est utilisé.

On passe en suite à l'optimisation du pas temporel « Δt » par le biais du pas Δy liés par la relation :

$$\Delta y = V \cdot \Delta t \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta y}{V}$$

Avec :

Δy : Pas spatial suivant l'axe (**Y**) (correspondant au déplacement de l'arc).

V : La vitesse de soudage.

La taille du maillage auquel nous avons opté est : $(12 \cdot 14) \cdot 50$ VC.

VC : volume de contrôle.

On a :

Suivant l'axe des (X) :

12 volumes de contrôle pour la zone (1) ($\Delta x = 9.4166mm$).

14 volumes de contrôle pour la zone (2) ($\Delta x = 0.5mm$).

Suivant l'axe des (Y) :

50 volumes de contrôle ($\Delta y = 2mm$)

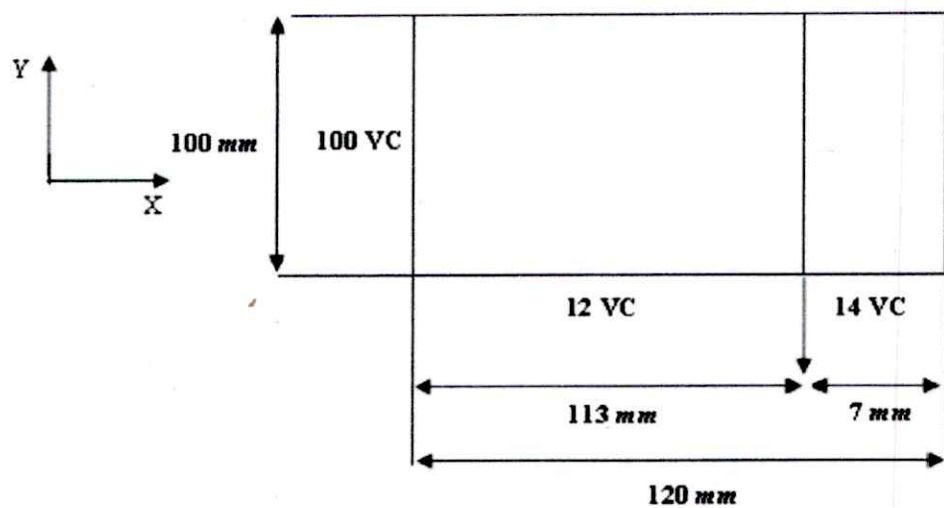


Figure (IV-02) Nombre de VC utilisé pour la résolution du problème

PARTIE B: RESOLUTION NUMERIQUE**B-1/INTRIDUCTION :**

L'objet de l'analyse numérique est de concevoir et d'étudier des méthodes de résolution de certains modèles mathématique; ces modèles sont en général issus de la modélisation des problèmes « réels », cette modélisation résulte en générale des :

- systèmes linéaires
- systèmes non linéaires
- optimisations
- équations différentielles

Les méthodes numériques obtenues sont de deux types principaux : méthode directe et méthode itérative comme nous le montre le prochain paragraphe. [17]

B-2 / METHODES DE RESOLUTION :

On a par exemple le système suivant :

$$\begin{cases} Ax = B \\ x \in R^N \end{cases} \dots\dots\dots (B-1)$$

Tel que :

A : matrice

B : vecteur

x : vecteur inconnu

On sépare généralement les problèmes en deux classes suivant les caractéristiques de la matrice A :

1-La matrice A est de taille réduite et pleine. Par taille réduite, on comprend les matrices d'ordre inférieur à 100, et par matrice pleine, on signifie que A comporte peu d'éléments nuls.

2-La matrice A est épars (creuse) et de grande taille. De grande taille nomme des matrices d'ordres égaux à plusieurs centaines ou plusieurs milliers.

La matrice épars possède peu d'éléments non nuls. Un réarrangement approprié permet souvent de positionner les éléments non nuls près de la diagonale principales.

On rencontre ces matrices lors de la résolution numérique d'équations différentielles partielles.

Suivant la catégorie, on emploie souvent une approche différente. On doit remarquer que la taille des matrices de la deuxième catégorie pose des problèmes de taille mémoire, même sur les plus gros ordinateurs.

Il est à remarquer qu'il n'existe pas de règles définitives pour le choix entre les méthodes directes et les méthodes itératives. Toutefois, les méthodes itératives sont rarement utilisées pour la résolution des systèmes à matrice pleine et de faible dimension et les méthodes itératives sont généralement préférées pour résoudre les systèmes de grande taille. En grande partie car la matrice n'étant pas transformée au cours des calculs, le problème de l'accumulation des erreurs devient moins crucial.

Il y'a, cependant, une certaine polémique à ce sujet. Une méthode directe conduit à une solution en un nombre fini d'étapes, et sans les erreurs d'arrondi, cette solution serait celle du système.

Une méthode itérative fait passer d'un estimé $x(k)$ de cette solution à un autre estimé $x(k+1)$ de cette solution.

S'il y'a convergence, la solution ne pourrait donc être atteinte qu'après un nombre inconnues d'itérations. [17]

B-2-1/ METHODES DIRECTE

- **Avantages :**

- la méthode directe conduit à une solution en un nombre fini d'étape.
- il y a pas des erreurs d'arrondi.

- **Inconvénient :**

- nécessite une assez grande place mémoire.
- employées pour la résolution des petits ($n < 20$) et moyens systèmes ($n < 100$) d'équation linéaires.

B-2-2/ LES METHODES ITIRATIVES

- **Avantages :**

- préférées pour les grands systèmes non linéaires.
- ne nécessite pas une grande place mémoire.

- **Inconvénient :**

- problème de convergence (dépend de l'estimation initiale).

B-3/ RESOLUTION NUMERIQUE POUR LE PROBLEME BIDIMENSIONNE :

Pour résoudre le système, nous pourrions employer des méthodes directes, mais elles sont souvent longues. Et en plus, notre problème n'est pas linéaire, il faudra de toutes façons le faire itérativement.

B-3-1/ METHODE DE RESOLUTION UTILISEE

Dans le programme, on utilise la méthode de résolution ligne par ligne, cette méthode est une combinaison entre la méthode de **GAUSS-SEIDEL** et la méthode de **THOMAS**.

Cette méthode a été suggérée par **PATHANCARD** [13], pour la résolution des équations de type :

$$a_P T_P = a_E T_E + a_W T_W + a_N T_N + a_S T_S + b$$

La méthode ligne par ligne s'inspire de la méthode des trois diagonales et celle de **GAUSS-SEIDEL**, elle comporte les étapes suivantes :

- 1- Choisir les conditions initiales de la variable « T » pour tout le domaine d'étude.
- 2- Choisir une direction du domaine (par exemple Y) et considérer l'autre direction comme constante (notée *), on obtient :

$$a_P T_P = a_E T_E^* + a_W T_W^* + a_N T_N + a_S T_S + b$$

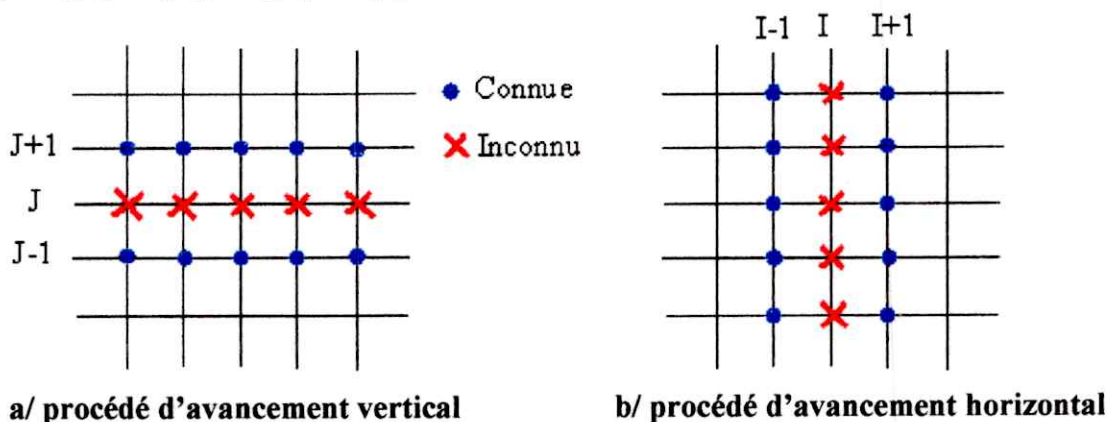


Figure (IV-3) : Mode d'avancement dans la méthode ligne par ligne

- 3- Résoudre les matrices tri diagonales obtenues à l'aide de l'algorithme **TDMA** pour chaque ligne du domaine d'étude.
- 4- Répéter à partir de (2) les mêmes opérations pour l'autre direction (direction X).
- 5- Poser les valeurs obtenues comme choix de départ.
- 6- Retourner à (2) jusqu'à la convergence.

B-3-2/ PROCEDURE DE CALCUL

Dans cette partie, on donne une description grossière du programme de calcul à partir de l'organigramme ci-dessous.

Alors, après la déclaration des différentes variables et constantes utilisées dans le programme (partie déclaration), l'appelle au sous programme **INITIALISE** permet d'introduire les différents paramètres caractérisant le problème : la température initiale ; la température ambiante ; coefficient de convection h ; émissivité thermique ; constante de STEPHANE BOLTZMAN ; le nombre **VC** de chaque zone et la vitesse de soudage...

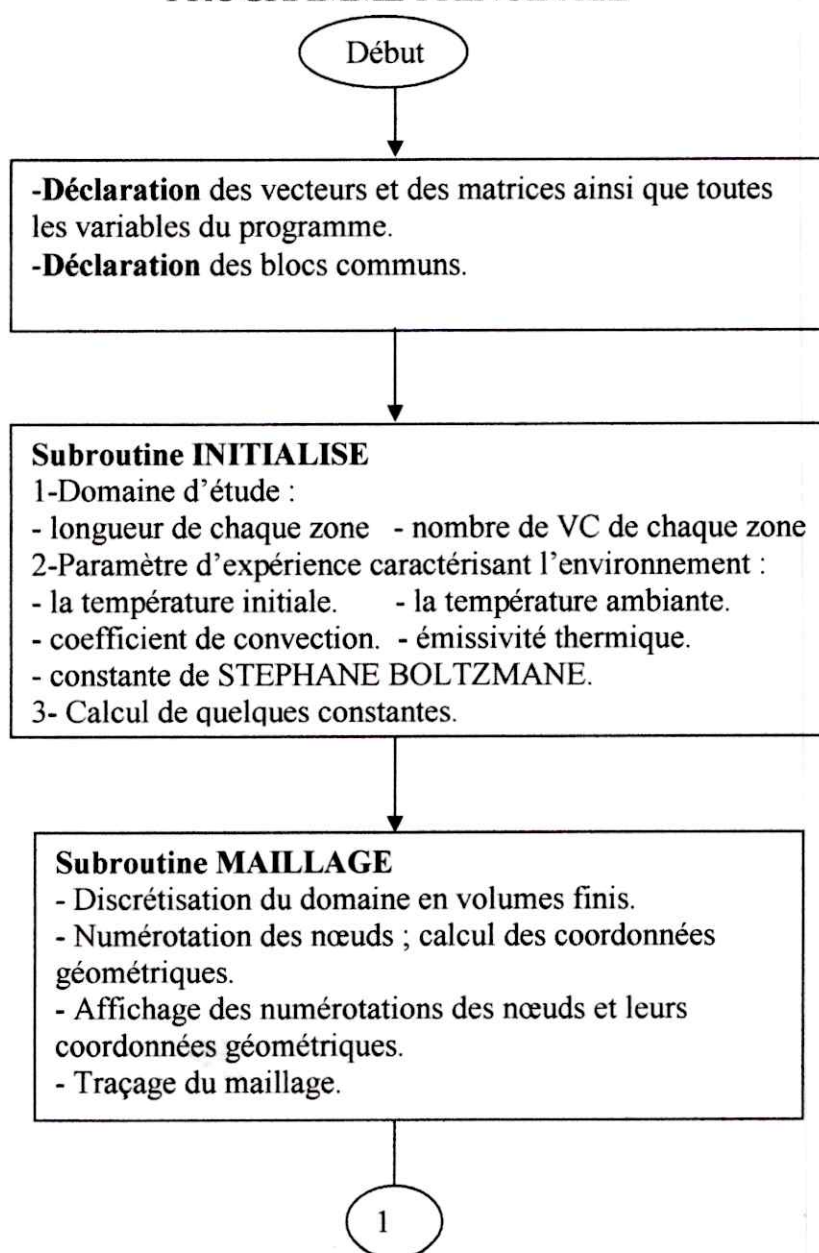
Le calcul de nombre des facettes et le nombre des nœuds seront à la fin de cette sous routine.

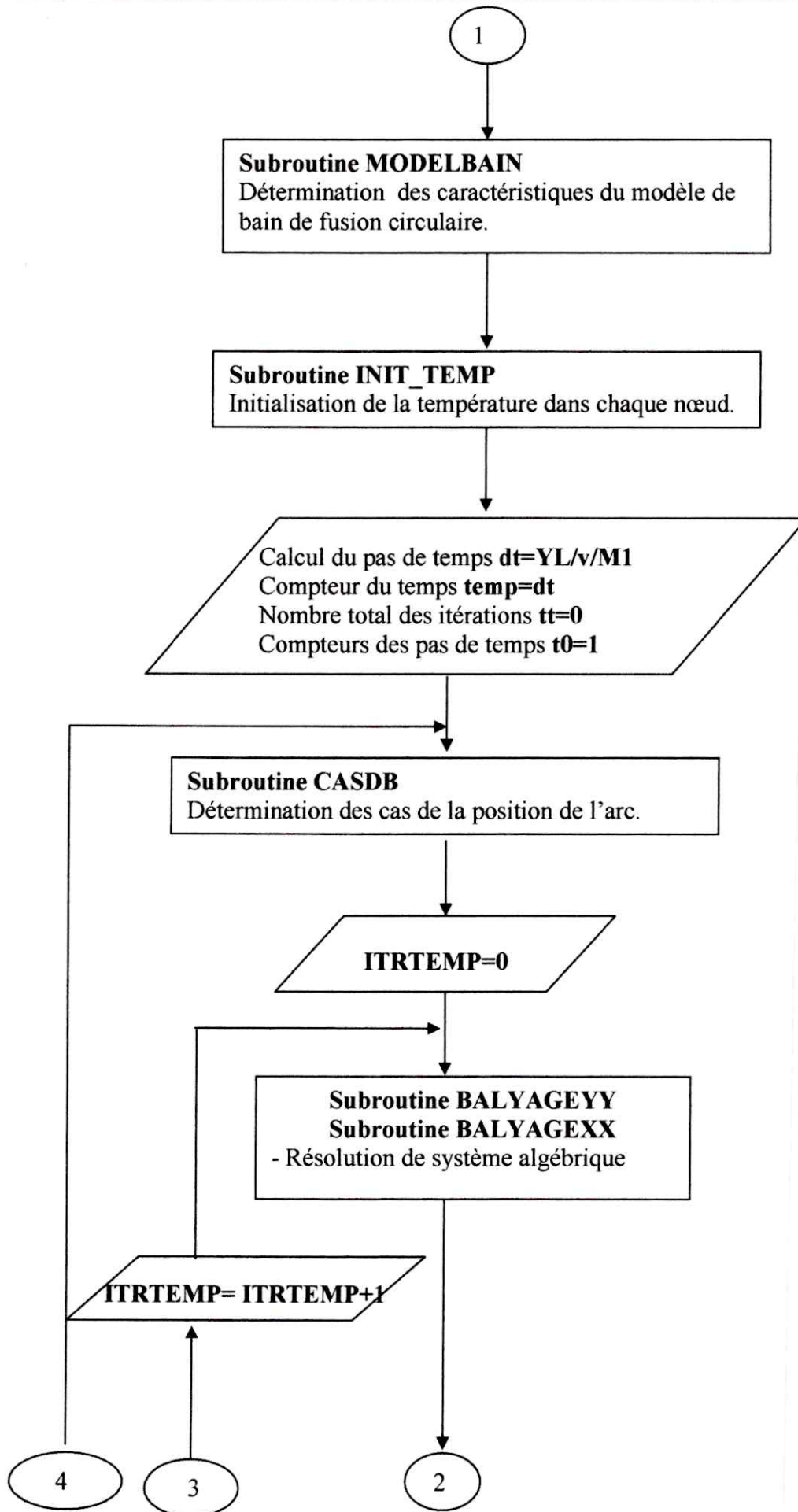
Puis, on fait l'appel au sous programme **MAILLAGE** qui va générer le maillage, c'est à dire discrétiser le domaine afin d'obtenir les coordonnées géométriques des nœuds. Elle assure aussi, un réarrangement des nœuds du domaine dans un ordre d'affichage convenable qui permet le traçage et la représentation du maillage.

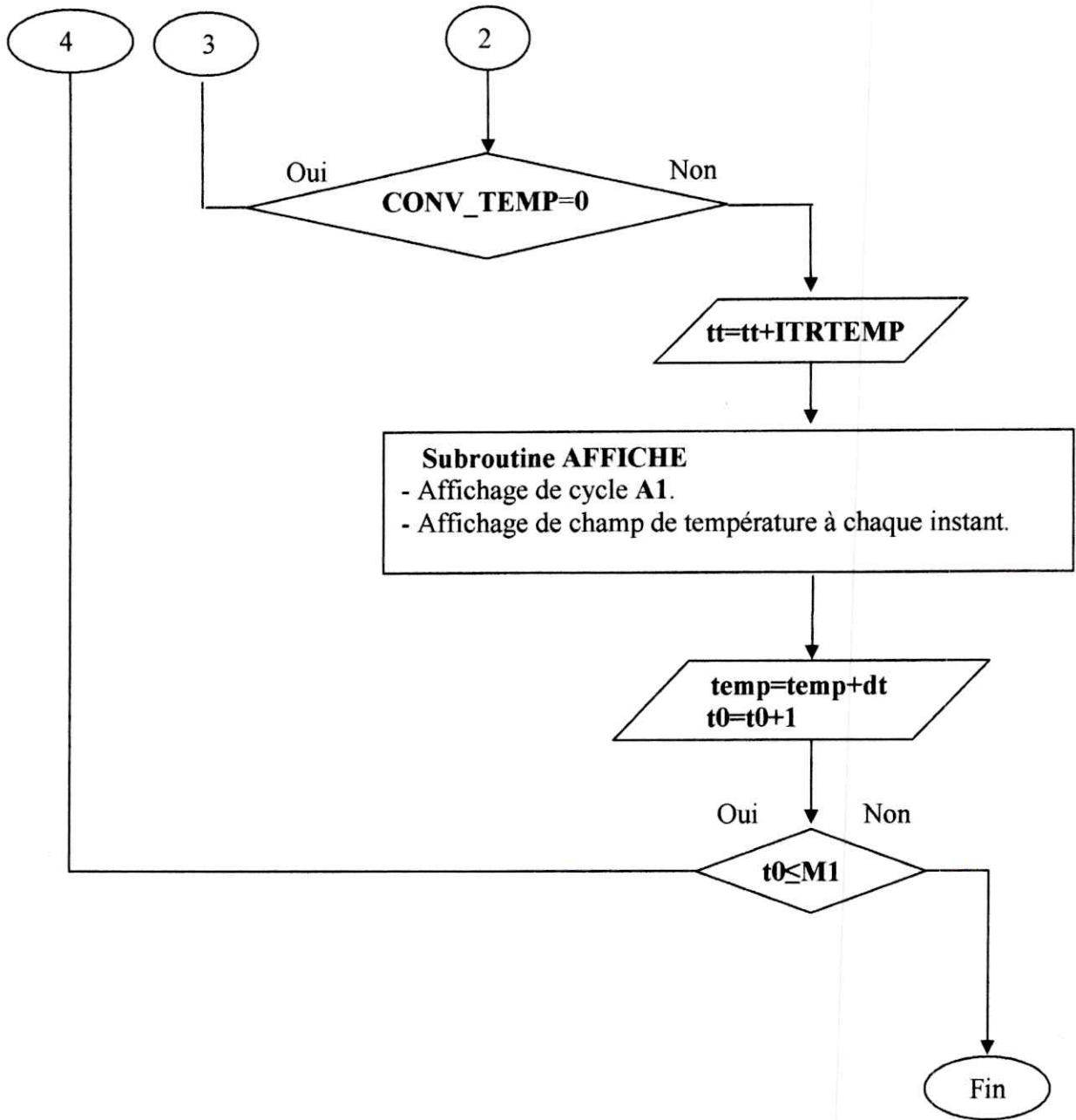
La sous routine **MODELBAIN** donne les caractéristiques du modèle de bain de fusion, et la sous routine **CASDB** détermine selon la position de l'arc dans la ligne de soudage le cas de la distribution de la source où on distingue trois cas.

La subroutine **INIT_TEMP** initialise la température de chaque point du maillage. Après, on passe à l'étape la plus importante dans le programme, qui débute par la subroutine **BALYAGEYY** qui fait le balayage des lignes de la matrice selon l'axe (**OY**), en utilisant la méthode expliquée dans la partie (**B-3-1**), même chose pour la subroutine **BALYAGEXX** qui fait le balayage des lignes de la matrice selon l'axe de (**OX**) par la même méthode. Une fois le calcul est fait la subroutine **CONV_TEMP** teste la convergence. Puis, on charge le vecteur solution **old** par les nouveaux résultats, et s'il n'y a pas de convergence, on refait l'itération à partir de la subroutine **BALYAGEYY**. Après, on incrémente le compteur de temps et on passe à l'instant suivant jusqu'à atteindre le dernier point de l'axe (**Y**). A la fin la subroutine **AFFICHE** affiche la température de chaque points de maillage et le cycle de point **A1**.

ORGANIGRAMME DU PROGRAMME PRINCIPALE







PARTIE C : ANALYSE EXPERIMENTALE**C-1/ INTRODUCTION :**

Des essais ont été effectués à l'atelier de C.S.C (chéraga) par une équipe de chercheur, tel que le procédé était le soudage TIG sans métal d'apport sur des tôles minces d'acier inoxydable 304L. On a pris les résultats pour parvenir à l'étude comparative avec les résultats de la simulation numérique. Les paramètres de soudage d'acier 304L sont récapitulés dans le tableau (IV-1) ci-dessous :

Essai	Gaz de protection	Débit du gaz L/mn	Vitesse cm/mn	Tension (V)	Intensité (A)	Polarité	Rendement η
-1-	Argon	08.5	3.43	9	36	inverse	0.60

TAB (IV-1) Paramètres de soudage

Le tableau (IV-2) donne la composition chimique des tôles utilisées :

Echantillon	Teneur des éléments en % massique								
	C	Mo	Cu	Ni	Mn	Cr	Si	P	S
Tôle N°1 - inox 304L	0.023	0.257	0.39	8.32	1.73	17.95	0.68	0.027	0.024

TAB (IV-2) Composition chimique**C-2/CARACTERISTIQUES DES PLAQUES ET DE L'APPAREILLAGE :**

Afin d'enregistrer la variation de température en fonction du temps (cycles thermiques), les chercheurs ont utilisé un enregistreur thermique de type :

« ELTEK 1000 SERIES SQUIRREL » doté d'un logiciel « SOFTWARE FOR SQUIRREL LOGGERS », en implantant des thermocouples (chromel-alumel) sur l'une des plaques à souder, supportant des températures jusqu'à 1200°C, où on les a couverts avec une patte isolante thermiquement. Le positionnement de ces thermocouples est illustré sur les figures (IV-4) et (IV-5) avec leurs nomenclatures ainsi que leurs dimensions en millimètres (mm). Les dimensions de chaque plaque à souder sont identiques et égales à :

Longueur 100 mm, largeur 120 mm, épaisseur 1.47mm.

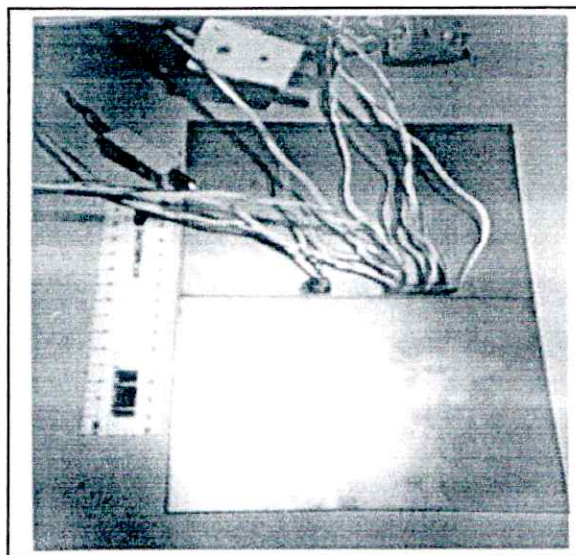


Figure (IV-4): Les thermocouples collés sur la plaque I

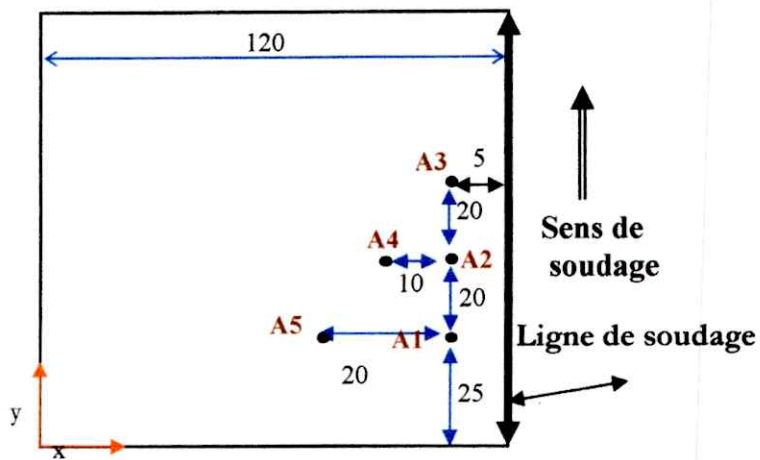
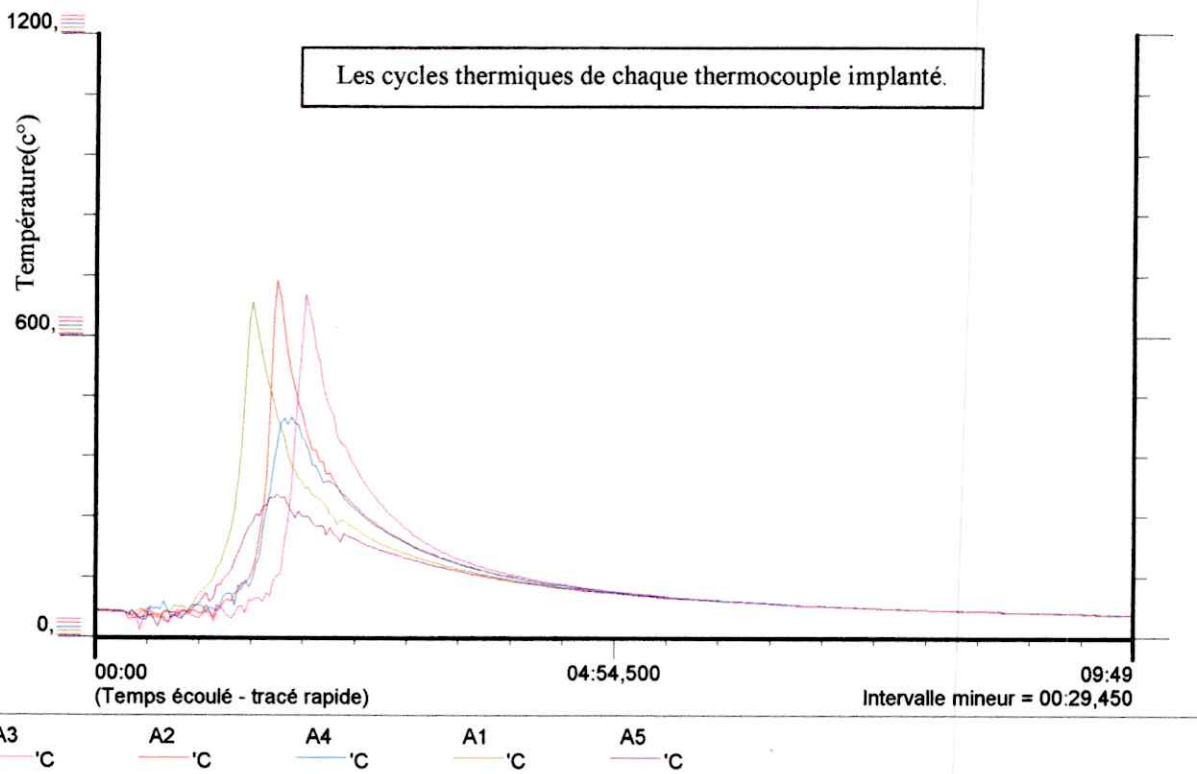


Figure (IV-5) : La position des thermocouples sur la plaque avec les dimensions

Remarque :

Les plaques sont placées bout à bout sur un support par points, afin de minimiser le contact avec la table métallique lors le soudage, sinon il aura une déperdition thermique par conduction à travers les surfaces inférieures, et ce phénomène n'est pas pris en compte.

C-3/ RESULTATS OBTENUS PAR L'EXPERIMENTALE :



Figure(IV-6) : Les cycles thermiques de chaque thermocouple implanté

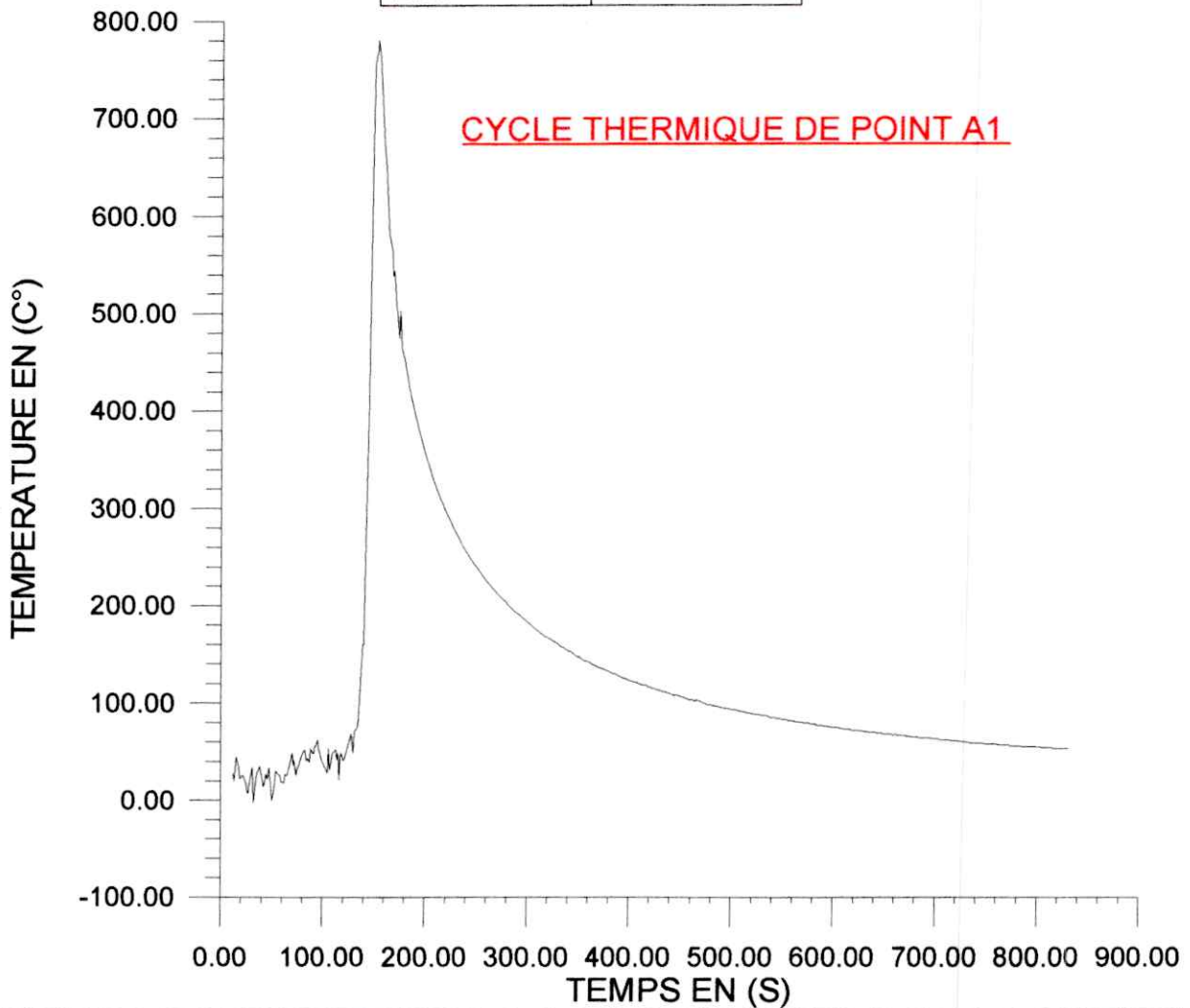
Les courbes ci-dessus représentent les cycles thermiques de chaque point A1, A2, A3, A4 et A5. Il est clair que les points A1, A2 et A3 atteignent un pique supérieur que les deux autres points, car leurs positions sont très proches de la ligne de soudure. Et en même temps le point A1 atteint son pique en premier. On remarque aussi que point A5 a le pique le plus inférieur car il est le plus éloigné par rapport au cordon.

C-4/RESULTAT EXPERIMENTAL DU POINT A1 :

Le tableau ci-dessous regroupe la partie essentielle des températures enregistrées lors de l'essai :

<u>Temps (mn)</u>	<u>Température (c°)</u>
2:14	84
2:15	115.5
2:16	128.5
2:17	129.5
2:18	160
2:19	160
2:20	218
2:21	234.5
2:22	292.5
2:23	369
2:24	412
2:25	515
2:26	605.5
2:27	670
2:28	734.5
2:29	756
2:30	782.5
2:31	770
2:32	780
2:33	779.5
2:34	763
2:35	738.5
2:36	722.5
2:37	681.5
2:38	675
2:39	647.5
2:40	650
2:41	616.5
2:42	638.5
2:43	581
2:44	576
2:45	579.5
2:46	565
2:47	539
2:48	544
2:49	529
2:50	508

2:51	502
2:52	495.5
2:53	475
2:54	503
2:55	478
2:56	465
2:57	467.5
2:58	460.5
2:59	453
3:00	446
3:01	440
3:02	434
3:03	427
3:04	422
3:05	416.5
3:06	411.5
3:07	406.5
3:08	401.5
3:09	397
2:13	75
2:14	84



CHAPITRE
V

RESULTATS
ET
INTERPRÉTATIONS

CHAPITRE V**RESULTATS ET INTERPRETATIONS****V-1/ INTRODUCTION**

Après l'adaptation du programme de calcul en utilisant la méthode des volumes finis nous procédons à l'exécution du programme de calcul. Les résultats numériques obtenus représentent la distribution de la température dans la plaque au cours du temps et le cycle de point A1.

Afin de valider et interpréter ces résultats, on va les comparer avec les résultats expérimentaux.

Dans la suite, nous présentons les données du programme, puis les résultats et leurs interprétations.

V-2/ DONNEES DU PROGRAMME

Dans le cadre de l'exécution du programme, les propriétés « des deux plaques de l'acier inoxydable en fonction de la température sont : [13]

Pour $T < 1700^{\circ}\text{k}$:

$$K(T) = 8.116 + 0.01618 \cdot T \quad (W/m.k)$$

$$\rho C_p(T) = 3561240.8 + 010022.3072 \cdot T \quad (J/m^3 k)$$

Pour $T > 1700^{\circ}\text{k}$:

$$K(T) = 12.29 + 0.003248 \cdot T \quad (W/m.k)$$

$$\rho C_p(T) = 5407942.2 \quad (J/m^3 k)$$

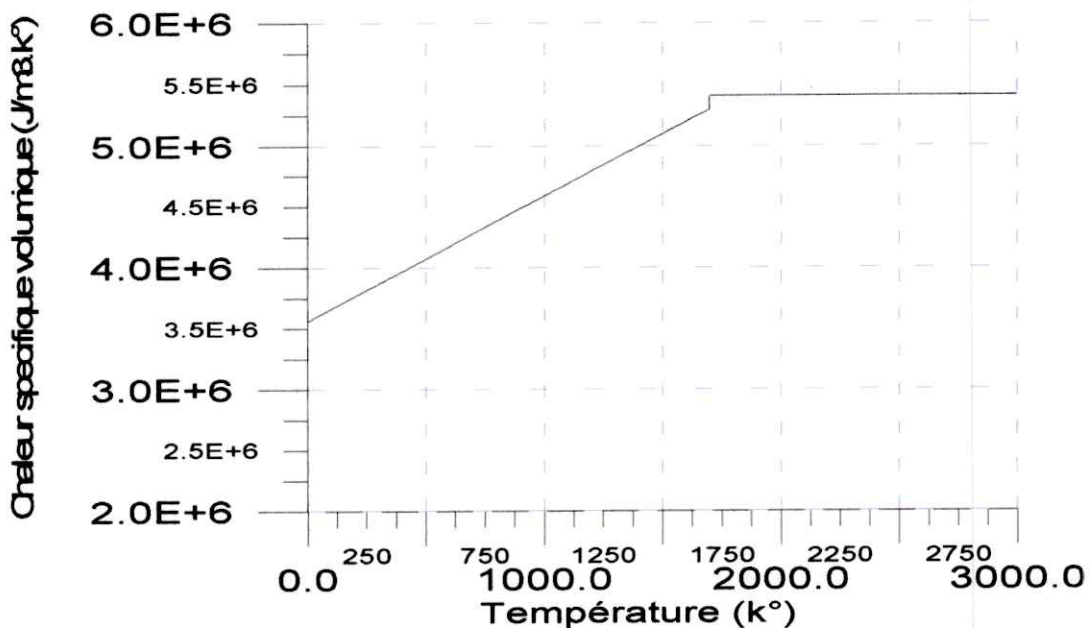


Figure (V-1) La variation de la chaleur spécifique volumique en fonction de la température

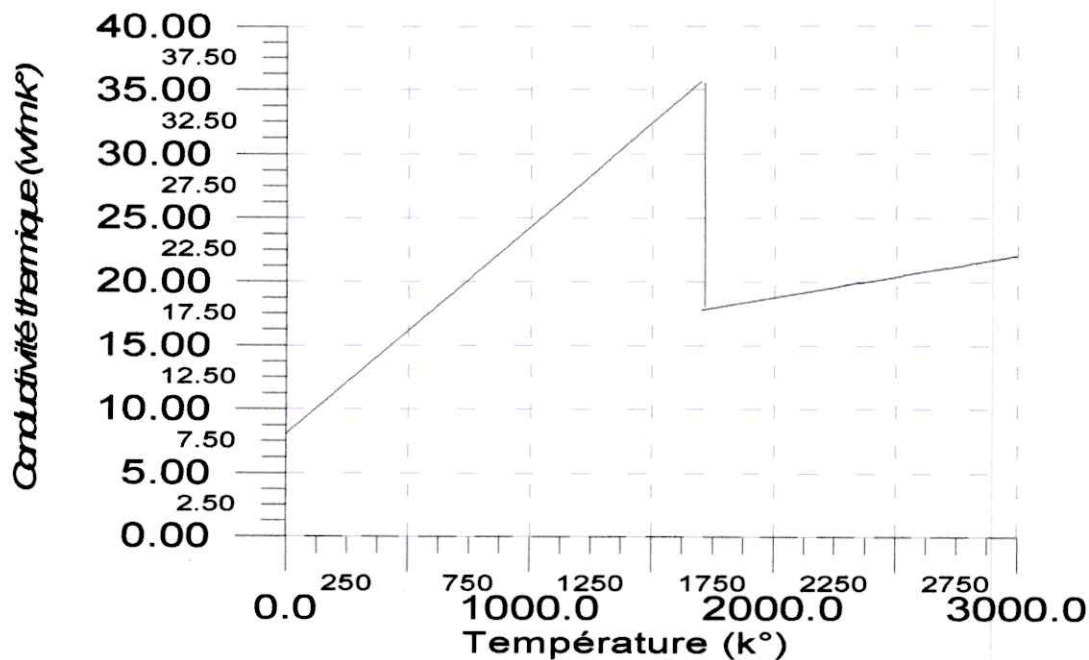


Figure (V-2) La variation de la conductivité thermique en fonction de la température

La connaissance des conditions initiales et des conditions aux limites est nécessaire pour décrire le phénomène physique et la résolution mathématique du problème, Donc :

$$T_0 = 300 \text{ } ^\circ\text{k}$$

$$h = 10 \text{ W/m}^2$$

$$T_\infty = 300 \text{ } ^\circ\text{k}$$

Les paramètres de calcul sont :

Le rendement de l'arc : $\eta = 0.60$

L'intensité de courant : $I = 36 \text{ A}$

La tension de courant : $U = 9 \text{ V}$

La vitesse de soudage : $V = 0.571 \text{ mm/s}$

V-3/ INTERPRETATION DES RESULTATS NUMERIQUES :

V-3-1/ RESULTATS DU MAILLAGE

La figure (V-3) ci-dessous représente les nœuds du maillage. Les résultats numériques des vecteurs facettes sont :

a) Selon L'axe (X) :

Zone 1

$$\text{FVCX}[1] = 0.0000000000000000\text{E}+000$$

$$\text{FVCX}[2] = 9.416666666666667$$

$$\text{FVCX}[3] = 18.83333333333333$$

$$\text{FVCX}[4] = 28.25000000000000$$

$$\text{FVCX}[5] = 37.666666666666667$$

$$\text{FVCX}[6] = 47.08333333333333$$

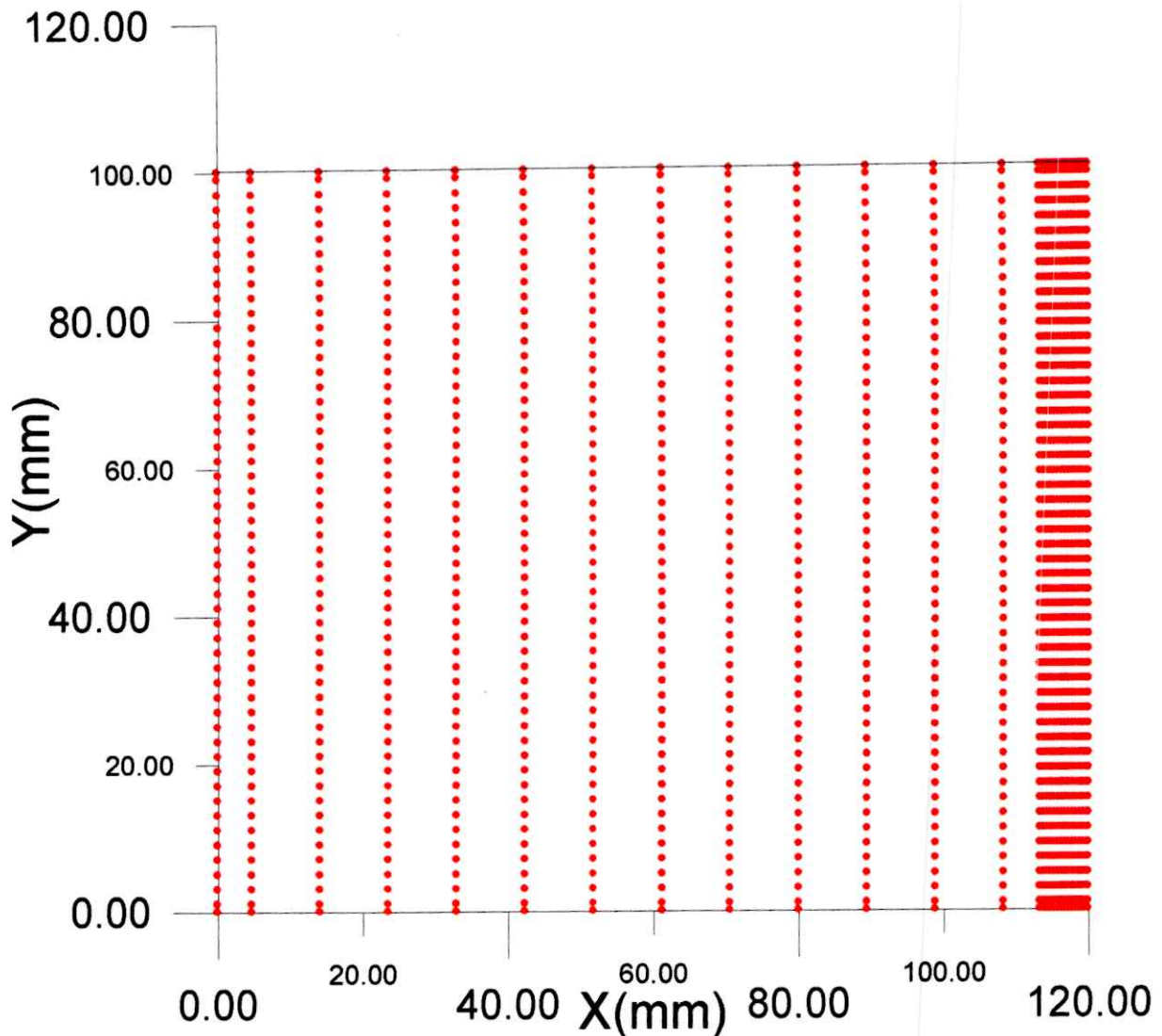
FVCX[7]= 56.500000000000
FVCX[8]= 65.9166666666667
FVCX[9]= 75.3333333333333
FVCX[10]= 84.750000000000
FVCX[11]= 94.1666666666667
FVCX[12]= 103.583333333333
FVCX[13]= 113.000000000000

Zone 2

FVCX[14]= 113.500000000000
FVCX[15]= 114.000000000000
FVCX[16]= 114.500000000000
FVCX[17]= 115.000000000000
FVCX[18]= 115.500000000000
FVCX[19]= 116.000000000000
FVCX[20]= 116.500000000000
FVCX[21]= 117.000000000000
FVCX[22]= 117.500000000000
FVCX[23]= 118.000000000000
FVCX[24]= 118.500000000000
FVCX[25]= 119.000000000000
FVCX[26]= 119.500000000000
FVCX[27]= 120.000000000000

b) Selon L'axe (Y) :

FVCY[1]= 0.00000000000000E+000
FVCY[2]= 2.00000000000000
FVCY[3]= 4.00000000000000
FVCY[4]= 6.00000000000000
.
.
.
.
FVCY[47]= 92.0000000000000
FVCY[48]= 94.0000000000000
FVCY[49]= 96.0000000000000
FVCY[50]= 98.0000000000000
FVCY[51]= 100.0000000000000



(Figure V-3) Représentation des nœuds de maillage

V-3-2/ RESULTATS DES CHAMPS THERMIQUES

Une fois le maillage et le pas temporel sont fixés, on passe à l'exécution du programme problème à résoudre.

Les figures (V-4), (V-5) et (V-6) représentent la répartition de température par les contours isotherme et les champs de surfaces des températures dans l'assemblage à différents instants qui retracent la trajectoire de la source de chaleur.

On observe aussi, que le réseau d'isothermes est beaucoup plus dense en amont du passage de la source de chaleur.

Ces mêmes isothermes sont de plus en plus dispersives au fur et à mesure qu'en s'éloigne en aval de l'arc. Ceci du au fait que la chaleur a eu suffisamment de temps pour se propager dans les différentes directions de l'assemblage.

Les étendues de la zone fondue (ZF) et la zone affectée thermiquement (ZAT) peuvent aussi être déterminées à partir de la répartition de température (voir figure(V-5)), elles sont délimitées par leurs températures de fusion et de solidification respectives ($T_f = 1700^\circ\text{k}$, $T_s = 996^\circ$).

L'étendue de la ZF est 3.8 mm et celle de la ZAT est 6 mm. (la ZAT est délimitée par la première transformation 723 °C et la température de fusion).

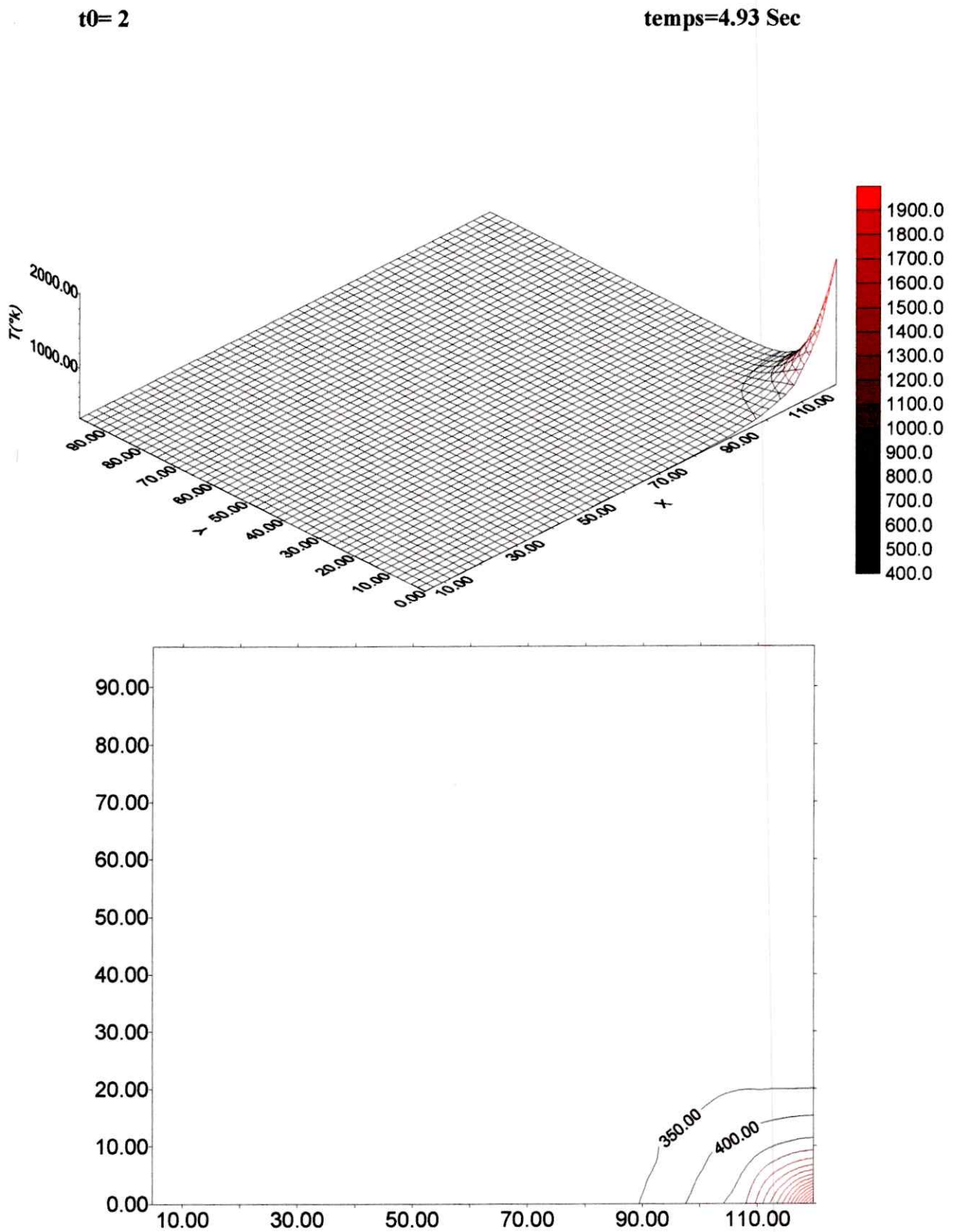


Figure (V-4) Représentation de champ thermique et les isothermes à t0=2

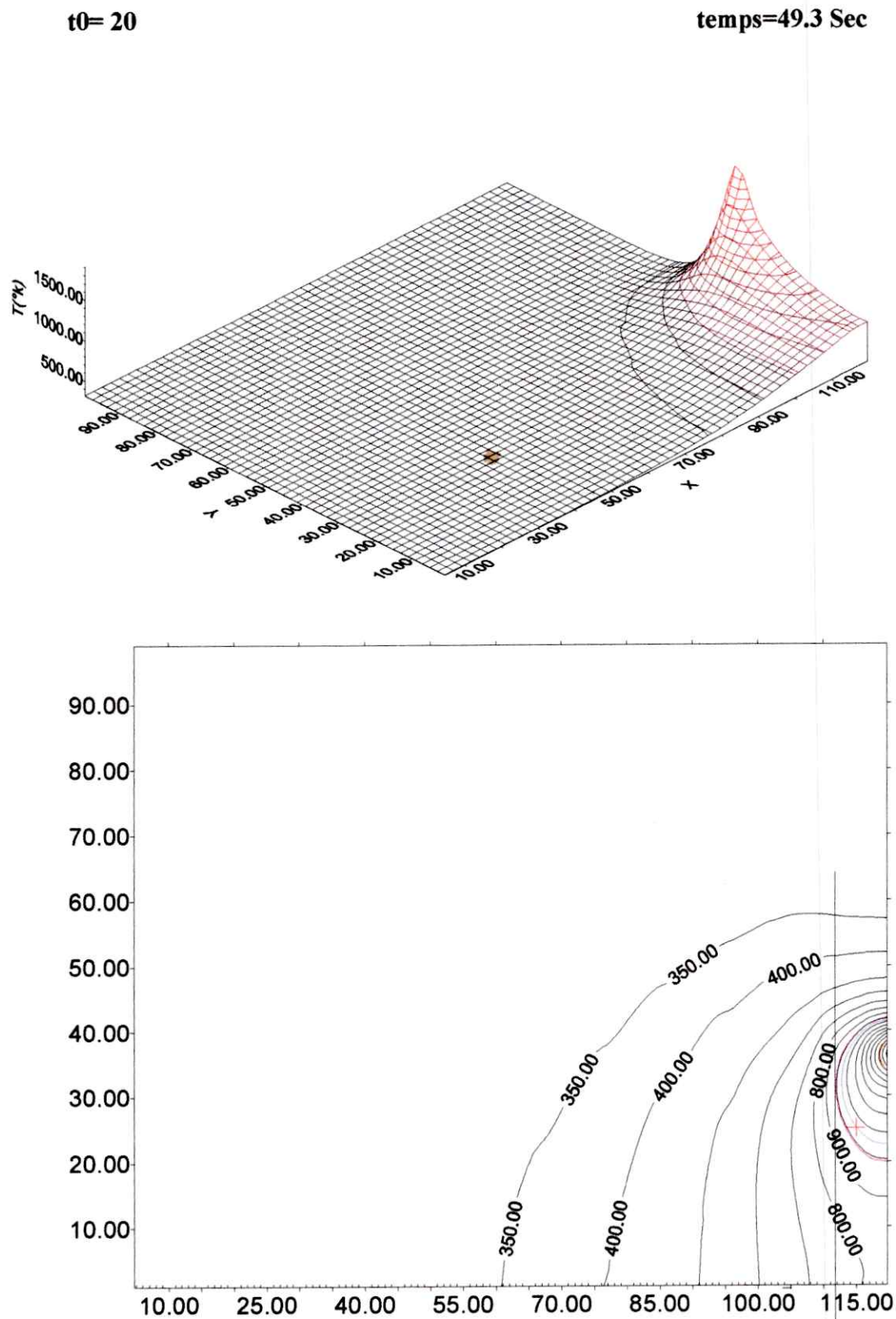


Figure (V-5) Représentation de champ thermique et les isothermes à $t_0=20$

$t_0 = 50$

temps=123.27 Sec

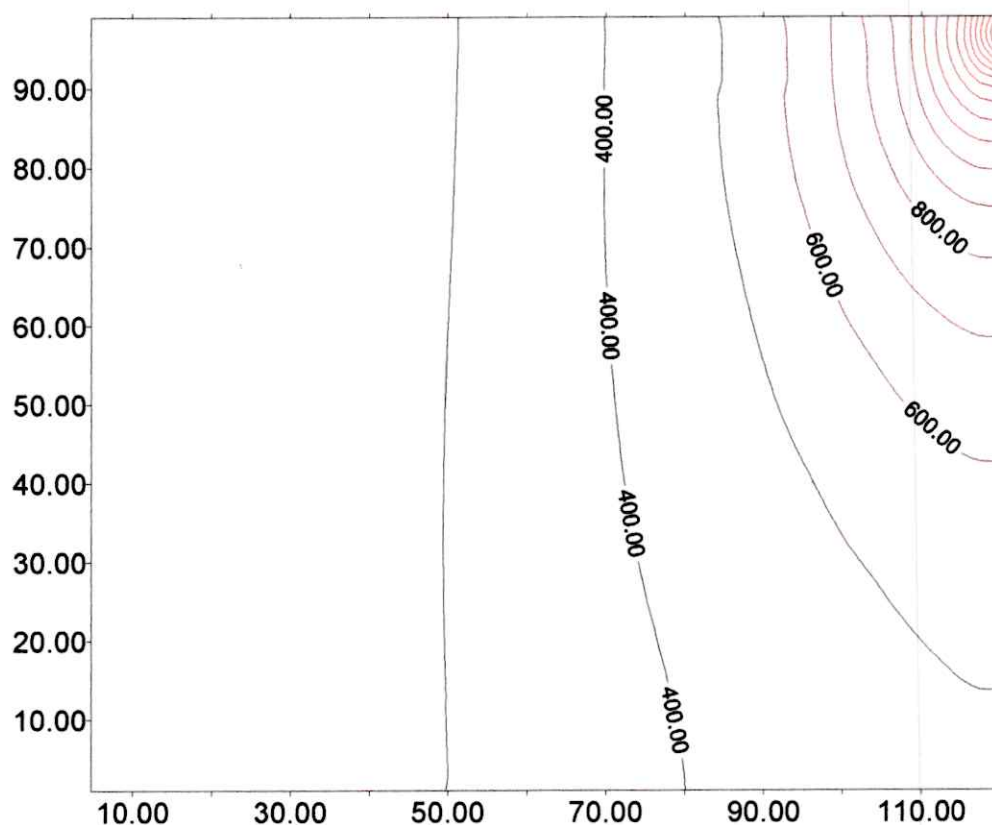
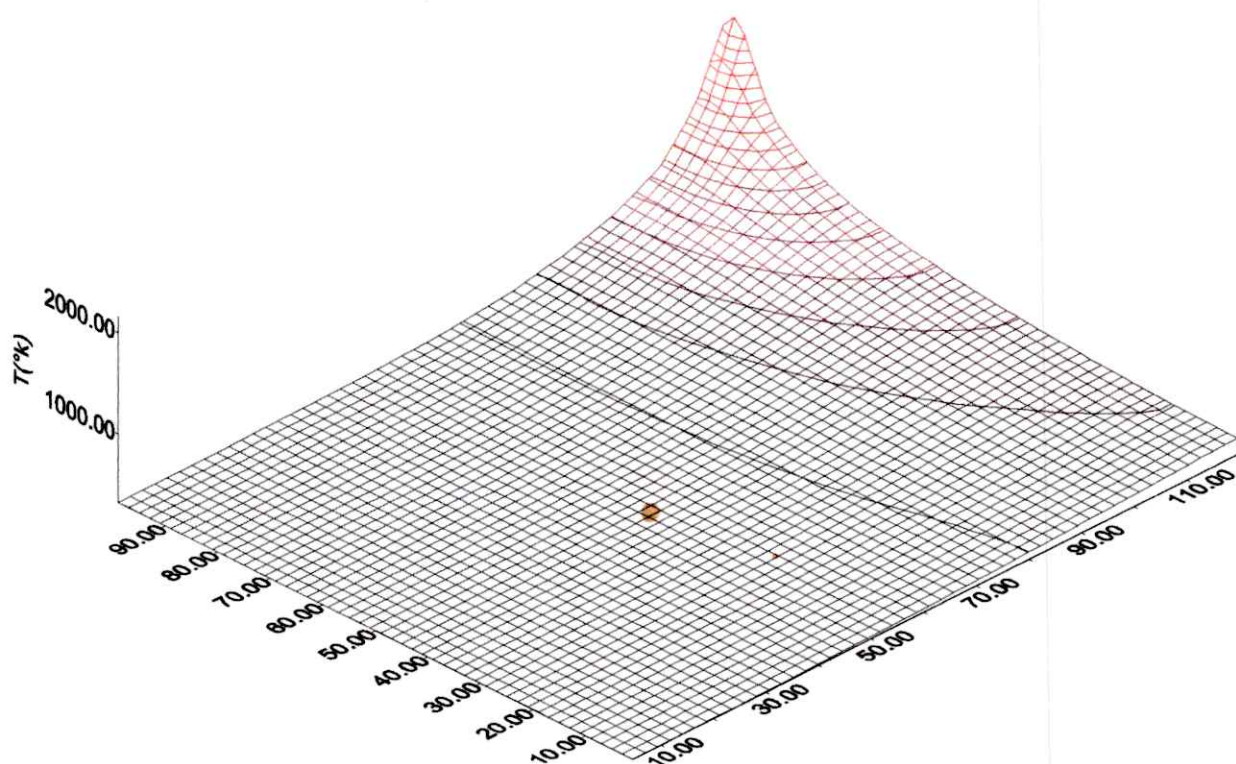


Figure (V-6) Représentation de champ thermique et les isothermes à $t_0=50$

V-3-3/ LE CYCLE THERMIQUE

Le graphe (V-7) représente les deux cycles thermiques : numérique et expérimental pour le point A1. On constate que la température augmente rapidement en passant par un pique entre 700 et 800 °C, équivalent à 1000-1100°k, puis un refroidissement en deux phases où la deuxième est plus lente que la première phase sur les deux graphes.

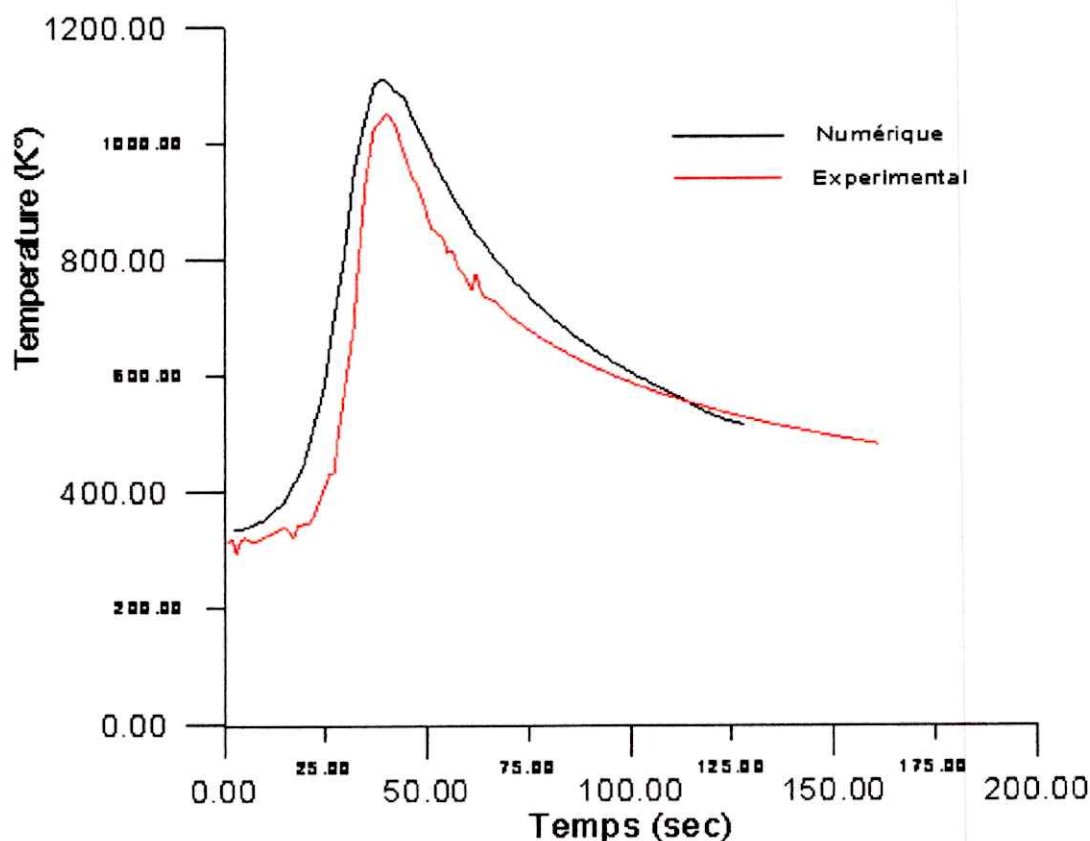


Figure (V-7) Comparaison des cycles thermiques : numérique avec l'expérimentale pour le point A1

La figure (V-7) montre une comparaison entre un cycle thermique expérimental et un autre obtenu par le calcul numérique. On remarque qu'il y a une certaine différence entre ces résultats, ceci est dû à la position réelle de l'emplacement de thermocouple sur la plaque.

De plus, le procédé étant manuel, le contrôle parfait du déplacement de la source de chaleur étant impossible.

On conclue que la région de pique est donc soumise à des gradients très élevés, où un très petit déplacement induit des variations importantes sur les résultats expérimentaux.

Alors il faut faire attention lors de collage des thermocouples dans leurs positions exactes, et qu'adapter au mieux les paramètres du modèle numérique concernant les rayons du bain de fusion pour le modèle source.

CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE

Le but de notre étude était de procéder à la simulation numérique de source de chaleur lors de soudage **TIG** des deux plaques minces rectangulaire. La formulation mathématique du problème, nous a donné des équations différentielles aux dérivées partielles assez complexes. On a utilisé la méthode des volumes finis pour la détermination du champ de température.

Cependant, les solutions numériques obtenues ont fait l'objet d'une comparaison avec les résultats expérimentaux.

Nous avons montré que les températures obtenues numériquement sont en générale très proche des températures expérimentales. Ces températures augmentent à partir frontières des plaques jusqu'à la zone où elles atteignent leurs piques. Cette variation (augmentation) est due au passage de la source de chaleur. La diminution de ces températures est lente, elle passe par deux phases où la deuxième est la plus lente.

Après ce travail on a eu :

- une meilleure compréhension phénoménologique de la modélisation numérique.
- un développement des codes et méthodes numériques dédiées à ce type d'applications
- Choix des paramètres, validation et optimisation de procédé.

En perspective, on propose une recherche sur les soudures hétérogènes, avec une ligne de soudure courbée, en tenant compte de l'écoulement du bain de fusion.

LES ANNEXES

ANNEXE A**SOURCE GAUSSIENNE CIRCULAIRE (DISQUE)**

$$q_v(x, y) = \iint q_0 \cdot e^{-Ax^2} \cdot e^{-By^2} \cdot dx \cdot dy$$

On a : $A = B$ (un disque de rayon a)

La conservation de l'énergie donne :

$$Q = \eta UI = \int_{-a}^a \int_{-a}^a q_0 \cdot e^{-Ax^2} \cdot e^{-By^2} \cdot dx \cdot dy$$

On pose :

$$A = B = \frac{\alpha}{a^2} \Rightarrow Q = \eta UI = \int_{-a}^a \int_{-a}^a q_0 \cdot e^{-\frac{\alpha}{a^2}(x^2+y^2)} \cdot dx \cdot dy$$

On a :

$$x^2 + y^2 = \rho^2$$

$$dx \cdot dy = \rho \cdot d\rho \cdot d\theta$$

$$\Rightarrow Q = \int_0^{2\pi R} \int_0^R q_0 \cdot e^{-\frac{\alpha}{a^2}\rho^2} \cdot \rho \cdot d\rho \cdot d\theta = q_0 \int_0^{2\pi R} \int_0^R \rho \cdot e^{-\frac{\alpha}{a^2}\rho^2} \cdot d\rho \cdot d\theta$$

$$= q_0 \int_0^{2\pi} \left[-\frac{a^2}{2\alpha} e^{-\frac{\alpha}{a^2}\rho^2} \right]_0^R d\theta$$

$$= q_0 \left(\frac{-2\pi a^2}{2\alpha} \right) \left[e^{-\frac{\alpha}{a^2}R^2} - e^0 \right]$$

$$Q = \lim_{R \rightarrow \infty} q_0 \frac{\pi a^2}{\alpha} \left[1 - e^{-\frac{\alpha R^2}{a^2}} \right] = q_0 \frac{\pi a^2}{\alpha}$$

$$\Rightarrow q_0 = \frac{Q\alpha}{\pi a^2} = \frac{QA}{\pi}$$

Pour évaluer la constante A , les derniers axes de disque (a) dans les directions x, y sont définis tel que la densité de puissance chute de $0.05 q_0$ à la surface de disque.

$$q(a, \theta) = q(\theta, a) = 0.05 q_0 = q_0 e^{-Aa^2} = q_0 e^{-\alpha}$$

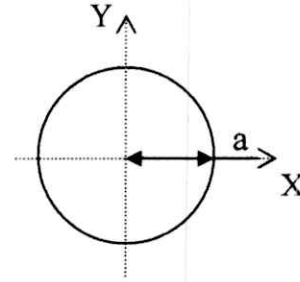


Figure (A-1) : le modèle circulaire du bain de fusion

$$\alpha = 3 \Rightarrow A = \frac{3}{a^2}$$

On obtient :

$$q_v(x, y) = \frac{3Q}{\pi \cdot a^2} e^{-\frac{3}{a^2}(x^2+y^2)}$$

La transformation relative au passage de repère lié à la source mobile par rapport au repère fixe lié à la pièce est :

$$Y = y - vt$$

Avec :

a : rayon de disque

v : vitesse de soudage

t : le temps

La source de chaleur dans ce cas s'écrit :

$$q_v(x, y, t) = \frac{3Q}{\pi \cdot a^2} e^{-\frac{3}{a^2}(x^2+(y-vt)^2)}$$

ANNEXE B**ALGORITHME DE THOMAS « TDMA »**

L'algorithme de thomas est utilisé pour la résolution des matrices tri diagonale.

$$\begin{bmatrix} b_1 & c_1 & 0 & 0 & \cdot & 0 \\ a_2 & b_2 & c_2 & 0 & \cdot & 0 \\ 0 & a_3 & b_3 & c_3 & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & a_n & b_n \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y_n \end{bmatrix}$$

Si le vecteur $\begin{bmatrix} x_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix}$ est la solution recherchée on va trouver, on passant par les étapes

suivante :

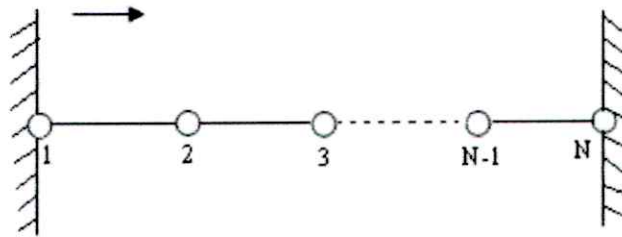
$$\begin{cases} \gamma_1 = \frac{c_1}{b_1} \\ \gamma_2 = \frac{c_i}{b_i - a_i \gamma} \quad i = 2 \rightarrow (n-1) \end{cases} \quad \begin{cases} B_1 = Y_1 \\ B_i = \frac{b_i - a_i b_{i-1}}{b_i - a_i \gamma_{i-1}} \quad i = 2 \Rightarrow n \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_n = B_n \\ X_i = B_i - \gamma_i X_{i+1} \quad i = (n-1) \Rightarrow 1 \text{ par pas } -1 \end{cases}$$

et on va trouver la dernière solution du vecteur X_n jusqu'à la première solution X_1 .

L'algorithme de **THOMAS** qu'on appelle aussi la méthode **TDMA** (par extension algorithme de la matrice tri diagonale).

Soit un problème unidimensionnel :



Numération des nœuds du réseau

L'équation discrétisée caractérisant ce problème s'écrit de la manière suivante :

$$a_i T_i = b_i T_{i+1} + c_i T_{i-1} + d_i \quad (1)$$

Où les coefficients a_i, b_i, c_i et d_i correspondent respectivement aux coefficients :

a_p, a_E, a_W et b

Pour les nœuds externe 1 et N aurons :

$$a_1 T_1 = b_1 T_2 + d_1 \quad (2)$$

$$a_N T_N = c_N T_{N-1} + d_N \quad (3)$$

Posons $c_1 = 0$ et $b_N = 0$ les équations (2) et (3) a été obtenues pour le cas d'un flux de chaleur pris comme condition aux limites. Lorsque la température qui est connue, ces équations restent toujours valables en faisant un choix approprié des coefficients.

Par exemple, si on connaît la température sur la frontière gauche du domaine, on aura :

$a_i = 0; b_i = 0$ et $d_i =$ la valeur numérique de T_i

Mettons l'équation (2) sous la forme :

$$T_1 = P_1 T_2 + Q_1 \quad (4)$$

Avec :

$$P_1 = \frac{b_1}{a_1} \text{ et } Q_1 = \frac{d_1}{a_1} \quad (5)$$

Si on injecte cette dernière équation dans l'équation (1) pour $i=2$ on obtiendra :

$$T_2 = P_2 T_3 + Q_2 \quad (6)$$

En continuant le processus de substitution nous aurons pour le $i^{\text{ème}}$ point :

$$T_i = P_i T_{i+1} + Q_i \quad (7)$$

En remplaçons l'équation :

$$T_{i-1} = P_{i-1} T_i + Q_{i-1} \quad (8)$$

Dans l'équation (1) on obtient :

$$a_i T_i = b_i T_{i+1} + c_i (P_{i-1} + Q_{i-1}) + d_i \quad (9)$$

La relation aussi obtenue sera arrangée pour devenir :

$$T_i = \frac{b_i}{a_i - c_i P_{i-1}} T_{i+1} + \frac{d_i + c_i Q_{i-1}}{a_i - c_i P_{i-1}} \quad (10)$$

Remarquons que l'équation ci-dessus ressemble à l'équation (10) avec :

$$P_i = \frac{b_i}{a_i - c_i P_{i-1}} \quad \text{et} \quad Q_i = \frac{d_i + c_i Q_{i-1}}{a_i - c_i P_{i-1}}$$

Notons aussi que P_i et Q_i ont la même dénominateur et qu'il dépend des valeurs de P_{i-1} et Q_{i-1} , ce processus récursif nécessite la connaissance d'un point de départ. Celui-ci a été précédemment déterminé par la relation (5).

Au point « n » nous aurons :

$$P_N = 0 \quad \text{Car} \quad b_N = 0 \quad \text{ce qui implique que} \quad Q_N = T_N$$

La valeur de T_N étant désormais connue nous pourrions alors calculer les autres valeurs de température par un processus substitution inverse.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] **R. Baus, W. Chapeau** « *Application du soudage à la construction* ».
- [2] **M^r AISSANI, H.MAZA et BELKASSA** : “ *simulation du phénomène transitoire du transfert de chaleur lors du soudage TIG des tôles minces et pipelines avec confrontation expérimentale* ”. Article de "2nd International Symposium On hydrocarbons And Chimistry" à Ghardaïa - Mars, 2004.
- [3] **ROSENTHAL.D**: “ *Mathematical theory of heat distribution during welding and cutting* », Welding Journal (1947), 20 May, pp.220_s to 234_s.
- [4] **GOLDAK, J, CHAKRAVARTI, A and BIDDY, M.**, (1984), “ *A New Finite Element Model for Welding Heat Sources*”, Met. Trans. B, 15B, pp. 299-305.
- [5] **Roger Legonie** : « *Précis de soudage et brasage et technique connexes* ». Troisième édition, nouveau tirage édition EYROLLES Paris (1982)
- [6] **Robert.L..Ule.Genda Joshi-Eugene.B.Sedy** : « *New technique for a three dimensional transient heat transfer computation autogenously arc welding Metallurgical* “ Transactions B, Volume 21b, pp.1033-1047 (december1990)
- [7] **N.Hermez – M.Djenane** : « *Simulation numérique de transfert de chaleur lors de soudage à l'arc électrique des assemblages faible épaisseur* », mémoire de fin d'étude, option : thermo-énergétique » université USTHB, 2001.
- [8] **R.Varizllag** « *Soudage : Elément de conception et de réalisation* ».
- [9] **DLUI** « *Weldability of steels* », metal hand back
- [10] **M^r BOUNDER** : COURS DE 4^{eme} ANNEE Ingénieur Institut Aéronautique « *Transfert thermique* » 2003-2004
- [11] **Roland CAZES** « *techniques d'ingénieur* » B 7 730
- [12] **S.V.Pathancar**, « *numerical heat transfert and fluid flow* » Mac graw hill book company, 1989
- [13] **F.Grosjean**, « *méthode numérique des volumes finis*»
- [14] **A-JARDY et H-COMBEAU** « *simulation numérique des phénomènes de transport* »2002

[15] AMTOUT : «Cours de mathématique » 3^{ème} Année Ingénieur Institut Aéronautique
2002-2003.

[16] M^r AISSANI, H.MAZA et BELKASSA

« Contribution à la modélisation du soudage TIG des tôles minces d'acier austénitique 304L
par un modèle source bi-élliptique avec confrontation expérimentale ».

J.Phys.IV France 124 (2005) pp. 213-220 ; EDP Science, Les Ulis.

[17] M.BOUMAHRAT et A.GOURDIN « Méthodes Numériques appliquées »

OPU. Réimprimé 1993

[18] M^r AISSANI, H.MAZA et BELKASSA

« Modélisation numérique du soudage TIG des tôles d'aciers inoxydables et caractérisation
mécanique et métallurgique », 17^{ème} Congrès Français de Mécanique et métallurgique.

(CFM 2005) ; université de Troyes, France 2005.