



**UNIVERSITÉ SAAD DAHLAB DE BLIDA**



Institut d'aéronautique et des études spatiales

**MEMOIRE DE MASTER**

Spécialité : Propulsion Avions

**Modélisation de la fissuration transverse et délaminage  
dans un matériau composite sous l'effet de la variation  
de température**

Par

**Besbaci Nadjoua**

Devant le jury composé de :

A. Mahi	Présidente
M. Gharrous	Examineur
M. KHODJET-KESBA	Encadreur
B. BOUKERT	Co- Encadreur

**Blida, juillet 2021**

## **Remerciements**

La réalisation de ce mémoire a été possible grâce à Dieu le tout puissant et au concours de plusieurs personnes à qui je voudrais témoigner toute ma gratitude.

Tout d'abord, ce travail ne serait pas aussi riche et n'aurait pas pu être réalisé sans l'aide et l'encadrement de Mr. KHODJET-KESBA Mohamed, je le remercie pour la qualité de son encadrement exceptionnel, pour sa patience, sa rigueur et sa disponibilité durant la préparation de ce mémoire.

Je tiens aussi à remercier Mr. BOUKERT Billel pour le co-encadrement de ce travail.

Je désire remercier les membres de jury pour le grand honneur qu'ils me font en acceptant d'évaluer ce travail.

Je remercie également toute l'équipe pédagogique de l'institut d'aéronautique et des études spatiales de Blida et les intervenants professionnels responsables de ma formation.

## RESUME

Ce travail de recherche consiste à déterminer l'influence de la température et de l'humidité sur le comportement mécanique d'un stratifié  $[\theta_m/90_n]_s$  à fibres longues et à matrice organique, endommagé par fissuration transverse et délaminage, sollicité en traction uni axiale. Le but de cette étude est de proposer une modélisation analytique et numérique permettant de décrire le plus précisément possible ce comportement. Pour ce faire, l'étude s'est portée sur deux grands axes : le premier traite l'endommagement par fissuration transverse et délaminage, en utilisant deux types d'approches, une modélisation analytique (modèle de diffusion de cisaillement) basée sur la variation longitudinale des contraintes de cisaillement, ainsi que l'évolution des propriétés élastiques, et une simulation numérique par éléments finis avec le code ABAQUS. Le second axe concerne l'influence couplée du vieillissement hygrothermique et de l'endommagement par fissuration transverse et délaminage sur le comportement mécanique du matériau composite par modélisation analytique et simulation numérique.

## SUMMARY

This research work consists in determining the influence of temperature and humidity on the mechanical behaviour of a  $[\theta_m/90_n]_s$  long-fiber laminate with an organic matrix, damaged by transverse cracking and delamination, loaded with a uniaxial tension. This study proposes an analytical and a numerical model to describe as precisely as possible this behaviour. To do so, the study is focused on two main areas: the first deals with damage by transverse cracking and delamination, using two types of approaches, an analytical model (shear diffusion model) based on the longitudinal variation of shear stresses, as well as the evolution of elastic properties, and a finite elements based numerical simulation with the code ABAQUS. The second area deals with the coupled influence of hygrothermal aging and transverse cracking and delamination damages on the mechanical behaviour of the composite material by analytical modelling and numerical simulation.

## ملخص

تتناول هذه الدراسة موضوع تحديد تأثير درجة الحرارة ونسبة الرطوبة على السلوك الميكانيكي لصحيفة مركبة ذات الياف مصفوفة  $[\theta_m/90_n]_s$ ، تالفة بسبب الانشقاق العرضي والتفكيك بين طبقات الصفائح، ومحملة بشد أحادي المحور. الهدف من هذه الدراسة هو اقتراح نموذج تحليلي ورقمي لوصف هذا السلوك بأكبر قدر ممكن من الدقة. للقيام بذلك، ركزت هذه الدراسة على مجالين رئيسيين: الأول يتعامل مع الضرر الناتج عن التكسير العرضي والتفكيك بين طبقات الصفائح، باستخدام أسلوبين، نموذج تحليلي يتمحور على الضغط والقص الطولي، والمحاكاة الرقمية ببرنامج أباكيس. يتعلق المحور الثاني بتأثير شروط الحرارة والرطوبة على السلوك الميكانيكي للمادة المركبة عن طريق النمذجة التحليلية والمحاكاة العددية.

## *Dédicaces*

C'est avec une joie immense que je dédie ce mémoire à mes chers parents pour leurs sacrifices, soutien et précieux conseils. Ils n'ont cessé de m'encourager et de me soutenir durant mon cursus.

A mes chers frères Ayoub et Abderrahmane pour leur soutien.

A toute m'a famille qui m'a toujours soutenue et surtout à ma cousine Fadhila qui ne cesse de m'aider, guider et de me soutenir.

A ma chère cousine Djoumana qui m'a toujours encouragée et remontée le moral.

A toutes mes précieuses amies à qui je suis très reconnaissante, leur présence a toujours été une source d'amour, de joie et de soutien.

A mes collègues qui m'ont apporté leur soutien moral et intellectuel tout au long de ma démarche, sans eux cette expérience n'aurait certainement pas été la même.

A toutes les personnes qui m'ont aidée et soutenue de près ou de loin.

## TABLE DES MATIERES

RESUME

TABLE DES MATIERES

LISTE DES FIGURES ET DES TABLEAUX

INTRODUCTION

1	<b>CHAPITRE 1 : RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE</b>	3
1.1	Introduction :.....	3
1.2	Architecture d'un matériau composite :.....	4
1.2.1	Stratifiés à base de fils ou de tissus unidirectionnels :.....	4
1.3	Les mécanismes de rupture dans un matériau composite unidirectionnel :.....	6
1.3.1	La rupture des fibres :.....	6
1.3.2	La rupture de la matrice :.....	7
1.3.3	La rupture des stratifiés :.....	8
1.3.4	La densité de fissures et son évolution :.....	9
1.4	Présentation du problème :.....	10
1.5	Travaux effectués :.....	10
1.6	Définition du sujet :.....	13
2	<b>Chapitre 2 : MODELISATION DE LA FISSURATION TRANSVERSE ET DU DELAMINAGE</b>	14
	Introduction :.....	14
2.1	Modélisation analytique d'un stratifié endommagé avec des fissurations transverses et délaminage :.....	15
2.1.1	Présentation du problème :.....	15
2.1.2	Modélisation d'un stratifié contenant seulement des fissurations transverses :.....	16
2.1.3	Modélisation d'un stratifié contenant des fissurations transverses avec délaminage :.....	31
2.2	Modélisation par éléments finis :.....	38
2.2.1	La modélisation :.....	38
2.2.2	Conditions aux limites :.....	39
2.2.3	Maillage :.....	40
2.3	Conclusions :.....	40
3	<b>Chapitre 3 : SIMULATION ET RÉSULTATS DES STRATIFIÉS FISSURÉS [0<sub>m</sub>/90<sub>n</sub>]<sub>s</sub> AVEC CHARGEMENT MÉCANIQUE</b>	42

3.1	Introduction :	42
3.2	Simulation numérique :	42
3.2.1	Choix du matériau pour la simulation :	43
3.2.2	Propriétés de rupture :	43
3.2.3	Choix de géométrie de fissuration :	43
3.3	Résultats numériques :	45
3.3.1	Validation du modèle numérique :	45
3.3.2	Comparaison de la variation des contraintes entre un stratifié fissuré avec fissurations transverses seules et un stratifié fissuré avec fissurations transverses et délaminage :	52
3.3.3	Comparaison de la variation des contraintes pour différents orientation de la couche à $\theta^\circ$ d'un stratifié $[\theta/90_2]_s$ fissuré avec fissurations transverses et délaminage :	57
3.3.4	Comparaison de la variation des contraintes pour différentes orientations de la couche à $\theta^\circ$ d'un stratifié $[\theta/90_2]_s$ fissuré avec fissurations transverses et délaminage :	58
3.4	Interprétation des résultats numériques :	59
3.5	Conclusions :	60
4	<b>CHAPITRE 4 : MODELISATION DU VIEILLISSEMENT HYGROTHERMIQUE ET SIMULATION DES STRATIFIES FISSURES ET DELAMINES AVEC CHARGEMENT MECANIQUE</b>	
		62
4.1	Introduction :	62
4.2	Modélisation du vieillissement hygrothermique :	62
4.2.1	Vieillissement naturel et accéléré :	62
4.2.2	Types de vieillissement :	63
4.2.3	Caractérisation du matériau :	65
4.2.4	Introduction du vieillissement sur les propriétés mécaniques du matériau et le modèle de tsai :	66
4.2.5	Interprétations :	74
4.3	Simulation et résultats du stratifié fissuré avec chargement mécanique et conditions hygrothermiques :	77
4.3.1	Choix du matériau :	77
4.3.2	Résultats numériques :	78
4.4	Conclusions :	83
5	Conclusion générale	84
6	LA LISTE DES SYMBOLES	86
7	Bibliographie	89

## TABLE DES FIGURES ET DES TABLEAUX

Figure 1-1 : Constitution d'un stratifié.....	5
Figure 1-2 : Désignation d'un stratifié. ....	5
Figure 1-3 : Rupture de fibre. ....	7
Figure 1-4 : Rupture de la matrice. ....	7
Figure 1-5 : Stratifié croisé soumis à une traction longitudinale. ....	8
Figure 1-6 : Mécanismes de rupture d'un stratifié croisé. ....	8
Figure 1-7: Evolution de la densité de fissures en fonction de la contrainte de traction au niveau du pli à 90° d'un stratifié carbone /époxy de séquence [0 <sub>m</sub> ; 90 <sub>n</sub> ] <sub>s</sub> .....	9
Figure 2-1 : Définition des axes du matériau pour le stratifié composite. ....	15
Figure 2-2 : Cellule élémentaire présentant à la fois des fissures transversales et des délaminations.....	16
Figure 2-3 : fissuration transverse et cellule élémentaire. ....	17
Figure 2-4 : Contraintes exercées sur un élément de la couche à 90°.....	21
Figure 2-5: Cellule élémentaire présentant à la fois des fissures transversales et des délaminations. ....	31
Figure 2-6 Un quart de la cellule élémentaire endommagée par fissuration transverse et délaminage. ....	39
Figure 2-7 : Maillage quadratique d'un quart de la plaque composite. ....	40
Figure 3-1 : Variation de la contrainte longitudinale pour un stratifié [0/90 <sub>2</sub> ] <sub>s</sub> pour α=1/2et a=5 pour différents types de fissures [30]. ....	44
Figure 3-2 : Variation de la contrainte longitudinale pour un stratifié [0/90 <sub>2</sub> ] <sub>s</sub> pour α=1/2et a=6 pour différents formes de délaminage.....	44
Figure 3-3 : La variation de la contrainte longitudinale dans un composite stratifié [0/90 <sub>2</sub> ] <sub>s</sub> endommagé par fissuration transverse et délaminage. ....	46
Figure 3-4 : La variation de la contrainte longitudinale interlaminaire dans un composite stratifié [0/90 <sub>2</sub> ] <sub>s</sub> endommagé par fissuration transverse et délaminage.....	47
Figure 3-5 : La comparaison de la variation de la contrainte longitudinale d'un stratifié [0/90 <sub>2</sub> ] <sub>s</sub> fissuré avec fissuration transverse et délaminage. ....	49
Figure 3-6 : La comparaison de la variation de la contrainte de cisaillement interlaminaire d'un stratifié [0/90 <sub>2</sub> ] <sub>s</sub> fissuré avec fissuration transverse et délaminage. ....	51
Figure 3-7 : La variation des contraintes entre un stratifié [0/90 <sub>2</sub> ] <sub>s</sub> fissuré avec fissurations transverses seules et un stratifié [0/90 <sub>2</sub> ] <sub>s</sub> fissuré avec fissurations transverses et délaminage.....	53
Figure 3-8 : La variation des contraintes entre un stratifié [20/90 <sub>2</sub> ] <sub>s</sub> fissuré avec fissurations transverses seules et un stratifié [20/90 <sub>2</sub> ] <sub>s</sub> fissuré avec fissurations transverses et délaminage.....	54
Figure 3-9: La variation des contraintes entre un stratifié [45/90 <sub>2</sub> ] <sub>s</sub> fissuré avec fissurations transverses seules et un stratifié [45/90 <sub>2</sub> ] <sub>s</sub> fissuré avec fissurations transverses et délaminage.....	55
Figure 3-10 : La variation des contraintes entre un stratifié [60/90 <sub>2</sub> ] <sub>s</sub> fissuré avec fissurations transverses seules et un stratifié [60/90 <sub>2</sub> ] <sub>s</sub> fissuré avec fissurations transverses et délaminage.....	56
Figure 3-11 : La variation des contraintes pour différents rapports géométriques de fissuration a d'un stratifié [θ/90 <sub>2</sub> ] <sub>s</sub> fissuré avec fissurations transverses et délaminage.....	58
Figure 3-12 : La variation des contraintes pour différentes orientations de la couche à θ° d'un stratifié [θ/90 <sub>2</sub> ] <sub>s</sub> fissuré avec fissurations transverses et délaminage.....	59
Figure 4-1 : Pénétration d'un solvant dans un polymère [37].....	64
Figure 4-2 : Réaction de l'hydrolyse [37].....	64
Figure 4-3 : Organigramme du calcul des propriétés vieilles par AEROTSA.....	70
Figure 4-4 : Effet de la variation de température sur le module de Young longitudinal pour le T300/5208 à différents niveaux de concentration. ....	73
Figure 4-5 : Effet de la variation de température sur le module de Young transversal pour le .....	73

Figure 4-6 : Effet de la variation de température sur le module de cisaillement longitudinal pour le T300/5208 à différents niveaux de concentration.....	74
Figure 4-7 : Effet de la variation de température sur le coefficient de Poisson longitudinal pour le T300/5208 à différents niveaux de concentration.....	74
Figure 4-8 : La variation des contraintes longitudinales pour différents environnements hygrothermiques d'un stratifié $[\theta/90_3]_S$ fissuré avec fissurations transverses et délaminage. ....	79
Figure 4-9 : La variation des contraintes longitudinales pour différentes orientations de la couche à $\theta^\circ$ d'un stratifié $[\theta/90_3]_S$ fissuré avec fissurations transverses et délaminage sous différents environnements hygrothermiques. ....	80
Figure 4-10 : La variation des contraintes de cisaillement pour différents environnements hygrothermiques d'un stratifié $[\theta/90_3]_S$ fissuré avec fissurations transverses et délaminage. ....	81
Figure 4-11 : La variation des contraintes de cisaillement pour différentes orientations de la couche à $\theta^\circ$ d'un stratifié $[\theta/90_3]_S$ fissuré avec fissurations transverses et délaminage sous différents environnements hygrothermiques. ....	82
Tableau 3-1 : Propriétés élastique du AS4-3502. ....	43
Tableau 3-2 : Propriétés de rupture.....	43
Tableau 4-1 : Caractéristiques de fibres et matrice du T300/5208, [31].....	71
Tableau 4-2 : Caractéristiques de variation de température et d'humidité, [31].....	71
Tableau 4-3 : Propriétés du T300/5208 $T_r=22^\circ\text{C}$ et $C=0.5\%$ , [31].....	71
Tableau 4-4 : Caractéristiques de diffusion du T300/5208, [31]. ....	71
Tableau 4-5 : Choix des environnements.....	72
Tableau 4-6 : Taux de réduction des propriétés mécaniques $T=60^\circ\text{C}$ , $C=0\%$ , $C=0.15\%$ ,.....	76
Tableau 4-7 : Taux de réduction des propriétés mécaniques $T=120^\circ\text{C}$ , $C=0\%$ , $C=0.15\%$ , $C=1\%$ , $C=1.5\%$ .....	76
Tableau 4-8 : Les propriétés du matériau choisi sous trois différents environnements hygrothermiques. ....	78



## Introduction

Au cours des quatre dernières décennies, la passion incessante de l'industrie aérospatiale et des constructeurs pour l'amélioration des performances des avions commerciaux et militaires conduit constamment au développement de matériaux structurels améliorés à haute performance. Les matériaux composites sont une de ces catégories de matériaux qui jouent un rôle important dans les composants aérospatiaux actuels et futurs. Les matériaux composites sont particulièrement attrayants pour les applications aéronautiques et aérospatiales en raison de leurs rapports résistance et rigidité-densité exceptionnels et de leurs propriétés physiques supérieures.

L'endommagement induit une dégradation des propriétés d'un matériau. Une telle dégradation peut conduire à des événements catastrophiques. Afin de prévenir de telles événements, des politiques sont mises en œuvre lors des phases de conception et de fonctionnement. Tous les secteurs utilisant des matériaux s'intéressent à la restriction des effets indésirables de l'endommagement. Les progrès, dans les domaines de la prévision de l'endommagement et dans la résistance à ce dernier, passent par une meilleure compréhension des mécanismes d'endommagement. Pour cela, dans le domaine des matériaux composites de nombreuses analyses ont été développées pour tenter d'évaluer les distributions de contraintes dans le stratifié endommagé.

Lorsque les matériaux composites stratifiés à couches croisées sont soumis à un chargement uni axial, la fissuration transversale de la matrice dans la couche 90° constitue le stade précoce de l'endommagement. Dans le cas d'essais quasi-statiques, la plupart des fissures, initiées aux bords libres de l'éprouvette, traversent instantanément toute la largeur de l'éprouvette. L'initiation et le développement des fissures transversales ont été largement étudiés dans la littérature. Les résultats expérimentaux montrent que la densité des fissures augmente avec l'augmentation de la charge appliquée jusqu'à un stade de saturation.

Notre travail consiste donc à l'utilisation de la méthode des éléments finis pour analyser le comportement mécanique d'un matériau composite  $[\theta_m/90_n]_s$  soumis à une traction uni axiale et endommagé par des fissurations transversales et délaminage. Pour cela, le travail est organisé de la manière suivante :

- ❖ Nous présentons une recherche bibliographique sur les différents types d'endommagement observés qui se résument à des microfissures dans la matrice ou à l'interface des plis, décohésions fibre/matrice, arrachement des fibres ainsi que des ruptures de fibres, et les différents travaux effectués dans l'axe de vieillissement des matériaux composites, cette recherche nous a permis de connaître l'état de l'art et d'orienter notre recherche.
- ❖ Le deuxième chapitre concerne la modélisation analytique et numérique par éléments finis du comportement mécanique d'un stratifié de type  $[\theta_m/90_n]_s$  endommagé par fissuration transverse et délaminage.
- ❖ Dans le troisième chapitre, nous représenterons les résultats obtenus par la simulation numérique du comportement mécanique d'un composite fissuré et sous sollicitation. La méthode des éléments finis avec le code ABAQUS est utilisée pour la simulation numérique, par la suite on va comparer nos résultats avec les résultats de Berthelot et du modèle des fissurations transverses seules afin de valider notre modèle et enrichir l'interprétation des résultats.
- ❖ Dans le quatrième chapitre, l'étude de l'influence des conditions hygrothermique sur le comportement mécanique d'un matériau composite  $[\theta_m/90_n]_s$ , soumis à une traction uni-axiale suivant la direction des plis orientés à  $0^\circ$ , et endommagé par des fissurations transversales et délaminage en faisant la simulation numérique.

Nous terminerons par une conclusion générale et des perspectives futures.

## CHAPITRE 1

### RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

#### 1.1 Introduction :

Les matériaux composites sont essentiellement une combinaison de deux ou plusieurs matériaux dissemblables qui sont utilisés ensemble afin de combiner les meilleures propriétés, ou de conférer un nouvel ensemble de caractéristiques qu'aucun des matériaux constitutifs ne pourrait atteindre seul. Dans l'industrie aéronautique, les avantages de l'exploitation des excellentes propriétés de résistance et de rigidité spécifiques des composites en termes de conception de structures légères sont immédiatement évidents. En outre, la nature stratifiée des matériaux composites à haute performance permet au concepteur d'adapter les propriétés mécaniques optimales en orientant la direction des fibres en fonction des principales voies de charge. [1]

Lorsqu'un stratifié croisé est chargé avec traction aligné parallèlement à la direction du pli  $0^\circ$ , on pense généralement que les fissures transversales de la matrice apparaissent d'abord dans les plis  $90^\circ$  les plus faibles. Ces petites fissures se développent rapidement pour s'étendre latéralement et couvrir toute la couche de  $90^\circ$ , puis pénètrent dans les couches de  $0^\circ$  voisines. Ces fissures sont plus ou moins uniformément espacées. Avec l'application d'une charge, leur nombre augmente et atteint ensuite un niveau de saturation. Les fissures transversales induisent des concentrations de contraintes locales aux extrémités des fissures et impliquent une délamination inter-laminaire entre les couches à  $0^\circ$  et  $90^\circ$ . La délamination se développe à partir des pointes de fissures et libère les concentrations de contraintes locales.

Ainsi, le développement de l'utilisation de matériaux composites dans les structures nécessite la mise en place des outils nécessaires pour simuler le comportement mécanique des matériaux composites et analyser la structure en couches.

Dans la littérature, ces endommagements ont généralement été étudiés de manière séparée : les études portent soit sur la propagation des fissures transverses par une méthode analytique ou numérique Berthelot [2], soit sur un modèle analytique de délaminage J.-L. Rebière [3]. Cependant quelques auteurs étudient le rôle des fissures transverses dans le déclenchement du délaminage entre les couches. Par exemple, Wang et Karihaloo [4] étudient

le meilleur empilement (0, 45,90) pour réduire la concentration de contrainte en pointe de fissure et la constante de cisaillement en mode II à l'interface. En raison de l'hétérogénéité du matériau composite, des études probabilistes ont aussi été réalisées par deux approches : certains [5]- [2] utilisent un critère probabiliste sur la répartition de contrainte critique alors que D.T.G. Katerelos [6] utilise un critère de répartition aléatoire sur le taux de restitution d'énergie critique. [7]

## **1.2 Architecture d'un matériau composite :**

Un matériau composite est constitué de différentes phases nommées renforts et matrice. Lorsque le matériau composite est non endommagé, les renforts et la matrice sont parfaitement liés et il ne peut pas y avoir ni glissement ni séparation entre les différentes phases. Les renforts se présentent sous forme de fibres continues ou discontinues. Le rôle du renfort est d'assurer la fonction de résistance mécanique aux efforts. La matrice assure quant à elle la cohésion entre les renforts de manière à répartir les sollicitations mécaniques. L'arrangement des fibres, leur orientation permettent de renforcer les propriétés mécaniques de la structure. Les pièces structurelles sont réalisées par empilement de nappes (composites stratifiés) en optimisant les directions des renforts en fonction des charges qu'elles doivent subir. La nature de la résine ou du renfort est choisie en fonction de l'application finale visée. [8]

Les stratifiés sont constitués de couches successives (appelées parfois plis) de renforts (fils, stratifils, mats, tissus, etc.) imprégnés de résines. Ils en existent plusieurs types, dont le type qu'on va étudier qui est le stratifié à base de fils ou de tissus unidirectionnels.

### **1.2.1 Stratifiés à base de fils ou de tissus unidirectionnels :**

Les stratifiés à base de fils ou de tissus unidirectionnels constituent un type de stratifié de base auquel peut se ramener en théorie tout autre type de stratifié. Ces stratifiés sont constitués de couches de fils ou de tissus unidirectionnels, dont la direction est décalée dans chaque couche (voir figures 1-1 et 1-2).

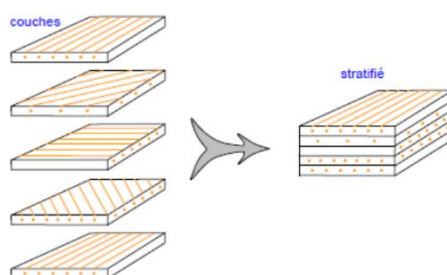


Figure 1-1 : Constitution d'un stratifié.

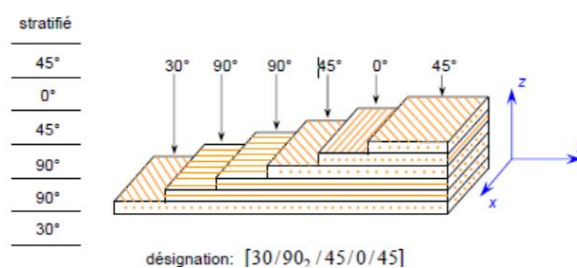


Figure 1-2 : Désignation d'un stratifié.

La désignation de ces stratifiés est généralement effectuée selon le code suivant :

1. Chaque couche est désignée par un nombre indiquant la valeur en degrés de l'angle que fait la direction des fibres avec l'axe x de référence.
2. Les couches successives sont séparées par un / si leurs angles sont différents.
3. Les couches successives de même orientation sont désignées par un indice numérique.
4. Les couches sont nommées successivement en allant d'une face à l'autre.

Des crochets (ou parenthèses) indiquent le début et la fin du code.

La désignation dépend du système d'axes choisi.

Lorsque des couches sont orientées à des angles égaux en valeurs absolues, mais de signes opposés, les signes + ou - sont utilisés. La convention pour les angles positifs ou négatifs dépend du système d'axes choisi : une inversion peut apparaître suivant le choix effectué.

### **1.3 Les mécanismes de rupture dans un matériau composite unidirectionnel :**

Un mécanisme de rupture est tout processus mécanique produisant au sein d'un matériau une "discontinuité" locale de matière appelée fissure. Il est usuel de parler d'initiation de la rupture et de propagation de la rupture.

L'initiation de la rupture peut être considérée comme la création de microfissures à l'échelle microscopique (celle des constituants) à partir d'un défaut. On parlera de microfissuration. La propagation de la rupture est le résultat de la création de nouvelles surfaces de rupture à l'échelle macroscopique (plusieurs fois celle des constituants), à partir des microfissures existantes. On parlera également de macrofissuration. Dans le cas des matériaux composites, l'initiation de la rupture se produit généralement bien avant l'observation d'un changement du comportement macroscopique.

La rupture finale d'un composite unidirectionnel est le résultat de l'accumulation de divers mécanismes élémentaires :

- La rupture des fibres,
- La rupture transverse de la matrice,
- La rupture longitudinale de la matrice,
- La rupture de l'interface fibre-matrice.

Généralement, un mécanisme n'est pas isolé, mais divers mécanismes coexistent. Ces mécanismes se développent suivant la nature des matériaux et les conditions de sollicitations mécaniques imposées.

#### **1.3.1 La rupture des fibres :**

Dans un matériau composite unidirectionnel soumis à des sollicitations mécaniques, la rupture des fibres intervient lorsque la contrainte de traction dans une fibre atteint la contrainte à la rupture de la fibre. La rupture de la fibre produit une concentration de contraintes au voisinage de la rupture. La redistribution de ces contraintes, et par conséquent le processus de rupture résultant, dépend principalement : de la contrainte à la rupture des

fibres, de la capacité de la matrice à absorber l'énergie libérée, des propriétés de l'interface fibre-matrice, etc.

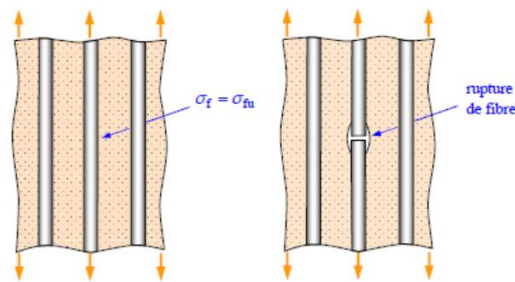


Figure 1-3 : Rupture de fibre.

### 1.3.2 La rupture de la matrice :

La fissuration de la matrice peut se produire, soit par fissuration transverse lorsque la contrainte en traction dans la matrice atteint la contrainte à la rupture de la matrice, soit par fissuration longitudinale lorsque la contrainte de cisaillement dans la matrice atteint la contrainte en cisaillement à la rupture, généralement au voisinage d'une fibre. Ce dernier mode de rupture, appelé “splitting” par les anglo-saxons, se produit lorsque la contrainte de décohésion est supérieure à la contrainte en cisaillement à la rupture de la matrice. Dans le cas contraire, il se produit une rupture par décohésion de l'interface fibre-matrice.

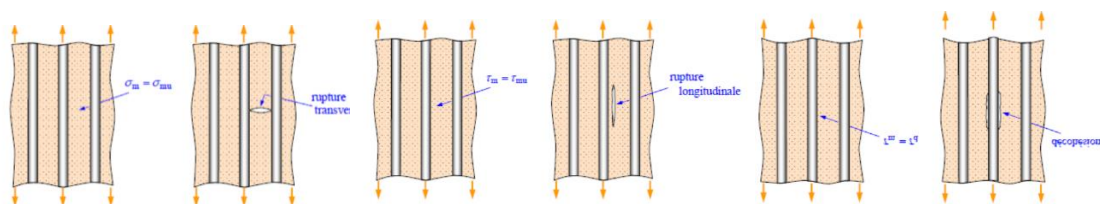


Figure 1-4 : Rupture de la matrice.

Dans le cas d'un composite unidirectionnel soumis à une traction longitudinale, l'initiation de la rupture se produit généralement soit par rupture des fibres lorsque la déformation à la rupture des fibres est plus faible que celle de la matrice, soit par rupture transverse de la matrice dans le cas contraire.

### 1.3.3 La rupture des stratifiés :

Dans le cas de stratifiés, aux mécanismes élémentaires décrits précédemment (Décohésion fibre-matrice, rupture longitudinale de la matrice, rupture transverse de la matrice, rupture de fibres), s'ajoute un mécanisme de rupture entre les couches, appelé rupture par délaminage. Les mécanismes de rupture induits dépendent de la nature des constituants, de l'architecture des couches et du mode de sollicitation mécanique imposé.

Dans notre cas (un stratifié croisé soumis à une traction dans la direction  $0^\circ$ ), le premier phénomène de rupture observé est celui de la fissuration des couches orientées à  $90^\circ$ . La fissuration se produit par rupture longitudinale de la matrice ou/et par rupture de l'interface fibre-matrice dans les couches orientées à  $90^\circ$ . Cette fissuration conduit à la formation de fissures orientées transversalement à la direction du chargement mécanique.

Ainsi, cette fissuration initiale des couches à  $90^\circ$  est appelée fissuration transverse du stratifié croisé. Lorsque le chargement mécanique est augmenté, le nombre de fissures croît jusqu'à atteindre un état de saturation de la fissuration. Les fissures transverses créent en pointes de fissures, entre les couches orientées à  $90^\circ$  et à  $0^\circ$ , des concentrations de contraintes qui conduisent à l'initiation puis à la propagation du délaminage à l'interface entre les couches. Ce délaminage se développe ensuite jusqu'à la rupture finale du stratifié par rupture des fibres et de la matrice dans les couches à  $0^\circ$  [9].

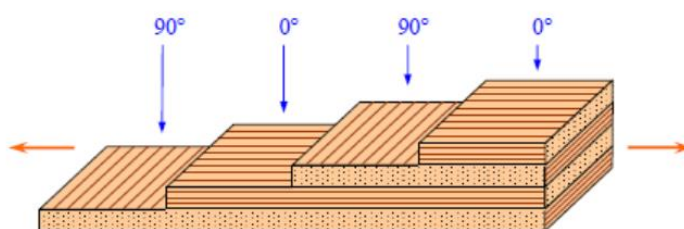


Figure 1-5 : Stratifié croisé soumis à une traction longitudinale.

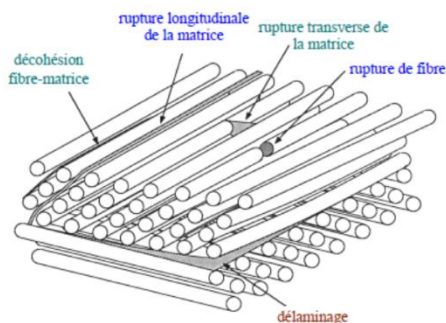


Figure 1-6 : Mécanismes de rupture d'un stratifié croisé.



### 1.3.4 La densité de fissures et son évolution :

Pour les stratifiés de type  $[0_n, 90_m]$ , la seule dégradation du pliage est la fissuration intra-laminaire. Le nombre de fissures peut être calculé pour obtenir la densité des fissures (la longueur du nombre de fissures donné).

Reifsnider [10] a montré que la densité des fissures augmentait de façon monotone et atteignait la saturation. Généralement, la courbe de densité de fissure en fonction de la charge appliquée est une courbe en S montrant trois étapes : le seuil initial, l'augmentation continue de la densité de fissure avec l'augmentation du niveau de charge et l'état de saturation final de la fissure. Malgré l'augmentation du stress, la densité reste la même. Cette forme de courbe peut être prouvée par le fait que la probabilité de nouvelles fissures obéit plus ou moins à la loi de type Weibull.

En effet, l'existence d'un grand nombre de fissures va produire un champ de contraintes inégal au niveau des plis des fissures, ralentissant ainsi la vitesse des fissures. Lors du transfert de charge entre les plis de fissure et les plis adjacents, au niveau de l'interface près du point de fissure, les contraintes impliquées peuvent dépasser le seuil de plasticité ou résister au délaminage, provoquant l'un de ces phénomènes Garret [11]. Par conséquent, la contrainte est relâchée et aucune nouvelle fissure ne peut se produire. Cependant, ces phénomènes peuvent ne pas se produire, ce qui n'entraînera aucune modification de l'état de fissuration, et n'atteindra donc pas le plateau de saturation.

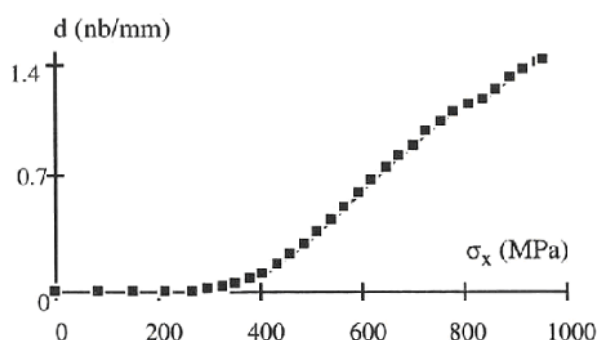


Figure 1-7: Evolution de la densité de fissures en fonction de la contrainte de traction au niveau du pli à  $90^\circ$  d'un stratifié carbone /époxy de séquence  $[0_m, 90_n]_s$ .

#### 1.4 Présentation du problème :

Considérons un type de stratifié croisé symétrique  $[\theta_m/90_n]_s$ , soumis à une traction uniaxiale. La couche orientée à  $90^\circ$ , par rapport à l'axe de sollicitation, est endommagée par des fissures transverses. Au point de fissure, la concentration des contraintes conduit à l'initiation d'un délaminage à l'interface entre les couches orientées à  $90^\circ$  et à  $0^\circ$ , qui conduit ainsi à sa propagation.

Dans un premier temps, le problème à résoudre est celui du calcul des variations longitudinales des contraintes de cisaillement en employant une approche numérique utilisant un modèle par éléments finis (ABAQUS) qu'on validera avec les résultats d'un modèle analytique [2] basé sur la méthode de diffusion de cisaillement (Shear Lag) qui s'intéresse à l'étude du champ de déplacement.

La deuxième étape consiste en l'analyse de l'influence des conditions hygrothermiques sur le comportement mécanique d'un matériau composite  $[\theta_m/90_n]_s$  soumis à une traction uniaxiale et endommagé par des fissurations transversales et délaminage en utilisant une analyse numérique.

#### 1.5 Travaux effectués :

L'étude de chacun des mécanismes d'endommagement évoqués ci-dessus est indispensable, car tous les travaux expérimentaux réalisés au cours des deux dernières décennies ont montré que les matériaux composites se modifient progressivement. Dans un état endommagé donné, il peut avoir des propriétés mécaniques très différentes du matériau sain. Plusieurs méthodes analytiques et numériques ont été développées pour prédire le comportement mécanique des matériaux composites endommagés et proposer des lois d'endommagement.

- Approches utilisant la diffusion de cisaillement :

Reifsnider [12]- [13] fut le premier à développer en 1977, une approche analytique modélisant le transfert de charge entre les couches orientées à  $90^\circ$  et  $0^\circ$  dans un stratifié croisé endommagé par fissuration transverse. La philosophie consiste à décomposer la demi-

épaisseur du stratifié en trois couches de rigidité différente : la couche longitudinale à  $0^\circ$ , la couche transverse à  $90^\circ$  et une couche fine riche en résine à l'interface  $0^\circ/90^\circ$ . L'auteur suppose ensuite que le transfert de charge se fait par diffusion de cisaillement dans la couche fine. L'épaisseur de la couche fine cisailée est obtenue expérimentalement de façon indirecte [12], [14]. Les contraintes normales obtenues par Reifsnider sont réparties de façon uniforme suivant l'épaisseur des couches.

Highsmith et Reifsnider [15] proposent un modèle permettant de traiter l'endommagement par fissuration transverse et fissuration longitudinale de stratifiés croisés, soumis à une traction uni axiale. Cette approche est basée sur la théorie de Pagano [16] en prenant comme hypothèse une variation linéaire de la contrainte normale suivant l'épaisseur des couches. Ce modèle prévoit des valeurs significatives des contraintes inter laminaires à l'interface, à l'intersection des fissures transverses et longitudinales. Ce qui est en bon accord avec les observations des délaminages locaux au niveau du croisement des fissures intra laminaires.

Garrett et Bailey [11] utilisent le même type d'approche que C.Zweben & A.S.D. Wang [17] pour prédire l'amorçage et la multiplication des fissures transverses. Les contraintes normales sont calculées à partir de la déformation moyenne de la couche transverse. La perte de rigidité obtenue à l'état de saturation est en bon accord avec les résultats expérimentaux pour des couches transverses épaisses. Dans cette approche, le déplacement longitudinal varie de façon linéaire suivant l'épaisseur de la couche transverse.

E.A Adda-Bedia, Bouazza, Tounsi et Benzair [18] ont étudié la prévision de la dégradation de la rigidité dans les matériaux composites fissurés. Les résultats obtenus montrent que l'augmentation de la densité de fissuration dans les composites  $[\theta_m/90_n]_s$ , engendre une perte de rigidité considérable surtout pour une densité de fissuration supérieure à  $\frac{1}{\text{mm}}$ .

- Effet hygrothermique :

L'influence du vieillissement hygrothermique sur le comportement mécanique d'un matériau composite endommagé par des fissurations a aussi fait l'objet de plusieurs études. Dans des circonstances variées, il s'avère que la présence d'eau diminue la durée de vie en endommagement de composites renforcés par fibres de verre ou fibres de carbone. L'importance des effets observés dépend ici aussi du type de matériau testé.

Mercier [19] a traité le vieillissement en milieu humide et l'endommagement par fissuration, de matériaux composites à matrice organique (CMO). La diffusion d'eau dans le matériau (matrice époxy renforcée par des fibres de verre) a été tout d'abord analysée expérimentalement, par détermination des cinétiques d'absorption sous différentes conditions d'humidité. Des baisses de différentes propriétés mécaniques en fonction de la quantité d'eau absorbée, ont été mises en évidence et quantifiées lors d'essais expérimentaux de traction. Les mécanismes physiques à l'origine de ces modifications ont été identifiés. Un mode d'endommagement particulier, la fissuration intra laminaire, ainsi que son couplage avec l'humidité, ont aussi été étudiés expérimentalement. Des différences entre évolutions réversibles et irréversibles des propriétés ont été mises en évidence et analysées en détail.

Benkeddad [20] a travaillé sur la prévision du comportement hygrothermique de structures soumises à des conditions de température et d'humidité. Un logiciel d'analyse des plaques stratifiées pour la détermination des contraintes et des déformations hygrothermiques transitoires à travers les plis a été conçu. La prise en compte des effets d'environnement sur les propriétés mécaniques n'a pas eu lieu.

- Méthodes numériques :

Berthelot et Leblond [21] développent un modèle bidimensionnel généralisé basé sur une approche déplacements d'un stratifié croisé endommagé par fissuration transverse. Les auteurs proposent un champ de déplacements piloté suivant l'épaisseur des couches par une fonction arbitraire à déterminer. Ils montrent que les meilleurs résultats, comparativement à l'analyse par éléments finis, sont obtenus en introduisant un cisaillement progressif dans la couche orientée à  $0^\circ$ . Les résultats alors obtenus pour la répartition des contraintes sont en bon accord avec les résultats déduits par le calcul éléments finis, excepté la contrainte normale longitudinale qui vérifie les conditions aux limites en termes de valeurs moyennes ainsi que la contrainte de cisaillement entre les couches orientées à  $0^\circ$  et  $90^\circ$ , au voisinage immédiat des fissures transverses.

A.S.D. Wang, Kishore et Li [22] proposent une modélisation 3D de calcul par éléments finis, permettant de prédire la cinétique d'endommagement des stratifiés croisés, en utilisant le taux de restitution d'énergie critique. Les auteurs étudient l'influence de l'épaisseur de la couche transverse et l'orientation des plis adjacents sur l'amorçage et la propagation des fissures transverses et du délaminage de bord pour des stratifiés de type  $[\theta/90_n]_s$ , en époxy de fibres de carbone. Ensuite, ils mettent en évidence l'influence de l'épaisseur de la couche

transverse sur l'initiation des fissures transverses, longitudinales et du délaminage local au niveau de l'intersection des fissures intra laminaires, à l'interface  $0^\circ/90^\circ$  des drapages  $[0_2/90_n]_s$ , ( $n=1,2, 4$ ) en époxyde-fibres de carbone.

### **1.6 Définition du sujet :**

Le but principal de notre travail est d'analyser le comportement mécanique d'un matériau composite  $[\theta/90_2]_s$  soumis à une traction uni axiale et endommagé par des fissurations transversales et délaminage et d'étudier par la suite l'influence des conditions hygrothermique sur son comportement.

La modélisation de la fissuration transverse et du délaminage pour les composites soumis à une traction uni-axiale est développée en utilisant un model analytique qui est le modèle modifié de Shear Lag ou de diffusion de cisaillement et en faisant l'analyse numérique par éléments finis.

La principale démarche de l'étude sera essentiellement la simulation numérique, par le code ABAQUS. Plusieurs résultats sont obtenus par l'exploitation de ce code et sont comparés aux résultats d'autres travaux réalisés afin d'enrichir l'interprétation des résultats.

## Chapitre 2

### **MODELISATION DE LA FISSURATION TRANSVERSE ET DU DELAMINAGE**

#### **Introduction :**

Pendant leur utilisation, les structures composites sont susceptibles de subir des dommages progressifs. La formation de fissures de la matrice dans les couches à  $90^\circ$  est le premier stade de l'endommagement lorsque les laminés composites  $[\theta_m/90_n]_s$  sont soumis à une charge de traction quasi-statique ou de fatigue. Les données expérimentales montrent que la fissuration transversale entraîne une réduction de rigidité dans les structures composites. Les chercheurs ont présenté différentes approches pour étudier l'influence des endommagements induits par la fissuration transversale des plis sur les propriétés des stratifiés  $[\theta_m/90_n]_s$  fissurés.

Après la fissuration transversale de la matrice dans les stratifiés composites  $[\theta_m/90_n]_s$ , il y a une forte concentration des contraintes interlaminaires à la pointe de la fissure. Cette contrainte induit souvent des délaminations locales à l'interface entre les laminés. Avec l'initiation et la croissance des délaminations locales, la résistance et la rigidité des stratifiés composites sont significativement altérées. Pour la plupart des structures composites, l'apparition de délaminages émanant de fissures transversales est considérée comme une cause suffisante pour retirer la structure du service. Ainsi, il est nécessaire d'étudier l'influence des délaminations locales qui s'initient et se développent à partir des pointes de fissures transversales [23].

La modélisation de la fissuration transversale et du délaminage est proposée par un schéma appelé modèle de transfert de charge de cisaillement, qui applique en fait une analyse de transfert de charge entre la fibre et la matrice à la fissuration transversale et au délaminage. Ces analyses sont basées sur l'hypothèse que les charges mécaniques sont transférées entre les couches  $0^\circ$  et  $90^\circ$  à travers une couche mince située à l'interface entre les couches. Le modèle de transfert de charge de cisaillement suppose que le déplacement longitudinal est constant sur toute l'épaisseur de la couche orientée  $0^\circ$ . Ils entraînent une contrainte de cisaillement

transversale nulle. Cette hypothèse simplifie grandement l'analyse, mais comme les modules de cisaillement transverse des couches  $0^\circ$  et  $90^\circ$  sont du même ordre de grandeur, elle n'est pas réaliste [24].

Dans ce chapitre, une étude par un modèle parabolique et progressive de diffusion de cisaillement (Shear Lag) contenant un délaminage induit par des fissurations transverses est proposé et représenter la distribution des contraintes pour différentes densités de fissuration dans un stratifié croisé et non croisé.

## **2.1 Modélisation analytique d'un stratifié endommagé avec des fissurations transverses et délaminage :**

### **2.1.1 Présentation du problème :**

Dans le modèle présent, un seul pli est défini comme un stratifié et modélisé comme une feuille orthotrope. Les axes principaux du matériau, comme le montre la figure 1, sont longitudinaux au fibre (noté 1), transversaux à la direction du fibre (noté 2), et normaux à la surface du stratifié (noté 3). La géométrie d'un stratifié avec délaminage local et fissures transversales est illustrée à la figure 2. Les fissures transversales sont supposées être uniformément espacées et s'étendre sur toute la largeur du stratifié, et tous le délaminage est supposé être initiées simultanément à partir des pointes des fissures transversales. Après le début des délaminations locales, le mode de dommage est dominé par la fracture interlaminaire.

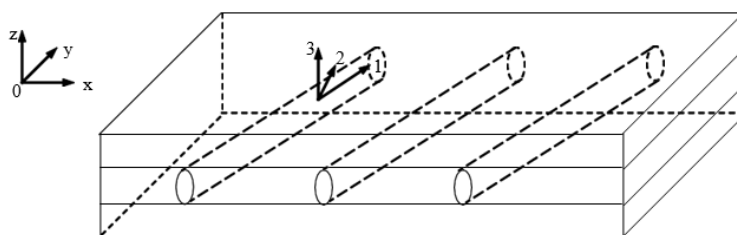


Figure 2-1 : Définition des axes du matériau pour le stratifié composite.

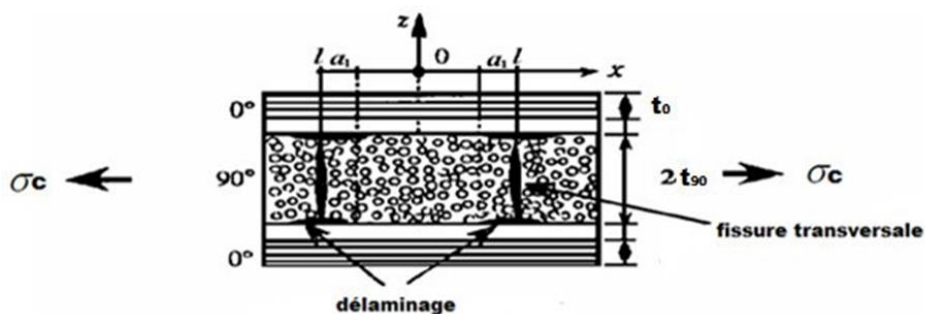


Figure 2-2 : Cellule élémentaire présentant à la fois des fissures transversales et des délaminations.

$t_{90}$  : l'épaisseur de la couche à  $90^\circ$ .

$2t_{\theta}$  : l'épaisseur de la couche à  $\theta^\circ$ .

$2l$  : distance entre deux fissures transverses consécutives.

$a_1$  : la longueur délaminée.

$\sigma_c$  : La contrainte appliquée.

## **2.1.2 Modélisation d'un stratifié contenant seulement des fissurations transverses :**

### **2.1.2.1 Modèle de diffusion par cisaillement :**

La résolution exacte du problème d'élasticité d'un stratifié endommagé par fissuration transverse, consiste à rechercher dans chaque cellule élémentaire les champs de déplacements, les champs de contraintes qui satisfont en chaque point les équations d'équilibre, les relations déformations déplacements les conditions de continuité aux frontières et les lois de comportement dans les couches à  $\theta^\circ$  et à  $90^\circ$ . L'approche déplacement (ou approche contraintes) recherche un champ de déplacement vérifiant l'ensemble de ces relations [21].

#### **2.1.2.1.1 Champs de déplacement :**

On considère une plaque de composite stratifié caractérisée par l'épaisseur  $2t_{90}$  de la couche à  $90^\circ$ , l'épaisseur  $t_{\theta}$  de la couche à  $\theta^\circ$  et la distance entre deux fissures consécutives  $2l$ . (Figure 2-3)



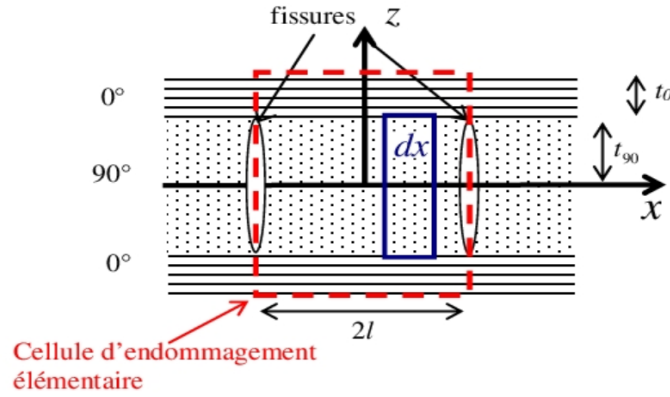


Figure 2-3 : fissuration transverse et cellule élémentaire.

Dans notre cas la couche extérieure du stratifié sera nommée  $\theta^\circ$  et Le modèle parabolique (Shear Lag) du 1er degré suppose une variation parabolique des déplacements longitudinaux dans les deux couches à  $\theta^\circ$  et  $90^\circ$ . Ainsi, les déplacements longitudinaux sont exprimés de la manière suivante [25] :

$$u_\theta(x, z) = \overline{u}_\theta(x) + f(z).A_\theta(x) \quad (2.1)$$

$$u_{90}(x, z) = \overline{u}_{90}(x) + \left(z^2 - \frac{t_{90}^2}{3}\right).A_{90}(x) \quad (2.2)$$

Où  $\overline{u}_\theta(x)$  et  $\overline{u}_{90}(x)$  sont respectivement les valeurs moyennes (évaluées dans l'épaisseur des couches) des déplacements longitudinaux  $u_\theta(x, z)$  et  $u_{90}(x, z)$  dans les couches à  $\theta^\circ$  et à  $90^\circ$ , tel que :

$$\overline{u}_\theta(x, z) = \frac{1}{t_\theta} \int_{t_{90}}^{t_{90}+t_\theta} u_\theta(x, z) dz \quad (2.3)$$

$$\overline{u}_{90}(x, z) = \frac{1}{t_{90}} \int_{-t_{90}}^{t_{90}} u_{90}(x, z) dz \quad (2.4)$$

La relation (2.4) exprime la variation parabolique du déplacement longitudinal dans l'épaisseur de la couche à  $90^\circ$ . La variation parabolique dans l'épaisseur de la couche à  $\theta^\circ$  est considérée dans le cas d'une analyse parabolique complète [25] étendue aux deux couches.

Les fonctions  $\overline{u}_\theta(x)$ ,  $\overline{u}_{90}(x)$ ,  $A_\theta(x)$ ,  $A_{90}(x)$  et  $f(z)$  sont à déterminer. La relation (2.4) est vérifiée par le choix (2.2) de  $u_{90}(x, z)$  alors que la relation (2.3) impose que la fonction  $f(z)$  vérifie la relation :[

$$\int_{t_{90}}^{t_{90}+t_\theta} f(z).dz = 0 \quad (2.5)$$

Ensuite, la condition de continuité sur les déplacements entre les couches à  $\theta^\circ$  et à  $90^\circ$  :

$$u_\theta(x, \pm t_{90}) = u_{90}(x, \pm t_{90}) \quad (2.6)$$

Impose alors la relation :

$$\overline{u}_\theta(x) + f(t_{90}) = \overline{u}_{90}(x) + \frac{2}{3}.t_{90}^2.A_{90}(x) \quad (2.7)$$

### 2.1.2.1.2 Contraintes de cisaillement :

Les contraintes de cisaillement dans chaque couche sont données par :

$$\sigma_{xz}^\theta = G_{xz}^\theta \cdot \gamma_{xz}^\theta \quad (2.8)$$

$$\sigma_{xz}^{90} = G_{xz}^{90} \cdot \gamma_{xz}^{90} \quad (2.9)$$

Avec :

$$\gamma_{xz}^i = \frac{\partial u_i}{\partial z} + \frac{\partial w_i}{\partial x} \quad \text{Avec } i = \theta, 90 \quad (2.10)$$

Sachant que  $G_{xz}^\theta$  et  $G_{xz}^{90}$  sont les modules de cisaillement transverses des couches à  $\theta^\circ$  et  $90^\circ$  respectivement.

Le modèle néglige la variation des déplacements transversaux  $w_i$  suivant la direction  $x$  (les angles de rotation de la déformé du plan moyen ( $\theta_z = \frac{\partial w_i}{\partial x}$ )), ce qui mène à :

$$\gamma_{xz}^i \approx \frac{\partial u_i}{\partial z} \quad (2.11)$$

D'où :

$$\sigma_{xz}^i \approx G_{xz}^i \cdot \frac{\partial u_i}{\partial z} \quad (2.12)$$

Par conséquent, les contraintes de cisaillement s'expriment de la manière suivante [25] :

$$\sigma_{xz}^\theta = G_{xz}^\theta \cdot f'(z) \cdot A_\theta(x) \quad (2.13)$$

$$\sigma_{xz}^{90} = 2 \cdot z \cdot G_{xz}^{90} \cdot A_{90}(x) \quad (2.14)$$

Avec :

$$f'(z) = \frac{\partial f}{\partial z} \quad (2.15)$$

Les contraintes dans la cellule élémentaire doivent satisfaire les conditions aux frontières ainsi que les conditions de continuité et de symétrie [26]:

$$\sigma_{xz}^{90}(x, 0) = 0 \quad (2.16)$$

$$\sigma_{xz}^{90}(x, \pm t_{90}) = \sigma_{xz}^\theta(x, \pm t_{90}) \quad (2.17)$$

$$\sigma_{zz}^{90}(x, \pm t_{90}) = \sigma_{zz}^\theta(x, \pm t_{90}) \quad (2.18)$$

$$\sigma_{xz}^\theta(x, t_\theta + t_{90}) = 0 \quad (2.19)$$

$$\sigma_{zz}^\theta(x, t_\theta + t_{90}) = 0 \quad (2.20)$$

$$\sigma_{xx}^{90}(\pm l, z) = 0 \quad (2.21)$$

$$\sigma_{xz}^{90}(\pm l, z) = 0 \quad (2.22)$$

La condition (2.19) sur la frontière latérale (aucune contrainte de cisaillement sur les surfaces latérales) [24] impose que :

$$f'(t_\theta + t_{90}) = 0 \quad (2.23)$$

La condition de continuité (2.17) de la contrainte de cisaillement à l'interface entre les couches à  $\theta^\circ$  et  $90^\circ$  conduit à :

$$A_\theta(x) = 2 \cdot \frac{G_{xz}^{90} \cdot t_{90}}{G_{xz}^\theta \cdot f'(t_{90})} \cdot A_{90}(x) \quad (2.24)$$

En associant les équations (2.7) et (2.24), nous obtenons l'expression des déplacements moyens :

$$\overline{u_{\theta}}(x) - \overline{u_{90}}(x) = \left[ \frac{2}{3} t_{90}^2 - 2 \cdot \frac{G_{xz}^{90} \cdot t_{90} \cdot f(t_{90})}{G_{xz}^{\theta} \cdot f'(t_{90})} \right] \cdot A_{90}(x) \quad (2.25)$$

La contrainte de cisaillement  $\tau(x)$  à l'interface entre les couches à  $\theta^{\circ}$  et  $90^{\circ}$  est définie par la relation suivante :

$$\tau(x) = \sigma_{xz}^{90}(x, t_{90}) \quad (2.26)$$

Elle est ensuite exprimée d'après la relation 2.14 par l'expression :

$$\tau(x) = 2 \cdot G_{xz}^{90} \cdot t_{90} \cdot A_{90}(x) \quad (2.27)$$

En introduisant ensuite la relation (2.25) dans (2.27), nous obtenons l'expression qui exprime la relation entre la contrainte de cisaillement à l'interface et les déplacements longitudinaux moyens dans les couches à  $\theta^{\circ}$  et  $90^{\circ}$  :

$$\tau(x) = \frac{3 \cdot G}{t_{90}} [\overline{u_{\theta}}(x) - \overline{u_{90}}(x)] \quad (2.28)$$

Où  $G$  est le paramètre de cisaillement défini de la sorte :

$$G = \frac{G_{xz}^{90}}{1 - 3 \frac{G_{xz}^{90}}{G_{xz}^{\theta}} \cdot \frac{f(t_{90})}{t_{90} \cdot f'(t_{90})}} \quad (2.29)$$

Nous constatons que le paramètre de cisaillement est en fonction de la variation du déplacement longitudinal dans l'épaisseur de la couche à  $\theta^{\circ}$ .

### **2.1.2.1.3 Estimation des contraintes longitudinales moyennes et de la contrainte de cisaillement à l'interface :**

L'équation d'équilibre dans la couche à  $90^{\circ}$  est donnée par [25] :

$$\frac{\partial \sigma_{xx}^{90}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xz}^{90}}{\partial z} = 0 \quad (2.30)$$

Ou en faisant l'intégration par rapport à l'épaisseur :

$$\int_{-t_{90}}^{t_{90}} \frac{\partial \overline{\sigma_{xx}^{90}}}{\partial x} dz + \int_{-t_{90}}^{t_{90}} \frac{\partial \overline{\sigma_{xz}^{90}}}{\partial z} dz = 0 \quad (2.31)$$

Cette relation mène à :

$$\frac{d \overline{\sigma_{xx}^{90}}}{dx} = -\frac{1}{t_{90}} \cdot \tau(x) \quad (2.32)$$

L'équation (2.32) exprime l'équilibre des forces longitudinales appliquées sur un élément de la couche à 90° (Figure 2-4) :

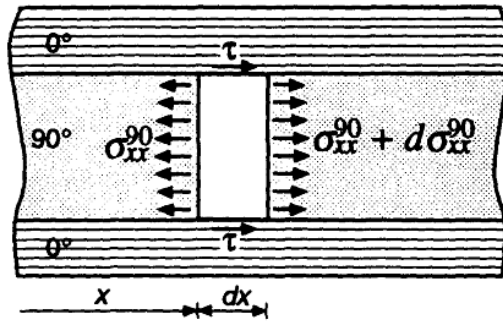


Figure 2-4 : Contraintes exercées sur un élément de la couche à 90°.

La contrainte moyenne longitudinale dans la couche à 90° définie par :

$$\overline{\sigma_{xx}^{90}}(x) = \frac{1}{2t_{90}} \int_{-t_{90}}^{t_{90}} \sigma_{xx}^{90}(x, z) dz \quad (2.33)$$

Les contraintes longitudinales moyennes dans les couches à 90° et à  $\theta^\circ$  sont reliées à la contrainte longitudinale moyenne  $\sigma_c$  appliquée au stratifié par la relation :

$$\alpha \overline{\sigma_{xx}^{-\theta}}(x) + \overline{\sigma_{xx}^{-90}}(x) = (1 + \alpha) \cdot \sigma_c \quad (2.34)$$

Où  $\alpha$  est le rapport des épaisseurs de la couche à  $\theta^\circ$  et de la couche à 90°, tel que :

$$\alpha = \frac{t_\theta}{t_{90}} \quad (2.35)$$

Le modèle fait ensuite l'hypothèse que les contraintes moyennes dans les couches à  $\theta^\circ$  et 90° sont liées aux déformations moyennes par les relations :

$$\overline{\sigma_{xx}^{-\theta}} = E_\theta \cdot \overline{\varepsilon_{xx}^{-\theta}} \quad \text{Avec} \quad \overline{\varepsilon_{xx}^{-\theta}} = \frac{d \overline{u_\theta}}{dx} \quad (2.36)$$

$$\bar{\sigma}_{xx}^{-90} = E_{90} \cdot \bar{\varepsilon}_{xx}^{-90} \text{ Avec } \bar{\varepsilon}_{xx}^{-90} = \frac{d\bar{u}_{90}}{dx} \quad (2.37)$$

Où  $E_{\theta}$  et  $E_{90}$  sont les modules d'Young respectivement des couches à  $\theta^\circ$  et à  $90^\circ$ . En dérivant par rapport à  $x$  la relation (2.28) nous obtenons :

$$\frac{d\tau}{dx} = \frac{3G}{t_{90}} \left[ \frac{d\bar{u}_{\theta}}{dx} - \frac{d\bar{u}_{90}}{dx} \right] \quad (2.38)$$

En tenant compte des expressions (2.32), (2.36) et (2.37), la relation précédente devient :

$$\frac{d^2 \bar{\sigma}_{xx}^{-90}}{dx^2} = -\frac{3G}{t_{90}} \left[ \frac{\bar{\sigma}_{xx}^{-\theta}}{E_{\theta}} - \frac{\bar{\sigma}_{xx}^{-90}}{E_{90}} \right] \quad (2.39)$$

Ensuite, en employant la relation (2.34), nous obtenons :

$$\frac{d^2 \bar{\sigma}_{xx}^{-90}}{dx^2} = -\frac{3G}{t_{90}^2} \left[ \frac{1+\alpha}{\alpha \cdot E_{\theta}} \cdot \sigma_c - \frac{\alpha \cdot E_{\theta} + E_{90}}{\alpha \cdot E_{\theta} \cdot E_{90}} \cdot \bar{\sigma}_{xx}^{-90} \right] \quad (2.40)$$

$$\frac{d^2 \bar{\sigma}_{xx}^{-90}}{dx^2} = -\frac{3G(t_{\theta} + t_{90})}{t_{90}^2 \cdot t_{\theta} \cdot E_{\theta} \cdot E_{90}} \left[ \frac{\alpha \cdot E_{\theta} + E_{90}}{1+\alpha} \cdot \bar{\sigma}_{xx}^{-90} - E_{90} \cdot \sigma_c \right] \quad (2.41)$$

En introduisant le module longitudinal du stratifié non endommagé, donné par la loi des mélanges :

$$E_x^0 = \frac{\alpha \cdot E_{\theta} + E_{90}}{1+\alpha} \quad (2.42)$$

La relation (2.41) s'écrit finalement sous sa forme réduite :

$$\frac{d^2 \bar{\sigma}_{xx}^{-90}}{dx^2} - \lambda^2 \bar{\sigma}_{xx}^{-90} = -\frac{E_{90}}{E_x^0} \sigma_c \cdot \lambda^2 \quad (2.43)$$

$$\lambda^2 = \frac{3G(t_{\theta} + t_{90})E_x^0}{t_{90}^2 \cdot t_{\theta} \cdot E_{\theta} \cdot E_{90}} \quad (2.44)$$

L'équation différentielle (2.43) a une solution de la forme :

$$\bar{\sigma}_{xx}^{-90}(x) = A.\cosh \lambda x + B.\sinh \lambda x + \frac{E_{90}}{E_x^0} \sigma_c \quad (2.45)$$

La contrainte de cisaillement à l'interface entre les couches s'écrit d'après (2.33) :

$$\tau(x) = -\lambda.t_{90}.(A.\sinh \lambda x + B.\cosh \lambda x) \quad (2.46)$$

Les constantes A et B sont déterminées de manière à vérifier les conditions suivantes :

- Les surfaces des fissures ne supportent aucune contrainte longitudinale :

$$\bar{\sigma}_{xx}^{-90}(l) = 0 \quad (2.47)$$

- La condition de symétrie de la contrainte de cisaillement inter laminaire :

$$\tau(0) = 0 \quad (2.48)$$

Ces conditions conduisent ainsi aux expressions de la contrainte longitudinale moyenne dans la couche à 90° et de la contrainte de cisaillement à l'interface entre les couches :

$$\bar{\sigma}_{xx}^{-90} = \sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \left( 1 - \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \right) \quad (2.49)$$

$$\tau(x) = \sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^0} \eta \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \quad (2.50)$$

La contrainte longitudinale moyenne dans la couche à  $\theta^\circ$  est ensuite déduite de la relation (2.34) :

$$\bar{\sigma}_{xx}^{-\theta} = \sigma_c \frac{E_\theta}{E_x^0} \left( 1 + \frac{t_{90}}{t_\theta} \frac{E_{90}}{E_\theta} \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \right) \quad (2.51)$$

Les expressions (2.49), (2.50) et (2.51) introduisent le rapport géométrique de fissuration :

$$a = \frac{l}{t_{90}} \quad (2.52)$$

Et le paramètre de transfert de charge :

$$\eta^2 = \lambda^2 t_{90}^2 = 3 \left( 1 + \frac{1}{\alpha} \right) \cdot \frac{G \cdot E_x^0}{E_\theta \cdot E_{90}} \quad (2.53)$$

#### 2.1.2.1.4 Détermination du champ de déplacements et du champ de contraintes :

La comparaison des équations (2.27) et (2.50) nous permet de trouver l'expression de la fonction  $A_{90}(x)$  :

$$A_{90}(x) = \sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x^0} \cdot \frac{1}{2 \cdot G_{xz}^{90} \cdot t_{90}} \cdot \eta \cdot \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \quad (2.54)$$

Ensuite, la relation (2.24) nous permet d'obtenir l'équation de la fonction  $A_\theta(x)$  :

$$A_\theta(x) = \sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x^0} \cdot \frac{1}{G_{xz}^\theta \cdot f'(t_{90})} \cdot \eta \cdot \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \quad (2.55)$$

En reportant ces expressions dans les expressions (2.1) et (2.2) puis (2.12) et (2.13) nous obtenons les déplacements longitudinaux et les contraintes de cisaillement transverse dans les couches à  $\theta^\circ$  et à  $90^\circ$  :

$$u_\theta(x, z) = \overline{u_\theta(x)} + \sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x^0} \cdot \frac{1}{G_{xz}^\theta \cdot f'(t_{90})} \cdot \eta \cdot \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \cdot f(z) \quad (2.56)$$

$$u_{90}(x, z) = \overline{u_{90}(x)} + \sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x^0} \cdot \frac{1}{2 \cdot G_{xz}^{90} \cdot t_{90}} \cdot \eta \cdot \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \cdot \left( z^2 - \frac{t_{90}^2}{3} \right) \quad (2.57)$$

$$\sigma_{xz}^\theta(x, z) = \sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x^0} \cdot \eta \cdot \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \cdot \frac{f'(z)}{f'(t_{90})} \quad (2.58)$$

$$\sigma_{xz}^{90}(x, z) = \sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x^0} \cdot \eta \cdot \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \cdot \frac{z}{t_{90}} \quad (2.59)$$



Les contraintes longitudinales dans les couches à  $\theta^\circ$  peuvent être ensuite évaluées à partir de la relation contrainte-déformation :

$$\sigma_{xx}^i(x, z) = E_i \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x} \quad \text{Avec } i = \theta, 90 \quad (2.60)$$

Ce qui nous donne :

$$\sigma_{xx}^\theta(x, z) = \bar{\sigma}_{xx}^\theta(x) + \sigma_c \cdot \frac{E_\theta \cdot E_{90}}{E_x \cdot G_{xz}^\theta} \cdot \frac{1}{t_{90} \cdot f'(t_{90})} \cdot \eta^2 \cdot \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \cdot f(z) \quad (2.61)$$

$$\sigma_{xx}^{90}(x, z) = \bar{\sigma}_{xx}^{90}(x) + \sigma_c \cdot \frac{E_{90}^2}{2 \cdot E_x \cdot G_{xz}^{90}} \cdot \eta^2 \cdot \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \cdot \left( \frac{z^2}{t_{90}^2} - \frac{1}{3} \right) \quad (2.62)$$

Enfin, les contraintes normales transverses  $\sigma_{zz}^i(x, z)$  peuvent être déduites des équations d'équilibre :

$$\frac{\partial \sigma_{xz}^i}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zz}^i}{\partial z} = 0 \quad \text{Avec } i = \theta, 90 \quad (2.63)$$

Soit :

$$\frac{\partial \sigma_{zz}^\theta}{\partial z} = -\sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x} \cdot \frac{\eta^2 a}{l} \cdot \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \cdot \frac{f'(z)}{f'(t_{90})} \quad (2.64)$$

$$\frac{\partial \sigma_{zz}^{90}}{\partial z} = -\sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x} \cdot \frac{\eta^2 a}{l} \cdot \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \cdot \frac{z}{t_{90}} \quad (2.65)$$

En intégrant ces expressions et en considérant les conditions aux limites et à l'interface données par les relations (2.17) et (2.19) nous obtenons [25] :

$$\sigma_{zz}^\theta(x, z) = -\sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x} \cdot \eta^2 \cdot \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \cdot \frac{f(t_{90}) - f(t_\theta + t_{90})}{t_{90} \cdot f'(t_{90})} \quad (2.66)$$

$$\sigma_{zz}^{90}(x, z) = -\sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x} \cdot \eta^2 \cdot \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \cdot \left( \frac{z^2}{2 \cdot t_{90}^2} - \frac{1}{2} + \frac{f(t_{90}) - f(t_\theta + t_{90})}{t_{90} \cdot f'(t_{90})} \right) \quad (2.67)$$

### 2.1.2.1.5 Estimation du déplacement longitudinal dans les couches à $\theta^\circ$ :

L'analyse parabolique complète fait l'hypothèse d'une variation parabolique du déplacement longitudinal à travers l'épaisseur de la couche à  $90^\circ$  et à travers l'épaisseur de la couche à  $\theta^\circ$ , alors que les analyses initiales telle l'analyse de STEIF [27] considère un déplacement longitudinal parabolique à travers l'épaisseur de la couche à  $90^\circ$  et constant à travers l'épaisseur de la couche à  $\theta^\circ$ . Dans le cas d'une analyse parabolique complète, la fonction  $f(z)$  est écrite sous la forme :

$$f(z) = z^2 + Bz + C \quad (2.68)$$

En tenant compte des conditions (2.5) et (2.22), la fonction  $f(z)$  s'écrit de la façon suivante :

$$f(z) = z^2 - 2.(t_\theta + t_{90})z + \frac{2}{3}.t_\theta^2 + 2.t_\theta.t_{90} + t_{90}^2 \quad (2.69)$$

Le paramètre de cisaillement (2.31) est alors donné par :

$$G = \frac{G_{xz}^{90}}{1 + \alpha \cdot \frac{G_{xz}^{90}}{G_{xz}^\theta}} \quad (2.70)$$

Où  $\alpha$  est le rapport des épaisseurs de couches, introduit en (2.35).

L'introduction des expressions précédentes dans les relations (2.56) à (2.67), conduit aux expressions des déplacements longitudinaux et des contraintes :

$$u_\theta(x, z) = \bar{u}_\theta(x) - \sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x^0} \cdot \frac{1}{2.G_{xz}^\theta.t_\theta} \cdot \eta \cdot \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \left( z^2 - 2(t_\theta + t_{90})z + \frac{2}{3}t_\theta^2 + 2.t_\theta.t_{90} + t_{90}^2 \right) \quad (2.71)$$

$$u_{90}(x, z) = \bar{u}_{90}(x) + \sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x^0} \cdot \frac{1}{2.G_{xz}^{90}.t_{90}} \cdot \eta \cdot \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \left( z^2 - \frac{t_{90}^2}{3} \right) \quad (2.72)$$

$$\sigma_{xx}^{-\theta}(x) = \sigma_c \cdot \frac{E_\theta}{E_x^0} \cdot \left( 1 + \frac{t_{90} \cdot E_{90}}{t_\theta \cdot E_\theta} \cdot \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \right) \quad (2.73)$$

$$\sigma_{xx}^{-90}(x) = \sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x^0} \cdot \left( 1 - \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \right) \quad (2.74)$$

$$\sigma_{90} = \sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x^0} \quad (2.75)$$

$$\sigma_{xx}^\theta(x, z) = \sigma_{xx}^{-\theta}(x) - \sigma_c \cdot \frac{E_\theta \cdot E_{90}}{E_x^0 \cdot G_{xz}^\theta} \cdot \frac{1}{2t_\theta t_{90}} \cdot \eta^2 \cdot \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \left( z^2 - 2(t_\theta + t_{90})z + \frac{2}{3}t_\theta^2 + 2t_\theta t_{90} + t_{90}^2 \right) \quad (2.76)$$

$$\sigma_{xx}^{90}(x, z) = \sigma_{xx}^{-90}(x) + \sigma_c \cdot \frac{E_{90}^2}{2E_x^0 \cdot G_{xz}^{90}} \cdot \eta^2 \cdot \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \left( \frac{z^2}{t_{90}^2} - \frac{1}{3} \right) \quad (2.77)$$

$$\sigma_{xz}^\theta(x, z) = \sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x^0} \cdot \eta \cdot \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \left( \frac{2 \cdot z - 2(t_\theta + t_{90})}{2t_\theta} \right) \quad (2.78)$$

$$\sigma_{xz}^{90}(x, z) = \sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x^0} \cdot \eta \cdot \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \cdot \frac{z}{t_{90}} \quad (2.79)$$

$$\tau(x) = \sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x^0} \cdot \eta \cdot \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \quad (2.80)$$

$$\sigma_{zz}^\theta(x, z) = \sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x^0} \cdot \eta^2 \cdot \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \cdot \frac{t_\theta^2}{2t_\theta t_{90}} \quad (2.81)$$

$$\sigma_{zz}^{90}(x, z) = -\sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x^0} \cdot \eta^2 \cdot \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \cdot \left( \frac{z^2 - t_\theta t_{90} - t_{90}^2}{2t_{90}^2} \right) \quad (2.82)$$

### 2.1.2.1.6 Prise en compte d'un cisaillement progressif dans la couche à $\theta^\circ$ :

Le développement de l'analyse généralisée introduit seulement deux conditions (2.5) et (2.22) que doit satisfaire la fonction  $f(z)$ . Ensuite le choix de cette fonction, doit être tel, que la fonction décrive au mieux le comportement réel du stratifié.

La fonction  $f(z)$  qui décrit au mieux le comportement est sous la forme [28]:

$$f(z) = A - \cosh \beta(t_\theta + t_{90} - z) \quad (2.83)$$

Où A et  $\beta$  sont des coefficients à déterminer. Cette fonction satisfait la condition (2.22)

Ensuite la condition (2.5) impose :

$$A = \frac{\sinh \beta t_\theta}{\beta t_\theta} \quad (2.84)$$

Et la fonction  $f(z)$  s'écrit :

$$f(z) = \frac{\sinh \alpha \eta_t}{\alpha \eta_t} - \cosh \eta_t \left( 1 + \alpha - \frac{z}{t_{90}} \right) \quad (2.85)$$

Avec

$$\eta_t = \beta \cdot t_{90} \quad (2.86)$$

Le paramètre  $\eta_t$  apparaît comme paramètre de transfert du chargement mécanique à travers l'épaisseur de la couche à  $\theta^\circ$ . En tenant compte des considérations précédentes (effets des paramètres  $E_\theta$ ,  $G_{xz}^\theta$  et  $a$ ), différentes expressions de  $\eta_t$  ont été considérées. Les meilleurs résultats ont été obtenus en prenant :

$$\eta_t = \frac{E_\theta}{G_{xz}^\theta} \cdot \frac{1}{a} \quad (2.87)$$

Les choix de  $f(z)$  et du paramètre  $\eta_t$  sont associés à une compréhension inspirée du phénomène de transfert mis en jeu [29].

Comme précédemment dans le cas de la variation parabolique, les expressions des déplacements longitudinaux et des contraintes sont obtenues à partir des expressions (2.56) à (2.67) nous obtenons :

$$u_{\theta}(x, z) = \overline{u_{\theta}}(x) + \sigma_c \cdot \frac{E_{90} \cdot t_{90}}{E_x^0 \cdot G_{xz}^{\theta}} \cdot \frac{\eta}{\eta_t} \cdot \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \cdot \left( \frac{1}{\alpha \eta_t} - \frac{\cosh \eta_t \left( 1 + \alpha - \frac{z}{t_{90}} \right)}{\sinh \alpha \eta_t} \right) \quad (2.88)$$

$$u_{90}(x, z) = \overline{u_{90}}(x) + \sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x^0} \cdot \frac{1}{2 \cdot G_{xz}^{90} \cdot t_{90}} \cdot \eta \cdot \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \cdot \left( z^2 - \frac{t_{90}^2}{3} \right) \quad (2.89)$$

$$\sigma_{xz}^{\theta}(x, z) = \sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x^0} \cdot \eta \cdot \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \cdot \frac{\sinh \eta_t \left( 1 + \alpha - \frac{z}{t_{90}} \right)}{\sinh \alpha \eta_t} \quad (2.90)$$

$$\sigma_{xz}^{90}(x, z) = \sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x^0} \cdot \eta \cdot \frac{\sinh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \cdot \frac{z}{t_{90}} \quad (2.91)$$

$$\sigma_{xx}^{\theta}(x, z) = \overline{\sigma_{xx}^{\theta}}(x) + \sigma_c \cdot \frac{E_{90} \cdot E_{\theta}}{E_x^0 \cdot G_{xz}^{\theta}} \cdot \frac{\eta^2}{\eta_t} \cdot \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \cdot \left( \frac{1}{\alpha \eta_t} - \frac{\cosh \eta_t \left( 1 + \alpha - \frac{z}{t_{90}} \right)}{\sinh \alpha \eta_t} \right) \quad (2.92)$$

$$\sigma_{xx}^{90}(x, z) = \overline{\sigma_{xx}^{90}}(x) + \sigma_c \cdot \frac{E_{90}^2}{2 \cdot E_x^0 \cdot G_{xz}^{90}} \cdot \eta^2 \cdot \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \cdot \left( \frac{z^2}{t_{90}^2} - \frac{1}{3} \right) \quad (2.93)$$

$$\tau(x) = -\sigma_c \cdot \frac{1}{a} \cdot \frac{\partial(\overline{\sigma_{xx}^{90}}(x))}{\partial x} \quad (2.94)$$

$$\sigma_{zz}^{\theta}(x, z) = \sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x^0} \cdot \eta^2 \cdot \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \cdot \frac{1 - \cosh \eta_t \alpha}{\eta_t \cdot \sinh \eta_t \alpha} \quad (2.95)$$

$$\sigma_{zz}^{90}(x, z) = -\sigma_c \cdot \frac{E_{90}}{E_x^0} \cdot \eta^2 \cdot \frac{\cosh \eta a \frac{x}{l}}{\cosh \eta a} \cdot \left( \frac{z^2}{2 \cdot t_{90}^2} - \frac{1}{2} - \frac{1 + \cosh \eta_t \alpha}{\sinh \eta_t \alpha} \right) \quad (2.96)$$

### 2.1.2.1.7 Calcul de la fonction de perturbation de contrainte :

Le model développé par Berthelot [25] sera modifié. En introduisant la fonction de perturbation de contrainte :

$$R(a) = \int_{-a}^{+a} \frac{\cosh(\xi \bar{x})}{\cosh(\xi a)} d\bar{x} = \frac{2}{\xi} \tanh(\xi a) \quad (2.97)$$

$$\xi^2 = \bar{G} \frac{t_{90} \cdot (t_{90} \cdot E_{90} + t_{\theta} \cdot E_{\theta})}{t_{\theta} \cdot E_{90} \cdot E_{\theta}} \quad (2.98)$$

Le coefficient  $\bar{G}$  dépend de l'hypothèse utilisée pour la couche cisillée et la distribution des contraintes de cisaillement, pour le cas d'une variation parabolique on a :

$$\bar{G} = \frac{3 \cdot G}{t_{90}} \quad (2.99)$$

La diffusion de cisaillement pour une cellule élémentaire est :

$$G = \frac{G_{xz}^{90}}{1 - 3 \cdot \frac{G_{xz}^{90}}{G_{xz}^{\theta}} \cdot \frac{f(t_{90})}{t_{90} \cdot f'(t_{90})}} \quad (2.100)$$

En remplaçant la fonction (2.70) dans (2.100) on aura la diffusion de cisaillement pour le modèle parabolique :

$$G = \frac{G_{xz}^{90}}{1 + \alpha \cdot \frac{G_{xz}^{90}}{G_{xz}^{\theta}}} \quad (2.101)$$

On utilise la fonction  $f(z)$  de la formule (2.85) pour le cas progressif, on aura la formule finale pour G :

$$G = \frac{G_{xz}^{90}}{1 + 3 \cdot \frac{G_{xz}^{90}}{G_{xz}^{\theta}} \cdot \frac{\alpha \eta_t (\tanh \alpha \eta_t)^{-1} - 1}{\alpha \eta_t^2}} \quad (2.102)$$

### 2.1.3 Modélisation d'un stratifié contenant des fissurations transversales avec délaminage :

Berthelot et Le Corre [2] ont développé une approche analytique pour évaluer les distributions de contraintes bidimensionnelles dans le cas de stratifiés à couches croisées contenant des délaminages provenant des extrémités des fissures transversales. L'analyse est basée sur une approche de déplacement, considérant que les déplacements longitudinaux dépendent des coordonnées longitudinales et transversales dans chaque couche.

Dans la partie sans délaminage, le champ de déplacement est supposé avoir la forme de cisaillement progressif considérée [25] dans le cas de la fissuration transversale. Dans la partie délaminée, le transfert de charge mécanique est supposé être obtenu par friction de cisaillement entre les couches délaminées. Pour des considérations de symétrie, la longueur délaminée est supposée être la même sur les interfaces inférieure et supérieure entre les couches  $\theta$  et  $90$ . Cependant, pour une cellule élémentaire donnée entre deux fissures consécutives, nous considérons que la longueur délaminée  $l_l$  sur la partie gauche peut différer de la longueur délaminée  $l_r$  sur la partie droite.

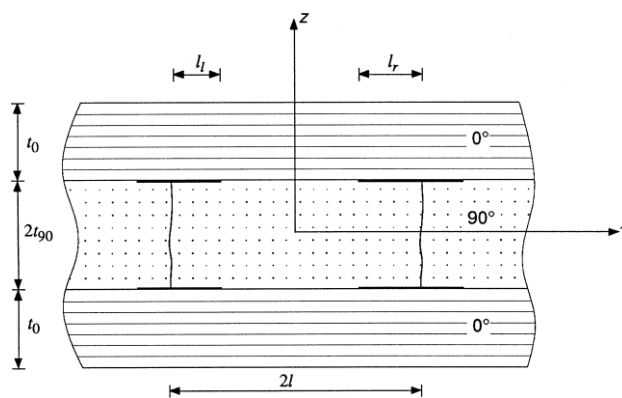


Figure 2-5: Cellule élémentaire présentant à la fois des fissures transversales et des délaminations.

#### 2.1.3.1 Distribution des contraintes dans la partie délaminée :

L'équilibre des forces longitudinales dans un élément de la couche 90 conduit à la relation :

$$\frac{d\bar{\sigma}_{xx}^{90}}{dx} = -\frac{1}{t_{90}}\tau(x) \quad (2.118)$$

Introduisant la contrainte longitudinale moyenne dans la couche 90 :

$$\bar{\sigma}_{xx}^{90}(x) = \frac{1}{2t_{90}} \int_{-t_{\theta}}^{t_{90}} \sigma_{xx}^{90}(x, z) dz \quad (2.119)$$

Où  $\tau(x)$  est la contrainte de cisaillement à l'interface entre les couches  $\theta$  et 90.

Dans la partie délaminée, le transfert de charge mécanique est obtenu par frottement, et la contrainte de cisaillement à l'interface entre les couches délaminées est supposée indépendante de la coordonnée longitudinale  $x$  :

$$\tau(x) = \pm\tau_f \quad (2.120)$$

Lorsque  $\tau_f$  est positif. Un signe plus est associé à  $x > 0$  et un signe moins à  $x < 0$ . En fait,  $\tau_f$  doit être considéré comme une valeur moyenne sur la longueur délaminée.

Si l'on considère que la contrainte normale longitudinale dans la couche 90 disparaît sur les plans de fissures transversales, l'intégration de l'équation (2.118) donne :

$$\bar{\sigma}_{xx}^{90} = \tau_f a \left(1 - \frac{|x|}{l}\right) \quad (2.121)$$

Introduisant le rapport d'aspect de la fissuration transversale :

$$a = l/t_{90} \quad (2.122)$$

Ensuite, la moyenne longitudinale dans les couches  $\theta$  peut être déduite de la relation :

$$\alpha\bar{\sigma}_{xx}^{\theta}(x) + \bar{\sigma}_{xx}^{90}(x) = (1 + \alpha)\sigma_c \quad (2.123)$$

Où  $\sigma_c$  est la contrainte longitudinale moyenne appliquée au stratifié à couches croisées et  $\alpha$  est le rapport d'épaisseur :

$$\alpha = t_{\theta}/t_{90} \quad (2.124)$$

Ainsi, les contraintes longitudinales moyennes entre la partie délaminée et la partie sans délaminage sont données par :

$$\bar{\sigma}_{xx}^{90}(-l + l_l) = \tau_f a \frac{l_l}{l} = \tau_f \frac{l_l}{t_{90}} = a_l \tau_f \quad (2.125)$$



$$\bar{\sigma}_{xx}^{90}(l - l_r) = \tau_f a \frac{l_r}{l} = \tau_f \frac{l_r}{t_{90}} = a_r \tau_f \quad (2.126)$$

Dans laquelle les longueurs délaminées ( $l$  et  $l_r$ ) ont été par rapport à l'épaisseur de la couche 90 :

$$a_l = l/t_{90}, a_r = l_r/t_{90} \quad (2.127)$$

### **2.1.3.2 Champ de déplacement et distribution des contraintes dans la partie sans délamination :**

#### **2.1.3.2.1 Champ de déplacement :**

L'étude du champ de contraintes et de la distribution des déformations dans la partie sans délaminage peut être réalisée par une analyse similaire à celle introduite dans le cas de l'analyse de la fissuration transversale sans délaminage [25]. La variation du déplacement longitudinal est supposée être progressive dans les couches  $\theta$  et parabolique dans la couche 90 :

$$u_\theta(x, z) = \bar{u}_\theta(x) + f(z)A_\theta(x) \quad (2.128)$$

$$u_{90}(x, z) = \bar{u}_{90}(x) + \left(z^2 - \frac{t_{90}^2}{3}\right)A_{90}(x) \quad (2.129)$$

Où  $\bar{u}_\theta(x)$  et  $\bar{u}_{90}(x)$  sont les valeurs moyennes respectives (estimées sur l'ensemble des épaisseurs de couche) de l'indice longitudinal déplacements  $u_\theta(x, z)$  et  $u_{90}(x, z)$  dans les couches  $\theta$  et 90. Les fonctions  $\bar{u}_\theta(x)$ ,  $\bar{u}_{90}(x)$ ,  $A_\theta(x)$ ,  $A_{90}(x)$ ,  $f(z)$  doivent être déterminées. La fonction  $f(z)$  tient compte de la variation du cisaillement transversal dans l'épaisseur de la couche  $\theta$ . Deux variations ont été considérées [25] dans le cas de la fissuration transversale sans délaminage : une variation parabolique et un cisaillement transversal progressif. Les résultats obtenus montrent que des résultats similaires sont obtenus pour les deux types de variations dans le cas de faibles densités de fissures transversales, alors qu'un cisaillement transversal progressif doit être considéré dans le cas de fortes densités de fissures. Selon ces résultats, nous considérons ici un cisaillement transversal progressif de la couche  $\theta$ , en prenant la fonction  $f(z)$  sous la forme introduite dans la référence [25]:

$$f(z) = \frac{\sinh \alpha \eta_t}{\alpha \eta_t} - \cosh \eta_t \left(1 + \alpha - \frac{z}{t_{90}}\right) \quad (2.130)$$

Où  $\eta_t$  est le paramètre de transfert de cisaillement transversal à travers les épaisseurs des  $\theta$  couches, exprimé comme suit :

$$\eta_t = \frac{E_\theta}{G_{xz}^\theta} \frac{1}{a_m} \quad (2.131)$$

Où  $E_\theta$  est le module de Young des couches  $\theta$ , et introduisant la longueur de la pièce sans délamination  $2a_m$  se rapportant à l'épaisseur de la couche 90 :

$$a_m = a - \frac{1}{2}(a_l + a_r) \quad (2.132)$$

Ensuite, la condition de continuité à l'interface entre les couches  $\theta$  et 90 impose la relation :

$$\bar{u}_\theta(x) + f(t_{90})A_\theta(x) = \bar{u}_{90}(x) + \frac{2}{3}t_{90}^2 A_{90}(x) \quad (2.133)$$

### 2.1.3.2.2 Contraintes de cisaillement :

Les contraintes de cisaillement dans les deux couches sont liées à la déformation de cisaillement transversal par les relations :

$$\sigma_{xz}^i = G_{xz}^i \gamma_{xz}^i, i = \theta, 90 \quad (2.134)$$

Avec :

$$\gamma_{xz}^i = \frac{\partial u_i}{\partial z} + \frac{\partial w_i}{\partial x}, i = \theta, 90 \quad (2.135)$$

Et en introduisant les modules de cisaillement transversal  $G_{xz}^\theta$  et  $G_{xz}^{90}$  des couches  $\theta$  et 90, respectivement.

Ensuite, l'analyse fait l'hypothèse que les variations du déplacement transversal  $w_i$  avec la coordonnée longitudinale  $x$  sont négligeables, ce qui conduit à :

$$\sigma_x^i \approx G_{xz}^i \frac{\partial u_i}{\partial z}, i = \theta, 90 \quad (2.136)$$

Ainsi, les contraintes de cisaillement sont exprimées comme suit :

$$\sigma_{xz}^{\theta} = G_x^{\theta} f'(z) A_{\theta}(x) \quad (2.137)$$

$$\sigma_{xz}^{90} = 2G_x^{90} z A_{90}(x) \quad (2.138)$$

Avec :

$$f'(z) = df/dz \quad (2.139)$$

La condition aux limites sur la surface latérale (la contrainte de cisaillement est nulle) est vérifiée par la fonction (2.130) et la continuité de la contrainte de cisaillement à l'interface entre les couches  $\theta$  et 90 conduit à la relation :

$$A_{\theta}(x) = 2 \frac{G_{xz}^{90} t_{90}}{G_x^{\theta} f'(t_{90})} A_{90}(x) \quad (2.140)$$

En combinant les équations (2.133) et (2.140), on obtient l'expression qui relie les déplacements longitudinaux moyens de des couches  $\theta$  et 90 :

$$\bar{u}_{\theta}(x) - \bar{u}_{90}(x) = \left[ \frac{2}{3} t_{90}^2 - 2 \frac{G_x^{90} t_{90}}{G_{xz}^{\theta} f'(t_{90})} f(t_{90}) \right] A_{90}(x) \quad (2.141)$$

La contrainte de cisaillement  $\tau(x)$  à l'interface entre les couches  $\theta$  et 90 est :

$$\tau(x) = \sigma_{xz}^{90}(x, t_{90}) \quad (2.142)$$

Et elle exprimé à partir de (2.138) par :

$$\tau(x) = 2G_{xz}^{90} t_{90} A_{90}(x) \quad (2.143)$$

Enfin, en introduisant (2.141) dans l'expression (2.143), on obtient la relation entre la contrainte de cisaillement à l'interface et les déplacements longitudinaux moyens dans les couches  $\theta$  et 90, qui peut s'écrire comme suit :

$$\tau(x) = \frac{3G}{t_{90}} [\bar{u}_{\theta}(x) - \bar{u}_{90}(x)] \quad (2.144)$$

Introduisons le paramètre de cisaillement :

$$G = \frac{G_{xz}^{90}}{1 + 3 \frac{\alpha \eta_t (\tanh \alpha \eta_t)^{-1} - 1 G_{xz}^{90}}{\alpha \eta_t^2} \frac{G_x^{\theta}}{G_{xz}^{\theta}}} \quad (2.145)$$

### 2.1.3.2.3 Champs de contraintes et de déplacements :

Les relations contrainte/déformation dans les couches  $\theta$  et  $90$  sont sous la forme :

$$\bar{\sigma}_{xx}^i = E_i \bar{\varepsilon}_{xx}^i \text{ avec } \bar{\varepsilon}_{xx}^i = \frac{\partial u_i}{\partial x}, i = \theta, 90 \quad (2.146)$$

Où  $E^\theta$  et  $E^{90}$  sont les modules d'Young des couches  $\theta$  et  $90$ , respectivement. L'équilibre des forces longitudinales est donné par la relation (2.118) et la relation entre les contraintes longitudinales moyennes par la relation (2.123). La combinaison de ces relations avec les expressions (2.144) et (2.146) conduit à l'équation différentielle donnant la contrainte longitudinale moyenne  $\bar{\sigma}_{xx}^{90}$  dans la couche  $90$  :

$$\frac{d^2 \bar{\sigma}_{xx}^{90}}{dx^2} - \lambda^2 \bar{\sigma}_{xx}^{90} = -\lambda^2 \frac{E_{90}}{E_x^\theta} \sigma_c \quad (2.147)$$

Avec :

$$\lambda^2 = \frac{3G(t_\theta + t_{90})E_x^\theta}{t_{90}^2 t_\theta E_\theta E_{90}} \quad (2.148)$$

Et où  $E_x^\theta$  est le module d'Young du stratifié non endommagé, donné par la loi des mélanges :

$$E_x^\theta = \frac{\alpha E_\theta + E_{90}}{1 + \alpha} \quad (2.149)$$

La solution de l'équation différentielle (2.147) est :

$$\bar{\sigma}_{xx}^{90}(x) = \sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^\theta} + A \exp(\lambda x) + B \exp(-\lambda x) \quad (2.150)$$

Où les constantes A et B sont déduites en considérant la continuité de la contrainte longitudinale moyenne entre la partie sans délamination et la partie délaminée. Ainsi, les constantes A et B sont déduites des expressions (2.125) et (2.126), et la contrainte longitudinale moyenne dans la couche  $90$  peut être écrite :

$$\bar{\sigma}_{xx}^{90}(x) = \sigma_{90} \left[ 1 - \frac{1}{\sinh 2\eta a_m} \varphi\left(\frac{x}{l}\right) \right] \quad (2.151)$$

Introduisant la fonction suivante de la coordonnée longitudinale réduite  $x/l$  :

$$\varphi\left(\frac{x}{l}\right) = \left(1 - \frac{\tau_f}{\sigma_{90}} a_r\right) \sinh \eta a \left(\frac{x}{l} + \alpha_l\right) - \left(1 - \frac{\tau_f}{\sigma_{90}} a_l\right) \sinh \eta a \left(\frac{x}{l} - \alpha_r\right) \quad (2.152)$$

Avec :

$$\sigma_{90} = \sigma_c \frac{E_{90}}{E_x^\theta} \quad (2.153)$$

$$\eta^2 = \lambda^2 t_{90}^2 = 3 \left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \frac{GE_x^\theta}{E_\theta E_{90}} \quad (2.154)$$

$$\alpha_l = 1 - \frac{l_l}{l}, \alpha_r = 1 - \frac{l_r}{l} \quad (2.155)$$

La contrainte  $\sigma_{90}$  est la contrainte longitudinale appliquée à la couche 90, dans le cas d'un composite non endommagé.  $\eta$  est le paramètre de transfert de charge longitudinal introduit dans la référence [25]. Ensuite, la contrainte de cisaillement à l'interface entre les couches  $\theta$  et 90 est obtenue en introduisant l'expression (2.151) dans l'équation d'équilibre (2.118), ce qui donne :

$$\tau(x) = \sigma_{90} \frac{\eta}{\sinh 2\eta a_m} \psi\left(\frac{x}{l}\right) \quad (2.156)$$

Avec :

$$\psi\left(\frac{x}{l}\right) = \left(1 - \frac{\tau_f}{\sigma_{90}} a_r\right) \cosh \eta a \left(\frac{x}{l} + \alpha_l\right) - \left(1 - \frac{\tau_f}{\sigma_{90}} a_l\right) \cosh \eta a \left(\frac{x}{l} - \alpha_r\right) \quad (2.157)$$

Enfin, la contrainte longitudinale moyenne dans la couche  $\theta$  est déduite de la relation (2.123) et peut s'écrire :

$$\bar{\sigma}_{xx}^\theta(x) = \sigma_\theta \left[1 + \frac{1}{\alpha} \frac{E_{90}}{E_\theta} \frac{1}{\sinh 2\eta a_m} \varphi\left(\frac{x}{l}\right)\right] \quad (2.158)$$

Où  $\sigma_\theta$  est la contrainte longitudinale appliquée aux couches  $\theta$  dans le cas d'un stratifié non endommagé :

$$\sigma_\theta = \sigma_c \frac{E_\theta}{E_x^\theta} \quad (2.159)$$

Ensuite, il est possible d'obtenir le champ de déplacement et la distribution des contraintes dans la cellule élémentaire. La comparaison des relations (2.143) et (2.156), associée à la relation (2.140) conduit à l'expression des fonctions  $A_{90}(x)$  et  $A_\theta(x)$ . Ensuite, en

substituant ces expressions aux relations (2.128), (2.129) et (2.137), (2.138), on obtient les déplacements longitudinaux et les contraintes de cisaillement dans les couches  $\theta$  et  $90$  :

$$u_{\theta}(x, z) = \bar{u}_{\theta}(x) + \frac{\sigma_{90} t_{90}}{G_{xz}^{\theta} \eta_t \sinh \alpha \eta_t} \frac{\eta}{\sinh 2\eta a_m} f(z) \psi\left(\frac{x}{l}\right) \quad (2.160)$$

$$u_{90}(x, z) = \bar{u}_{90}(x) + \frac{\sigma_{90}}{2G_{xz}^{90} t_{90}} \frac{\eta}{\sinh 2\eta a_m} \left(z^2 - \frac{t_{90}^2}{3}\right) \psi\left(\frac{x}{l}\right) \quad (2.161)$$

$$\sigma_{xz}^{\theta} = \sigma_{90} \frac{\eta}{\sinh \alpha \eta_t \sinh 2\eta a_m} \sinh \eta_t \left(1 + \alpha - \frac{z}{t_{90}}\right) \psi\left(\frac{x}{l}\right) \quad (2.162)$$

$$\sigma_{xz}^{90} = \sigma_{90} \frac{\eta}{\sinh 2\eta a_m} \frac{z}{t_{90}} \psi\left(\frac{x}{l}\right) \quad (2.163)$$

Ensuite, les contraintes longitudinales dans les couches  $\theta$  et  $90$  peuvent être évaluées par les relations contrainte/déformation (2.146), donnant :

$$\sigma_{xx}^{\theta}(x, z) = \bar{\sigma}_{xx}^{\theta}(x) + \sigma_{90} \frac{E_{\theta}}{G_{xz}^{\theta}} \frac{\eta^2}{\eta_t \sinh \alpha \eta_t \sinh 2\eta a_m} f(z) \varphi\left(\frac{x}{l}\right) \quad (2.164)$$

$$\sigma_{xx}^{90}(x, z) = \bar{\sigma}_{xx}^{90}(x) + \sigma_{90} \frac{E_{90}}{2G_{xz}^{90}} \frac{\eta^2}{\sinh 2\eta a_m} \left(\frac{z^2}{t_{90}^2} - \frac{1}{3}\right) \varphi\left(\frac{x}{l}\right) \quad (2.165)$$

Enfin, les contraintes transversales peuvent être déduites des équations d'équilibre, en tenant compte des conditions aux limites et les conditions d'interface.

## 2.2 Modélisation par éléments finis :

Dans cette partie on va faire l'étude et l'analyse numérique par éléments finis en 2D du comportement mécanique d'un stratifié de type  $[\theta_m/90_n]_s$  endommagé par des fissures transverses et délaminage et soumis à une sollicitation en traction uni axiale .

### 2.2.1 La modélisation :

La simulation numérique a été effectuée en utilisant le code de calcul « ABAQUS » basé sur la méthode des éléments finis.

Nous considérons une éprouvette d'un stratifié de séquence  $[\theta_m /90_n]_s$ , sollicitée en traction uni axiale, endommagée par fissuration transverse et délaminage, ayant un rapport d'épaisseur de couches «  $\alpha$  » et une rapport géométrique de fissuration «  $a$  » .

Dans le cas où les longueurs délaminées sur les parties gauche et droite sont égales :  $l_l=l_r=l_d$ , les conditions de symétrie nous permettent de limiter l'étude des contraintes et déformations à l'analyse d'un quart de la cellule élémentaire, afin de faciliter les calculs (en réduisant le nombre de nœuds du maillage), diminuer le pourcentage d'erreur de calcul et faciliter la création des modèles de fissures.

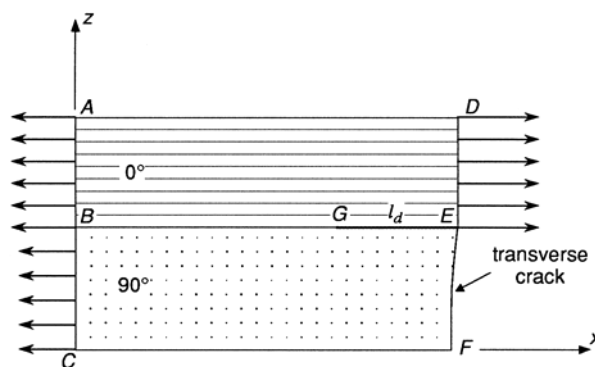


Figure 2-6 Un quart de la cellule élémentaire endommagée par fissuration transverse et délaminage.

### 2.2.2 Conditions aux limites :

Pour suivre l'évolution de l'endommagement par fissuration intra laminaire, des essais numériques de traction ont été réalisés sur la plaque étudiée, en considérant un déplacement nul dans les directions OX, OZ.

Les conditions dans lesquelles sont effectués les tests sont les suivantes (Figure 2.6) :

- ❖ La charge de traction appliquée via des déplacements longitudinaux prescrits des nœuds extrêmes (nœuds A à B et B à C).
- ❖ Les conditions de symétrie conduisent à supprimer les déplacements transversaux des nœuds du plan médian CF et les déplacements longitudinaux des nœuds D à E :
  - Déplacement longitudinal nul suivant l'axe OX :  $u = 0$
  - Déplacement transversal nul suivant l'axe OZ :  $v = 0$
- ❖ Pour analyser le délaminage entre les couches  $\theta$  et 90, les nœuds ont été divisés en paires de nœuds sur la partie délaminée GE : un nœud dans la couche  $\theta$  et un nœud avec les mêmes coordonnées (dans l'état non déformé) dans la couche 90.

- ❖ Le frottement entre les couches  $\theta$  et  $90$  a été introduite en prescrivant une contrainte longitudinale à chaque élément de la partie délaminée.
- ❖ Les fissures transversales sont considérées comme des bords libres.

### 2.2.3 Maillage :

Un maillage est la discrétisation spatiale d'un milieu continu, ou aussi, une modélisation géométrique d'un domaine par des éléments proportionnés fins et bien définis. L'objectif d'un maillage est de procéder à une simplification d'un système par un modèle représentant ce système et, éventuellement, son environnement. Dans l'optique de simulations de calculs ou de représentations graphiques.

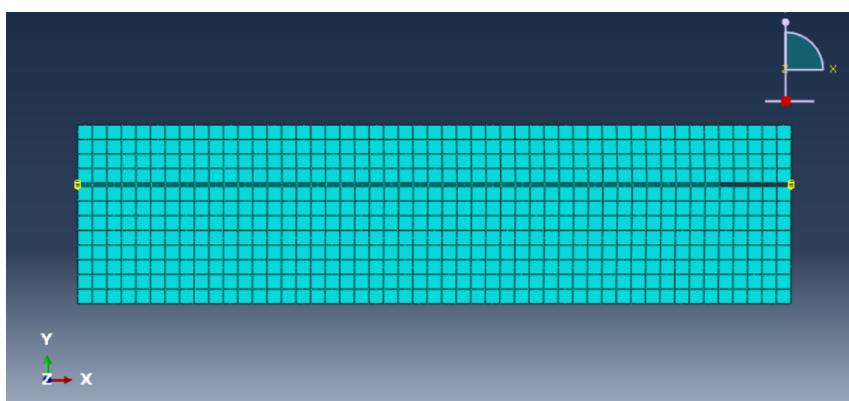


Figure 2-7 : Maillage quadratique d'un quart de la plaque composite.

On procède au maillage de la plaque composite. Afin de garantir la fiabilité des résultats, on opte pour un maillage quadratique raffiné à proximité des plans de fissures transverses, au voisinage de l'interface des couches comme le montre la Figure 2-7. La densité du maillage est en fonction du rapport des épaisseurs des couches à  $\theta^\circ$  et à  $90^\circ$  et de l'état d'endommagement.

### 2.3 Conclusions :

Les approches analytiques et numériques ont été étudiées dans ce chapitre dans le but de résoudre le problème du comportement mécanique d'un matériau composite  $[\theta_m/90_n]_s$  soumis à une traction uni axiale et endommagé par des fissurations transversales et délaminage.



La méthode de diffusion de cisaillement comportant les modèles parabolique et progressif pour la fissuration transverse et le modèle qui a été développée dans ce chapitre et utilisée pour la modélisation du comportement de la contrainte longitudinale dans la couche à  $90^\circ$  ainsi que le cisaillement longitudinal sous chargement mécanique sur lequel se base l'étude de Berthelot fera l'objet d'une étude comparative avec les résultats de la simulation dans le chapitre 3.

### Chapitre 3

## **SIMULATION ET RÉSULTATS DES STRATIFIÉS FISSURÉS $[\theta_m/90_n]_s$ AVEC CHARGEMENT MÉCANIQUE**

### **3.1 Introduction :**

L'objet de cette partie est de déterminer la répartition des contraintes dans un stratifié  $[\theta/90_2]_s$  endommagé par fissuration transverse et délaminage et soumis à une sollicitation en traction uni axiale.

Nous représenterons les résultats du comportement mécanique d'un composite fissuré et délaminé sous sollicitation en traction, obtenus par la simulation numérique faite avec le code ABAQUS.

On fera la comparaison des différents résultats afin de valider le modèle numérique et enrichir notre étude.

### **3.2 Simulation numérique :**

En ce qui concerne notre travail de recherche, une large étude numérique a été mise en œuvre à l'aide du logiciel ABAQUS. Se basant sur une confrontation avec les résultats analytiques obtenus par BERTHELOT, J.-M. et LE CORRE, J.-F. [2] pour un stratifié fissuré avec fissurations transverses et délaminage et au modèle par éléments finis sur Abaqus validé par le travail de Doumaz, S. Et Touahri, R. [30] pour un stratifié fissuré avec fissurations transverses seules, les résultats numériques de Doumaz, S. Et Touahri, R. ont été comparés de leurs parts avec les résultats du modèle analytique présenté dans le deuxième chapitre. Elles ont pour objectif de renforcer les apports analytiques des phénomènes observés (analyse de la fissuration transverse et du délaminage). Tous les résultats obtenus sont présentés sous forme graphique pour les contraintes longitudinales et de cisaillement. Dans le but de renforcer et d'enrichir notre travail, nous avons réalisé une comparaison entre différents rapports géométriques de fissuration et pour des différents angles de la couche  $\theta$ , avec un rapport d'épaisseur de couches ( $\alpha=1/2$ ).

### 3.2.1 Choix du matériau pour la simulation :

Le matériau composite choisi pour la simulation numérique est le composite carbone époxyde AS4-3502 ayant les propriétés élastiques suivantes :

$E_0 = 42.31GPa$	$E_{90} = 13.2GPa$	$G_{xz}^0 = 4.41GPa$	$G_{xz}^{90} = 3.5GPa$
$\nu_{xy} = 0.31$	$\nu_{yz} = 0.4$	$h_\theta = 0.203mm$	

Tableau 3-1 : Propriétés élastique du AS4-3502.

**Remarque :** Pour un matériau composite unidirectionnel :  $\nu_{LT} = \nu_{LT'}$

### 3.2.2 Propriétés de rupture :

X (MPa)	Y (MPa)	$\tau_u$ (MPa)	$\tau_f$ (MPa)
1500	80	54	10

Tableau 3-2 : Propriétés de rupture.

Avec :

X : La limite de traction longitudinale.

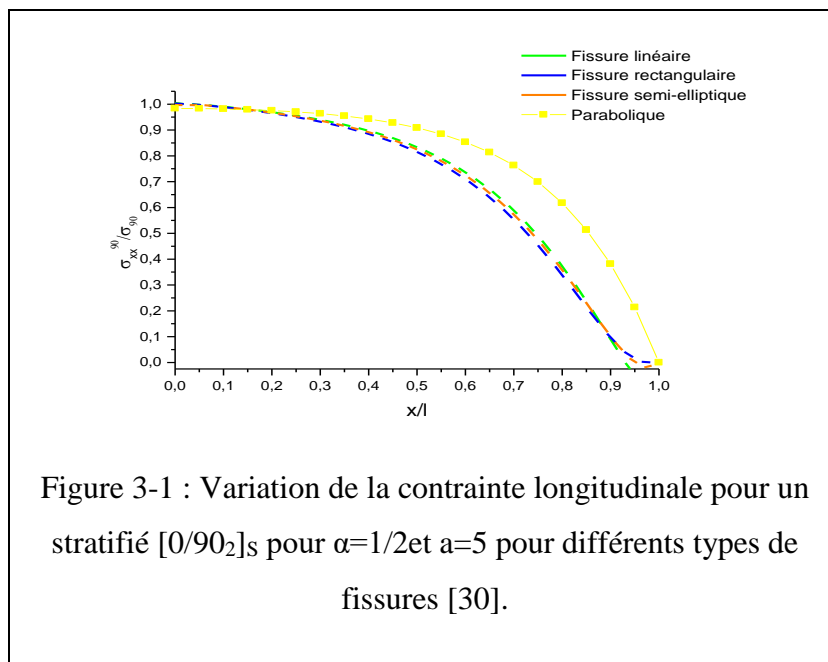
Y : La limite de traction transversale.

$\tau_u$  : La limite de cisaillement du stratifié.

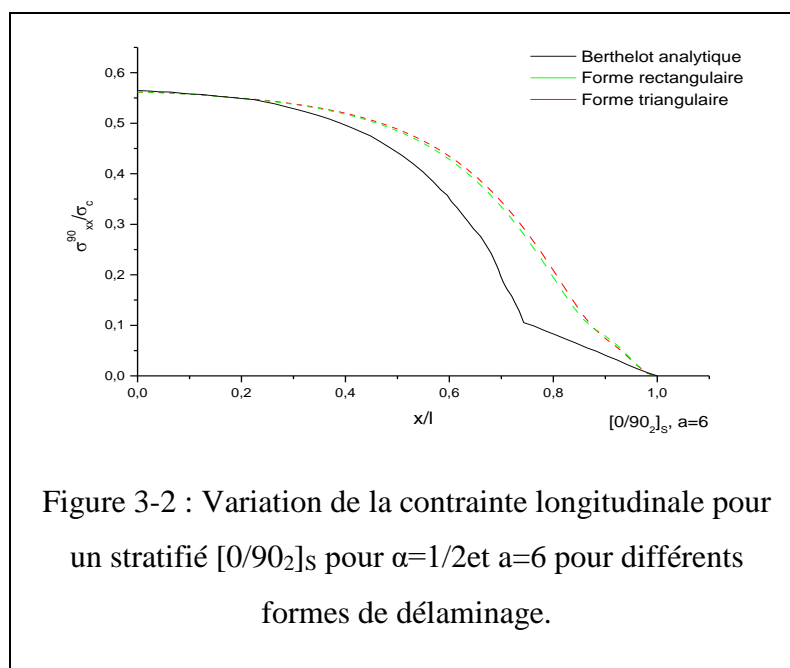
$\tau_f$  : La limite de cisaillement de l'interface délaminée entre les deux couches  $\theta$  et  $90$ .

### 3.2.3 Choix de géométrie de fissuration :

Doumaz, S. Et Touahri, R. [30] on fait une étude pour trouver la forme géométrique optimale pour modéliser les fissurations transverses (Figure 3-1), leur choix s'est porté sur la fissure semi elliptique, étant donné qu'elle était la plus représentative d'une fissure pouvant apparaitre dans la réalité et que les résultats obtenus pour un rapport géométrique de fissure faible pour ce type-là étaient ceux qui se rapprochaient le plus du modèle analytique proposé par Berthelot [25].



Pour la forme géométrique du délaminage, on a modélisé le long de l'interface délaminée une couche à une très faible épaisseur avec sa propre limite de cisaillement  $\tau_f$ . Avec le délaminage, la partie délaminée est enlevée à partir de cette couche. Cela donne au délaminage une forme rectangulaire avant la déformation (avant l'application de la charge) dont l'épaisseur est très faible. La comparaison entre une forme rectangulaire et une forme triangulaire nous a validé la forme choisie (Figure 3-2).



### **3.3 Résultats numériques :**

#### **3.3.1 Validation du modèle numérique :**

Le but des comparaisons qu'on va faire avec les résultats obtenus par Berthelot [2], est d'authentifier notre modèle de simulation afin de donner une crédibilité aux résultats à discuter dans les parties qui suivent.

Nous avons simulé la structure selon les travaux de Berthelot [2], la configuration étudiée de la plaque composite stratifié endommagée par fissuration transverse des couches orientées à  $90^\circ$  et un délaminage, représente une composante de structure comportant une fissure transverse de forme elliptique et délaminage de forme rectangulaire, soumise à un chargement de traction. Les champs de contraintes longitudinales et de cisaillement pour chaque stratifié  $[0/90_2]_s$  avec  $\alpha=1/2$  et  $a=10, 7.5, 6$  sont obtenus par un calcul par éléments finis.

### 3.3.1.1 Variation de la contrainte longitudinale :

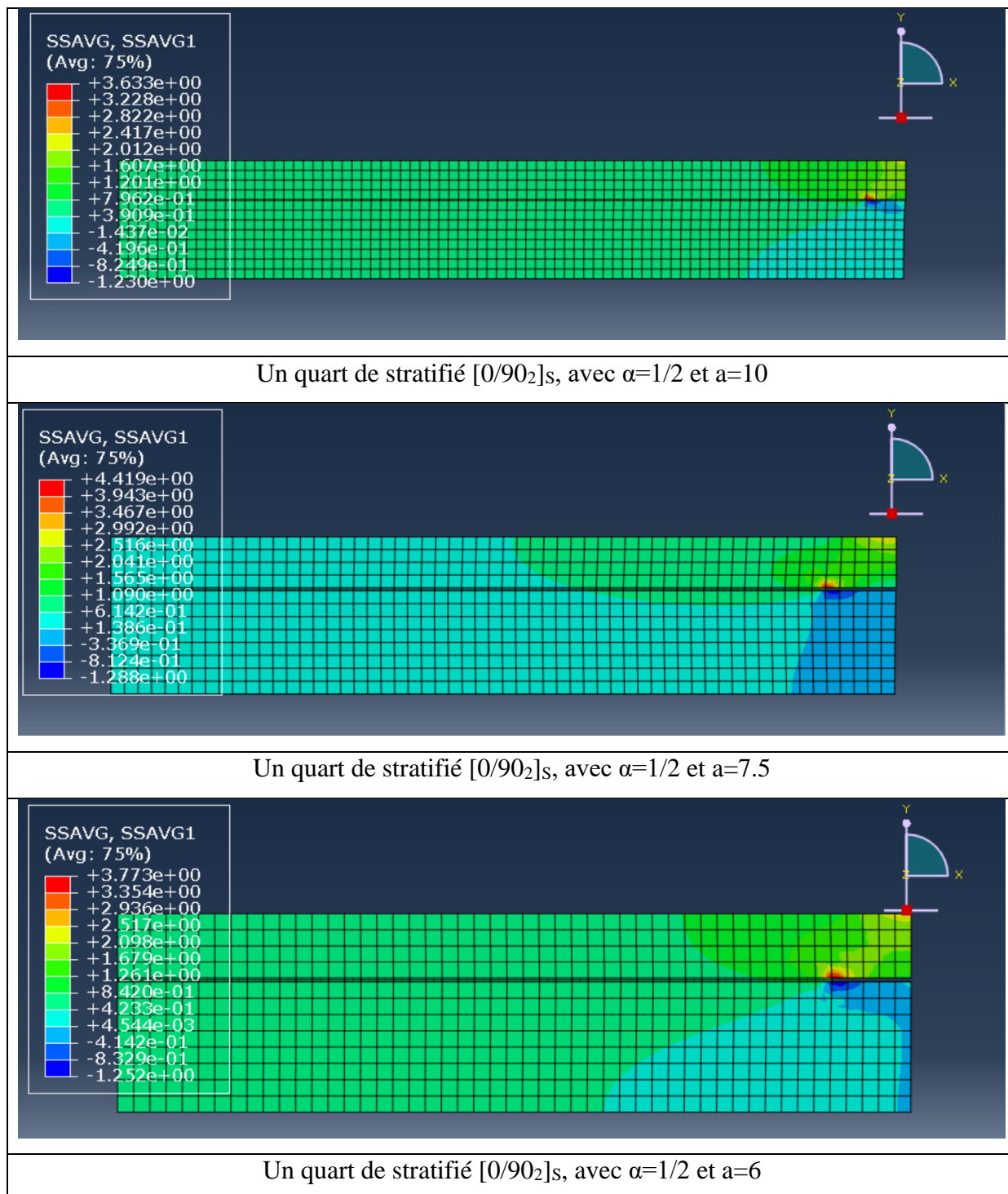


Figure 3-3 : La variation de la contrainte longitudinale dans un composite stratifié  $[0/90_2]_s$  endommagé par fissuration transverse et délaminage.

### 3.3.1.2 Variation de la contrainte de cisaillement :

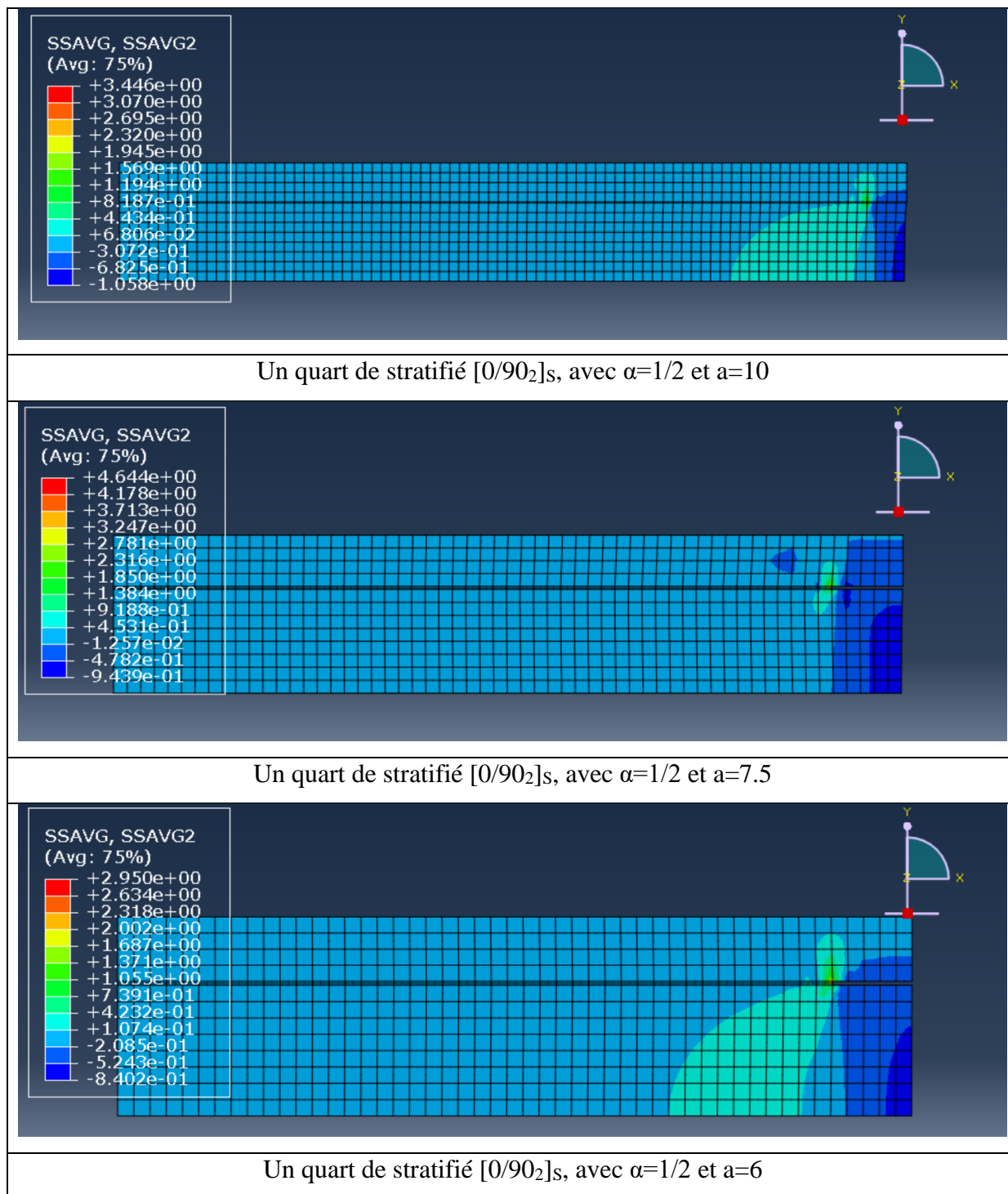
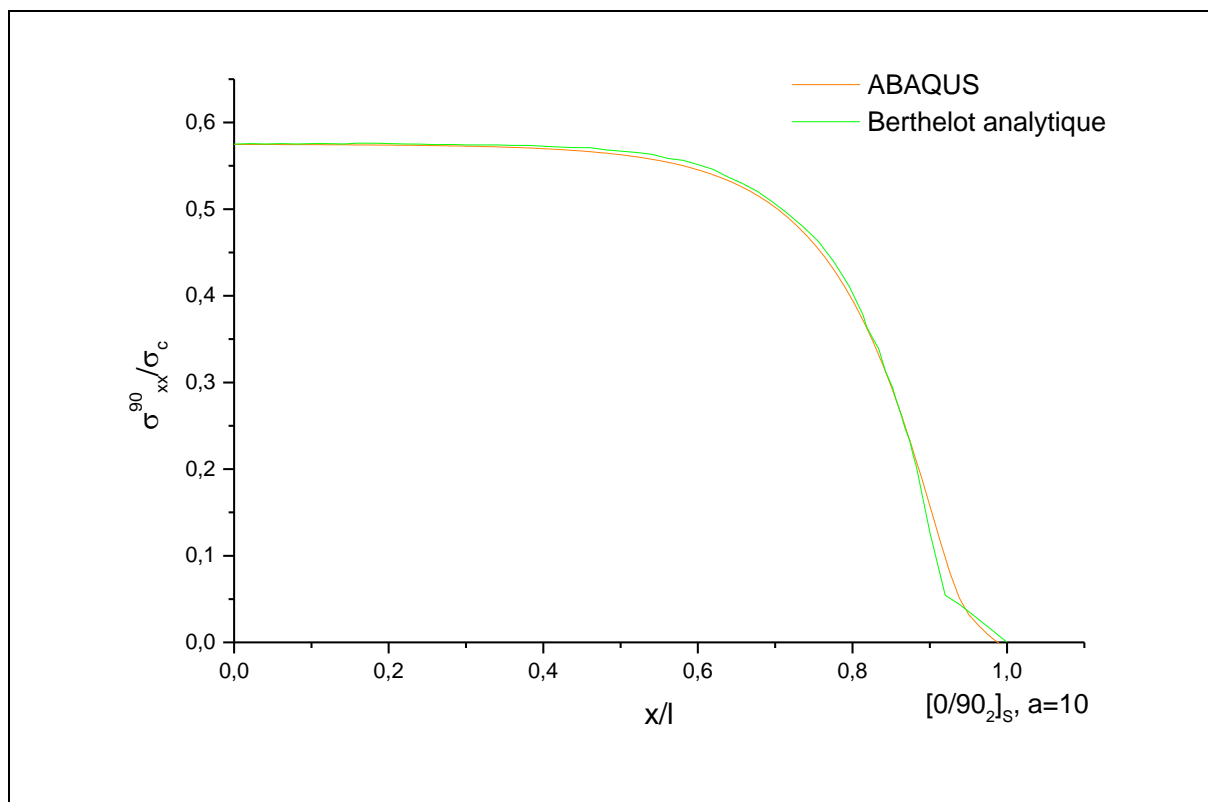


Figure 3-4 : La variation de la contrainte longitudinale interlaminaire dans un composite stratifié  $[0/90_2]_s$  endommagé par fissuration transverse et délaminage.

### 3.3.1.3 Comparaison des résultats de la variation de la contrainte longitudinale entre notre simulation et le calcul analytique de Berthelot [2] :

Les résultats de la méthode des éléments finis simulée par ABAQUS ont été comparés avec ceux obtenus par Berthelot [2].

Les contraintes longitudinales dans le sens de la longueur sont représentées dans les graphes qui suivent, en utilisant des rapports géométriques de fissuration «  $a = 10, 7.5, 6$  » et un rapport d'épaisseur de couches «  $\alpha = 1/2$  » pour un stratifié  $[0/90_2]_s$ .





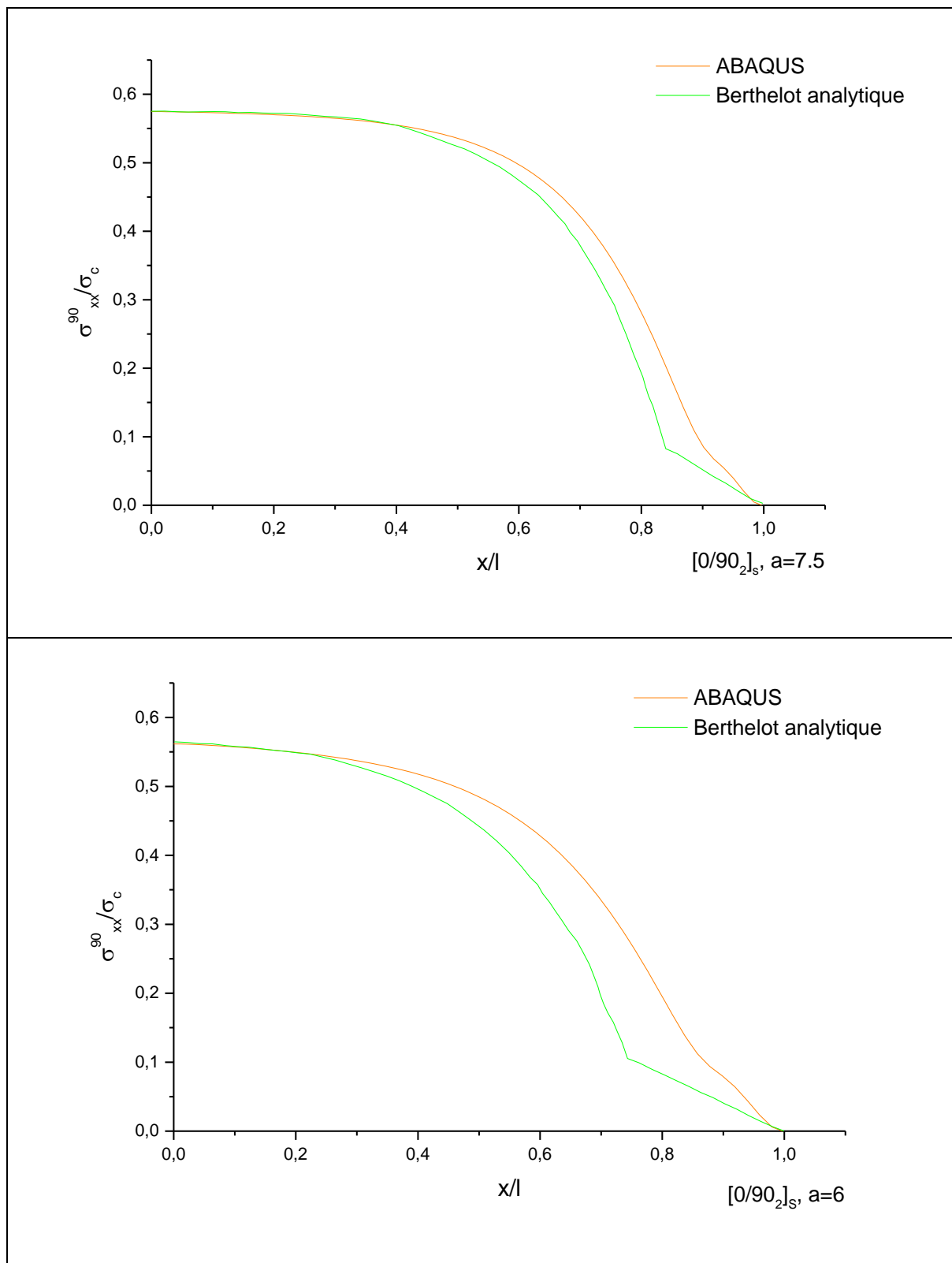
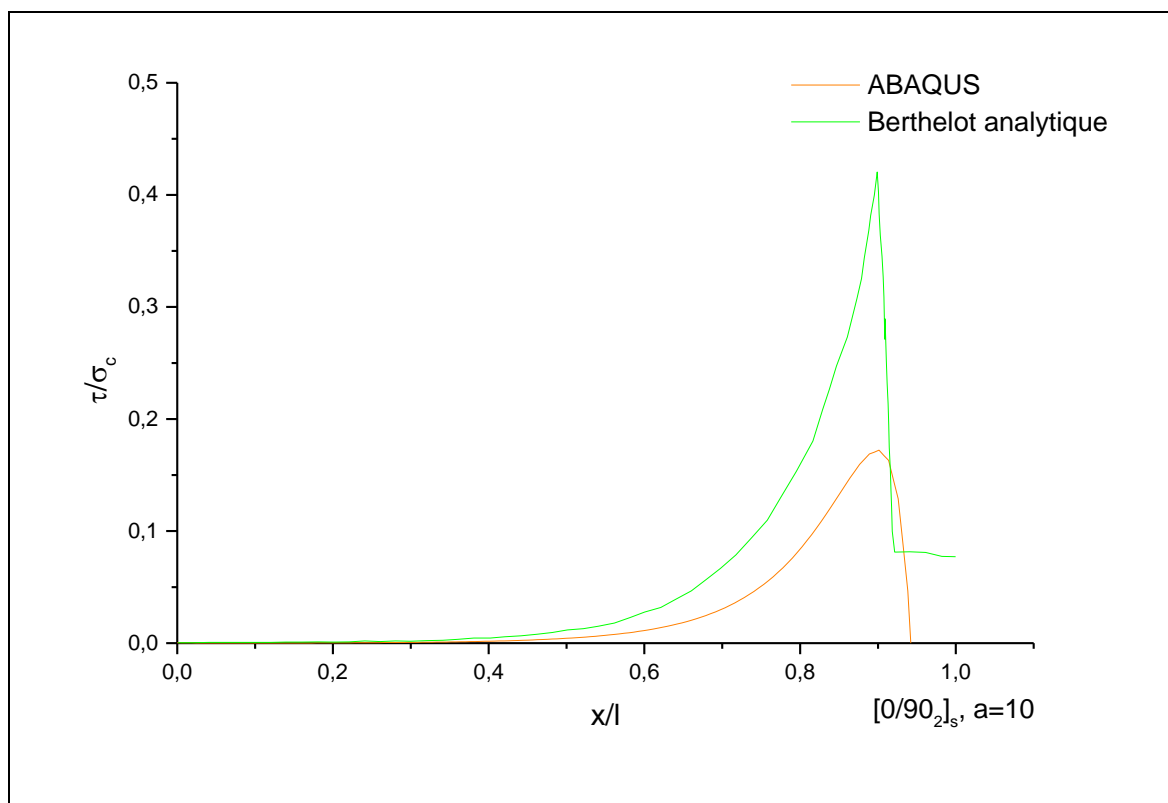


Figure 3-5 : La comparaison de la variation de la contrainte longitudinale d'un stratifié  $[0/90_2]_s$  fissuré avec fissuration transverse et délaminage.

### 3.3.1.4 Comparaison des résultats de la variation de la contrainte de cisaillement entre notre simulation et le calcul analytique de Berthelot [2]:

Les résultats de la méthode des éléments finis simulée par ABAQUS ont été comparés avec ceux obtenus par Berthelot [2].

Les contraintes de cisaillement dans le sens de la longueur sont représentées dans les graphes qui suivent, en utilisant des rapports géométriques de fissuration «  $a = 10, 7.5, 6$  » et un rapport d'épaisseur de couches «  $\alpha = 1/2$  » pour un stratifié  $[0/90_2]_s$ .



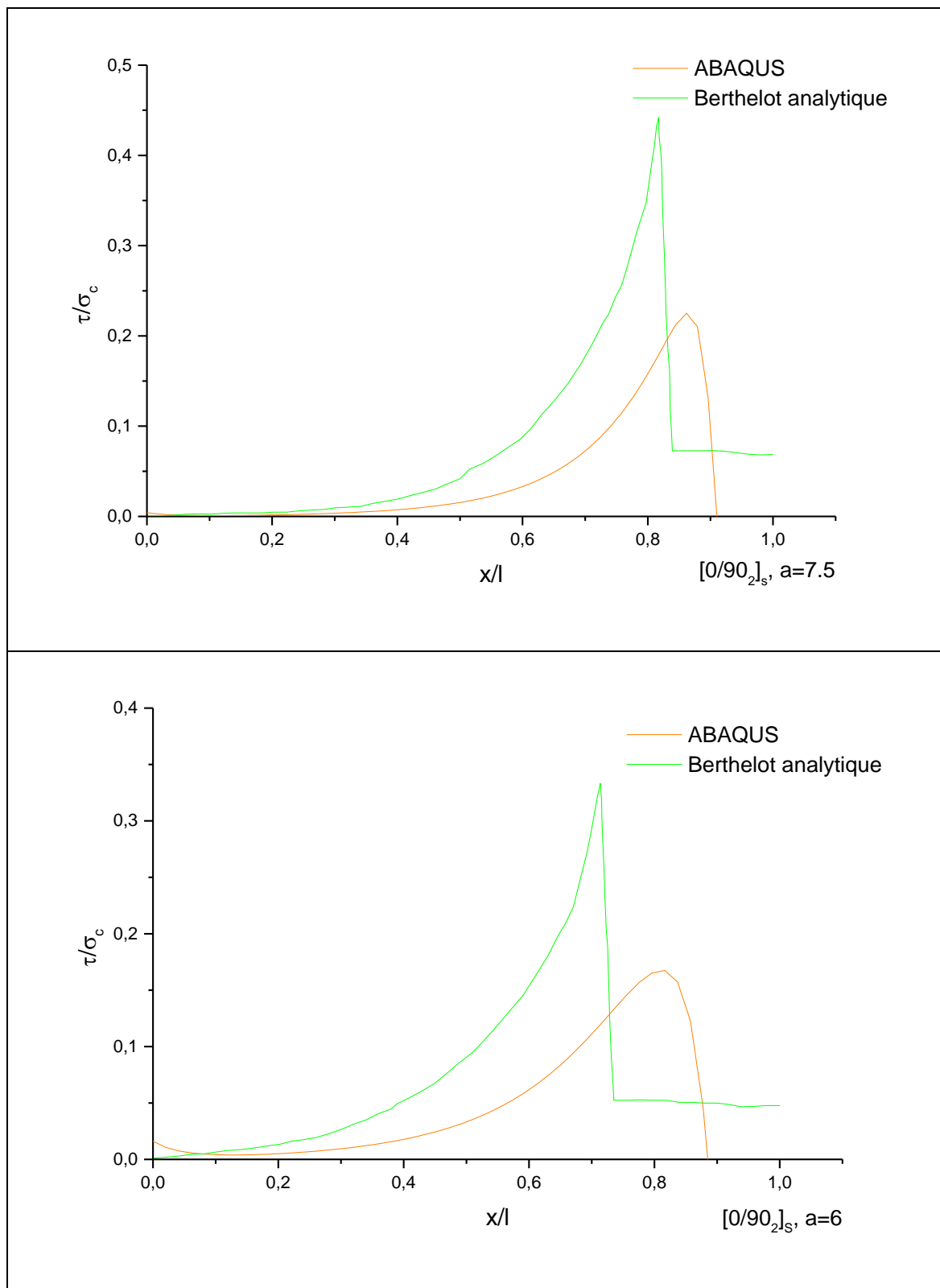


Figure 3-6 : La comparaison de la variation de la contrainte de cisaillement interlaminaire d'un stratifié  $[0/90_2]_s$  fissuré avec fissuration transverse et délaminage.

L'évolution des contraintes longitudinales et de cisaillement le long de la couche  $90^\circ$  du stratifié pour différents rapports géométriques de fissuration ( $a=10, 7.5, 6$ ) et un rapport d'épaisseur  $\alpha=1/2$  pour la simulation qu'on a fait par Abaqus en comparaison avec les résultats analytiques de Berthelot [2], est représentée dans les figures 3-6 et 3-7.

Les graphes montrent un bon alignement entre les résultats des deux études comparées. Que ce soit pour la contrainte longitudinale ou la contrainte de cisaillement, l'alignement signifie que les stratifiés fissurés des deux modèles comparés ont le même comportement mécanique.

On considère le rapprochement des résultats suffisant pour valider le modèle.

### **3.3.2 Comparaison de la variation des contraintes entre un stratifié fissuré avec fissurations transverses seules et un stratifié fissuré avec fissurations transverses et délaminage :**

Pour  $\theta = 0^\circ$  :

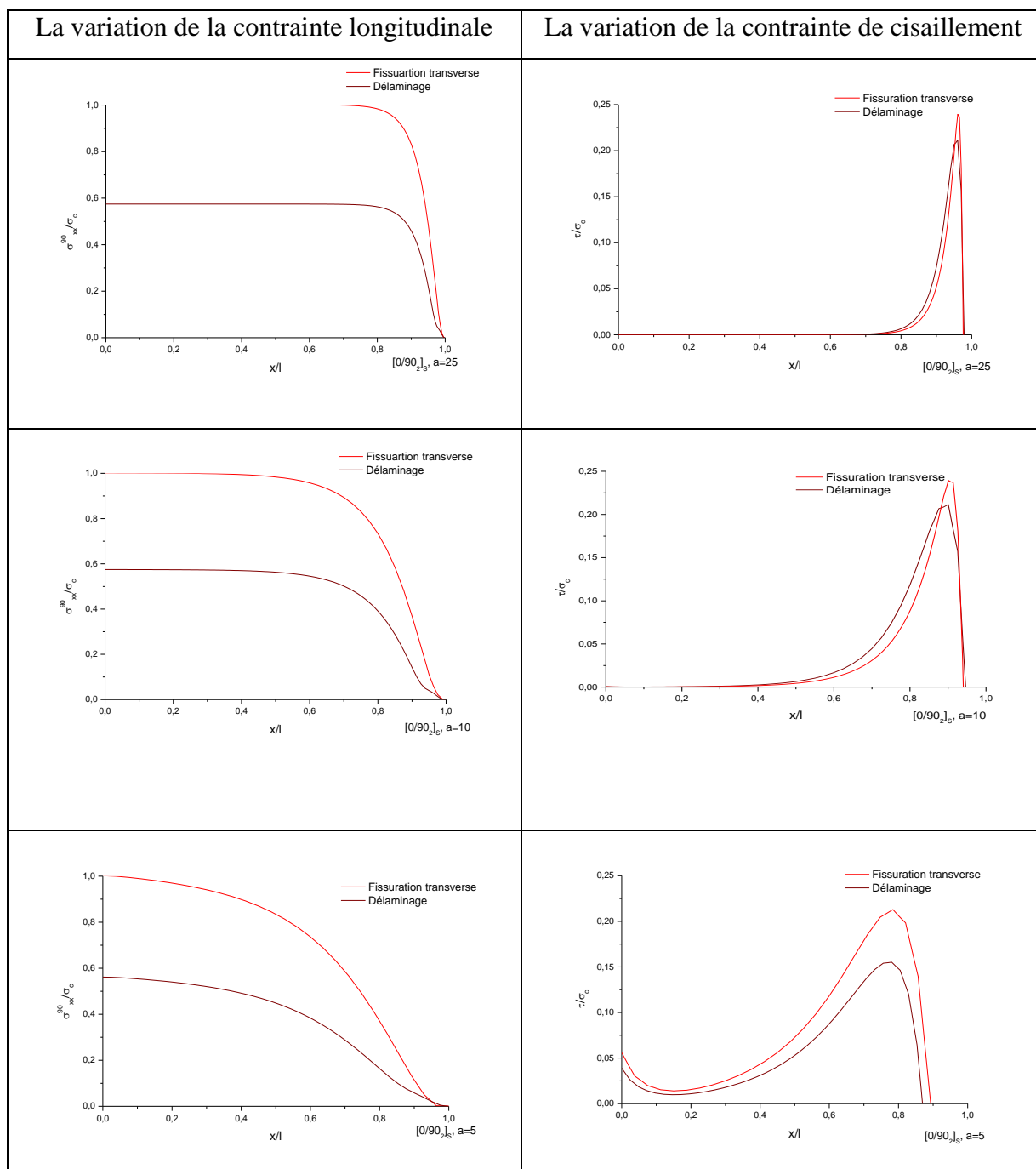


Figure 3-7 : La variation des contraintes entre un stratifié  $[0/90_2]_s$  fissuré avec fissurations transverses seules et un stratifié  $[0/90_2]_s$  fissuré avec fissurations transverses et délaminage.

Pour  $\theta = 20^\circ$  :

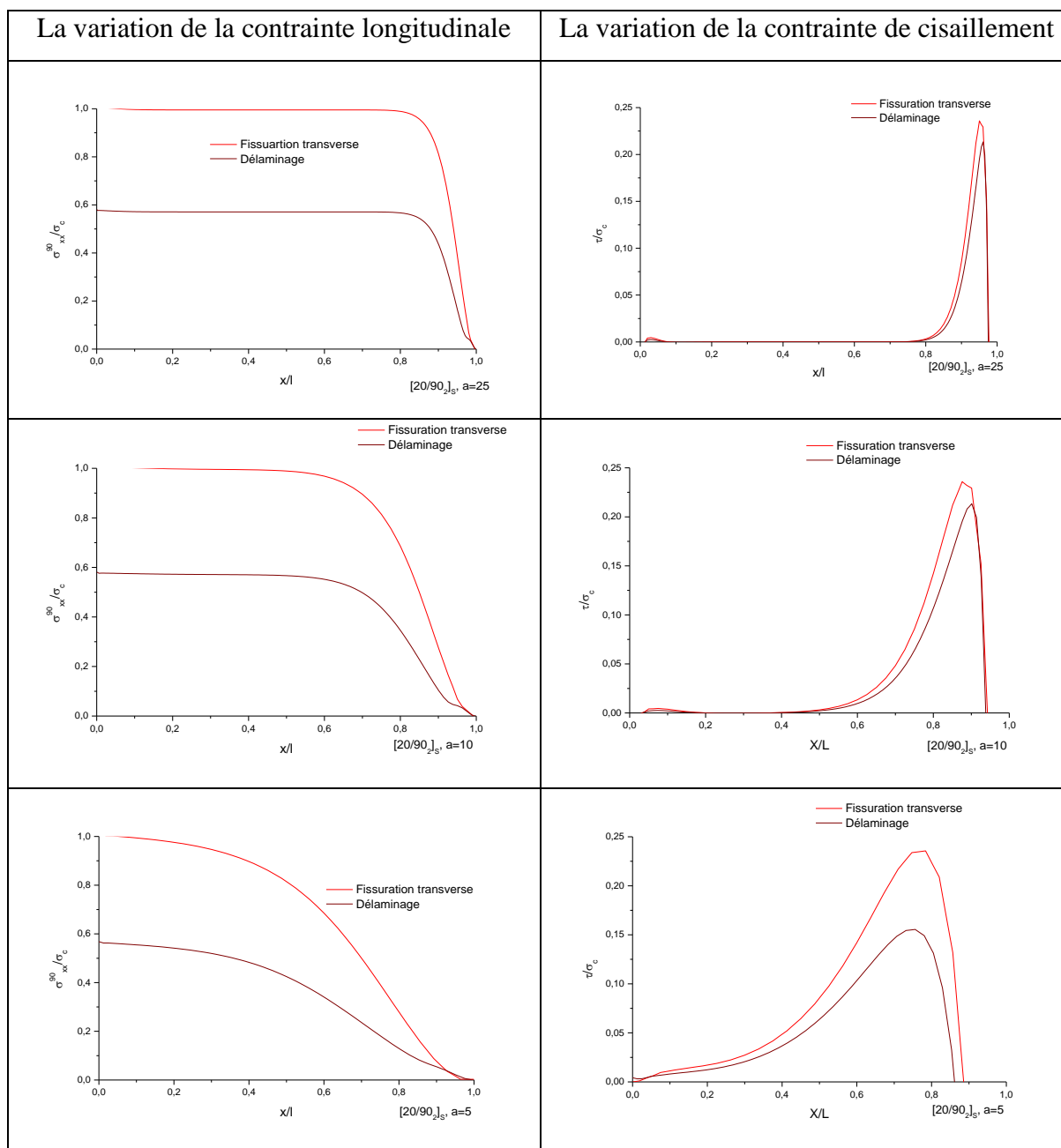


Figure 3-8 : La variation des contraintes entre un stratifié  $[20/90]_2s$  fissuré avec fissurations transverses seules et un stratifié  $[20/90]_2s$  fissuré avec fissurations transverses et délaminage.

Pour  $\theta = 45^\circ$  :

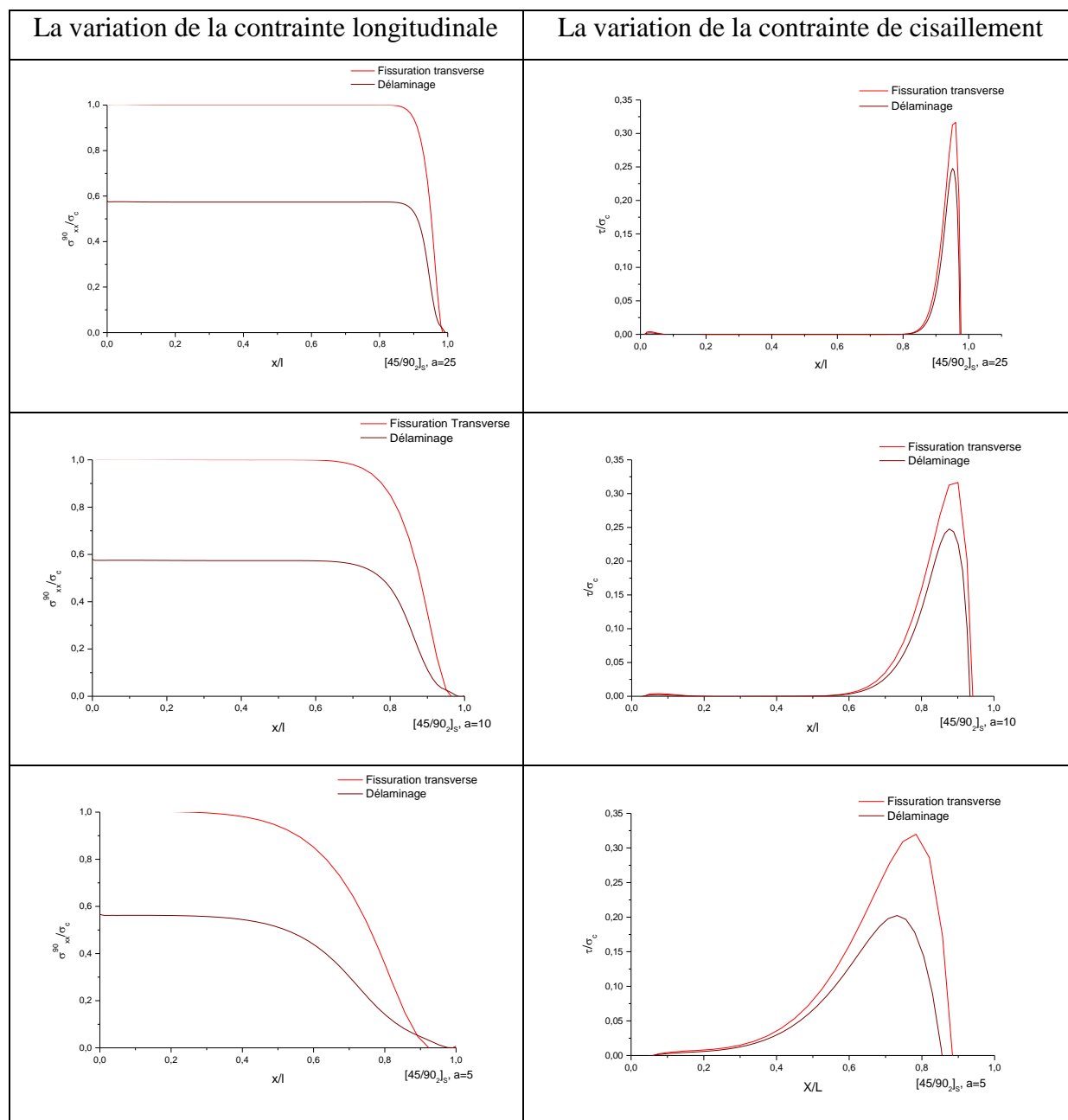


Figure 3-9: La variation des contraintes entre un stratifié  $[45/90]_{2s}$  fissuré avec fissurations transverses seules et un stratifié  $[45/90]_s$  fissuré avec fissurations transverses et délaminage.

Pour  $\theta = 60^\circ$  :

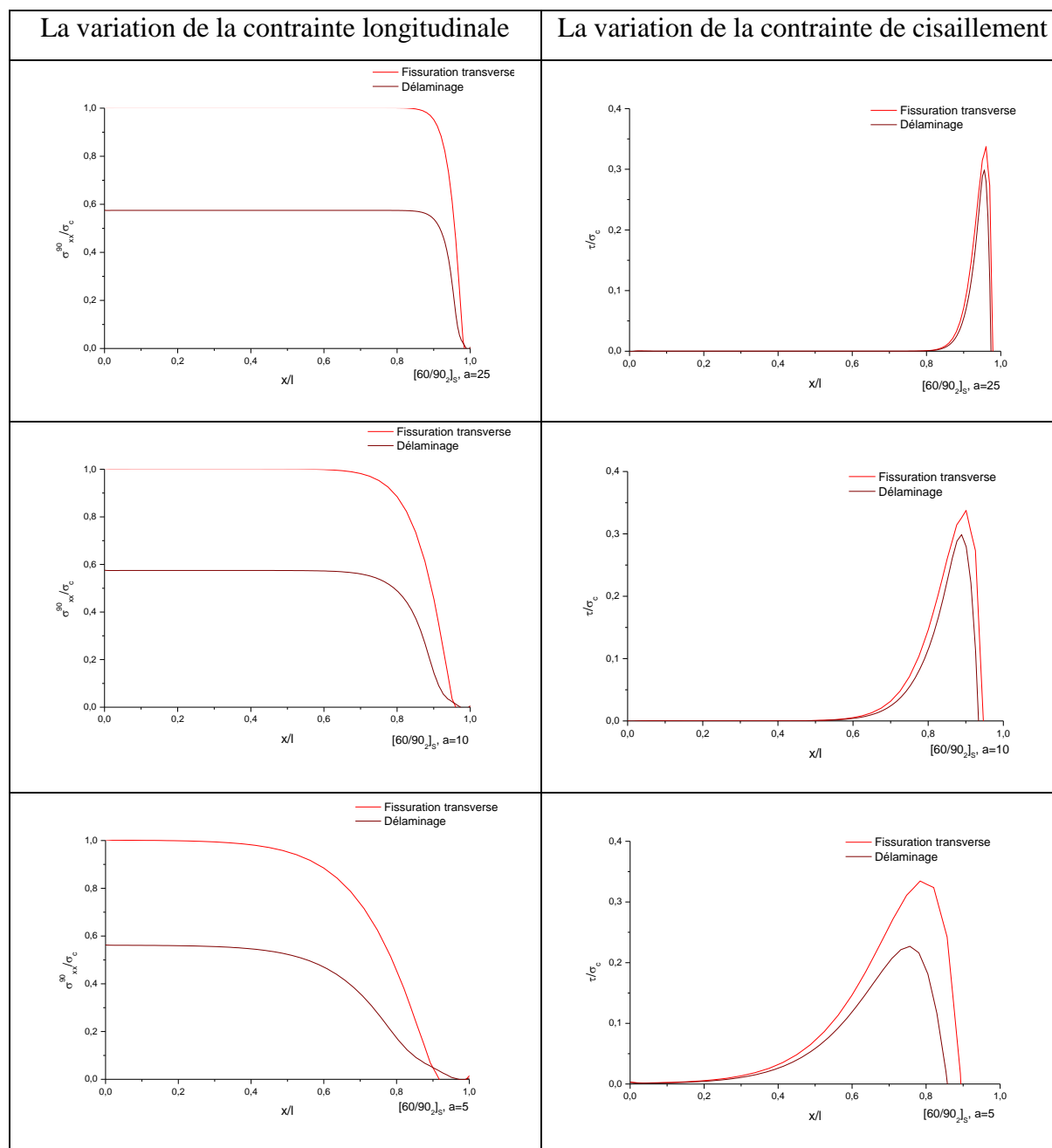
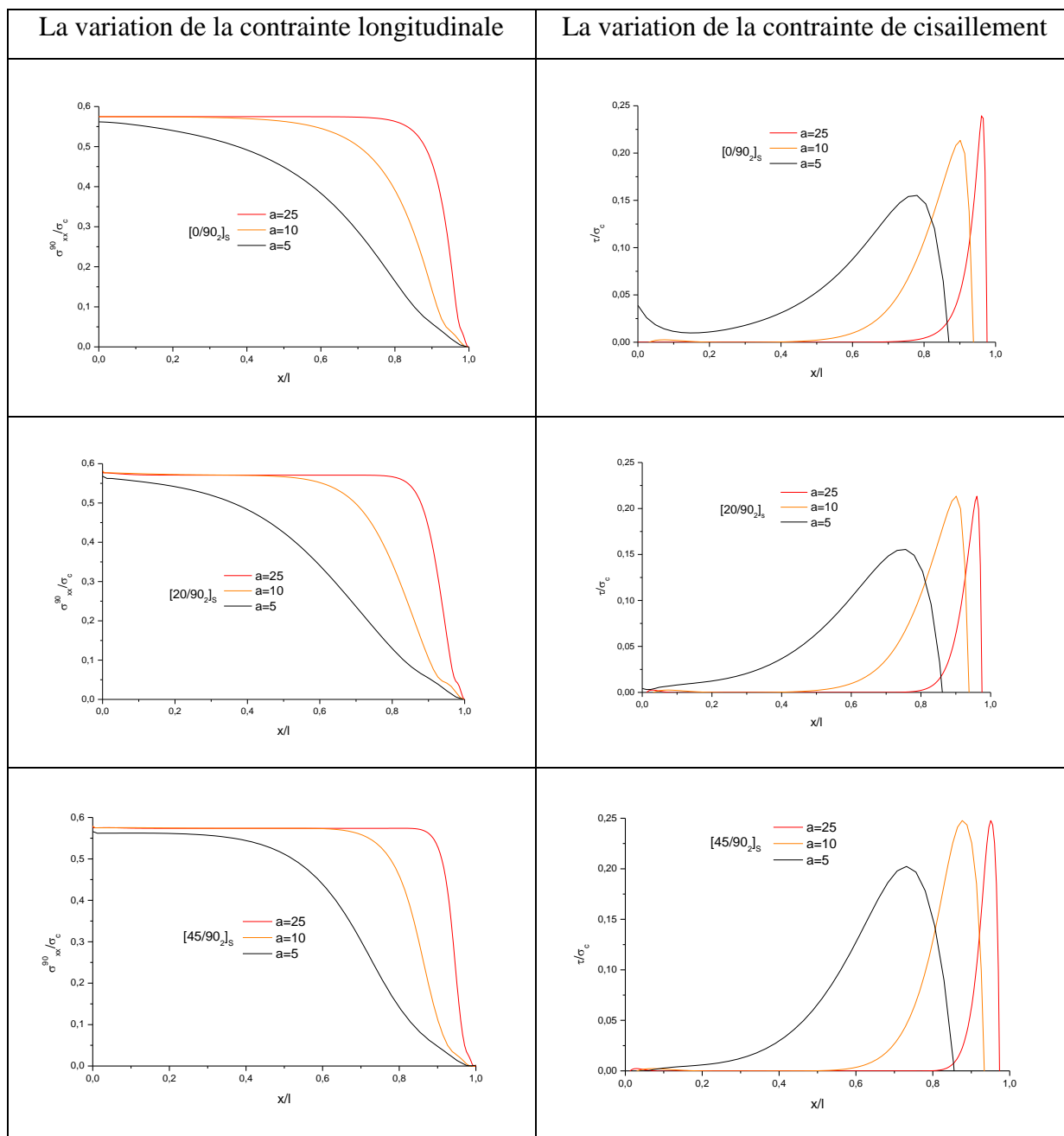


Figure 3-10 : La variation des contraintes entre un stratifié  $[60/90_2]_s$  fissuré avec fissurations transverses seules et un stratifié  $[60/90_2]_s$  fissuré avec fissurations transverses et délaminage.



### 3.3.3 Comparaison de la variation des contraintes pour différents orientation de la couche à $\theta^\circ$ d'un stratifié $[\theta/90_2]_s$ fissuré avec fissurations transverses et délaminage :



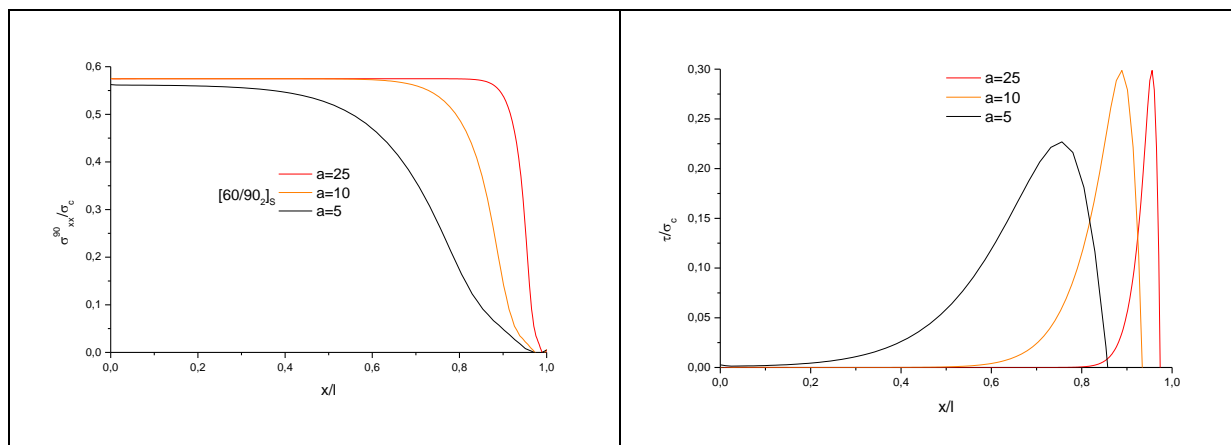
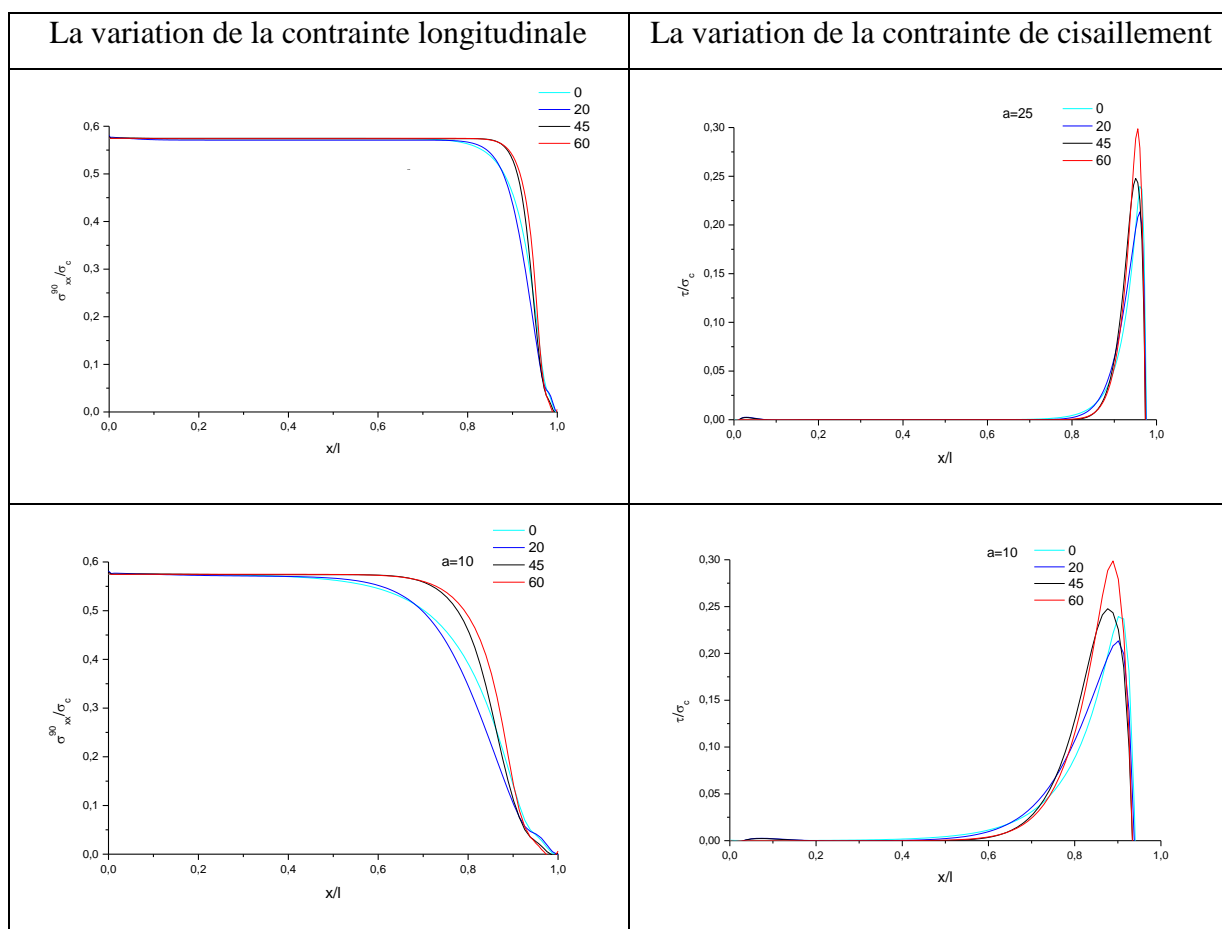


Figure 3-11 : La variation des contraintes pour différents rapports géométriques de fissuration  $a$  d'un stratifié  $[\theta/90_2]_s$  fissuré avec fissurations transverses et délaminage.

### 3.3.4 Comparaison de la variation des contraintes pour différentes orientations de la couche à $\theta^\circ$ d'un stratifié $[\theta/90_2]_s$ fissuré avec fissurations transverses et délaminage :



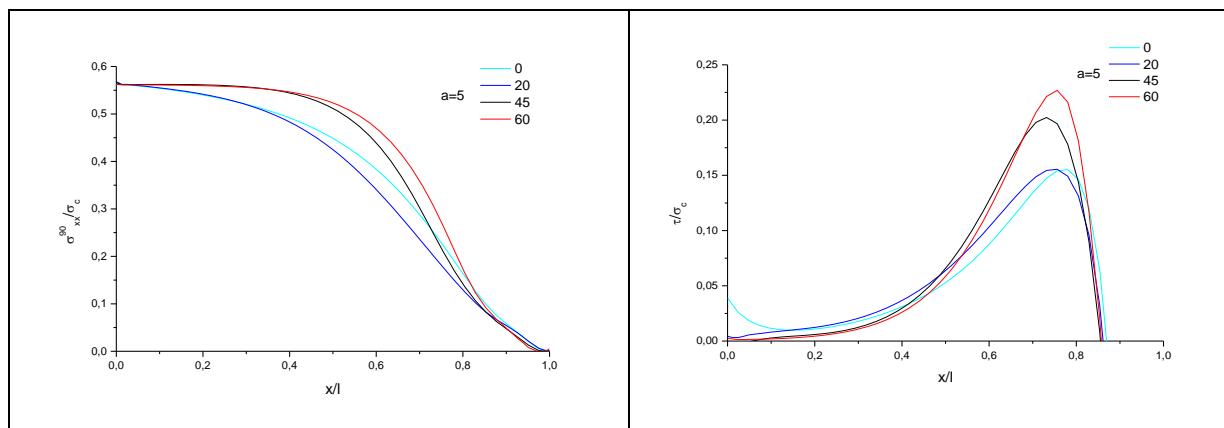


Figure 3-12 : La variation des contraintes pour différentes orientations de la couche à  $\theta^\circ$  d'un stratifié  $[\theta/90_2]_S$  fissuré avec fissurations transverses et délaminage.

### 3.4 Interprétation des résultats numériques :

Une comparaison entre la variation des contraintes longitudinales et de cisaillement dans la couche  $90^\circ$  en fonction des coordonnées longitudinales d'un stratifié fissuré avec fissurations transverses seules et un stratifié fissuré avec fissurations transverses et délaminages, a été étudiée pour différents angles d'orientation des couches à  $\theta^\circ$  (0, 20, 45, 60) et différents rapports géométriques de fissuration  $a$  (25, 10, 5) et représenté dans les figures 3-7 à 3-10.

Une étude a aussi été faite pour la variation des contraintes longitudinales et de cisaillement dans la couche à  $90^\circ$  en fonction des coordonnées longitudinales comparant différents rapports géométriques de fissuration  $a$  (25, 10, 5) du stratifié fissuré avec fissuration transverse et délaminage pour différents rapports géométriques de fissuration  $a$  (25, 10, 5), elle est représentée dans la figure 3-11.

Une autre étude a aussi été faite pour la variation des contraintes longitudinales et de cisaillement dans la couche à  $90^\circ$  en fonction des coordonnées longitudinales comparant différents angles d'orientation de couches à  $\theta^\circ$  (0, 20, 45, 60) du stratifié fissuré avec fissuration transverse et délaminage pour différents rapports géométriques de fissuration  $a$  (25, 10, 5), elle est représentée dans la figure 3-12.

A travers les résultats présentés dans les figures 3-9 à 3-10 la première chose qu'on remarque est la répartition des contraintes longitudinales dans les couches à  $90^\circ$  suivant l'axe  $x$  qui pour les faibles densités de fissuration tend à être uniforme dans la cellule élémentaire avant de subir une réduction importante à l'approche du plan fissuré. Le point  $x/l$  où commence la réduction, diminue de plus en plus avec l'augmentation de la densité de fissuration et cela est remarquable pour le stratifié non délaminé comme pour le stratifié délaminé.

On constate ensuite non-seulement la présence du délaminage et son progrès, comparé au stratifié non délaminé mais aussi l'influence très importante du délaminage sur la diminution des contraintes maximales longitudinales et de cisaillement du stratifié fissuré avec fissuration transverse, cette influence est remarquable pour les trois rapports géométriques de fissuration ( $a=25, 10, 5$ ) et pour les quatre angles d'orientation de la couche à  $\theta^\circ$  (0, 20, 45, 90).

On remarque d'après les résultats de la figure 3-11 la présence et le progrès du délaminage en fonction de la densité de fissuration, de sorte que pour une importante densité de fissuration ( $a$  faible) le délaminage est remarquablement présent contrairement au délaminage pour une faible densité de fissuration ( $a=25$ ).

Pour la figure 3-12, on observe l'influence de l'orientation de la couche  $\theta^\circ$  sur la diminution des contraintes du stratifié endommagé par fissurations transverse et délaminage. On remarque que la diminution des contraintes devient plus importante avec la diminution de l'angle d'orientation de la couche  $\theta^\circ$  et c'est dû au fait que les couches aux grands angles d'orientations subissent plus de charge comparés à celles aux petits angles d'orientations ce qui fait que pour un faible  $\theta$  la couche à  $\theta^\circ$  va subir moins de charge, donc la couche à  $90^\circ$  va devoir subir plus de charge et donc diminution plus importante des contraintes et pour un  $\theta$  important, la couche à  $\theta^\circ$  va subir plus de charge que celle du faible  $\theta$  et ça donnera une diminution un peu moins importante des contraintes de la couche à  $90^\circ$ .

### **3.5 Conclusions :**

Nous avons réalisé un modèle numérique avec le code Abaqus d'un stratifié  $[\theta/90_2]_s$  endommagé par fissurations transverses et délaminage soumis à une traction uni-axiale. Le

modèle à été comparé au modèle réalisé par Berthelot [2] et validé par le rapprochement des résultats.

Après la validation du modèle, on a fait différentes études sur des stratifiés en observant leurs comportements pour différents angles d'orientation de la couche  $\theta^\circ$  et différentes densités de fissuration afin d'avoir une meilleure compréhension de l'influence du délaminage sur les comportements mécaniques des stratifiés.

Les comparaisons ont montré l'intérêt de l'analyse faite dans notre étude qui prend en considération le délaminage, surtout dans le cas des stratifiés où il se développe extensivement.

## **CHAPITRE 4**

### **MODELISATION DU VIEILLISSEMENT HYGROTHERMIQUE ET SIMULATION DES STRATIFIES FISSURES ET DELAMINES AVEC CHARGEMENT MECANIQUE**

#### **4.1 Introduction :**

Dans ce chapitre nous citerons dans un premier temps les effets du vieillissement hygrothermique sur les matériaux composites à matrice organique et nous évaluerons le comportement des propriétés mécaniques, sous l'effet de la température et l'humidité. Par la suite, on va faire la simulation par éléments finis du stratifié fissuré avec fissuration transverse et délaminage soumis à une traction uni axiale et sous différentes conditions hygrothermiques.

Notre approche pour résoudre le premier problème est la simulation numérique. Le modèle qui nous permettra d'introduire le vieillissement et son évolution sur ces propriétés est le modèle de Tsai [31], qui tient compte de l'évolution de la température de transition en fonction de l'humidité. Dans ce chapitre nous désignerons le modèle de Tsai par « Tsai simplifié », car la concentration utilisée dans le modèle n'est pas fonction du temps.

#### **4.2 Modélisation du vieillissement hygrothermique :**

##### **4.2.1 Vieillissement naturel et accéléré :**

Les vieillissements naturels sont souvent trop lents pour évaluer la résistance du matériau, il est nécessaire d'avoir recours à des vieillissements accélérés, pour prévoir un comportement sur des délais relativement courts mais aussi représentatif que possible de la dégradation naturelle du matériau. Ceci ne permet pas d'avoir les détails de la détérioration mais permet par contre d'avoir des baisses de performances des matériaux au cours du vieillissement. Ces vieillissements requièrent la connaissance des principaux mécanismes de dégradation des CMO pour ne pas en introduire d'autre en cours d'expérience. Le terme vieillissement sous-entend que le processus est qualitativement le même, seule la vitesse du processus varie.

Le vieillissement accéléré est utilisé pour contrôler les similitudes avec le vieillissement naturel, et la température est un facteur essentiel dans ce processus d'accélération mais cette variation est limitée jusqu'à un certain seuil, au-delà de ce seuil, le comportement de la matrice se modifie rapidement et il n'est plus représentatif [32].

#### **4.2.2 Types de vieillissement :**

Le vieillissement des matériaux polymères et composites dans les conditions réelles de leur utilisation se caractérise par des cinétiques d'absorption et de dégradation lentes. Cependant, il est nécessaire d'avoir recours à des essais accélérés pour évaluer et quantifier l'impact du vieillissement. Ces essais reposent le plus souvent sur l'exposition des matériaux à un environnement plus sévère que celui de leur utilisation. Généralement, la température est le paramètre le plus utilisé pour accélérer les processus de diffusion, qui peut être associé à d'autres paramètres selon les applications visées (humidité, UV). [33]

##### **4.2.2.1 Vieillissement physique :**

Il englobe les phénomènes dans lesquels la structure chimique des macromolécules et autres constituants du matériau polymère n'est pas modifiée. Il englobe, les phénomènes de vieillissement sous contrainte mécanique, les phénomènes de relaxation, les phénomènes liés aux transferts de masse comme l'absorption ou la diffusion de molécules [34].

Il est reconnu qu'en dessous de sa température de transition vitreuse  $T_g$ , un polymère n'est généralement pas dans un état d'équilibre thermodynamique. En effet, au cours d'un refroidissement, le matériau se fige avec un excès de volume libre et d'enthalpie au passage de la zone de transition vitreuse. Le vieillissement physique, qui est un phénomène réversible, résulte alors d'une restructuration progressive des molécules dans le polymère vers une configuration plus stable et se traduit par un gain de ductilité ou un gonflement du matériau [35].

La plastification s'accompagne aussi de gonflements, qui dans le cas des composites, conduit à l'apparition de contraintes inter faciales qui peuvent produire des déchaussements de fibres et des délaminages. Ce phénomène est d'autant plus important que la résistance de

l'interface est faible [36]. La figure 4-3 schématise la pénétration du solvant dans un polymère.

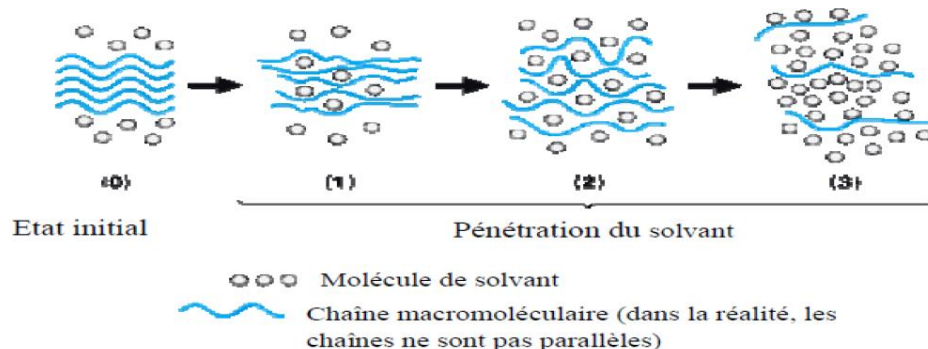


Figure 4-1 : Pénétration d'un solvant dans un polymère [37].

#### 4.2.2.2 Vieillessement chimique :

Certaines études ont montré que la masse d'un échantillon peut augmenter continuellement lorsque celui-ci est placé dans un environnement très humide. La modification de certaines bandes d'absorption en infrarouge du polymère a amené certains auteurs à supposer un mécanisme de dégradation du polymère : l'hydrolyse [38] (Figure 4-2).

Au cours de l'absorption, les molécules d'eau peuvent remplacer les liaisons hydrogène déjà existantes par des liaisons hydrogène entre l'eau et le polymère. Le résultat de ces interactions chimiques à long terme est la dégradation de la résine et de l'interface par hydrolyse.

L'hydrolyse est activée thermiquement et est susceptible d'être catalysée par divers agents chimiques : ions OH<sup>-</sup>, H<sup>+</sup>, métaux de transition, d'où l'influence de la composition du milieu réactionnel dans le vieillissement. Le greffage d'eau sur les chaînes macromoléculaires se caractérise par une masse supérieure à la masse initiale de l'échantillon même après séchage [37].

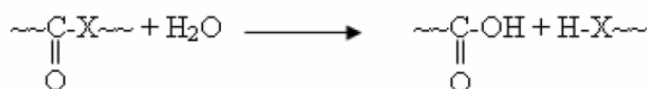


Figure 4-2 : Réaction de l'hydrolyse [37].



### **4.2.3 Caractérisation du matériau :**

Un matériau est caractérisé principalement par ses modules mécaniques qui peuvent être déterminés expérimentalement. Par exemple plusieurs essais de traction sont nécessaires pour déterminer les différents modules d'élasticité du pli élémentaire d'un composite à fibres continues. Le module d'Young ou module d'élasticité longitudinal et le coefficient de Poisson sont mesurés par un essai de traction monotone sur un unidirectionnel pour un empilement à 0°.

Nous allons devoir choisir les modèles des différents modules qui nous permettront de faire la caractérisation de notre matériau. Le module de Young longitudinal et le coefficient de Poisson sont pris d'après les modèles correspondant à ceux issus de la loi des mélanges. Le module de Young transversal et le coefficient de Poisson, sont pris selon le modèle correspondant à celui de la loi des mélanges modifiée par Hahn décrit en référence [39]. Ce modèle a également été adopté dans les travaux de Sereir et autres [40].

Soit ci-dessous le choix du modèle semi-empirique pour l'évaluation des propriétés du composite en fonction des volumes des fibres [41].

#### **4.2.3.1 Le module de Young dans la direction des fibres :**

Il est bien approché par la relation :

$$E_x = E_m \cdot V_m + E_{fx} \cdot V_f \quad (4.1)$$

$$\text{Avec } V_m = 1 - V_f \quad (4.2)$$

En pratique ce module dépend essentiellement du module longitudinal de la fibre.

#### **4.2.3.2 Le module de Young transversal :**

La relation micromécanique modifiée par Hahn [42] pour le graphite époxy T300/5208 du module de Young transversal est :

$$E_y = \frac{1 + 0.516(V_m / V_f)}{\frac{1}{E_{fy}} + \frac{0.516(V_m / V_f)}{E_m}} \quad (4.3)$$

#### 4.2.3.3 Le module de cisaillement longitudinal :

De même la relation micromécanique modifiée par Hahn [42] pour le graphite époxy T300/5208 du module de Young transversal est :

$$G_{XY} = \frac{1 + 0.316(V_m / V_f)}{\frac{1}{G_{fy}} + \frac{0.316(V_m / V_f)}{G_m}} \quad (4.4)$$

$$\text{Avec } G_m = \frac{E_m}{2(1 + \nu_m)} \quad (4.5)$$

#### 4.2.3.4 Le coefficient de Poisson :

Il caractérise la contraction dans le sens transverse (Y) du pli lorsqu'on le sollicite en traction suivant le sens long (X)

$$\nu_{XY} = \nu_m \cdot V_m + \nu_{fx} \cdot V_f \quad (4.6)$$

La comparaison des valeurs des modules obtenus par ces modèles avec ceux donnés par Tsai [31], donne d'excellents résultats (tableau 4-3).

#### 4.2.4 Introduction du vieillissement sur les propriétés mécaniques du matériau et le modèle de Tsai :

Le but à travers ce qui suit est la quantification du vieillissement puis l'observation de ses effets sur les propriétés mécaniques du matériau. On va devoir présenter le modèle qui nous permettra d'introduire le vieillissement et son évolution sur ces propriétés.

Le modèle correspond à celui décrit par Tsai [31] et tient compte de l'évolution de la température de transition en fonction de l'humidité, puis l'évolution des propriétés élémentaires des fibres et de la matrice en fonction de la température et de l'humidité.

La particularité du modèle est que le vieillissement de la fibre est bien pris en considération. Cependant, la plupart des études considèrent cette dégradation comme négligeable, notamment par rapport à la dégradation de la matrice et de l'interface.

#### **4.2.4.1 Evolution de T<sub>g</sub> au cours du vieillissement :**

Le paramètre T<sub>g</sub> est un paramètre quantitatif du phénomène de vieillissement, c'est aussi une caractéristique importante des polymères et représente la transition entre le domaine vitreux et le domaine caoutchoutique du matériau [43]. La technique qui permet de suivre l'évolution de la température de transition vitreuse au cours du vieillissement hygrothermique est la DMTA (Differential Mechanical Thermal Analysis), Mercier [44]. Evidemment cette technique est souvent utilisée dans les études expérimentales de vieillissement, pour le suivi de T<sub>g</sub>.

La transition vitreuse est une des caractéristiques les plus importantes des polymères, pendant laquelle le matériau passe progressivement d'un état vitreux (rigide) à un état caoutchouteux. Cette transition du second ordre s'étale sur un domaine de température de 10°C à 20°C. La température de transition vitreuse T<sub>g</sub> est fortement influencée par la composition, l'état de cuisson de la résine mais aussi par des facteurs extérieurs telle que la présence de liquide dans le réseau moléculaire.

L'application de notre étude se fera sur le graphite époxyde T300/5208. La température de transition vitreuse à une température de référence de 22°C est de T<sub>g</sub>=160°C, Tsai [31]. On sait que l'absorption d'humidité entraîne la diminution de la température de transition. Les observations de nombreux auteurs tel que Ghorbel [43], confirment une baisse de la T<sub>g</sub> d'environ 20°C en humidité relative et de 30°C en immersion. Cette température est d'autant plus décalée vers des températures plus faibles que les conditions de vieillissement sont sévères. La première partie d'analyse doit permettre de suivre l'évolution de la température de transition vitreuse T<sub>g</sub> au cours du vieillissement. Tsai [31] n'assume qu'une absorption d'humidité induit une diminution de la température de transition d'une quantité (g.c) :

$$T_g = T_g^0 - gc \quad (4.7)$$

#### 4.2.4.2 Température adimensionnelle :

Tsai [31] propose la notion de la température adimensionnelle  $T^*$ , qui est un élément essentiel pour l'évaluation des caractéristiques du composite :

$$T^* = \frac{T_g - T_{opr}}{T_g - T_{rm}} \quad (4.8)$$

On voit l'effet de la température à travers  $T_{opr}$  qui est la température d'utilisation ainsi que l'effet de la concentration à travers la température de transition.  $T_{rm}$  étant la température de référence.

#### 4.2.4.3 Prise en compte du vieillissement dans les propriétés de la matrice

Tsai [31] relie la température adimensionnelle  $T^*$ , pour déterminer empiriquement les expressions des propriétés de la matrice, en fonction de la température et de l'humidité avant et après le vieillissement, pour le carbone époxyde T300/5208.

$$\frac{E_m}{E_m^0} = (T^*)^a \quad (4.8)$$

$$\frac{G_m}{G_m^0} = (T^*)^a \quad (4.10)$$

$$\frac{V_m}{V_m^0} = (T^*)^a \quad (4.11)$$

a : étant une constante semi empirique [31], donnée dans le tableau 4-2.

#### 4.2.4.4 Prise en compte du vieillissement dans les propriétés des fibres :

Les propriétés des fibres en fonction de la température et de la concentration s'expriment aussi en fonction de la température adimensionnelle.

$$\frac{E_{fx}}{E_{fx}^0} = (T^*)^f \quad (4.12)$$

$$\frac{E_{fy}}{E_{fy}^0} = (T^*)^f \quad (4.13)$$

$$\frac{G_{fx}}{G_{fx}^0} = (T^*)^f \quad (4.14)$$

$$\frac{V_{fx}}{V_{fx}^0} = (T^*)^f \quad (4.15)$$

f : étant une constante semi empirique [31], donnée dans le tableau 4-2.

#### 4.2.4.5 Organigramme :

On a élaboré notre programme de simulation numérique (sous code Maple) en se basant sur l'organigramme présenté ci-dessous :

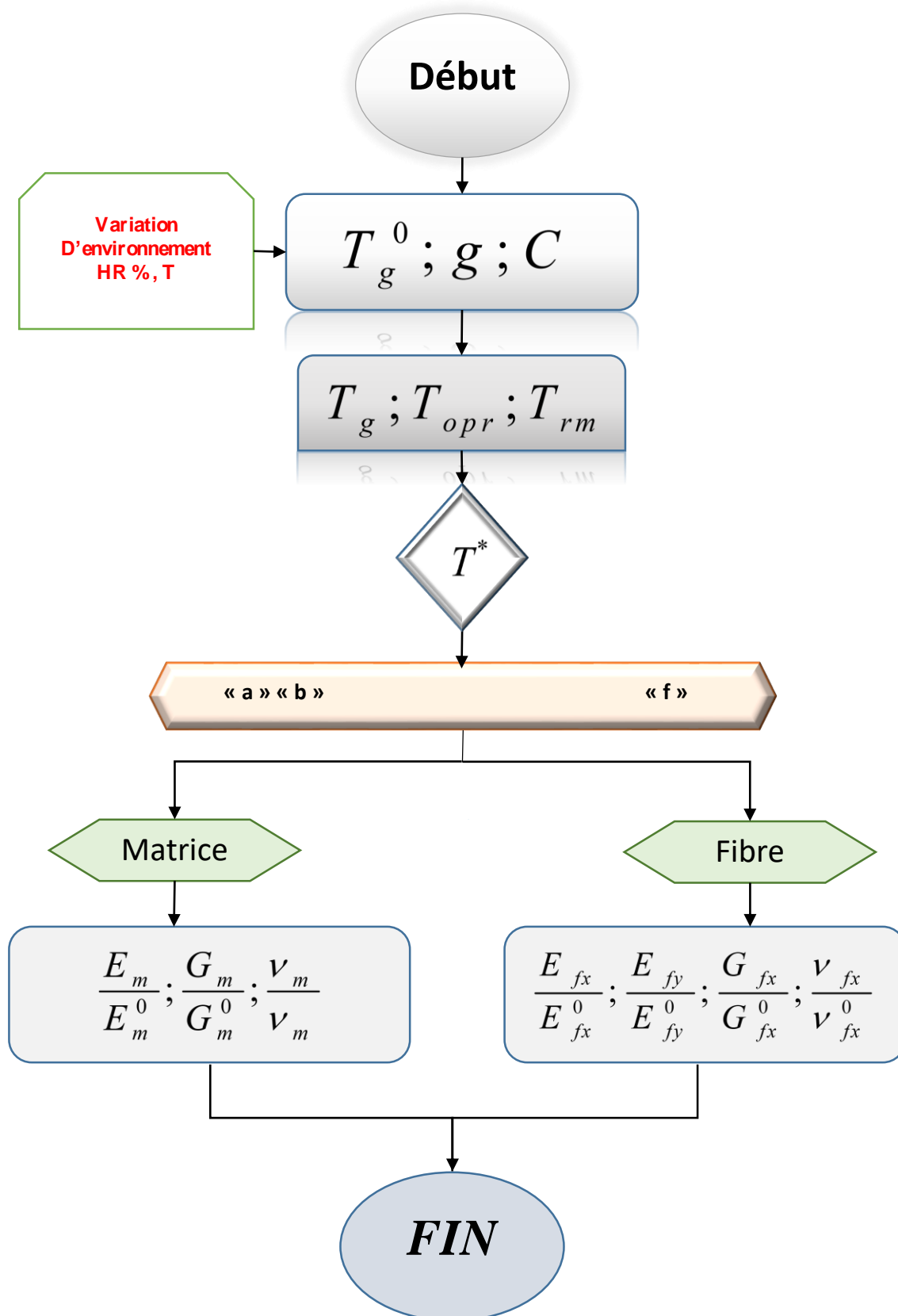


Figure 4-3 : Organigramme du calcul des propriétés vieilles par AEROTSA.

#### 4.2.4.6 Propriétés du T300/5208 [31]

L'application de notre étude se fera sur le T300/N5208. Le T300 est la fibre de carbone et le N5208 est la résine. Nous présentons ci-dessous sous forme de tableaux les caractéristiques de ce type de matériau, ainsi que les caractéristiques de la matrice époxyde et des fibres de carbone :

$E_{fx}$ (Gpa)	$E_{fy}$ (Gpa)	$G_{fx}$ (Gpa)	$\nu_{fx}$	$E_m$ (Gpa)	$G_m$ (Gpa)	$\nu_m$	$V_f$	$V_m$
259	18.69	19.69	0.25	3.4	1.26	0.35	0.7	0.3

Tableau 4-1 : Caractéristiques de fibres et matrice du T300/5208, [31].

$T_g^0$ (°C)	$T_{rm}$ (°C)	g (°C/c)	a	b	c	f	h	e
160	22	2000	0.5	0.2	0.9	0.04	0.04	0.2

Tableau 4-2 : Caractéristiques de variation de température et d'humidité, [31].

	$E_x$ (Gpa)	$E_y$ (Gpa)	$G_{XY}$ (Gpa)	$\nu_{XY}$	$\alpha_x$ $10^{-6}$ $K^{-1}$	$\alpha_y$ $10^{-6}$ $K^{-1}$	$\beta_x$	$\beta_y$
« Tsai »	181	10.3	7.17	0.28	0.02	22.5	0	0.6
« Loi des mélange modifiée »	181.3	10.305	7.169	0.28	0.023	23.5	0	0.62

Tableau 4-3 : Propriétés du T300/5208  $T_r=22^\circ\text{C}$  et  $C=0.5\%$ , [31].

Type de Matériau	Température	Humidité relative	D (mm <sup>2</sup> /s)	$C_{\max}$
T300/5208	20°	100	$2.27 \times 10^{-8}$	1.5

Tableau 4-4 : Caractéristiques de diffusion du T300/5208, [31].

#### 4.2.4.7 Conditions de simulation :

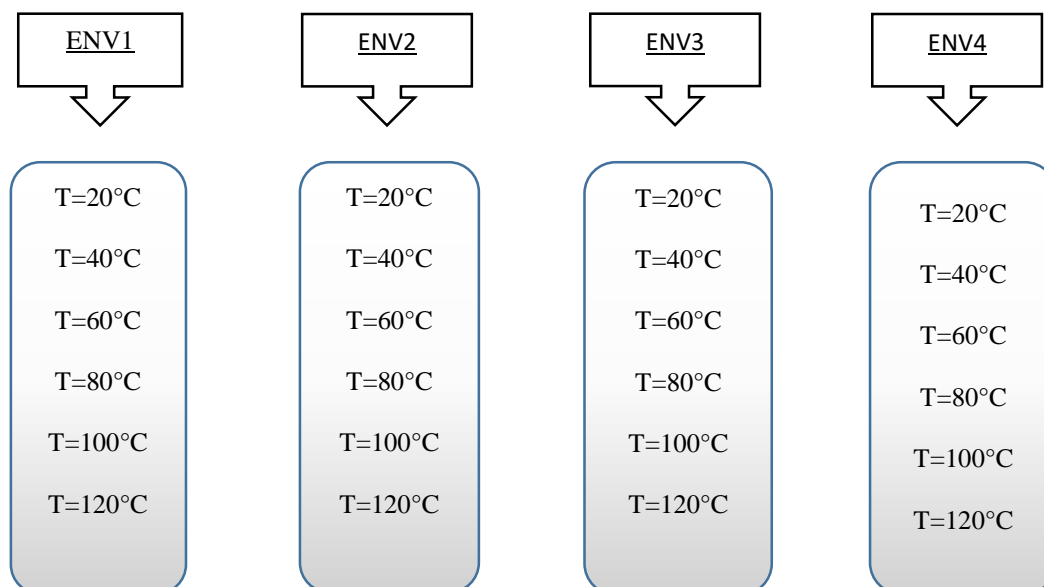
Nous choisissons quatre environnements différents en termes d'humidité relative. Chaque environnement considère des températures d'utilisation variables de 20°C à 120°C. Et cette dernière correspond aussi à la température de post cuisson pris par Tsai [31].

La concentration est calculée en fonction de l'humidité relative sous la forme :

$$C=0.015.(HR)\% \quad (4.16)$$

Environnements	Humidité relative	Concentration
ENV1	HR1=0%	C=0%
ENV2	HR1=33%	C=0.5%
ENV3	HR1=66%	C=1%
ENV4	HR1=100%	C=1.5%

Tableau 4-5 : Choix des environnements.





#### 4.2.4.8 Variation des modules mécaniques :

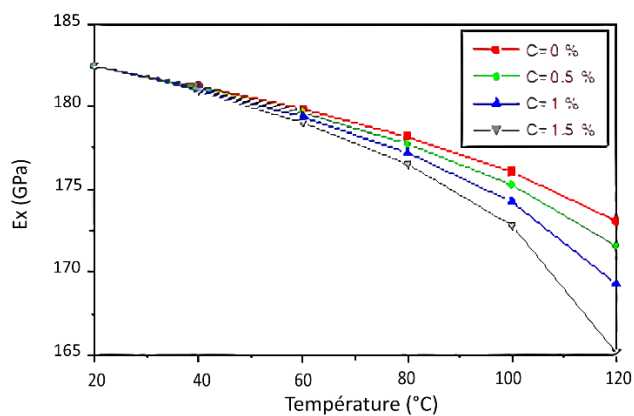


Figure 4-4 : Effet de la variation de température sur le module de Young longitudinal pour le T300/5208 à différents niveaux de concentration.

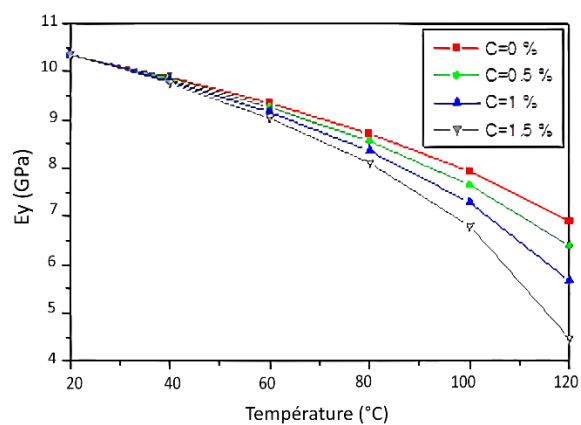


Figure 4-5 : Effet de la variation de température sur le module de Young transversal pour le T300/5208 à différents niveaux de concentration.

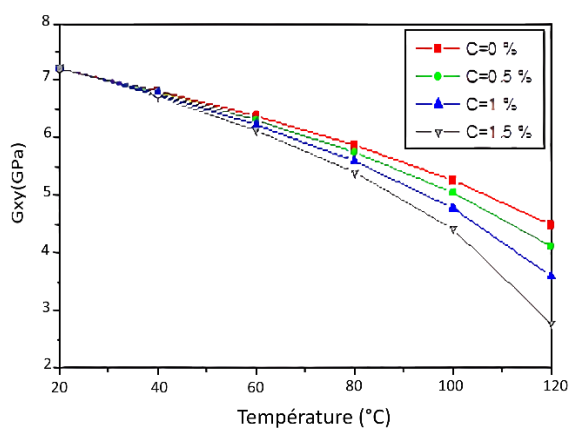


Figure 4-6 : Effet de la variation de température sur le module de cisaillement longitudinal pour le T300/5208 à différents niveaux de concentration.

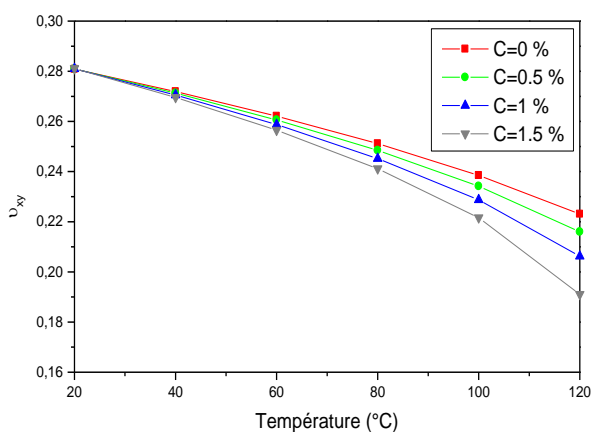


Figure 4-7 : Effet de la variation de température sur le coefficient de Poisson longitudinal pour le T300/5208 à différents niveaux de concentration.

## 4.2.5 Interprétations

### 4.2.5.1 Effets de la température :

Les figures 4-4 à 4-7 montrent clairement que les réductions du module d'élasticité transversale et le module de cisaillement plan sont amplement plus importantes que les réductions du module d'élasticité longitudinal et du coefficient de Poisson. Le module de Young longitudinal est le moins affecté.

L'augmentation de la température engendre une chute des différents modules d'élasticité ; le module de Young longitudinal, le module de Young transversal, le module de cisaillement et le coefficient de Poisson, voir figures 4-4 à 4-7. Sur les différentes figures nous observons une accélération de la réduction des caractéristiques mécaniques à partir de 80°C. Le module de Young transversal et le module de cisaillement longitudinal sont les plus affectés par l'effet de température.

En fait, ces réductions représentent la chute de rigidité. Nous constatons une réduction de la rigidité transversale de l'ordre de 56% lorsque la température atteint 120°C à une concentration initiale  $C=0.015$ . La rigidité en cisaillement se réduit considérablement aussi, elle est autour de 61% pour une température de 120°C et une concentration de  $C=0.015$ . Ces résultats sont en accord avec les obtenus dans la référence [45].

#### **4.2.5.2 Effets de la concentration :**

Pour une même température et à différents niveaux de concentration (voir tableau 3.6), pour  $T=60^\circ\text{C}$  et à  $C=0\%$ ,  $C=0.05\%$ ,  $C=1\%$ ,  $C=1.5\%$ , plus la concentration est élevée, plus le taux de dégradation est élevé, par exemple le module de cisaillement longitudinal chute de 3.58 % lorsque la concentration passe de  $C=0\%$  à  $C=1.5\%$ . Le module de Young transversal quant à lui chute de 3.1% lorsque la concentration passe de  $C=0\%$  à  $C=1.5\%$ .

Le tableau 4-7 montre une comparaison à une température de 120°C des taux de dégradation des modules à différentes concentrations. La combinaison d'une température et d'un haut niveau d'humidité contribuent à réduire les propriétés mécaniques du graphite/époxyde T300/5208. L'effet de température est plus prononcé pour une concentration élevée.

L'influence de la concentration d'humidité et celle de la température sont similaires. Les tableaux des résultats montrent, que pour une concentration d'humidité donnée, plus la température est élevée plus la dégradation est importante. Les caractéristiques mécaniques les plus sensibles sont l'élasticité transversale et le cisaillement longitudinal. Ceci permet de prévoir que l'effet combiné température humidité aura une conséquence visible sur les contraintes transversales et sur le cisaillement plan.

Conditions	$E_x$ %	$E_y$ %	$G_{xy}$ %	$\nu_{XY}$ %
60 °C, C=0%	1.41654513	9.61359376	11.38891074	6.66422591
60 °C, C=0.5%	1.54185898	10.45378259	12.36486522	7.21428609
60 °C, C=1%	1.69303811	11.46469627	13.53503984	7.86972382
60 °C, C=1.5%	1.87915523	12.70499889	14.96465225	8.66453978

Tableau 4-6 : Taux de réduction des propriétés mécaniques T=60°C, C=0%, C=0.15%,

Conditions	$E_x$ %	$E_y$ %	$G_{xy}$ %	$\nu_{XY}$ %
120 °C, C=0%	5.12217920	33.31734193	37.76045046	20.57481815
120 °C, C=0.5%	5.95285691	38.21068394	42.91190310	23.10510406
120 °C, C=1%	7.20129699	45.20230029	50.10431180	26.57025634
120 °C, C=1.5%	9.47314897	56.69454191	61.50655874	31.97231014

Tableau 4-7 : Taux de réduction des propriétés mécaniques T=120°C, C=0%, C=0.15%,  
C=1%, C=1.5%

La matrice et les interfaces fibre matrice sont les plus attaquées par l'eau, alors que les fibres semblent garder la majorité de leur intégrité. Les baisses du module transversal sont donc attribuées au phénomène de plastification de la matrice par les molécules d'eau, décrit précédemment. C'est en effet la matrice qui est sollicitée, de même le module de cisaillement  $G_{XY}$  qui baisse de manière importante, caractérise la dégradation des liaisons au niveau de l'interface fibre matrice.

#### 4.2.5.3 Validation des résultats :

Nos résultats sont en bon accord avec les résultats obtenus par Benkhedda et khodjet [45], [46] ou il apparaît communément une baisse de rigidité dans le sens transversal et en cisaillement des composites unidirectionnels. Les résultats sont aussi en bon accord avec les travaux expérimentaux de Ghorbel [43] ; Shen et Springer [47].

Nous avons exposé un modèle qui permet la simulation du vieillissement. Les propriétés mécaniques du composite peuvent être obtenues pour n'importe quelle condition de température et d'humidité. L'interprétation physico-chimique des résultats des effets de température et d'humidité sur les propriétés mécaniques est assez complexe. Nos résultats montrent que pratiquement chaque propriété du matériau est susceptible d'être affectée par un vieillissement humide et thermique.

Cependant l'aspect micro analytique ne pourra déterminer ce qui se passe au cœur du matériau. Les conditions hygrothermiques peuvent-elles avoir un influence sur le comportement mécanique d'un matériau composite  $[\theta_m/90_n]_s$  soumis à une traction uni axiale et endommagé par des fissurations transversales, c'est dans ce sens que l'on continuera l'étude dans ce chapitre.

### **4.3 Simulation et résultats du stratifié fissuré avec chargement mécanique et conditions hygrothermiques :**

Le modèle simulé sur Abaqus dans le chapitre précédent montre une bonne concordance avec les résultats obtenus par Berthelot [2] pour cela, dans ce chapitre nous allons l'utiliser pour étudier l'influence des conditions hygrothermiques sur le comportement mécanique d'un matériau composite  $[\theta/90_n]_s$  soumis à une traction uni axiale et endommagé par des fissurations transversales et délaminage.

Nous représentons l'influence des conditions hygrothermiques sur le champ de contraintes longitudinales et de cisaillement dans la stratifié  $[\theta/90_3]_s$ . Nous ferons aussi la comparaison des évolutions du champ de contraintes longitudinales et de cisaillement avec l'influence hygrothermique pour différents angles d'orientation des fibres de la couche orientée à  $\theta^\circ$  (0, 45, 60) et pour différents rapports géométriques de fissuration a (25 et 2.5).

#### **4.3.1 Choix du matériau :**

Pour cet exemple l'épaisseur de chaque couche est 0.125 mm et les propriétés élastiques pour le graphite/époxy  $[\theta/90_3]_s$  sont :

$$E_f=259.0 \text{ GPa} , G_f=19.69 \text{ GPa} , \nu_f=0.25 , \nu_m=0.35 \text{ et } E_m=3.4 \text{ GPa} , C_0=0\% , T_0=22^\circ\text{C}.$$

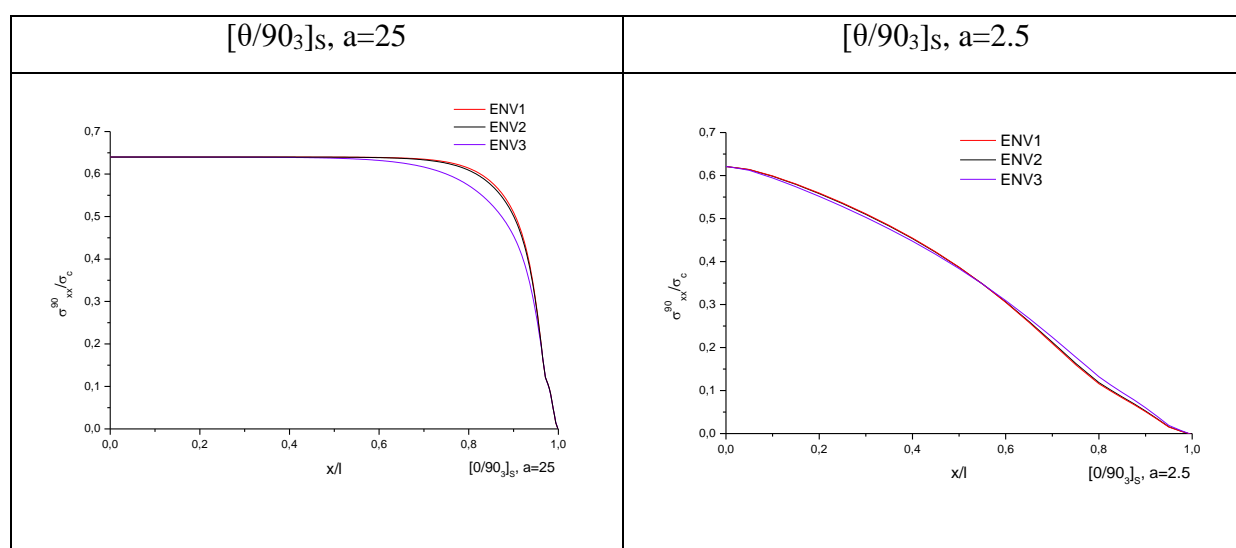
Propriétés	$E_x$	$E_y$	$G_x$	$G_y$	$\nu_x$	$\nu_y$
Environnement1 T=22°C, C=0%	182.4317 418	10.34432 699	7.210421 946	5.0910859 81	0.2808588 828	0.0159253 8718
Environnement2 T=60°, C=1%	179.3491 767	9.160680 938	6.236340 455	4.5205845 28	0.2587963 378	0.0132186 3151
Environnement3 T=120°C, C=1.5%	165.1497 111	4.479658 192	2.775539 533	2.2282809 86	0.1910618 097	0.0051825 19517

Tableau 4-8 : Les propriétés du matériau choisi sous trois différents environnements hygrothermiques.

### 4.3.2 Résultats numériques :

#### 4.3.2.1 Effet de la variation de la température et humidité sur l'évolution de la contrainte longitudinale dans le stratifié $[\theta/90_n]_s$ :

Nous allons présenter l'influence de la température et humidité sur l'évolution de la contrainte longitudinale dans un stratifié  $[\theta/90_3]_s$  ( $\theta=0^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ ) avec un rapport d'épaisseur des couches «  $a=1/3$  » et des rapports géométriques de fissuration «  $a=25$  » et «  $a=2.5$  ».



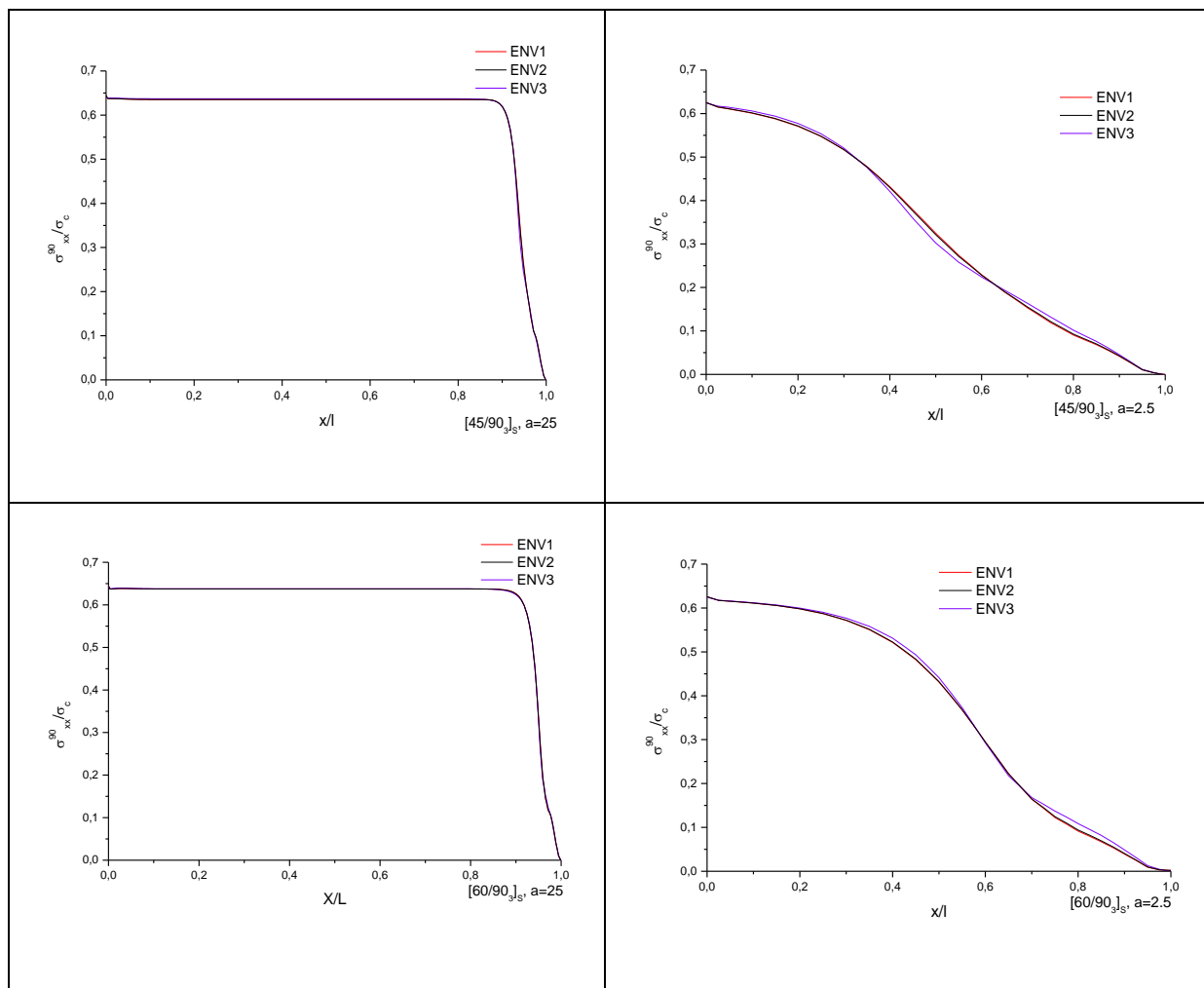


Figure 4-8 : La variation des contraintes longitudinales pour différents environnements hydrothermiques d'un stratifié  $[\theta/90_3]_s$  fissuré avec fissurations transverses et délaminage.

A travers les résultats présentés dans la figure 4-8 ayant le rapport d'épaisseur de couche «  $\alpha=1/3$  » et le rapport géométrique «  $a=25 ; 2.5$  ». L'augmentation des effets hydrothermiques (température et l'humidité) engendre une chute de la contrainte longitudinale dans le stratifié  $[\theta/90_3]_s$ , quand la température et l'humidité augmente la variation de la contrainte diminue. On note aussi que cette influence hydrothermique est significative lorsque l'angle d'orientation des fibres  $\theta^\circ$  est petit.

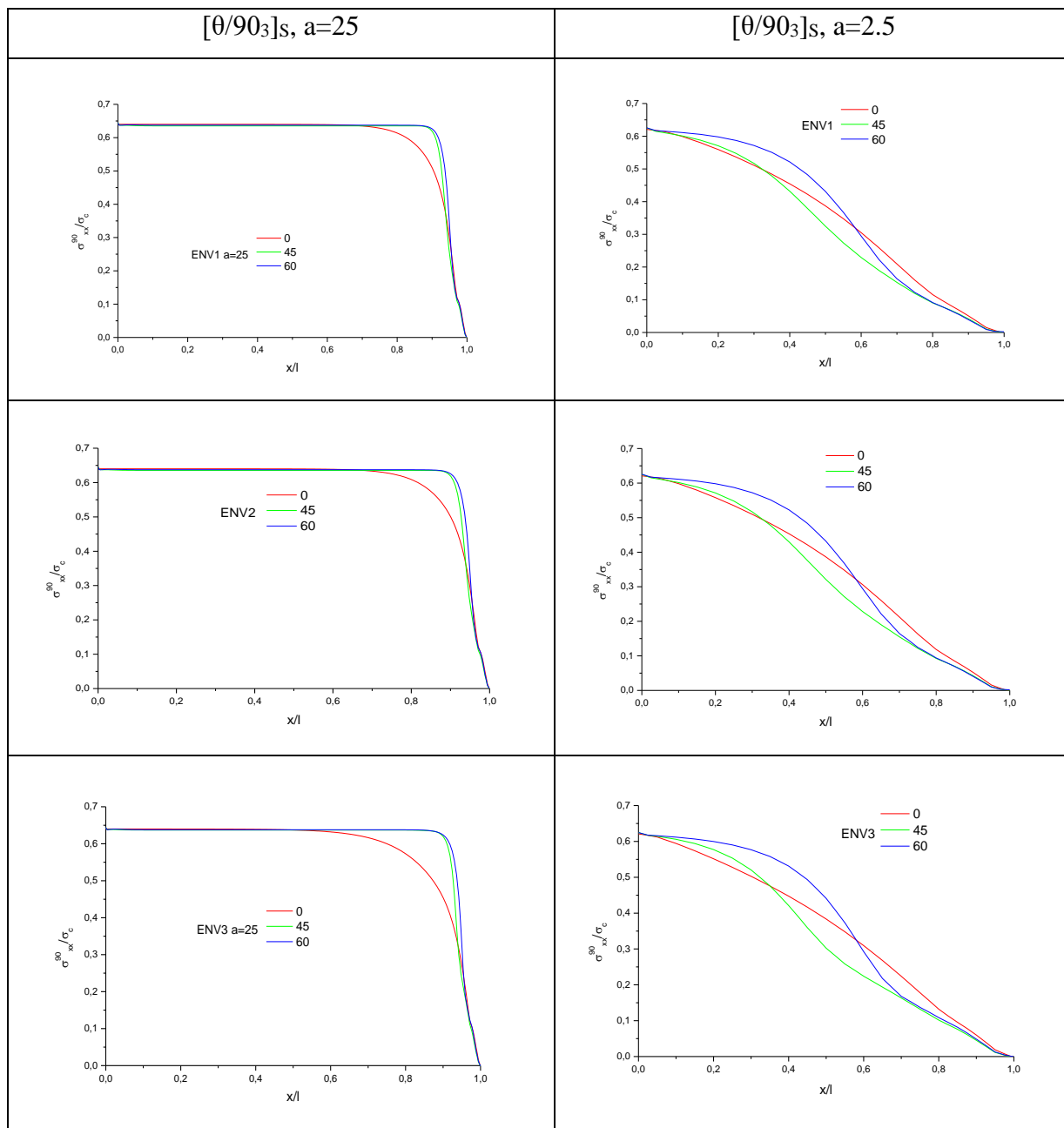


Figure 4-9 : La variation des contraintes longitudinales pour différentes orientations de la couche à  $\theta^\circ$  d'un stratifié  $[\theta/90_3]_s$  fissuré avec fissurations transverses et délaminage sous différents environnements hygrothermiques.

L'évolution de la contrainte longitudinale le long du stratifié avec différents angle d'orientation des fibres et sous différentes conditions hygrothermiques est représentée dans la figure 4-9. Les résultats montrent qu'on a une réduction de la contrainte longitudinale le long du stratifié avec la diminution de l'angle d'orientation des fibres, par contre l'effet de la température et humidité est atténué avec la réduction de la densité de fissuration.



### 4.3.2.2 Effet de la variation de la température et humidité sur l'évolution de la contrainte de cisaillement dans le stratifié $[\theta/90_n]_s$ :

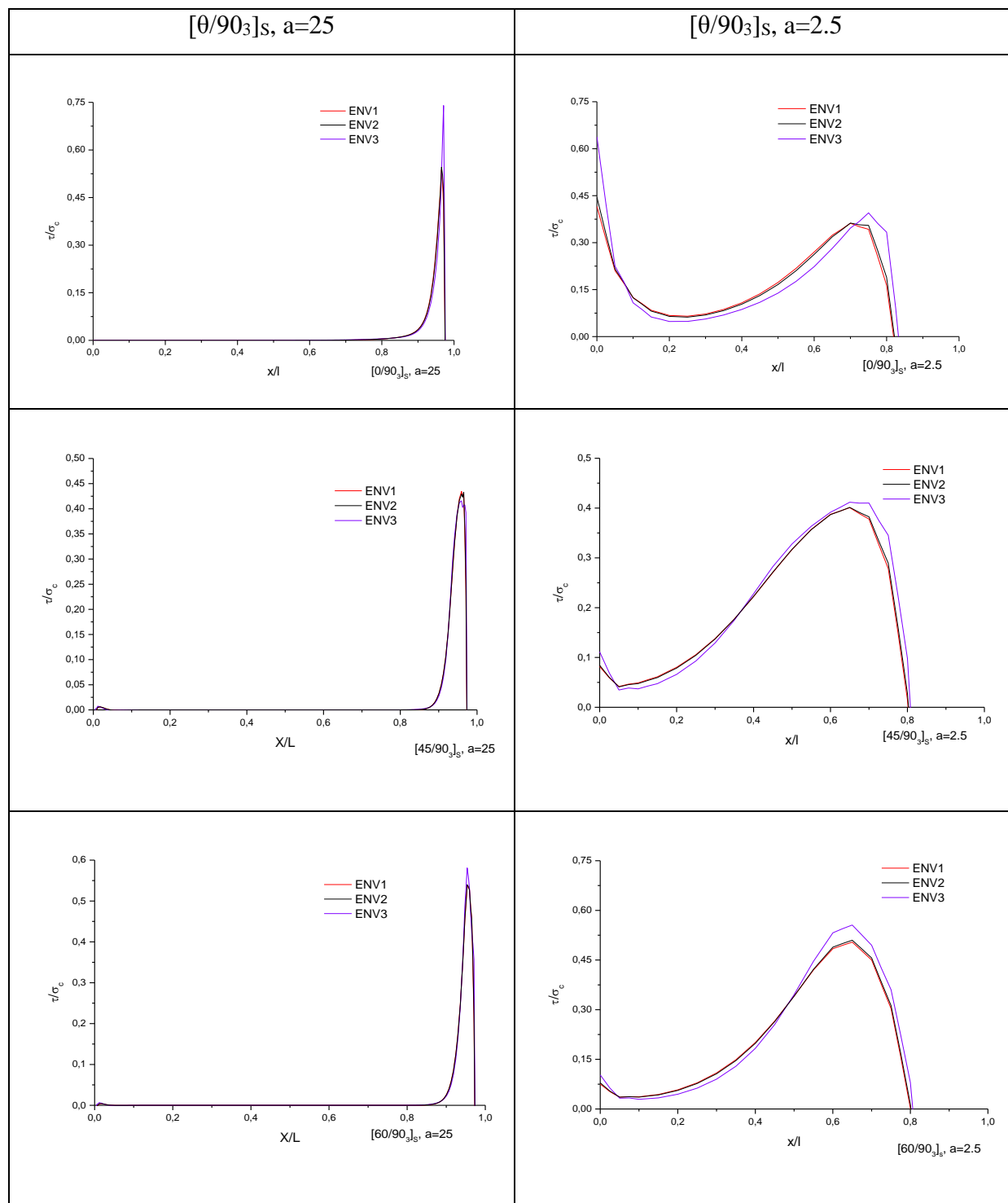


Figure 4-10 : La variation des contraintes de cisaillement pour différents environnements hygrothermiques d'un stratifié  $[\theta/90_3]_s$  fissuré avec fissurations transverses et délaminage.

A travers les résultats présentés dans les figures 4-10 ayant le rapport d'épaisseur de couche « $\alpha=1/3$ » et le rapport géométrique « $a=2.5$  ;  $a=25$  », en note une influence de la variation de la température et humidité remarquable.

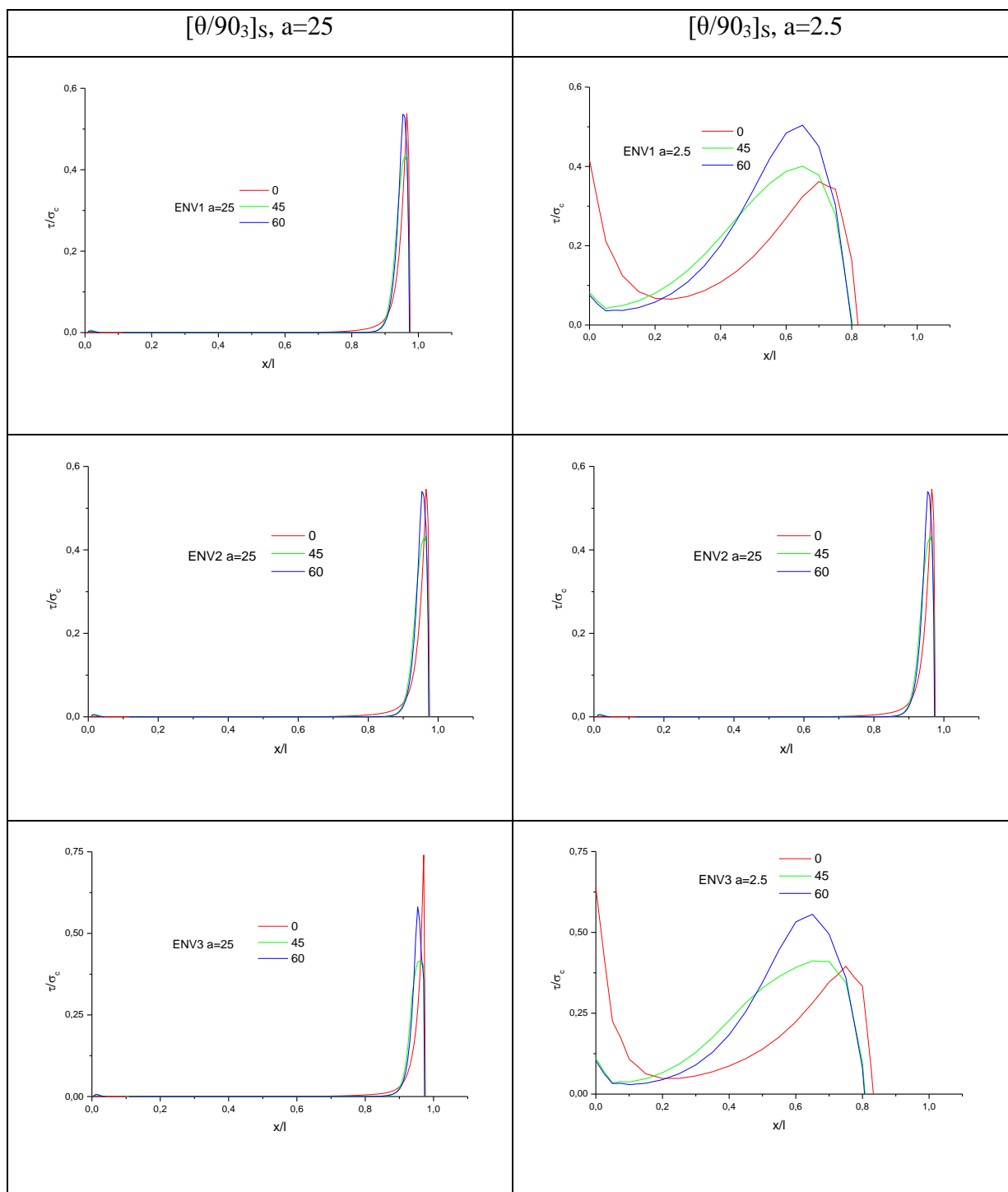


Figure 4-11 : La variation des contraintes de cisaillement pour différentes orientations de la couche à  $\theta^\circ$  d'un stratifié  $[\theta/90_3]_s$  fissuré avec fissurations transverses et délaminage sous différents environnements hygrothermiques.

L'évolution de la contrainte de cisaillement le long du stratifié avec différents angle d'orientation des fibres et sous différentes conditions hygrothermiques est représentée dans la figure 4-11. Les résultats montrent une réduction de la contrainte de cisaillement avec la diminution de l'angle d'orientation pour une forte densité de fissuration. Pour le cas à faible densité de fissuration on remarque une augmentation de contrainte pour un faible  $\theta$ .

#### **4.4 Conclusions :**

L'endommagement par fissuration transversale et délaminage d'un stratifié  $[\theta_m/90_n]_s$  soumis à la traction uni axiale est analysé par une approche numérique utilisant le code Abaqus sous différents conditions hygrothermiques.

Dans un premier temps, on a étudié l'effet de la variation de la température et concentration sur le comportement des propriétés élastiques des matériaux composites non fissurés. Une réduction du module de Young longitudinal, du module de cisaillement et du coefficient de poisson caractérisent les effets du vieillissement hygrothermique sur les propriétés mécaniques du matériau composite.

Après, le modèle en éléments finis validé et discuté dans le chapitre précédent qu'on mettra sous différents environnements, afin d'étudier l'influence de la variation de la température et humidité sur les contraintes mécaniques d'un matériau composite  $[\theta_m/90_n]_s$  soumis à une traction uni axiale et endommagé par des fissurations transversales et délaminage. Une réduction des contraintes transversales et une augmentation des contraintes de cisaillement sont remarquées avec l'augmentation des conditions hygrothermiques, surtout pour les stratifié dont l'angle d'orientation de la couche à  $0^\circ$  et la densité de fissurations sont faibles.

En conclusion, l'influence des conditions hygrothermiques est assez importante et significative dans l'étude de l'évolution des propriétés mécaniques dans un stratifié endommagé avec fissuration transverse et délaminage.

## Conclusion générale

Dans ce travail, nous avons effectué une étude sur le comportement mécanique des stratifiés de type  $[\theta/90_2]_s$  endommagés par fissuration transverse et délaminage sollicités en traction uni axiale. Dans le but d'évaluer quantitativement ce comportement mécanique, un intérêt tout particulier a été porté à l'étude de la contrainte longitudinale à travers le stratifié, la contrainte de cisaillement inter laminaire et l'évolution des propriétés élastiques en fonction de la densité de fissuration.

En premier lieu, les équations de Berthelot permettant de déterminer le champ des déplacements, contraintes et déformation dans le composite endommagé, ainsi que celle régissant la variation des propriétés élastiques en fonction de la densité de fissuration ont été établies. Dans la partie délaminée, l'approche analytique est réduite à une analyse unidimensionnelle habituelle en considérant que le transfert de charge mécanique entre les couches  $\theta$  et  $90$  est obtenu par friction à l'interface avec une contrainte de cisaillement indépendante de la coordonnée longitudinale. Dans la partie sans délamination, le modèle analytique est basé sur une approche de déplacement qui considère que les déplacements longitudinaux dépendent des coordonnées longitudinales et transversales dans chaque couche. La variation du déplacement longitudinal a été supposée être progressive pour les épaisseurs de couche  $\theta$  et parabolique pour l'épaisseur de couche  $90$ .

En second lieu et afin de décrire d'une façon précise ce comportement, la modélisation de la fissuration transverse et du délaminage par éléments finis sur le code ABAQUS a été effectuée. Les résultats ont été comparés aux résultats de Berthelot et aux résultats du modèle étudiant les fissurations transverses seules.

La modélisation de l'influence de la température et humidité a été établie selon un modèle à l'échelle micro-analytique à travers le modèle de Tsai, choisi à partir d'un modèle semi empirique qui prend en considération l'effet de la concentration d'humidité et de la température sur les propriétés des fibres et de la matrice. Ceci nous a permis de quantifier l'évolution des propriétés mécaniques. Suivie par l'étude de l'influence de la température et humidité sur le comportement mécanique d'un matériau composite  $[\theta/90_3]_s$  soumis à une traction uni axiale et endommagé par des fissurations transversales et délaminage qui a été établie en utilisant la simulation numérique par code ABAQUS.

A L'aide de cette modélisation numérique par éléments finis, nous pouvons tirer les conclusions suivantes :

- Le modèle de simulation par éléments finis du stratifié  $[\theta/90_2]_s$  endommagé par fissurations transverses et délaminage qu'on a réalisé montre une bonne conformité avec les résultats obtenus par Berthelot.
- Ces résultats nous permettent d'avoir une idée sur le comportement mécanique du stratifié  $[\theta/90_2]_s$  endommagé d'un point de vue local. Toutefois, des prédictions restent discutables et ne peuvent en aucun cas être fiables à 100 %.
- Pour l'analyse par éléments finis, le point discutable reste le non-respect des conditions aux limites au niveau des plans de fissures transverses, quel que soit le degré d'affinement du maillage. Et comme la modélisation est basée sur une approche déplacement, l'équilibre ne peut être vérifié qu'en moyenne. Ainsi, nous avons opté pour une étude globale n'utilisant que des valeurs moyennes, moins sensibles aux erreurs locales.
- Les contraintes mécaniques dépendent de plusieurs paramètres, à savoir : le rapport géométrique des couches, la densité de fissure, l'orientation des fibres, la température et l'humidité.
- Le modèle de simulation sur Abaqus utilisé pour modéliser le comportement des stratifiés vieillis hygrothermiquement semble satisfaisant pour représenter le comportement des contraintes en fonction de la densité de fissuration, sous différentes conditions environnementales.

En conclusion, on peut dire que l'impact du délaminage sur la réduction des contraintes mécaniques est assez important et son rythme évolution en fonction des différents paramètres tel que la densité des fissuration et l'orientation des fibres est fondamental à tenir en compte. La température et l'humidité ont aussi un effet significatif sur la variation des propriétés mécaniques des stratifiés fissurés avec fissuration transverse délaminage et soumis à une traction uni axiale.

Comme perspectives futures de cette recherche, nous proposons d'étaler cette étude à l'influence des conditions hygrothermiques sur le comportement mécaniques d'un matériau composite  $[\theta/\beta]_s$  endommagé par fissuration transverse , longitudinale et délaminage et sollicité en traction uni axiale en utilisant deux types d'approches : approche analytique et approche numérique.

## LA LISTE DES SYMBOLES

- $G_{mu}$  : La contrainte à la rupture de la matrice (GPa)
- $\sigma_m$ : La contrainte en traction dans la matrice (GPa)
- $\tau_m$ : La contrainte de cisaillement dans la matrice (GPa)
- $\tau_{mu}$  : La contrainte en cisaillement a la rupture de la matrice (GPa)
- $\tau_d$ : La contrainte de décohesion (GPa)
- $\sigma_f$ : La contrainte de traction dans une fibre (GPa)
- $\sigma_{fu}$ : La contrainte a la rupture de la fibre (GPa)
- $d_{sat}$ : densité de fissures transverses a la saturation ( $mm^{-1}$ )
- n: Nombre de couches a  $90^\circ$
- m : Nombre de couches orientées à  $0^\circ$  ou à un angle  $\theta$
- $\theta$  : Angle de la couche (degre)
- T: Temperature ( °c)
- HR: Degré hygrométrique ou humidité relative (%)
- $T_g$  : Temperature de transition vitreuse ( °c)
- M: Teneur en eau (%)
- D : Niveau d'endommagement (%)
- l: Demi distance entre deux fissures consécutives (mm)
- $t_0$  : Epaisseur de la couche  $0^\circ$  (mm)
- $t_{90}$ : Demi-épaisseur de la couche  $90^\circ$ (mm)
- $u_0(x, z)$ : Déplacement longitudinal dans la couche a  $0^\circ$ (mm)
- $\bar{u}_0(x)$ : Déplacement longitudinale moyen dans la couche a  $0^\circ$ (mm)
- $u_{90}(x, z)$ : Déplacement longitudinal dans la couche a  $90^\circ$ (mm)
- $\bar{u}_{90}(x)$ : Déplacement longitudinal moyen dans la couche a  $90^\circ$ (mm)
- $u_\theta(x, z)$ : Deplacement longitudinal dans la couche a  $\theta^\circ$ (mm)
- $\bar{u}_\theta(x)$ : Déplacement longitudinal moyen dans la couche a  $\theta^\circ$ (mm)
- x : Coordonnée longirudinale
- z: Coordonnée transversale
- x, y, z: Repère du pli
- $G_{xz}^0$  : Module de cisaillement longitudinal (GPa)

$G_{xz}^{90}$ : Module de cisaillement transversal (GPa)

$\sigma_{xz}^i$ : Contrainte de cisaillement dans une couche ( $0^\circ, 90^\circ, \theta^\circ$ ), (GPa)

$\gamma_{xx}^i$ : Déformation relative dans une couche ( $0^\circ, 90^\circ, \theta^\circ$ )

$w_1$ : Déplacement transverse (mm)

$\partial_{xx}^0$ : La contrainte moyenne longitudinale dans la couche a  $0^\circ$  (GPa)

$\partial_{xx}^{90}$ : La contrainte moyenne longitudinale dans la couche a  $90^\circ$  (GPa)

$\partial_{xx}^\theta$ : La contrainte moyeane longitudinale dans la couche a  $\theta^\circ$  (GPa)

$T(x)$ : La contrainte de cisaillement à l'interface entre les couches (GPa)

$\sigma_\varepsilon$ : Contraintes de traction appliquée (GPa)

$\sigma_{zz}^i(x, z)$ : Contrainte normale transverse (GPa)

G: Paramètre de cisaillement (GPa)

a, c, f, h, b, e : constantes empiriques.

a: Rapport géométrique de fissuration.

$a_1$ : La demi-longueur du delaminage (mm)

C : Concentration de l'hwmidité (%)

$E_{fx}^0$ : Module de Young longitudinal dans la direction des fibres avant vieillissement (GPa)

$E_{fy}^0$ : Module d'Young transversal dans la direction des fibres avant vieillissement (GPa)

$E_{fx}$ : Module longitudinal de Young dans la direction de la fibre après le vieillissement (GPa)

$E_{fy}$ : Module transversal de Young dans la direction de la fibre apres le vieillissemeat (GPa)

$G_{fx}^0$ : Module de cisaillement de la fibre avant vieillissemeut (GPa)

$G_{fx}$ : Module de cisaillement de la fibre après vieillissement (GPa)

$\nu_{fx}^0$ : Coefficient de Poisson de la fibre avant vieillissement

$\nu_{fx}$ : Coefficient de Poisson de la fibre apres vieillissement

$E_x$ : Module longitudinal de Young dans le pli fissuré (GPa)

$E_x^0$ : Module longitudinal de Young dans le pli non fissuré (GPa)

$E_y$ : Module transversal de Young dans le pli (GPa)

$G_m^0$ : Module de cisaillement de la matrice avant vieillissement (GPa)

$G_m$ : Module de cisaillement de la matrice apres vieillissement (GPa)

$G_{xy}$ : Module de cisaillement dans le pli (GPa)

N : Le taux de propagation du délaminage.

T: Température d'utilisation ( °c)

$T_g^0$  : Température de transition vitreuse à la température de référence ( °C)

$g$  : Température par unité de concentration ( °C/C)

$T_m$  : Température de référence ( °C)

$a$  : Rapport d'épaisseur

$\sigma_c$  : Contraintes de traction appliquée (GPa)

$\varepsilon_c$  : Déformation longitudinale moyenne

$\nu_{xy}$  : Coefficient de poisson longitudinal

$\nu_{yz}$  : Coefficient de poisson transverse

$\eta$  : Paramètre de transfert de charge (TN)

$V_m$  : Volume de la matrice (mm<sup>3</sup>)



## Bibliographie

- [1] <https://aerospaceengineeringblog.com/composite-materials/>. [En ligne]
- [2] Berthelot, J. M., & Le Corre, J. F. (2000). A model for transverse cracking and delamination in cross-ply laminates. *Composites Science and Technology*, 60(7), 1055-1066.
- [3] J.-L. Rebière, M.-N. Maâtallah, D. Gamby, Analysis of damage mode transition in a cross-ply laminate under uniaxial loading, *Composites structures* 55, 115-126,2002.
- [4] J. Wang, B. L. Karihaloo, Matrix crack-induced delamination in composite laminates under transverse loading, *Composites structures* 38 661-666, 1997.
- [5] P. W. Manders, T.-W. CHOU, F. R. Jones, J. W. Rock, Statistical analysis of multiple fracture in 0/90/0 glass fibre/epoxy laminates. *J Mater Sci* 18,2876-2889, 1983.
- [6] D.T.G. Katerelos, M. Kashtalyan, C. Soutis and C. Galiotis Matrix cracking in polymeric composites laminates : Modelling and experiments,*Composites Science and Technology*,2310-2317,2008.
- [7] T. Gorris, P.-E. Bernard, L. Stainier, « Mécanismes de rupture des composite [0,90]s avec la méthode TLS » 20ème Congrès Français de Mécanique Besançon, 29 août au 2 septembre 2011.
- [8] Gornet, Laurent. Généralités sur les matériaux composites. . 2008. cel-00470296v1.
- [9] Berthelot, J. M. Matériaux composites: comportement mécanique et analyse des structures. . 1999.
- [10] K.L. Reifsnider. « Some fundamental aspects of fatigue and fracture response of composite materials ». In *Proceedings of 14th Meeting of Society of Engineering Science*, pages 373-384, 1977.
- [11] K. W. Garret and J. E. Bailey. « Multiple transverse fracture in 90° cross-ply laminates of a glass fibre-reinforced polyester ». *Journal of Materials Science*, 12,157- 168, 1977.
- [12] K.L. Reifsnider, A.L. Highsmith, C. Zweben « Stiffness-Reduction mechanisms in composite laminates », *Damage in Composite Materials*, ASTM STP 775, K.L. Reifsnider, Ed, ASTM, 1982, pp. 103-117.
- [13] K.L. Reifsnider & A. Talug « Analysis of fatigue damage in composite laminates », *Int. Journal of Fracture*, 1980, pp. 3-11.
- [14] Joffe, R., Krasnikovs, A., Varna, J., “COD-based simulation of transverse cracking and stiffness reduction in [S/90n]S laminates”. *Compos. Sci. Technol.* V. 61, (2001), 637–656.

- [15] A.L. Highsmith & K.L. Reifsnider « Internal load distribution effects during fatigue loading of composite laminates», Composite Materials : Fatigue and Fracture, ASTM STP 907, H.T. Hahn, Ed, Philadelphia, 1986, pp 233-251.
- [16] N.J. Pagano « stress field in composites laminates» Int. J. of Solids Structures, Vol. 14, 1978, pp. 385-400.
- [17] C.Zweben & A.S.D. Wang « Fracture mechanics of sublaminar cracks in composite materials », Composite Technology Review, Vol. 6 (2), 1984, pp.
- [18] E.A. Adda bedia et autres “Prediction of stiffness degradation in hygrothermal aged [0m/90n]s composite laminates with transverse cracking” Journal of Materials processing, vol 199, pp 199-205, 2008.
- [19] MERCIER J [Prise en compte du vieillissement et de l’endommagement dans le dimensionnement de structure en matériaux composite], Thèse de doctorat, 2006, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris.
- [20] A. Benkeddad, «Conception d’un Logiciel d’Analyse des Plaques stratifiées avec Prise en Compte des Contraintes Hygrothermiques transitoires », Thèse de l’Université de Bourgogne, 1994.
- [21] BERTHELOT, LEBLOND, P., EL MAHI, A., et al. Transverse cracking of cross-ply laminates: Part 1. Analysis. Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 1996, vol. 27, no 10, p. 989-1001.
- [22] A.S.D. Wang, N.N. Kishore & C.A. Li « crack development in graphite-epoxy cross-ply laminates under uniaxial tension « Composite Science and Technology»,.
- [23] ZHANG, Hui et MINNETYAN, Levon. Variational analysis of transverse cracking and local delamination in [0m/90n] s laminates. s.l. : International journal of solids and structures, 2006. Vol. 43, 22-23. 7061-7081.
- [24] Nourdeddine, El Meiche. Thèse de magister obtenu au département de génie civil de Sidi Bel Abbas. Analyse des champs de contraintes dans les matériaux composites croisées en présence des fissures transversales . 2000.
- [25] Laws, N, Dvorak, G, « Progressive transverse cracking in composite laminate », J.Composite. Mater, No 22, pp 900-916, 1988.
- [26] A.L. Highsmith & K.L. Reifsnider « Internal load distribution effects during fatigue loading of composite laminates», Composite Materials : Fatigue and Fracture, ASTM STP 907, H.T. Hahn, Ed, Philadelphia, 1986, pp 233-251.
- [27] Steif, P.S. « Transverse play crack growth and associated stiffness reduction during the fatigue of a simple cross play laminate », 1Eds S.L. Ogin, P.A. Smith and P.W.R. Beaumont, Report CUED/C/MATS/TR105, Cambridge University, 1984.
- [28] J.F. Le Corre «Analyse du développement de la fissuration transverse et du délaminage dans les stratifiés croisés », Thèse de Doctorat de l’Université du Maine,.

- [29] M. Fellah « Effect of transverse cracks on the effective thermal expansion coefficient of aged angle-ply composites laminates » *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, vol 48, pp 32-40, 2007.
- [30] Doumaz Selma Et Redouan Touahri. Thèse de master « Effet de la température sur les propriétés d'un matériau composite stratifié [ $\theta_m/90_n$ ]s fissuré et sous sollicitation de traction uni axiale », IAES, 2020.
- [31] S. W. Tsai, « Composites Design » Think Composites, Dayton, Paris, Tokyo, 1987.
- [32] Bruno MORTAIGNE : Vieillessement des composites - Mécanismes et méthodologie d'étude, article (am 5320) *Technique de l'ingénieur*.
- [33] hybride, El Hadi SAIDANE : Etude de l'effet du vieillissement hygrothermique sur le comportement mécanique d'éco-composites à renfort et 2015., Soutenue le 8 décembre.
- [34] Varna, J., Krasnikovs, A., "Transverse cracks in cross-ply laminates 2. Stiffness degradation", *Mechanics of Composite Materials*, V. 34, n° 2, (1998).
- [35] 2009., Khedoudja LAOUBI : « Etude du vieillissement d'un matériau composite en verre/polyester insaturé utilisé dans la fabrication des bateaux de pêche et de plaisance ». Mémoire de magister. UMB Boumerdes.
- [36] Uni, Y. PERROT : Influence des propriétés de la matrice sur le comportement mécanique de matériaux composites verre/polyester utilisés en construction navale de plaisance - Cas des résines polyester limitant les émissions de styrène"". Thèse de doctorat.
- [37] J. MERCIER : "Prise en compte du vieillissement et de l'endommagement dans le dimensionnement de structures en matériaux composites. Thèse de doctorat. Ecole des mines de Paris, 2006.
- [38] Unive, Y. PERROT : Influence des propriétés de la matrice sur le comportement mécanique de matériaux composites verre/polyester utilisés en construction navale de plaisance - Cas des résines polyester limitant les émissions de styrène"". Thèse de doctorat.
- [39] Groves, S.E., Harris, C.E., Highsmith, A.L., Allen, D.H. and Norvell, R.G. "An experimental and analytical treatment of matrix cracking in cross-ply laminates", *Experimental Mechanics*, V. 22, (1987), 73-79.
- [40] Z. Sereir, E. Adda Bedia, A. Tounsi, « Effect of the accelereed moisture diffusivity on the hygrothermal behavior laminated plate with symmetrical environmental conditions », *Journal of thermal stresses*, Taylor & Francis Edition, Vol 28, pp 889- 908, 2005.
- [41] X. Wang et autres "Hygrothermal effect on dynamic interlaminar stresses in laminated plates with piezoelectric actuators" *Composite Structure*, vol 71, pp 220-228, 2005.
- [42] M.H. Han and J. A. Nairn « Hygrothermal aging of polyimide matrix composite laminates» *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, Volume 34, Issue 10, Pages 979-986 October 2003.
- [43] I. Ghorbel, " Mecanismes d'endommagement des tubes verre-resine pour le transport d'eau chaude" influence de la ductilite de la matrice, thèse de doctorat Ecole des Mines de.

[44] J. Mercier, A. Bunsell, P. Castaing, J. Renard, « prise en compte du vieillissement et de l'endommagement dans le dimensionnement de structures en matériaux composites », Thèse de Doctorat, Mines Paris, France, 20 septembre 2006.

[45] A. Benkhedda, « Etude hygrothermique des matériaux composites à matrice polymère avec la prise en compte de l'effet de vieillissement lors de la désorption transitoire », thèse de doctorat obtenu au département d'aéronautique de Blida, 2008.

[46] M. khodjet-kesba « effet et analyse des fissurations dans les matériaux composites vieillis », thèse de magister obtenu au département d'aéronautique de Blida, Avril 2011.

[47] C.H. Shen and G. Springer, « Moisture absorption and desorption of composite materials » J. of composite materials, Vol.10, pp.2-20, January 1976.