

UNIVERSITE SAAD DAHLAB DE BLIDA

Faculté des Sciences et technologie

Institut d'aéronautique et des études spatiales



## MEMOIRE DE MASTER

En Aéronautique

Spécialité : propulsion avion

DIMENSIONNEMENT DES TUYERES SUPERSONIQUES TYPE DETENTE-  
DEFLEXION BIDIMENTIONNELLE

Par

**Tamer QUDAIH**

**Hinda BOUZAOUYA**

Devant le jury composé de :

Mr A.CHEGRANI	Enseignant chercheur /MAA	Président
Mr R.ALLOUCHE	Enseignant chercheur/MAA	Examineur
Mr R.RENANE	Enseignant chercheur/MCB	Examineur
Mr T.ZEBBICHE	Professeur, U. de Blida	Rapporteur

Blida, Septembre 2013

## RESUME

L'objectif de ce thème consiste à effectuer à travers un programme de calcul numérique, le dimensionnement et la conception des tuyères supersoniques à corps central de type à détente-déflexion (Expansion-Deflection Nozzle) de géométrie bidimensionnelle, procurant à la sortie un écoulement uniforme et parallèle et fondé sur l'hypothèse d'un gaz parfait, calorifiquement parfait et thermiquement parfait. L'application sera faite pour un écoulement d'air dans une tuyère supersonique. Le profil (la paroi) de la tuyère est inconnu et à définir, de ce fait, la méthode basée sur la détente de Prandtl-Meyer désigne la seule méthode de conception valable pour ce genre de problème. En raison de la présence du corps central dans la tuyère, la section du col est alors inclinée d'un certain angle à déterminer à partir du nombre de Mach de sortie  $M_s$ . La tuyère est entièrement supersonique, ce qui conçoit incontestablement un écoulement sonique au col. En admettant que le corps central au niveau du col génère des ondes de détente centrées et divergents, nous considérons que la ligne sonique est une ligne droite verticale afin de saisir le rapport de sections supersoniques entre la section du col et la section de sortie, ainsi, la théorie unidimensionnelle du rapport de sections reste valide et comptée comme modèle théorique de comparaison avec les résultats numériquement trouvés. Tout au long de la tuyère, l'écoulement est quasi-tridimensionnel. Il est uniquement divisé en deux régions qui sont la région de transition de type simple et la région triangulaire uniforme. Il y a absence de la région de Kernel qui figure dans la tuyère à détente centrée et qui se manifeste par le gain en longueur et donc par le gain en masse de la structure de la tuyère.

Le but de cette étude consiste à exposer les performances de la tuyère à détente-déflexion sous forme de graphes et de valeurs (tableaux) obtenus depuis l'exécution du programme réalisé. Les résultats à définir sont donc la longueur de la tuyère, la masse de la structure, le coefficient de poussée de la partie divergente, la variation des rapports thermodynamiques le long de la paroi du divergent, ainsi que les caractéristiques de l'écoulement d'air à travers le divergent. Ces grandeurs inconnues peuvent être déterminées à partir des paramètres fixés tels que le rapport de chaleurs spécifiques  $\gamma$  du gaz choisi et le nombre de Mach  $M_s$  assuré à la section de sortie.

Pour finir, une comparaison est opérée afin de démontrer de meilleures performances par rapport aux tuyères conventionnelles à détente centrée ainsi qu'une similarité avec la

tuyère à corps central du type à bouchon du nom anglais Plug Nozzle, et puis les avantages et les inconvénients que peut présenter la tuyère à détente-déflexion.

## ABSTRACT

The main goal of this topic is to carry out through a numerical calculation program, sizing and design of supersonics nozzles with a central body of expansion-deflection type, to two-dimensional geometry, providing a uniform and parallel flow in the exit area based on the assumption of an ideal gas, ideal calorically, ideal thermally. The application will be made for an air flow in a supersonic nozzle. The nozzle profile (wall) is unknown and to define, therefore the method founded on the Prandtl-Meyer expansion represents the only valid design method for this kind of problem. Due to the presence of central body in the nozzle, throat section is inclined at a certain angle to determinate from exit Mach number  $M_s$ . The nozzle is fully supersonic, that conceives undoubtedly a sonic flow at the nozzle throat. Assuming that the central body at the throat generates centered and divergent expansion waves, we consider that the sonic line is a straight vertical line in order to grasp the supersonics sections ratio between throat area and exit area, thereby the one-dimensional theory of sections ratio remains valid and counted as a theoretical model of comparison with numerical results found. Throughout the nozzle, flow is quasi-three-dimensional. It is only divided in two regions which are the simple type transition region and uniform triangular region. We notice that there is no Kernel region which figures in the centered expansion nozzle and which results by the length gain and thus by the weight gain of the nozzle structure.

The purpose of this study is to describe the expansion-deflection nozzle performances per graphs and values (tables) obtained from the program achieved. The results to define are hence the nozzle length, the structure mass, the thrust coefficient of the divergent, the change of the thermodynamics ratios along the wall of the diverging portion, and the air flow characteristics through the expansion section. These unknown quantities can be determined from the fixed parameters such that the ratio of specific heats  $\gamma$  of selected gas and Mach number  $M_s$  assured to the output section.

Finally, a comparison is made to demonstrate better performances relative to conventional nozzles of centered expansion and a similarity with the nozzle of central body of Plug Nozzle type, and then the advantages and the disadvantages that the expansion-deflection nozzle can have.

## الملخص

يتم تحقيق هذا الموضوع من خلال برنامج حسابي والتحجيم وتصميم العادم 'Nozzle' مافوق الصوتية ذو الجسم المركزي من نوع موسع انحرافي 'expansion- deflection' لتوفير الهندسة ثنائية الأبعاد لإخراج تدفق موحد ومتوازي , ويقوم على افتراض وجود الغاز المثالي, ومثالي حرارياً. ويطبق ذلك على تدفق الهواء في العادم مافوق الصوتي .

يكون الحائط في العادم غير معروف وغير محدد , وبالتالي يحدد بأسلوب على أساس التوسع لنظرية برانتل ماير وهو الأسلوب الوحيد الصحيح للتصميم الخاص بهذا النوع من المشاكل المتولدة .

إن وجود الجسم المركزي في العادم يعمل علي تكوين مقطع يعرف بمقطع "العنق" هذا القسم يكون متواجد بشكل مائل بزاوية تحدد بواسطة عدد ماك الخارج  $M_S$  . وتكون السرعة في مقطع العنق تساوي سرعة الصوت في العادم مافوق الصوتي .

على افتراض أن الجسم المركزي في العنق يولد موجات توسعية محورية ومتباينة ، ونحن نعتبر أن الخط الصوتي هو خط مستقيم عمودي لفهم العلاقة الفوق صوتية مابين قسم العنق والقسم الخارجي والنظرية ذات البعد الواحد لعلاقة الأقسام لتكون كنموذج نظري للمقارنة مع النتائج العددية المحسوبة .

علي طول العادم التدفق يكون شبه ثلاثي الأبعاد .هي تكون مقسمة الي منطقتين منطقة الانتقالية من نوع بسيط و المنطقة المثلثية أحادية الشكل.

لا يوجد منطقة النواة الواردة في العادم التوسع المركزي 'nozzles of centered expansion' والذي ينتج عنه زيادة في طول وبالتالي زيادة الوزن لهيكل العادم.

والهدف من هذه الدراسة هو وصف لأداء العادم من نوع موسع انحرافي في رسوم بيانية والنتائج (جداول) تم الحصول عليها من برنامج تم إنشائه خصيصاً لذلك . والنتائج هي عبارة عن طول العادم و كتلة الهيكل ومعامل الدفع لقسم المتباين (الموسع) وخصائص تدفق الهواء عبر الموسع . ويتم تحديد تلك النتائج باستخدام بعض الثوابت المعروفة مثل عدد ماك  $M_S$  للقسم الخارجي ومقدار الحرارة النوعية  $\gamma$  للغاز

وأخيراً، تتم مقارنته لإثبات أداءه الأفضل بالمقارنة مع العادم التوسع المركزي والتشابه مع الجسم المركزي من نوع عادم خرطومي 'Plug Nozzle'، ثم إيضاح مزايا وعيوب العادم الموسع الانحرافي .

## إهداء

أقدم هذا العمل من بلد المليون ونصف مليون شهيد إلى البلد الذي يقدم كل يوم شهيد إلى وطني  
الحبيب فلسطين

إلى كل شهيد رسم بدمائه حدود وطننا الحبيب والذي كان من بينهم والدي العزيز ،إلى كل أسير  
يقبع خلف القضبان وأمضى من عمره سنين يعاني من ظلم السجان وإنتهاكات الإحتلال الحقير

وإلى كل لأجيء أمضى حياته بعيدا عن وطنه يتغنى آهات العذاب وآهات الفراق وآهات  
الجرح الذي لا يداويه إلى العودة إلى فلسطين إلى كل جريح فقد جزء من جسده ليستبدله بجزء  
من تراب فلسطين

إلى كل طفل فقد أباه شهيد وأكمل حياته يتيم وأصبحت حرية فلسطين كل ما يتمناه ،إلى كل  
إمرأة فلسطينية إما فقدت زوجها أو ابنها أو قدمت نفسها من أجل حرية شعبها .

لن نستطيع المرور على فلسطين دون تذكر أهلها ، أبطالها، ثوارها المرابطين علي ثغرات  
الوطن يدافعوا عنها ويضحوا لأجلها ليحافظوا على كرامتنا ويحموننا من همجية هذا الإحتلال

كما أهدي هذا العمل إلى عاصمتنا إلى القدس الشريف زهرة المدائن وعروس العواصم التي  
كانت مسرى رسولنا محمد صلى الله عليه وسلم وأمضى أغلب الأنبياء حياتهم فيها لتكون  
عنوان للسلام والمحبة وتلاقى الأديان

وأخيرا أقدم إهدائي إلى مديني الحبيبة غزة التي طالما قدمت الشهداء وعانت من الظلم  
والإستبداد وعاشت الظلام والحصار والألم والعذاب الذي لا يخلو بيتا فيها إلى كان فيه شهيد أو  
جريح أو أسير .

وآلا استثنى من إهدائي هذا أُمي العزيزة وعائلتي الكريمة

*Hinda BOUZAOUYA*

*Je dédie ce mémoire à mes parents Ellias*

*et Kenza et ma sœur Mania 😊*

## REMERCIEMENT

Tout d'abord, on tient à remercier Mr T. ZEBBICHE, Professeur au département d'Aéronautique de l'Université de Blida, de nous avoir fait part de sa passion envers les tuyères supersoniques en nous proposant un thème fascinant et actuel. Puis, on remercie Mr T. REZZOUG de nous avoir orientés et conseillés.

Nos sincères gratitudes à Moundir DENDANI et Mohammed GUELMOUNA, pour l'aide qu'ils nous ont apporté, leur précieux conseils ainsi que leur soutien.

### Hinda BOUZAOUYA

Je tiens à exprimer mes plus profond remerciement envers mes parents, à mon mentor, mon père Ellias BOUZAOUYA ainsi qu'à ma raison de vivre, ma mère Kenza ZENIM.

Je remercie infiniment Hayèt DJELLATA d'avoir croisé mon chemin à SAAD DAHLEB.

### Tamer QUDAIH

Je remercie profondément et infiniment, ma précieuse mère Majeda QUDAIH d'avoir consacré sa vie pour la mienne.

Je remercie Monsieur Mwafaa QUDAIH pour le soutien qui m'a apporté tout au long de mes études.

## TABLE DES MATIERES

RESUME	1
DEDICACES	5
REMERCIEMENTS	7
TABLE DES MATIERES	8
LISTE DES FIGURES, GRAPHIQUES ET TABLEAUX	11
INTRODUCTION	16
1. GENERALITES SUR LES TUYERES SUPERSONIQUE	18
1.1. Rôle et domaine d'utilisation de tuyère supersonique	19
1.1.1. Soufflerie supersonique	20
1.1.2. Moteur d'avion de chasse	21
1.1.3. Moteur -fusée	21
1.1.4. Missile	22
1.2. Différentes configurations de tuyères supersoniques	22
1.2.1. Tuyère conique	22
1.2.2. Tuyère profilée	23
1.2.3. Tuyère annulaire	25
1.2.4. Tuyère à zone d'expansion	26
1.2.5. Tuyère à détente-centrée	27
1.2.6. Tuyère à divergent extensible	27
1.2.7. Tuyère à double galbe	28
1.2.8. Tuyère à double col	29
1.2.9. Tuyère à double détenteur	29
1.2.10. Tuyère à corps central	30
1.3. Tuyères à profil optimisé	33
1.4. Régimes d'écoulement	34
1.4.1. Régime subsonique	34
1.4.2. Régime transsonique	35
1.4.3. Régime supersonique	35
1.4.4. Régime hypersonique	36
1.5. Régime aérodynamique dans une tuyère	36
1.5.1. Régime adapté	37
1.5.2. Régime sous-adapté	37
1.5.3. Régime sur-adapté	37

1.6.	Définitions importantes	40
1.6.1.	Nombre de Mach est vitesse du son	40
1.6.2.	Cône, angle est ligne de Mach	41
1.6.3.	Ecoulement isentropique	42
1.6.4.	Onde de chocs	43
1.6.5.	Ecoulement de Prandtl-Meyer	46
1.7.	Fonctionnement d'une tuyère supersonique	46
1.7.1.	Principe de la propulsion à réaction	46
1.7.2.	Théorème d'Hugoniot	48
1.7.3.	Tuyère de Laval	50
1.7.4.	Rapport de sections	56
1.8.	Débit d'une tuyère	60
1.8.1.	Débit maximal d'une tuyère	60
1.8.2.	Débit Réel	61
2.	THEORIE DE PRANDTL-MEYER	63
2.1.	Définition	64
2.2.	Eventail de détente	65
2.3.	Fonction de Prandtl-Meyer	66
2.3.1.	Formulation mathématique	66
2.3.2.	Propriétés de l'écoulement	70
2.3.3.	Angle de déflexion maximum	71
3.	DIMENSIONNEMENT D'UNE TUYERE DE TYPE E-D NOZZLE	73
3.1.	Présentation de la tuyère à détente-déflexion	74
3.1.1.	Description	74
3.1.2.	Potentielles utilisations	77
3.1.3.	Modèles développés	78
3.2.	Hypothèse fondamentales	78
3.3.	Modèle mathématique	79
3.4.	Discrétisation	83
3.5.	Procédure de calcul	87
3.6.	Paramètres thermodynamiques	90
3.7.	Longueur et masse de la tuyère	92
3.8.	Force de pression	94
3.9.	Masse du gaz dans le divergent	98
4.	RESULTATS ET COMMENTAIRES	99
4.1.	Résultats de la tuyère à détente-déflexion	99
4.1.1.	Impact de la désactivation sur la convergence du problème	100
4.1.2.	Variation du nombre de Mach en sortie $M_s$ avec $\gamma$ fixe	101

4.1.3.	Variation du quotient $\gamma$ avec le nombre de Mach en sortie $M_s$ fixe	103
4.2.	Variations des paramètres thermodynamiques et physiques pour $\gamma$ fixé	106
4.2.1.	Variation du rapport de pressions $P/P_0$ à travers la paroi de la tuyère	106
4.2.2.	Variation du rapport de densités $\rho/\rho_0$ à travers la paroi de la tuyère	107
4.2.3.	Variation du rapport de températures $T/T_0$ à travers la paroi de la tuyère	109
4.2.4.	Variation du nombre de Mach à travers la paroi de la tuyère	110
4.2.5.	Variation de l'inclinaison de la paroi de la tuyère	111
4.3.	Résultats du dimensionnement	113
4.3.1.	Variation du rapport $L/\lambda_E$ en fonction de $M_s$	114
4.3.2.	Variation du rapport masse/ $\rho t \lambda_E$ en fonction de $M_s$	115
4.3.3.	Variation de l'angle d'inclinaison du corps central $\Psi$ en fonction de $M_s$	116
4.3.4.	Variation du rapport de la position de la section de sortie $X_{\text{tuyère}}/\lambda_E$ par rapport au corps central en fonction de $M_s$	117
4.3.5.	Variation de l'angle d'inclinaison polaire $\phi_E$ en fonction de $M_s$	117
4.3.6.	Variation de l'angle d'inclinaison du col $\theta_*$ en fonction de $M_s$	119
4.3.7.	Variation du rapport $F_p/P_0 \lambda_E$ en fonction de $M_s$	120
4.3.8.	Variation du rapport $R_s/\lambda_E$ en fonction de $M_s$	121
4.4.	Comparaison avec la tuyère à corps central du type à bouchon « Plug Nozzle »	122
4.4.1.	Discrétisation	123
4.4.2.	Profils des tuyères	125
4.4.3.	Caractéristiques du dimensionnement	131
	CONCLUSION	147
	TRAVAUX DE FUTURE	149
	ANNEXE	
A.	Liste des symboles	151
B.	Programme de calcul	153
	REFERENCES	159

## LISTE DES FIGURES, GRAPHIQUES ET TABLEAUX

Figure 1.1 : Schéma d'une tuyère	19
Figure 1.2 : Tuyère conique	23
Figure 1.3 : Illustration de différents profils de tuyère suivant l'angle de divergence	24
Figure 1.4 : Tuyère profilée	25
Figure 1.5 : Tuyère à zone d'expansion	26
Figure 1.6 : Tuyère à détente centrée	27
Figure 1.7 : Tuyère à divergent extensible	27
Figure 1.8 : Tuyère à double galbe, a) à base altitude, b) à haute altitude	28
Figure 1.9 : Tuyère à double col, a) à base altitude, b) à haute altitude	29
Figure 1.10 : Tuyère à double détenteur, a) à base altitude, b) à haute altitude	30
Figure 1.11 : Tuyère à corps central ; a) à bouchon pointu, b) à bouchon tronqué	31
Figure 1.12 : Tuyère à détente-déflexion	32
Figure 1.13 : Schématisation des régimes d'écoulement	35
Figure 1.14 : Illustration de la paroi d'une tuyère à l'adaptation	38
Figure 1.15 : Illustration de la paroi d'une tuyère à la sous-adaptation	38
Figure 1.16 : Illustration de la paroi d'une tuyère en sur-adaptation	38
Figure 1.17 : Tuyère à l'adaptation	39
Figure 1.18 : Tuyère en régime sur-détendu	39
Figure 1.19 : Tuyère en régime sous-détendu	39
Figure 1.20 : Illustration des lignes, du cône, et d'angles de Mach	41
Figure 1.21 : Illustration de la relation entre $\mu$ et $M$	42
Figure 1.22 : Schématisation d'une onde de choc droite	44
Figure 1.23 : Schématisation d'un choc oblique	45
Figure 1.24 : Illustration d'une onde de choc détaché	45
Figure 1.25 : Conservation de la quantité de mouvement	47
Figure 1.26 : Evolution de la vitesse d'un écoulement supersonique dans un conduit à section variable	49
Figure 1.27 : Evolution de la vitesse d'un écoulement supersonique dans un conduit à section variable	49
Figure 1.28 : Illustration du passage du régime subsonique au régime supersonique (détente isentropique à travers une tuyère)	50
Figure 1.29 : Régimes de fonctionnements d'une tuyère de Laval d'après Candel (1995) en fonction de la pression d'arrêt isentropique $P_i$	53
Figure 1.30 : Régime de fonctionnement d'une tuyère de Laval d'après Candel (1995) en du nombre de Mach $M$	54

Figure 1.31 : Types d'ondes de choc dans une tuyère de Laval d'après Candel (1995), suivant les régimes de fonctionnement	55
Figure 1.32 : Relation entre rapport de sections ( $S/S^*$ ) et nombre de Mach	58
Figure 1.33 : Relation entre rapport de sections ( $S/S^*$ ) et rapport de pressions ( $P/P_i$ )	58
Figure 1.34 : Illustration des sections de référence d'une tuyère	59
Figure 1.35 : Variation du débit en fonction du rapport de pression ( $P/P_i$ )	61
Figure 1.36 : Effet de la géométrie $C_{DK}$ et de la viscosité $C_{D\delta}$ sur le col de la tuyère	62
Figure 2.1 : Schématisation de la détente de Prandtl-Meyer	65
Figure 2.2 : Schématisation de l'éventail de détente	66
Figure 2.3 : Géométrie des changements infinitésimaux à travers une onde infiniment faible	67
Figure 2.4 : Angle de déviation maximum	72
Figure 3.1 : Tuyère à détente-déflexion	75
Figure 3.2 : Ecoulement dans une tuyère à détente-déflexion, avec a) sillage ouvert, b) sillage fermé	76
Figure 3.3 : Ecoulement au col et à la sortie d'une tuyère à détente-déflexion	79
Figure 3.4 : Angle de déflexion du corps central d'une tuyère à détente-déflexion	80
Figure 3.5 : Angles de Mach du col et de la section de sortie dans une tuyère à détente- déflexion	80
Figure 3.6 : illustration des paramètres	82
Figure 3.7 : Discrétisation de la zone de détente	83
Figure 3.8 : Illustration des propriétés d'une ligne de Mach	84
Figure 3.9 : Présentation de deux lignes de Mach successives	84
Figure 3.10 : Désignation des paramètres sur triangles	85
Figure 3.11 : Relation entre coordonnées polaire et coordonnées cartésiennes	86
Figure 3.12 : Contour de la partie supérieure de la tuyère	93
Figure 3.13 : Segment numéro (j)	94
Figure 3.14 : illustration de la force de pression exercée sur la paroi supérieure de la tuyère	96
Figure 4.1 : Profils de tuyère à détente-déflexion pour chaque nombre de Mach de sortie $M_s$ différent (2.00, 2.50, 3.00) avec $\gamma=1.40$	102
Figure 4.2 : Profils de tuyère à détente-déflexion pour chaque quotient $\gamma$ différent (1.17, 1.40, 1,66) avec $M_s=3.00$	104
Figure 4.3 : Variation du rapport de pressions $P/P_0$ à travers la tuyère E-D pour chaque nombre de Mach de sortie $M_s$ différent (2.00, 2.50, 3.00) avec $\gamma=1.40$	107

Figure 4.4 : Variation du rapport de densités $\rho/\rho_0$ à travers la tuyère E-D pour chaque nombre de Mach de sortie $M_s$ différent (2.00, 2.50, 3.00) avec $\gamma=1.40$	108
Figure 4.5 : Variation du rapport de température $T/T_0$ à travers la tuyère E-D pour chaque nombre de Mach de sortie $M_s$ différent (2.00, 2.50, 3.00) avec $\gamma=1.40$	109
Figure 4.6 : Variation du nombre de Mach à travers la paroi de la tuyère E-D pour différentes valeurs de $M_s$ (2.00, 2.50, 3.00) avec un $\gamma=1.40$	111
Figure 4.7 : Variation de l'inclinaison de la paroi de la tuyère E-D pour différentes valeurs de $M_s$ (2.00, 2.50, 3.00) avec un $\gamma=1.40$	112
Figure 4.8 : Variation du rapport $L/\lambda_E$ en fonction de $M_s$ selon trois gaz différents $\gamma$ (1.17, 1.40, 1.66)	114
Figure 4.9 : Variation du rapport masse/ $\rho t \lambda_E$ en fonction de $M_s$ selon trois gaz différents $\gamma$ (1.17, 1.40, 1.66)	115
Figure 4.10 : Variation de l'angle de déviation $\Psi$ du corps central par rapport à la vertical en fonction de $M_s$ selon trois gaz différents $\gamma$ (1.17, 1.40, 1.66)	116
Figure 4.11 : Variation du rapport de la position de la section de sortie $X_{\text{tuyère}}/\lambda_E$ par rapport au corps central en fonction de $M_s$ selon trois gaz différents	117
Figure 4.12 : Variation de l'angle d'inclinaison polaire $\phi_E$ en fonction de $M_s$ selon trois gaz différents $\gamma$ (1.17, 1.40, 1.66)	118
Figure 4.13 : Variation de l'angle d'inclinaison du col $\theta_*$ en fonction de $M_s$ selon trois gaz différents $\gamma$ (1.17, 1.40, 1.66)	119
Figure 4.14 : Variation du rapport $F_P/P_0 \lambda_E$ en fonction de $M_s$ selon trois gaz différents $\gamma$ (1.17, 1.40, 1.66)	120
Figure 4.15 : Variation du rapport $R_s/\lambda_E$ en fonction de $M_s$ selon trois gaz différents $\gamma$ (1.17, 1.40, 1.66)	121
Figure 4.16 (a) : Tuyère à bouchon	123
Figure 4.16 (b) : Tuyère à détente-déflexion	123
Figure 4.17 : Comparaison entre l'allure du corps central de la tuyère PN et du divergent de la tuyère ED pour trois nombres de Mach différents 2.00, 2.50, 3.00.	125
Figure 4.17 (a) : Profils du corps central de la tuyère PN pour chaque nombre de Mach de sortie $M_s$ différent (2.00, 2.50, 3.00) avec $\gamma=1.40$ .	126
Figure 4.17 (b) : Profils du divergent de la tuyère ED pour chaque nombre de Mach de sortie $M_s$ différent (2.00, 2.50, 3.00) avec $\gamma=1.40$ .	126
Figure 4.18 : Comparaison entre l'allure du corps central de la tuyère PN et du divergent de la tuyère ED pour trois gaz différents du quotient $\gamma$ ; 1.17, 1.40, 166.	128
Figure 4.18 (a) : Profils du corps central de la tuyère PN pour chaque quotient $\gamma$ différent (1.17, 1.40, 1,66) avec $M_s=3.00$ .	129

- Le divergent : est la partie aval de la tuyère, qui augmente la vitesse d'éjection des gaz au cours de leur détente et elle améliore ainsi leur effet propulsif.

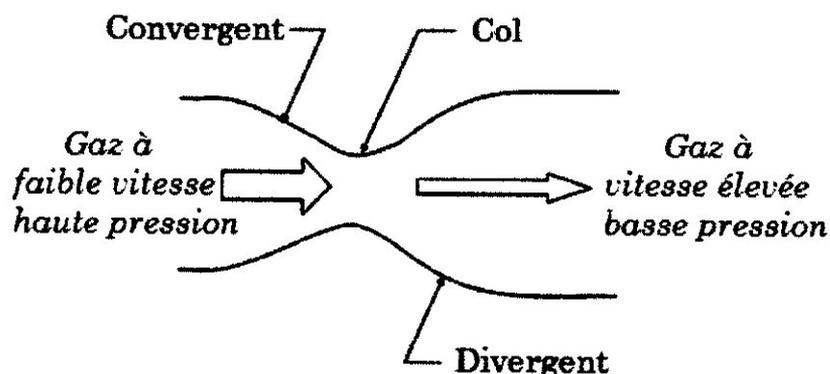


Figure 1.1: Schéma d'une tuyère. [5]

Suite à une recherche bibliographique assez poussée, nous retenons qu'aujourd'hui, les tuyères supersoniques en raison de leur importance dans la conception des engins aérospatiaux [17] et dans beaucoup d'autres structures telles que les missiles, les moteurs d'avions, et les souffleries supersoniques, ont constitué le sujet de nombreux thèses et publications scientifiques. L'étude des tuyères supersonique subsiste depuis 1935, ou, les concepteurs aérodynamiciens ont entamé les travaux, sachant qu'à ce moment là, seul, les études reposant sur les expériences existaient. Puis, quelques années plus tard, débutaient les recherches expérimentaux et numériques et commença le développement par ordinateur, d'ici, les concepteurs ont spéculé à l'amélioration des performances des tuyères propulsives. De là, divers concepts de tuyères ont été proposés. Actuellement l'écoulement d'un fluide compressible à travers une tuyère fait l'objet de nombreux chercheurs. Ces dernières années, la recherche relative au phénomène de turbulence et aux contraintes engendrées dans ce type de géométrie est aussi devenue une préoccupation majeure de nombreux chercheurs. Ceci affirme l'importance du sujet et son actualité. [5]

Dans ce chapitre, nous survolons les différentes propriétés, caractéristiques, ou encore paramètres en rapport avec les tuyères supersoniques, ainsi que les formules, principes, et lois établis sur les tuyères supersoniques, de leur domaine d'application à leur principe de fonctionnement.

### 1.1. Rôle et domaine d'utilisation des tuyères supersoniques

On retrouve les tuyères supersoniques dans plusieurs structures du domaine aéronautique militaire et astronautique tels que les moteurs de fusés, de missiles, de

lanceurs, et d'avions de combat, ainsi que dans des fabrications du domaine de la réalisation expérimentale telle que les souffleries supersoniques. Le rôle des tuyères supersoniques est à peu près similaire pour la plus part des constructions.

#### 1.1.1. Soufflerie supersonique :

Une soufflerie supersonique est une installation destinée à produire un écoulement d'air artificiel à une vitesse supérieure à celle du son qui est obtenue par la détente d'air à travers une tuyère. Une telle installation comprend alors un équipement permettant de générer une différence de pression entre les deux extrémités de la tuyère, dont il se compose d'une manière générale de trois parties principale :

- Le collecteur ou le convergent.
- La chambre d'expérience.
- Le diffuseur ou le divergent.

Une soufflerie supersonique est utilisée dans le but de recréer des conditions de vol d'un appareil à des fins expérimentales en simulant des écoulements réels sur des prototypes à échelle réduite, qui sont fondés sur le principe de l'uniformité et l'analogie à l'air libre de l'atmosphère du profil de vitesse ainsi que celui du nombre de Mach en sortie de tuyère.

Il existe différentes configurations de soufflerie supersonique :

- Soufflerie à cycle fermé.
- Soufflerie à rafales.
- Soufflerie à impulsion.

Le choix d'une configuration est selon les besoins ainsi que les moyens dont disposent les concepteurs. Chaque type de soufflerie possède des avantages comme des inconvénients.

La tuyère supersonique est l'élément indispensable de la soufflerie permettant de faire passer l'écoulement d'air à une vitesse supersonique. Sa forme est calculée de sorte qu'elle puisse générer un écoulement exempté d'ondes de choc.

Les profils de tuyères supersoniques peuvent être divisés en deux catégories :

Profils à deux dimensions (2D) qui varient dans le plan  $(x, y)$ , mais dont la largeur (la composante  $z$ ) reste constante, d'où le nom (2D) et les profils axisymétriques qui sont réalisés par la révolution d'une courbe autour de l'axe central.

référence d'un demi-angle de  $15^\circ$ . 80% de tuyères cloche ont une longueur qui est 20% plus courte, comparées à un cône de  $15^\circ$  de demi-angle du même rapport de sections. La complication la plus importante dans la conception de cette tuyère concerne le contour de manière à éviter les chocs obliques et optimiser les performances. Rao [11], [12] parvient en supposant l'écoulement isentropique et par la méthode des caractéristiques [6] à développer une approche simple en considérant la longueur de la tuyère ainsi que la pression ambiante et les conditions d'écoulement au voisinage du col comme des conditions pour lesquels la poussée pourrait être optimisée, et par conséquent il a pu déterminer que la parabole est une bonne approximation de la courbe du contour en forme de cloche, ainsi les paraboles ont été utilisées dans certains modèles de tuyère. [17]

Aujourd'hui les moteurs de fusée à propergol solide ont des valeurs d'angles de courbure entre  $20^\circ$  et  $26^\circ$  et les angles de demi-tour de  $10^\circ$  à  $15^\circ$ . En comparaison avec les moteurs à propergol liquide actuels qui ont des angles de courbures entre  $27^\circ$  et  $50^\circ$  et les angles de demi-tour entre  $15^\circ$  et  $30^\circ$ . Par conséquent, l'amélioration de la performance causée par l'utilisation de la tuyère en forme de cloche (valeur élevée du facteur de correction  $\sigma$ ) est un peu plus faible dans les moteurs à propergol solide avec des particules solides dans les gaz d'échappement. La tuyère profilée idéale (pertes minimums) est longue, ce qui est équivalent à une tuyère conique de peut-être  $10$  à  $12^\circ$ . [17]

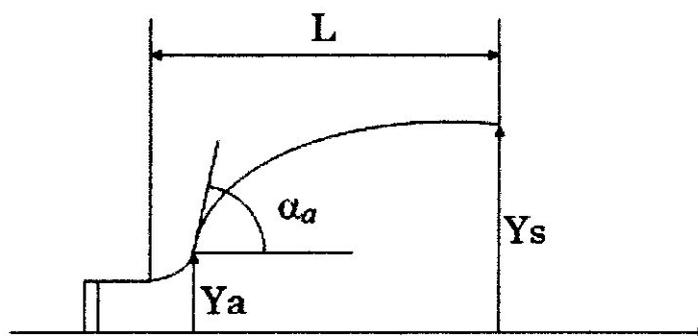


Figure 1.4: Tuyère profilée. [8]

### 1.2.3. Tuyère annulaire

La tuyère annulaire, aussi parfois connu sous le nom de tuyère bouchon ou tuyère de « compensation-altimétrique », est la moins utilisée par rapport aux autres configurations en raison de sa plus grande complexité de conception. Le terme annulaire fait référence au fait que la combustion se produit le long d'un anneau autour de la base de tuyère. Le terme « bouchon » réfère au corps central qui bloque l'écoulement et qui est situé dans ce qui serait la partie centrale d'une tuyère conventionnelle. Quant au terme « compensation-

altitude » décrit le principal avantage de cette tuyère, l'efficacité du fonctionnement dans un large éventail d'altitudes. La tuyère annulaire possède des sections au col en forme d'anneaux formés par un corps central et une paroi externe. Si le contour de la tuyère est conique alors la poussée est réduite d'un facteur :

$$\sigma = \frac{1}{2} \frac{(\sin\alpha + \sin\beta)^2}{(\alpha + \beta)\sin\beta + \cos\beta - \cos\alpha} \quad (1.2.)$$

Avec l'angle  $\alpha$  que fait l'axe de la tuyère avec la paroi extérieure du bouchon, et l'angle  $\beta$  que fait l'axe de la tuyère avec la paroi intérieure du bouchon. Le rapport d'expansion de sections pour une tuyère conventionnel est :

$$A_s/A_* \quad (1.3.)$$

Par contre dans une tuyère annulaire, la surface du bouchon notée ici par  $A_{plug}$  doit être prise en compte, et donc le rapport d'expansion de sections devient :

$$\frac{(A_s - A_{plug})}{A_*} \quad (1.4)$$

Un autre paramètre particulier à ce type de tuyère, est utilisé en tant que mesure de la géométrie de la tuyère, afin de comparer avec d'autres forme de tuyères, c'est le rapport de diamètre annulaire ( $D_{plug}/D_*$ ) ou  $D_{plug}$  est le diamètre du corps central et  $D_*$  est le diamètre du col. [[www.aerospaceweb.org](http://www.aerospaceweb.org)]

❖ Les tuyères à décollement [9] contrôlé sont proches de la tuyère profilée (Bell-Shape), elles comprennent :

#### 1.2.4. Tuyère à zone d'expansion

La tuyère à expansion est à peu près semblable à la tuyère profilée de par la forme. C'est la tuyère la plus simple à comprendre d'un point de vue de modélisation, mais dont la conception est la plus difficile à construire. La zone d'expansion est la partie du divergent de forme arbitraire représentant un arc circulaire de grand rayon. [8]

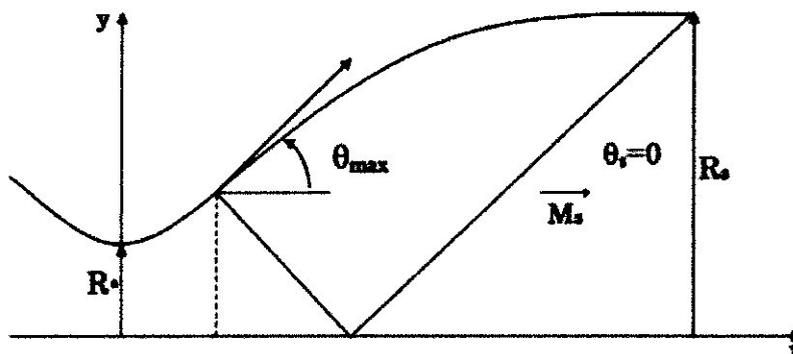


Figure 1.5: Tuyère à zone d'expansion. [8]

### 1.2.5. Tuyère à détente centrée

La tuyère à détente centrée présente une similitude avec la tuyère profilée. La zone de détente dans ce cas de figure est contracté en un point et prend place à travers des ondes de Prandtl-Meyer centrées et générées depuis le coin du col de la tuyère avec un angle initial  $\theta_*$  comme il est schématisé sur la figure 1.6. [8]

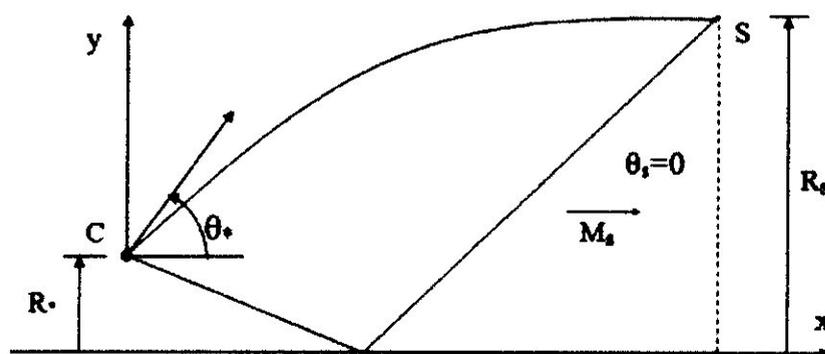


Figure 1.6: Tuyère à détente centrée. [8]

### 1.2.6. Tuyère à divergent extensible

Les tuyères de ce type avec une sortie extensibles, sont actuellement utilisées uniquement pour des moteurs de fusées d'étages supérieurs afin de réduire le volume d'emballage de la tuyère. On les retrouve dans les moteurs à propergols solides comme pour *Inertial Upper Stage (IUS)*, ou les moteurs à propergols liquides comme pour *RL10*.

L'idée principale de l'extension extensible est d'utiliser une tuyère tronquée avec une faible expansion à basse altitude, et d'avoir une rallonge de tuyère supérieure à haute altitude. Sa capacité de compensation d'attitude est incontestable et la performance de la tuyère est facilement prévisible. L'ensemble du contour de la tuyère, y compris l'extension extensible, est profilée pour une performance maximale à un rapport de sections élevé. [7]

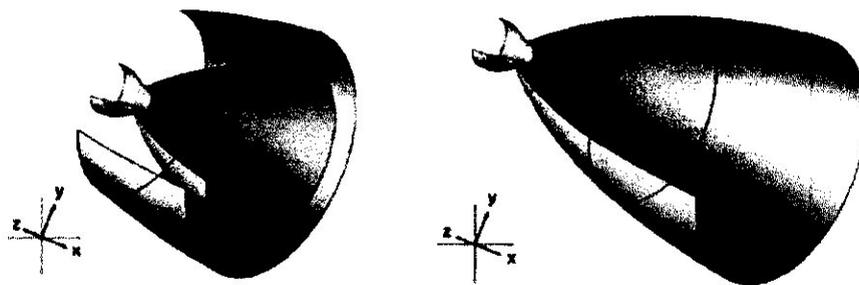


Figure 1.7: Tuyère à divergent extensible. [7]

### 1.2.7. Tuyère à double galbe

La tuyère à double galbe, appelée aussi tuyère à double cloche ou tuyère à étages, dont le concept a été étudié à *Jet Propulsion Laboratory* en 1949 et à la fin des années 1960, *Rochetdyne* l'a breveté. [7]

Ce concept de tuyère qui a retenu l'attention au cours de ces dernières années aux Etats-Unis et en Europe, présente deux galbes en forme de cloche et donc deux rapports de sections et deux régimes à basse altitude ainsi qu'à haute altitude. Ce concept de tuyère offre une adaptation d'attitude réalisée que par l'inflexion de la paroi. A basse altitude, la séparation de l'écoulement contrôlé et symétrique se produit à cette inflexion de la paroi qui se traduit par un rapport de sections effectif plus faible et la pression ambiante le maintient à cette place, en évitant les instabilités de l'écoulement et les massives surdétentes. A haute altitude l'écoulement est attaché à la paroi de la tuyère jusqu'à ce qu'il remplisse la tuyère, et jusqu'à la sortie. La transition entre les deux régimes est une source de charges latérales [9], [10]. Le critère de choix du 2<sup>ème</sup> galbe est le signe de gradient de pression pariétal, ce paramètre influence le positionnement du décollement [4], [9], [10] de la couche limite lors de la transition entre les deux régimes. [7]

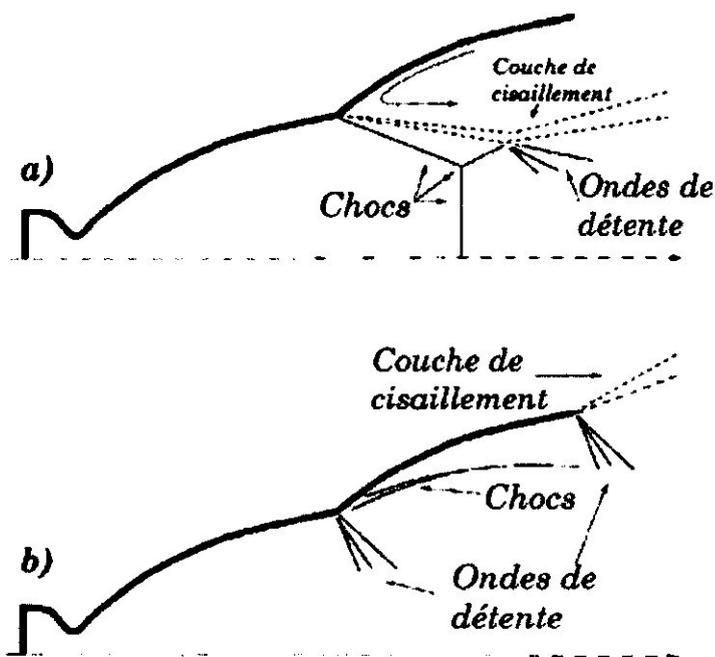


Figure 1.8: Tuyère à double galbe, a) à basse altitude, b) à haute altitude. [7]

❖ Les tuyères bi-modes sont les suivantes :

### 1.2.8. Tuyère à double col

La tuyère à double col se compose de deux chambre de combustion conventionnelles en forme de cloche, avec une située complètement à l'intérieur de l'autre. A basse altitude, la chambre externe fonctionne en parallèle avec la chambre interne. Dans ce mode de fonctionnement, le moteur à un col plus large fournissant un rapport de sections d'expansion modéré. Durant l'activité à haute altitude, la chambre externe est coupée et le fonctionnement se poursuit avec seulement la chambre interne. Dans cette configuration le flux supersonique du moteur interne s'élargit et s'attache avec le moteur externe, résultant un rapport de sections d'expansion élevé pour le reste de la combustion. L'écoulement des gaz à travers les deux modes de fonctionnement est décrit dans la figure 1.9. [7]

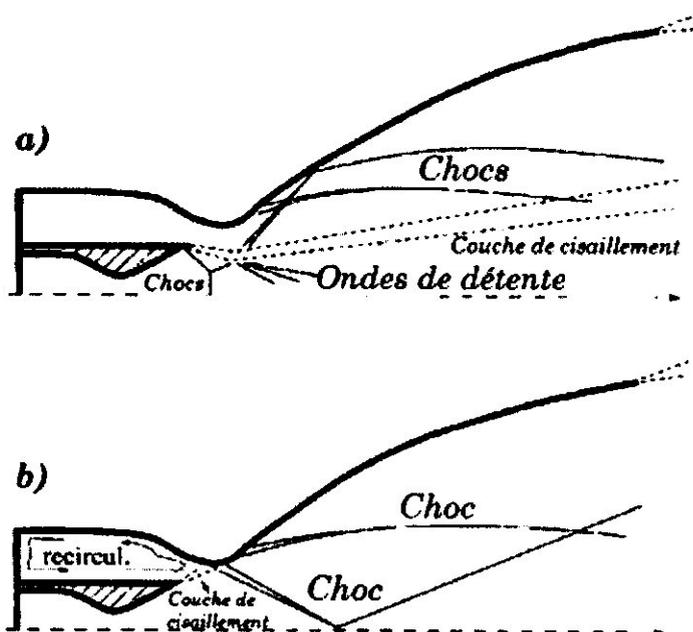


Figure 1.9: Tuyère à double col, a) à basse altitude, b) à haute altitude. [7]

### 1.2.9. Tuyère à double détenteur

La tuyère à double détenteur comporte deux chambres de combustion ainsi que deux tuyères concentriques. Ça consiste en une chambre de combustion conventionnelle en forme de cloche entourée d'une chambre de combustion annulaire. Les deux chambres ont des tuyères primaires courtes qui se prolongent par une extension commune du divergent. A basse altitude, les deux chambres fonctionnent en partageant la même section de sortie,

ce qui conduit à un rapport de sections modéré. En partie, durant la mission, une chambre est coupée, ce qui permet à l'autre tuyère de s'approprié l'ensemble de la section de sortie engendrant un rapport de sections d'expansion élevé jusqu'à la fin de la combustion. En principe, les deux modes opératoires de cette tuyère sont comparables à ceux de la tuyère à double col et sont présentés sur la figure 1.10. [7]

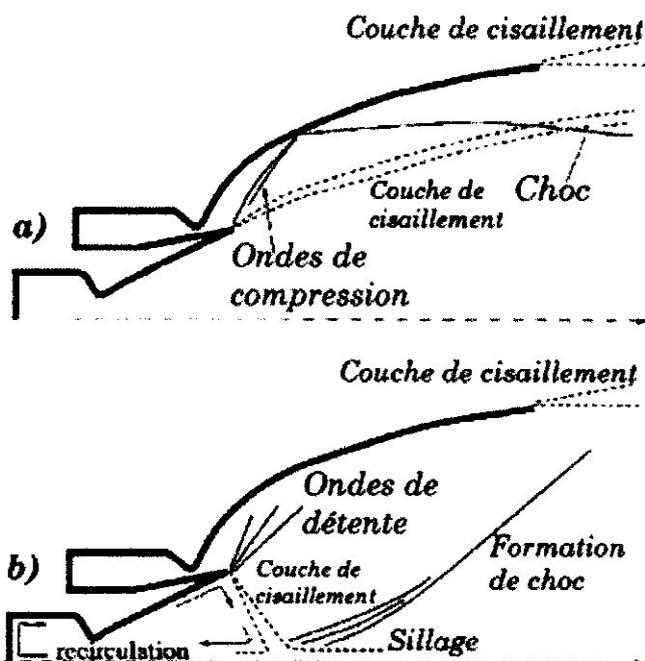


Figure 1.10: Tuyère à double détenteur, a) à basse altitude, b) à haute altitude. [7]

❖ Les tuyères avec limite atmosphérique :

#### 1.2.10. Tuyère à corps central

Divers recherches expérimentales, analytiques, et numériques sur les tuyères à corps central ont été réalisés depuis les années 1950 aux Etats-Unis, en Europe ainsi qu'en Asie. Elles sont très récentes en applications et on les retrouve sur des moteurs fusées comme sur des moteurs avions.

Les tuyères à corps central possèdent un corps central au voisinage du col et leurs chambres de combustion sont directement liées à la section de ce dernier dans le but de réduire les pertes de poussée. Le processus de détente des gaz dans ce type de tuyères est régulé par la pression ambiante et non pas contrôlé par la divergence de la tuyère contrairement aux configurations précédentes. Ces tuyères sont particulièrement caractérisées par leur faculté d'adaptation continue suivant l'altitude via leur rapport

géométrique de sections, sachant que le principe d'auto-adaptation est efficace à basse altitude, l'écoulement s'ajuste de lui-même en fonction de la pression externe.

Les tuyères à corps central se divisent en deux classes :

- Tuyère à bouchon (Plug Nozzle) [3], [20], [21].
- Tuyère à détente-déflexion (Expansion-Deflection Nozzle) [7].

#### 1.2.10.1. Tuyère à bouchon

Le profil optimal d'une tuyère à bouchon se présente sous forme d'un rétrécissement progressif en un pic d'où le nom en anglais (Spike Nozzle) signifiant tuyère pointe comme le montre la figure 1.11 a). La chambre de combustion se trouvant à la base de la tuyère est en forme d'anneau. Pour minimiser le poids, cette conception est raccourcie sans grande influence sur l'efficacité.

L'écoulement des gaz est régulé par des ondes de détentes provenant de la déviation de l'écoulement due au bouchon dont la surface représente le principal paramètre qui influence l'écoulement. Quant aux gaz éjectés, ils sont régulés par la pression atmosphérique de telle sorte qu'à différentes attitudes la variation de pression permettra le changement de la section de sortie. Cela induit à une compensation atmosphérique optimisée. Dans le cas de la configuration où le bouchon est tronqué, figure 1.11 b), les gaz piégés à la base du bouchon provoquent une petite poussée qui compense la perte due à la forme non-idéale. Ce type de tuyères fournit une poussée identique à celle des tuyères classiques (convergent-divergent), ainsi qu'une réduction de bruit par rapport aux tuyères classiques (convergent-divergent). [7]

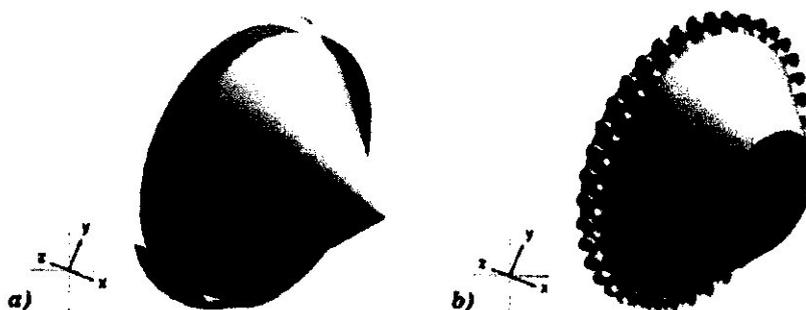


Figure 1.11: Tuyère à corps central ; a) à bouchon pointu, b) à bouchon tronqué. [7]

### 1.3. Tuyères à profil optimisé

Les concepteurs des tuyères supersoniques cherchent à obtenir une poussée maximale pour une masse et longueur de tuyère minimales. Cet arrangement peut être réalisable par la recherche d'un profil de tuyère optimisé donnant à la sortie un écoulement parallèle. De ce fait, les tuyères à profil optimisé comprennent deux grandes familles.

→ La première famille de tuyères, est connue sous l'abréviation attribuée par les motoristes européens, TIC du nom anglais signifiant *Truncated Ideal Contour nozzle*. Ce sont des tuyères à contour idéal tronqué. Ils ont équipé les moteurs fusés à ergols liquides. Le profil de ces tuyères est obtenu depuis celui d'une tuyère idéale de référence élaboré afin de délivrer un écoulement axial, et uniforme par son nombre de Mach de sortie  $M_s$  et la pression correspondante  $P_e$ . La tuyère idéale engendre une détente des gaz convenable ainsi qu'un coefficient de poussée maximale à l'adaptation, quand la pression de sortie équilibre la pression ambiante. Cependant il reste impossible d'équiper un moteur-fusée d'une tuyère idéale en raison de la masse et de l'inertie trop importantes qu'elle occasionnerait. Dans les conditions d'adaptation d'un moteur type de premier étage d'*Ariane 5*, la longueur d'une tuyère pareille représenterait 7 fois son rayon de sortie, soit 7m pour un moteur de premier étage d'*Ariane 5*. La dernière moitié du divergent d'une tuyère idéale ne participe qu'à quelques pourcents à la poussée optimale, de ce fait elle peut être tronquée. Le concepteur effectue la troncature d'une tuyère idéale ayant été définie à une pression de sortie inférieure à la pression nominale. La tuyère idéale tronquée finale génère une expansion de l'écoulement accompagné d'une perte de poussée. De nombreuses études méthodiques dans des tuyères à divergent tronconique ont démontré que des valeurs de demi angle de divergent saisies entre  $15^\circ$  et  $20^\circ$  donnaient le meilleur arrangement possible entre performance de poussée et longueur de tuyère. Les tuyères équipant les moteurs *Viking* du lanceur *Ariane 4* sont des tuyères idéales tronquées. [10]

→ La deuxième famille de tuyères est dénommée TOC à partir de l'abréviation de l'appellation anglaise *Thrust-Optimized Contour nozzle*. Elles sont fondées sur un calcul d'optimisation de leur contour, relatif à la variation des propriétés de l'écoulement. D'après la méthode développée par Rao [11], [12], l'amélioration du contour du divergent des tuyères TOC use de la méthode des multiplicateurs de Lagrange qui permet de trouver les points stationnaires (maximum, minimum...) d'une fonction dérivable d'une ou plusieurs variables telles que le débit-masse et la poussée, pour une longueur fixée du

divergent de la tuyère. Ainsi le profil est déterminé par une courbe parabolique. Une tuyère TOC donne un rapport poussée / poids, plus élevé que ceux d'une tuyère TIC à un débit constant. Cependant ce bénéfice d'impulsion spécifique par rapport au poids est délivré pour un écoulement propulsif plus perturbé qu'uniformisé. Afin que les tuyères TOC plus courtes, assurent l'augmentation de leur vitesse d'éjection, il est nécessaire de posséder un rapport de sections plus élevé ce qui implique un angle maximal de divergent moyen plus ouvert. L'évolution de l'angle de divergence à la paroi est plus rapide dans une tuyère TOC que dans une tuyère TIC ce qui amène à des variations de courbure plus importantes dans une tuyère TOC au début du divergent à l'endroit où le profil de la paroi comporte un point d'inflexion. Les variations de courbure engendrent une intense focalisation des lignes de Mach et il peut en résulter une onde de choc interne prenant naissance en aval du col sonique, comme l'indiquent la figure 1.30 et le démontre les calculs de Rao et de Frey et Al. [10]

#### 1.4. Régimes d'écoulement

Lorsqu'un mobile évolue à une certaine vitesse dans un fluide qui dans notre cas est l'air, engendre des perturbations dans celui-ci, qu'on pourrait matérialiser par des ondes de pression qui s'éloignent du mobile en question comme les ronds dans l'eau autour d'un point de chute. Ces ondes de pression varient selon le milieu de propagation et on appelle la vitesse à laquelle elles se déplacent, la vitesse du son.

On compare souvent la vitesse du mobile à celle du son en utilisant la notion de Mach. Par définition le nombre de mach est :

$$M = \frac{a}{V} \quad (1.5.)$$

Avec : (a) étant la célérité du son, et (V) la vitesse du mobile.

La valeur de ce nombre est essentielle pour les écoulements compressibles. La nature de l'écoulement ou plus exactement le comportement du fluide va être totalement différent, selon que ce nombre est supérieur, inférieur, ou égale à 1. A partir de cela on distingue les différents régimes d'écoulement suivant :

##### 1.4.1. Régime subsonique

C'est lorsque le nombre de Mach est inférieur au Mach critique qui correspond à l'apparition d'une onde de choc et qui est égale 1.

D'un point de vue physique le fluide en amont du mobile reçoit les ondes de pression avant l'arrivée du mobile, et peut donc s'écarter continûment au fur et à mesure de l'approche comme on le montre sur la figure 1.13.

#### 1.4.2. Régime transsonique (sonique)

C'est une zone dans laquelle la vitesse du mobile correspond à la vitesse du son, incontestablement le nombre de mach est y égale 1.

D'un point de vue physique les ondes qui partent vers l'avant ne peuvent plus à se détacher du mobile, elles vont s'accumuler au fur et à mesure qu'elles seront produites. En s'accumulant, elles formeront non plus une simple onde de pression, mais une onde de choc où la pression sera brutalement plus forte.

#### 1.4.3. Régime supersonique

C'est lorsque le nombre de mach est supérieur au Mach critique qui est égale 1, ce qui signifie aussi supérieur à la vitesse du son. On utilise également le terme « bi-sonique » pour un mobile dépassant deux fois la vitesse du son, et « tri-sonique » s'il dépasse trois fois la vitesse du son.

D'un point de vue physique Il se forme donc à partir du mobile un cône qu'on appelle cône de Mach ou cône sonique (représenté ici par les tangentes communes aux cercles) qui est le siège de fortes perturbations de pressions. Le fluide en amont du cône sonique n'est pas prévenu de l'approche (zone de silence) et ne peut donc s'écarter que brutalement (choc) au passage de l'onde, voir la figure 1.13.

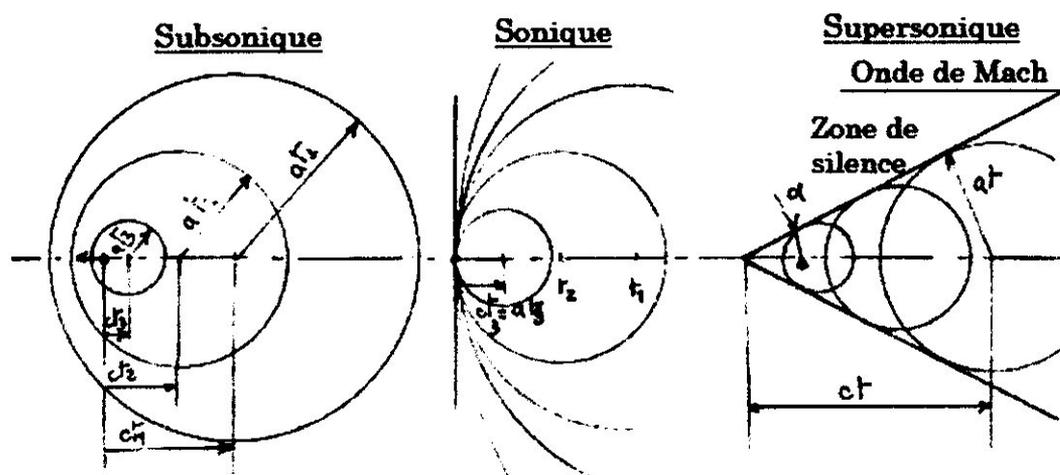


Figure 1.13: Schématisation des régimes d'écoulement. [22] [23]

#### 1.4.4. Régime Hypersonique

En général, on considère que ce régime d'écoulement est atteint à partir d'un Mach de 5 environ. Le régime hypersonique est un sous élément du régime supersonique.

Le régime d'écoulement hypersonique est abouti lorsque des réactions de dissociations moléculaires sont présentes au sein du gaz en écoulement : ce dernier peut-être localement tellement chaud qu'un plasma se crée. Le gaz ne peut donc plus être considéré comme un gaz parfait. Les propriétés habituelles de l'écoulement sont alors souvent modifiées (couche-limite, turbulence).

Les écoulements hypersoniques sont intéressants principalement pour l'étude des écoulements rencontrés lors des réentrées atmosphériques :

- 1) Autour des têtes de rentrée de missiles balistiques ;
- 2) Autour des navettes ou capsules spatiales.

#### Remarque :

Dans le cas d'un écoulement interne débouchant dans un réservoir, cas de la tuyère par exemple. En régime subsonique, la pression du réservoir change la vitesse d'écoulement va varier en fonction de cette pression (augmenter si la pression diminue et vice-versa). En régime supersonique, les « ondes de pressions » qui se déplacent à la vitesse du son ne peuvent pas remonter et l'écoulement dans le tuyau reste invariable quelque soit la pression en aval.

#### 1.5. Régimes aérodynamiques dans une tuyère

Comme on l'avait souligné au début de ce chapitre. Dans une tuyère, le convergent accélère les gaz jusqu'à la vitesse du son, quant au divergent prend le relais pour les vitesses plus élevées. Ces gaz en accélérant dans le divergent, transforment ce qu'il leur reste de pression statique en pression dynamique, de ce fait, en vitesse d'éjection. Du coup, la pression statique va diminuer tout au long du divergent jusqu'à la sortie et selon la valeur de cette pression à la sortie de la tuyère comparée avec celle du milieu ambiant, on peut distinguer trois régimes aérodynamiques différents dans une tuyère, suivants :

Les figures ci-dessous illustrent le comportement de l'écoulement à travers la paroi de la tuyère suivant les trois régimes aérodynamiques distincts:

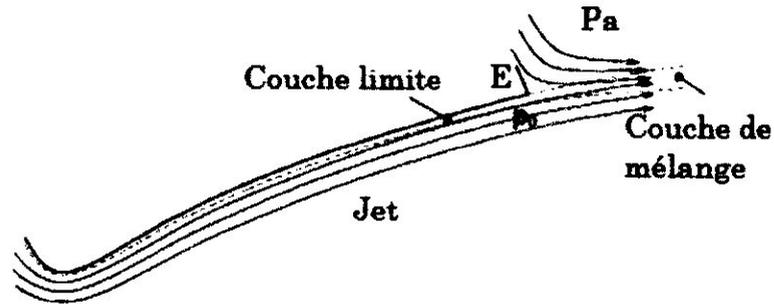


Figure 1.14: Illustration de la paroi d'une tuyère à l'adaptation. [10]

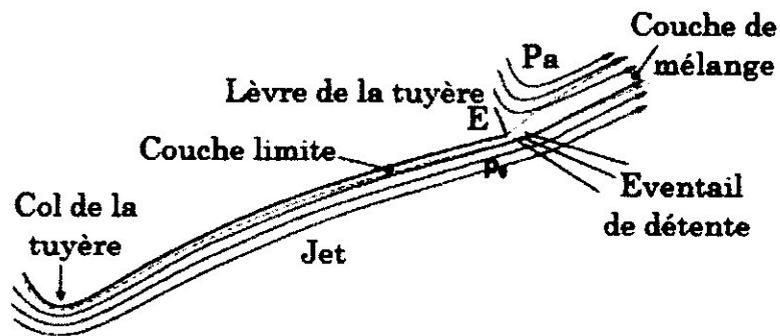


Figure 1.15: Illustration de la paroi d'une tuyère à la sous-adaptation. [10]

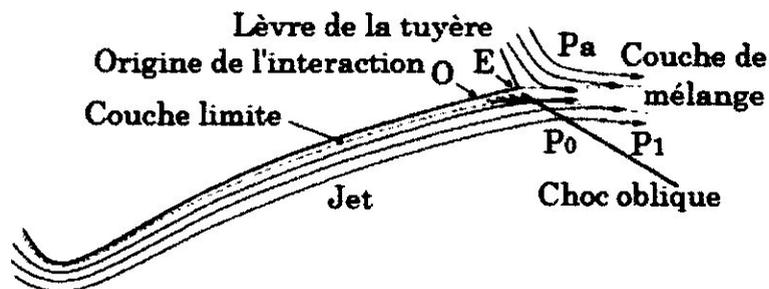


Figure 1.16: Illustration de la paroi d'une tuyère en sur-adaptation. [10]

Les figures suivantes schématisent les trois régimes aérodynamiques se produisant le long d'une tuyère :

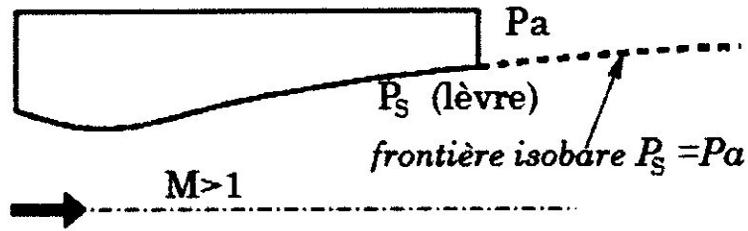


Figure 1.17: Tuyère à l'adaptation. [4]

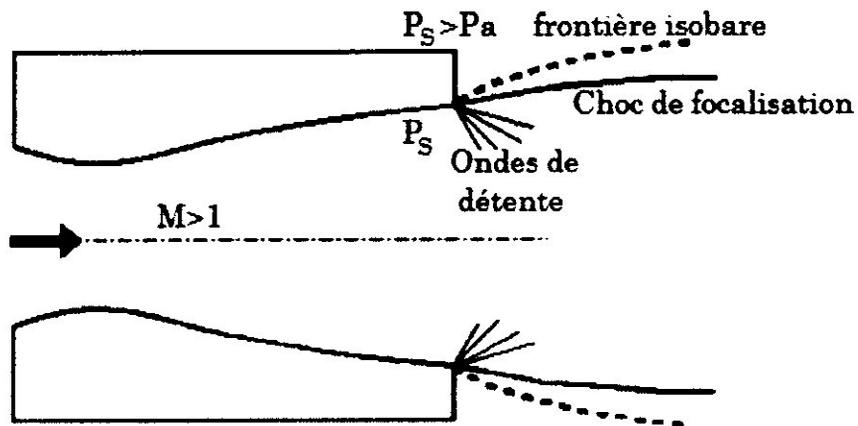


Figure 1.19: Tuyère en régime sous-détendu. [4]

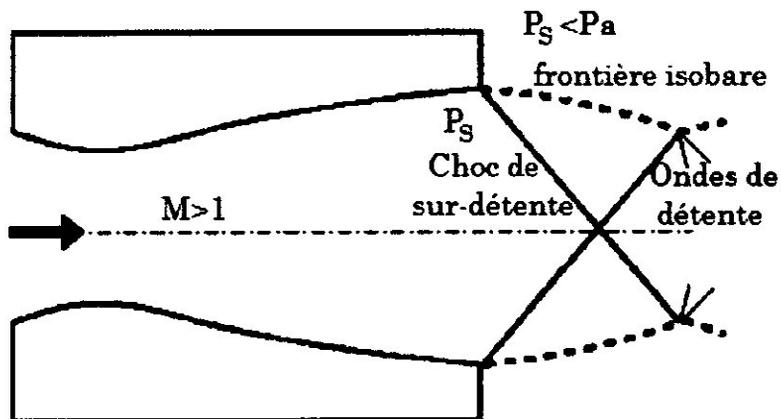


Figure 1.18: Tuyère en régime sur-détendu. [4]

- *Transsonique* :  $0.8 < M < 1.2$
- *Supersonique* :  $1.0 < M < 5.0$
- *Hypersonique* :  $M > 5.0$

Par définition, la vitesse du son est le rapport de la variation de pression sur la variation de densité on la note par  $a$  ou  $c$  tout dépend des ouvrages. Il existe trois façons d'écrire l'équation : [23]

$$a = \sqrt{\frac{\partial P}{\partial \rho}}$$

$$a = \sqrt{\frac{k P}{\rho}}$$

$$a = \sqrt{\rho R T}$$

Définition de la vitesse du son

Vitesse du son

Vitesse du son si gaz parfait

### 1.6.2. Cône, angle et ligne de Mach :

Dans un écoulement supersonique ou le nombre de mach est supérieur à 1. On observe la formation d'un cône qu'on désigne par cône de mach qui est composé de deux ligne droites qui sont les tangents aux cercles représentant les ondes sonores ou ondes de pression. Ces deux lignes droites sont appelées ligne de mach et font un angle  $\mu$  de part et d'autre du vecteur vitesse comme il est indiqué sur la figure. L'angle  $\mu$  est dit angle de mach.

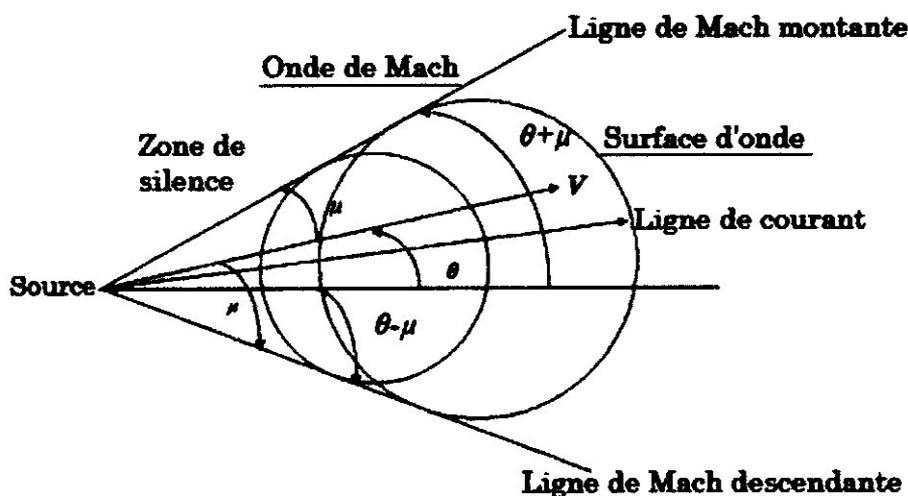


Figure 1.20: Illustration des lignes, du cône, et d'angles de Mach. [8]

L'angle de mach  $\mu$  est un paramètre important pour les calculs d'écoulements isentropiques supersoniques et il est directement lié au nombre de Mach  $M$  par la relation suivante : [8]

$$\mu = \arcsin\left(\frac{1}{M}\right) \quad (1.7.)$$

La figure suivante représente la relation entre le nombre de mach  $M$  et l'angle de mach  $\mu$  :

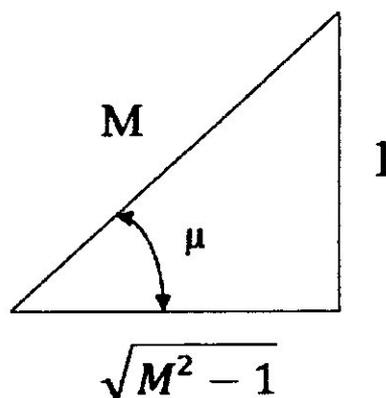


Figure 1.21: Illustration de la relation entre  $\mu$  et  $M$ . [8]

### 1.6.3. Ecoulement isentropique

Un écoulement isentropique est un écoulement au cours duquel la valeur d'entropie reste constante. En thermodynamique, un processus isentropique signifie une évolution adiabatique et réversible en même temps. Le terme adiabatique suppose qu'il n'y aura aucun gain ou déficit thermique du volume de contrôle considéré dans le système, quant à la réversibilité suppose qu'il n'y aura aucun effet dissipatif de sorte qu'il y a glissement à la paroi. Etant donné que l'une des règles de base de la mécanique des fluides stipule qu'il y ait frottement (non-glissement) à la paroi. Alors l'utilisation d'équations isentropiques induit à un certain degré d'erreur, mais dans les limites acceptables pour des nécessités d'ingénierie, car tel est l'entrain de la dynamique des gaz.

Ces équations isentropiques sont dérivées des équations de quantité de mouvement, d'énergie et des gaz parfaits. Le coefficient des chaleurs spécifiques ( $\gamma$ ) varie en fonction de la température. Mais cette variation est suffisamment faible entre certaines plages de températures qu'on le suppose constant.

Les équations isentropiques sont formulées comme le rapport entre une grandeur d'arrêt et sa valeur statique. Ils sont utilisés pour calculer les paramètres de l'écoulement, et ils sont trois: [23]

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \quad (1.8.)$$

*Rapport isentropique de température*

$$\frac{P_0}{P} = \left[1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (1.9.)$$

*Rapport isentropique de pression*

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \left[1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (1.10.)$$

*Rapport isentropique de densité*

Ces équations isentropiques relie également la section de passage au nombre de mach. Ce là est faisable dans le cas ou le col d'un convergent-divergent est critique, c'est-à-dire le nombre de mach du col doit être égal à 1. La section critique ou la section du col est identifié par un astérisque (\*):

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M} \left[ \frac{2}{\gamma + 1} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right) \right]^{\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}} \quad (1.11.)$$

*Rapport des sections*

#### 1.6.4. Onde de choc

Une onde de choc est une zone de discontinuité dans un écoulement qui se traduit par des variations très rapides des caractéristiques de l'écoulement sur des distances très faible s'accompagnant d'une augmentation de l'entropie.

L'onde de choc surgit qu'en écoulement supersonique et produit des changements dans les propriétés thermodynamiques. Elle augmente la pression statique, la température statique, et la masse volumique du fluide. Cependant, le nombre de mach et la pression totale diminuent.

L'impact des ondes de choc sur un écoulement est assez important qu'elles soient prises en compte lors des calculs.

Les ondes de choc peuvent être divisées en trois grandes catégories : Chocs droits, obliques, et détachés. Les chocs droits et obliques ont des solutions analytiques relativement faciles à calculer. Cependant, les chocs détachés sont beaucoup plus complexes et nécessitent des méthodes plus sophistiquées.

#### 1.6.4.1. Ondes de choc droites

L'onde de choc droite est perpendiculaire à la direction de l'écoulement, et après le choc l'écoulement devient subsonique. Elle peut être mobile car il est possible de la déplacer en modifiant les pressions en amont et en aval.

Diverses relations permettent de calculer les propriétés de l'écoulement ( $P_0$ ,  $P$ ,  $\rho$ , et  $T$ ) en amont et en aval du choc droit. Les propriétés en amont du choc sont indicées par 1 alors qu'en aval elles sont indicées par 2, figure 1.22 ;

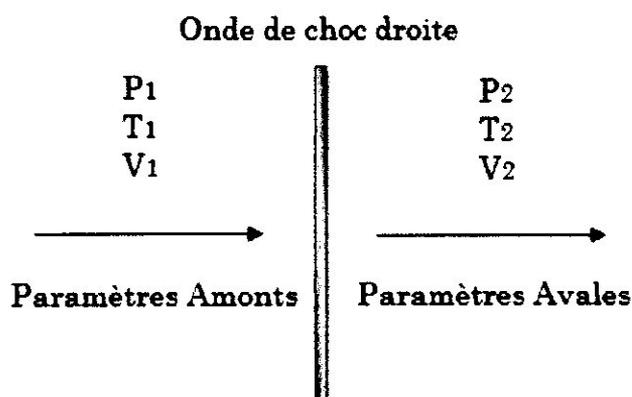


Figure 1.22: Schématisation d'une onde de choc droite. [23]

#### 1.6.4.2. Ondes de choc obliques

L'onde de choc oblique est générée lorsque l'écoulement est défléchi par un obstacle qui le force à changer de direction. Dans ce type de choc, l'écoulement reste supersonique après le choc. Et contrairement au choc droit qui peut changer de position en fonction des variations de pression, le choc oblique est attaché à un point de la paroi, mais son angle a la possibilité de varier.

Ainsi un écoulement supersonique de vitesse  $U_1$  dont le mach est  $M_1$  est dévié par une rampe d'angle  $\theta$ . Un choc oblique d'angle  $\beta$  apparait pour permettre à l'écoulement d'avoir une vitesse parallèle à la rampe. Donc une onde de choc oblique est déterminée par ces trois paramètres :  $M_1$ ,  $\beta$ , et  $\theta$ .

$M_1$  est le nombre de mach en amont du choc.

$\beta$  est l'angle du choc par rapport à la direction d'arrivée de l'écoulement.

$\theta$  est l'angle de la déviation de l'écoulement après le choc

Il est important de noter qu'il existe un autre paramètre pour les chocs obliques. Ce paramètre dépend de l'origine de l'auteur du manuel de la dynamique des gaz. La figure ci-dessous montre le schéma classique d'une onde de choc oblique.

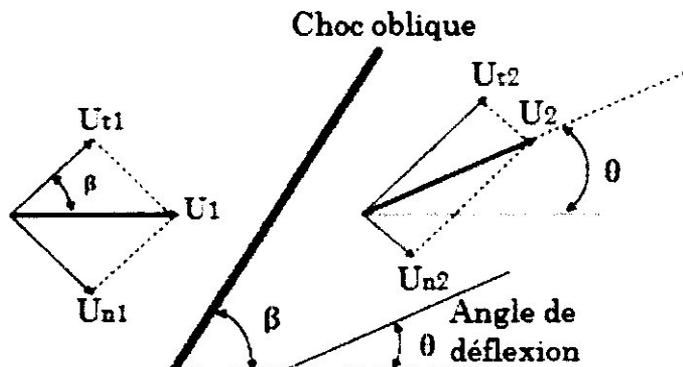


Figure 1.23: Schématisation d'un choc oblique. [22], [23].

Le calcul des propriétés de l'écoulement ( $P_0$ ,  $P$ ,  $\rho$ , et  $T$ ) à travers ce choc est basé sur les relations d'ondes de choc droites, avec comme seule différence le nombre de mach utilisé est la composante normale au choc  $M_{n1}$ . Tout comme pour les relations du choc droit, les propriétés en amont du choc sont indicées par 1 alors qu'en aval elles sont indicées par 2.

#### 1.6.4.3. Ondes de choc détaché

Un choc détaché se compose d'une infinité de choc oblique. Les ondes de choc détachées sont associées au corps émoussés (*Blunt body*) similaires aux points des tubes de Pitot. Les méthodes de solution des chocs détachés sont assez complexes.

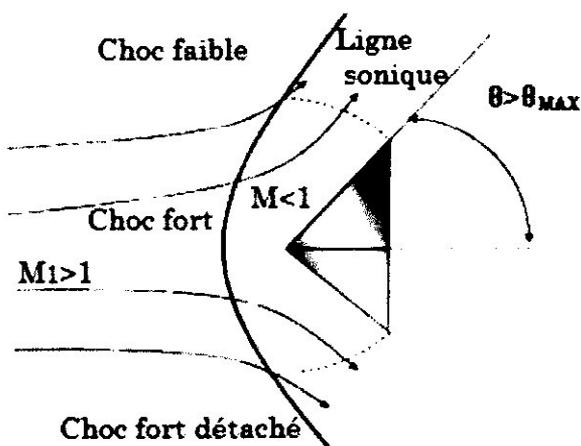


Figure 1.24: Illustration d'une onde de choc détaché. [22], [23].

Les ondes de chocs détachées sont juste citées dans ce chapitre à titre d'information, pour une présentation et une étude claires, la référence [1] est assez satisfaisante.

#### 1.6.5. Écoulement de Prandtl Meyer

La théorie des écoulements de Prandtl-Meyer en supersonique [1], [2] est utile dans les cas où il y a une détente d'un écoulement, ou bien une compression isentropique. Elle sert le plus souvent au calcul des ondes de détente.

A l'inverse du choc oblique qui est une discontinuité, la détente est exposée sur une région en forme d'éventail démarqué par les lignes de mach  $\mu_1$  et  $\mu_2$  dont les propriétés résultent respectivement du nombre de mach avant et après la détente. Tout comme l'onde de choc oblique, l'onde de détente est alors définie par trois paramètres  $M_1$  nombre de mach amont,  $\mu$ , et  $\nu$ . Par analogie aux ondes de choc oblique :  $\mu$  est similaire à  $\beta$  qui est l'angle du choc, par contre ici dans ce cas il est appelé angle de mach. Puis  $\nu$  est similaire à  $\theta$ , qui représente l'angle de déviation de l'écoulement.

*La théorie de Prandtl Meyer représente un élément essentiel dans ce mémoire, qui est traité en plus précis dans le chapitre 2.*

### 1.7. Fonctionnement d'une tuyère supersonique

#### 1.7.1. Principe de la propulsion à réaction

Vers la fin du *XIX*<sup>ème</sup> siècle, le russe *Konstantin Tsiolkovski* a imaginé un moteur-fusée capable de générer sa propre force motrice aussi bien dans l'atmosphère que dans le vide spatial, en se basant sur le principe de prendre un point d'appui dans ces milieux là afin de se propulser, comme l'exemple du rameur qui prend appui sur l'eau pour avancer ou l'oiseau sur l'air pour voler.

Ce phénomène est en effet le principe de l'action est de la réaction découvert par *Isaac-Newton* deux siècles auparavant.

La propulsion à réaction est alors fondée sur le principe d'action-réaction d'*Isaac Newton*, selon lequel à toute action correspond une réaction d'intensité égale mais de sens opposé. Lorsque, le mobile éjecte des gaz vers l'arrière, il effectue ainsi une action qui le propulse par réaction. Il s'appuie donc sur les gaz éjectés et réalise sa propulsion.

La propulsion est d'autant plus forte que le débit des gaz éjectés est important et que la vitesse d'éjection est élevée. Cette force délivrée est appelée la poussée et elle est issue de la conservation de la quantité de mouvement du système global : les gaz étant éjectés vers l'arrière, la conservation de la quantité de mouvement fait que le mobile avance.

En appliquant la relation de la conservation de quantité de mouvement sur la figure 1.25: [24]

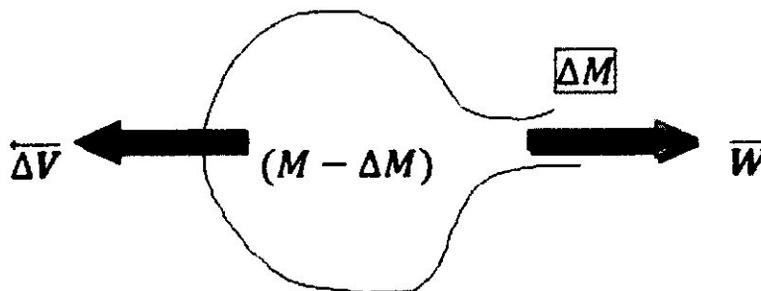


Figure 1.25: Conservation de la quantité de mouvement. [24]

Avec :

$M$  : est la masse des gaz

$V$  : est la vitesse d'entrée des gaz

$W$  : est la vitesse d'éjection des gaz

, on obtient :

$$(M - \Delta M)\Delta\vec{V} = -\Delta M\vec{W} \quad (1.12.)$$

Soit au premier ordre on a :

$$M\Delta\vec{V} = -\Delta M\vec{W} \quad (1.13.)$$

Sous forme différentielle, on obtient :

$$M d\vec{V} = -dM\vec{W} \quad (1.14.)$$

Pendant un instant  $dt$  :

$$M \frac{d\vec{V}}{dt} = -\frac{dM}{dt}\vec{W} \quad (1.15.)$$

D'après la relation fondamentale de la dynamique, on a :

$$\vec{F} = M \frac{d\vec{V}}{dt} \quad (1.16.)$$

Donc la force de poussée est :

$$\vec{F} = M \frac{d\vec{V}}{dt} = -\frac{dM}{dt} \vec{W} \quad (1.17.)$$

D'où la force de poussée est égale au produit de la vitesse d'éjection des gaz  $W$  et le débit massique des gaz éjectés. [24]

### 1.7.2. Théorème d'Hugoniot 1885

Le théorème d'*Hugoniot* permet de mettre en relation la variation de section avec la variation de vitesse, en fonction du domaine de l'écoulement. [22]

La relation de *Rankine-Hugoniot* est obtenue en combinant les équations suivantes : [24]

- Equation de continuité :

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dV}{V} + \frac{dA}{A} = 0 \quad (1.18.)$$

- Equation d'Euler (ou de quantité de mouvement) :

$$VdV + \frac{dP}{\rho} = 0 \quad (1.19.)$$

- Ecoulement isentropique :

$$\frac{dP}{d\rho} = a^2 \quad (1.20.)$$

Avec :  $V$ : Vitesse d'écoulement

$A$ : Section de passage

$\rho$ : Densité de fluide

⇒ Relation de *Rankine Hugoniot* [22]:

$$\frac{dV}{V} (1 - M^2) \frac{dA}{A} = 0 \quad (1.21.)$$

### Interprétation :

Si l'écoulement est subsonique ( $M < 1$ ) ⇒  $dV/V$  et  $dA/A$  sont de signe opposé donc  $V$  et  $A$  varient inversement. Alors en régime subsonique, une diminution de section

induit à une accélération de l'écoulement, alors qu'un élargissement de la section induit à une décélération de l'écoulement. [23]

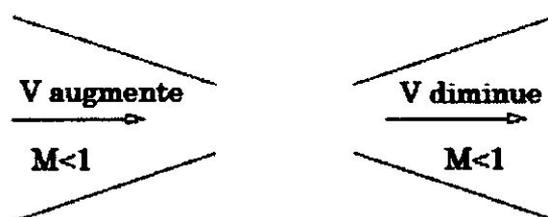


Figure 1.26: Evolution de la vitesse d'un écoulement subsonique dans un conduit à section variable. [23]

Si l'écoulement est supersonique ( $M > 1$ )  $\Rightarrow dV/V$  et  $dA/A$  sont du même signe donc  $V$  et  $A$  varient dans le même sens. Ceci a pour conséquence un comportement inverse du précédent. Alors en régime supersonique, un élargissement de section induit à une augmentation de la vitesse de l'écoulement, alors qu'un resserrement de cette section induit à une diminution de cette vitesse. On peut également dire qu'aux vitesses supersoniques, la masse volumique du fluide diminue plus vite que la vitesse de telle sorte que la section doit augmenter pour assurer la conservation de la masse. [23]

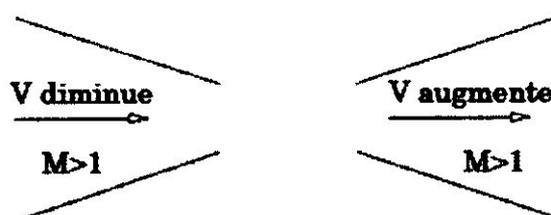


Figure 1.27: Evolution de la vitesse d'un écoulement supersonique dans un conduit à section variable. [23]

Si l'écoulement est sonique ( $M=1$ )  $\Rightarrow dA/A = 0$ , cela signifie que la section  $A$  atteint un extremum, c'est-à-dire, que la section  $A$  ou  $M=1$  peut être minimale comme elle peut être maximale. Compte tenu de ce qui précède, la seule configuration est celle où  $A$  est minimale. De ce fait, si  $M=1$  en un point de l'écoulement dans une tuyère supersonique, cette valeur est forcément prise au col de la tuyère. [23]

Remarque :

Dans le cas où l'écoulement dans la tuyère reste subsonique, on a simplement un extremum qui peut être un minimum ou un maximum de vitesse qui est atteint au col.

### Résultat :

On en déduit que pour passer d'un écoulement subsonique à un écoulement supersonique, il faut donc que la tuyère présente une section pincée, appelée col.

Dans le cas où la tuyère est amorcée, c'est-à-dire que l'écoulement est supersonique en une région de celle-ci, les conditions au col sont les conditions critiques, et le débit de la tuyère ne dépend plus des conditions aval, l'onde de pression ne pouvant plus remonter l'écoulement supersonique. Ce phénomène est appelé, *phénomène d'étranglement*.

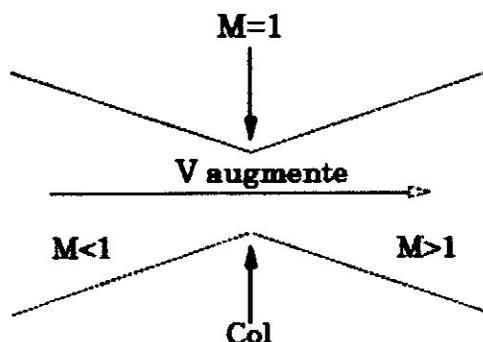


Figure 1.28: Illustration du passage du régime subsonique au régime supersonique (détente isentropique à travers une tuyère). [24]

### 1.7.3. Tuyère de Laval

La tuyère de Laval a été inventée en 1887 par Gustave de Laval d'où le nom. C'est un convergent-divergent dont le but est d'accélérer les gaz qui le traversent jusqu'à une vitesse supersonique. La tuyère de Laval a été utilisée en 2011 dans les moteurs-fusées, les turbines à vapeur ainsi que les turbines à gaz. C'est une tuyère qui améliore la poussée d'un moteur-fusée. Elle constitue un dispositif très utilisé pour étudier expérimentalement les écoulements supersoniques.

#### 1.7.3.1. Fonctionnement d'une tuyère de Laval

Différents régimes de fonctionnement d'une tuyère convergent-divergente dite de Laval à géométrie fixe, peuvent être décrits par la théorie monodimensionnelle des gaz calorifique parfaits et non visqueux. Cette approche permet de comprendre la formation d'ondes de chocs dans une tuyère. On peut distinguer quatre régimes de fonctionnements suivants depuis les deux figures 1.29 et 1.30: [22], [24].

#### 1.7.3.1.1. Régime 1 :

Courbes (a, b) : L'écoulement est subsonique dans l'ensemble de la tuyère, donc les gaz sont accélérés dans le convergent et ils sont décélérés dans le divergent. De ce fait au niveau du col, la vitesse passe par un maximum et le rapport de pression ( $P/P_i$ ) passe par un minimum. La section au col est alors supérieure à la section critique. La tuyère étant entièrement subsonique, elle est alors dite non-amorcée et tant que celle-ci est entièrement subsonique, les conditions aval modifient complètement l'écoulement dans la tuyère car les ondes de pression peuvent remonter le courant.

Le Régime 1 atteint sa limite à la Courbe (c) lorsque pour une pression d'éjection  $P_s$  suffisamment faible, la pression au col devient égale à la pression critique. L'écoulement est subsonique de part et d'autre du col et sonique au col. Le col est alors amorcé.

#### 1.7.3.1.2. Régime 2 :

Courbe (d) : Les conditions critiques sont atteintes au col. L'écoulement se prolongeant après le col est supersonique dans une partie du divergent jusqu'à l'apparition d'un choc droit produisant une recompression asymptotique accompagné d'une décélération de l'écoulement. Après le choc, l'écoulement est à nouveau subsonique. Le nombre de Mach diminue et le rapport de pression ( $P/P_i$ ) augment jusqu'à la section de sortie.

Le choc se positionne de telle sorte que la recompression qui s'effectue en aval ramène la pression d'éjection  $P_s$  à la pression ambiante  $P_a$ . Le choc se déplace vers l'aval en fonction de la diminution de  $P_a$ . Dans le cas où la pression ambiante  $P_a$  continue d'accroître, l'écoulement est modifié par un décollement [4] de la couche limite. Les variations de  $P_a$  n'ont aucun effet sur l'écoulement supersonique qui se développe en amont du choc car les ondes de pression ne peuvent plus remonter la partie supersonique de l'écoulement qui isole l'amont des conditions aval.

Le régime 2 est limité par la courbe (e), lorsque le choc droit se place dans la section d'éjection de la tuyère.

### 1.7.3.1.3. Régime 3 :

Courbes (f, g) : L'écoulement dans le divergent est entièrement supersonique, la tuyère est donc complètement amorcée et la pression d'éjection correspond à une évolution isentropique ( $P_s = P_{\text{isentropique}}$ ). Les variations de la pression ambiante  $P_a$  ne bouleversent plus l'écoulement à l'intérieur de la tuyère.

Etant donné que ( $P_s = P_{\text{isentropique}}$ ) est inférieur à  $P_a$ , le jet issue de la tuyère se fait alors écrasé par l'atmosphère ambiante à l'extérieur du divergent et une recompression par l'intermédiaire d'ondes de chocs obliques s'accomplit afin que la pression de sortie soit égale à la pression ambiante. Ces ondes de chocs forment une série de cellules périodiques en forme de diamant. La taille des cellules augmente lorsque la pression ambiante  $P_a$  diminue.

La limite du régime 3 est atteinte à la courbe (h) quand la pression ambiante devient égale à la pression de sortie. La tuyère est alors parfaitement adaptée et les cellules de choc disparaissent car il n'y a plus de recompression externe.

### 1.7.3.1.4. Régime 4 :

Courbe (k) : Ce régime est le régime sous-détendu. Il apparaît lorsque la tuyère n'assure plus une détente complète jusqu'à la pression ambiante. Du coup les gaz éjectés de la tuyère se détendent à l'extérieur par une série d'ondes de détente.

On retrouve ce régime pendant la phase propulsive d'une fusée aux très hautes altitudes. Les gaz éjectés par les moteurs forment alors un panache évasé caractéristique de la détente externe.

Il est important de noter que : [22]

$$\left(\frac{P}{P_i}\right)^* = \left(\frac{2}{\gamma + 1}\right)^{\gamma/(\gamma-1)} = 0,527 \quad \text{pour : } \gamma = 1,405 \quad (1.22.)$$

### Récapitulatif :

- Régime 1 : Courbes (a, b) :  $(P_s/P_i) > 0,527$  Tuyère non-amorcée, subsonique.
- Courbes (c) :  $(P_s/P_i) = 0,527$  Col amorcé, divergent subsonique.

- Régime 2 : Courbes (e, d) : ( $P_s < P_a$ ) Tuyère partiellement amorcée. Onde de choc stationnaire. Retour au subsonique après l'onde de choc.
- Régime 3 : Courbes (f, g) : ( $P_s < P_a$ ) Tuyère amorcée, divergent supersonique. recompression externe par une série d'ondes de chocs obliques. Courbe (h) : ( $P_s = P_a$ ) Tuyère adaptée.
- Régime 4 : Courbe (k) : ( $P_s > P_a$ ) Détente externe.

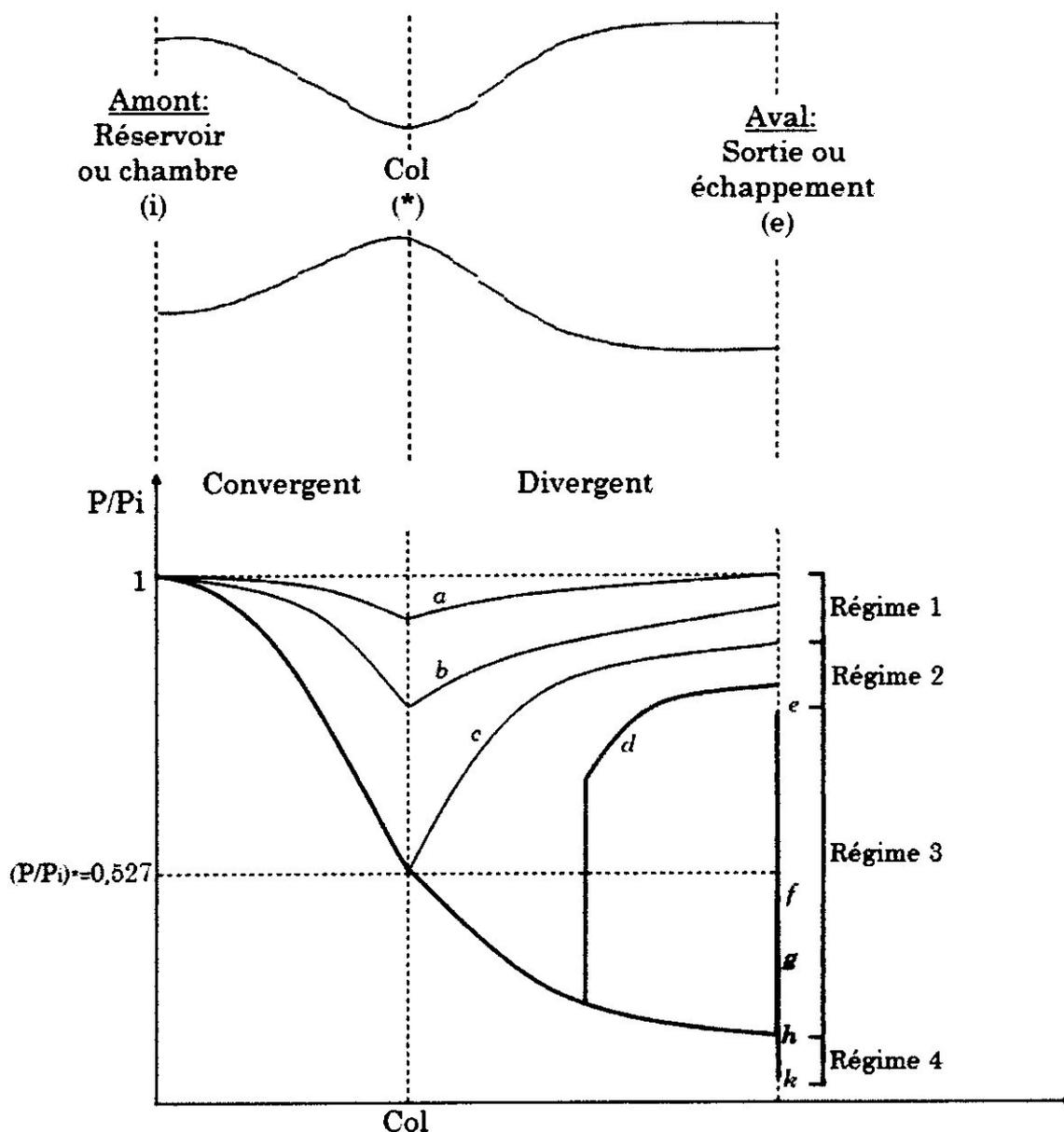


Figure 1.29: Régimes de fonctionnements d'une tuyère de Laval d'après Candel (1995) en fonction de la pression d'arrêt isentropique  $P_i$ . [4]

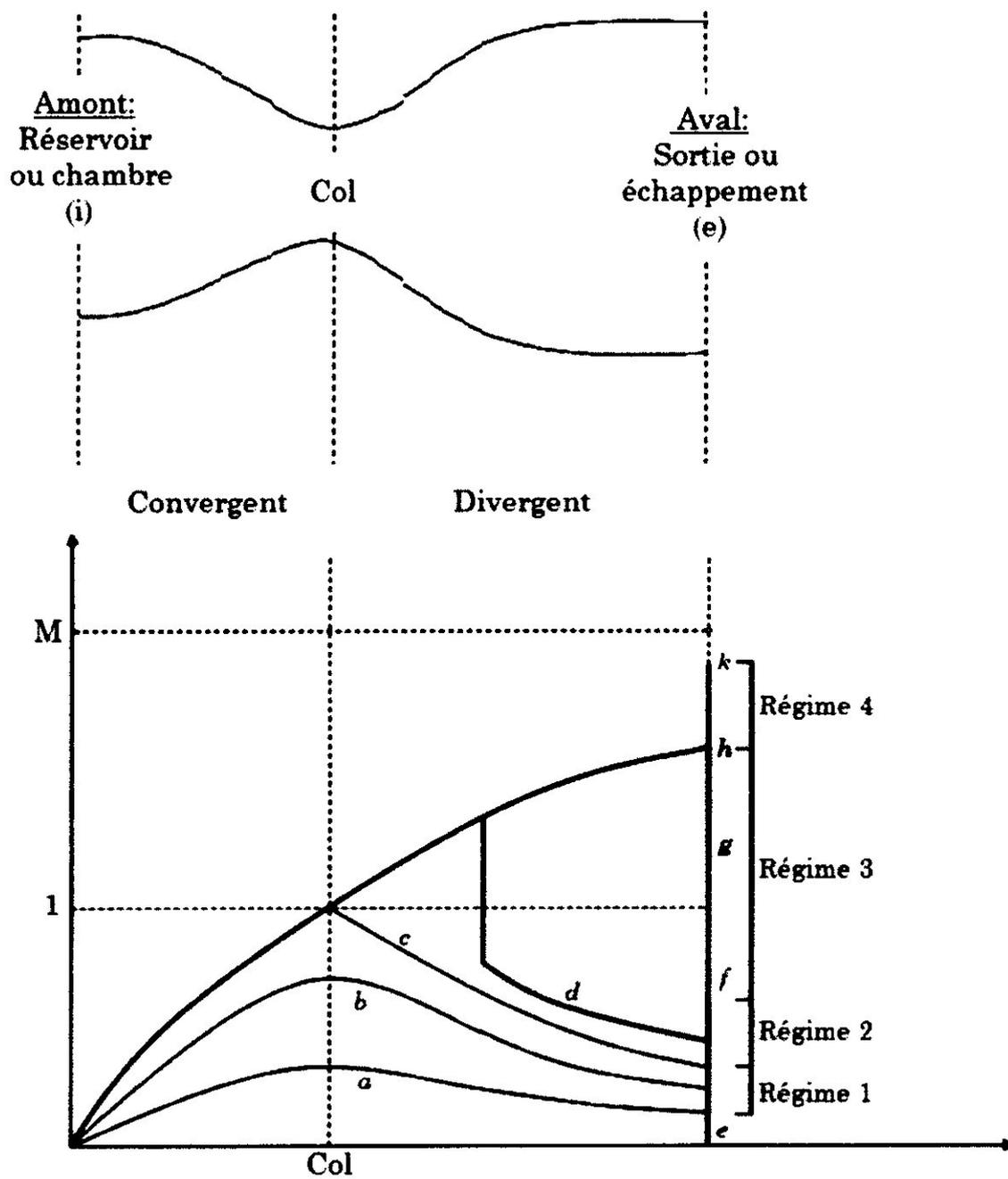


Figure 1.30: Régime de fonctionnement d'une tuyère de Laval d'après Candel (1995) en fonction du nombre de Mach  $M$ . [22]

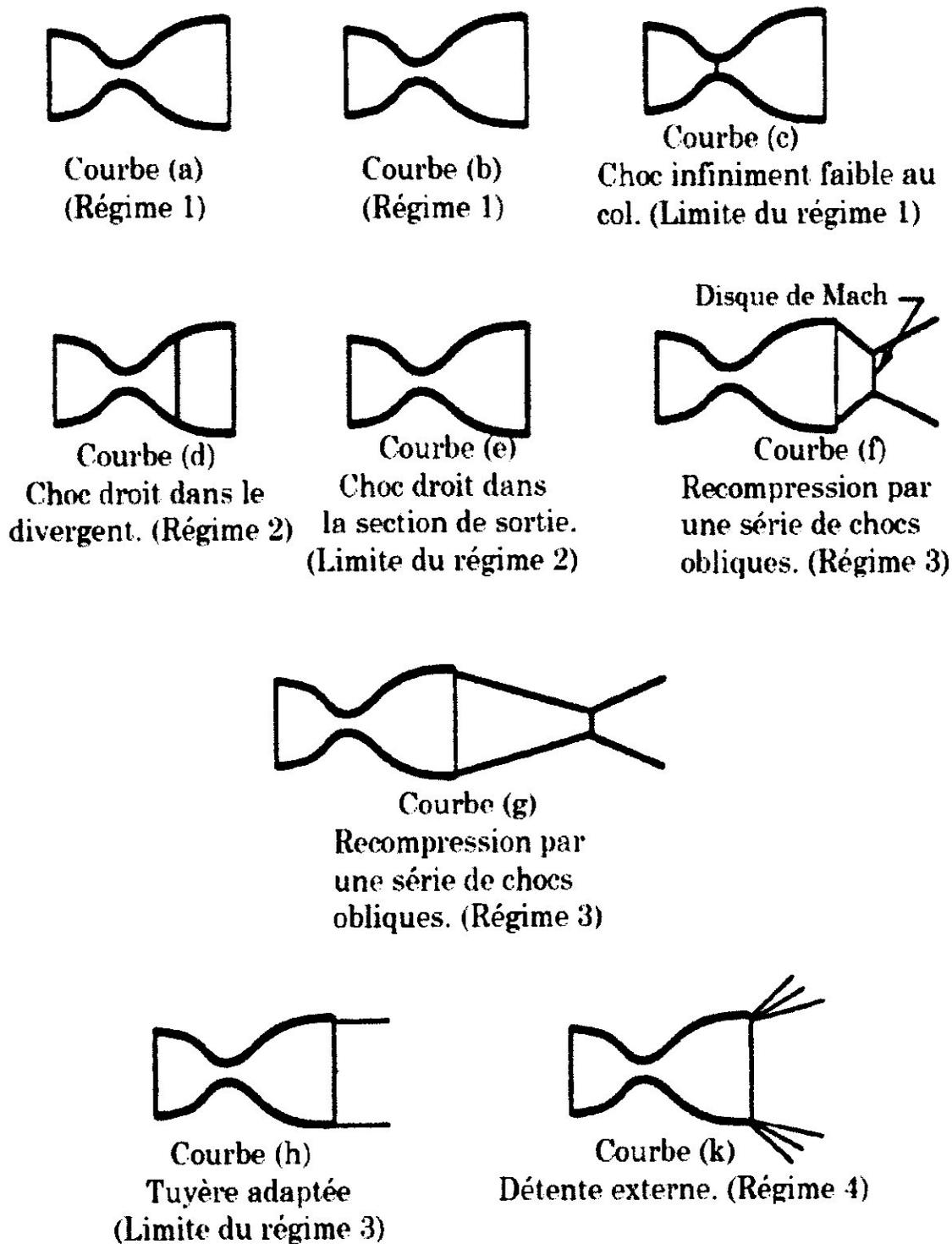


Figure 1.31: Types d'ondes de choc dans une tuyère de Laval d'après Candel (1995), suivant les régimes de fonctionnement. [22]

#### 1.7.4. Rapport de sections d'une tuyère :

Le rapport de sections permet de déterminer les caractéristiques de l'écoulement à un endroit quelconque dans une tuyère, via une relation entre l'aire  $A$  d'une section de la tuyère et le nombre de Mach local dans cette section, sachant que l'écoulement dans une tuyère est considéré comme isentropique. [23]

La conservation de la masse entre deux états quelconque, un état indicé par 1 ainsi qu'un état indicé par 2 dans une tuyère, s'écrit de la façon suivante :

$$\rho_1 A_1 V_1 = \rho_2 A_2 V_2 \quad (1.23.)$$

On peut aussi écrire la vitesse de la sorte :

$$M = \frac{V}{a} \quad \Rightarrow \quad V = M * a \quad (1.24.)$$

D'où :

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{\rho_2 V_2}{\rho_1 V_1} = \frac{\rho_2 M_2 a_2}{\rho_1 M_1 a_1} = \frac{M_2}{M_1} \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \frac{M_2}{M_1} \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (1.25.)$$

L'écoulement étant supposé isentropique, on sait que selon l'équation (1.8.):

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2$$

En reliant les deux dernières équations, on obtient :

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{M_2}{M_1} \left( \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (1.26.)$$

Noter qu'il est nécessaire que l'une des sections désigne une section de référence. Précisément on choisit comme état de référence, l'état sonique appelé aussi communément l'état critique  $M=1$  ( $V_* = a_*$ ), on note la section sonique par  $A_*$  en laquelle les propriétés de l'écoulement sont les grandeurs soniques  $P_*$ ,  $T_*$  ...

En utilisant l'état sonique indicé par l'Astérix « \* » (on met  $M_2=1$  et  $M_1=M$ ), on trouve donc la relation section-nombre de Mach suivante, que l'on appelle le rapport de sections ou la loi des aires: [23]

$$\frac{A}{A_*} = \frac{1}{M} \left( \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2}} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (1.27.)$$

Cette relation est également appelée « Théorème d'Hugoniot ».

Compte tenu de l'hypothèse d'isentropie, pression et nombre de Mach dans une section sont aussi reliés par l'équation (1.9.) suivante : [23]

$$\frac{P_0}{P} = \left[ 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

Où  $P_0$  est la pression totale associée à l'état d'arrêt considéré. Tout comme la relation précédent « loi des aires » qui est vue sous la forme  $M = f\left(\frac{A}{A_*}\right)$ . Cette relation peut aussi être vue de ce type  $\frac{P}{P_0} = g\left(\frac{A}{A_*}\right)$ . A l'une ou l'autre relation, une représentation graphique exposée respectivement sur la figure 1.32 et la figure 1.33.

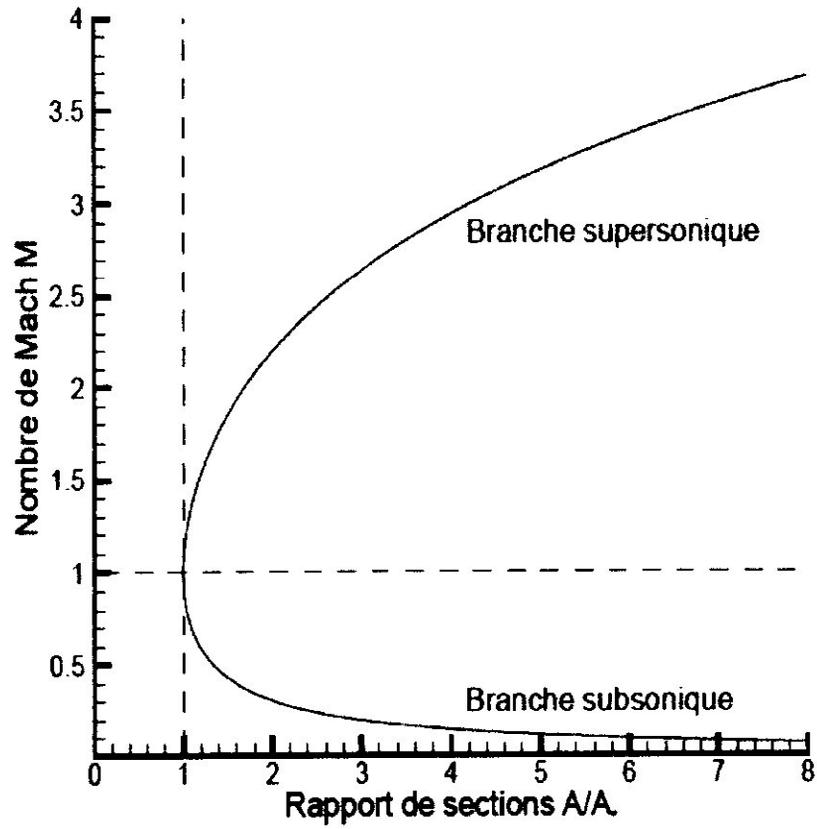


Figure 1.32: Relation entre rapport de sections ( $A/A^*$ ) et nombre de Mach. [23]

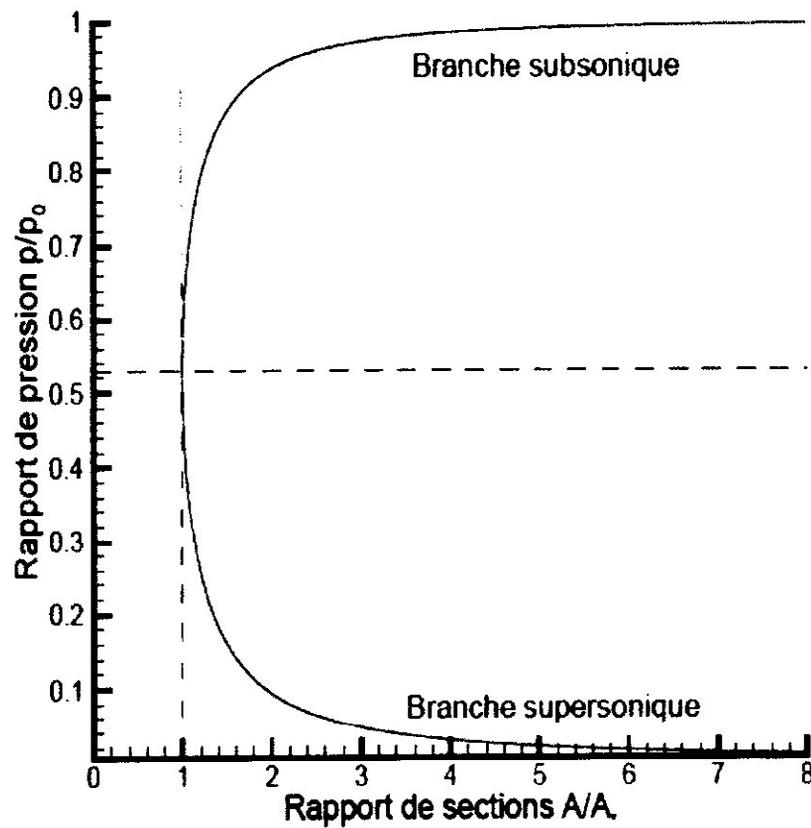


Figure 1.33: Relation entre rapport de sections ( $A/A^*$ ) et rapport de pressions ( $P/P_0$ ). [23]

On observe que les représentations graphique confirment ce qui a été précédemment mentionnée dans le théorème d'*Hugoniot*, que la section critique est la section d'aire minimale dans l'écoulement isentropique, et que si l'état critique existe dans l'écoulement, il est forcément atteint au col de la tuyère, lorsque, celle-ci est amorcée. On remarque que pour un rapport de section  $A/A_*$  donné, il y a deux valeurs possibles du nombre de Mach, l'une subsonique, et l'autre supersonique. L'une ou l'autre solution dépende des conditions aux limites de la tuyère. [22], [23]

#### 1.7.4.1. Rapport de sections et vitesse d'éjection :

Pour un gaz donné avec un  $\gamma$  connu, et un rapport de sections  $A_s/A_*$  assuré, on a la relation suivante d'après la figure 1.34 : [24]

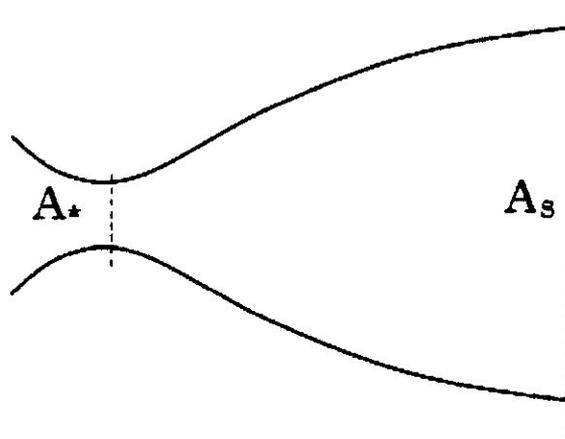


Figure 1.34: Illustration des sections de référence d'une tuyère. [24]

$$\frac{A_s}{A_*} = f(M) \quad \Rightarrow \quad M_s = f^{-1}\left(\frac{A_s}{A_*}\right) \quad (1.28.)$$

Ce qui permet d'en déduire que pour des paramètres moteur connus ( $T_i$ ,  $P_i$ ) avec un gaz dont les coefficients  $\gamma$  et  $r$  sont donnée, ainsi qu'un rapport de sections  $A_s/A_*$  fixé, on a une information sur la vitesse d'éjection des gaz. [24]

#### 1.7.4.2. Rapport de sections et taux de détente :

Le taux de détente nominal dans une tuyère est égal au rapport de la pression de la chambre  $P_0$  qui détermine le régime moteur sur la pression ambiante  $P_a$  qui détermine l'attitude d'adaptation de la tuyère. On le note ici par  $\tau$  : [24]

$$\tau = \frac{P_0}{P_a} = \frac{P_0 P_S}{P_S P_a} = \frac{P_0}{P_S} \Rightarrow \tau = \frac{1}{g(M_S)} \quad (1.29.)$$

$$\text{Avec : } g(M_S) = \frac{P_S}{P_0}$$

D'après la relation entre le rapport de sections et la vitesse d'éjection des gaz, on a : [24]

$$Me = f^{-1} \left( \frac{A_S}{A_*} \right) \quad (1.30.)$$

On obtient alors :

$$\Rightarrow \tau = 1/g \left[ f^{-1} \left( \frac{A_S}{A_*} \right) \right] \quad (1.31.)$$

Ce qui conduit à savoir, qu'en déterminant un taux de détente nominal d'un gaz donnée dans une tuyère permet de fixer le rapport de sections  $A_S/A_*$  de la tuyère :

### 1.8. Débit d'une tuyère :

#### 1.8.1. Débit maximal d'une tuyère :

Le débit au col de la tuyère vaut :  $Q_* = \rho_* A_* V_*$

Selon les deux figure précédentes 1.29 et 1.30, on constate qu'au niveau du col, quand, la pression de sortie tuyère  $P_e$  diminue équivaut à la diminution de la masse volumique au col, le nombre de Mach  $M$  augmente équivaut à l'augmentation de la vitesse d'écoulement au col  $V_*$ , sachant que la diminution de  $\rho_*$  est négligeable devant l'augmentation de  $V_*$ , donc le débit augmente. On constate aussi qu'en dessous de  $(P/P_i)^*$ , le nombre de Mach  $M$  ne dépasse plus l'unité « 1 ». Par suite, le débit reste constant au col quelque soit  $[(P/P_i) < (P/P_i)^*]$ . Cette valeur du débit s'écrit comme suit :

D'abord, on a déjà le débit au col qui vaut :

$$Q_* = \rho_* A_* V_* \quad ; \quad \text{avec: } V_* = a_* \quad \text{et} \quad M_* = 1$$

Faisant apparaître les conditions génératrices indicées par « 0 », on obtient :

$$Q_* = \rho_0 a_0 A_* \frac{\rho_* a_*}{\rho_0 a_0} \quad (1.32.)$$

Puis utilisant les lois isentropiques, on obtient :

$$Q_* = \frac{\rho_0 A_*}{\sqrt{C_p T_0}} \delta(\gamma) \quad (1.33.)$$

$$\text{Avec: } \delta(\gamma) = \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma-1}} \left( \frac{\gamma+1}{2} \right)^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$$

$\gamma$	1,25	1,30	1,35	1,40
$\delta(\gamma)$	1,4714	1,3890	1,3279	1,22810

Tableau 1.1: Variation de  $\delta(\gamma)$  en fonction de  $\gamma$ . [24]

On remarque que ce débit ne dépend que des conditions génératrices et de la section du col.

Pour un écoulement isentropique les valeurs génératrices ( $P_0$ ,  $T_0$ ,  $\rho_0$ ) restent constantes durant l'écoulement. Ce phénomène est appelée « blocage sonique » ou « amorçage d'une tuyère », il représente une caractéristique utilisée pour les réacteurs ou les moteurs-fusées afin de réguler leur fonctionnement. [24]

On conclut que le débit maximal d'une tuyère amorcée est calculé au col.

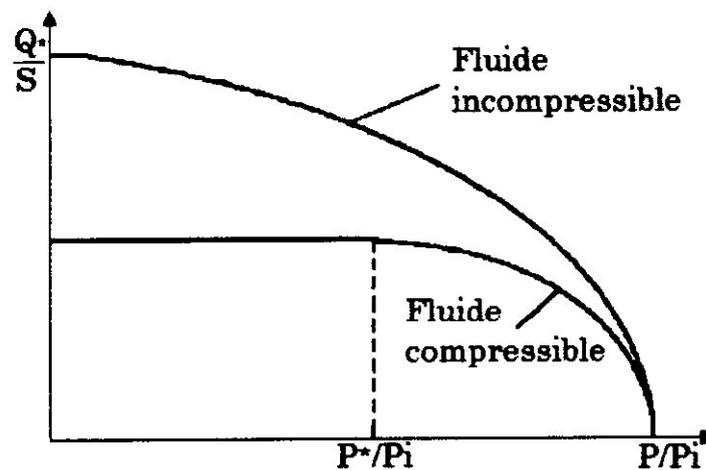


Figure 1.35 : Variation du débit en fonction du rapport de pression ( $P/P_i$ ). [22]

### 1.8.2. Débit réel :

Le débit réel s'écrit sous la forme suivante : [24]

$$\bar{m} = C_D \dot{m} \quad \text{avec: } C_D = C_{DK} C_{D\delta} \quad (1.34.)$$

Sachant que :

- $C_{DK}$ , représente le facteur de l'effet de la géométrie du col sur la ligne sonique, dans le cas où l'hypothèse de tranche plane n'est pas respectée.
- $C_{D\delta}$ , représente le coefficient de viscosité lié à l'effet de la couche limite au col.

Le graphe présenté sur la figure 1.36, montre l'influence de ces deux coefficients  $C_{DK}$  et  $C_{D\delta}$  sur le col de la tuyère. L'effet de la géométrie  $C_{DK}$  est en fonction du rapport du rayon de courbure de la section au col  $R_c$  sur le rayon de la section au col  $r_c$ , et l'effet de la viscosité  $C_{D\delta}$  est approprié à chaque courbe du graphe en fonction du nombre de Reynolds. [24]

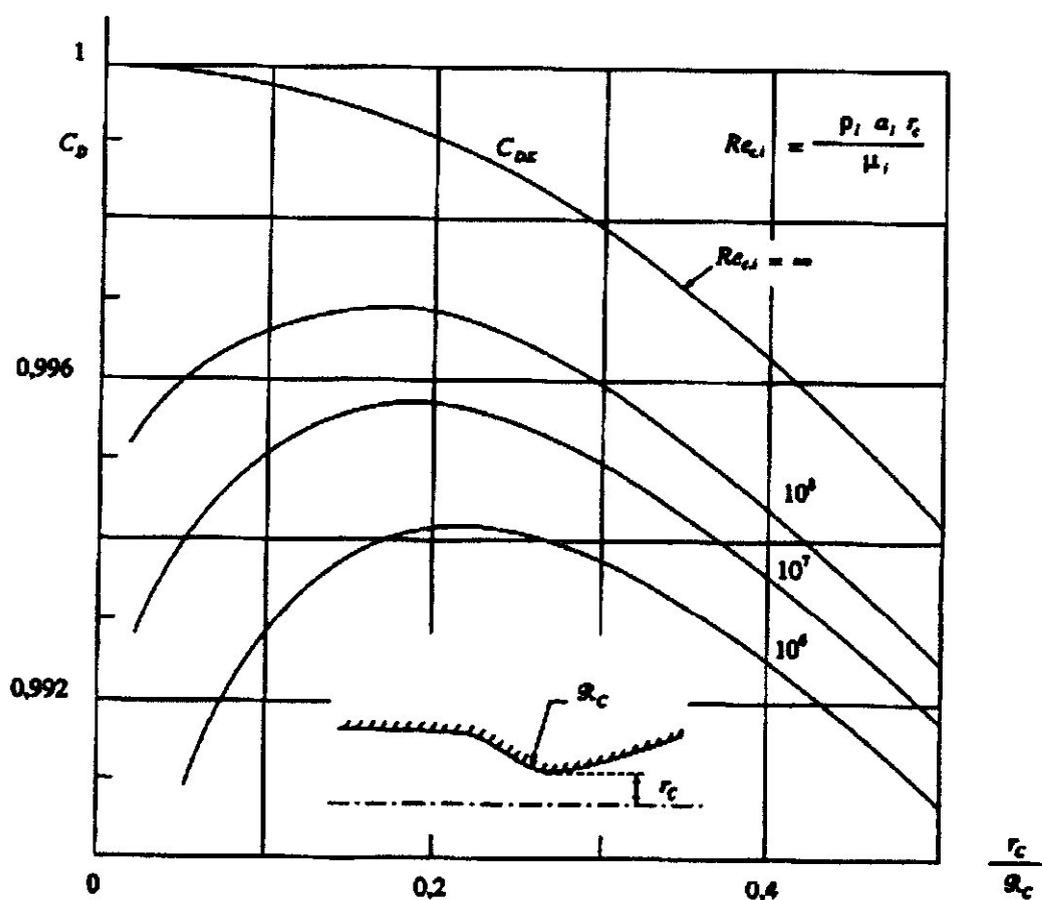


Figure 1.36: Effet de la géométrie  $C_{DK}$  et de la viscosité  $C_{D\delta}$  sur le col de la tuyère. [24]

comme une compression. Lorsque l'intensité  $\Delta P/P$  tend vers zéro, effectivement l'onde de choc oblique devient une onde de Mach. Il est primordial de connaître l'angle de détente initial au col qu'il faut donner pour ainsi obtenir le nombre de Mach de sortie souhaité. La conception de ce type de tuyère repose sur l'application de la méthode des caractéristiques [2], [6] qui est formulée sur la base de la fonction de *Prandtl-Meyer*. Les travaux réalisés pour un écoulement supersonique d'un gaz parfait mentionnés dans les références [1] et [2] sont valables sous l'appui de l'hypothèse d'un gaz calorifiquement parfait. L'hypothèse d'un gaz calorifiquement parfait stipule que les chaleurs spécifiques  $C_p$  et  $C_v$  sont constants et ne dépendent pas de la température, ils sont limités pour de faibles températures génératrices, par conséquent le quotient  $\gamma$  est certainement constant. Dans le cas d'un gaz réel, la température  $T_0$  croît, du coup les chaleurs spécifiques et le rapport  $\gamma$  varient avec la température. Etant donné que la chaleur spécifique  $C_p$  et le rapport  $\gamma$  sont considérés constants dans le cas d'un gaz parfait, le modèle mathématique de ce dernier procure alors des résultats acceptables avec une certaine erreur pour de faibles températures. Selon l'étude établie dans la référence [18] l'erreur fournie par ce modèle par rapport au modèle tenant compte de la température génératrice [19] peut être calculé pour chaque paramètre. En générale les résultats dans la dynamique des gaz, comme dans les applications aérodynamiques, sont tolérés avec une erreur inférieure à 5%. [18]

### 2.1. Définition

La détente de Prandtl-Meyer désigne un écoulement supersonique d'un fluide parfait sur une plaque plane complétée par une rampe déviée vers le bas comme le montre la figure 2.1.

La déviation de cet écoulement produit une détente supersonique qui génère des ondes de détentes (ligne de Mach) qui ont pour effet l'augmentation du nombre de Mach et la diminution des propriétés du fluide (densité, pression et température). Dans le cas où la déviation de la rampe est vers le haut les ondes générés sont des ondes de chocs obliques qui comprime l'écoulement de façon adiabatique. L'importance de ces écoulements apparait dans le traitement aérodynamique autour des profils. [5]

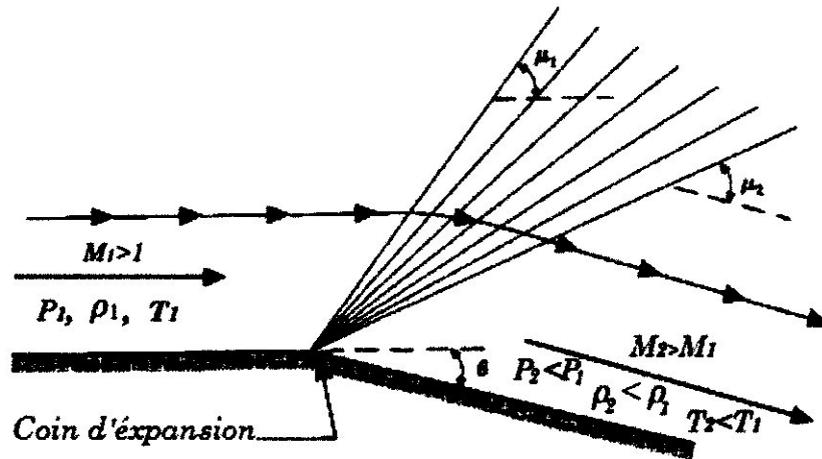


Figure 2.1: schématisation de la détente de Prandtl-Meyer. [5]

## 2.2. Eventail de détente

La détente supersonique s'expose sous forme d'un éventail d'ondes de détente centrées, qui dévie un écoulement supersonique autour d'un coin convexe. L'éventail se présente en une zone de détente continue qui peut être visualisée en un nombre infini d'ondes de Mach, divergeant d'un coin aiguë, et faisant chacun un angle de Mach  $\mu$  avec la direction de l'écoulement locale. Comme il est schématisé sur la figure 2.2, l'éventail de détente est délimité en amont par une onde de Mach d'angle  $\mu_1$  par rapport à la direction de l'écoulement amont, ou  $\mu_1 = \arcsin(1/M_1)$ , ainsi qu'en aval l'éventail de détente est délimité par une autre onde de Mach d'angle  $\mu_2$  par rapport au sens d'écoulement final, ou  $\mu_2 = \arcsin(1/M_2)$ .

Chaque onde dans l'éventail de détente contribue à faire évoluer l'écoulement progressivement. La présence d'un choc oblique est thermodynamiquement impossible. A travers chacune des lignes de Mach, il y a une variation infinitésimale des grandeurs caractéristiques de l'écoulement, le débit s'accélère et le nombre de Mach augmente, tandis que la pression statique, la température et la densité diminuent. Puisque le processus est considéré comme isentropique, les propriétés statiques restent constantes à travers l'éventail. [23]

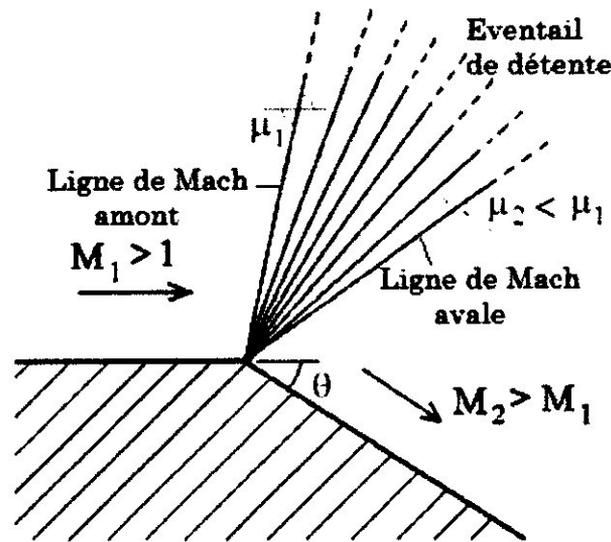


Figure 2.2: schématisation de l'éventail de détente. [1], [15]

L'onde de détente est déterminée à partir de trois paramètres :  $M$ , l'angle  $\mu$  et l'angle  $\nu$ .  $M$ , le nombre de Mach de l'écoulement. L'angle de Mach par rapport à la direction d'arrivée de l'écoulement est défini par  $\mu$ . La déviation de l'écoulement après la détente est représentée par  $\nu$ .

### 2.3. Fonction de Prandtl Meyer

#### 2.3.1. Formulation mathématique

Considérons une très faible onde produite par une infime déflexion de flux  $d\theta$  telle qu'elle est esquissée dans la figure 2.3. Notons que l'angle  $d\theta$  est considéré positif lorsque l'écoulement s'éloigne de la direction normale à l'onde (onde de compression) et négatif quand l'écoulement se rapproche de la direction normale à l'onde (onde de détente), et comme la limite du schéma est prise lorsque  $d\theta \rightarrow 0$ , de là, l'onde en question est essentiellement une onde de Mach d'angle  $\mu$  du flux amont. La vitesse de l'écoulement précédant l'onde est  $V$ . Comme l'écoulement est dévié vers le bas à travers un angle  $d\theta$ , la vitesse est alors augmentée par la quantité infinitésimale  $dV$ , du coup la vitesse de l'écoulement en aval de l'onde devient  $V+dV$  inclinée d'un angle  $d\theta$ . Comme tout changement de vitesse le long d'une onde est normal à l'onde alors la composante tangentielle est inchangée à travers l'onde. Sur la figure 2.3 le segment de la ligne horizontale  $AB$  et le vecteur vitesse  $V$  sont portés sur la même droite, par ailleurs le segment de droite  $AC$  est dessiné pour représenter la nouvelle vitesse  $V+dV$

postérieurement à l'onde. Puis, la ligne BC est normal à l'onde du fait qu'elle représente la ligne le long laquelle le changement de vitesse se produit. En traitant la géométrie de la figure 2.3 à partir de la loi des sinus appliqué au triangle ABC, On voit que : [1]

$$\frac{V + dV}{V} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \mu\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \mu - d\theta\right)} \quad (2.1.)$$

Cependant, à partir des identités trigonométriques remarquables :

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \mu\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \mu\right) = \cos\mu \quad (2.2.)$$

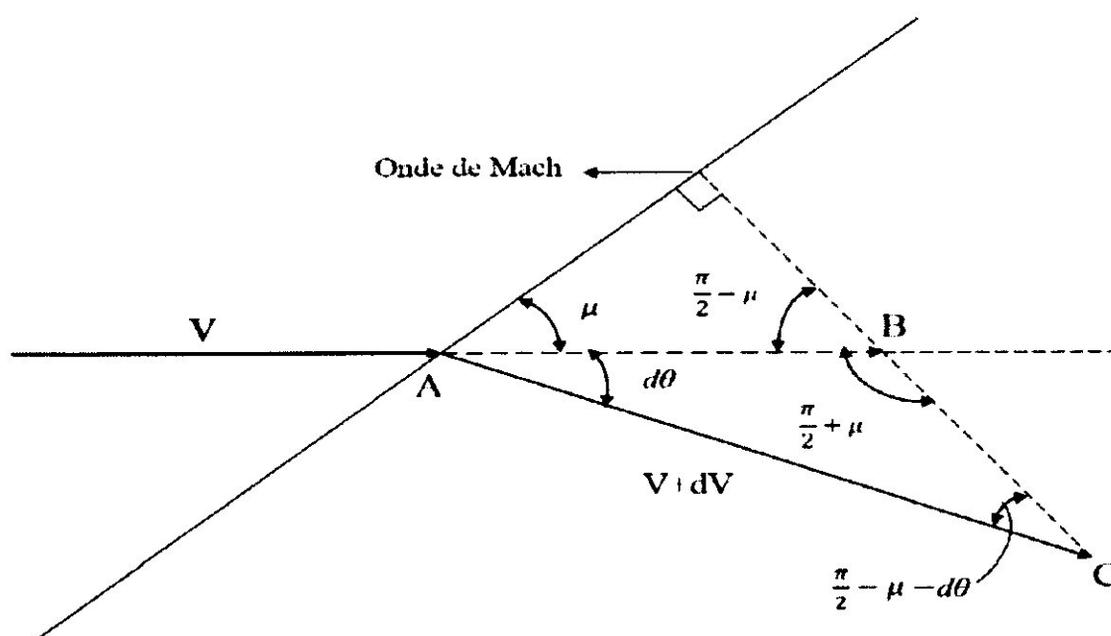


Figure 2.3: Géométrie des changements infinitésimaux à travers une onde infiniment faible. [1]

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \mu - d\theta\right) = \cos(\mu + d\theta) = \cos\mu \cos d\theta - \sin\mu \sin d\theta \quad (2.3.)$$

En remplaçant l'équation (2.3.) et (2.2.) dans (2.1.), on a :

$$1 + \frac{dV}{V} = \frac{\cos\mu}{\cos\mu \cos d\theta - \sin\mu \sin d\theta} \quad (2.4.)$$

Pour un  $d\theta$  petit, on peut appliquer l'hypothèse de petit angle  $\sin d\theta \approx d\theta$  et  $\cos d\theta \approx 1$ . Par la suite l'équation (2.4.) devient :

$$1 + \frac{dV}{V} = \frac{\cos\mu}{\cos\mu \cos d\theta - \sin\mu \sin d\theta} = \frac{1}{1 - d\theta \tan\mu} \quad (2.5.)$$

Noter que  $1/(1-x)$  peut être développé en une série de puissance (pour  $x < 1$ ) comme suit :

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots \quad (2.6.)$$

Donc, l'équation (2.5.) peut être écrite de la sorte (en ignorant les terme de second ordre et plus)

$$1 + \frac{dV}{V} = 1 + d\theta \tan\mu + \dots \quad (2.7.)$$

Ainsi, à partir de l'équation (2.7.), on a :

$$d\theta = \frac{\frac{dV}{V}}{\tan\mu} \quad (2.8.)$$

En insérant l'équation (1.7.) du chapitre 1, qui lie l'angle de Mach  $\mu$  au nombre de Mach  $M$ . La figure 1.21 paru précédemment au chapitre 1, demontre que :

$$\tan\mu = \frac{1}{\sqrt{M^2 - 1}} \quad (2.9.)$$

En substituant l'équation (2.9.) dans (2.8.), on obtient :

$$\boxed{d\theta = \sqrt{M^2 - 1} \frac{dV}{V}} \quad (2.10.)$$

L'équation (2.10.) relate le changement infinitésimal de la vitesse  $dV$  à la déflexion infinitésimale  $d\theta$  à travers l'onde de détente. La limite précise d'une onde de Mach, est saisie lorsque  $dV$  et  $d\theta$  sont nuls. Dans ce sens l'équation (2.10.) est une équation approximative pour un  $d\theta$  fini, mais ça devient une véritable égalité lorsque  $d\theta \rightarrow 0$ . Etant donné que l'éventail de détente illustré sur les figures 2.1 et 2.2 est une région d'un nombre infini d'onde de Mach, l'équation (2.10.) est une équation différentielle, qui décrit avec précision l'écoulement à l'intérieur de l'onde de détente.

Suivant la figure 2.2, intégrons l'équation (2.10.) de la région 1 où l'angle de déviation est égal à 0 et le nombre de Mach est  $M_1$ , à la région 2 où l'angle de déviation est  $\theta$  et le nombre de Mach est  $M_2$ .

$$\int_0^\theta d\theta = \theta = \int_{M_1}^{M_2} \sqrt{M^2 - 1} \frac{dV}{V} \quad (2.11.)$$

Pour mener à bien l'intégrale du côté droit de l'équation (2.11),  $dV/V$  doit être obtenu en termes de nombre de Mach  $M$ , à partir de la définition du nombre de Mach de la sorte :

$$M = \frac{V}{a} \quad \Rightarrow \quad V = M * a$$

Or :  $\ln V = \ln M + \ln a \quad (2.12.)$

Suite à une dérivée logarithmique de l'équation (2.12.), on obtient :

$$\frac{dV}{V} = \frac{dM}{M} + \frac{da}{a} \quad (2.13.)$$

A partir de l'équation définissant la vitesse du son  $a = \sqrt{\gamma RT}$  et de l'équation (1.8.) du chapitre 1, on a :

$$\left(\frac{a_0}{a}\right)^2 = \frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \quad (2.14.)$$

Faisant sortir  $a$  de l'équation (2.14.) en fonction des autres paramètres :

$$a = a_0 \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{-1/2} \quad (2.15.)$$

En dérivant l'équation (2.15.), on obtient :

$$\frac{da}{a} = -\left(\frac{\gamma - 1}{2}\right) M \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{-1} dM \quad (2.16.)$$

En remplaçant l'équation (2.16.) dans (2.13.), on a :

$$\frac{dV}{V} = \frac{1}{1 + \left[\left(\frac{\gamma - 1}{2}\right) M^2\right]} \frac{dM}{M} \quad (2.17.)$$

L'équation (2.17.) est une relation de  $dV/V$  en fonction du terme  $M$  uniquement. C'est précisément ce qui est souhaité pour l'intégrale de l'équation (2.11.). Ainsi en substituant l'équation (2.17.) dans (2.11.), on a :

$$\theta = \int_{M_1}^{M_2} \frac{\sqrt{M^2 - 1}}{1 + \left[\left(\frac{\gamma - 1}{2}\right)\right] M^2} \frac{dM}{M} \quad (2.18.)$$

Dans l'équation (2.18.), l'intégrale suivant :

$$v(M) = \int \frac{1}{1 + \left[\left(\frac{\gamma - 1}{2}\right)\right] M^2} \frac{dM}{M} \quad (2.19.)$$

est appelé la fonction de *Prandtl-Meyer*, noter par  $v$ . De ce fait, en réalisant l'intégrale, l'équation (2.19.) devient :

$$v(M) = \sqrt{\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}} (M^2 - 1) \tan^{-1} \sqrt{M^2 - 1} \quad (2.20.)$$

La constante d'intégration qui normalement apparaîtrait dans l'équation (2.20.) n'est pas importante, car elle décroît quand l'équation (2.20.) est utilisée dans l'intégrale définie de l'équation (2.18.). Pour plus de commodité, elle est considérée nulle, de manière que  $v(M) = 0$  quand  $M = 1$ . Il est à noter que, durant le calcul l'angle  $v$  est mesuré par rapport au vecteur vitesse correspondant au nombre de Mach  $M = 1$ . Finalement, en combinant l'équation (2.18.) avec l'équation (2.19.), on aboutit à l'écriture suivante :

$$\theta = v(M_2) - v(M_1) \quad (2.21.)$$

Avec  $v(M)$  qui est donné par la relation (2.20.) pour un gaz caloriquement parfait. La fonction de *Prandtl-Meyer*  $v$  est très importante pour le calcul des changements à travers une onde de détente. Du fait de son importance, Les valeurs de  $v$  en fonction de  $M$  ont été rassemblées dans des tables ainsi que la valeur de  $\mu$ . [1]

### 2.3.2. Propriétés de l'écoulement

Puisque l'ensemble du processus est isentropique, les calculs des propriétés de l'écoulement sont simplifiés de manière significative, sachant que les propriétés d'arrêts comme la pression d'arrêt, la température d'arrêt et la densité d'arrêt, restent constantes. Les propriétés statiques finales sont fonction du nombre de Mach de l'écoulement final  $M_2$  et sont liées aux conditions d'écoulement initiales par les relations suivantes : [1], [15]

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2} \right) \quad (2.22.)$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \left( \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2} \right)^{\gamma/(\gamma-1)} \quad (2.23.)$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \left( \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2} \right)^{1/(\gamma-1)} \quad (2.24.)$$

Le nombre de Mach final et le nombre de Mach initial sont joint par la relation (2.21.).  $\nu(M)$  désigne la fonction de *Prandtl-Meyer*, qui permet de déterminer mathématiquement l'angle à travers lequel un écoulement dont le nombre de Mach est  $M_1$  doit tourner pour parvenir à un nombre de Mach  $M_2$  donné. Elle permet également d'obtenir le nombre de Mach final  $M_2$  par le biais de la valeur calculée  $\nu(M_2)$  en utilisant un angle de braquage  $\theta$  connu et  $\nu(M_1)$  comptée à partir d'un nombre de Mach initial  $M_1$  donné, sachant que  $\nu(1)=0$  par convention. [1], [15]

Remarque :

Cette étude est réalisée pour le cas d'un gaz parfait ou les chaleurs spécifiques  $C_p$  et  $C_v$ , ainsi que le quotient  $\gamma$  sont supposés constants. Ils sont restreints pour de faibles températures génératrices, ou on peut aller jusqu'à  $1000 K^\circ$  environ pour des nombres de Mach final de sortie ne dépassant pas  $2.00$ . [18]

2.3.3. Angle de déflexion maximum

Comme le nombre de Mach varie de 1 à  $\infty$ ,  $\nu$  prend des valeurs de 0 à  $\nu_{max}$  ou : [1], [15]

$$\nu_{max} = \frac{\pi}{2} \left( \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} - 1 \right) \quad (2.25.)$$

Cela impose une limite sur la déflexion de l'écoulement supersonique avec un angle de déviation maximum donné par :

$$\theta_{max} = \nu_{max} - \nu(M_1) \quad (2.26.)$$

Un flux doit tourner de sorte qu'il puisse satisfaire aux conditions aux limites. Dans le cas d'un écoulement idéal, il existe deux types de conditions aux limites que l'écoulement doit satisfaire : [1], [15]

- 1) Condition à la limite de vitesse, qui dicte que la composante normale à la paroi de la vitesse d'écoulement est nulle.
- 2) Condition à la limite de pression, qui stipule qu'il ne peut y avoir une discontinuité de la pression statique à l'intérieur du flux (car il y a absence de chocs dans le flux).

Si l'écoulement pivote suffisamment pour qu'il soit parallèle à la paroi, la condition à la limite de pression est vérifiée. Cependant, comme le flux est en mouvement, la pression statique diminue. S'il n'a pas assez de pression au commencement, le flux ne sera pas en mesure d'achever sa déviation et il ne sera pas parallèle à la paroi. Cela montre l'angle maximal à travers lequel le flux peut être pivoté. Plus le nombre de Mach au commencement  $M_1$  est faible, plus l'angle maximal de déviation est grand. [1], [15]

La ligne aérodynamique qui sépare la direction de l'écoulement final de la paroi est connue sous le nom de sillage (représenté par la ligne en pointillé sur la figure 2.4). Tout au long de cette ligne il y a un saut de température, de la densité et de la composante tangentielle de la vitesse (la composante normale étant nulle). Au-delà du sillage, l'écoulement est au repos ce qui vérifie la condition à la limite de vitesse à la paroi. En cas d'un écoulement réel, une couche de cisaillement est observée au lieu d'un sillage en raison de la condition à la limite supplémentaire de non-glissement. [1], [15]

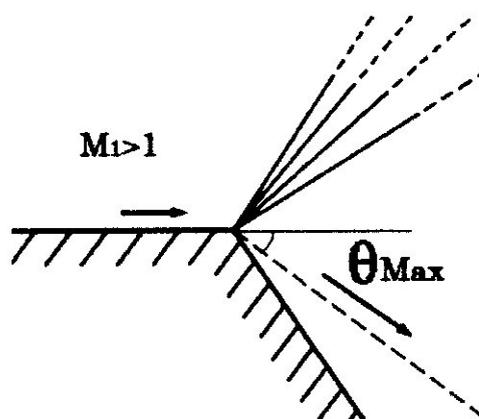


Figure 2.4: Angle de déviation maximum [1], [15]

### CHAPITRE 3

## CONCEPTION D'UNE TUYÈRE SUPERSONIQUE TYPE A DETENTE-DEFLEXION

La conception de tuyères supersoniques est la préoccupation de nombreux aérodynamiciens depuis 1935, puis avec la naissance des développements expérimentaux et numériques, elle connaît une évolution considérable. Les concepteurs ont cherché à améliorer les performances des tuyères propulsives puisqu'ils ont constaté que les tuyères coniques [17] délivrent une poussée avec une perte remarquable due à l'inclinaison de la section supersonique. Sachant qu'avec une inclinaison de la tuyère à la section de sortie nulle, la poussée générée par le moteur sera maximale. Ceci peut être réalisable en trouvant la forme idéale de la tuyère qui donne à la section de sortie un écoulement uniforme et parallèle. Par la suite les numériciens ont élaboré la méthode des caractéristiques [6], les menant à établir plusieurs formes de tuyère distinctes selon leurs utilisations.

La mise en application des tuyères supersoniques poussa les concepteurs à trouver un compromis entre poussée maximale et longueur minimale de la tuyère, qui consiste à réduire la longueur du divergent tout en essayant de minimiser la perte de poussée par rapport à celle d'une tuyère idéale. Les concepteurs des souffleries ne sont pas affectés par cet arrangement car leur seul but est d'établir une tuyère avec un écoulement uniforme et parallèle à la sortie. Quant aux motoristes d'une fusée, contraints par cette spécification limitant le poids et la longueur du divergent d'une tuyère, sont conduits, en fonction de la plage d'altitude de vol, à définir un rapport de sections et à rechercher un optimum du rapport poussée sur poids. En jouant sur ces facteurs, plusieurs formes de tuyère ont été proposées [3], [7], [12] parmi lesquels on retrouve la tuyère à détente-déflexion qui est le thème de ce mémoire. D'un point de vue historique les tuyères qui équipaient les moteurs des premières fusées suborbitales étaient de faible rapport de sections et comprenaient généralement un divergent conique de demi-angle d'environ  $15^\circ$  comme pour le cas de la fusée allemande V-2. Les scientifiques allemands de Peenemünde dépensèrent une somme colossale concernant des recherches menées sur les tuyères supersoniques, mais ils ne trouvèrent pas grand avantage à utiliser la méthode des caractéristiques afin de réaliser des profils plus sophistiqués qui auraient équipés les tuyères de faible rapport de sections de

leurs missiles balistiques. Suite à la seconde guerre mondiale, la recherche basée sur le but d'augmenter les performances des moteurs-fusées avait bâti son plein, déjà en raison des applications stratégiques (missile balistique intercontinentale), ensuite à la conquête de l'espace, puis cette recherche avait induit à réaliser des tuyères à plus grand rapport de sections pour des moteurs fonctionnant à des très hautes altitudes. Pour des tuyères à grand rapport de sections, le concept de la configuration conique devient vite impossible du fait de sa longueur et sa section de sortie. Par contre des tuyères à divergent quasi-conique continuent d'être utilisées dans des moteurs à ergols solides fonctionnant généralement aux basses altitudes, la plupart des tuyères qui équipent les moteurs-fusées à ergols liquides ont des profils optimisés obtenus par la méthode des caractéristiques.

L'objectif de ce chapitre est de présenter une méthode de conception et de dimensionnement d'une tuyère à corps central du type à détente-déflexion de sorte que l'écoulement sous l'hypothèse d'un gaz parfait, soit à la section de sortie uniforme et parallèle, sachant que le contour de la tuyère est inconnu et à déterminer. L'étude s'effectuera concernant la partie divergente de la tuyère en raison de l'importance de son rôle qui constitue à faire accélérer l'écoulement de  $M=1$  au col à  $M=M_s$  à la sortie. Afin que l'écoulement soit précipité, il est contraint de subir une certaine détente à travers la tuyère, et comme l'écoulement est horizontal au col comme à la sortie, une déviation de la paroi à un angle maximal s'impose pour qu'il ait une zone d'expansion accompagnée d'une zone de redressement. Quoique au sujet de notre type de tuyère, l'écoulement est dévié au col d'un angle  $\theta=\theta_*$  par un corps central puis redressé jusqu'à l'horizontal d'un  $\theta=0$  à la section de sortie, tout en gardant son uniformité afin que la théorie unidimensionnelle du rapport de sections soit toujours valable pour valider les résultats numériques obtenus par le dimensionnement.

### 3.1. Présentation de la tuyère à détente-déflexion

#### 3.1.1. Description

On la dénomme tuyère E-D de son nom anglais « Expansion-Deflection ». Elle paraît comme une tuyère en cloche standard, sauf qu'au niveau du col s'y trouve un corps central qui dévie l'écoulement vers les parois. Les gaz d'échappement s'écoulent autour de ce dernier dans une direction plus vers l'extérieure que dans les tuyères standard en cloche tout en se détendant avant d'être redressé vers la sortie. Cela permet pour des tuyères plus

courtes que le design standard de conserver leur taux de détente. En raison de la limite atmosphérique, la pression ambiante influe sur le rapport de sections de sortie de sorte que la compensation atmosphérique peut être obtenue jusqu'à une maximale géométrique autorisée par la tuyère spécifique. [7]

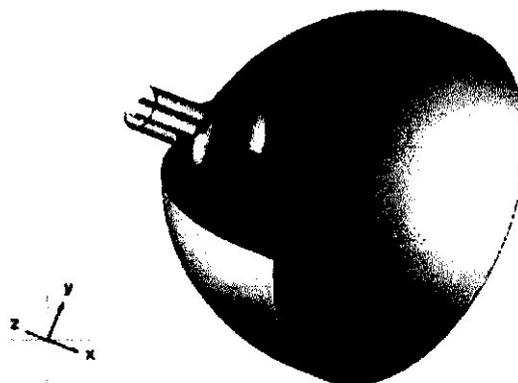


Figure 3.1 : Tuyère à détente-déflexion. [7]

La tuyère opère dans deux modes distincts : ouvert et fermé du sillage provoqué par le corps central. Dans le mode de sillage fermé, les gaz d'échappement remplissent la totalité de la zone de sortie de la tuyère. La pression ambiante à laquelle le sillage passe du mode ouvert au mode fermé, est appelée la pression de conception. Si la pression ambiante diminue d'avantage, une détente supplémentaire aura lieu à l'extérieur de la tuyère un peu comme dans une tuyère cloche standard et aucun effet de compensation d'altitude sera acquis. Dans le mode de sillage ouvert, la zone de sortie est fonction de la pression ambiante et les gaz d'échappement sortent tels des anneaux vu qu'ils ne remplissent pas l'ensemble de la tuyère. Puisque, la pression ambiante contrôle la zone de sortie, le rapport de section devrait parfaitement compenser l'altitude jusqu'à la pression de conception. [7]

Si le corps central est conçu pour se déplacer le long de son axe de rotation, la section du col peut être modifiée. Ceci permettrait pour un étranglement effectif de maintenir la pression de la chambre.

Les tuyères E-D obtiennent leur compensation d'altitude grâce à l'interaction des gaz d'échappement avec l'atmosphère tout comme dans les tuyères à bouchon (Plug-Nozzle), par contre, dans les tuyères E-D, le processus de détente est contrôlé depuis l'intérieur du divergent.

A basse altitude, la pression ambiante plus élevée limite la détente des gaz, résultant en un faible rapport de sections effectif. Le flux éjecté est adapté par rapport au

niveau de la pression ambiante via des systèmes de recompression et d'expansion des ondes (Figure 3.2). A haute Altitude, la pression ambiante plus faible permet une plus grande détente des gaz à l'intérieur de la tuyère, résultant en un rapport de sections effectif élevé. Mais, contrairement aux tuyères à bouchon, la pression dans le sillage du corps central est toujours inférieure à la pression ambiante à cause de l'effet d'aspiration. Cela se produit à de faibles rapports de pression quand le sillage est ouvert et résulte en une perte d'aspiration. En outre, car les gaz d'échappement se détendent pour cette pression de base plutôt que le niveau de pression ambiante. Les pressions de paroi avales sont sur-détendus. Il en résulte en une perte de sur-détente supplémentaire. Lorsque le rapport de pression augmente, la région du sillage se ferme et du coup elle est totalement isolée de l'environnement ambiant (Figure 3.2). Le comportement durant la transition du sillage ouvert au sillage fermé est également semblable à celui des tuyères à bouchon, et la pression de base dans la région de sillage fermé est essentiellement indépendante de la pression ambiante. [7]

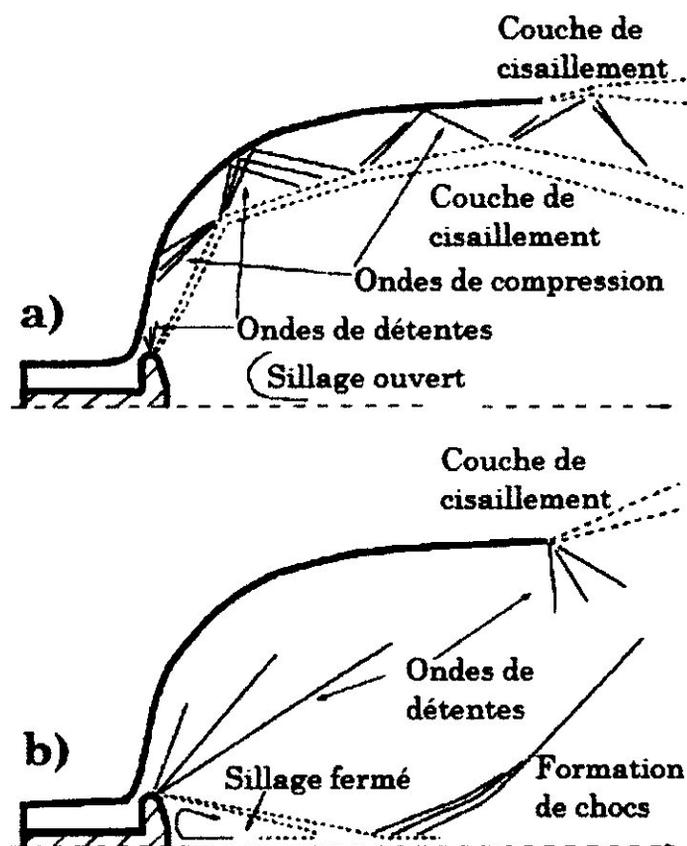


Figure 3.2 : Ecoulement dans une tuyère à détente-déflexion, avec a) sillage ouvert, b) sillage fermé. [7]

Le concept de la tuyère E-D a fait l'objet de nombreuses études analytiques et expérimentales. Les résultats de ces études montrent que les capacités de tuyère E-D pour la compensation d'altitude sont médiocres, et sont en réalité pires que celles des tuyères à bouchon, en raison des pertes d'aspiration et de sur-détente. Pour des tuyères de rapport de sections élevé avec une longueur relativement courte, la tuyère E-D est plus performante qu'une comparable tuyère conventionnelle en cloche de même longueur à cause des pertes de divergence et des pertes de profil inférieurs par rapport à une tuyère cloche. [7]

Les avantages du concept de la tuyère E-D comprennent son encombrement réduit et l'absence de pièces mécaniques amovibles. Cependant, comme les tuyères à bouchon, les tuyères E-D ont l'inconvénient d'avoir des flux de chaleur élevée au col relative à une tuyère conventionnelle en cloche avec une section de col égale. Le flux de chaleur élevé du col provient à partir d'un écart annulaire du col relativement mince. Ce problème peut être traité par le concept d'aérodynamique inter-cellule de poussée qui en outre de la facilité de fabrication présente un avantage supplémentaire. [7]

### 3.1.2. Utilisation potentielles

Bien que la recherche dans cette tuyère soit en cours, elle pourrait être utilisée avant que tous ses avantages soient développés. Comme pour un moteur-fusée à étage supérieur, ou elle serait exploitée dans un environnement à faible pression/dépression ambiante spécifiquement en mode sillage fermé, une tuyère E-D offrirait un gain en termes de réductions de poids et de la longueur, ainsi qu'une augmentation potentielle de l'impulsion spécifique au-dessus des tuyères cloche (selon le cycle moteur), permettant l'augmentation des charges utiles. Une étude suggère qu'elle pourrait ajouter un supplément de 180 kg (400 lb) à la charge utile d'*Ariane 5* plus que le nouveau *Vinci* à condition qu'il soit également un cycle détenteur. Une telle tuyère pourrait être mise en service bien avant que ses capacités de compensation d'attitude soient améliorées. [25]

La tuyère E-D fait également l'objet d'étude pour un avion spatial de *Reaction Engines Skylon*. L'employer sur un SSTO (Single-Stage-To-Orbit) fusée serait d'utiliser ses aptitudes de compensation d'altitude pleinement, permettant une augmentation substantielle de la charge utile. *Reaction Engines*, *Airborne Engineering* et l'université de *Bristol* sont actuellement impliqués dans le projet STERN (Static Test Expansion deflection Rocket Nozzle) en vue d'évaluer les capacités de la tuyère E-D. [25]

### 3.1.3. Modèles développés

La tuyère E-D a été connue durant les années 1960 et depuis il ya eu plusieurs essais en vue de son développements, qui ont été effectués par des entreprises privées, donc pas de littérature existante dans le domaine public de ces études, qui incluent « la détente-déflexion 50k » de *RocketDyne*, « la détente-déflexion 10k » de *RocketDyne* et la DR-0126 de CABD. *RocketDyne* a aussi développé une troisième, une tuyère E-D plus petite. [25]

*RocketDyne* ont mené leur travail au cours d'une première montée en intérêt dans les années 1960, la tuyère 50k E-D a été développée en premier, elle était doté d'une pression de la chambre de  $20,7 \text{ bar}$  ( $2,07 \text{ MPa}$ ) délivrant une poussée de  $50.000 \text{ lbf}$  ( $220 \text{ kN}$ ) et n'était pas refroidie, ce qui l'induisait à être tester pendant quelques seconde à la fois. Puis y a eu la tuyère 10k E-D, qui avait une pression de la chambre de  $15,5 \text{ bar}$  ( $1,55 \text{ MPa}$ ) délivrant une poussée de  $10.000 \text{ lbf}$  ( $44,5 \text{ kN}$ ), avec une chambre de poussée refroidie, et elle a été testé dans une installation de simulation d'altitude. En suite vient la smaller E-D qui générant  $9900 \text{ lbf}$  ( $44 \text{ kN}$ ) et a également été utilisé pour les testes de compensation d'altitude. Ces tests ont confirmé un avantage de performance supérieur par apport aux tuyères cloche conventionnelles. [25]

La tuyère E-D a été entièrement refroidie et utilisée pour des essais à chaud incendie en 1998. Son corps central loge la chambre de combustion, ce qui conduit à une réduction de la longueur, au-delà de l'amélioration des contours. [25]

*Wickman Spacecraft & Propulsion Company* ont développé et ont testé statiquement un moteur solide en conjonction avec une tuyère E-D.

L'université de *Bristol*, Royaume Uni, a récemment testé avec succès des propulseurs gazeux à (Hydrogène /Air) dans le cadre du projet STERN. Ils sont également engagés dans le développement des connaissances sur le comportement en vol de la tuyère E-D en utilisant un moteur de fusée hybride. [25]

### 3.2. Hypothèse fondamentales

Vu que le profil de la tuyère étudié est inconnu, alors le calcul s'opère sur la base d'hypothèses fondamentales intervenant dans le but de présenter le modèle mathématique de calcul. Les hypothèses établies sont les suivantes : [22], [8]

- ⇒ Le gaz est parfait. Il adhère à la loi  $P = \rho rT$ . Cela explique que les molécules du gaz occupent un volume supposé nul, ce qui permet de négliger l'effet de la viscosité.
- ⇒ Le processus est isentropique. Il y a absence d'ondes de chocs.
- ⇒ Le gaz est supposé thermiquement parfait. L'augmentation de la température n'affecte pas la dissociation des molécules, donc à cette mesure là le gaz est toujours composé de molécules et pas encore d'atomes.
- ⇒ Le gaz est supposé calorifiquement parfait. La chaleur spécifique  $C_p$  et le quotient  $\gamma$  ne sont pas influencés par la variation de température, de ce fait on les considère constants.
- ⇒ L'écoulement est permanent ou stationnaire. Les paramètres qui le caractérisent, ont une valeur constante au cours du temps.
- ⇒ L'écoulement est irrotationnel. Les particules fluides ne subissent pas de dissipations causées par les ondes de chocs.
- ⇒ L'écoulement est bidimensionnel. Autrement dit dans le cas tridimensionnel les ondes de détente seront réfléchies par la paroi de la tuyère.

### 3.3. Modèle mathématique

Sur le principe que l'écoulement à la sortie de la tuyère soit uniforme, parallèle et axiale à la section de sortie, nous cherchons à déterminer le contour de la tuyère. Etant donné que l'écoulement à la sortie est horizontal alors la forme obtenue va délivrer une poussée maximale. Dans notre cas, la présence du corps central engendre l'inclinaison de l'écoulement au col d'un angle  $\theta^*$  par rapport à l'horizontale tel qu'il est illustré sur la figure 3.3, contrairement à d'autres cas où l'écoulement est horizontal au col. De là, le corps central doit être incliné d'un angle  $\psi$  avec la verticale comme le montre la figure 3.4.

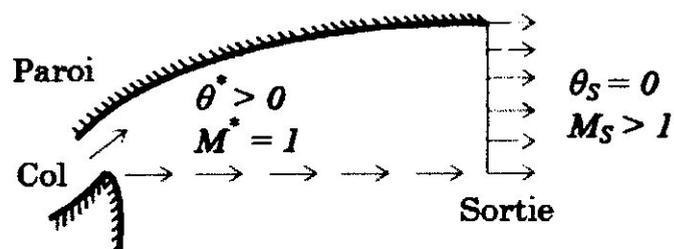


Figure 3.3 : Ecoulement au col et à la sortie d'une tuyère à détente-déflexion. [18]

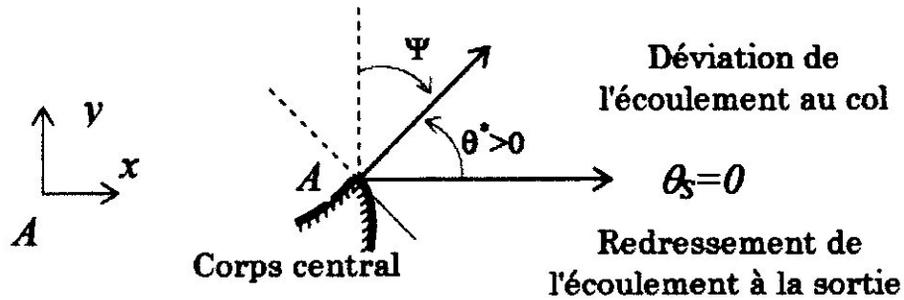


Figure 3.4 : Angle de déflexion du corps central d'une tuyère à détente-déflexion. [18]

Notons que la tuyère est entièrement amorcée, du coup l'écoulement doit nécessairement être sonique au col pour l'obtention d'un écoulement supersonique dans le divergent.

Le but est de déterminer la partie divergente de la tuyère, sachant qu'au niveau du col le nombre de Mach est égale 1, donc la forme recherchée accélère l'écoulement d'un nombre de Mach  $M=1$  jusqu'à un nombre de Mach de sortie tuyère  $M=M_s$ , et où l'écoulement est redressé d'un angle  $\theta_*$  au col à l'angle  $\theta=0$  à la sortie.

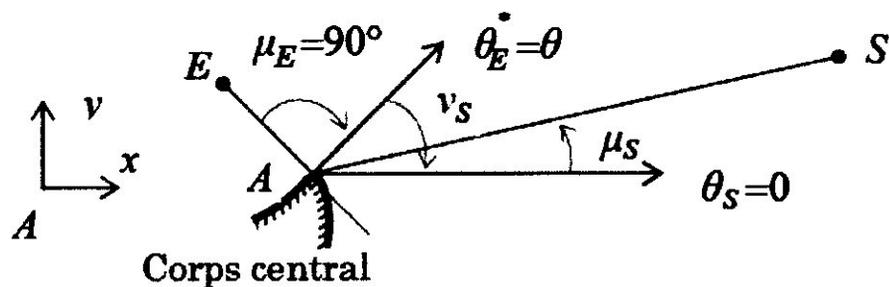


Figure 3.5 : Angles de Mach du col et de la section de sortie dans une tuyère à détente-déflexion. [18]

Selon la figure 3.5, les segments  $AE$  et  $AS$  désignent respectivement les ondes de Mach du col et de la sortie tuyère, dont les angles de Mach sont respectivement  $\mu_E$  et  $\mu_S$  donnés par :

$$\mu_E = \arcsin\left(\frac{1}{M_E}\right) = \arcsin 1 = 90^\circ \quad \mu_S = \arcsin\left(\frac{1}{M_S}\right) < 90^\circ$$

En effet les deux lignes de Mach  $AE$  et  $AS$  délimitent l'éventail de détente de Prandtl-Meyer contracté au point  $A$  du corps central et présentant une infinité d'ondes de

Mach centrées et divergentes sortant de ce point A comme le montre la figure 3.6. Chaque ligne de Mach possède un nombre de Mach donnant un vecteur vitesse, permettant d'en déduire un point du contour de la paroi. D'après l'une des l'hypothèses fondamentales, le gaz est parfait, alors le vecteur vitesse est tangent à la ligne de courant vérifiant la définition de celle-ci, qui sera regardée comme le contour de la paroi de la tuyère à rechercher.

L'écoulement au col et à la section de sortie est unidirectionnel, le rapport de sections critiques reste constamment valable et pris en compte comme modèle théorique pour comparer les calculs numériques trouvés.

Rappelons la relation du rapport de sections :

$$\frac{A}{A_*} = \frac{1}{M} \left\{ \left[ \frac{2}{\gamma - 1} \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right) \right]^{\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (3.1.)$$

Avec, A est l'aire de la section.

La conjecture stipulant que l'écoulement est isentropique, nous donne l'avantage d'aboutir de manière rapide et explicite à déterminer la position du point du contour, car comme il y a absence de choc, les propriétés de l'écoulement telles que le nombre de Mach, la déviation de l'écoulement  $\theta$ , les rapports thermodynamique de pressions, de températures, et de densité sont constants à travers chaque ligne de Mach issue du point A.

Les calculs de l'écoulement et la détermination du profil de la tuyère sous l'hypothèse que le gaz est parfait, sont basés sur la théorie de Prandtl-Meyer démontrée précédemment dans le chapitre 2 et utilisée ici sous la forme suivante :

$$v = \sqrt{\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}} \arctg \sqrt{\left[ \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} (M^2 - 1) \right]} - \arctg \sqrt{M^2 - 1} \quad (3.2.)$$

Avec l'angle  $v$  mesurer par rapport au vecteur vitesse du col.

Etant donné que la tuyère est plane selon le postulat relatant que l'écoulement est bidimensionnel, alors chaque ligne de Mach issue du point A sera absorbé par la paroi de la tuyère. Par contre réellement, il existe une réflexion de chaque onde sur la paroi. Dans le

Suite à l'obtention des relations précédentes (3.3.) et (3.4.), passons à la détermination du profil de la tuyère. Comme il y a une infinité d'ondes de Mach et puisque le calcul se fait numériquement, alors on est amené à effectuer une discrétisation de la paroi en un nombre fini assez grand. Notons le nombre d'ondes de Mach par  $Np$ , ce nombre d'ondes de Mach est choisi, sachant que plus il est élevé, plus le profil de la tuyère est déterminé avec exactitude.

### 3.4. Discrétisation

Entamons l'étape de la discrétisation en partageant la zone de détente entre  $AE$  et  $AS$  en  $Np$  ondes de Mach incluant les extrémités, puis numérotons ces ondes de gauche à droite, il en résulte le schéma de la figure 3.7, avec le point A comme repère de calcul.

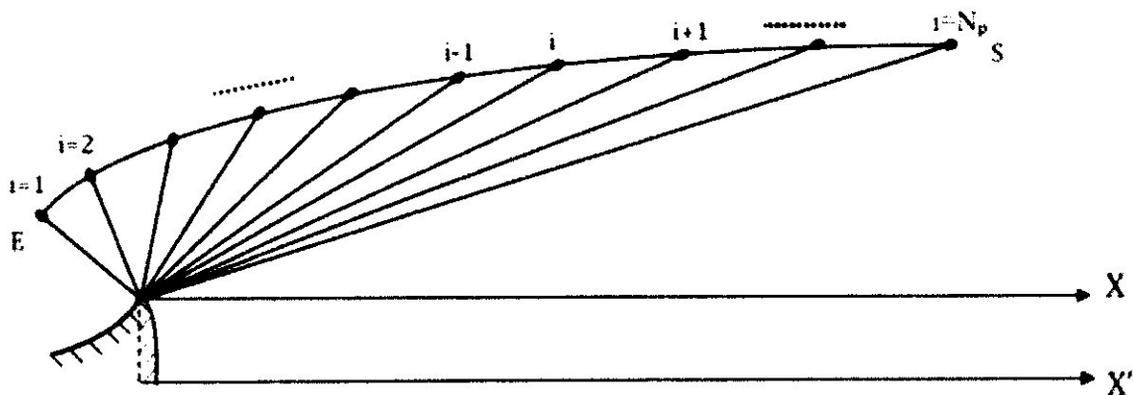


Figure 3.7 : Discrétisation de la zone de détente

Constatons que plus le nombre d'onde de Mach  $Np$  est grand, plus l'allure de la tuyère obtenue est meilleure. Afin de débiter le calcul, on est amené à choisir un point de commencement désignant le sens du calcul, soit du point S de sortie vers le point E du col et dans ce cas le rayon de la section de sortie doit être connu, ou bien, du point E du col vers le point S de la sortie et dans ce cas le rayon  $AE$  du col doit être connu. Finalement pour notre étude, nous optons pour le calcul du point E du col vers le point S de sortie. La détermination des points sur la paroi se fait de manière explicite. Si on connaît les propriétés et la position d'un point sur la paroi, on peut facilement déterminer celles du point adjacent à droite et vis vers ça jusqu'à ce qu'on arrive à la section de sortie. Notons que les lignes de Mach sont des lignes droites ce qui nous facilite le calcul par l'application des relations mathématiques et géométriques.

Sur la figure 3.9, toutes les propriétés  $M_{p1}$ ,  $\phi_{p1}$ ,  $\theta_{p1}$ ,  $v_{p1}$ ,  $\mu_{p1}$ , au point  $P_1$  ainsi que sa position  $x_{p1}$ ,  $y_{p1}$  sont connues, et comme le calcul est explicite et se déroule de gauche à droite, alors il nous reste à définir les propriétés ainsi que la position du point adjacent  $P_2$ .

Extrairons et isolons le triangle  $AP_1P_2$  de la figure 3.9, nous obtenons la configuration suivante avec les trois angles internes à déduire, tel qu'il est schématisé dans la figure 3.10 suivante :

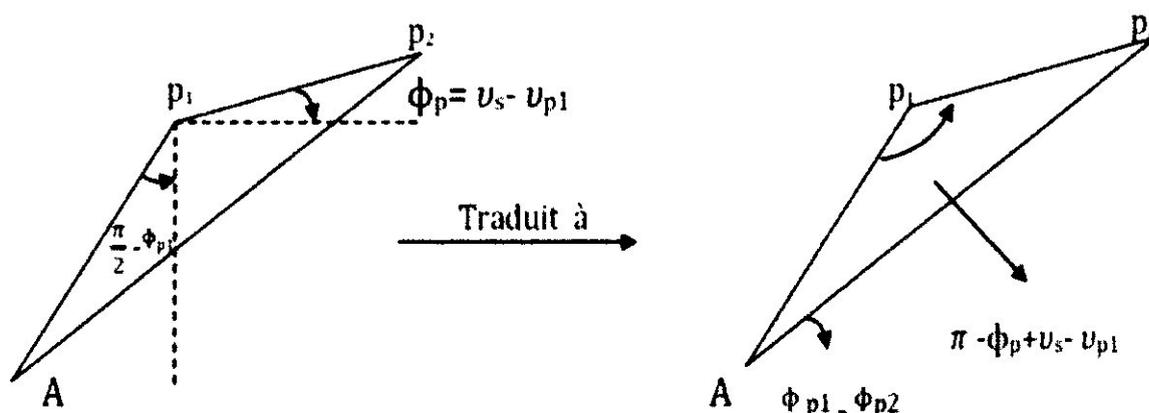


Figure 3.10 : Désignation des paramètres sur triangles

$$\text{Angle } A\hat{P}_1P_2 : A\hat{P}_1P_2 = \pi - \phi_{P1} + v_s - v_{P1}$$

$$\text{Angle } P_2\hat{A}P_1 : P_2\hat{A}P_1 = \phi_{P1} - \phi_{P2}$$

Et le troisième angle  $P_1\hat{P}_2A$  est calculé par :

$$(\pi - \phi_{P1} + v_s - v_{P1}) + (\phi_{P1} - \phi_{P2}) + P_1\hat{P}_2A = \pi$$

$$P_1\hat{P}_2A = \phi_{P2} - v_s + v_{P1}$$

Attribuons aux  $\lambda_{P1}$ ,  $\lambda_{P2}$  les rayons polaires respectifs des lignes  $AP_1$  et  $AP_2$  alors :

$$\lambda_{P1} = AP_1$$

$$\lambda_{P2} = AP_2$$

Appliquons la loi des sinus au triangle  $P_1P_2A$ , on obtient l'écriture suivante :

$$\frac{\sin(P_1\hat{P}_2A)}{\lambda_{P1}} = \frac{\sin(v_s - \phi_{P1} - v_{P1})}{\lambda_{P2}}$$

Alors :

$$\lambda_{P_2} = \lambda_{P_1} \frac{\sin(v_s - \phi_{P_1} - v_{P_1})}{\sin(v_s - \phi_{P_2} - v_{P_1})} \quad (3.8.)$$

Par analogie avec les équations (3.5), (3.6.), (3.7), on peut en déduire les équations correspondant au point  $P_2$  en substituant l'indice  $P$  par  $P_2$ . Par conséquent l'angle  $\phi_{P_2}$  est écrit comme suit :

$$\phi_{P_2} = \frac{\pi}{2} - \psi - v_{P_2} + \mu_{P_2} \quad (3.9.)$$

Avec :

$$v_{P_2} = FPM(M_{P_2})$$

$$\mu_{P_2} = \arcsin\left(\frac{1}{M_{P_2}}\right)$$

Où:  $M_{P_2}$  est le nombre de Mach sur la ligne de Mach  $AP_2$

$\mu_{P_2}$  est l'angle de Mach du point  $P_2$

Ayant définie le rayon polaire  $\lambda_{P_2}$  ainsi que l'angle polaire  $\phi_{P_2}$  du point  $P_2$ , on peut à présent déterminer ses coordonnées par les relations suivantes établies suivant la figure 3.11.

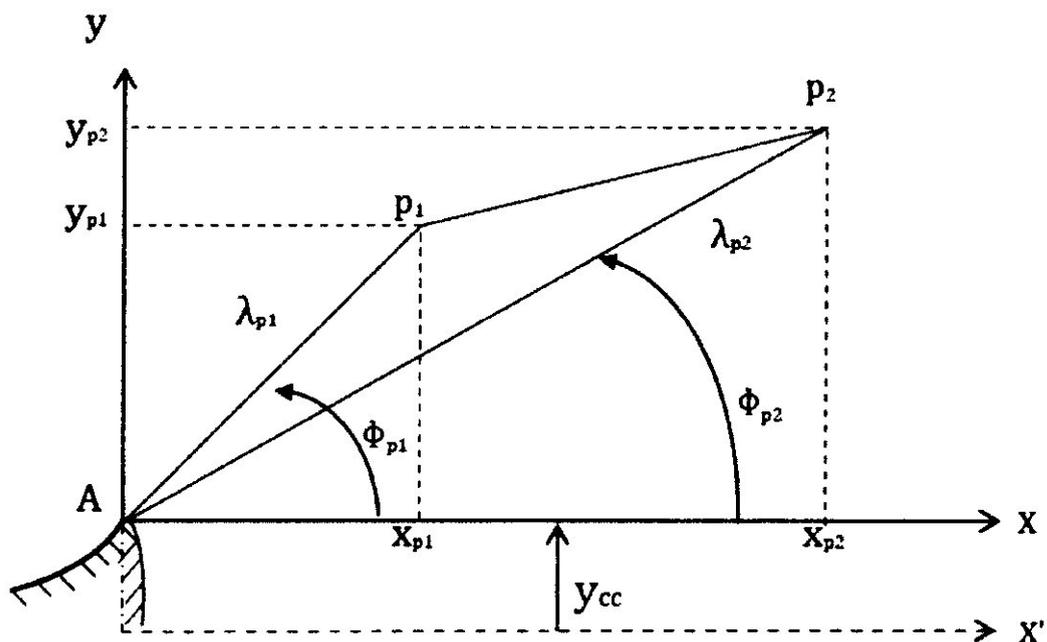


Figure 3.11 : Relation entre coordonnées polaire et coordonnées cartésiennes

$$x_{P2} = \lambda_{P2} \cos(\phi_{P2}) \quad (3.10.)$$

$$y_{P2} = \lambda_{P2} \sin(\phi_{P2}) + y_{cc} \quad (3.11.)$$

Chaque point  $P$  sur la paroi dispose d'un nombre de Mach  $M$  propre à lui, distinct de ceux des autres points, et ils sont tous reliés avec le point A par une ligne de Mach. Alors au point A il ya une infinité de valeurs de  $M$  et par conséquence **le point A est un point de discontinuités des propriétés  $M, \theta, \dots$**

Afin de parvenir à concevoir la tuyère, on est appelé à choisir la base de la discrétisation selon la zone de variation du nombre de Mach  $M$  appartenant à l'intervalle  $M \in [1, M_S]$  en  $N_p$  valeurs en  $y$  incluant également les valeurs des extrémités, ou selon la zone de variation de l'angle de déflexion de l'écoulement  $\theta$  appartenant à l'intervalle  $\theta \in [\theta_E, 0]$  en  $N_p$  valeurs  $y$  compris les valeurs des extrémités, ou bien, selon la zone de variation de l'angle de *Prandtl Meyer*  $v$  découlant de l'intervalle  $v \in [0, v_S]$  en  $N_p$  valeurs en  $y$  intégrant les valeurs des extrémités.

Pour notre étude, on choisie de discrétiser sur la base du nombre de Mach  $M \in [1, M_S]$  dans le but d'avoir un calcul rapide et de façon explicite, car pour la discrétisation suivant l'angle de *Prandtl-Meyer*  $v$ , il faudrait pour chaque ligne de Mach résoudre une équation algébrique de *Prandtl-Meyer* pour déterminer le nombre de Mach  $M$  ce qui rend le calcul implicite et long. De plus, comme on est poussé à faire augmenter la discrétisation pour obtenir plus de conformité dans l'allure de la tuyère, alors le calcul implicite est déconseillé.

### 3.5. Procédure de calcul

Afin d'aborder la procédure de calcul, la conception de la tuyère sollicite des données indispensables, telles que le choix du gaz qui se désigne par la valeur de  $\gamma$ , la discrétisation du nombre de Mach en  $N_p$  valeurs ainsi que la valeur du nombre de Mach à la sortie  $M_S$  étant donné que le dimensionnement s'opère sur cette base, et puis le rayon polaire au col  $\lambda_{AE}$  qu'on prend  $\lambda_{AE}=1$  par convention pour qualifier les résultats hors dimensions par rapport a ce rayon et pour finir, la translation d'axes  $y_{cc}=1$  qui justifie indirectement la taille du corps central.

En outre, la conception nécessite également quelques résultats impératifs à déterminer :

La valeur de la fonction de *Prandtl-Meyer*  $v_S$  à la sortie de la tuyère peut être obtenue par la relation (3.3).

La valeur de l'angle de Mach  $\mu_S$  pour l'onde de Mach dont  $M=M_S$  est calculée à partir de l'équation (1.2) du chapitre 1.

La déviation  $\Psi$  du corps central par rapport à la verticale est donnée en utilisant l'équation (3.4).

Le rapport de sections théorique et unidimensionnel  $A_S/A_*$  en fonction de  $M_S$  est acquit dans l'équation (3.1) et désigné comme source de comparaison avec le rapport  $A_S/A_*$  calculé numériquement, afin de valider la méthode de calcul développée en fonction de  $Np$ , suivant la divergence du rapport  $A_S/A_*$  calculé.

Comme le procédé de calcul s'effectue en fonction de deux points successifs, telle une forme d'une suite de récurrence, il faut donner les résultats au point de départ. Le point de départ est représenté par le point E, on a alors pour le point E :

- Le nombre de Mach est égale à  $M_E=1.00$ . Entrée sonique.
- L'angle de Mach est égale à  $\mu_E=90^\circ$ .
- La valeur de la fonction de Prandtl Meyer est nulle à  $v_E=0.0$
- L'angle polaire  $\phi_E$  est donné par :  $\phi_E = \frac{\pi}{2} - \Psi - v_E + \mu_E$
- Le rayon polaire  $\lambda_E$  est donné par :  $\lambda_E=1.00$
- Position du premier point de la paroi de la tuyère est donnée par :

$$x_E = \lambda_E \cos(\phi_E) \qquad y_E = \lambda_E \sin(\phi_E) + y_{cc}$$

- La distance entre l'axe de symétrie et le point E est donnée par  $y_E = \lambda_E \sin(\phi_E) + y_{cc}$  et peut être encore écrite de la façon suivante:

$$y_E = (R_S + y_{cc}) - R_E$$

Avec  $R_E$  désignant la distance verticale entre le col et la section de sortie de la tuyère dont la relation suivante est soustraite de la deuxième écriture de  $y_E$  :

$$R_E = R_S - (y_E - y_{cc})$$

L'angle de déviation  $\theta_*$  de l'écoulement au col est déterminé d'après la figure 3.6 par la relation :

$$\theta^* = \phi_E - \mu_E$$

Puis, allons au calcul de l'écoulement du point voisin  $P$  à droite du point  $E$ .  
Commençons par donner un nombre de Mach approximative à l'unité de sorte qu'il soit supérieur mais proche de celle-ci :

$$M_P = 1 + \Delta M$$

Avec :  $\Delta M$  signifie une valeur très petite.

De ce qui précède, on en déduit les paramètres au point  $P$  de la sorte :

- L'angle de Mach au point  $P$  est égale à :

$$\mu_P = \arcsin\left(\frac{1}{M_P}\right)$$

- La valeur de la fonction de Prandtl Meyer au point  $P$  est calculé par :

$$v_P = FPM(M_P)$$

- L'angle polaire  $\phi_P$  au point  $P$  est donné par :

$$\phi_P = \frac{\pi}{2} - \psi - v_P + \mu_P$$

- Le rayon polaire  $\lambda_P$  au point  $P$  est donnée par :

$$\lambda_P = \lambda_E \frac{\sin(v_s - \phi_E - v_E)}{\sin(v_s - \phi_P - v_E)}$$

- Position du premier point de la paroi de la tuyère est donnée par :

$$x_P = \lambda_{P2} \cos(\phi_P) \qquad y_P = \lambda_{P2} \sin(\phi_P) + y_{cc}$$

- L'angle de déviation  $\theta^*$  de l'écoulement au point  $P$  est définie par :

$$\theta_P = \phi_P - \mu_P$$

Dés que le calcul au deuxième point est achevé, on entame le troisième point adjacent à droite au point précédent de la même manière, en incrémentant d'abord le nombre de Mach par rapport au point gauche  $P$  comme le point  $E$ .

Comme le nombre de point choisi est égale à  $N_p$ , alors le calcul sera répété  $N_p - 1$  fois jusqu'au nombre de  $M = M_s$  en un point  $P$  sur la paroi, définissant ainsi les positions  $x_p$  et  $y_p$  des points de la paroi, et par conséquent la forme de la tuyère sera obtenu.

A partir des résultats du  $N^{\text{ième}}$  point, on peut assurer les paramètres suivant :

- La position du point S de la section de sortie est donnée par :

$$\frac{X_S}{\lambda_E} = \frac{X_P}{\lambda_E} \quad \Rightarrow \quad X_S = X_P$$

$$\frac{Y_S}{\lambda_E} = \frac{Y_P}{\lambda_E} \quad \Rightarrow \quad Y_S = Y_P$$

Le point  $P$  ici désigne le dernier point de la discrétisation, c'est le point à allouer

- L'angle et rayon polaire du point S :  $(\lambda_s; \phi_s)$
- Le rayon  $R_s$  de la section de sortie calculé par :  $R_s = Y_s$
- La distance axiale entre le corps central et la section de sortie de la tuyère est donnée par :

$$X_{Tuyère} = X_S$$

- La section de sortie  $A_s$  par unité de longueur :

$$A_s = 2R_s$$

$$\text{Avec : } R_s = y_s - y_{cc}$$

- La section du col  $A^*$  est calculé par :

$$A^* = 2 \sqrt{X_E^2 + (Y_E - y_{cc})^2} = 2\lambda_E = 2$$

- Le rapport de section calculé numériquement  $A_s/A^*$

### 3.6. Paramètres thermodynamiques

Suite à la réalisation de la conception, désormais le nombre de Mach de chaque point de la paroi du point E au point S, est connu, de ce fait, on peut déterminer les propriétés thermodynamiques le long de toutes les lignes de Mach.

Le rapport de pressions  $P/P_0$  au point P de la paroi dont le nombre de Mach est  $M_p$ , est calculé comme suit :

$$\left[ \frac{P}{P_0} \right]_P = \left[ 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_p^2 \right]^{-\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (3.12.)$$

Ce rapport nous sera utile pour l'obtention de la pression statique en chaque point de la paroi, ainsi qu'à la détermination de la force de pression exercé sur la paroi de la tuyère. Aux points E et S, on a respectivement :

$$\left[ \frac{P}{P_0} \right]_E = \left[ \frac{\gamma + 1}{2} \right]^{-\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

$$\left[ \frac{P}{P_0} \right]_S = \left[ 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_S^2 \right]^{-\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

Puisque le but de notre tuyère est de détendre les gaz en plus de les faire atteindre une vitesse supersonique ce qui se traduit par une augmentation du nombre de Mach, alors par conséquence, la pression le long de la paroi de la tuyère diminuera successivement du col E à la sortie S.

Le rapport de masses volumiques (densité)  $\rho/\rho_0$  au point P de la paroi dont le nombre de Mach est  $M_p$ , est déduit du rapport de pressions et suivant la loi du gaz parfait  $P = \rho r T$ , et s'écrit comme suit :

$$\left[ \frac{\rho}{\rho_0} \right]_P = \left[ 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_p^2 \right]^{-\frac{1}{\gamma - 1}} \quad (3.13.)$$

Aux points E et S, on a :

$$\left[ \frac{\rho}{\rho_0} \right]_E = \left[ \frac{\gamma + 1}{2} \right]^{-\frac{1}{\gamma - 1}}$$

$$\left[ \frac{\rho}{\rho_0} \right]_S = \left[ 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_S^2 \right]^{-\frac{1}{\gamma - 1}}$$

Le rapport de températures  $T/T_0$  au point P de la paroi dont le nombre de Mach est  $M_p$ , est calculé comme suit :

$$\left[\frac{T}{T_0}\right]_p = \left[1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_p^2\right]^{-1} \quad (3.14.)$$

Ce rapport contribuera à la détermination de la température statique en chaque point de la paroi ce qui constituera un avantage précieux dans le choix convenable du matériau de construction de la tuyère, résistant à cette température sans perdre de la dureté. Aux points E et S, ce rapport s'écrit :

$$\left[\frac{T}{T_0}\right]_E = \left[\frac{\gamma + 1}{2}\right]^{-1}$$

$$\left[\frac{T}{T_0}\right]_S = \left[1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_S^2\right]^{-1}$$

Les gaz brûlés sortent de la chambre de combustion avec une température  $T_0$  assez élevée, de ce fait, à proximité de la section du col l'écoulement des gaz est assez chaud, mais se refroidit progressivement à travers la tuyère jusqu'à la sortie en raison de la détente des gaz.

### 3.7. Longueur et Masse de la tuyère

Jusqu'à présent on détient la position de chaque point sur la paroi de la tuyère, et actuellement on cherche à connaître la longueur totale ainsi que la masse de la tuyère obtenue. Afin d'y parvenir, on pose les deux suppositions suivantes :

- 1) La courbure engendrée entre deux points successifs de la paroi est approché par une ligne droite. Cette considération donne de bons résultats si le nombre de points  $N_p$  est très élevé puisqu'en fait les points seront assez rapprochés l'un de l'autre qu'on peut négliger la courbure et l'assimiler à une ligne droite. [8]
- 2) La partie de la tuyère qu'on étudie est entièrement composée du même matériau, et possède une épaisseur constante. [8]

La longueur totale de la tuyère est mesurée comme la distance axiale entre le corps central et la section de sortie, c'est-à-dire du point E au point S comme suit :

$$L = X_S - X_E \quad (3.15.)$$

Comme notre calcul est adimensionnel, on dispense l'équation (3.15) de toute dimension en divisant par le rayon  $\lambda_E$ , du coup elle s'écrit :

$$\frac{L}{\lambda_E} = \left[ \frac{X_S}{\lambda_E} - \frac{X_E}{\lambda_E} \right] \quad (3.16.)$$

On en déduit que le calcul de la masse est lié au calcul de la longueur curviligne de la paroi de la tuyère. Alors, déterminons la relation entre la masse et l'arc de la paroi.

Sachant que :  $masse = \rho_m \cdot volume$

Avec :  $volume = t \cdot 2 \cdot L_{arc} \cdot l$

Et :

$\rho_m$  : Masse volumique du matériau

Volume : Volume occupé par le matériau

$t$  : Epaisseur du matériau (supposé constante)

$l$  : Unité de profondeur (puisque la tuyère est plane)

$L_{arc}$  : Longueur de l'arc de la tuyère d'après la figure 3.12

Notre tuyère est symétrique et plane, alors on va effectuer le calcul sur une seule partie de la tuyère et nous optons pour la partie supérieure.

Nous avons divisé auparavant, la paroi de la tuyère en  $N_p$  points y incluant les points extrémistes, on a alors  $N_p - 1$  segments de droite :

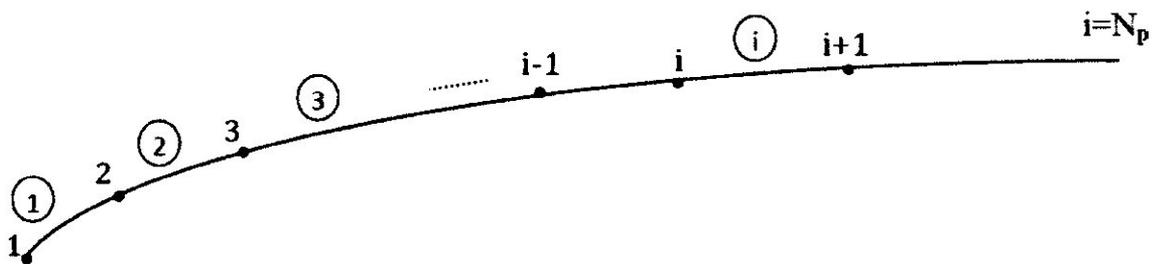


Figure 3.12 : Contour de la partie supérieure de la tuyère

D'après la figure 3.12 :

$$L_{arc} = \sum_{j=1}^{j=N_p-1} \Delta L_{seg}(j)$$

Avec :  $\Delta L_{seg}(j)$  : longueur du segment numéro (j)

Extorquons et isolons le segment numéro  $j$ , on obtient la figure 3.13 :

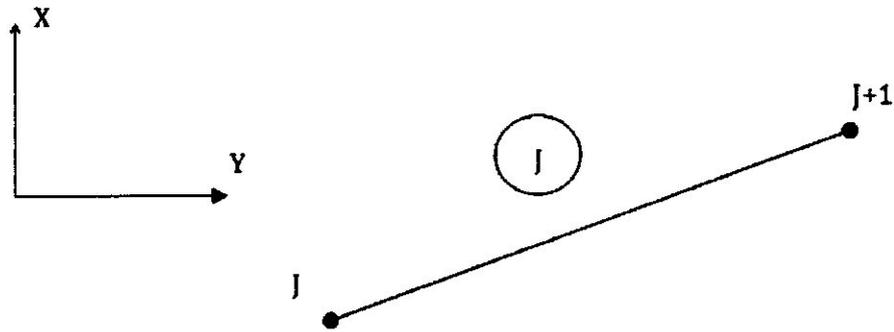


Figure 3.13 : Segment numéro (j)

Donc :

$$\Delta L_{seg}(j) = \sqrt{(X_{j+1} - X_j)^2 + (Y_{j+1} - Y_j)^2}$$

Alors la longueur totale de l'arc de la paroi de la tuyère est donnée par :

$$L_{arc} = \sum_{j=1}^{j=N_p-1} \sqrt{(X_{j+1} - X_j)^2 + (Y_{j+1} - Y_j)^2}$$

La masse totale du profil de tuyère s'écrit comme suit :

$$masse = 2 \cdot t \cdot \rho_m l \sum_{j=1}^{j=N_p-1} \sqrt{(X_{j+1} - X_j)^2 + (Y_{j+1} - Y_j)^2}$$

Sous la forme adimensionnelle, on a l'écriture suivante :

$$\frac{masse}{\rho_m t l \lambda_E} = 2 \sum_{j=1}^{j=N_p-1} \sqrt{\left[\frac{X_{j+1}}{\lambda_E} - \frac{X_j}{\lambda_E}\right]^2 + \left[\frac{Y_{j+1}}{\lambda_E} - \frac{Y_j}{\lambda_E}\right]^2} \quad (3.17.)$$

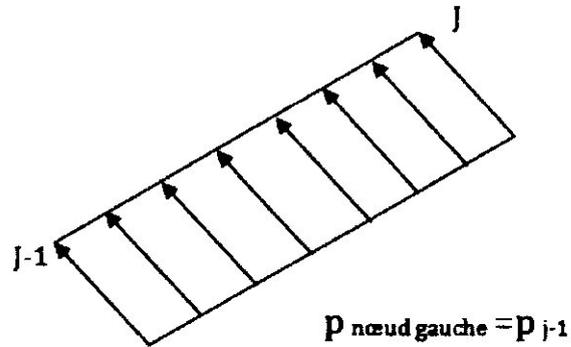
### 3.8. Force de pression appliquée sur la paroi

A ce niveau là, nous désirons connaître la force de pression exercée sur la paroi de la tuyère trouvée, de ce fait nous posons les hypothèses suivantes:

1) La forme de la paroi entre deux points successifs est assimilée à une ligne droite. Cette supposition est plus précise si le nombre de points est élevé car les points seront

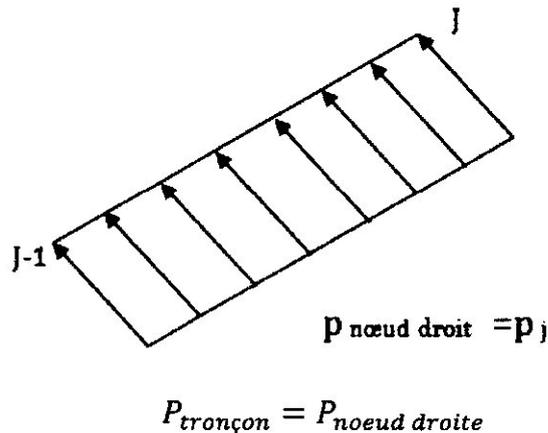
suffisamment rapprochés de sorte que l'arc formé entre deux points, est considéré comme une ligne droite. [8]

2) La pression appliquée sur chaque tronçon est supposée égale à la pression statique calculée au nœud gauche. [8]



La deuxième supposition se présente sous plusieurs cas, qui sont les suivant :

a. On estime que la pression exercée entre chaque portion est égale à la pression calculée au nœud droit: [8]



b. On admet que la pression exercée sur chaque panneau est égale à la moyenne des pressions calculées entre les nœuds gauche et droit : [8]

$$P_{\text{tronçon}} = \frac{P_{\text{noeud gauche}} + P_{\text{noeud droite}}}{2}$$

c. On présume qu'elle est linéaire sur la tranche entre les pressions du nœud gauche et du nœud droit: [8]

$$\frac{F}{p_0 \lambda_E \cdot l} = 2 \sum_{i=1}^{i=N_p-1} \left[ \frac{p_{\text{tronçon}}(i)}{p_0} \right] \cdot \sqrt{\left[ \frac{X_{i+1}}{\lambda_E} - \frac{X_i}{\lambda_E} \right]^2 + \left[ \frac{y_{i+1}}{\lambda_E} - \frac{y_i}{\lambda_E} \right]^2} \cdot \sin[\theta_{\text{tronçon}}(i)] \quad (3.23.)$$

Avec le rapport de pressions donné par la relation vu précédemment (3.12).

### 3.9. Masse du gaz dans le divergent

Dés lors, la masse du gaz circulant dans la partie divergente de la tuyère peut être estimée entre les lignes de Mach  $AE$  et  $AS$  incluant la zone uniforme. A partir de la figure 3.6 on considère l'espace de la tuyère comme l'association des triangles placés l'un à côté de l'autre, formés par les lignes de Mach, y compris le triangle de la zone uniforme façonné par la ligne de Mach  $AS$  et la ligne horizontale. Comptabilisons ainsi  $N_p-1$  triangles contenant effectivement le triangle de la zone uniforme. La masse du gaz, par unité de profondeur, occupant l'espace saisis entre deux lignes de Mach successives telles que  $AP_1$  et  $AP_2$  come il figure sur le schéma de la figure 3.7 est approximativement évaluée par :

$$masse_{Gaz(P)} = \rho_P A_P l \quad (3.24.)$$

$$\rho_{(P)} = \frac{\rho_{P1} + \rho_{P2}}{2} \quad (3.25.)$$

$$A_{(P)} = \frac{X_{P2} Y_{P1} - X_{P1} Y_{P2}}{2} \quad (3.26.)$$

Notons qu'au point A du triangle prise en compte, se trouve deux valeurs de densités, celle du point  $P_1$  et celle du point  $P_2$ , pour cette raison, on estime la valeur de la densité par la valeur moyenne entre les deux points tel qu'il est exprimé dans l'équation (3.25). [18]

Pour la zone uniforme, la masse du gaz, par unité de profondeur est calculée par :

$$masse_{Gaz(\text{zone uniforme})} = \rho_S \frac{X_S Y_S}{2} l \quad (3.27.)$$

La masse totale du gaz dans le divergent, par unité de profondeur, sera finalement évaluée par la relation suivante sous forme adimensionnelle, et tout en tenant compte de la symétrie de la tuyère:

$$\frac{Masse_{Gaz}}{\rho_0 \lambda_E A_*} = C_{Gaz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\rho_S}{\rho_0} \right) \left[ \frac{X_S}{\lambda_E} \frac{Y_S}{\lambda_E} \right] + \frac{1}{2} \sum_{Pi=1}^{Pi=N_p-1} \left[ \frac{\rho}{\rho_0} \right]_{(Pi)} \left[ \frac{X_{Pi+1} Y_{Pi}}{\lambda_E \lambda_E} - \frac{X_{Pi} Y_{Pi+1}}{\lambda_E \lambda_E} \right] \quad (3.28.)$$

Avec le rapport de densité donné par la relation (3.13).

### 4.3.3. Variation de l'angle d'inclinaison du corps central $\Psi$ en fonction de $M_s$

La courbe ci-après indique la variation de la l'angle de déviation  $\Psi$  du corps central de la tuyère par rapport à la vertical en fonction du nombre de Mach de sortie  $M_s$  pour différentes valeurs de  $\gamma$  (1.17, 1.40, 1.66).

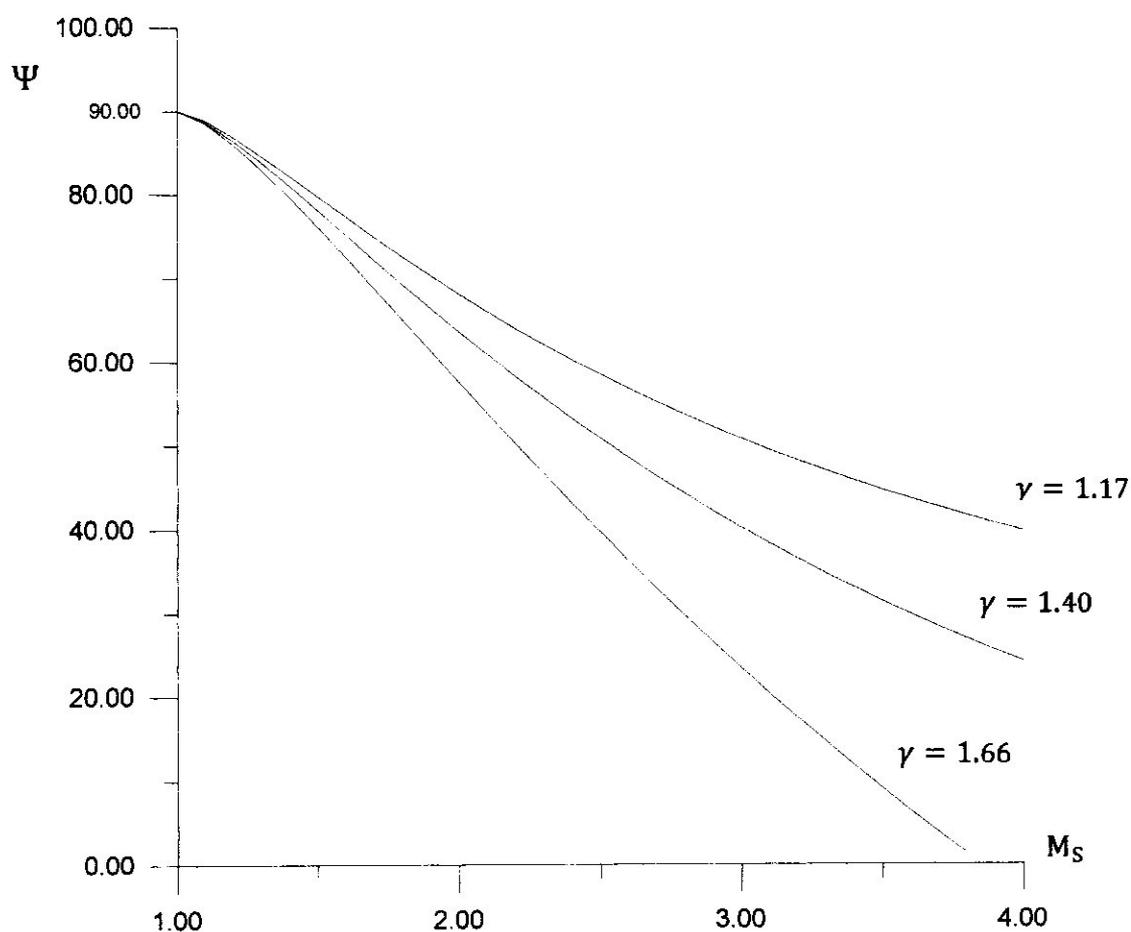


Figure 4.10 : Variation de la l'angle de déviation  $\Psi$  du corps central par rapport à la vertical en fonction de  $M_s$  selon trois gaz différents  $\gamma$  (1.17, 1.40, 1.66).

Voyons que plus la tuyère engendre un nombre de Mach de sortie élevé, plus le corps central est dévié vers la verticale.

#### 4.3.4. Variation du rapport de la position de la section de sortie $X_{\text{tuyère}}/\lambda_E$ par rapport au corps central en fonction de $M_s$

La courbe ci-après étale la variation de la position de la section de sortie par rapport au corps central en fonction du nombre de Mach de sortie  $M_s$  pour différentes valeurs de  $\gamma$  (1.17, 1.40, 1.66).

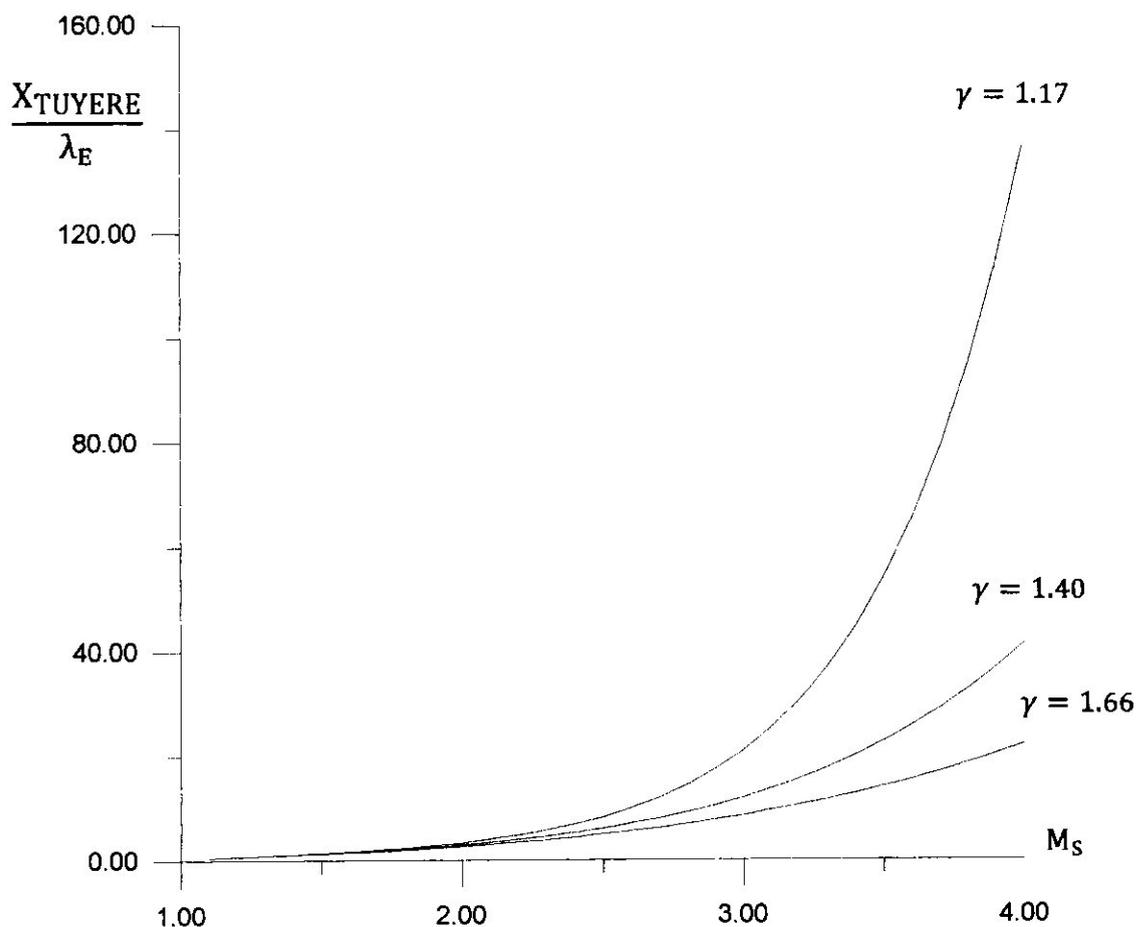


Figure 4.11 : Variation du rapport de la position de la section de sortie  $X_{\text{tuyère}}/\lambda_E$  par rapport au corps central en fonction de  $M_s$  selon trois gaz différents

#### 4.3.5. Variation de l'angle d'inclinaison polaire $\phi_E$ en fonction de $M_s$

La courbe suivante montre la variation de l'angle polaire  $\phi_E$  du corps central par rapport à l'horizontale en fonction du nombre de Mach de sortie  $M_s$  pour différentes valeurs de  $\gamma$ .

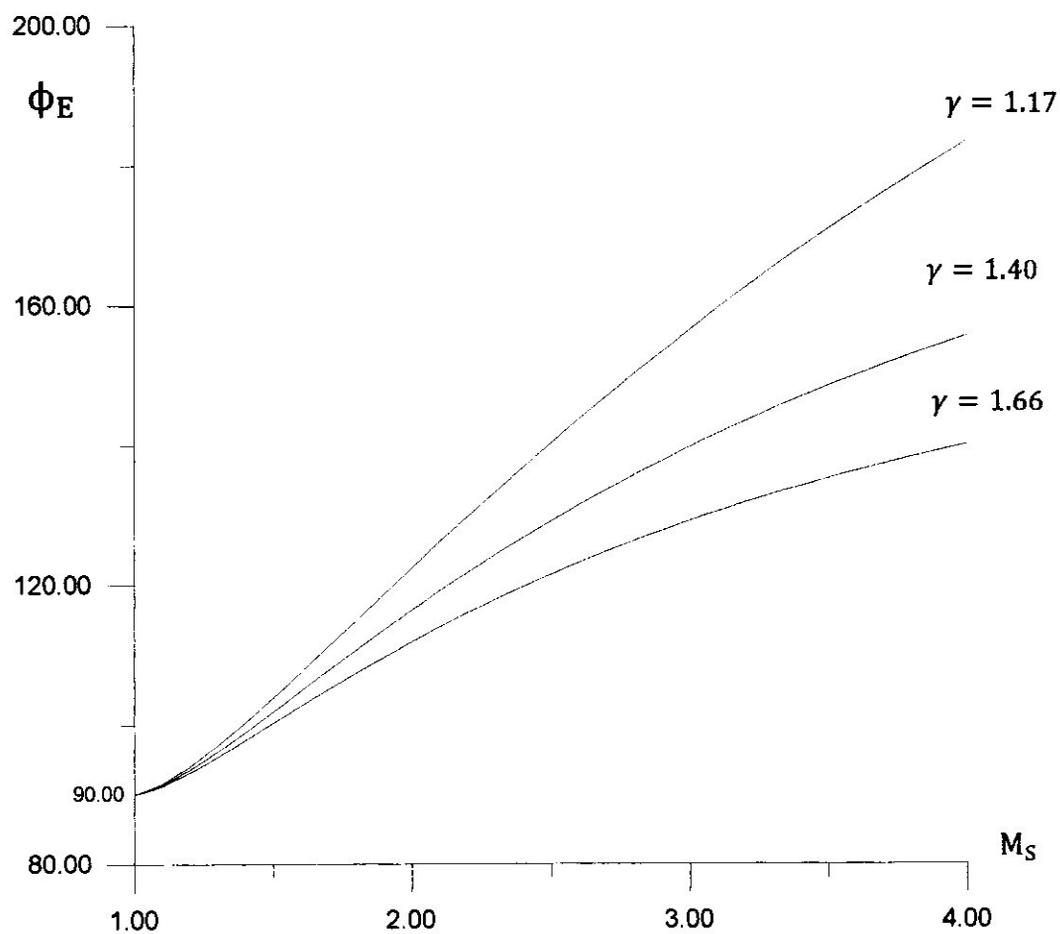


Figure 4.12 : Variation de l'angle d'inclinaison polaire  $\phi_E$  en fonction de  $M_S$  selon trois gaz différents  $\gamma$  (1.17, 1.40, 1.66).

#### 4.3.7. Variation du rapport $(F_P/P_0 \lambda_E l)$ en fonction de $M_s$

La courbe suivante considère la variation rapport de force de pression exercée sur la paroi de la tuyère  $(F_P/P_0 \lambda_E l)$  en fonction du nombre de Mach de sortie  $M_s$  pour différentes valeurs de  $\gamma$ .

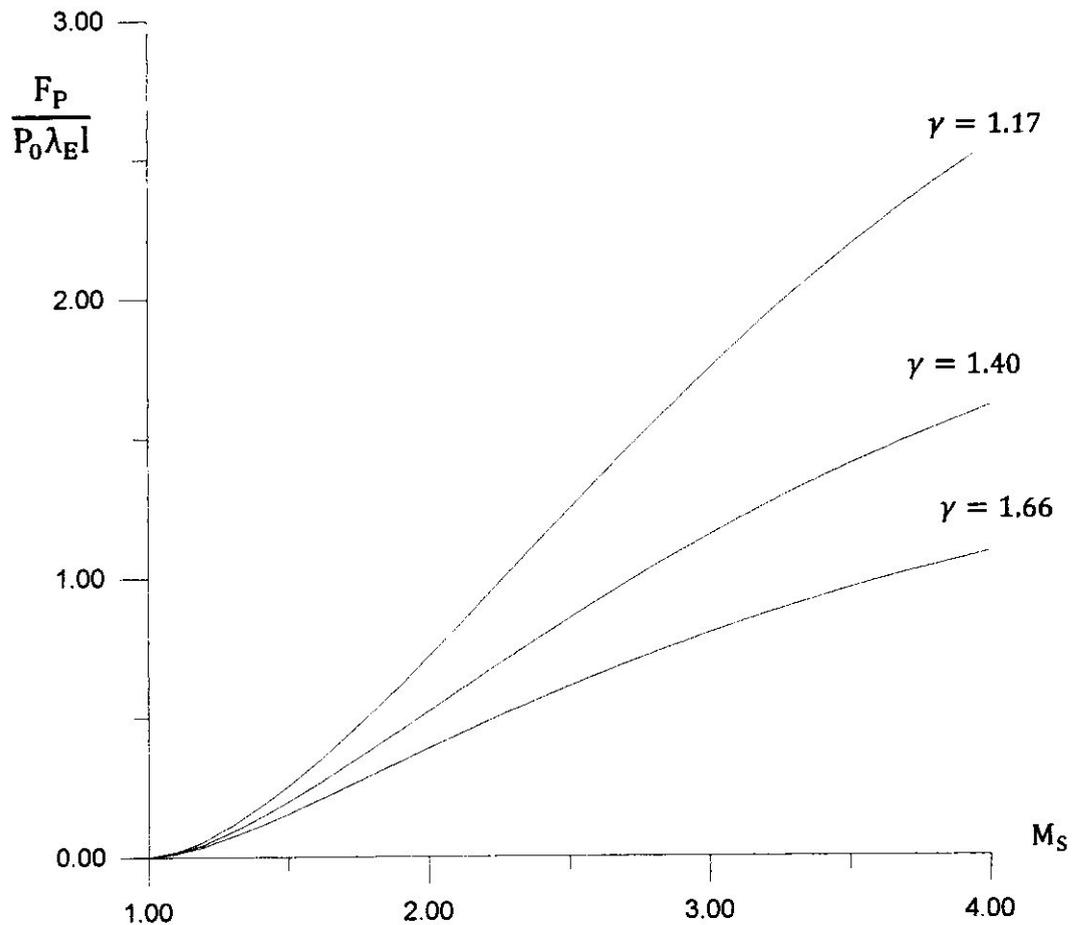


Figure 4.14 : Variation du rapport  $F_P/P_0 \lambda_E$  en fonction de  $M_s$  selon trois gaz différents  $\gamma$  (1.17, 1.40, 1.66).

Constatons que plus la tuyère est dimensionnée pour un nombre de Mach de sortie  $M_s$  élevé, plus la force de pression exercée sur celle-ci est imposante.

### Déduction :

On constate depuis les tableaux des résultats du dimensionnement (tableau 4.9 page 140, tableau 4.10 page 141 et tableau 4.11 page 142) et suivant les figures obtenues 4.8, 4.9, 4.10, 4.11, 4.12, 4.13, 4.14, 4.15 que si on désire concevoir une tuyère à détente-déflexion délivrant un nombre de Mach de sortie assez grand, il suffit qu'elle soit de taille longue, volumineuse et compacte ce qui sera défavorable concernant le poids de l'engin, de ce fait, il faudrait jouer sur d'autres paramètres de conception afin d'avoir une taille de tuyère minimale pour un nombre de Mach de sortie optimale.

On observe aussi à travers les courbes des figures 4.8, 4.9, 4.10, 4.11, 4.12, 4.13, 4.14, 4.15 que la taille de la tuyère à détente-déflexion dépend également de la nature du gaz. Alors pour un gaz de quotient de chaleurs spécifiques élevé (chaud), la tuyère est de taille courte, réduite et moins dense ce qui est convenable pour équiper les moteurs de rockets et missiles, il reste juste à trouver le nombre de Mach de sortie commode en introduisant d'autres paramètres de conception.

Or afin de distinguer entre deux tuyères à détente-déflexion de nombre de Mach de sortie  $M_s$  et  $M_s + \Delta M$ , il est nécessaire que tous les paramètres de conception soient affichés. En outre les paramètres dont on dispose, il y a d'autres paramètres utiles comme la portée, le temps d'action, la quantité de carburant et de comburant et le rôle de la tuyère pour lequel elle a été conçue.

#### 4.4. Comparaison avec la tuyère à corps central du type à bouchon « Plug Nozzle »

L'objectif de ce paragraphe est de faire le rapprochement entre les résultats de la conception d'une tuyère à corps central de type à bouchon « Plug Nozzle » et une tuyère à corps central de type à détente-déflexion que nous venons d'étudier, dans le but de démontrer qu'un bon nombre d'arguments permet d'arriver à la ferme conclusion que les deux tuyères sont pareille d'un point de vue de conception.

Bien que les deux tuyères soient d'aspect différent, leur concept reste le même. Ce qui est considéré comme corps central dans la tuyère à bouchon désigne la partie divergente dans la tuyère à détente-déflexion et ce que le corps central représente dans cette dernière est vu par la carène (Lip) dans la tuyère à bouchon, de ce fait, le dimensionnement est réalisé de manière à définir le contour du corps central dans la tuyère

à bouchon et le contour du divergent dans la tuyère à détente-déflexion. Nous admettons que la partie supérieure du contour de la tuyère à détente-déflexion est similaire à la partie inférieure du contour du corps central de la tuyère à bouchon et inversement, ce que nous tenons à démontrer par la comparaison.

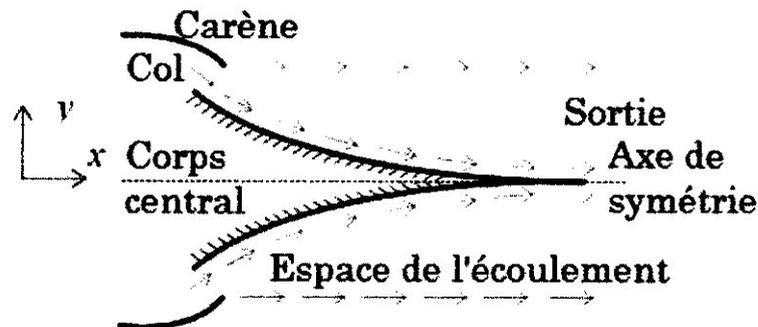


Figure 4.16 (a) : Tuyère à bouchon. [18]

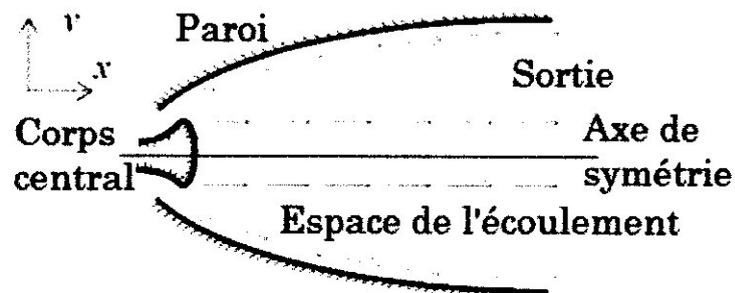


Figure 4.16 (b) : Tuyère à détente-déflexion. [18]

Nous avons abordé le dimensionnement de la tuyère à bouchon tel que nous l'avons fait pour la tuyère à détente-déflexion afin de pouvoir traiter les résultats obtenus pour la comparaison. La conception de la tuyère à bouchon a fait l'objet d'étude de plusieurs thèses, travaux et publications sur lesquels nous nous sommes basé [3], [8], [18], [20], [21]. Nous présentons les résultats de conception de la tuyère à bouchon à travers des graphes et des tableaux de la même manière que ceux de la tuyère à détente-déflexion, mais de façon brève sans trop s'étaler sur le sujet en citant seulement les points comparables se manifestant à travers la discrétisation et le dimensionnement de la paroi, le profil et les caractéristiques de la tuyère.

#### 4.4.1. Discrétisation

La discrétisation est effectuée pour le même exemple pris pour la discrétisation de la tuyère à détente-déflexion, avec le quotient de chaleurs spécifiques  $\gamma=1.40$ , le nombre de Mach à la sortie  $M_s=3.00$ , le rayon de la section au col  $\lambda_E=1$ , et une discrétisation de  $N_p=$

1000000 points. Notons que dans ce ça, il n'y a pas de translation d'axe, donc pas de  $y_{cc}$ , car la translation d'axe a été prise dans le cas de la tuyère à détente-déflexion afin de considérer toute la section de sortie de celle-ci y compris la zone où y a absence d'écoulement en raison du corps central, néanmoins, dans la tuyère à bouchon l'écoulement occupe toute la section de sortie.

D'abord, nous affichons dans le tableau ci-dessous, les paramètres de dimensionnement ne dépendant pas de la discrétisation tels que la déviation  $\Psi$  de la carène qui correspond à la déviation du corps central dans l'autre cas, la position  $X_E$ ,  $Y_E$  de la carène qui concorde avec la position du corps central dans la tuyère à détente-déflexion, l'inclinaison de la section du col  $\theta^*$ , les angles polaires du col  $\phi_E$  et de la section de sortie  $\phi_s$ .

$\Psi$ (degré)	40.242651
$\phi_s$ (degré)	19.471220
$\phi_E$ (degré)	139.757348
$\frac{X_E}{\lambda_E}$	-0.763315
$\frac{Y_E}{\lambda_E}$	0.646026
$\frac{A_S}{A^*}$ (exacte)	4.234566
$\theta^*$ (degré)	49.757348

Tableau 4.12 : Paramètre de dimensionnement de dépendant par de la discrétisation de Plug Nozzle.

Puis, nous présentons dans le tableau 4.13 page 143, les paramètres dépendant principalement de la discrétisation.

Tout comme les résultats numériques de la tuyère à détente déflexion, les résultats numériques de la tuyère à bouchon sont validés par la théorie unidirectionnelle étant donné que le rapport de sections calculé converge vers le rapport de sections exacte. Remarquons ensuite à partir des tableaux 4.1, 4.2, 4.12 et 4.13 que le rapport de sections théorique est le même pour les deux tuyères ainsi que le rapport de sections calculé. Constatons que celui-ci converge de façon similaire dans les deux cas ce qui implique que l'écoulement dans les deux tuyères occupe des sections équivalentes. De plus notons que les autres paramètres, convergent vers leurs solutions exactes de même que dans la tuyère à détente déflexion ce qui nous incite à penser que les deux tuyères ont le même principe de configuration.

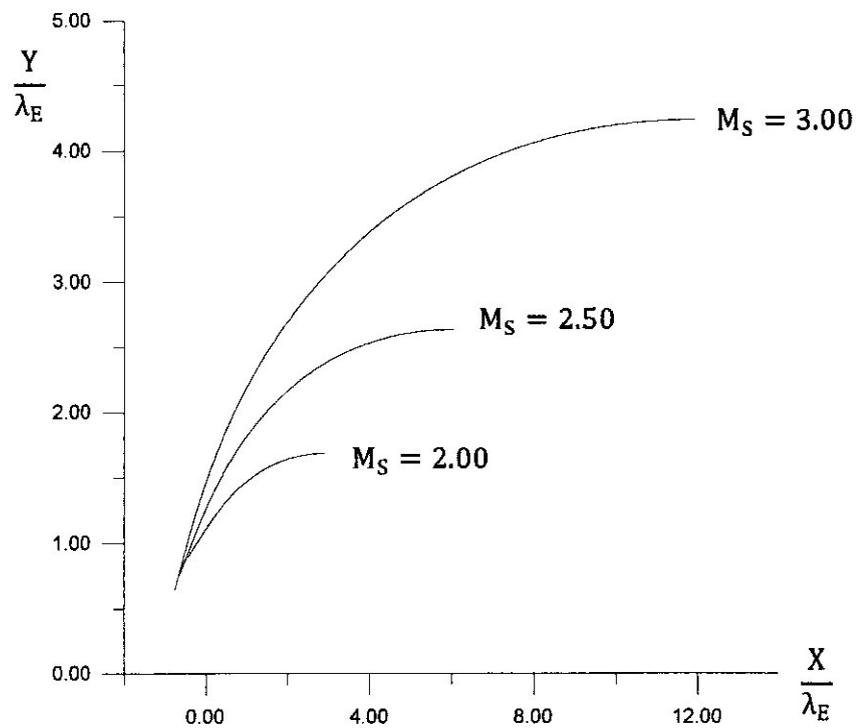


Figure 4.17 (a) : Profils du corps central de la tuyère PN pour chaque nombre de Mach de sortie  $M_S$  différent (2.00, 2.50, 3.00) avec  $\gamma=1.40$ .

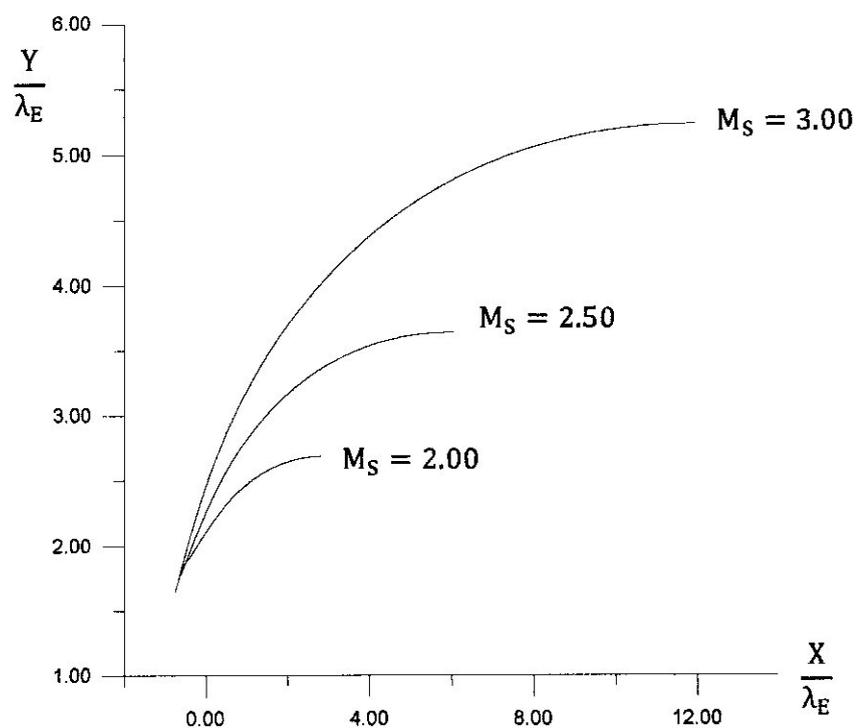


Figure 4.17 (b) : Profils du divergent de la tuyère ED pour chaque nombre de Mach de sortie  $M_S$  différent (2.00, 2.50, 3.00) avec  $\gamma=1.40$ .

Les résultats de dimensionnement des profils de la tuyère à bouchon pour chaque nombre de Mach de sortie différent, sont affichés dans le tableau ci-dessous, quant aux résultats de dimensionnement des profils de la tuyère à détente-déflexion pour chaque nombre de Mach de sortie différent, sont mentionnés dans le tableau 4.3 :

$M_s$	2.00	2.50	3.00
$\Psi$ (degré)	63.620238	50.876435	40.242651
$\phi_s$ (degré)	30.000000	23.578178	19.471220
$\phi_E$ (degré)	116.379761	129.123564	139.757348
$\frac{\lambda_s}{\lambda_E}$	3.375002	6.591806	12.703738
$\frac{R_s}{\lambda_E}$	1.687501	2.636722	4.234579
$\frac{R_E}{\lambda_E}$	0.791632	1.860935	3.588553
$\frac{X_E}{\lambda_E}$	-0.444318	-0.630994	-0.763315
$\frac{Y_E}{\lambda_E}$	0.895868	0.775786	0.646026
$\frac{L}{\lambda_E}$	3.3671563	6.672485	12.740514
$\frac{X_{PLUG}}{\lambda_E}$	2.922837	6.041490	11.977199
$\frac{\text{Masse}}{\rho_m t \lambda_E}$	3.498659	7.085534	13.642063
$\frac{\text{Masse}_{\text{Gaz}}}{\rho \lambda_E^2}$	2.798983	5.066818	9.017529
$\frac{F_P}{P_0 \lambda_E l}$	0.287572	0.521028	0.748734
$\theta^*$ (degré)	26.379761	39.123564	49.757348
$\frac{A_s}{A^*}$ (degré)	1.687501	2.636722	4.234579
$\frac{A_s}{A^*}$ (exacte)	1.687500	2.636718	4.234567

Tableau 4.14 : Résultats du dimensionnement des profils de la tuyère à bouchon pour différents valeurs de nombre de Mach 2.00, 2.50, 3.00.

Nous constatons d'après le tableau 4.14 que l'augmentation des paramètres de conception est proportionnelle à l'augmentation de  $M_s$ .

Selon la figure 4.17 de comparaison entre les allures des deux tuyères ainsi que les figures 4.17 (a) et 4.17 (b), nous relevant que les courbes sont identiques pour chaque nombre de Mach différent à une exception près qui se situe au niveau de L'axe des  $(Y/\lambda_E)$  ou les valeurs du cas à détente-déflexion sont supérieures au cas à bouchon cela est due à la translation d'axes effectuée dans l'étude théorique de la tuyère à détente-déflexion en tout début. Ainsi, le corps central de la tuyère à bouchon possède une posture tout à fait semblable à celle du divergent de la tuyère à détente-déflexion en fonction de la variation du nombre de Mach de sortie pour un gaz précis.

#### 4.4.2.2. Variation de $\gamma$ pour un nombre de Mach de sortie fixé

La discrétisation est faite pour  $N_p=1000000$  de points sur le corps central pour  $M_s=3.00$  avec gaz différents de quotient de chaleurs spécifiques 1.17, 1.40, 1.66.

La figure 4.18 présente dans un seul et même graphe, l'allure du corps central de la tuyère PN ainsi que l'allure du divergent de la tuyère ED pour différentes valeurs du quotient  $\gamma$  ; 1.17, 1.40, 1.66.

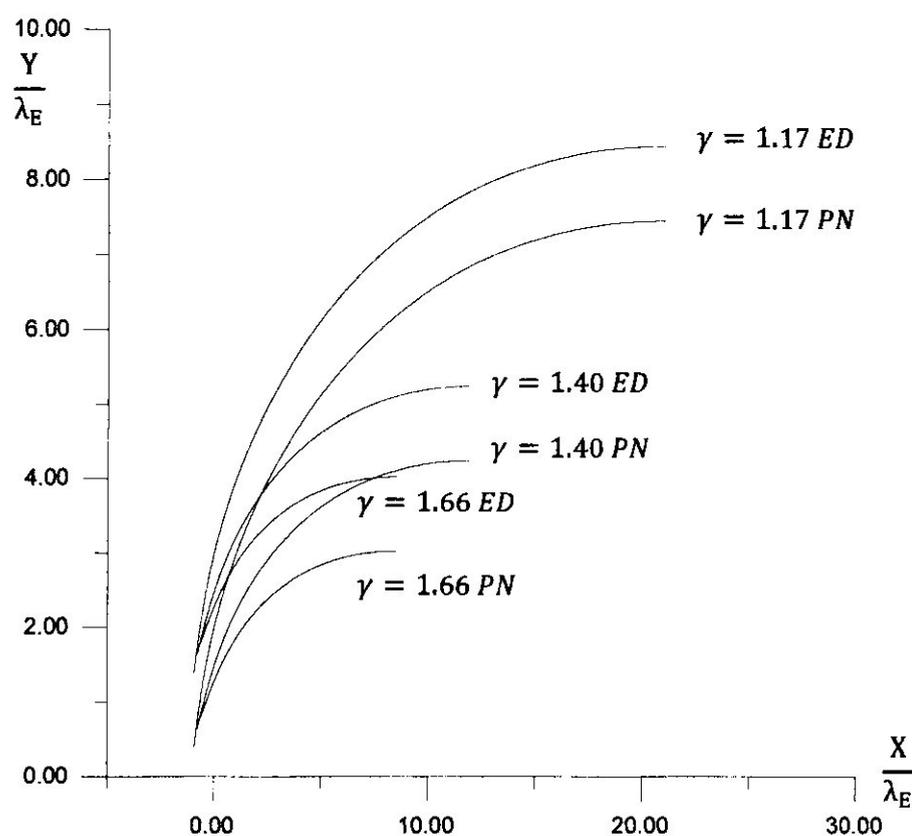


Figure 4.18 : Comparaison entre l'allure du corps central de la tuyère PN et du divergent de la tuyère ED pour trois gaz différents du quotient  $\gamma$  ; 1.17, 1.40, 1.66.

Les résultats de dimensionnement des profils de la tuyère à bouchon pour chaque valeur de  $\gamma$ , sont affichés dans le tableau ci-dessous, quant aux résultats de dimensionnement des profils de la tuyère à détente-déflexion pour chaque valeur de  $\gamma$ , sont mentionnés dans le tableau 4.4 :

$\gamma$	1.17	1.40	1.66
$\Psi$ (degré)	23.451100	40.242651	50.848421
$\phi_s$ (degré)	19.471220	19.471220	19.471220
$\phi_E$ (degré)	156.548899	139.757348	129.151578
$\frac{\lambda_s}{\lambda_E}$	22.319721	12.703738	9.058881
$\frac{R_s}{\lambda_E}$	7.439907	4.234579	3.019627
$\frac{R_E}{\lambda_E}$	7.041940	3.588553	2.244148
$\frac{X_E}{\lambda_E}$	-0.917400	-0.763315	-0.631374
$\frac{Y_E}{\lambda_E}$	0.397966	0.646026	0.775478
$\frac{L}{\lambda_E}$	21.960635	12.740514	9.172169
$\frac{X_{PLUG}}{\lambda_E}$	21.043235	11.977199	8.540795
$\frac{\text{Masse}}{\rho_m t \lambda_E}$	24.101536	13.642063	9.641658
$\frac{\text{Masse}_{Gaz}}{\rho \lambda_E^2}$	13.041890	9.017529	7.347816
$\frac{F_P}{P_0 \lambda_E l}$	1.226175	0.748734	0.494233
$\theta^*$ (degré)	66.5488	49.757348	39.151578
$\frac{A_S}{A^*}$ (degré)	7.439907	4.234579	3.019627
$\frac{A_S}{A^*}$ (exacte)	7.439873	4.234568	3.019621

Tableau 4.15 : Résultats du dimensionnement des profils de la tuyère à bouchon pour différents valeurs du quotient  $\gamma$  1.17, 1.40, 1.66.

Nous constatons, d'après le tableau 4.16, la réduction des paramètres de conception corrélative à un gaz plus chaud de quotient  $\gamma$  plus petit et inversement.

Selon la figure de comparaison entre les profils des deux tuyères 4.18 ainsi que les figures 4.18 (a) et 4.18 (b), nous repérons que les courbes sont pareilles pour chaque gaz différent sauf qu'au niveau de l'axe des  $(Y/\lambda_E)$ , les valeurs de la tuyère à détente-déflexion sont légèrement supérieures à ceux de la tuyère à bouchon en raison de la translation d'axe établi dans l'étude théorique du cas de la tuyère à détente-déflexion. Par conséquent, la forme du corps central de la tuyère à bouchon par rapport à la nature du gaz, varie de façon identique que la forme du divergent de la tuyère à détente-déflexion par rapport à la nature du gaz.

#### Conclusion :

Ayant vu et comparé les profils obtenus des deux tuyères en faisant varier  $M_s$  et en fixant  $\gamma$ , puis en faisant varier  $\gamma$  et en fixant  $M_s$ , on décèle que les profils des deux tuyères varient de même manière et de même valeurs. Sachant que la tuyère à bouchon est aussi symétrique que la tuyère à détente-déflexion, de ce fait une seule partie de la tuyère est traitée, la partie supérieure dans la tuyère à détente-déflexion et la partie inférieure dans la tuyère à bouchon, on en déduit que le contour de la partie inférieure du corps central de la tuyère à bouchon est identique au contour de la partie supérieure du divergent de la tuyère à détente-déflexion et par récurrence en raison de la symétrie, ceci est valable inversement.

#### 4.4.3. Caractéristiques du dimensionnement

Après avoir conclu que l'aspect du corps central de la tuyère à bouchon est de même que le divergent de la tuyère à détente-déflexion, mais de façon intervertie. A présent, l'objectif est de voir si y a influence sur les paramètres de dimensionnement due aux formes interverties des deux tuyères, l'une par rapport à l'autre, en présentant par le biais de tableaux et de graphes, la variation des paramètres de dimensionnement nécessaire pour la comparaison en fonction du nombre de Mach de sortie  $M_s$  dans l'intervalle [1.00, 4.00].

Nous procédons encore tel que nous l'avons fait dans la tuyère à détente-déflexion, et nous obtenons les résultats numériques et graphiques de dimensionnement de la tuyère à bouchon avec une discrétisation de  $N_p=2000000$  de points pour les rapports des chaleurs spécifiques 1.17, 1.40, 1.66, dans les tableaux 4.16 page 144, 4.17 page 145, 4.18 page 146 et les figures 4.19, 4.20, 4.21.

#### 4.4.3.1. Masse de la tuyère

La figure 4.19 présente dans un seul et même graphe, la variation de la masse du corps central de la tuyère à bouchon et la variation de la masse de la partie divergente de la tuyère à détente déflexion, en fonction du nombre de Mach de sortie  $M_s$  pour trois gaz différents de  $\gamma$  égale à 1.17, 1.40, 1.66.

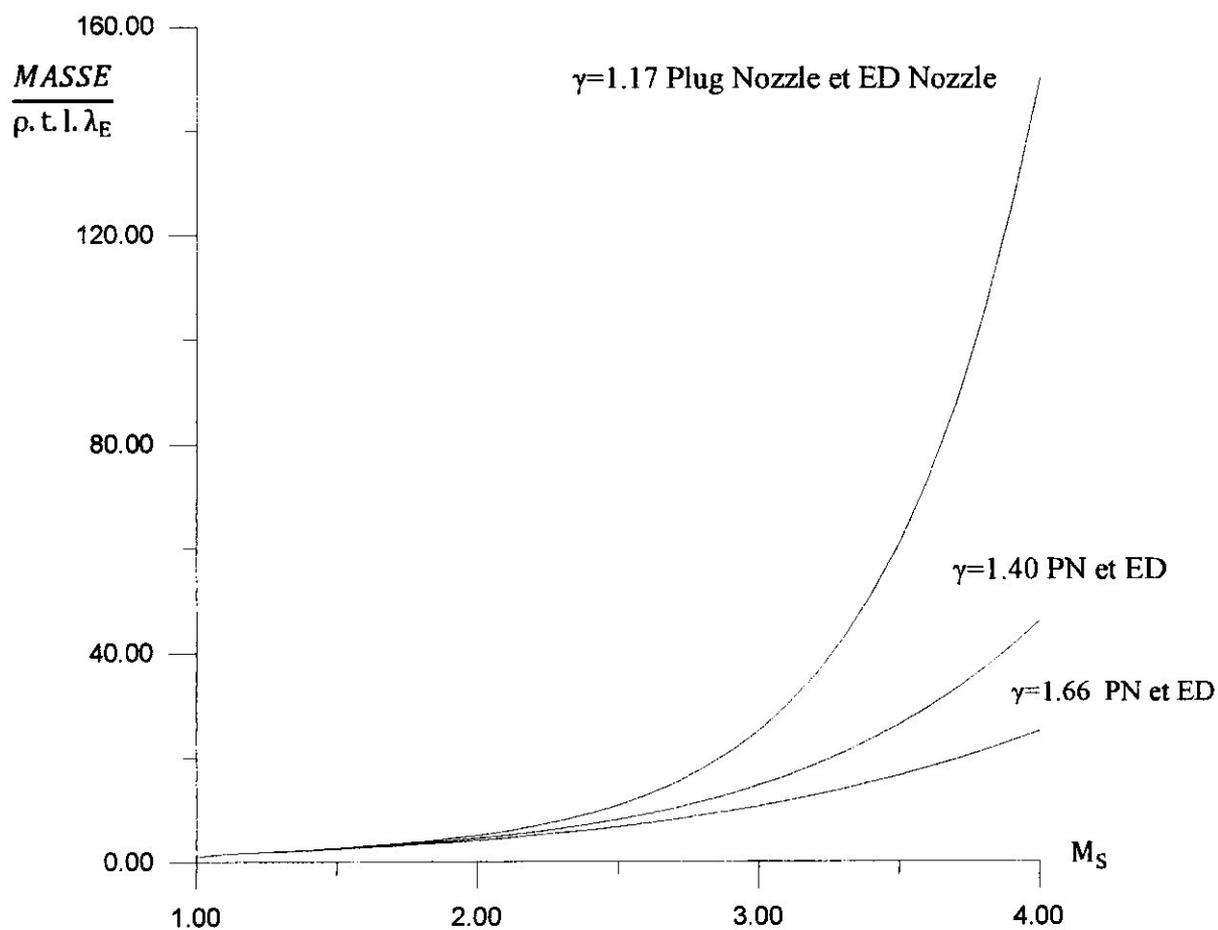


Figure 4.19 : Variation de la masse en fonction du nombre de Mach de sortie de la tuyère à bouchon et de la tuyère à détente-déflexion pour  $\gamma$  différent 1.17, 1.40, 1.66.

#### 4.4.3.2. Masse de gaz

La figure 4.20 présente dans un seul et même graphe, la variation de la masse de gaz s'écoulant à travers le corps central dans la tuyère à bouchon et la variation de la masse de gaz s'écoulant le long du divergent de la tuyère à détente-déflexion, en fonction du nombre de Mach de sortie  $M_s$  pour trois gaz différents de  $\gamma$  égale à 1.17, 1.40, 1.66.

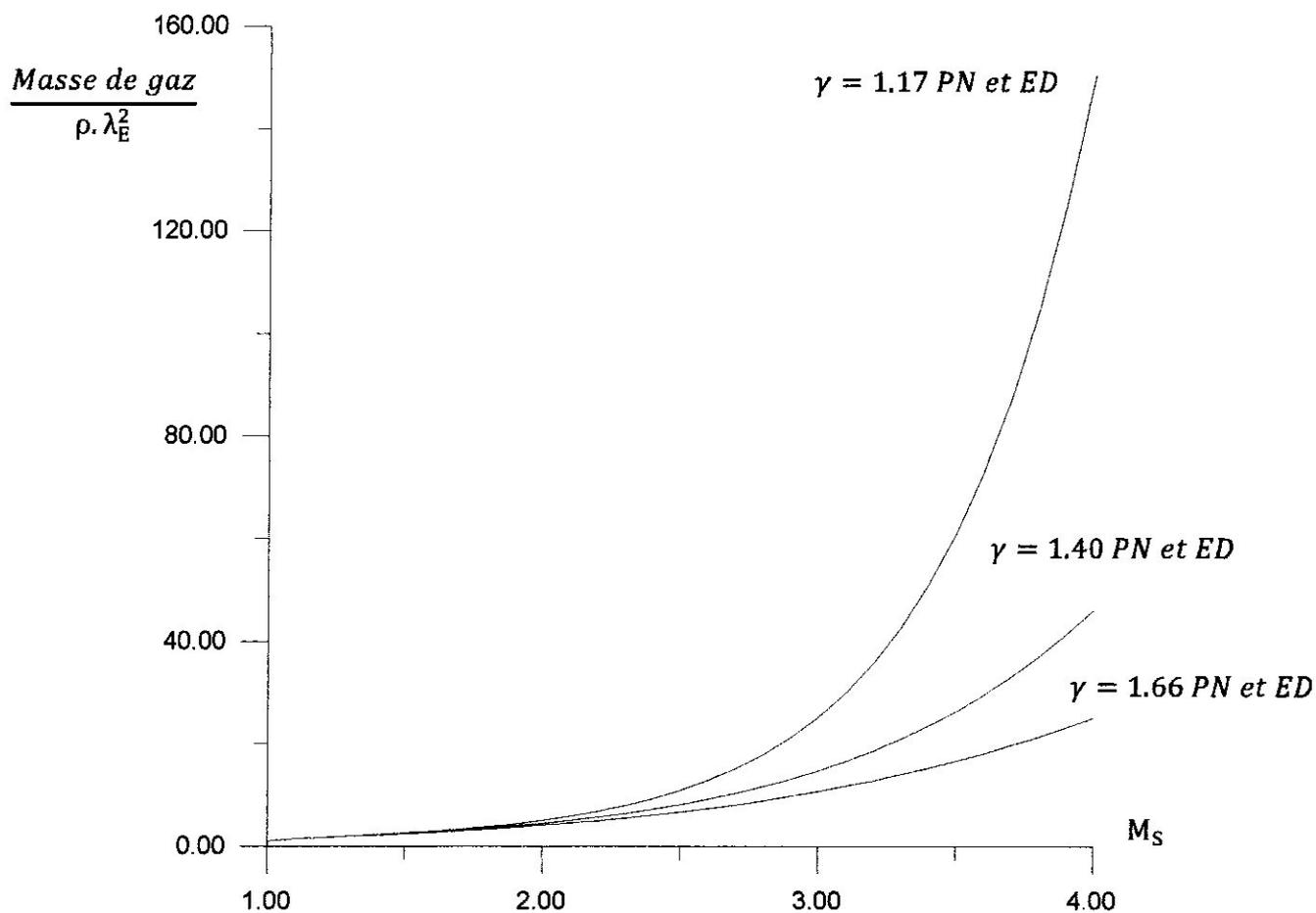


Figure 4.20 : Variation de la masse du gaz en fonction du nombre de Mach de sortie de la tuyère à bouchon et de la tuyère à détente-déflexion pour  $\gamma$  différent 1.17, 1.40, 1.66.

#### 4.4.3.3. Force de pression

La figure 4.21 présente dans un seul et même graphe, la variation de la force exercée sur la paroi du corps central de la tuyère à bouchon et la variation de la force de pression exercée sur la paroi du divergent de la tuyère à détente-déflexion, en fonction du nombre de Mach de sortie  $M_s$  pour trois gaz différents de  $\gamma$  égale à 1.17, 1.40, 1.66.

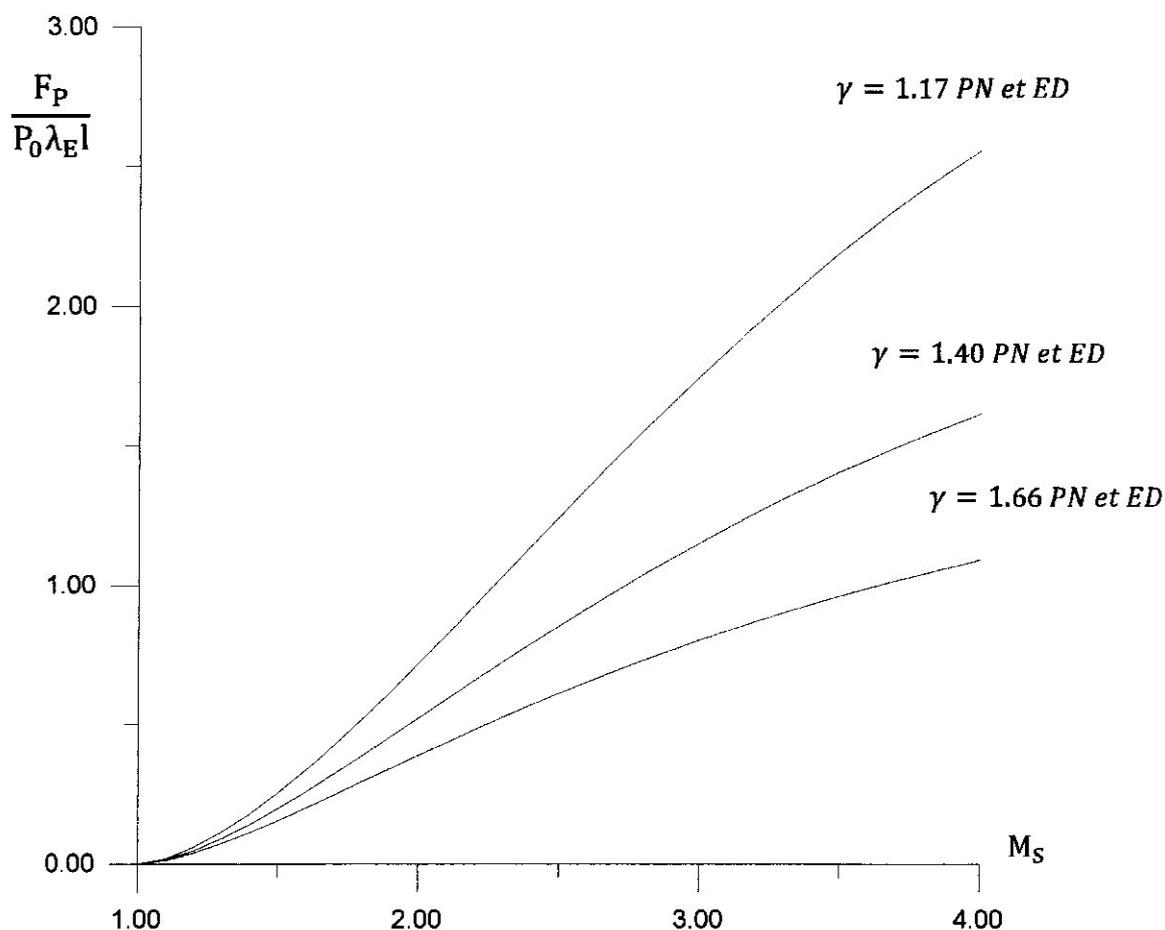


Figure 4.21: Variation de la force de pression exercée sur la paroi de la tuyère à bouchon et de la tuyère à détente-déflexion en fonction du nombre de Mach de sortie pour  $\gamma$  différent 1.17, 1.40, 1.66.

Observation :

Au final, on observe depuis chaque graph que les courbes de la tuyère à bouchon sont confondues avec les courbes de la tuyère à détente-déflexion, de ce fait, en outre de la concordance des profils des deux tuyères, il y a une similitude avec leurs caractéristiques respectives, et bien que les profils des deux tuyères, l'une par rapport à l'autre sont de formes interverties, ça n'affecte en rien leurs propriétés tels que la masse de la tuyère, la masse de gaz et plus important la force de pression.

A partir des tableaux de dimensionnement de la tuyère à bouchon 4.16, 4.17, 4.18, on s'aperçoit que les valeurs coïncident avec les valeurs obtenues et affichées dans les tableaux de dimensionnement de la tuyère à détente-déflexion 4.9, 4.10, 4.11, sauf un seul paramètre qui diffère  $Y_E/\lambda_E$ . On confirme encore que les deux tuyères sont pareilles d'un

point de vue de paramètres de dimensionnement hors un seul paramètre dont nous expliquons cette dissemblance par ce qui suit.

#### 4.4.3.4. Positionnement du corps central

Ce que nous évoquons par le positionnement du corps central dans la tuyère à détente-déflexion est désigné par le positionnement de la carène (Lip) dans la tuyère à bouchon.

La figure 4.22 montre la variation de la position du corps central selon la verticale  $Y_E$  en fonction de  $M_s$  et suivant trois gaz différents de  $\gamma$  égale à 1.17, 1.40, 1.66, quant à la figure 4.23 montre la variation de la position du « Lip » selon la verticale  $Y_E$  en fonction de  $M_s$  et suivant trois gaz différents de  $\gamma$  égale à 1.17, 1.40, 1.66. Notons que  $Y_E$  figure dans les graphs sous forme adimensionnelle par rapport à  $\lambda_E$  et que la position suivant l'horizontal  $X_E$  n'est pas pris en compte pour cause qu'il n'y aucun changement concernant ce paramètre.

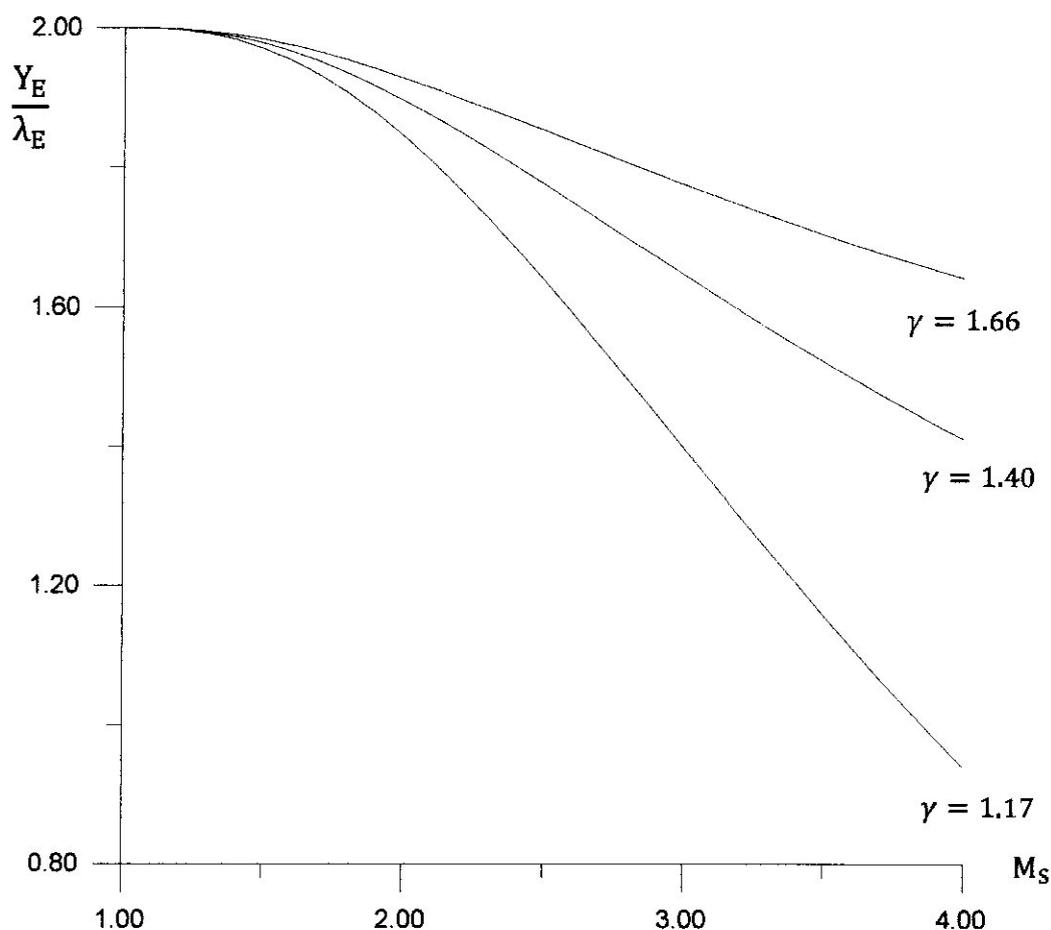


Figure 4.22 : Variation de  $Y_E$  en fonction de  $M_s$  de la tuyère à détente-déflexion pour  $\gamma$  égale à 1.17, 1.40, 1.66.

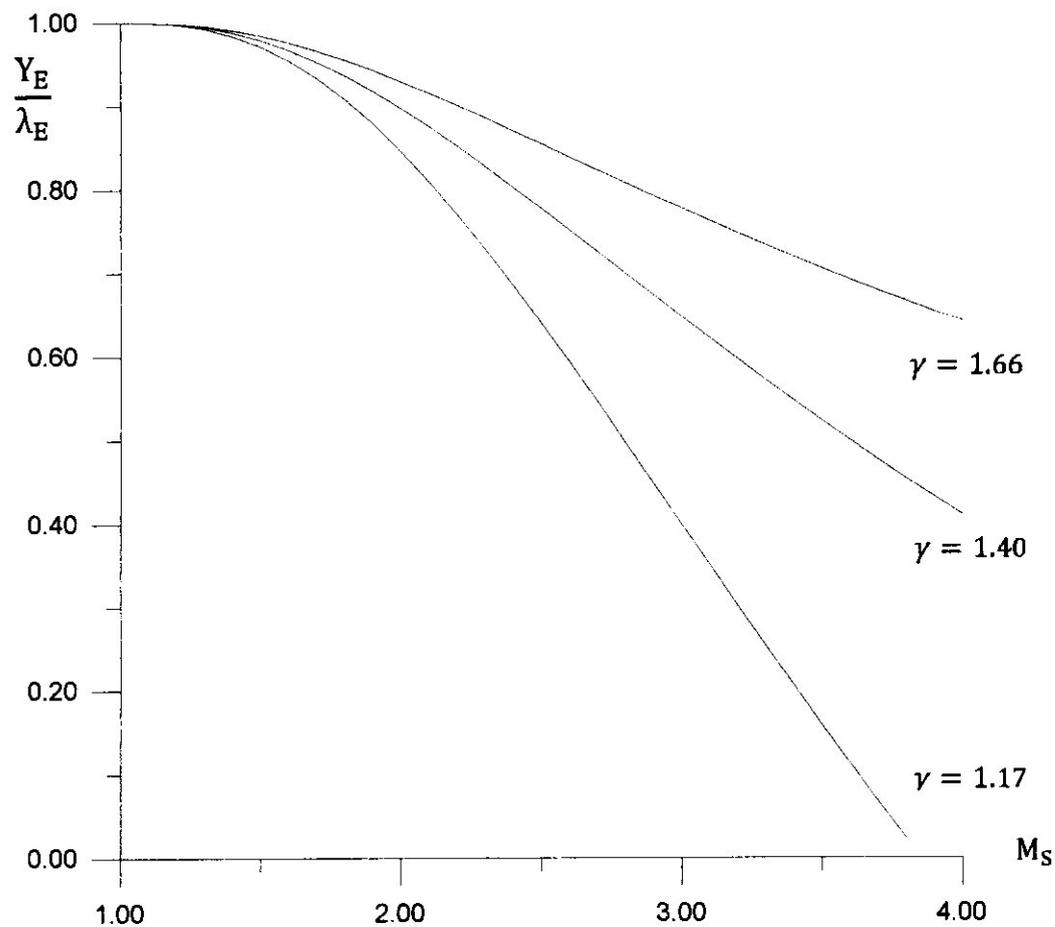


Figure 4.23 : Variation de  $Y_E$  en fonction de  $M_s$  de la tuyère à bouchon pour  $\gamma$  égale à 1.17, 1.40, 1.66.

Remarquons, bien que les courbes des deux tuyères soient de même allure, néanmoins, elles sont de grandeurs différentes. Afin de mieux considérer cette différence, nous proposons les figures suivantes :

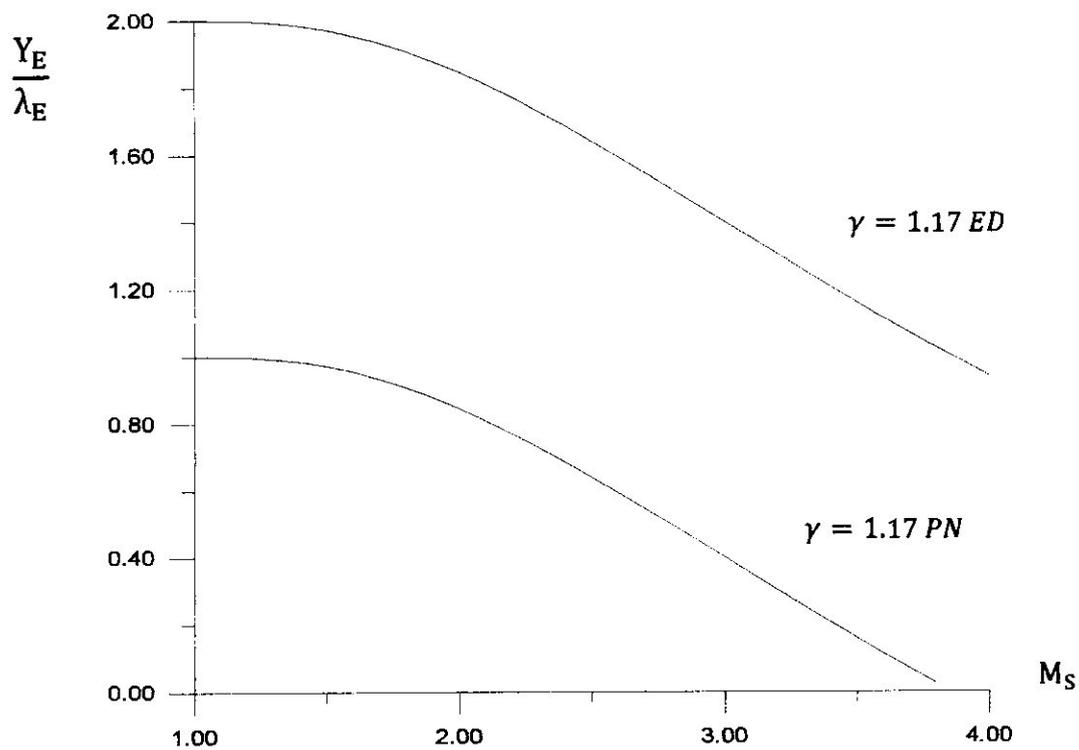


Figure 4.24 : Variation de  $Y_E$  en fonction de  $M_S$  avec  $\gamma=1.17$  pour la tuyère à détente-déflexion et la tuyère à bouchon.

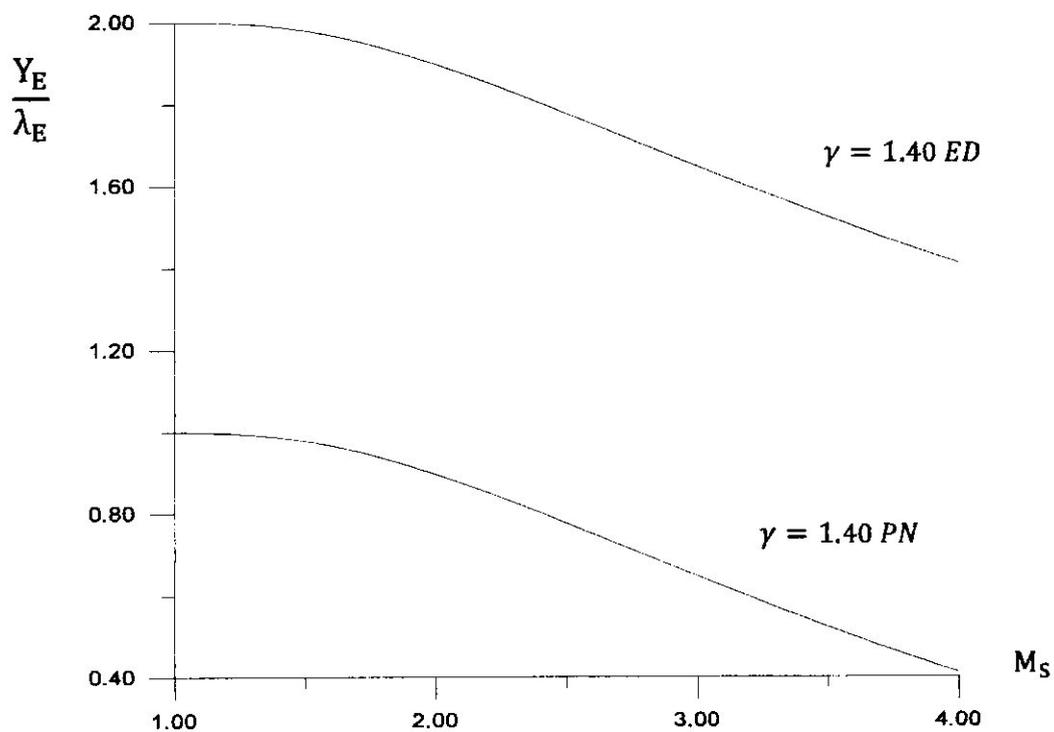


Figure 4.25 : Variation de  $Y_E$  en fonction de  $M_S$  avec  $\gamma=1.40$  pour la tuyère à détente-déflexion et la tuyère à bouchon.

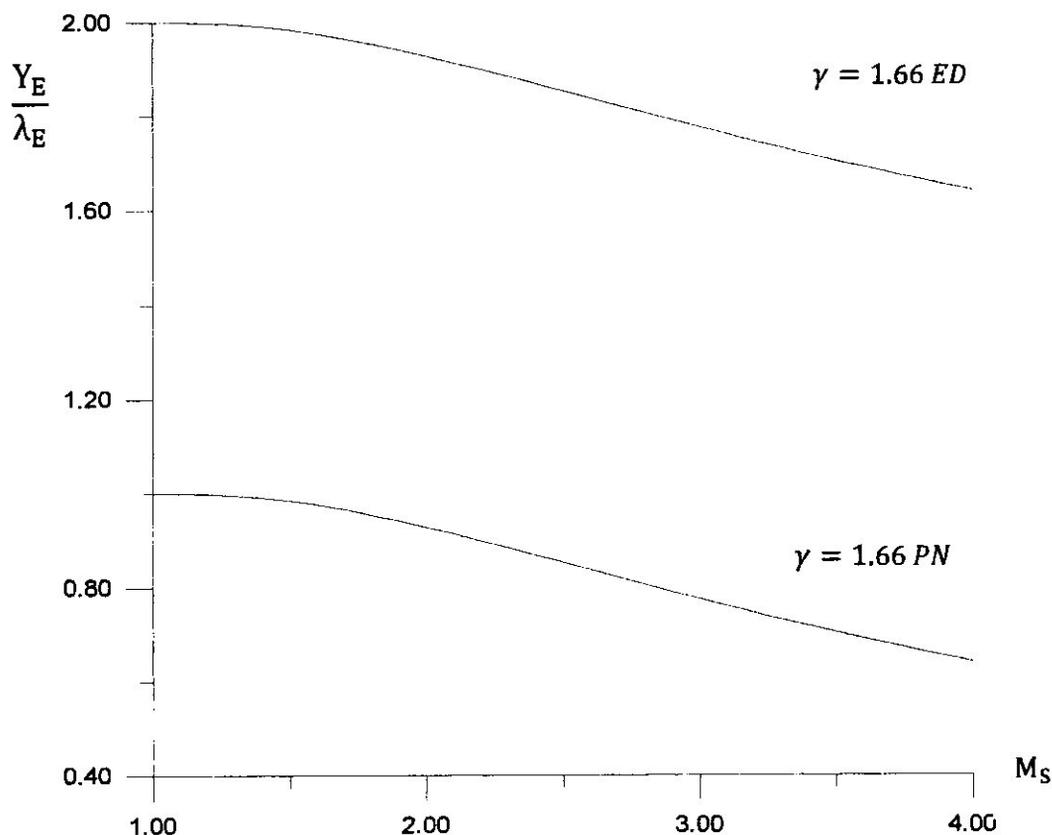


Figure 4.26 : Variation de  $Y_E$  en fonction de  $M_S$  avec  $\gamma=1.66$  pour la tuyère à détente-déflexion et la tuyère à bouchon.

Nous repérons qu'entre chaque courbe d'une des figures  $y$  a un écart similaire. Alors la position verticale du corps central de la tuyère à détente-déflexion est déplacée d'un  $y_{cc}$  par rapport à celle du « Lip » de la tuyère à bouchon, cela est dû aux choix des repères étant donné que dans la tuyère à détente-déflexion, nous avons effectué une légère translation de repère d'une valeur de  $y_{cc}$  compté égale 1 par convention de sorte que les résultats soient par rapport à l'axe de symétrie pour que toute la section de sortie soit considérée incluant la zone délimité par le corps central ou  $y$  a absence d'écoulement.

Nous arrivons à terme de ce mémoire, ainsi, nous avons apporté des arguments utiles et vérifiés sur la similarité entre les deux types de tuyères à corps central. Les tuyères à corps central ont souvent fait l'objet d'étude comparative, notamment avec les tuyères conventionnelles révélant des réductions considérables de longueur aux environs de 30%, par conséquent, une baisse significative de la masse de la structure, permettant ainsi de les incorporés dans des installations non volumineuse pour des applications de moteur-fusée et de missiles.

$N_p$	$\frac{A_s}{A^*}$	$\frac{\lambda_s}{\lambda_E}$	$\frac{R_s}{\lambda_E}$	$\frac{R_E}{\lambda_E}$	$\frac{L}{\lambda_E}$	$\frac{X_{Tuyère}}{\lambda_E}$	Masse $\frac{\rho_m t l \lambda_E}{\lambda_E}$	$\frac{F_p}{P_0 \lambda_{E1}}$	$\frac{Masse_{Gaz}}{\rho \lambda_E^2}$
10	5.962235	17.88670	5.962235	5.316209	17.627063	16.863748	18.906663	0.845905	15.469978
50	4.479311	13.43793	4.479311	3.833285	13.432720	12.669405	14.389632	0.763710	9.831971
100	4.352811	13.05843	4.352811	3.706785	13.074925	12.311609	14.003338	0.756167	9.407097
200	4.292730	12.87819	4.292730	3.646704	12.904991	12.141676	13.819785	0.752461	9.208266
500	4.257614	12.77284	4.257614	3.611588	12.805667	12.042352	13.712471	0.750235	9.092897
1000	4.246056	12.73816	4.246056	3.600030	12.772976	12.009660	13.677144	0.749488	9.055052
3000	4.238389	12.71516	4.238389	3.592363	12.751292	11.987977	13.653711	0.748987	9.029982
6000	4.236478	12.70943	4.236478	3.590452	12.745884	11.982569	13.647867	0.748860	9.023734
10000	4.235713	12.70714	4.235713	3.589687	12.743723	11.980408	13.645531	0.748810	9.021236
20000	4.235140	12.70542	4.235140	3.589114	12.742102	11.978787	13.643779	0.748772	9.019364
50000	4.234797	12.70439	4.234797	3.588771	12.741130	11.977815	13.642728	0.748749	9.018241
80000	4.234711	12.70413	4.234711	3.588685	12.740887	11.977572	13.642466	0.748743	9.017960
100000	4.234682	12.70404	4.234682	3.588656	12.740806	11.977491	13.642378	0.748741	9.017866
200000	4.234625	12.70387	4.234625	3.588599	12.740644	11.977329	13.642203	0.748737	9.017679
400000	4.234596	12.70378	4.234596	3.588570	12.740563	11.977248	13.642116	0.748736	9.017585
500000	4.234590	12.70377	4.234590	3.588564	12.740547	11.977232	13.642098	0.748735	9.017567
800000	4.234582	12.70374	4.234582	3.588556	12.740523	11.977207	13.642072	0.748735	9.017539
1000000	4.234579	12.70373	4.234579	3.588553	12.740514	11.977199	13.642063	0.748734	9.017529
2000000	4.234573	12.70372	4.234573	3.588547	12.740498	11.977183	13.642045	0.748734	9.017511
5000000	4.234570	12.70371	4.234570	3.588544	12.740489	11.977173	13.642035	0.748734	9.017499
10000000	4.234569	12.70370	4.234569	3.588543	12.740485	11.977170	13.642031	0.748734	9.017496

Tableau 4.2 : Paramètres au dépend de la discrétisation  $N_p$  de la tuyère à détente-déflexion.

$M_s$	$\Psi$ (degré)	$\phi_s$ (degré)	$\phi_E$ (degré)	$\lambda_s$ $\lambda_E$	$L$ $\lambda_E$	$X_E$ $\lambda_E$	$Y_E$ $\lambda_E$	$X_{PLUG}$ $\lambda_E$	$R_E$ $\lambda_E$	$R_S$ $\lambda_E$	Masse $\rho_m t \lambda_E$	$F_P$ $P_0 \lambda_E I$	$\theta^*$ (degré)	Masse Gaz $\rho \lambda_E^2$
1.00	90.0000	90.0000	90.0000	1.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1.10	88.5063	65.3800	91.4936	1.1097	0.4883	-0.0260	0.9996	0.4623	0.0092	1.0088	0.4884	0.0051	1.4936	0.5552
1.20	85.9794	56.4426	94.0205	1.2414	0.7563	-0.0701	0.9975	0.6862	0.0370	1.0345	0.7574	0.0200	4.0205	0.7996
1.30	82.9524	50.2848	97.0475	1.3993	1.0168	-0.1226	0.9924	0.8941	0.0839	1.0764	1.0210	0.0439	7.0475	1.0100
1.40	79.6241	45.5846	100.3758	1.5885	1.3028	-0.1801	0.9836	1.1117	0.1510	1.1346	1.3028	0.0764	10.3758	1.2159
1.50	76.1071	41.8103	103.8928	1.8153	1.5931	-0.2401	0.9707	1.3530	0.2394	1.2102	1.6160	1.167	13.8928	1.4305
1.60	72.4739	38.6821	107.5260	2.0873	1.9305	-0.3011	0.9535	1.6294	0.3510	1.3045	1.9720	1.641	17.5260	1.6629
1.70	68.7744	36.0318	111.2255	2.4139	2.3141	-0.3620	0.9321	1.9521	0.4878	1.4199	2.3825	2.181	21.2255	1.9207
1.80	65.0447	33.7489	114.9552	2.8063	2.7553	-0.4219	0.9066	2.3334	0.6524	1.5591	2.8607	2.780	24.9552	2.2113
1.90	61.3114	31.7568	118.6885	3.2784	3.2676	-0.4800	0.8772	2.7876	0.8482	1.7255	3.4217	3.430	28.6885	2.5426
2.00	57.5947	30.0000	122.4052	3.8468	3.8673	-0.5359	0.8442	3.3314	1.0791	1.9234	4.0837	4.126	32.4052	2.9236
2.10	53.9100	28.4368	126.0899	4.5317	4.5740	-0.5890	0.8080	3.9849	1.3499	2.1579	4.8682	4.860	36.0899	3.3647
2.20	50.2690	27.0365	129.7309	5.3579	5.4115	-0.6391	0.7690	4.7724	1.6663	2.4354	5.8013	5.626	39.7309	3.8782
2.30	46.6808	25.7714	133.3191	6.3549	6.4089	-0.6860	0.7275	5.7228	2.0354	2.7630	6.9143	6.419	43.3191	4.4783
2.40	43.1525	24.6243	136.8474	7.5590	7.6011	-0.7295	0.6839	6.8716	2.4656	3.1496	8.2447	7.232	46.8474	5.1821
2.50	39.6892	23.5781	140.3107	9.0137	9.0307	-0.7695	0.6386	8.2612	2.9668	3.6054	9.8381	8.059	50.3107	6.0101
2.60	36.2948	22.6198	143.7051	10.7717	10.7491	-0.8059	0.5919	9.9431	3.5510	4.1429	11.7490	8.897	53.7051	6.9864
2.70	32.9722	21.7384	147.0277	12.8966	12.8183	-0.8389	0.5442	11.9794	4.2322	4.7765	14.0434	9.740	57.0277	8.1399
2.80	29.7234	20.9248	150.2765	15.4649	15.3134	-0.8684	0.4958	14.4450	5.0273	5.5232	16.8003	1.0584	60.2765	9.5050
2.90	26.5495	20.1712	153.4504	18.5690	18.3246	0.8945	0.4469	17.4301	5.9561	6.4031	20.1150	1.1426	63.4504	11.1227
3.00	23.4510	19.4712	156.5489	22.3196	21.9605	-0.9174	0.3979	21.0431	7.0419	7.4398	24.1014	1.2261	66.5489	13.0418
3.10	20.4283	18.8190	159.5716	26.8498	26.3516	-0.9371	0.3490	25.4145	8.3122	8.6612	28.8965	1.3088	69.5716	15.3202
3.20	17.4809	18.2099	162.5190	32.3190	34.6637	-0.9538	0.3003	30.7004	9.7993	10.0996	34.6637	1.3904	72.5190	18.0269
3.30	14.6083	17.6397	165.3916	38.9179	38.0556	-0.9676	0.2522	37.0880	11.5410	11.7933	41.5988	1.4706	75.3916	21.2435
3.40	11.8096	17.1046	168.1903	46.8744	45.7799	-0.9788	0.2046	44.8011	13.5819	13.7865	49.9352	1.5492	78.1903	25.0670
3.50	9.0837	16.6015	170.9162	56.4603	55.0942	-0.9874	0.1578	54.1067	15.9736	16.1315	59.9508	1.6262	80.9162	29.6120
3.60	6.4294	16.1276	173.5705	67.9994	66.3170	-0.9937	0.1119	65.3233	18.7767	18.8887	71.9765	1.7014	83.5705	35.0143
3.70	3.8452	15.6803	176.1547	81.8764	79.8270	-0.9977	0.0670	78.8293	22.0616	22.1287	86.4052	1.7746	86.1547	41.4339
3.80	1.3297	15.2575	178.6702	98.5480	96.0742	-0.9997	0.0232	95.0745	25.9104	25.9337	103.7028	1.8459	88.6702	49.0596
3.90	-1.1185	14.8571	181.1185	118.5555	115.5918	-0.9998	0.0115	114.5920	30.4183	30.3988	124.4210	1.9151	91.1185	58.1139
4.00	-3.5014	14.4775	183.5014	142.5389	139.00109	-0.9981	0.0012	138.0127	35.6958	35.6347	149.2115	1.9822	93.5014	68.8582

Tableau 4.16 : Résultats numérique du dimensionnement d'une tuyère bidimensionnel à corps central de type à bouchon pour  $\gamma=1.17$

$M_s$	$\Psi$ (degré)	$\phi_s$ (degré)	$\phi_E$ (degré)	$\frac{\lambda_s}{\lambda_E}$	$\frac{L}{\lambda_E}$	$\frac{X_E}{\lambda_E}$	$\frac{Y_E}{\lambda_E}$	$\frac{X_{tuyère}}{\lambda_E}$	$\frac{R_E}{\lambda_E}$	$\frac{R_s}{\lambda_E}$	Masse $\frac{m}{\rho_m t l \lambda_E}$	$\frac{F_p}{P_0 \lambda_E l}$	$\theta^*$ (degré)	Masse Gaz $\rho \lambda_E^2$
1.00	90.0000	90.0000	90.0000	1.0000	0.0000	0.0000	2.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1.10	88.6637	65.3800	91.3362	1.1087	0.4852	-0.0233	1.9997	0.4618	0.0081	1.0079	0.4852	0.0042	1.3362	0.5699
1.20	86.4417	56.4426	93.5582	1.2365	0.7455	-0.0620	1.9980	0.6835	0.0323	1.0304	0.7464	0.0161	3.5582	0.8211
1.30	83.8297	50.2848	96.1702	1.3861	0.9932	-0.1074	1.9942	0.8857	0.0720	1.0663	0.9963	0.0348	6.1702	1.0357
1.40	81.0129	45.5846	98.9870	1.5608	1.2486	-0.1562	1.9877	1.0923	0.1272	1.1149	1.2566	0.0594	8.9870	1.2427
1.50	78.0947	41.8103	101.9052	1.7642	1.5212	-0.2062	1.9784	1.3149	0.1976	1.1761	1.5375	0.0890	11.9052	1.4545
1.60	75.1396	38.6821	104.8603	2.0003	1.8180	-0.2564	1.9665	1.5615	0.2836	1.2502	1.8465	0.1228	14.8603	1.6785
1.70	72.1900	36.0318	107.8099	2.2739	2.1447	-0.3058	1.9520	1.8389	0.3855	1.3376	2.1905	0.1603	17.8099	1.9202
1.80	69.2749	33.7489	110.7250	2.5901	2.5075	-0.3538	1.9352	2.1536	0.5036	1.4389	2.5758	0.2006	20.7250	2.1845
1.90	66.4138	31.7568	113.5861	2.9549	2.9127	-0.4001	1.9164	2.5125	0.6387	1.5552	3.0094	0.2432	23.5861	2.4759
2.00	63.6202	29.9999	116.3797	3.3750	3.3671	-0.4443	1.8958	2.9228	0.7916	1.6875	3.4986	0.2875	26.3797	2.7989
2.10	60.9029	28.4368	119.0970	3.8575	3.8784	-0.4862	1.8737	3.3921	0.9631	1.8369	4.0514	0.3332	29.0970	3.1583
2.20	58.2675	27.0356	121.7324	4.4109	4.4548	-0.5259	1.8505	3.9289	1.1544	2.0049	4.6765	0.3797	31.7324	3.5592
2.30	55.7172	25.7714	124.2827	5.0442	5.1057	-0.5632	1.8262	4.5424	1.3668	2.1931	5.3833	0.4267	34.2827	4.0068
2.40	53.2534	24.6243	126.7465	5.7674	5.8412	-0.5982	1.8012	5.2429	1.6018	2.4031	6.1825	0.4739	36.7465	4.5072
2.50	50.8764	23.5781	129.1235	6.5918	6.6724	-0.6309	1.7757	6.0414	1.8609	2.6367	7.0855	0.5210	39.1235	5.0668
2.60	48.5852	22.6198	131.4147	7.5295	7.6118	-0.6615	1.7499	6.9503	2.1460	2.8959	8.1048	0.5678	41.4147	5.6924
2.70	46.3785	21.7384	133.6214	8.5941	8.6728	-0.6898	1.7239	7.9829	2.4591	3.1830	9.2544	0.6141	43.6214	6.3916
2.80	44.2541	20.9248	135.7458	9.8003	9.8702	-0.7162	1.6978	9.1540	2.8022	3.5001	10.5492	0.6598	45.7458	7.1728
2.90	42.2096	20.1712	137.7903	11.1643	11.2202	-0.7406	1.6718	10.4795	3.1779	3.8497	12.0058	0.7047	47.7903	8.0448
3.00	40.2426	19.4712	139.7573	12.7037	12.7404	-0.7633	1.6460	11.9771	3.5885	4.2345	13.6420	0.7487	49.7573	9.0175
3.10	38.3502	18.8190	141.6497	14.4376	14.4501	-0.7842	1.6204	13.6658	4.0368	4.6573	15.4774	0.7918	51.6497	10.1012
3.20	36.5296	18.2099	143.4703	16.3870	16.3699	-0.8035	1.5952	15.5663	4.5257	5.1209	17.5331	0.8338	53.4703	11.3075
3.30	34.7780	17.6397	145.2219	18.5745	18.5225	-0.8213	1.5703	17.7012	5.0582	4.5257	19.8321	0.8749	55.2219	12.6487
3.40	33.0924	17.1046	146.9075	21.0246	20.9324	-0.8377	1.5459	20.0946	5.6377	6.1837	22.3991	0.9149	56.9075	14.1381
3.50	31.4702	16.6015	148.5297	23.7637	23.6260	-0.8529	1.5220	22.7731	6.2675	6.7896	25.2610	0.9537	58.5297	15.7902
3.60	29.9085	16.1276	150.0914	26.8204	26.6317	-0.8668	1.4986	25.7649	6.9515	7.4501	28.4467	0.9915	60.0914	17.6203
3.70	28.4047	15.6803	151.5952	30.2256	29.9803	-0.8796	1.4756	29.1007	7.6933	8.1690	31.9873	1.0282	61.5952	19.6451
3.80	26.9561	15.2575	153.0438	34.0123	33.7048	-0.8913	1.4533	32.8134	8.4973	8.9506	35.9163	1.0638	63.0438	21.8824
3.90	25.5604	14.8571	154.4395	38.2161	37.8405	-0.9021	1.4314	36.9384	9.3675	9.7990	40.2694	1.0983	64.4395	24.3515
4.00	24.2151	14.4775	155.7848	42.8751	42.4256	-0.9120	1.4101	41.5136	10.3086	10.7187	45.0853	1.1318	65.7848	27.0727

Tableau 4.10 : Résultats numériques du dimensionnement d'une tuyère bidimensionnelle à corps central de type à détente-déflexion pour  $\gamma=1.40$

$M_s$	$\Psi$ (degré)	$\phi_s$ (degré)	$\phi_E$ (degré)	$\frac{\lambda_s}{\lambda_E}$	$\frac{L}{\lambda_E}$	$\frac{X_E}{\lambda_E}$	$\frac{Y_E}{\lambda_E}$	$\frac{X_{tuyère}}{\lambda_E}$	$\frac{R_E}{\lambda_E}$	$\frac{R_s}{\lambda_E}$	Masse $\frac{\rho_m t l \lambda_E}{\rho \lambda_E^2}$	$F_p$ $\frac{P_0 \lambda_E l}{\rho \lambda_E^2}$	$\theta^*$ (degré)	MasseGaz $\frac{\rho \lambda_E^2}{\rho \lambda_E^2}$
1.00	90.0000	90.0000	90.0000	1.0000	0.0000	0.0000	2.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1.10	88.8060	65.3800	91.1939	1.1077	0.4823	-0.0208	1.9997	0.4614	0.0072	1.0070	0.4823	0.0034	1.1939	5.8472
1.20	86.8505	56.4426	93.1494	1.2321	0.7360	-0.0549	1.9984	0.6811	0.0283	1.0268	0.7367	0.0130	3.1494	8.4278
1.30	84.5888	50.2848	95.4111	1.3750	0.9728	-0.0943	1.9955	0.8785	0.0621	1.0576	0.9752	0.0276	5.4111	1.0618
1.40	82.1889	45.5846	97.8110	1.5380	1.2123	-0.1359	1.9907	1.0764	0.1079	1.0986	1.2182	0.0464	7.8110	1.2706
1.50	79.7416	41.8103	100.2583	1.7235	1.4627	-0.1780	1.9840	1.2846	0.1650	1.1490	1.4744	0.0685	10.2583	1.4810
1.60	77.3012	38.6821	102.6987	1.9335	1.7291	-0.2198	1.9755	1.5093	0.2329	1.2084	1.7493	0.0931	12.6987	1.6996
1.70	74.9015	36.0318	105.0984	2.1704	2.0156	-0.2604	1.9654	1.7551	0.3112	1.2767	2.0471	0.1198	15.0984	1.9307
1.80	72.5634	33.7489	107.4365	2.4367	2.3257	-0.2996	1.9540	2.0261	0.3996	1.3537	2.3717	0.1479	17.4365	2.1778
1.90	70.3000	31.7568	109.6999	2.7351	2.6627	-0.3370	1.9414	2.3256	0.4980	1.4395	2.7264	0.1771	19.6999	2.4438
2.00	68.1187	29.9999	111.8812	3.0685	3.0301	-0.3726	1.9279	2.6574	0.6063	1.5342	3.1147	0.2069	21.8812	2.7313
2.10	66.0232	28.4368	113.9767	3.4398	3.4311	-0.4063	1.9137	3.0248	0.7243	1.6380	3.5401	0.2370	23.9767	3.0430
2.20	64.0148	27.0356	115.9851	3.8522	3.8694	-0.4381	1.8989	3.4312	0.8521	1.7510	4.0059	0.2672	25.9851	3.3812
2.30	62.0928	25.7714	117.9071	4.3089	4.3484	-0.4680	1.8837	3.8803	0.9897	1.8734	4.5157	0.2973	27.9071	3.7484
2.40	60.2557	24.6243	119.7442	4.8135	4.8719	-0.4961	1.8682	4.3757	1.1373	2.0056	5.0733	0.3271	29.7442	4.1471
2.50	58.5008	23.5781	121.4991	5.3695	5.4437	-0.5224	1.8526	4.9212	1.2951	2.1478	5.6823	0.3565	31.4991	4.5798
2.60	56.8252	22.6198	123.1747	5.9807	6.0679	-0.5471	1.8370	5.5207	1.4632	2.3002	6.3468	0.3853	33.1747	5.0492
2.70	55.2257	21.7384	124.7742	6.6511	6.7484	-0.5703	1.8214	6.1781	1.6419	2.4633	7.0707	0.4135	34.7742	5.5579
2.80	53.6986	20.9248	126.3013	7.3847	7.4897	-0.5920	1.8059	6.8977	1.8315	2.6374	7.8582	0.4411	36.3013	6.1086
2.90	52.2407	20.1712	127.7592	8.1858	8.2961	-0.6123	1.7905	7.6838	2.0321	2.8227	8.7137	0.4680	37.7592	6.7043
3.00	50.8484	19.4712	129.1515	9.0588	9.1721	-0.6313	1.7754	8.5407	2.2441	3.0196	9.6416	0.4942	39.1515	7.3478
3.10	49.5182	18.8190	130.4817	10.0083	10.1225	-0.6492	1.7606	9.4733	2.4678	3.2284	10.6466	0.5196	40.4817	8.0421
3.20	48.2470	18.2099	131.7529	11.0389	11.1520	-0.6659	1.7460	10.4861	2.7036	3.4496	11.7334	0.5443	41.7529	8.7904
3.30	47.0315	17.6397	132.9684	12.1556	12.2657	-0.6815	1.7317	11.5841	2.9518	3.6835	12.9071	0.5682	42.9684	9.5960
3.40	45.8688	17.1046	134.1311	13.3634	13.4687	-0.6963	1.7177	12.7723	3.2126	3.9304	14.1726	0.5914	44.1311	10.4620
3.50	44.7559	16.6015	135.2440	14.6675	14.7662	-0.7101	1.7040	14.0561	3.4866	4.1907	15.5352	0.6138	45.2440	11.3919
3.60	43.6901	16.1276	136.3098	16.0733	16.1639	-0.7230	1.6907	15.4408	3.7740	4.4648	17.0003	0.6356	46.3098	12.3892
3.70	42.6689	15.6803	137.3310	17.5863	17.6671	-0.7352	1.6777	16.9318	4.0753	4.7530	18.5734	0.6566	47.3310	13.4575
3.80	41.6898	15.2575	138.3101	19.2122	19.2817	-0.7467	1.6650	18.5350	4.3907	5.0558	20.2604	0.6769	48.3101	14.6005
3.90	40.7506	14.8571	139.2493	20.9567	21.0136	-0.7575	1.6527	20.2561	4.7207	5.3735	22.0669	0.6966	49.2493	15.8221
4.00	39.8490	14.4775	140.1509	22.8260	22.8689	-0.7677	1.6407	22.1012	5.0657	5.7065	23.9991	0.7156	50.1509	17.126

Tableau 4.11 : Résultats numérique du dimensionnement d'une tuyère bidimensionnelle à corps central de type à détente-déflexion pour  $\gamma=1.66$

Np	$\frac{A_s}{A^*}$	$\frac{\lambda_s}{\lambda_E}$	$\frac{R_s}{\lambda_E}$	$\frac{R_E}{\lambda_E}$	$\frac{L}{\lambda_E}$	$\frac{X_{PLUG}}{\lambda_E}$	$\frac{Masse}{\rho_m t \lambda_E}$	$\frac{F_p}{P_0 \lambda_E l}$	$\frac{Masse_{Gaz}}{\rho \lambda_E^2}$
10	5.962235	17.88670	5.962235	5.316209	17.627063	16.863748	18.906663	0.845905	15.469978
50	4.479311	13.43793	4.479311	3.833285	13.432720	12.669405	14.389632	0.763710	9.831971
100	4.352811	13.05843	4.352811	3.706785	13.074925	12.311609	14.003338	0.756167	9.407097
200	4.292730	12.87819	4.292730	3.646704	12.904991	12.141676	13.819785	0.752461	9.208266
500	4.257614	12.77284	4.257614	3.611588	12.805667	12.042352	13.712471	0.750235	9.092897
1000	4.246056	12.73816	4.246056	3.600030	12.772976	12.009660	13.677144	0.749488	9.055052
3000	4.238389	12.71516	4.238389	3.592363	12.751292	11.987977	13.653711	0.748987	9.029982
6000	4.236478	12.70943	4.236478	3.590452	12.745884	11.982569	13.647867	0.748860	9.023734
10000	4.235713	12.70714	4.235713	3.589687	12.743723	11.980408	13.645531	0.748810	9.021236
20000	4.235140	12.70542	4.235140	3.589114	12.742102	11.978787	13.643779	0.748772	9.019364
50000	4.234797	12.70439	4.234797	3.588771	12.741130	11.977815	13.642728	0.748749	9.018241
80000	4.234711	12.70413	4.234711	3.588685	12.740887	11.977572	13.642466	0.748743	9.017960
100000	4.234682	12.70404	4.234682	3.588656	12.740806	11.977491	13.642378	0.748741	9.017866
200000	4.234625	12.70387	4.234625	3.588599	12.740644	11.977329	13.642203	0.748737	9.017679
400000	4.234596	12.70378	4.234596	3.588570	12.740563	11.977248	13.642116	0.748736	9.017585
500000	4.234590	12.70377	4.234590	3.588564	12.740547	11.977232	13.642098	0.748735	9.017567
800000	4.234582	12.70374	4.234582	3.588556	12.740523	11.977207	13.642072	0.748735	9.017539
1000000	4.234579	12.70373	4.234579	3.588553	12.740514	11.977199	13.642063	0.748734	9.017529
2000000	4.234573	12.70372	4.234573	3.588547	12.740498	11.977183	13.642045	0.748734	9.017511
5000000	4.234570	12.70371	4.234570	3.588544	12.740489	11.977173	13.642035	0.748734	9.017499
10000000	4.234569	12.70370	4.234569	3.588543	12.740485	11.977170	13.642031	0.748734	9.017496

Tableau 4.13 : Paramètre du dimensionnement en fonction de Np de la tuyère Plug

$M_s$	$\Psi$ (degré)	$\phi_s$ (degré)	$\phi_E$ (degré)	$\frac{\lambda_s}{\lambda_E}$	$\frac{L}{\lambda_E}$	$\frac{X_E}{\lambda_E}$	$\frac{Y_E}{\lambda_E}$	$\frac{X_{PLUG}}{\lambda_E}$	$\frac{R_E}{\lambda_E}$	$\frac{R_s}{\lambda_E}$	$\frac{Masse}{\rho_m t \lambda_E}$	$\frac{F_P}{P_0 \lambda_E l}$	$\theta^*$ (degré)	$\frac{Masse_{Gaz}}{\rho \lambda_E^2}$
1.00	90.0000	90.0000	90.0000	1.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1.10	88.6637	65.3800	91.3362	1.1087	0.4852	-0.0233	0.9997	0.4618	0.0081	1.0079	0.4852	0.0042	1.3362	0.5699
1.20	86.4417	56.4426	93.5582	1.2365	0.7455	-0.0620	0.9980	0.6835	0.0323	1.0304	0.7464	0.0161	3.5582	0.8211
1.30	83.8297	50.2848	96.1702	1.3861	0.9932	-0.1074	0.9942	0.8857	0.0720	1.0663	0.9963	0.0348	6.1702	1.0357
1.40	81.0129	45.5846	98.9870	1.5608	1.2486	-0.1562	0.9877	1.0923	0.1272	1.1149	1.2566	0.0594	8.9870	1.2427
1.50	78.0947	41.8103	101.9052	1.7642	1.5212	-0.2062	0.9784	1.3149	0.1976	1.1761	1.5375	0.0890	11.9052	1.4545
1.60	75.1396	38.6821	104.8603	2.0003	1.8180	-0.2564	0.9665	1.5615	0.2836	1.2502	1.8465	0.1228	14.8603	1.6785
1.70	72.1900	36.0318	107.8099	2.2739	2.1447	-0.3058	0.9520	1.8389	0.3855	1.3376	2.1905	0.1603	17.8099	1.9202
1.80	69.2749	33.7489	110.7250	2.5901	2.5075	-0.3538	0.9352	2.1536	0.5036	1.4389	2.5758	0.2006	20.7250	2.1845
1.90	66.4138	31.7568	113.5861	2.9549	2.9127	-0.4001	0.9164	2.5125	0.6387	1.5552	3.0094	0.2432	23.5861	2.4759
2.00	63.6202	29.9999	116.3797	3.3750	3.3671	-0.4443	0.8958	2.9228	0.7916	1.6875	3.4986	0.2875	26.3797	2.7989
2.10	60.9029	28.4368	119.0970	3.8575	3.8784	-0.4862	0.8737	3.3921	0.9631	1.8369	4.0514	0.3332	29.0970	3.1583
2.20	58.2675	27.0356	121.7324	4.4109	4.4548	-0.5259	0.8505	3.9289	1.1544	2.0049	4.6765	0.3797	31.7324	3.5592
2.30	55.7172	25.7714	124.2827	5.0442	5.1057	-0.5632	0.8262	4.5424	1.3668	2.1931	5.3833	0.4267	34.2827	4.0068
2.40	53.2534	24.6243	126.7465	5.7674	5.8412	-0.5982	0.8012	5.2429	1.6018	2.4031	6.1825	0.4739	36.7465	4.5072
2.50	50.8764	23.5781	129.1235	6.5918	6.6724	-0.6309	0.7757	6.0414	1.8609	2.6367	7.0855	0.5210	39.1235	5.0668
2.60	48.5852	22.6198	131.4147	7.5295	7.6118	-0.6615	0.7499	6.9503	2.1460	2.8959	8.1048	0.5678	41.4147	5.6924
2.70	46.3785	21.7384	133.6214	8.5941	8.6728	-0.6898	0.7239	7.9829	2.4591	3.1830	9.2544	0.6141	43.6214	6.3916
2.80	44.2541	20.9248	135.7458	9.8003	9.8702	-0.7162	0.6978	9.1540	2.8022	3.5001	10.5492	0.6598	45.7458	7.1728
2.90	42.2096	20.1712	137.7903	11.1643	11.2202	-0.7406	0.6718	10.4795	3.1779	3.8497	12.0058	0.7047	47.7903	8.0448
3.00	40.2426	19.4712	139.7573	12.7037	12.7404	-0.7633	0.6460	11.9771	3.5885	4.2345	13.6420	0.7487	49.7573	9.0175
3.10	38.3502	18.8190	141.6497	14.4376	14.4501	-0.7842	0.6204	13.6658	4.0368	4.6573	15.4774	0.7918	51.6497	10.1012
3.20	36.5296	18.2099	143.4703	16.3870	16.3699	-0.8035	0.5952	15.5663	4.5257	5.1209	17.5331	0.8338	53.4703	11.3075
3.30	34.7780	17.6397	145.2219	18.5745	18.5225	-0.8213	0.5703	17.7012	5.0582	5.6257	19.8321	0.8749	55.2219	12.6487
3.40	33.0924	17.1046	146.9075	21.0246	20.9324	-0.8377	0.5459	20.0946	5.6377	6.1837	22.3991	0.9149	56.9075	14.1381
3.50	31.4702	16.6015	148.5297	23.7637	23.6260	-0.8529	0.5220	22.7731	6.2675	6.7896	25.2610	0.9537	58.5297	15.7902
3.60	29.9085	16.1276	150.0914	26.8204	26.6317	-0.8668	0.4986	25.7649	6.9515	7.4501	28.4467	0.9915	60.0914	17.6203
3.70	28.4047	15.6803	151.5952	30.2256	29.9803	-0.8796	0.4756	29.1007	7.6933	8.1690	31.9873	1.0282	61.5952	19.6451
3.80	26.9561	15.2575	153.0438	34.0123	33.7048	-0.8913	0.4533	32.8134	8.4973	8.9506	35.9163	1.0638	63.0438	21.8824
3.90	25.5604	14.8571	154.4395	38.2161	37.8405	-0.9021	0.4314	36.9384	9.3675	9.7990	40.2694	1.0983	64.4395	24.3515
4.00	24.2151	14.4775	155.7848	42.8751	42.4256	-0.9120	0.4101	41.5136	10.3086	10.7187	45.0853	1.1318	65.7848	27.0727

Tableau 4.17 : Résultats numériques du dimensionnement d'une tuyère bidimensionnelle à corps central de type à bouchon pour  $\gamma=1.40$

$M_s$	$\Psi$ (degré)	$\phi_s$ (degré)	$\phi_E$ (degré)	$\frac{\lambda_s}{\lambda_E}$	$\frac{L}{\lambda_E}$	$\frac{X_E}{\lambda_E}$	$\frac{Y_E}{\lambda_E}$	$\frac{X_{PLUG}}{\lambda_E}$	$\frac{R_E}{\lambda_E}$	$\frac{R_s}{\lambda_E}$	Masse $\frac{\rho_m t \lambda_E}{\rho \lambda_E^2}$	$\frac{F_P}{P_0 \lambda_E l}$	$\theta^*$ (degré)	MasseGaz $\frac{\rho \lambda_E^2}{\rho \lambda_E^2}$
1.00	90.0000	90.0000	90.0000	1.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1.10	88.8060	65.3800	91.1939	1.1077	0.4823	-0.0208	0.9997	0.4614	0.0072	1.0070	0.4823	0.0034	1.1939	5.8472
1.20	86.8505	56.4426	93.1494	1.2321	0.7360	-0.0549	0.9984	0.6811	0.0283	1.0268	0.7367	0.0130	3.1494	8.4278
1.30	84.5888	50.2848	95.4111	1.3750	0.9728	-0.0943	0.9955	0.8785	0.0621	1.0576	0.9752	0.0276	5.4111	1.0618
1.40	82.1889	45.5846	97.8110	1.5380	1.2123	-0.1359	0.9907	1.0764	0.1079	1.0986	1.2182	0.0464	7.8110	1.2706
1.50	79.7416	41.8103	100.2583	1.7235	1.4627	-0.1780	0.9840	1.2846	0.1650	1.1490	1.4744	0.0685	10.2583	1.4810
1.60	77.3012	38.6821	102.6987	1.9335	1.7291	-0.2198	0.9755	1.5093	0.2329	1.2084	1.7493	0.0931	12.6987	1.6996
1.70	74.9015	36.0318	105.0984	2.1704	2.0156	-0.2604	0.9654	1.7551	0.3112	1.2767	2.0471	0.1198	15.0984	1.9307
1.80	72.5634	33.7489	107.4365	2.4367	2.3257	-0.2996	0.9540	2.0261	0.3996	1.3537	2.3717	0.1479	17.4365	2.1778
1.90	70.3000	31.7568	109.6999	2.7351	2.6627	-0.3370	0.9414	2.3256	0.4980	1.4395	2.7264	0.1771	19.6999	2.4438
2.00	68.1187	29.9999	111.8812	3.0685	3.0301	-0.3726	0.9279	2.6574	0.6063	1.5342	3.1147	0.2069	21.8812	2.7313
2.10	66.0232	28.4368	113.9767	3.4398	3.4311	-0.4063	0.9137	3.0248	0.7243	1.6380	3.5401	0.2370	23.9767	3.0430
2.20	64.0148	27.0356	115.9851	3.8522	3.8694	-0.4381	0.8989	3.4312	0.8521	1.7510	4.0059	0.2672	25.9851	3.3812
2.30	62.0928	25.7714	117.9071	4.3089	4.3484	-0.4680	0.8837	3.8803	0.9897	1.8734	4.5157	0.2973	27.9071	3.7484
2.40	60.2557	24.6243	119.7442	4.8135	4.8719	-0.4961	0.8682	4.3757	1.1373	2.0056	5.0733	0.3271	29.7442	4.1471
2.50	58.5008	23.5781	121.4991	5.3695	5.4437	-0.5224	0.8526	4.9212	1.2951	2.1478	5.6823	0.3565	31.4991	4.5798
2.60	56.8252	22.6198	123.1747	5.9807	6.0679	-0.5471	0.8370	5.5207	1.4632	2.3002	6.3468	0.3853	33.1747	5.0492
2.70	55.2257	21.7384	124.7742	6.6511	6.7484	-0.5703	0.8214	6.1781	1.6419	2.4633	7.0707	0.4135	34.7742	5.5579
2.80	53.6986	20.9248	126.3013	7.3847	7.4897	-0.5920	0.8059	6.8977	1.8315	2.6374	7.8582	0.4411	36.3013	6.1086
2.90	52.2407	20.1712	127.7592	8.1858	8.2961	-0.6123	0.7905	7.6838	2.0321	2.8227	8.7137	0.4680	37.7592	6.7043
3.00	50.8484	19.4712	129.1515	9.0588	9.1721	-0.6313	0.7754	8.5407	2.2441	3.0196	9.6416	0.4942	39.1515	7.3478
3.10	49.5182	18.8190	130.4817	10.0083	10.1225	-0.6492	0.7606	9.4733	2.4678	3.2284	10.6466	0.5196	40.4817	8.0421
3.20	48.2470	18.2099	131.7529	11.0389	11.1520	-0.6659	0.7460	10.4861	2.7036	3.4496	11.7334	0.5443	41.7529	8.7904
3.30	47.0315	17.6397	132.9684	12.1556	12.2657	-0.6815	0.7317	11.5841	2.9518	3.6835	12.9071	0.5682	42.9684	9.5960
3.40	45.8688	17.1046	134.1311	13.3634	13.4687	-0.6963	0.7177	12.7723	3.2126	3.9304	14.1726	0.5914	44.1311	10.4620
3.50	44.7559	16.6015	135.2440	14.6675	14.7662	-0.7101	0.7040	14.0561	3.4866	4.1907	15.5352	0.6138	45.2440	11.3919
3.60	43.6901	16.1276	136.3098	16.0733	16.1639	-0.7230	0.6907	15.4408	3.7740	4.4648	17.0003	0.6356	46.3098	12.3892
3.70	42.6689	15.6803	137.3310	17.5863	17.6671	-0.7352	0.6777	16.9318	4.0753	4.7530	18.5734	0.6566	47.3310	13.4575
3.80	41.6898	15.2575	138.3101	19.2122	19.2817	-0.7467	0.6650	18.5350	4.3907	5.0558	20.2604	0.6769	48.3101	14.6005
3.90	40.7506	14.8571	139.2493	20.9567	21.0136	-0.7575	0.6527	20.2561	4.7207	5.3735	22.0669	0.6966	49.2493	15.8221
4.00	39.8490	14.4775	140.1509	22.8260	22.8689	-0.7677	0.6407	22.1012	5.0657	5.7065	23.9991	0.7156	50.1509	17.126

Tableau 4.18 : Résultats numériques du dimensionnement d'une tuyère bidimensionnelle à corps central de type à bouchon pour  $\gamma=1.66$

## CONCLUSION

Dans ce modeste travail, nous avons d'abord abordé le domaine de la conception des tuyères supersoniques de manière générale dans le but de nous initier et de connaître les concepts de tuyère supersonique existants, puis, nous nous sommes focalisé sur l'étude d'un seul type de tuyère dite tuyère à détente-déflexion connue sous le nom de tuyère E-D de l'abréviation anglaise « Expansion-Deflection Nozzle » dont les travaux accomplis relèvent du domaine privé ce qui explique le manque de documentation pour cette tuyère.

Ensuite, nous avons élaboré un programme de calcul pouvant définir les profils de tuyères à corps central de type à détente-déflexion de géométrie bidimensionnelle, procurant à la sortie un écoulement uniforme et parallèle sur l'hypothèse d'un gaz parfait, caloriquement parfait et thermiquement parfait.

On a déterminé à partir du programme, la taille de la tuyère à détente-déflexion, puis on a démontré, les résultats suivants :

- ⇒ Le choix du nombre de Mach de sortie influe sur la conception de celle-ci de sorte qu'un nombre de Mach de sortie plus élevé demande une taille de tuyère plus ample.
- ⇒ Le gaz utilisé dans la propulsion agit de façon considérable sur la forme de la tuyère si bien qu'un gaz plus froid implique une tuyère plus volumineuse et un gaz plus chaud implique une tuyère moins volumineuse. En conséquence, on peut recommander l'utilisation d'un gaz chaud pour les activités des moteurs de fusées, de missiles, de navettes spéciales et d'avions opérant dans le régime supersonique afin d'obtenir un gain en poids de la structure, ainsi que l'utilisation d'un gaz froid pour les applications de souffleries dans le but d'obtenir un courant d'air de températures faibles pour ne pas endommager l'installation des canaux d'air et des appareils de mesure.
- ⇒ La variation des paramètres thermodynamiques contribue au choix du matériau de construction de la tuyère.

Suite à une comparaison faite avec la tuyère à corps central de type à bouchon, les résultats ont révélé que les deux tuyères à corps central de type à détente-déflexion et de

type à bouchon étaient pareilles au sujet de la conception et délivraient les mêmes performances, tel était notre but de départ.

l'écoulement à rester attaché à la paroi de la tuyère. Ce comportement est favorable à basse altitude car la pression atmosphérique est élevée et peut être plus grande que celle des gaz d'échappement. Lorsque cela se produit l'échappement n'exerce plus de force sur les parois de la tuyère, de sorte que la poussée est diminuée ce qui est à éviter. Alors, le corps central augmente la pression des gaz d'échappement en les faisant passer par une section plus petite ce qui élimine pratiquement toutes pertes de poussée à basse altitude. Essayons de jouer sur la forme du corps central de sorte que la ligne sonique ne soit plus considérée comme étant une ligne droite mais une ligne courbée et puis voir son influence sur la forme obtenue de la tuyère, ce qui pourrait constituer un excellent thème de recherche.

La conception des tuyères supersoniques reste un domaine assez vaste avec des sujets de recherches riches en progression, tels que l'amélioration de la manœuvrabilité et la furtivité des avions de combat via la vectorisation de poussée par l'intermédiaire de la conception de la tuyère. De nombreux procédés ont été proposés pour la vectorisation de poussée. Des études expérimentales concernant le sujet ont été menées aux Etats Unis (NASA) et en France (ONERA).

Le décollement de la couche limite à travers la tuyère supersonique à de forts régimes de sur-détente désigne également un thème intéressant à traiter.

En fin de compte, nous espérons que ce modeste travail puisse représenter une référence de base pour des études à venir approfondies dans la conception des tuyères supersoniques à corps central de type à détente-déflexion, ainsi nous y contribuerons de cette manière.

$\theta$	Déviatiun du vecteur vitesse.
$\mu$	Angle de Mach.
$\nu$	Fonction de Prandtl Meyer.
$\lambda$	Le rayon polaire.
$\rho$	Masse volumique.
$\sigma$	Facteur de pertes de poussée.
$\tau$	Taux de détente.
$\Phi$	Angle polaire.
$\Psi$	Déviatiun du corps central par rapport à la verticale.

### Abréviations

<i>GP</i>	Gaz Parfait.
<i>MLN</i>	Abréviatiun du terme Minimum Length Nozzle (tuyère à détente centrée).
<i>ED</i>	Abréviatiun du terme Expansion Deflection (tuyère à détente déflexion).
<i>PN</i>	Abréviatiun du terme Plug Nozzle (tuyère à bouchon).

### Indices

$0$	Condition d'arrêt (Etat générateur) (chambre de combustion).
$1$	Condition amont.
$2$	Condition aval.
$*$	Condition critique.
$j$	Nœud.
$(j)$	Tronçon.
$m$	Matériau.
$E$	Section d'entrée.
$P$	Un des points de la paroi de la tuyère.

### Exposant

$*$	Valeur au col juste après la détente.
-----	---------------------------------------

## Annexe B

### Programme de calcul

Le programme présenté dans cette annexe consiste à dimensionner et définir les paramètres de conception d'une tuyère à corps central à détente-déflexion (Expansion-Deflection Nozzle) bidimensionnelle pour trois gaz parfait distincts à  $\gamma=1.17, 1.40, 1.66$ . On note que pour faire le traçage de la forme du corps central il faut ouvrir un fichier pour stocker les positions des points

```

C
C PROGRAMME DE CONCEPTION DES TUYERES A CORPS CENTRAL TYPE A DETENTE
C DEFLEXION BIDIMENSIONNELLE A GAZ PARFAIT
C
C
C TO... TEMPERATURE GENERATRICE
C T_C...TEMPERATUR CRITIQUE
C T_S...TEMPERATURE A LA SECTION DE SORTIE
C NP... NOMBRE DE POINT SUR LA PAROI DE LA TUYERE
C AMS...NOMBRE DE MACH DE SORTIE
C Yc... TRANSLATION D'AXES
C TOL...TOLERANCE DE CALCUL
C r...CONSTANTE THERMODYNAMIQUE DE L'AIR
C GAMA...RAPPORT DES CHALEURS SPECIFIQUES
C R_T_C...RAPPORT DES TEMPERATURE CRITIQUE T*/T0 AU COL DE LA TUYERE
C R_T_S...RAPPORT DES TEMPERATURE Ts/T0 A LA SECTION DE SORTIE
C R_T_P...RAPPORT DES TEMPERATURE Tp/T0 EN UN POINT P DE LA PAROI
C R_P_C...RAPPORT DES PRESSIONS P*/P0 AU COL DE LA TUYERE
C R_P_S...RAPPORT DES PRESSIONS Ps/P0 A LA SECTION DE SORTIE
C R_P_P...RAPPORT DES PRESSIONS Pp/P0 EN UN POINT P DE LA PAROI
C R_R_C...RAPPORT DES MASSES VOLUMIQUES RO*/RO0 AU COL DE LA TUYERE
C R_R_S...RAPPORT DES MASSES VOLUMIQUES ROs/RO0 A LA SECTION DE SORTIE
C R_R_P...RAPPORT DES MASSES VOLUMIQUES ROp/RO0 EN UN POINT P DE LA PAROI
C R_A_S...RAPPORT DES SECTIONS THEORIQUE AS/A*
C TH_P...ANGLE DE DEVIATION DE L'ECOULEMENT EN UN POINT P DE LA PAROI
C AMU_E...ANGLE DE MACH DU POINT DE COMMENCEMENT E
C AMU_P...ANGLE DE MACH D'UN POINT P DE LA PAROI
C ANU_E...FONCTION DE PRANDTL MEYER AU POINT DE COMMENCEMENT E
C ANU_S...FONCTION DE PRANDTL MEYER AU POINT DE SORTIE S
C ANU_P...FONCTION DE PRANDTL MEYER EN UN POINT P DE LA PAROI
C PSI.....L'INCLINAISON DU COPRS CENTRAL PAR RAPPORT A LA VERTICALE
C ALAMD_E...RAYON POLAIR DU POINT D'ENTRE
C ALAMD_S...RAYON POLAIR DU POINT DE SORTIE
C ALAMD_P...RAYON POLAIR D'UN POINT P DE LA PAROI
C PHI_E...L'ANGLE POLAIRE DU POINT D'ENTRE E
C PHI_S...L'ANGLE POLAIRE DU POINT DE SORTIE S
C PHI_P...L'ANGLE POLAIRE D'UN POINT P DE LA PAROI

```

```

C X_E...ABSCISSE DU POINT DE COMMENCEMENT E DE LA PAROI
C Y_E...ORDONNE DU POINT DE COMMENCEMENT E DE LA PAROI
C X_S...ABSCISSE DU POINT S DE LA SECTION DE SORTIE
C Y_S...ORDONNE DU POINT S DE LA SECTION DE SORTIE
C X_P...ABSCISSE D'UN POINT P DE LA PAROI
C Y_P...ORDONNE D'UN POINT P DE LA PAROI
C ACOL.....SECTION DU COL
C ASORTIE...SECTION DE SORTIE
C RAPPORT...RAPPORT DE SECTION NUMERIQUE
C Xtuyere...POSITION DE LA SECTION DE SORTIE DE LA TUYERE
C RE.....DISTANCE VERTICALE ENTRE LE COL ET LA SECTION DE SORTIE

```

```

      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)

```

```

C
C
C

```

```

      OPEN(UNIT=1, FILE='R_GP_0.DAT', STATUS='UNKNOWN')

```

```

CCC

```

```

C LECTURE DES DONNEES

```

```

C

```

```

      T0=1000.0
      NP=330000
      AMS=3.00 ; GAMA=1.40
      Yc=1.0

```

```

      PI=3.1415926535897932384626433832D-00 ; PI180=PI/180
      TOL=0.000000001
      r=8.3145/28.96*1000

```

```

C
C
C

```

```

      ALAMD_E_GP=1.0

```

```

C

```

```

      WRITE(*,*) AMS,GAMA,NP ; WRITE(1,*) AMS,GAMA,NP

```

```

C

```

```

      CPRE=0.5 ; CCPRE=1-CPRE
      CTH=0.5 ; CCTH=1-CTH

```

```

C

```

```

C PARAMETRES DES FONCTIONS D'ETATS

```

```

C

```

```

      PS1=-1.0 ; PS2=-1/(GAMA-1) ; PS3=(GAMA+1)/(2*(GAMA-1))
      FACT1=(GAMA-1)/2 ; FACT2=2/(GAMA+1)
      FACT3=DSQRT((GAMA+1)/(GAMA-1))

```

```

C

```

```

C RAPPORTS THERMODYNAMIAUES AU COL DE LA TUYERE

```

```

C

```

```

      V_C=1+FACT1 ; R_T_C=V_C**PS1 ; T_C=R_T_C*T0
      R_R_C=V_C**PS2 ; R_P_C=R_T_C*R_R_C

```

```

C

```

```

C RAPPORTS THERMODYNAMIAUES ET GEOMETRIQUE A LA SECTION DE SORTIE

```

```

C

```

```

      V_S=1+FACT1*AMS*AMS ; R_T_S=V_S**PS1 ; T_S=R_T_S*T0
      R_R_S=V_S**PS2 ; R_P_S=R_T_S*R_R_S

```

```

      R_A_S=(FACT2*V_S)**PS3/AMS
C
C LA VALEUR DE LA FONCTION DE PRANDTL MEYER CORRESPONDANT
C AU NOMBRE DE MACH DE SORTIE
C
      AMM=DSQRT(AMS*AMS-1)
      ANU_S=FACT3*DATAN(AMM/FACT3)-DATAN(AMM)
      ANU_S=ANU_S/PI180
C
C CALCUL DE L'INCLINAISON DU CORPS CENTRAL PAR RAPPORT A LA VERTICAL
C
      PSI=90-ANU_S
C
C RESULTATS A LA SORTIE DE LA TUYERE
C
      PHI_S=DASIND(1/AMS)
C
C AUTRES RESULTATS AU POINT DE COMMENCEMENT DE CALCUL
C
      ANU_E=0.0
      AMU_E=90.0
      PHI_E=90-PSI-ANU_E+AMU_E
C
C AFFECTATION LES RESULTATAS AU POINT DE DEPART DE CALCUL
C
      PHI_P=PHI_E
      ALAMD_P=ALAMD_E
C
      X_P=ALAMD_P*DCOSD(PHI_P)
      Y_P=ALAMD_P*DSIND(PHI_P)+YC
C
      X_E=X_P ; Y_E=Y_P
      AMU_P=90.0 ; TH_P=PHI_P-AMU_P ; R_P_P=R_P_C
      ANU_P=ANU_E
C
C INITIALISATION LES PARAMETRES DE DIMENSIONNEMENT A ZERO
C LA MASSE DE LA TUYERE ET LA FORCE DE PRESSION AINSI
C QUE LA MASSE DE FLUIDE DANS LE DIVERGENT
C
C ALONG... LONGUEUR DE LA TUYERE
C ALARC... LONGUEUR DE L'ARC DE LA TUYERE
C FP.....FORCE DE PRESSION
C AMASSE.....MASSE DE LA TUYERE
C AMASSE_ECO....MASSE DE L'ECOULEMENT
C
      ALONG=0.0
      ALARC=0.0
      FP=0.0
      AMASSE=0.0
      AMASSE_ECO=0.0
C
C CALCUL POUR LA TUYERE A GAMA CONSTANT
C

```

```

C DM... LE PAS CHOISI POUR FAIRE LE CALCUL
C
      DM=(AMS-1.00)/(NP-1)
      DO 107 I=1,NP
          IRES=MOD(I,100000) ; IF(IRES.EQ.0) WRITE(*,*) 'I=',I
C
C CALCUL DES PARAMETRES DE L'ECOULEMENT AU POINT SUIVANT
C DE LA PAROI AINSI QUE LA DETERMINATION DE SA POSITION
C
C AM_N...NOMBRE DE MACH AU POINT SUIVANT
C AMU_N...ANGLE DE MACH AU POINT SUIVANT
C ANU_N...FONCTION DE PRANDTL MEYER AU POINT SUIVANT
C PHI_N...ANGLE POLAIRE DU POINT SUIVANT
C TH_N...ANGLE DE DEVIATION DE L'ECOULEMENT AU POINT SUIVANT
C ALAMD_N...RAYON POLAIRE AU POINT SUIVANT
C X_N... ABSCISSE DU POINT SUIVANT
C Y_N... ORDONNE DU POINT SUIVANT
C R_T_N...RAPPORT DE TEMPERATURE AU POINT SUIVANT
C R_P_N...RAPPORT DE PRESSION AU POINT SUIVANT
C R_R_N...RAPPORT DE DENSITE AU POINT SUIVANT
C
      AM_N=1.00+DM*(I-1) ; AMU_N=DASIND(1/AM_N)
      AMM=DSQRT(AM_N*AM_N-1)
      ANU_N=FACT3*DATAN(AMM/FACT3)-DATAN(AMM)
      ANU_N=ANU_N/PI180
C
      PHI_N=90-PSI-ANU_N+AMU_N
      TH_N=PHI_N-AMU_N
C
      VALEUR=ANU_S-ANU_P
      ANOMI=ALAMD_P*DSIND(VALEUR-PHI_P)
      DENO=DSIND(VALEUR-PHI_N)
      ALAMD_N=ANOMI/DENO
C
      X_N=ALAMD_N*DCOSD(PHI_N)
      Y_N=ALAMD_N*DSIND(PHI_N)+yc
C
C DETERMINATION DE LA LONGUEUR DU SEGMENT RELIANT LES POINTS N ET P
C
      XX=X_N-X_P ; YY=Y_N-Y_P
      ALONG=ALONG+XX
C
C DETERMINATION DE LA MASSE DU SEGMENT RELIANT LES POINTS N ET P
C DE LA TUYERE
C
      ALSEG=DSQRT(XX**2+YY**2)
      ALARC=ALARC+ALSEG
C
C DETERMINATION LES RAPPORTS THERMODYNAMIQUES AU POINT
C CONSIDERE DE LA TUYERE
C
      VAL=1+FACT1*AM_N*AM_N

```

```

R_T_N=VAL**PS1 ; R_R_N=VAL**PS2 ; R_P_N=R_T_N*R_R_N
C
C DETERMINATION DE FORCE DE PRESSION EXERCEE SUR LE SEGMENT
C RELIANT LES POINTS N ET M DE LA TUYERE
C
RPRESSION_MOY=CPRE*R_P_P+CCPRE*R_P_N
TH_MOY=CTH*TH_M+CCTH*TH_N
FP=FP+RPRESSION_MOY*ALSEG*DSIND(TH_MOY)
C
C AFFECTATION LES RESULTATS DE NOUVEAU POINT N A L'ANCIEN POINT M
C
R_P_P=R_P_N
TH_P=TH_N
X_P=X_N ; Y_P=Y_N
PHI_P=PHI_N ; ALAMD_P=ALAMD_N
ANU_P=ANU_N
R_R_P=R_R_N
C
C DETERMINATION DE LA MASSE DE L'ECOULEMENT QUI SE TROUVANT DANS LE
C DIVERGENT
C
AIRE_TRI=0.5*(X_N*(Y_P-YC)-X_P*(Y_N-YC))
AMASSE_TRI=(R_R_N+R_R_P)/2*AIRE_TRI
AMASSE_ECO=AMASSE_ECO+AMASSE_TRI
C
107 CONTINUE
C
C DETERMINATION DE LA MASSE DE L'ECOULEMENT SE TROUVANT DANS LE
C TRIANGLE UNIFORME DU DIVERGENT
C
AIRE_TRI=(X_N*(Y_N-YC))/2
AMASSE_TRI=R_R_N*AIRE_TRI
AMASSE_ECO=AMASSE_ECO+AMASSE_TRI
C
C DETERMINATION LES RESULTATS A LA SECTION DE SORTIE
C
PHI_S=PHI_N ; ALAMD_S=ALAMD_N
Xtuyere=X_N ; ACOL=2*DSQRT(X_E*X_E+(Y_E-YC)**2)
ASORTIE=2*Y_N-2*Yc
RAPPORT=ASORTIE/ACOL
C
FP=2*FP
AMASSE=2*ALARC
AMASSE_ECO=2*AMASSE_ECO
C
C_MASS=AMASSE/ACOL
CF=FP/ACOL
TH_E=ANU_S
RE=RAPPORT-(Y_E-YC)
C
WRITE(*,515) RAPPORT,ALAMD_E,
+ALAMD_S,ALONG,Xtuyere,
+C_MASS,CF,ACOL,

```

```
+ASORTIE,X_E,Y_E,TH_E,  
+AMASSE_ECO,PHI_E,PHI_S,  
+PSI,RE  
WRITE(1,515) RAPPORT,ALAMD_E,  
+ALAMD_S,ALONG,Xtuyere,  
+C_MASS,CF,ACOL,  
+ASORTIE,X_E,Y_E,TH_E,  
+AMASSE_ECO,PHI_E,PHI_S,
```

C

```
STOP  
515 FORMAT(5X,'AS/A* (Calculé)=' ,F15.10/  
+5X,'ALAMD_E=' ,7X,F15.10/  
+5X,'ALAMD_S=' ,7X,F15.10/  
+5X,'ALONG=' ,9X,F15.10/  
+5X,'Xtuyere=' ,9X,F15.10/  
+5X,'C_MASS=' ,8X,F15.10/  
+5X,'CF=' ,12X,F15.10/  
+5X,'ACOL=' ,10X,F15.10/  
+5X,'ASORTIE=' ,7X,F15.10/  
+5X,'X_E=' ,11X,F15.10/  
+5X,'Y_E=' ,11X,F15.10/  
+5X,'TH_E=' ,10X,F15.10/  
+5X,'AMASSE_ECO=' ,4X,F15.10/  
+5X,'PHI_E=' ,9X,F15.10/  
+5X,'PHI_S=' ,9X,F15.10/  
+5X,'PSI=' ,11X,F15.10)  
END
```

## REFERENCES

1. Anderson J. D. Jr., "Fundamentals of Aerodynamics", McGraw-Hill Book Company, New York, 1988.
2. Anderson J. . Jr., "Modern Compressible Flow: With Historical Perspective", McGraw Hill Book company, New York, 1982.
3. Besnard, H., Chen. H. and Mueller, T., "Design, manufacturing and test of a plug nozzle rocket engine", AIAA-02-4038, California, 2002.
4. Bourgoing. A., "Instationnarité et dissymétrie d'un écoulement supersonique décolle dans une tuyère plane", Thèse de doctorat en mécanique des fluides de l'université Paris 6, 20 juin 2002.
5. Eutamen, S., "Etude de l'écoulement d'un fluide compressible dans une tuyère", Mémoire de magister, Département génie mécanique, Université Mentouri, Constantine, Juin 2006.
6. Geoining M., "Nozzle Design Optimization by Method-of-Characteristics," AIAA-1990-2024, 26<sup>th</sup> AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference, Orlando, Florida, July 16-18, 1990.
7. Hagemann, G., Immich, H., Van Nguyen, T. and Dumnov G. E., "Advanced Rocket Nozzles", Journal of Propulsion and Power, Vol. 14, n° 5,(September-October 1998).
8. Mousli, M. F., "Conception des tuyères supersoniques à corps central type à bouchon « Plug Nozzle »", Mémoire de DUEA, Institut d'Aéronautique, Université de Blida, juillet 2002.
9. Reijasse, Ph., James. Ph. and Vuillermoz. P., "Dimensionnement des tuyères moteurs-fusées objectives et contraintes", Symposium International AAAF-Véhicules et systèmes de rentrée atmosphérique Arcachon, France, 26-29 mars 2001.
10. Reijasse, Ph., "Aérodynamique des tuyères propulsives en sur-détente : décollement libre et charges latérales en régime stabilisé", Thèse de doctorat en mécanique des fluide de l'université Paris, 6 septembre 2005.

11. Rao G. V. R., "Contoured Rocket Nozzles", Proc. 9<sup>th</sup> Int. Astro-Fed. Congress, Amsterdam, 1958.
12. Rao G. V. R., "Spike Nozzle Contour for Optimum Thrust", Ballistic Missile and Space Technology; edited by C. W. Morrow, Vol. 2, Pergamon Press, New York, PP. 92-101, 1961.
13. Shahrokhi, A. and Noori, S., "Flow Field Characteristics of an Aerospike Nozzle, Using Different Turbulence Models", JAST, Vol. 8, n° 2, (2011), 27-133.
14. Shahrokhi, A. and Noori, S., "Survey of central plug shape of the aerospike nozzle", 17<sup>th</sup> Australasian Fluid Mechanics Conference Auckland, New Zealand, 5-9 December 2010.
15. Shapiro A. H., "Compressible Fluid Flow", Vol. 1, New York, the Ronald Press, 1953.
16. Shapiro A. H., "The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow", Vol. 1, The Ronald Press Company, New York, 1953.
17. Sutton G. P., "Rocket Propulsion Elements", sixth edition, California, 1992.
18. Zebbiche, T., " Conception et dimensionnement des tuyères supersoniques de propulsion", Thèse de doctorat d'état, Département Aéronautique, Université SAAD Dahleb de Blida, 25 juin 2007.
19. Zebbiche T., "New Generalized Form of the Prandtl Meyer Function. Application for Air at High Temperature," AIAA-2006-3674, 25<sup>th</sup> Applied Aerodynamics Conference, San Francisco, California, 5-8 Jun 2006..
20. Zebbiche T., "Supersonic Plug Nozzle Design," AIAA-2005-4490, 41<sup>st</sup> AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, Tucson, Arizona, July 10-13, 2005.
21. Zebbiche T. and Youbi Z., "Supersonic Plug Nozzle Design at High Temperature. Application for Air," AIAA-2006-0592, 44<sup>th</sup> Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 9-12 Jan. 2006, Reno Nevada, Reno Hilton, USA.

22. Cours mécanique des fluides, Ecoulements compressibles, IUT-GTE-Marseille 2011-12.
23. Aero 2006 supersonique.
24. *ENSAM: Cours « Aérodynamique des tuyères supersoniques » P.Reijasse, Nov. 2007.*
25. *[http://en.wikipedia.org/wiki/Expansion\\_deflection\\_nozzle](http://en.wikipedia.org/wiki/Expansion_deflection_nozzle).*