



4.629.1.201.1



République Algérienne Démocratique et populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la recherche scientifique

Université de Blida 1, Saad Dahleb  
Institut d'Aéronautique et des Etudes Spatiales

Département : Navigation aérienne



# Mémoire de fin d'études

En vue de l'obtention du diplôme master en aéronautique

Option : CNS-ATM

Communication, Navigation et Surveillance air trafic management

## THEME

Etude et Simulation d'une Chaîne  
d'égalisation

Réalisé par :  
M<sup>lle</sup>. Chaachoua Sameut kheira  
Mr. Benyahia Tadj

Dirigé par :  
Dr. Otmane Fadhéla

# SOMMAIRE

<b><u>Introduction générale</u></b> .....	01
---	----

## **Chapitre I: L'égalisation en télécommunications**

### **Introduction**

1 .Chaine de transmission.....	03
2. Canal de transmission	
- Types	
- Effets.....	04
3. Notions sur l'égalisation	
- Définition	
- Méthodes.....	07
- Principe.....	08
- Classification.....	09
- Avantages.....	10

## **Chapitre II: filtres optimaux et prédiction linéaire**

### Introduction

1. Processus et modèles stochastiques.....	11
- Classes de processus.....	15
- Modèles MA.....	18
- Modèles ARMA.....	19
- Modèle AR.....	19
- Equations de yulewalker.....	20
2. Prédiction linéaire.....	21
3. Algorithme de levinson durbin.....	25
4. Algorithme des moindres carrés.....	28

## **Chapitre III: Résultat de simulation**

1. Signal test: séquence SBPA.....	29
Canal de Transmission	
2. Egaliseur de Yule Walker.....	34
3. Egaliseur des moindres carrés simples.....	36

### **Conclusion générale**

## REMERCIEMENT

*est avec un grand plaisir qu'on réserve ces lignes en signe de reconnaissance à tous ceux qui ont de près ou de loin contribué à rendre ce travail possible. Même si des fois nos expressions nous trahissent et n'expriment pas réellement nos sentiments les plus sincères.*

*Notre profonde gratitude va en premier, à Allah le tout puissant, le miséricordieux de nous avoir donné la force et la patience d'arriver à mettre ce travail à terme.*

*Puis; on voudrait remercier notre encadreur*

*Dr. Otmane Fadhéla*

*pour son aide et pour la confiance qu'il a mise en nous, qu'il trouve ici toute notre gratitude et surtout notre parfaite considération de l'intérêt qu'il portait à ce travail depuis sa proposition de ce sujet.*

*on remercie très sincèrement, les membres de jury d'avoir bien voulu accepter de faire partie de la commission d'examination.*

*A toute personne qui a participé de près ou de loin pour l'accomplissement de ce modeste travail.*

*merci à vous tous*

## DÉDICACE

*Je dédie ce mémoire de fin d'études*

*A*

*Mon très cher père et ma très chère mère*

*en témoignage de ma reconnaissance envers le soutien, les  
sacrifices et tous les*

*efforts qu'ils ont fait pour mon éducation ainsi que ma  
formation.*

*A*

*Mes chère sœurs et frères*

*A*

*tous ceux qui ont une relation de proche ou de loin  
avec la réalisation du présent rapport.*

*kfi. Chaachoua sameut*

## INTRODUCTION GENERALE:

Depuis plusieurs années, l'utilisation croissante des systèmes de communication numérique motive la recherche et le développement de solutions permettant la transmission de données à haute vitesse à travers des canaux à bande passante limitée. Aussi, Les performances d'un système de transmission numérique s'expriment en termes de FIABILITE. Elle peut être assurée par :

a) le codage de canal, ou codage correcteur d'erreur (« Forward Error Correction » FEC) (Cours de V. Meghdadi, M1) qui introduit de la redondance dans le message émis.

b) l'égalisation qui permet d'exploiter au mieux la bande passante du canal en compensant en réception les distorsions introduites par le milieu de transmission, les équipements électroniques etc...

Il existe en fait deux approches :

c) une approche optimale (algorithme de Viterbi : cours de JP Cances) qui consiste à déterminer les données émises, par l'application du critère du Maximum de Vraisemblance (MV) ; c'est une méthode souvent lourde en complexité.

d) une approche sous optimale qu'on appelle EGALISATION :

- en l'absence de bruit, l'égaliseur est un simple filtre inverse dont le rôle est de rendre plate la réponse fréquentielle de l'ensemble (canal + égaliseur)
- en présence de bruit, le filtre inverse amplifie le bruit et un autre critère est utilisé afin d'effectuer un compromis entre réduction du bruit et des interférences (Critère de l'erreur quadratique moyenne).

Le point de départ de ce mémoire est justement, d'analyser les raisons du dysfonctionnement, de chercher des améliorations et de proposer une solution.

Pour ce, Nous avons répartie notre travail en trois (03) chapitres:

Tout d'abord, le premier chapitre introduit quelques notions théoriques liées à l'analyse du sujet. On présente ainsi les éléments fondamentaux d'une chaîne de transmission numérique, le canal de transmission, des Notions sur l'égalisation et le principe de l'égalisation ainsi que quelques méthodes et structures couramment employées.

Le deuxième chapitre, nous allons voir une étude générale sur les filtres optimaux et prédiction linéaire: Processus et modèles stochastiques, Prédiction linéaire, Algorithme de Levinson Durbin et finalement l'Algorithme des moindres carrés.

A partir des chapitres précédents et de la revue de littérature, le dernier chapitre propose une solution basée sur un programme en **Matlab** qui permet de proposer quatre (04) axes d'améliorations :

- I. Processus et modèles stochastiques
- II. Prédiction linéaire
- III. Algorithme de Levinson Durbin
- IV. Algorithme des moindres carrés

Finalement, la conclusion générale synthétise le travail effectué, récapitule les résultats obtenus et ouvre la voie à différentes perspectives de recherche.

# CHAPITRE I

## L'égalisation En Télécommunications

## 1. Chaîne de transmission :

**Définition**: Une chaîne de transmission est l'ensemble des dispositifs permettant le transport d'une information sur des distances souvent importantes.

Une chaîne de transmission comprend trois éléments essentiels [1]:

- une source
- un canal de transmission
- un destinataire

Exemple : conversation téléphonique

## 2. Canal de transmission:

Un canal de transmission est un média de transmission d'information. Il relie la source au destinataire et permet l'acheminement du message.

### 2.1 Types:

Dans le domaine de la transmission du signal, le problème qui se pose est celui de définir le type de support de ce signal devant relier l'émetteur au récepteur sans déformer le signal véhiculé et sans atténuer [2]. Ces supports de transmission du signal sont appelés canaux de transmission, il existe trois types de canaux à savoir:

- Les lignes de transmission
- Les guides d'onde
- Les filtres optiques

En propagation libre il y'a un seul type appelé propagation hertzienne (via les antennes).

### **2.3 Effets:**

Le signal capté par un récepteur n'est en général pas identique au signal émis: celui-ci a pu subir des déformations; Ces déformations peuvent être une disparition des composantes aux fréquences élevées (les variations rapides), des échos, des atténuations sélectives de certaines fréquences, etc...

Le récepteur capte aussi des signaux parasites qui seront en général interprétés comme un bruit additif [3].

### **3. Notions sur l'égalisation:**

#### **3.1 Définition:**

Si le canal de transmission avait une atténuation constante et un déphasage linéaire sur la bande du signal, il ne modifierait pas la forme des impulsions émises et le récepteur recevrait tout simplement une version bruitée du signal émis. En pratique, ces deux conditions ne sont que très rarement vérifiées et la réponse du canal a besoin d'être égalisée pour éliminer la distorsion du signal reçu [4]. Par ailleurs, la réponse du canal est en général inconnue et, de plus, susceptible de varier au cours du temps. Son égalisation nécessite alors un égaliseur adaptatif capable de s'adapter au canal et de poursuivre ses variations temporelles. Dans ce paragraphe, nous allons d'abord donner un modèle discret du canal de transmission et nous décrirons ensuite les structures d'égaliseur et les algorithmes d'adaptation.

#### **3.2 Principe de l'égalisation:**

Comme expliqué au chapitre précédent, les canaux de communication peuvent être caractérisés par des filtres linéaires à bande passante  $W$  [5] limitée avec une réponse en fréquence telle que :

$$H_c(f) = |H_c(f)|e^{j\theta_c(f)} \dots\dots\dots(1)$$

Où  $|H_c(f)|$  et  $\theta_c(f)$  correspondent respectivement à la réponse en amplitude et en phase du canal. Considérons dans un premier temps que le canal est idéal :  $|H_c(f)|$  est constante et  $\theta_c(f)$  est linéaire en fonction de la fréquence, c'est-à-dire que les délais sont constants pour toutes les composantes spectrales [1,2] Pour que les symboles soient transmis sans interférences, il faut que la fonction de transfert globale de la chaîne de transmission respecte le premier critère de Nyquist [2], soit :

$$h(n \cdot T_s) = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 0 \\ 0 & \text{si } n \neq 0 \end{cases} \dots\dots (2)$$

Ou sur le plan fréquentiel :  $\sum_n H \left[ f - \frac{n}{T_s} \right] = T_s \dots\dots\dots (3)$

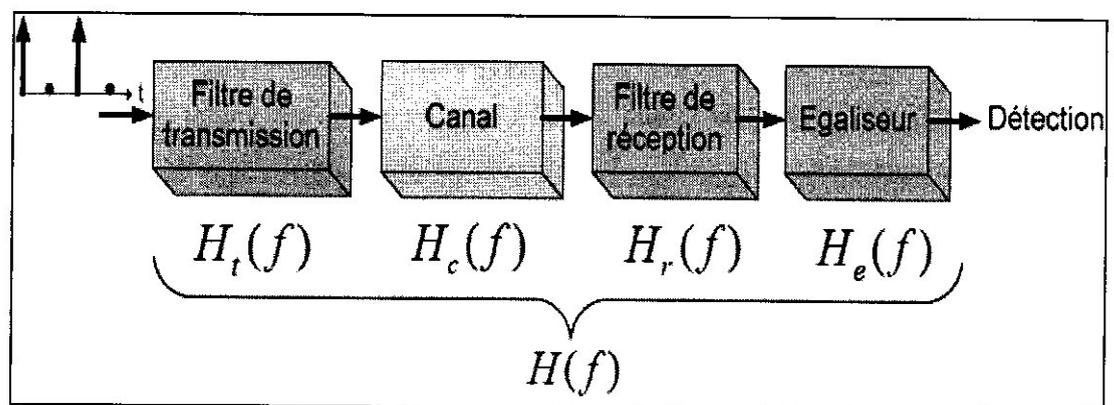
De plus, la bande passante du canal étant limitée, il est nécessaire de réduire la largeur de bande du signal à transmettre. On utilise donc un filtre spécifique qui permet d'adapter le signal au canal en vérifiant la 1<sup>ère</sup> condition de Nyquist énoncée en (3) Une forme de filtre particulièrement utilisée est celle avec une réponse en cosinus surélevée [2]. En pratique, ce filtre est réparti entre l'émetteur (filtre de transmission) et le récepteur (filtre de réception) et chacun à une réponse en racine de cosinus surélevée.

Dans le cas d'un canal idéal, si l'impulsion reçue vérifie ce premier critère de Nyquist et que le récepteur est parfaitement synchronisé avec l'émetteur, il suffit de comparer les amplitudes du signal à des seuils pour restituer les symboles transmis.

Par contre, si l'amplitude du canal n'est pas constante et que sa phase est non linéaire, on retrouve des distorsions en amplitude et de phase. Dans les canaux à évanouissements comme celui de Rummler, on retrouve généralement ces deux phénomènes de distorsion [1]

Les impulsions émises sont alors étalées par le canal et se chevauchent à la réception ce qui conduit à des interférences entre symboles. En plus des évanouissements, le bruit et la bande limitée du canal conduisent à des erreurs d'interprétations sur les symboles au niveau du récepteur et dégradent la qualité de la transmission [2]. Le phénomène d'évanouissements multi-trajets constitue la principale limitation pour transmettre de façon fiable des données à grande vitesse dans des canaux à bande passante limitée [2]. Il faut donc mettre en place un système dans la chaîne de réception pour diminuer ces distorsions et limiter les IES : c'est le rôle de l'égaliseur. D'une manière générale, l'égalisation se réfère aux techniques de traitement du signal ou de filtrage qui permettent d'éliminer ou de réduire les IES.

La Figure (01) représente la fonction de transfert globale de la chaîne de transmission.



**Figure (01) :** Modèle d'une chaîne de transmission en bande de base.

D'après (3), il faut que :

$$\sum_n H_t\left(f - \frac{n}{T_s}\right) \cdot H_c\left(f - \frac{n}{T_s}\right) \cdot H_r\left(f - \frac{n}{T_s}\right) \cdot H_e\left(f - \frac{n}{T_s}\right) = T_s$$

Si  $H_c(f) \cdot H_e(f) = 1$ , les fonctions de transfert du filtre de transmission  $H_t(f)$  et de Réception  $H_r(f)$  permettent de satisfaire le 1<sup>er</sup> critère de Nyquist dans (4) et donc de transmettre les symboles sans interférence.

L'égaliseur idéal doit donc avoir une fonction de transfert inverse à celle du canal [2], c'est-à-dire:

$$H_e(f) = \frac{1}{H_c(f)} = \frac{1}{|H_c(f)|} e^{-j\theta_c(f)}$$

En transmission numérique, il existe plusieurs techniques et différentes structures pour réaliser des égaliseurs. De plus, quand le canal est inconnu ou que ses caractéristiques varient dans le temps, l'égaliseur doit adapter sa fonction de transfert pour essayer de satisfaire l'équation (5) et diminuer au maximum les distorsions.

### **3.3 Méthodes d'égalisation :**

L'égalisation est réalisée avec des méthodes qui peuvent être regroupées en deux grandes catégories [1].

Tout d'abord, les solutions basées sur le critère de détection de la séquence à maximum de Vraisemblance. Dans ce cas, l'égaliseur réalise des mesures de la réponse impulsionnelle et fournit une moyenne pour ajuster le récepteur à l'environnement de transmission. L'objectif étant de permettre au détecteur de faire les bonnes estimations sur les séquences d'impulsions distordues par le canal [1]. Un exemple de cette méthode est l'égaliseur de Viterbi. C'est la

solution optimale par rapport aux probabilités d'erreur de transmission [1]. Par contre, dans un canal avec IES, un tel égaliseur demande des ressources en puissance de calcul qui augmentent exponentiellement avec la longueur de la dispersion temporelle. Ce type d'égaliseur ne fait pas partie de l'étude de ce mémoire et si besoin, on pourra se référer à la littérature.

L'autre solution qui est la plus répandue consiste à réaliser l'égalisation par filtrage [1].

Dans ce cas, le détecteur du récepteur reçoit une suite de symboles qui ont été modifiés par l'égaliseur afin de corriger et d'éliminer les IES. La complexité en puissance de calcul de ce type de solutions augmente de manière linéaire avec la dispersion du canal. Elles sont donc avantageuses par rapport aux méthodes MLSE. Cette technique peut aussi être divisée en plusieurs catégories, en particulier en fonction de la structure et du mécanisme de mise à jour des coefficients de l'égaliseur.

### **3.4 Principales structures d'égaliseurs:**

La fonction principale des égaliseurs est d'inverser la réponse impulsionnelle estimée du canal de transmission sélectif en fréquence. Les architectures des égaliseurs employées en pratique sont nombreuses, on peut citer :

- une première technique appelée détection suivant la séquence la plus vraisemblable « *Maximum likelihood séquence estimation (MLSE)* » qui donne d'excellents résultats sous réserve que le canal soit connu ou bien estimé,
- les égaliseurs linéaires « *Linear Equalizer (LE)* » [6]: les performances de ces égaliseurs dégradent remarquablement lorsque les conditions de propagation se dégradent, et
- les égaliseurs à retour de décision « *Décision feedback equalizer (DFE)* » : employés pour les canaux sévèrement dégradés.

Pour l'optimisation des coefficients d'égaliseurs, il existe essentiellement deux critères :

- le premier critère consiste à forcer la réponse impulsionnelle du couple canal égaliseur à zéro sauf à  $t = 0$  : cette approche d'égalisation est appelée forçage à zéro « *Zéro forcing (ZF)* ». Elle est extrêmement sensible au bruit.

- Le deuxième critère consiste à adapter les coefficients de l'égaliseur par la minimisation de l'erreur quadratique moyenne entre la séquence égalisée et la séquence estimée.

Cette approche est appelée erreur quadratique moyenne minimale (EQMM) « *Minimum mean Square Error (MMSE)* ».

Dans cette section, nous présentons brièvement les structures d'égaliseurs [5] : l'égaliseur linéaire (LE), l'égaliseur à retour de décision (DFE), l'égaliseur annuleur d'interférence (AI) et l'égaliseur basé sur une structure en treillis.

### **3.5 Classification:**

Un problème d'égalisation est donc un problème de filtrage. En général, on classe les égaliseurs en deux grandes catégories [7] :

e) les égaliseurs linéaires ou transverses

f) les égaliseurs non linéaires ou à retour de décision

On peut également grouper les égaliseurs suivant qu'ils sont :

g) déterminés à l'avance (lorsque le canal est connu et ne varie pas)

h) adaptatifs (lorsque par exemple le canal varie au cours du temps) .On distingue dans ce cas deux catégories : les égaliseurs adaptatifs par séquence d'apprentissage (connue du récepteur) pour assurer la convergence [8] et les égaliseurs sans séquence d'apprentissage ou autodidactes.

### **3.7 Performances:**

Le critère du minimum de la probabilité d'erreur est le plus adapté dans tout système de Communication numérique. Mais en pratique il est difficile de réaliser des dispositifs sur ce critère, on a donc besoin d'autres indicateurs de performance [9].

- a) l'EQM (Erreur Quadratique Moyenne) : utilisée comme critère dans la conception de certains égaliseurs, elle permet également de chiffrer les performances d'un égaliseur.
- b) Le diagramme de l'œil : obtenu en superposant toutes les trajectoires possibles de la sortie du canal ou de l'égaliseur sur une durée symbole. Il est utilisé pour mesurer qualitativement le degré d'Interférence Entre Symboles (IES).
- c) Les interférences résiduelles : en sortie de l'égaliseur, il est intéressant de quantifier le taux d'interférences résiduelles. Cette donnée permet de chiffrer l'écart entre la réponse globale (chaîne + égaliseur) et celle d'un Dirac.

# CHAPITRE II

Filtres Optimaux  
et  
Prédiction Linéaire

### 1. Processus stochastiques discrets:

On s'intéresse dans ce chapitre aux outils de description des processus stochastiques discrets, échantillonnés de façon uniforme dans le temps. Ou l'on considère une séquence :  $u(n), u(n-1), \dots, u(n-M)$  (2.1) comme une réalisation particulière de  $M+1$  échantillons d'un processus aléatoire, où  $n$  représente le temps discret. Bien sûr, en théorie, un processus stochastique n'est pas associé à une seule réalisation mais à un nombre infini de réalisations sur lesquelles on peut faire des calculs statistiques, pourvu que l'on connaisse la distribution de probabilité [9].

En pratique, on supposera fréquemment que le processus est stationnaire, au moins au sens large (à l'ordre 2). Les propriétés (et grandeurs) statistiques sont alors indépendantes de  $n$ .

On supposera aussi fréquemment que le processus est ergodique, ce qui permet d'approcher les moyennes statistiques par des moyennes temporelles.

#### 1.2 Matrices d'auto-corrélation:

Soit  $u(n)$  le terme général (réel ou complexe) d'une série temporelle stationnaire au second ordre. On note  $\mathbf{u}(n)$  le vecteur de taille  $M \times 1$  :

$$\mathbf{u}(n) = (u(n), u(n-1), \dots, u(n-M+1))^T \quad (2.2)$$

Où  $T$  représente la transposition [10].

##### 1.2.1 Matrice d'auto-corrélation:

Si les valeurs de la série  $u(n)$  sont à valeurs complexes, on définit la matrice d'auto-corrélation comme:

$$\mathbf{R}_{uu} = E[\mathbf{u}(n)\mathbf{u}(n)^H] = \begin{pmatrix} R_{uu}(0) & R_{uu}(1) & \dots & R_{uu}(M-1) \\ R_{uu}(-1) & R_{uu}(0) & & \vdots \\ \vdots & & & \\ R_{uu}(-M+1) & & & R_{uu}(0) \end{pmatrix}$$

Où \* représente l'opérateur de conjugaison, H représente la transposée conjuguée,  $R_{uu}(k) = E[u(n)u^*(n-k)]$ . Cette matrice possède la symétrie hermitienne, c'est-à-dire qu'elle vérifie :

$$R_{uu} = R_{uu}^H = \begin{pmatrix} R_{uu}(0) & R_{uu}(1) & \dots & R_{uu}(M-1) \\ R_{uu}^*(1) & R_{uu}(0) & & \vdots \\ \vdots & & & \\ R_{uu}^*(M-1) & & & R_{uu}(0) \end{pmatrix}$$

Pour montrer la propriété de symétrie hermitienne, il suffit de montrer que  $R_{uu}(k) = R_{uu}^*(-k)$  :

$$\begin{aligned} R_{uu}(k) &= E[u(n)u^*(n-k)] \\ &= E[u^*(n)u(n-k)]^* \\ &= E[u(n-k)u^*(n)]^* \\ &= R_{uu}^*(-k). \end{aligned}$$

Dans le cas de signaux réels, la matrice est définie par  $R_{uu} = E[u(n)u(n)^T]$  qui possède la Symétrie simple,

C'est-à-dire  $R_{uu} = R_{uu}^T$  :

$$R_{uu} = E[u(n)u(n)^T] = \begin{pmatrix} R_{uu}(0) & R_{uu}(1) & \dots & R_{uu}(M-1) \\ R_{uu}(1) & R_{uu}(0) & & \vdots \\ \vdots & & & \\ R_{uu}(M-1) & & & R_{uu}(0) \end{pmatrix}$$

### 1.2.2 Propriétés de la matrice d'auto-corrélation

1. La matrice d'auto-corrélation d'un processus stochastique discret stationnaire est une matrice de Toeplitz, c'est-à-dire dont les diagonales sont constituées d'éléments identiques [10].
2. La matrice d'auto-corrélation est hermitienne.

Pour des signaux à valeurs complexes, on a donc les relations suivantes :

$$R_{uu} = R_{uu}^H$$

$$R_{uu}(-k) = R_{uu}^*(k).$$

Pour des signaux à valeurs réelles, les relations précédentes deviennent simplement :

$$R_{uu} = R_{uu}^T$$

$$R_{uu}(-k) = R_{uu}(k).$$

3. La matrice d'auto-corrélation d'un processus stochastique discret stationnaire est toujours définie, non négative, et presque toujours définie positive.

En effet, soit  $x$  un vecteur quelconque de taille  $M \times 1$ , on note [11]:

$$y = x^H u(n) = u^T(n) x^*$$

Et

$$y^* = u^H(n) x.$$

On a alors :

$$E [yy^*] = E [|y|^2]$$

$$= E [x^H u(n) u^H(n) x]$$

$$= x^H E [u(n) u^H(n)] x$$

$$= x^H R_{uu} x.$$

Puisque  $E[|y|^2] \geq 0$ , la forme hermitienne  $x^H R_{uu} x \geq 0$ , c'est-à-dire qu'elle est définie non négative.

De plus, si pour  $x \neq 0$ , la forme satisfait  $x^H R_{uu} x > 0$ , alors la matrice  $R_{uu}$  est définie positive. Cette condition est généralement remplie, à moins qu'il n'y ait des dépendances linéaires entre les  $u(n), \dots, u(n-M+1)$ .

4. Si on ordonne les composantes du vecteur  $u(n)$  de façon inverse, c'est-à-dire si on note  $u^B(n) = (u(n-M+1), \dots, u(n-1), u(n))^T$ , la matrice d'auto-corrélation de  $u^B$  vérifie [12]

$$R_u B_u B = R_{uu}^T.$$

En effet,  $R_u B_u B$  s'écrit par définition :

$$R_{u^B u^B} = E[u^B(n) u^B(n)^H] = \begin{pmatrix} R_{uu}(0) & R_{uu}^*(1) & \dots & R_{uu}^*(M-1) \\ R_{uu}(1) & R_{uu}(0) & & \vdots \\ \vdots & & & \\ R_{uu}(M-1) & & & R_{uu}(0) \end{pmatrix}$$

$$D'où  $R_u B_u B = R_{uu}^T$$$

Dans le cas de signaux réels, compte tenu de la symétrie de  $R_{uu}$ , on a simplement

$$R_u B_u B = R_{uu}$$

5. Les matrices d'auto-corrélation de  $u(n)$  de dimensions  $M$  et  $M+1$ , notées respectivement  $R_M$  et  $R_{M+1}$  (en omettant l'indice  $uu$  pour simplifier l'écriture) sont liées par la relation :

$$R_{M+1} = \begin{pmatrix} R_{uu}(0) & \vdots & r^H \\ \dots & \vdots & \dots \\ r & \vdots & R_M \end{pmatrix}$$

Ou bien encore:

$$R_{M+1} = \begin{pmatrix} R_M & \vdots & r^{B*} \\ \dots & \vdots & \dots \\ r^{BT} & \vdots & R_{uu}(0) \end{pmatrix}$$

avec  $r = E[u(n)u^*(n+1)]$ ,  $r^H = (R_{uu}(1)R_{uu}(2) \dots R_{uu}(M))$  et  $r^{BT} = (R_{uu}(-M)R_{uu}(-M+1) \dots R_{uu}(-1))$ .

### 1.3. Modèles stochastiques

Trois types de modèles de filtres sont considérés :

- filtres auto-régressifs (AR),
- filtres à moyenne mobile (MA, pour *moving average*),
- filtres ARMA.

#### 1.3.1 Modèles auto-régressifs (AR)

Un signal  $\{u(n)\}$  est la réalisation d'un processus auto-régressif d'ordre  $M$  si  $u(n)$  s'écrit :

$$u(n) = \sum_{k=1}^M w_k u(n-k) + v(n)$$

où les  $w_k$ ,  $k = 1, \dots, M$  sont les coefficients du modèle et  $v(n)$  est un bruit blanc.

On peut aussi écrire [9]:

$$u(n) - \sum_{k=1}^M w_k u(n-k) = v(n)$$

ou bien, en posant  $a_0 = 1$  et  $a_k = -w_k$ ,  $k = 1, \dots, M$ :

$$\sum_{k=0}^M a_k u(n-k) = v(n).$$

Enfin, en utilisant l'opérateur de retard  $z^{-1}$ , on peut écrire :

$$\begin{aligned} u(n) &= \sum_{k=1}^M w_k z^{-k} u(n) + v(n) \\ v(n) &= u(n) [1 - \sum_k w_k z^{-k}] \end{aligned}$$

Soit en utilisant les notations  $a_k$ :

$$\begin{aligned} u(n) [1 - \sum_k w_k z^{-k}] &= v(n) \\ H_A(z) u(n) &= v(n) \end{aligned}$$

Avec :

$$H_A(z) = \sum_{k=0}^M a_k z^{-k}.$$

Cette équation donne la relation entre un échantillon  $v(n)$  et  $u(n)$ . Pour les séquences  $\{v(n)\}$  et  $\{u(n)\}$ , en notant:

$$U(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} u(n) z^{-n} \text{ et } V(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} v(n) z^{-n},$$

On a :

$$H_A(z)U(z) = V(z).$$

On peut interpréter ce résultat de deux façons :

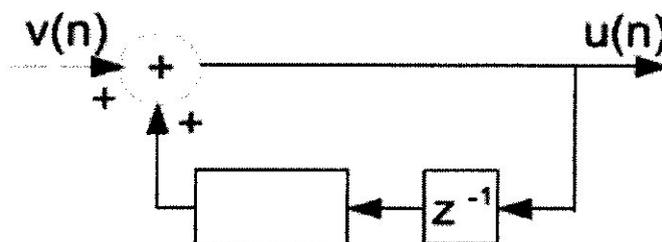


Figure 02 - Filtre auto-régressif (AR)

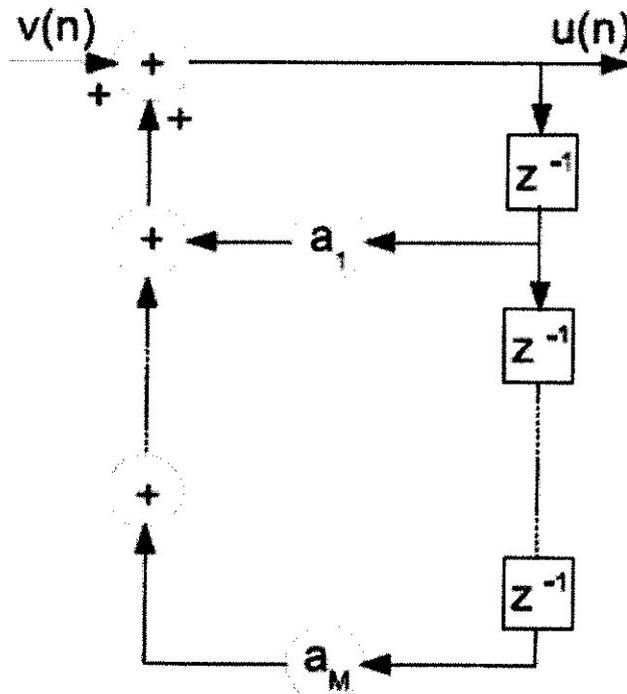


Figure 03– Filtre auto-régressif (AR) d'ordre M

1. Etant donné le bruit blanc  $\{v(n)\}$ , on peut générer le signal auto-régressif  $\{u(n)\}$  par la relation:

$$U(z) = V(z)/H_A(z) = H_G(z) V(z)$$

Où  $H_G(z)$ , inverse du filtre RIF  $H_A(z)$ , est donc un filtre « générateur » à réponse impulsionnelle infinie (RII ou IIR en Anglais) ;

2. Etant donné le processus auto-régressif  $\{u(n)\}$ , on peut utiliser le filtre  $H_A(z)$  pour produire un bruit blanc  $\{v(n)\}$  :  $H_A(z)$  est alors un filtre “analyseur” à réponse impulsionnelle infinie (RII ou IIR en Anglais), un filtre AR peut être représenté globalement par le schéma de la figure 02 plus précisément pour un filtre AR d'ordre M, on a la structure de la figure 03

Le filtre  $H_1(z) = \sum_{k=0}^M a_k z^{-k}$  est un filtre tout-zéro (*all-zero filter*), car il ne possède que des zéros (exactement  $M - 1$ ), et il est complètement défini

à partir de la position de ses zéros. Ce filtre est implicitement stable, c'est-à-dire que la réponse à une entrée d'énergie finie est à énergie finie [12].

Au contraire, le filtre  $H_G(z) = 1/H_A(z)$  est un filtre tout-pôle (*all-pole filter*). Les pôles de  $H_G(z)$  sont bien évidemment les zéros de  $H_A(z)$ . Ce filtre est stable si et seulement si tous les pôles de  $H_G(z)$  sont situés à l'intérieur du cercle unité dans le plan  $z$ .

### 1.3.3 Modèle MA:

Le filtre générateur d'un signal MA,  $\{u(n)\}$  est un filtre tout-zéro attaqué par un bruit blanc.

Le signal à l'instant discret  $n$  vaut alors [13] :

$$u(n) = v(n) + b_1v(n-1) + \dots + b_Kv(n-K) = \sum_{k=0}^K b_k v(n-k),$$

Où  $v(n)$  est un bruit blanc de moyenne nulle et de variance  $\sigma_v^2$  et où les  $b_k$  sont les coefficients du filtre. On peut aussi écrire avec les mêmes notations que précédemment :

$$U(z) = H_{MA}(z)V(z).$$

De façon inverse, on peut chercher à blanchir un signal MA  $u(n)$  selon la relation :

$$V(z) = \frac{1}{H_{MA}}U(z) = H_B(z)U(z),$$

Où le filtre  $H_B(z)$  est un filtre tout-pôle.

### 1.4 Modèle ARMA:

C'est la combinaison des parties AR et MA, vues précédemment. Un processus ARMA  $\{u(n)\}$  satisfait donc l'équation [14] :

$$u(n) + a_1 u(n-1) + \dots + a_M u(n-M) = v(n) + b_1 v(n-1) + \dots + b_K v(n-K),$$

Où les  $a_m$  et les  $b_k$  sont les coefficients des parties AR et MA, respectivement, et où  $v(n)$  est un bruit. En factorisant dans  $z$ , on a :

$$H_{AR}(z) U(z) = H_{MA}(z) V(z), \quad \text{d'où} : \frac{U(z)}{V(z)} = H_{MA}(z)/H_{AR}(z)$$

Dans le filtre ARMA, les zéros sont donnés par  $H_{MA}(z)$  et les pôles par  $H_{AR}(z)$ .

Le modèle AR présente un avantage calculatoire sur les modèles MA et ARMA dans la mesure où les coefficients AR sont solutions d'un système linéaire d'équations appelé équations de Yule-Walker. Au contraire, le calcul des coefficients MA et ARMA requiert la résolution d'équations non linéaires. Cependant, le modèle ARMA est plus riche que le modèle AR et peut s'avérer indispensable dans de nombreuses situations.

### **1.5 Caractérisation d'un modèle AR:**

Un modèle (ou un processus) AR est complètement caractérisé par :

- la variance du bruit blanc  $v(n)$  qui excite le filtre, notée  $\sigma_v^2$
- les coefficients AR :  $a_1, a_2, \dots, a_M$  (rappelons que  $a_0 = 1$ ).

On a alors l'équation:

$$u(n) \left( 1 + \sum_{k=1}^M a_k z^{-k} \right) = v(n)$$

Ou bien sous la forme développée :

$$u(n) + a_1 u(n-1) + \dots + a_M u(n-M) = v(n),$$

Où  $v(n)$  est un bruit blanc de variance  $\sigma_v^2$

**1.5.1 Equations de Yule-Walker:** Multiplions l'équation précédente par  $u(n - p)$ ,  $p > 0$ , et calculons l'espérance :

$$E\left[\sum_{k=0}^M a_k u(n - k)u(n - p)\right] = E[v(n)u(n - p)], \quad p = 1, \dots, M.$$

On voit apparaître les auto-corrélations de  $u$ , et les inter-corrélations entre  $v$  et  $u$ . Puisque, Pour  $p > 0$ ,  $u(n - p)$  ne dépend pas de  $v(n)$ , les inter corrélations sont nulles sauf en  $p = 0$ . On a donc:

$$E[v(n)u(n - p)] = \begin{cases} \sigma_v^2 & p = 0 \\ 0 & p > 0 \end{cases}$$

En écrivant l'équation pour  $p = 1, \dots, M$ , on obtient le système de  $M$  équations :

$$\sum_{k=0}^M a_k E[u(n - k)u(n - p)] = 0 \quad p = 1, 2, \dots, M$$

En posant  $w_k = -a_k$ , on peut mettre cette équation sous la forme :

$$\sum_{k=1}^M w_k E[u(n - k)u(n - p)] = E[u(n)u(n - p)] \quad p = 1, 2, \dots, M.$$

En posant maintenant:

$$\begin{aligned} E[u(n - k)u(n - p)] &= R_{uu}(p - k) = R(p - k) \\ E[u(n)u(n - p)] &= R_{uu}(p) = R(p) \end{aligned}$$

Le système d'équations peut s'écrire :

$$\begin{pmatrix} R(0) & R(1) & \dots & R(M-1) \\ R(1) & R(0) & & R(M-2) \\ \vdots & \dots & & \vdots \\ R(M-1) & R(M-2) & \dots & R(0) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R(1) \\ R(2) \\ \vdots \\ R(M) \end{pmatrix}$$

Que l'on peut mettre sous la forme matricielle :  $Rw = r$ ,

en posant  $w = (w_1 \dots w_M)^T$ , et  $r = (R(1) \dots R(M))^T$ . Cette équation porte le nom d'équation de Yule-Walker.

### **3. Prédiction linéaire:**

La prédiction linéaire est un outil très puissant utilisé pour l'analyse de séries temporelles, par exemple de signaux de parole, de consommation électrique, d'indices boursiers. On peut aussi utiliser la prédiction linéaire pour modéliser des signaux, par exemple des signaux de parole, en vue de compresser le signal. L'idée est alors de remplacer la transmission ou le stockage des échantillons par :

- la transmission des paramètres de prédiction (une fois pour toutes),
- la transmission (ou le stockage) à chaque instant  $n$ , de l'erreur de prédiction seulement, ce qui peut être codé par un nombre restreint de bits.

Dans ce chapitre, on considèrera (i) la prédiction directe (ou avant, forward en anglais) qui consiste, connaissant  $u(n-1), u(n-2), \dots$  à prédire  $u(n)$  voire  $u(n+1), \dots$ , et (ii) la prédiction rétrograde (ou arrière, backward en anglais) qui consiste, connaissant  $u(n), u(n-1), \dots, u(n-M+1)$  à prédire  $u(n-M) \dots$

### 3.1 Prédiction avant (forward prediction):

#### 3.1.1 Modèle:

On considère un filtre linéaire transverse de taille  $M$ , caractérisé par le vecteur des paramètres  $w = (w_1, w_2, \dots, w_M)$  qui pondère les entrées  $u(n-1), u(n-2), \dots, u(n-M)$  de façon à fournir une prédiction linéaire notée  $\hat{u}(n)$  [13]:

$$\hat{u}(n) = \sum_{k=1}^M w_k u(n-k).$$

La solution, optimale au sens des moindres carrés, est déterminée et notée  $w_{opt}$ , et on peut écrire :

$$\hat{u}(n/U_{n-1}) = \sum_{k=1}^M w_{opt,k} u(n-k),$$

Où  $U_{n-1}$  représente l'espace engendré par toutes les observations passées avant l'instant  $n-1$  inclus. Autrement dit,  $\hat{u}(n/U_{n-1})$  représente l'approximation de  $u(n)$  obtenue en utilisant toute l'information passée.

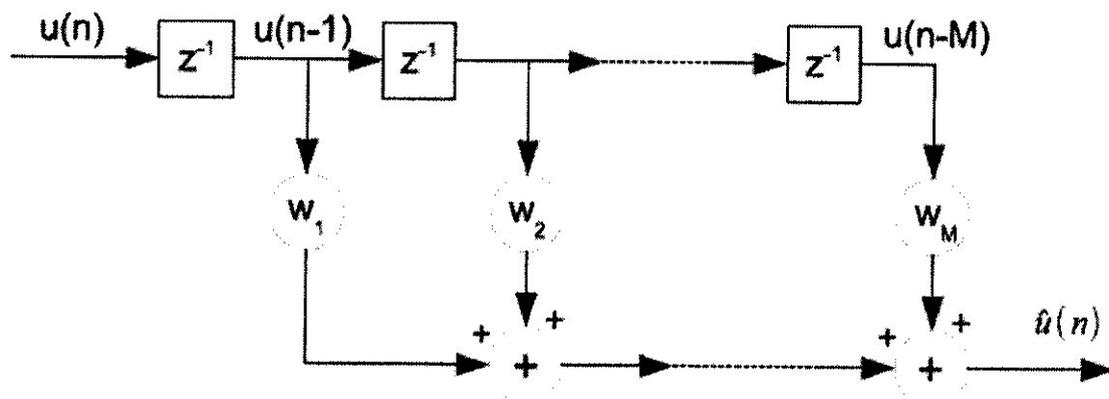
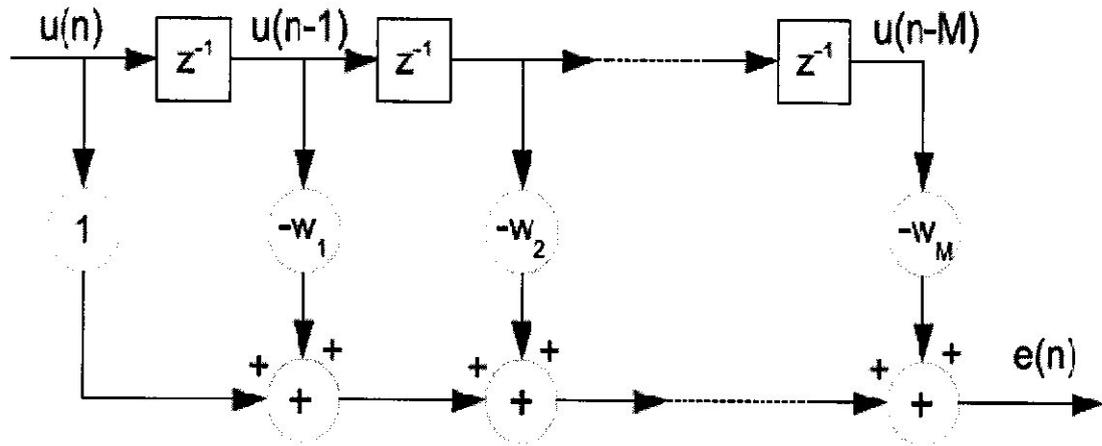


Figure 04 – Représentation schématique d'un prédicteur à un pas



**Figure 05** – Représentation schématique du calcul de l’erreur  $e(n)$

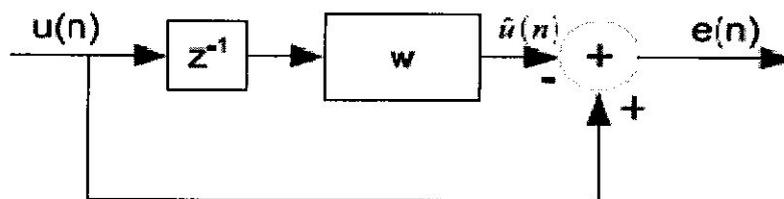
On peut représenter schématiquement le filtre prédicteur par le schéma de la figure 4.1.

Le terme d’erreur,  $e(n)$ , qui intervient dans la minimisation, peut être obtenu par le filtre suivant (figure 05) ou de façon plus compacte, en utilisant le filtre prédicteur par le schéma de la figure 06.

### 3.1.2 Erreur de prédiction à un pas :

On note l’erreur de prédiction à un pas :

$$f_M(n) = u(n) - \hat{u}(n),$$



**Figure 06** – Représentation compacte du calcul de l’erreur  $e(n)$  à l’aide du filtre prédicteur

Où  $M$  est l’ordre du prédicteur. A l’optimum, on notera:

$f_M(n) = u(n) - \hat{u}(n|U_{n-1})$ , Où  $\hat{u}(n|U_{n-1})$  est l’approximation obtenue en tenant compte de tout le passé.

L'erreur quadratique moyenne, mesurant les performances du prédicteur, est donc :

$$PM = E [f^2 M(n)]$$

Dans le cas de signaux complexes, on aurait  $PM = E [|f_M(n)|^2]$  Par rapport au filtrage de Wiener, on utilise :

- Les entrées (M au total) à partir de  $u(n-1)$ , c'est-à-dire  $u(n-1), \dots, u(n-M)$  et on note  $u(n-1) = (u(n-1), u(n-2), \dots, u(n-M))^T$ ,
- la sortie désirée est égale à  $u(n)$  :  $d(n) = u(n)$ .

On note :

- $R_{uu} = E [u(n-1)u^T(n-1)]$  la matrice d'auto-corrélation,
- $w_{opt} = (w_{opt,1}, w_{opt,2}, \dots, w_{opt,M})^T$ , le vecteur des paramètres du prédicteur optimal,
- $r = E [u(n-1)d(n)] = E [u(n-1)u(n)]$ .

L'équation de Wiener- $H_{opt}$  du prédicteur à un pas s'écrit alors :

$$R_{uu} w_{opt} = r,$$

Et, en utilisant la relation  $J_{min} = \sigma_d^2 - \sigma_d^2$  l'erreur de prédiction minimale vaut :  $(P_M)_{min} = \sigma_d^2 - \sigma_d^2 = R_{uu}(0) - r^H w_{OPT}$

### 3.2 Prédiction arrière ou rétrograde à un pas

Le problème consiste à prédire  $u(n-M)$  à partir des M échantillons  $u(n), u(n-1), \dots, u(n-M+1)$ . Notons  $U_n$  l'espace engendré par  $u(n), u(n-1), \dots, u(n-M+1)$ , la prédiction arrière Est donc:

$$\hat{u}(n-M|U_n) = \sum_{k=1}^M g_k^* u(n-k+1),$$

Où les  $g_k$ ,  $k = 1, \dots, M$  sont les coefficients du prédicteur, que nous estimerons au sens des moindres carrés.

Pour ce problème de prédiction arrière à un pas, la valeur désirée est donc :

$$d(n) = u(n - M),$$

Et l'erreur de prédiction arrière est :

$$b_M(n) = u(n - M) - \hat{u}(n - M | \mathcal{U}_n).$$

L'erreur quadratique qui sera le critère à minimiser s'écrit donc :

$$P_M = E [|b_M(n)|^2].$$

On peut donc appliquer les résultats du prédicteur avant avec ces dernières notations. Pour le prédicteur arrière, on en déduit l'erreur minimale, à l'optimum [15]:

$$P_M = r(0) - \mathbf{r}^T \mathbf{g}^B = r(0) - \mathbf{r}^T \mathbf{w}_{\text{opt}}.$$

On voit ainsi que les erreurs optimales des deux prédicteurs ont exactement les mêmes expressions.

#### 4. L'algorithme de Levinson-Durbin:

Si on résout les équations de manière directe, cela implique l'inversion d'une matrice, et donc une complexité d'ordre  $M^3$ . Un algorithme rapide a été développé par Levinson (1948) et Durbin (1959) qui permet de diminuer la complexité d'un ordre ( $M^2$ ). De plus, il permet d'introduire élégamment la représentation des filtres en treillis.

L'algorithme est récursif dans l'ordre, ce qui signifie que l'on détermine les prédicteurs d'ordre  $m$ ,  $m = 1, \dots, M$ . L'étape initiale est laissée au soin du lecteur.

Admettons que nous ayons la solution pour l'ordre  $m$ , la solution à l'ordre  $m + 1$  peut s'écrire:

$$\mathbf{R}_{m+2} \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{a}_m^* \\ 0 \end{bmatrix} + K_{m+1} \mathbf{w}_{m+1} \right\} = \left\{ \begin{bmatrix} \sigma_{f,m}^2 \\ 0 \\ \vdots \\ \Delta_{m+1} \end{bmatrix} + K_{m+1} \mathbf{x}_{m+1} \right\} = \begin{bmatrix} \sigma_{f,m+1}^2 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Pour obtenir la solution sous la forme  $[\sigma_{f,m+1}^2 + 10 \dots 0]$ , il faut adopter  $\mathbf{x}_{m+1}$  de la forme  $[*0 \dots *]^T$  et il est clair que l'on peut choisir  $\mathbf{x}_{m+1}$  de la forme  $[\Delta_{m+1} 0 \dots \sigma_{f,m}^2]^T$ , ce qui est fixe simplement :

$$K_{m+1} = -\frac{\Delta_{m+1}}{\sigma_{f,m}^2}$$

Ce choix particulier, et la relation que nous avons fait entre prédiction arrière et prédiction avant permet alors d'écrire l'équation précédente sous la forme :

$$\mathbf{R}_{m+2} \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{a}_m^* \\ 0 \end{bmatrix} + K_{m+1} \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{b}_m^* \end{bmatrix} \right\} = \left\{ \begin{bmatrix} \sigma_{f,m}^2 \\ 0 \\ \vdots \\ \Delta_{m+1} \end{bmatrix} + K_{m+1} \begin{bmatrix} \Delta_{m+1} \\ 0 \\ \vdots \\ \sigma_{f,m}^2 \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} \sigma_{f,m+1}^2 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

La récursion sur la solution devient :

$$\mathbf{a}_{m+1}^* = (\mathbf{I} + K_{m+1} \mathbf{J}) \begin{bmatrix} \mathbf{a}_m^* \\ 0 \end{bmatrix}$$

En particulier,  $a_{m+1}(m+1) = K_{m+1}$ . L'erreur de prédiction devient alors :

$$\sigma_{f,m+1}^2 = \sigma_{f,m}^2 + K_{m+1} \Delta_{m+1} = \sigma_{f,m}^2 (1 - K_{m+1}^2)$$

Une puissance devant être positive, l'équation précédente implique que

$$|K_{m+1}| \leq 1$$

D'autre part, on a que:

$$\sigma_{m+1}^2 \leq \sigma_m^2 \leq \dots \leq \sigma_1^2 \leq \sigma_0^2$$

ce qui confirme l'intuition selon laquelle l'augmentation de l'ordre de prédiction diminue l'erreur de prédiction. Dans le cas d'un processus AR(m), après l'ordre m, les variances seront égales. On peut résumer l'algorithme de

Levinson comme suit [13] :

#### Algorithme de Levinson

---

Initialisation  $\mathbf{a}_0 = [1], \sigma_{f,0}^2 = r_{yy}(0)$

réursion  $\Delta_{m+1} = [r_{yy}(m+1) \dots r_{yy}(1)] \mathbf{a}_m^*$

$$K_{m+1} = -\frac{\Delta_{m+1}}{\sigma_{f,m}^2}$$

$$\mathbf{a}_{m+1}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_m^* \\ 0 \end{bmatrix} + K_{m+1} \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{J} \mathbf{a}_m^* \end{bmatrix}$$

$$\sigma_{f,m+1}^2 = \sigma_{f,m}^2 (1 - K_{m+1}^2)$$


---



---

Par récursion, l'algorithme de Levinson nécessite environ  $2n$  multiplications, soit, au total :

$$\sum_{n=1}^M 2n = \frac{2M(M+1)}{2} \simeq M^2$$

## 5. Algorithme des moindres carrés :

Cette méthode cherche à minimiser l'erreur quadratique moyenne  $E [e^2(n)]$ , on se propose ici de minimiser la somme des erreurs quadratiques :

sur une fenêtre  $[k_1, k_2]$  de taille limitée. Dans la suite, on se placera dans le cas où  $k = 1$ , et on introduit une pondération exponentielle dans la fonction de coût :

Si  $\lambda = 1$ ,  $E(n)$  est simplement la somme des erreurs quadratiques. Si  $\lambda < 1$ , les erreurs passées sont pondérées avec un poids (facteur d'oubli) qui décroît exponentiellement. Asymptotiquement, C'est-à-dire pour  $n \rightarrow +\infty$ , si le signal est ergodique, on montre que l'on tend vers la solution de Wiener-Hopf.

La version de l'algorithme des moindres carrés récursive, qui se propose de calculer les termes à l'instant  $n+1$  en fonction des termes à l'instant  $n$ , sans tout recalculer. L'objectif est de conserver l'optimalité par rapport à  $E(n)$  tout en diminuant la complexité des calculs.

### 5.1 Initialisation de l'algorithme des moindres carrés récursifs:

Cet algorithme est souvent appelé RLS, pour récursive least square. Pour exécuter l'algorithme, il faut définir une valeur initiale, non singulière, de  $\Phi_{uu}(0) = P(0)$

Cette initialisation peut être réalisée par un premier, et unique, calcul de matrice inverse : On peut aussi, plus simplement, modifier la matrice  $\Phi_{uu}(n)$ , de façon à la régulariser afin que l'inverse existe toujours [16] :

Avec  $\Phi_{uu}(0) = \delta I$ , d'où  $P(0) = \Phi_{uu}^{-1}(0) = \delta^{-1} I$ . Cette procédure peut être vue comme une modification des fenêtres de pondération. La valeur du paramètre  $\delta$  n'est pas critique. On prend souvent  $\delta \ll 0.01 \sigma^2_u$

Enfin, en absence d'information a priori, on initialise le vecteur paramètres à  $w(0) = 0$ .

# CHAPITRE III

## Résultat de Simulation

## Signal Test: Séquence SBPA

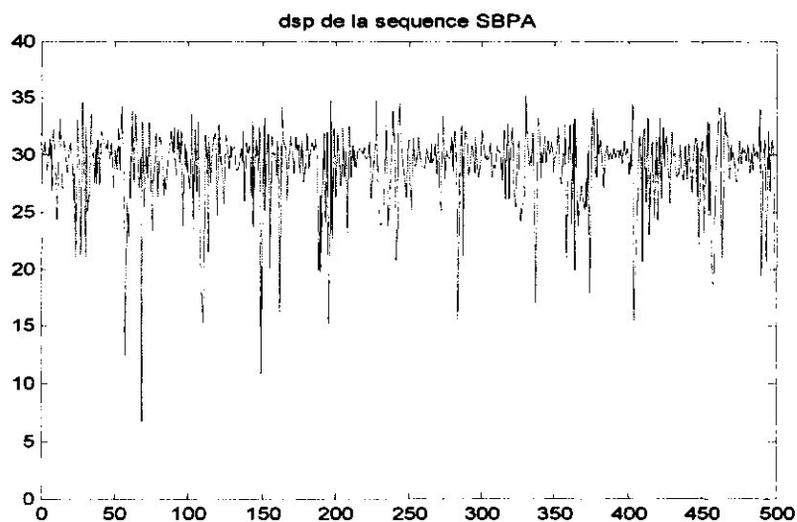


**Figure 07**

**Moyenne = 0**

**Variance=1**

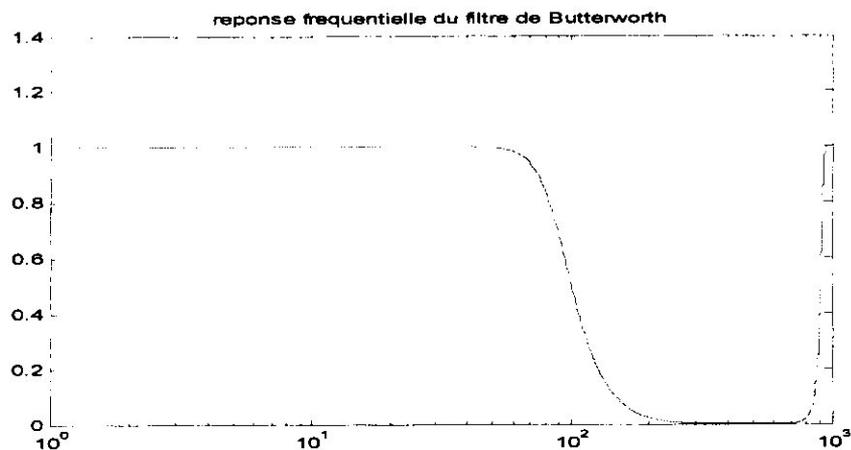
La figure (07) illustre une séquence binaire pseudo aléatoire de moyenne 0 et variance 1 que nous avons utilisée comme signal test pour ses propriétés spectrales. La densité spectrale de puissance de la séquence SBPA .c'est un spectre riche en composantes fréquentielle qui s'étendent uniformément sur toute la bande fréquentielle occupée. Cette propriété est due au caractère aléatoire de la séquence binaire (figure 08).



**Figure 08**

### Canal de Transmission:

Dans notre travail nous avons représenté un canal de transmission par un filtre de butter Worth d'ordre 4. Dans les figures (09-10) sont illustrées la reponse fréquentielle et impulsionnelle du filtre. Le canal de transmission exerce une atténuation des composantes fréquentielles du signal test dont la fréquence normalisée est supérieure à ( $\omega/\omega_c$ ) (fréquence de coupure du filtre de butter Worth). La réponse impulsionnelle du filtre tend vers zéro exprimant Le signal test traversant le canal de transmission, ses composantes fréquentielles supérieures à la fréquence de coupure sont atténuées.



**Figure 09**

```
num =
```

```
0.0030 0.0121 0.0181 0.0121 0.0030
```

```
>>den
```

```
den =
```

```
1.0000 -2.5750 2.6566 -1.2668 0.2335
```

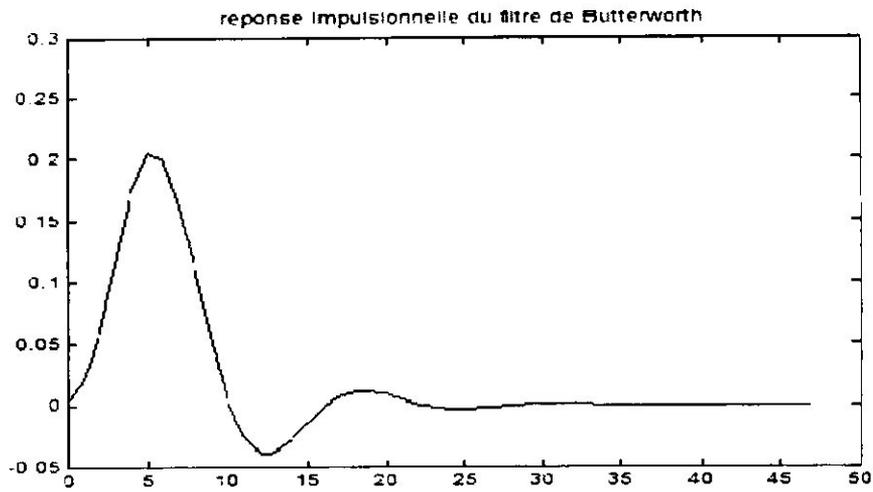


Figure 10

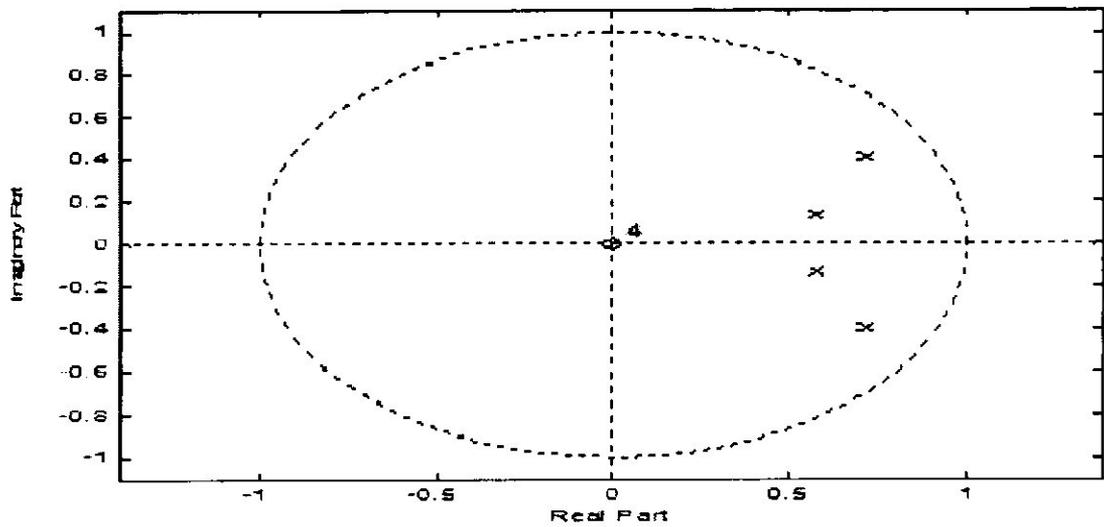


Figure 11

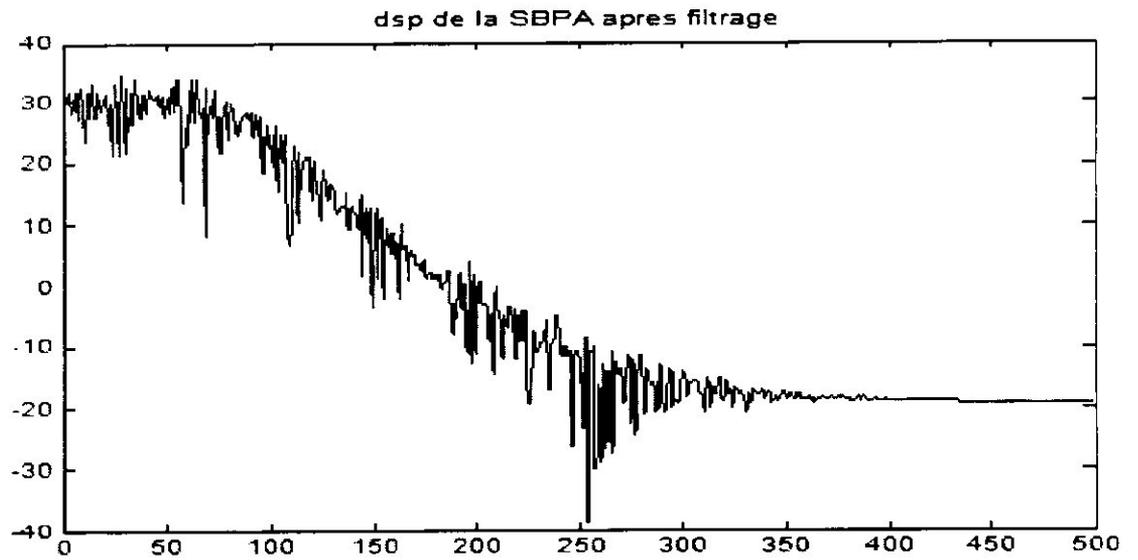
num =

0.0030 0.0121 0.0181 0.0121 0.0030

den =

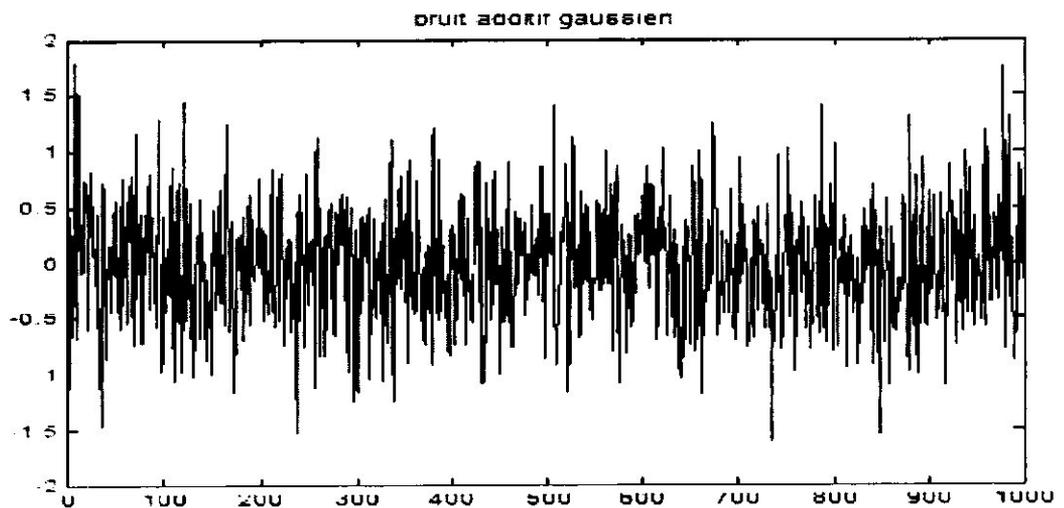
1.0000 -2.5750 2.6566 -1.2668 0.2335

La figure 11 Renseigne sur la stabilité du filtre de butter worth



**Figure 12**

La dsp du signal à la sortie du filtre est montrée à la figure12



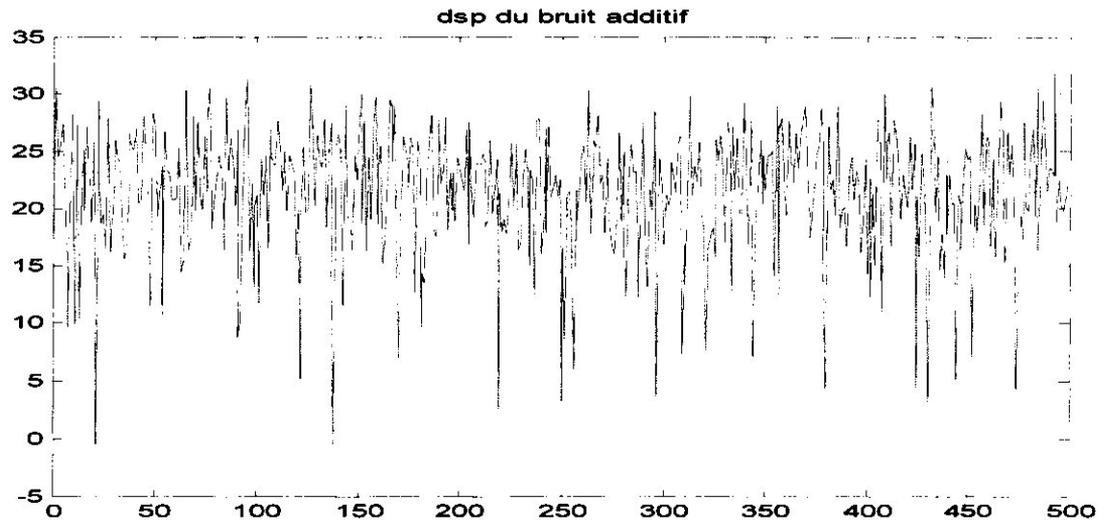
**Figure 13**

**Moyenne= 0**

**Variance= 1**

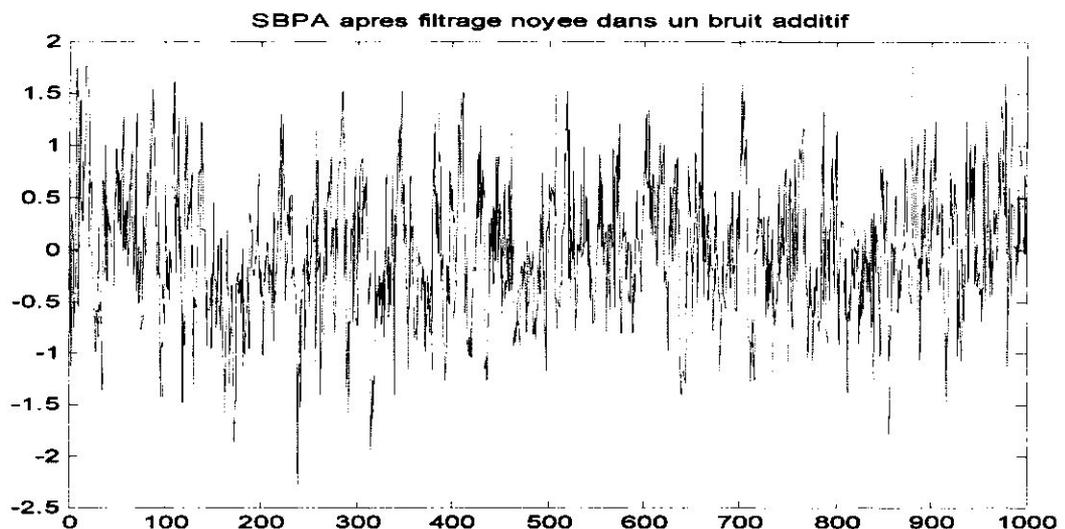
**SNR=0.0043 dB=0**

Un deuxième effet du canal de transmission considéré dans ce travail est le bruit. Le bruit est un signal généré dans le canal de transmission qui s'ajoute au signal test pour l'écartier de sa forme. Nous avons généré un bruit aléatoire blanc gaussien de moyenne 0 et variance 1 (figure 13)



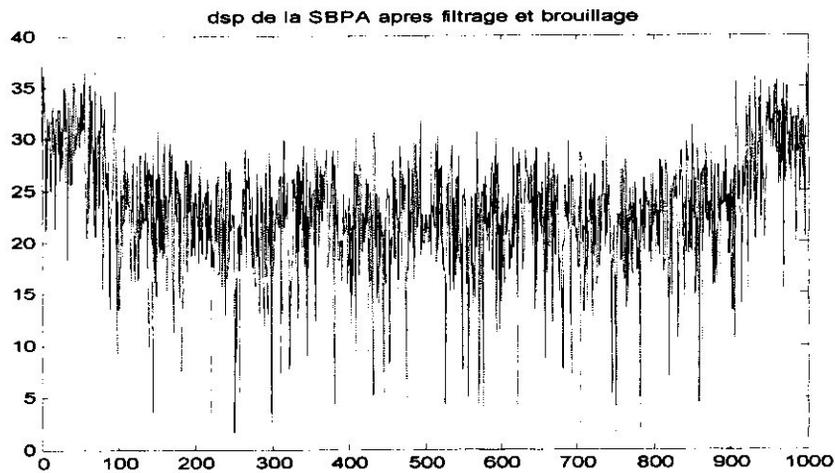
**Figure 14**

L'aspect aléatoire du bruit donne une dsp riche en composantes fréquentielles uniformément réparties



**Figure 15**

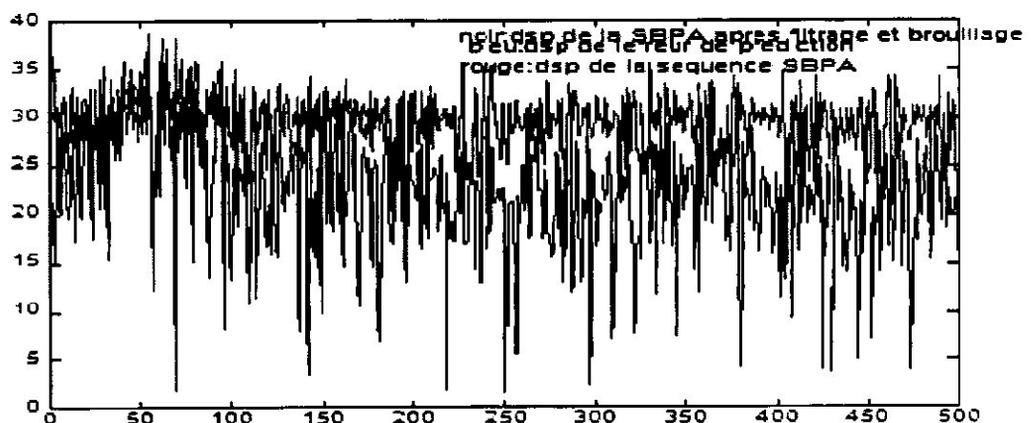
L'intensité du bruit généré nous permet de noter un SNR de 0 dB, ce qui rend la séquence SBPA complètement noyée dans le bruit (perte de l'aspect binaire) ceci est illustré dans la figure 15.



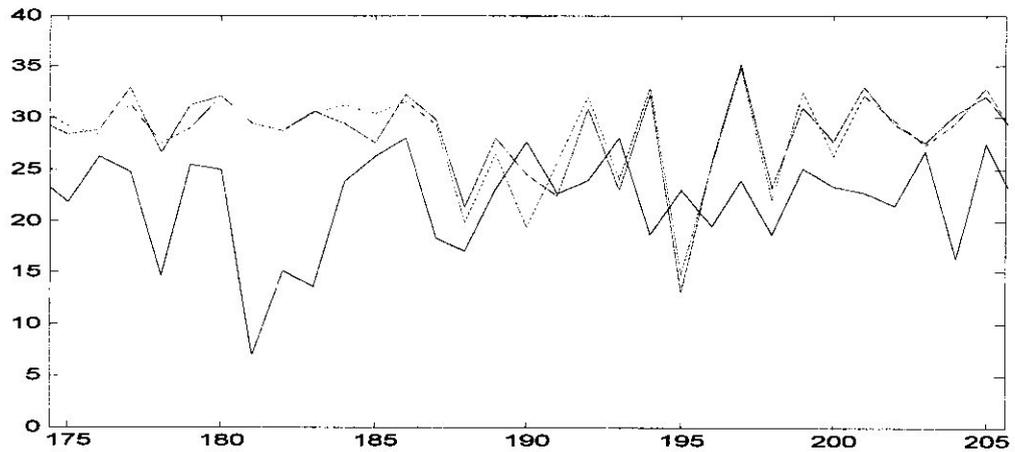
**Figure 16**

La figure 16 nous avons la dsp de la séquence SBPA après filtrage et brouillage. Pour remédier à l'effet atténuation des composantes fréquentielles un filtre égaliseur est utilisé pour l'estimation du filtre égaliseur on a fait appel à la prédiction linéaire. En première étape la méthode de yullwalker a été utilisée pour l'estimation des paramètres du filtre égaliseur. La méthode de Yule Walker est une méthode directe qui détermine les paramètres du filtre égaliseur par résolution des équations de Yulewalker en supposant un modèle AR.

### 1. Egaliseur de Yule Walker :



**Figure 17**

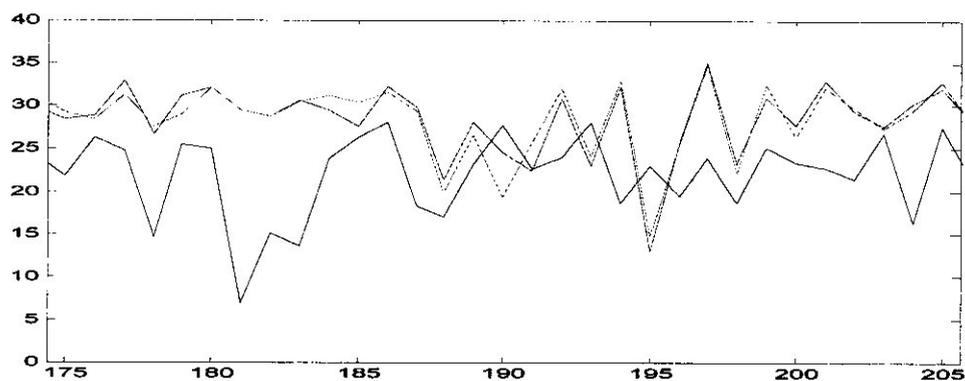


**Figure 18**

**SNR=0db, ordre 3**

**A1 = 1.0000 -0.2789 -0.1401 -0.1135**

Dans la figure 18 les dsp de la séquence test SBPA après filtrage et brouillage (à la sortie du canal de transmission) et de la séquence SBPA à la sortie de l'égaliseur de Yule Walker d'ordre 3 sont comparés nous constatons que les composantes fréquentielles de l'erreurs de prédiction de Yule Walker suit les composantes fréquentielles de la séquence SBPA originale alors que la dsp de la SBPA à la sortie du canal de transmission (après filtrage et brouillage) s'écarte à cause des effets d'atténuation et de brouillage. Nous pouvons conclure que le filtre égaliseur de Yulewalker permet de régénérer les composantes fréquentielles atténuée dans le canal de transmission.



**Figure 19**

La stabilité du filtre égaliseur est vérifiée dans la figure 19

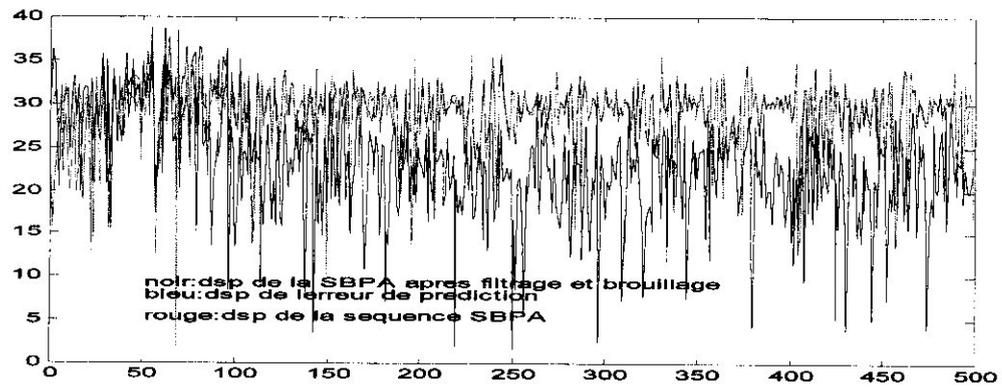


Figure 20

SNR=0, ordre 10

Un filtre égaliseur de Yule walker d'ordre 10 (SNR=0 dB) représente de la figure 20.

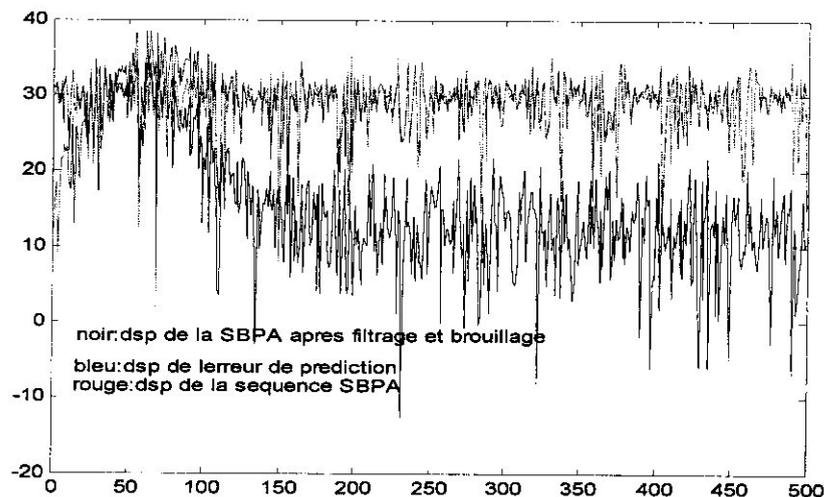


Figure 21

SNR=10db

Nous constatons que augmentation de l'ordre renforce les fluctuations de la dsp. Après réduction de la variance du bruit à un SNR de 10db donne de meilleurs résultats avec un filtre égaliseur de Yule walker d'ordre 3.

### 3. Egaliseur des moindres carrés simples:

En deuxième étape nous avons opté pour l'estimation du filtre égaliseur par la méthode de prédiction linéaire des moindres carrés simples. La méthode Des moindres carrés simple est une méthode d'estimation réagir fondée sur la minimisation de l'erreur de prediction.la comparaison des dsp de la séquence SBPA de test, de la séquence SBPA à la sortie du canal de transmission (après atténuation et brouillage)

Et de l'erreur de prédiction des moindres carrés simples illustre dans la figure 40 montre que la régénération des composantes fréquentielles de la séquence SBPA après atténuation et brouillage permet d'obtenir un spectre qui ....celui de la dsp de la SBPA a l'entrée du canal de transmission (figure 22), une tendance meilleure compare à celle de Yule walker.

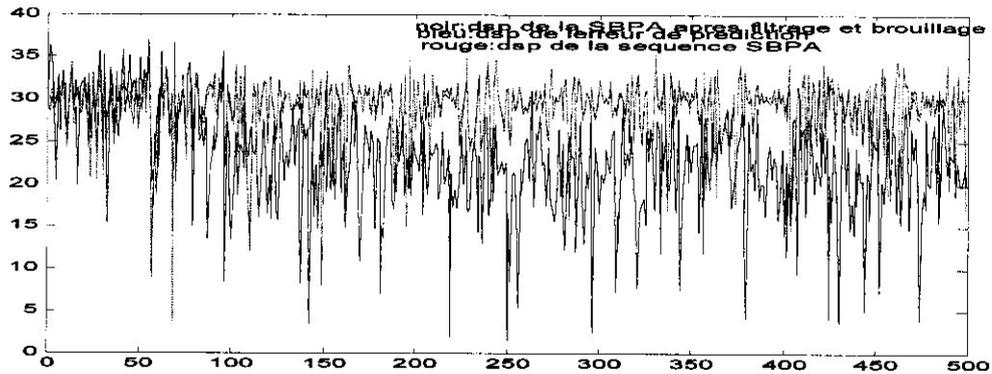


Figure 22

Moindres carrés: SNR= 0 dB ordre 3

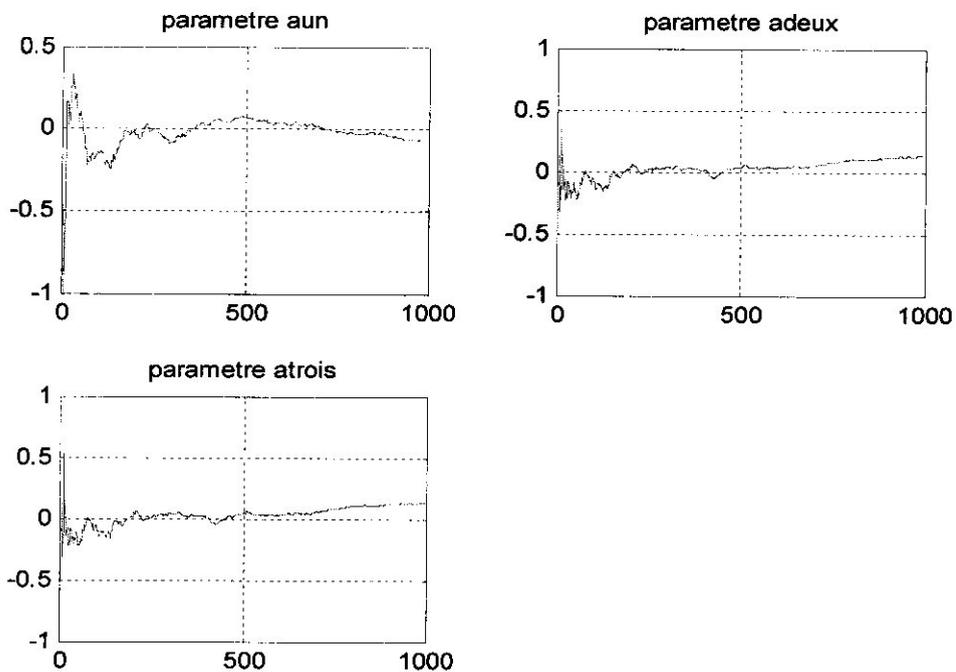


Figure 23

Moindres carrés: SNR= 0 dB ordre 3

A =

1.0000 -0.0760 0.1400 -0.0445

La convergence des paramètres du filtre égaliseur est montrée de la figure (23). Une augmentation de l'ordre du modèle induit un renforcement des fluctuations du spectre. Avec augmentation de la variance du bruit (10 dB) nous constatons une meilleure adaptation de cette méthode avec le bruit et cette robustesse reliée à la récursivité des moindres carrés simples et au critère de minimisation de l'erreur de prédiction utilisée dans cette méthode.

La convergence des paramètres du modèle d'ordre 5 aussi que sa stabilité sont vérifiés dans les figures (22-23)

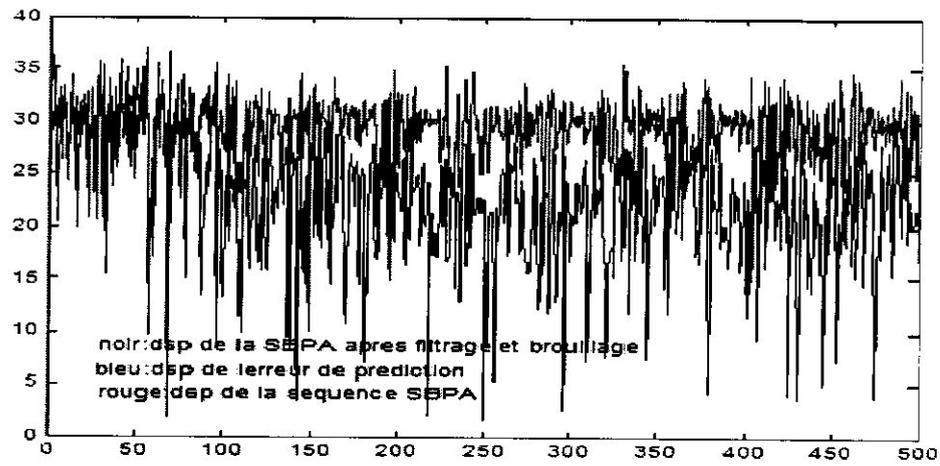


Figure 24

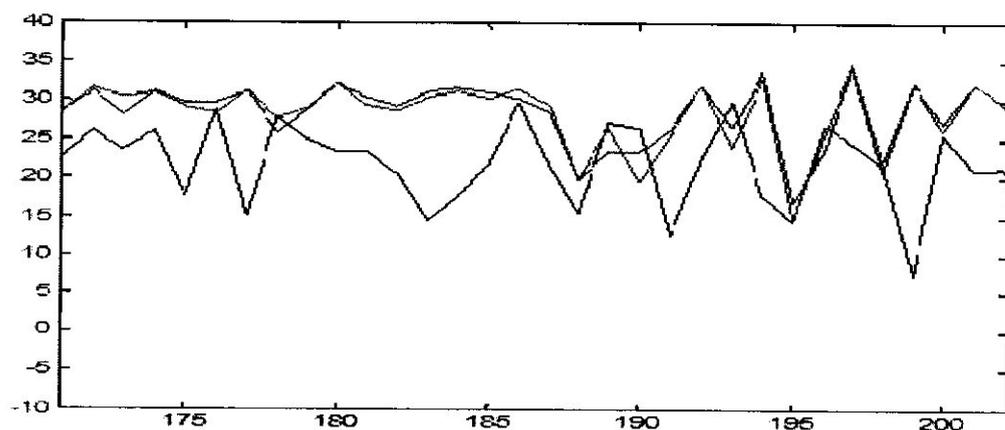


Figure 25

Moindres carrés: SNR 0 dB ordre5

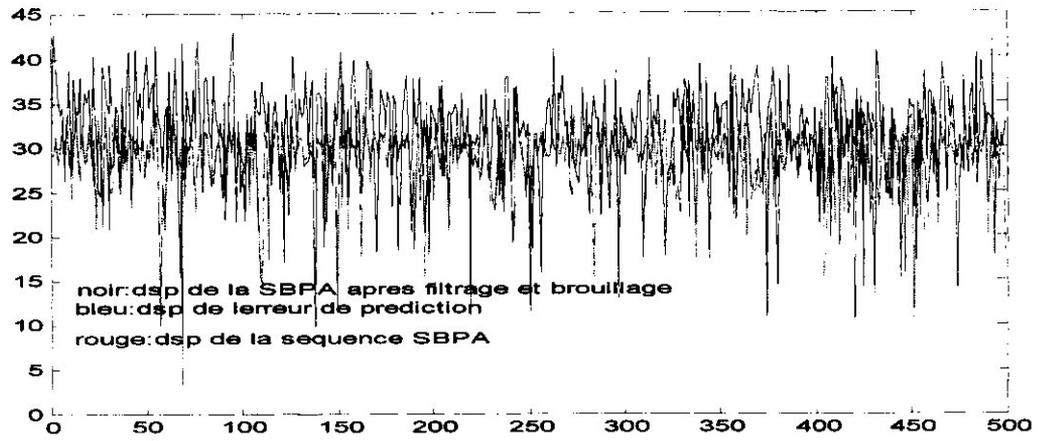


Figure 26

Moindres carrés: SNR= -10 dB ordre5

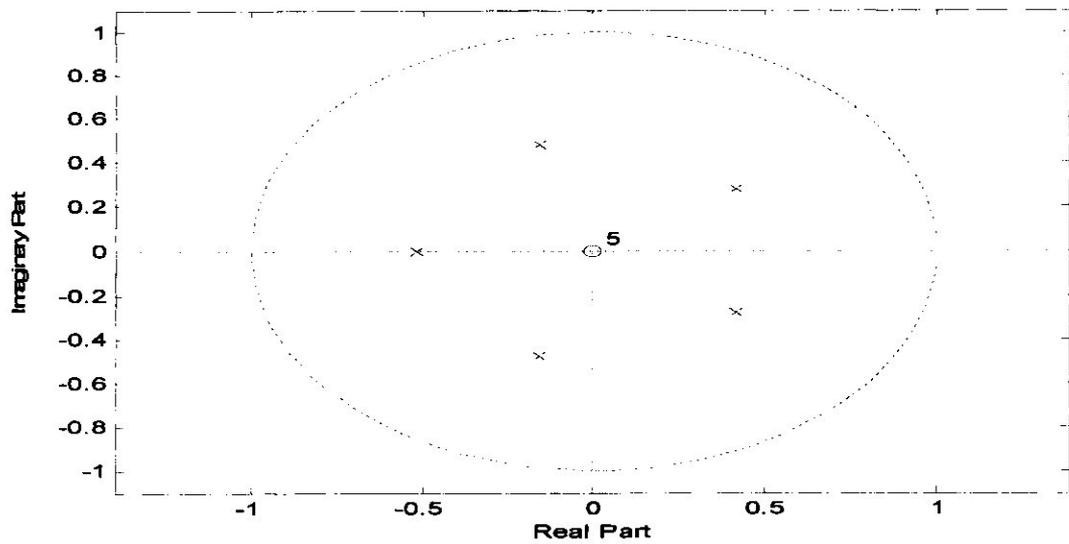


Figure 27

Moindres carrés: SNR = -10 dB ordre5

A =

1.0000 -0.0053 -0.0256 -0.0055 -0.0054 0.0329

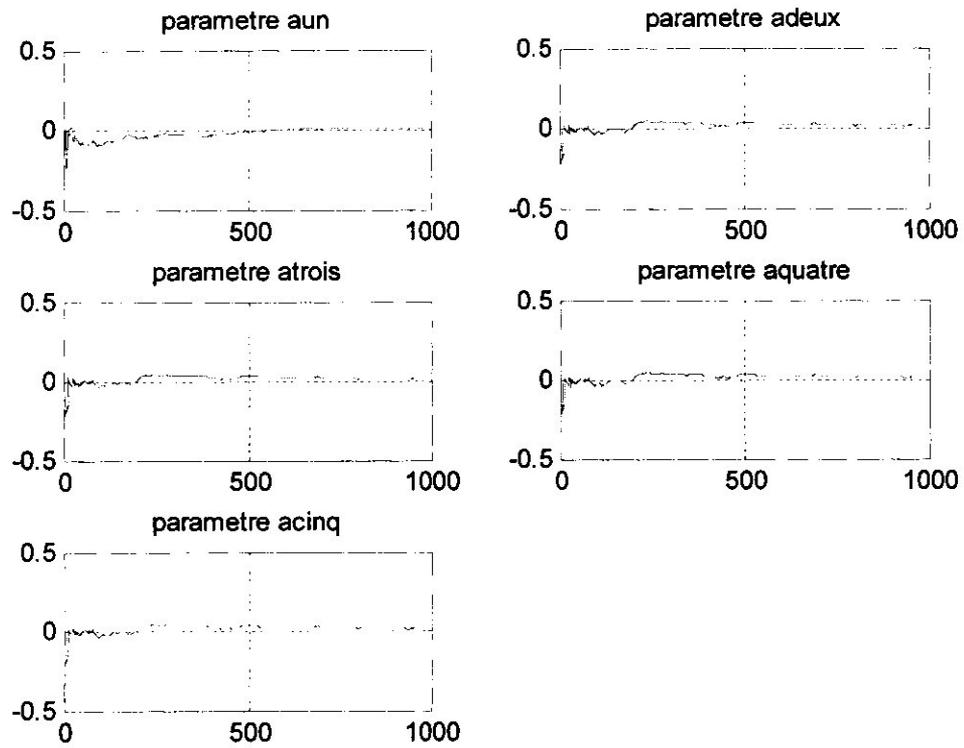


Figure 28

**Moindres carrés: SNR= -10 dB ordre5**

**A =**

**1.0000 0.0060 0.0207 -0.0392 -0.0134 -0.0010**



# Conclusion générale

signal au bruit (SNR) importants. La comparaison des deux méthodes a été entreprise par estimation spectrale des signaux.

En définitif, bien que conscients que dans notre étude les problèmes n'ont pas été tous abordés toute fois nous avons essayé de cerner l'essentiel en respectant le cadre de travail qui nous a été tracé.



# Listes des Figures

## Liste des Figures

Figure 01: Modèle d'une chaîne de transmission en bande de base.

Figure02: Filtre auto-régressif (AR)

Figure 03: Filtre auto-régressif (AR) d'ordre M

Figure 04: Représentation schématique d'un prédicteur à un pas

Figure 05: Représentation schématique du calcul de l'erreur  $e(n)$

Figure 06: Représentation compacte du calcul de l'erreur  $e(n)$  à l'aide du filtre prédicteur.

Figure 07: Signal test: séquence SBPA

Figure 08: dsp de la séquence SBPA

Figure 09: réponse fréquentielle du filtre de Butter worth

Figure 10: réponse impulsionnelle du filtre de Butter worth

Figure 11: la stabilité du filtre de butter worth

Figure 12: dsp de la SBPA après filtrage

Figure 13 : bruit additif gaussien

Figure 14: dsp du bruit additif gaussien

Figure 15: SBPA après filtrage noyée dans un bruit additif

Figure 16: dsp de la SBPA après filtrage et brouillage

Figure 17: Egaliseur de Yule Walker

Figure 18: les dsp de la séquence test SBPA après filtrage et brouillage

Figure 19: La stabilité du filtre égaliseur

Figure 20 : Un filtre égaliseur de Yule walker d'ordre 10 (SNR=0 dB)

Figure 21-un filtre égaliseur de Yulewalker d'ordre 3

Figure 22- Moindres carrés: SNR= 0 dB ordre

Figure 25 - Moindres carrés: SNR 0 dB ordre5

Figure 26- Moindres carrés: SNR= -10 dB ordre5



# Bibliographie

## **Bibliographie**

- [1] Proakis, J.G., Digital communications. 4th ed. McGraw-Hill series in electrical and computer engineering. 2000, Boston: McGraw-Hill. xxi, 1002 p.
- [2] Roviras, D., Cours de Systèmes de Radiocommunications. 2009-2010. Partie 1(16): p.502 p.
- [3] Mouaki Benani, A., Récupération efficace de la porteuse pour un système de communication numérique MQAM. 1999, Montréal: A. Mouaki Benani École de technologie supérieure. xvii, 103 f.
- [4] Aksas, M., Egaliseur aveugle linéaire avec recouvrement simultané de la phase de la porteuse. 2003, Ecole de Technologie Supérieure (Canada): Canada. p. 92.
- [5] Kadionik, P., Bases de transmissions numériques-Les modulations numériques. 2000(1): p. 41 p.
- [6] Xiong, F., Digital modulation techniques. 2000, Boston: Artech House. xv, 653 p.
- [7] Mouaki Benani, A. and F. Gagnon. Comparison of carrier recovery techniques in MQAM digital communication systems. In Electrical and Computer Engineering, 2000 Canadian Conference on. 2000.
- [8] S. Benedetto, E. Biglierei, and V. Castellani. Digital Transmission Theory. Prentice-Hall, 1987.
- [9] Simon Haykin. Adaptive Filter Theory. Prentice Hall, 2nd edition, 1991.
- [10] John G. Proakis, Charles M. Rader, Fuyun Ling, and C. L. Nikias. Advanced Digital Signal Processing. Mac Millan, 1992.
- [11] John G. Proakis. Digital Communications. McGraw-Hill, 2nd edition, 1989.
- [12] Dirk Slock. Traitement numérique du signal. Notes de cours, Institut EURECOM, 1995
- [13] Simon Haykin. Adaptive Filter Theory. Prentice Hall, 2nd edition, 1991.
- [14] John G. Proakis, Charles M. Rader, Fuyun Ling, and C. L. Nikias. Advanced Digital Signal Processing. Mac Millan, 1992.
- [15] John G. Proakis. Digital Communications. McGraw-Hill, 2nd edition, 1989.
- [16] Dirk Slock. Traitement numérique du signal. Notes de cours, Institut EURECOM, 1995. 77