

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieure et de la Recherche Scientifique

Université SAAD DAHLEB de Blida
Faculté des Sciences de l'Ingénieur
Département D'Aéronautique



Projet
De Fin D'études

En vue de l'obtention du Diplôme d'Ingénieur D'état en Aéronautique.

Option : Installation.

THEME

Comparaison de Méthodes Classiques et Paramétriques Pour l'Estimation d'un Spectre Doppler

Fait par :

Mr. BOURENNANI Mohamed.

Mr. YALIOUA Abdelkader.

Proposé par :

Mme. OTMANE Fadhéla.

Juillet 2005

❧ Remerciements ❧

Il nous est agréable au terme de notre cursus universitaire et en ce jour qui sanctionne plusieurs années d'efforts d'exprimer nos vifs remerciements, notre gratitude ainsi que nos respects les plus méritoires à tous ceux qui de près ou de loin n'ont cessés de nous encadrer, de nous encourager, de nous prodiguer leur savoir sans réserve aucune.

Il va s'en dire qu'il s'agit là de nos professeurs, de nos parents et de nos collègues et amis.

Nous remercions particulièrement notre promotrice Mme. OTMANE Fadhéla qui ne s'est jamais découragée, qui nous a toujours conseillé utilement et pour tous les moyens qu'elle a mis à notre disposition. Qu'elle trouve dans ces remerciements l'expression de notre respect et de notre gratitude.

Nos remerciements vont également à MEGHZI Mohammed pour son aide durant ce mémoire, et à LEHOUATI Rabeh.

❧ Dédicaces ❧

Je dédie ce modeste travail fruit de plusieurs années d'effort.

- A mes parents qui n'ont jamais baissé les bras, jamais montré le plus petit signe de fatigue à mon égard, je n'oublierai jamais leurs conseils, leurs sacrifices perpétuels.

Eux qui m'ont toujours entourer de leur affection, de leur amour, qui ont su me montrer le chemin et me préserver de tout aléas de la vie. Pour que je réussisse. Que dieux les préserve et me guide pour que j'en sois digne. Mes très chers parents, soyez bénis.

- A mes frères et sœurs auprès desquels j'ai trouvé compréhension, aide et assistance aussi bien morale que matériels. Qu'ils en soient remerciés.
- A ma fiancée adorée qui a toujours su me comprendre même si cela n'est pas souvent évident. Qu'elle trouve dans cette dédicace l'expression de mon amour.
- A mes amis auprès desquels j'ai trouvé le courage de continuer les joies et les déboires de l'université. Meghzi, Yalioua, Temim, Soualah, Kamel, Kanem, Kader, Kalala, Ferhat, Aissa, Saidoune, Achour, Raid, Syfax, Berbiha, Guassem, Aissam, Fadhel, Redouane, Guëssab, Benbelaid, Kherbachi, Hadj Kedour, Dendeh, Toufik,, tous mes amis et collègues du bloc 2, et tous ceux que j'ai oublier par inadvertance.
- Je ne peux terminer cette dédicace sans citer la famille MEGHZI à sa tête Da Ahmed pour laquelle j'éprouve un grand respect.

Mohamed.

❧ **Dédicaces** ❧

Je dédie ce modeste travail à :

- *Mes chers parents .*
- *Mes frères et ma sœur.*
- *Toute la famille sans oublier la petite « Dihia ».*
- *Mes oncles.*
- *Tous mes amis.*
- *Celle que j'aime « Nina ».*

Abdelkader.

❧ Dédicaces ❧

Je dédie ce modeste travail fruit de plusieurs années d'effort.

- A mes parents qui n'ont jamais baissé les bras, jamais montré le plus petit signe de fatigue à mon égard, je n'oublierai jamais leurs conseils, leurs sacrifices perpétuels.

Eux qui m'ont toujours entourer de leur affection, de leur amour, qui ont su me montrer le chemin et me préserver de tout aléas de la vie. Pour que je réussisse. Que dieux les préserve et me guide pour que j'en sois digne. Mes très chers parents, soyez bénis.

- A mes frères et sœurs auprès desquels j'ai trouvé compréhension, aide et assistance aussi bien morale que matériels. Qu'ils en soient remerciés.
- A ma fiancée adorée qui a toujours su me comprendre même si cela n'est pas souvent évident. Qu'elle trouve dans cette dédicace l'expression de mon amour.
- A mes amis auprès desquels j'ai trouvé le courage de continuer les joies et les déboires de l'université. Meghzi, Yalioua, Temim, Soualah, Kamel, Kanem, Kader, Kalala, Ferhat, Aissa, Saidoune, Achour, Raid, Syfax, Berbiha, Guassem, Aissam, Fadhel, Redouane, Guëssab, Benbelaid, Kherbachi, Hadj Kedour, Dendeh, Toufik,, tous mes amis et collègues du bloc 2, et tous ceux que j'ai oublier par inadvertance.
- Je ne peux terminer cette dédicace sans citer la famille MEGHZI à sa tête Da Ahmed pour laquelle j'éprouve un grand respect.

Mohamed.

Résumé

L'objet de ce mémoire est d'élaborer une étude comparative de méthodes d'estimation spectrale du spectre doppler.

Une étude des méthodes classiques d'estimation spectrale est faite et renforcée par une simulation du périodogramme et du périodogramme moyenné avec comparaison de leurs performances.

Dans une second partie nous considérons les méthodes paramétriques qui sont des méthodes modernes d'estimation spectrale qui impliquent la prédiction linéaire, dans ce contexte une comparaison renforcée par des simulations est élaborée entre la méthode de prony et celle de la décomposition en valeurs singulière (DVS).

Lors de l'élaboration de ces simulations les performances radar à savoir : résolution en fréquence, intensité du bruit, et quantité d'informations disponibles sont des facteurs à tenir en considération.

Sommaire

	page
Introduction générale	01
Chapitre I : Radar doppler à impulsions	02
I- Radar a impulsions.....	02
I. 1- Principe de fonctionnement.....	02
I. 2- Mesures effectuées	02
I. 2. 1- mesure de la distance.....	02
I. 2. 2- mesure de la direction	03
I. 2. 3- mesure de la vitesse radiale.....	04
I. 3- Performances radar.....	04
I. 4- Résolution radar.....	05
I. 4. 1- résolution en distance	05
I. 4. 2- résolution en vitesse	05
I. 4. 3- résolution angulaire	05
II- Caractéristiques du radar doppler	06
II. 1- Effet doppler.....	07
II. 2- Accomplissement de la cohérence	08
III- Organisation du récepteur doppler.....	08
III. 1- Translation au fréquences vidéo	09
III. 2- Chaînes I et Q	10
IV- Ambiguïtés radar	11
IV. 1- Ambiguïté distance	11
IV. 2- Ambiguïté doppler	11
IV. 3- Ambiguïté en distance et vitesse	11
V- Modélisation de l'écho doppler	12
Chapitre II : Outils d'analyse spectrale	14
I- Classifications de processus	14
I. 1- Evolution dans le temps	14
I. 2- Variable de temps.....	15
I. 3- Energie et puissance	15
I. 3. 1- processus à énergie finie	15
I. 3. 2- processus à puissance moyenne finie	15
II- Notion de spectre	16
II. 1- DSP d'un processus aléatoire.....	16
II. 2- Estimation spectrale	17
II. 3- Précision spectrale	17
II. 4- Résolution en fréquence.....	17
III- Méthodes d'estimation spectrales.....	18
III. 1- Méthodes non paramétriques.....	18
III. 2- Méthodes paramétriques.....	18
IV- Estimation spectrale classique.....	19
IV. 1- Périodogramme.....	19
IV. 2- Périodogramme moyenné.....	19
V- Spectre pulse doppler	20

	page
Chapitre III : Estimation spectrale paramétrique	26
I- Notion de modèle	26
I. 1- Critères d'optimalité.....	26
I. 2- Approche modélisation en estimation spectrale.....	27
II- Modélisation par fonctions de transfert rationnelles.....	28
II. 1- Processus ARMA d'ordre (P , Q)	28
II. 2- Processus MA d'ordre Q.....	29
II. 3- Processus AR d'ordre P	29
II. 4- Processus du bruit blanc.....	30
II. 5- Stationnarité	30
II. 6- Stabilité	31
III- Equations De Yule Walker	31
IV- Méthode De Prony.....	33
V- Méthode SVD	36
 Chapitre IV : Simulations et résultats	 40
I- Simulation de l'écho doppler	40
II- Spectre doppler du périodogramme	42
• Variation de la longueur de l'échantillon N.....	42
• Variation du SNR.....	43
• Résolution en fréquence.....	44
III- Spectre du périodogramme moyenné	46
• Variation de la longueur de l'échantillon N.....	46
• Variation du nombre de fenêtres	47
• Type de fenêtrage.....	48
• Variation du SNR.....	48
• Résolution en fréquence.....	49
IV Spectre de prony.....	51
• Variation de la longueur de l'échantillon N.....	51
• Variation de l'ordre du modèle	52
• Variation du SNR.....	53
• Résolution en fréquence.....	53
V- Spectre DVS	55
• Variation de la longueur de l'échantillon N.....	55
• Variation de l'ordre du modèle	56
• Variation du SNR.....	57
• Résolution en fréquence.....	57
VI- Étude comparative.....	58
 Conclusion générale	 60
Annexe A	61
Annexe B	62
Annexe C	64

Listes des figures

	page
Figure (I. 1) : Mesure de la distance pour radar à impulsion	03
Figure (I. 2) : Mesure de la direction pour radar à impulsion	03
Figure (I. 3) : Mesure de la vitesse radiale par radar doppler.....	04
Figure (I. 4) : Principe de la résolution en distance.....	05
Figure (I. 5) : Principe de la résolution angulaire.....	06
Figure (I. 6) : Diagramme bloc simplifié d'un radar pulse doppler	07
Figure (I. 7) : Illustration de l'effet doppler	07
Figure (I. 8) : Principe de la cohérence doppler	08
Figure (I. 9) : Blocs fondamentaux du récepteur doppler	09
Figure (I. 10) : Détecteurs synchronisés.....	10
Figure (I. 11) : Décalage positif de la fréquence doppler.....	10
Figure (I. 12) : Décalage négatif de la fréquence doppler.....	11
Figure (I. 13) : Points brillants d'une cible réelle (avion)	12
Figure (II. 1) : Séparation en fréquence	18
Figure (II. 2) : Partie de fréquence positives du spectre de N impulsions cohérentes ...	24
Figure (II. 3) : Elaboration de l'algorithme du périodogramme moyenné.....	25
Figure (III. 1) : Identification paramétrique par l'erreur de prédiction.....	27
Figure (III. 2) : Elaboration de l'algorithme de prony	38
Figure (III. 3) : Elaboration de l'algorithme SVD	39
Figure (IV. 1a) : Simulation des chaînes I et Q superposées (100 impulsions).....	41
Figure (IV. 1b) : Simulation de la chaîne I (1000 impulsions)	41
Figure (IV. 2) : Spectre doppler du périodogramme N = 1000 imps, SNR = 3 dB.....	42
Figure (IV. 3) : Spectre doppler du périodogramme N = 100 imps, SNR = 3 dB.....	42
Figure (IV. 4) : Spectre doppler du périodogramme SNR = 10 dB, N = 1000 imps.....	43
Figure (IV. 5) : Spectre doppler du périodogramme SNR = -7 dB, N = 1000 imps	43
Figure (IV. 6) : Spectre doppler du périodogramme $f_1 = 400 \text{ hz}$, $f_2 = 390 \text{ hz}$, N = 1000 imps	44
Figure (IV. 7) : Spectre doppler du périodogramme $f_1 = 400 \text{ hz}$, $f_2 = 398 \text{ hz}$, N = 1000 mps	44
Figure (IV. 8) : Spectre doppler du périodogramme $f_1 = 400 \text{ hz}$, $f_2 = 390 \text{ hz}$, N = 100 iraps	45
Figure (IV. 9) : Spectre doppler du périodogramme moyenné SNR = 10 dB, N = 1000 imps , 5 fenêtres Hamming	46
Figure (IV. 10) : Spectre doppler du périodogramme moyenné SNR = 10 dB, N = 100 imps , 5 fenêtres Hamming	46
Figure (IV. 11) : Spectre doppler du périodogramme moyenné SNR = 10 dB, N = 1000 imps , 10 fenêtres Hamming	47
Figure (IV. 12) : Spectre doppler du périodogramme moyenné SNR = 10 dB, N = 1000 imps , 2 fenêtres Hamming	47
Figure (IV. 13) : Spectre doppler du périodogramme moyenné SNR = 10 dB, N = 1000 imps , 5 fenêtres rectangulaires.....	48
Figure (IV. 14) : Spectre doppler du périodogramme moyenné SNR = -7 dB, N = 1000 imps, 5 fenêtres Hamming.....	48

	page
Figure (IV. 15) : Spectre doppler du périodogramme moyenné $f_1 = 400 \text{ hz}$, $f_2 = 390 \text{ hz}$, $N = 1000$, 5 fenêtres Hamming.....	49
Figure (IV. 16) : Spectre doppler du périodogramme moyenné $f_1 = 400 \text{ hz}$, $f_2 = 388 \text{ hz}$, $N = 1000$, 5 fenêtres Hamming	49
Figure (IV. 17) : Spectre doppler de prony $P = 2$, $\text{SNR} = 10 \text{ dB}$, $N = 1000$	51
Figure (IV. 18) : Spectre doppler de prony $P = 2$, $\text{SNR} = 10 \text{ dB}$, $N = 100$	51
Figure (IV. 19) : Stabilité du modèle prony $P = 2$, $\text{SNR} = 10 \text{ dB}$	52
Figure (IV. 20) : Spectre doppler de prony $P = 20$, $\text{SNR} = 10 \text{ dB}$, $N = 1000$	52
Figure (IV. 21) : Spectre doppler de prony $\text{SNR} = -10 \text{ dB}$, $P = 2$, $N = 1000$	53
Figure (IV. 22) : Spectre doppler de prony $f_1 = 400 \text{ hz}$, $f_2 = 390 \text{ hz}$, $P = 30$, $N = 1000 \text{ imps}$	53
Figure (IV. 23) : Spectre doppler de prony $f_1 = 400 \text{ hz}$, $f_2 = 397 \text{ hz}$, $P = 30$, $N = 1000 \text{ imps}$	54
Figure (IV. 24) : Spectre doppler de prony $f_1 = 400 \text{ hz}$, $f_2 = 390 \text{ hz}$, $P = 4$, $N = 1000 \text{ imps}$	54
Figure (IV. 25) : Spectre doppler pour SVD $P = 3$, $\text{SNR} = -0.45 \text{ dB}$, $N = 1000 \text{ imps}$	55
Figure (IV. 26) : Spectre doppler pour SVD $P = 3$, $\text{SNR} = -0.45 \text{ dB}$, $N = 100 \text{ imps}$	55
Figure (IV. 27) : Spectre doppler pour SVD $P = 3$, $\text{SNR} = 10 \text{ dB}$, $N = 1000 \text{ imps}$	56
Figure (IV. 28) : Spectre doppler pour SVD $P = 10$, $\text{SNR} = 10 \text{ dB}$, $N = 1000 \text{ imps}$	56
Figure (IV. 29) : Spectre doppler pour SVD $P = 3$, $\text{SNR} = -10 \text{ dB}$, $N = 1000 \text{ mps}$	57
Figure (IV. 30) : Spectre doppler pour SVD $f_1 = 400 \text{ hz}$, $f_2 = 390 \text{ hz}$, $P = 6$, $N = 1000 \text{ imps}$	57
Figure (IV. 31) : Etude comparative à 10 dB	58
Figure (IV. 32) : Etude comparative à -10 dB	59
Figure (B. 1) : Diagramme bloc simplifié d'un radar classique à impulsions	63

Introduction
Générale

Introduction générale

Lors de traitement numérique d'échos doppler les problèmes de détection de fréquences noyées dans un bruit, l'intensité du bruit qui s'exprime par une diminution du SNR, et la résolution en fréquence qui exprime le pouvoir du radar à discerner des cibles proches sont des facteurs principaux à tenir en considération lors du choix d'algorithmes de résolution.

La technologie du radar doppler une énorme évolution ces dernières dizaines années, actuellement ils sont dotés de processus de signal très performants qui peuvent fournir beaucoup d'informations à propos d'une cible.

Le traitement numérique du signal c'est largement ouvert aux grandes applications y compris le radar doppler. Les méthodes classiques d'estimation spectrales remontent à une longue durée, elles sont fondées sur la transformée de Fourier discrète, hors l'expérience montre qu'elles sont limitées en résolution surtout pour un total de données disponibles qui n'est pas considérable.

L'utilisation de techniques modernes d'estimation spectrale implique la notion de prédiction linéaire où l'on attribue un modèle qui approche une série de mesures, c'est l'approche identification adoptée en estimation spectrale qui est un nouveau champ d'application de la prédiction linéaire.

Ainsi notre travail consiste à maîtriser le fonctionnement du radar doppler et montrer comment est exploité le traitement numérique du signal pour l'estimation du spectre doppler, dans ce contexte nous présentons dans le chapitre I les caractéristiques et le fonctionnement du radar doppler, le chapitre II est consacré à la théorie de l'estimation spectrale classique tandis que le chapitre III montre comment est exploité la prédiction linéaire dans l'estimation spectrale paramétrique qui est une perspective moderne et nous terminons par le chapitre IV où l'on présente toutes les simulations élaborées sous forme d'étude comparative entre les méthodes vues en théorie.

Chapitre 1 :
Radar
doppler à impulsions

Chapitre I

Radars doppler à impulsions

Le radar (Radio Detection And Ranging) est un système de détection et de localisation développé à partir des années 1938 pour satisfaire les besoins militaires de surveillance et contrôle d'armes, cependant il a vu des applications civiles importantes dans le contrôle de la circulation des avions, navires, vaisseaux spatiaux, et en météorologie. Pour détecter les objets, le radar émet des ondes électromagnétiques, qui lui reviennent après réflexion sur la cible avec un retard Δt d'autant plus grand que la cible est éloignée. L'analyse du signal réfléchi permet de déterminer certaines caractéristiques de la cible comme par exemple la distance, la direction et la vitesse.

Les radars peuvent être bi-statiques lorsqu'ils utilisent deux antennes, une pour l'émission et l'autre pour la réception, comme ils peuvent être mono-statiques lorsqu'ils utilisent une antenne commune à l'émission et à la réception.

I- RADAR A IMPULSIONS

I. 1- PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT

Le principe technique de base du radar à impulsions consiste à envoyer des paquets d'ondes électromagnétiques à intervalles réguliers (à une fréquence de répétition *PRF* : Pulse Repetition Frequency). Lorsque l'onde émise intercepte un objet, une partie de son énergie est renvoyée vers l'antenne du radar, on dit qu'elle est rétro diffusée.

Grossièrement, la mesure du temps écoulé entre l'émission de l'onde et sa réception permet de localiser la cible. La mesure de l'intensité du signal reçu permet de caractériser de façon plus ou moins précise la nature de la cible (une cible parfaitement réfléchissante renvoie plus d'énergie qu'une cible peu réfléchissante). Enfin, la mesure du décalage de fréquence entre le signal émis et le signal reçu permet d'évaluer la fréquence doppler dû au déplacement de la cible selon l'axe de visée, et ainsi de déduire la vitesse radiale de cette cible.

I. 2- MESURES EFFECTUEES

I. 2. 1- Mesure de la distance

la distance de la cible par rapport au radar est obtenu à partir du temps que met l'énergie rayonné pour atteindre la cible et revenir, la cible se trouve à une distance du radar égale à la moitié de l'intervalle de temps multiplié par la célérité de la lumière (vitesse de l'onde électromagnétique dans le vide si le milieu traversé est l'atmosphère) :

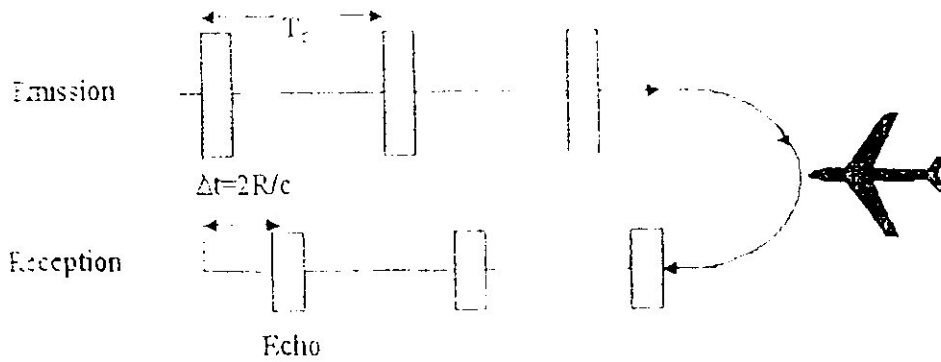
$$D = \frac{c\Delta t}{2} \quad (I. 1)$$

avec :

D : distance de la cible au radar.

C : célérité de la lumière.

Δt : temps écoulé entre l'émission et la réception.



- fig (I. 1) : Mesure de la distance pour radar à impulsions

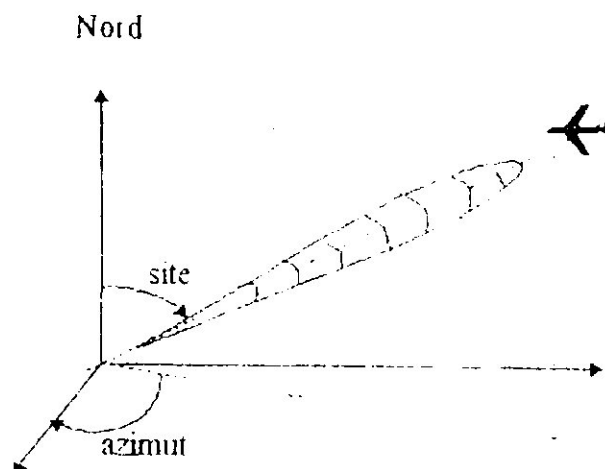
I. 2. 2- Mesure de la direction

la position angulaire (direction) de la cible s'effectue grâce à une antenne directive qui détecte l'angle d'arrivée de l'énergie réfléchi. cette dernière est réfléchi dans beaucoup de directions, mais la portion détectable est généralement réfléchi dans la direction où elle a été rayonnée à l'origine, par le relevé de l'orientation du faisceau au moment de la détection. En effet toute antenne ne répartit pas l'énergie uniformément dans toutes les directions, en particulier, une antenne de dimension L , le long de laquelle on répartit l'énergie à émettre suivant une loi particulière peut, par le jeu de la recombinaison spatiale des ondes concentrer l'énergie émise dans un angle limité θ :

$$\theta = 70 \frac{\lambda}{L} \quad (I. 2)$$

Avec :

- θ : ouverture à mi-puissance
- λ : longueur d'onde émise
- L : la dimension de l'antenne



- fig (I. 2) : Mesure de la direction pour radar à impulsions

I. 2. 3- Mesure de la vitesse radiale

Certains radars (radars doppler) peuvent déterminer la vitesse radiale d'une cible grâce à la mesure de la fréquence doppler qui est égale à l'écart entre la fréquence du signal émis et la fréquence du signal réfléchi :

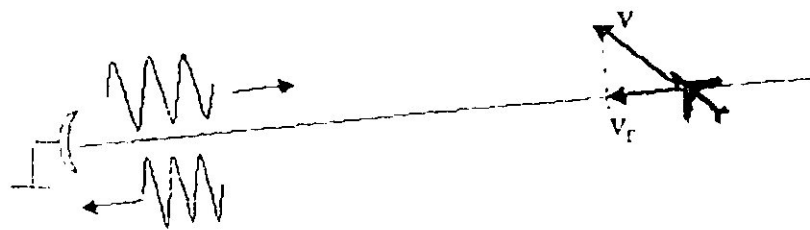
$$V_r = \frac{\lambda}{2} f_d \quad (I. 3)$$

et :

$$f_d = f_r - f_e$$

avec :

- V_r : vitesse radiale
- λ : longueur d'onde
- f_d : fréquence doppler
- f_e : fréquence de l'onde émise
- f_r : fréquence de l'onde réfléchie



- fig (I. 3) : Mesure de la vitesse radiale par radar doppler

Dans ce qui suit nous nous intéressons particulièrement au radar doppler qui a rapidement évolué durant les dernières dizaines d'années.

I. 3- PERFORMANCES RADAR

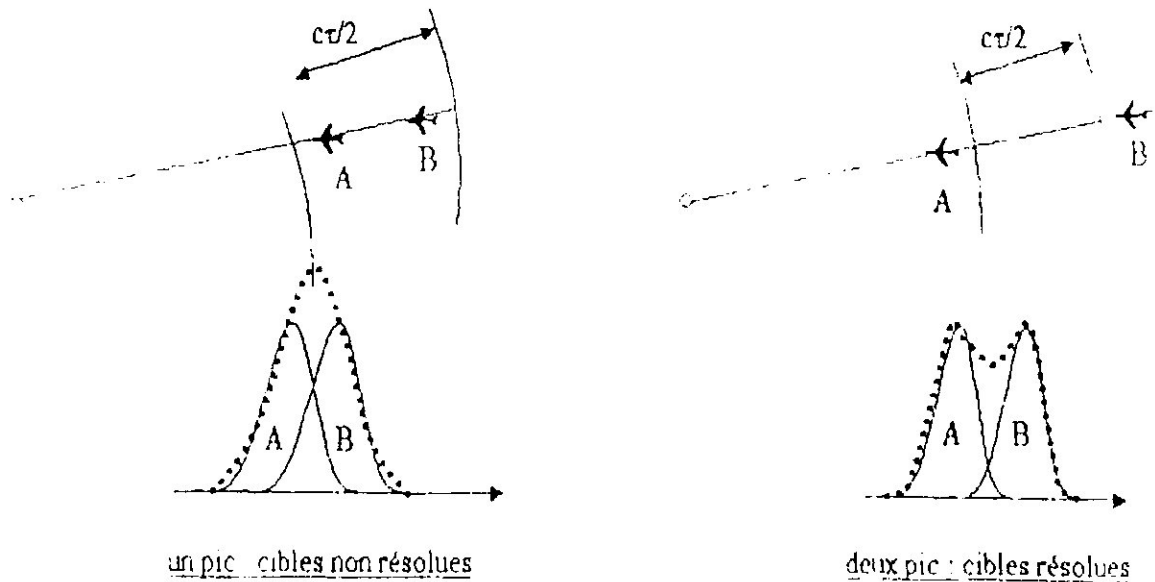
L'intensité des échos réfléchis vers la direction radar varient plus au moins au hasard, les cibles ne pourront pas être détectées sauf si leurs échos sont assez forts pour être discernés du bruit électrique à la sortie du récepteur ou bien du clutter, ce dernier pouvant être plus intense que le bruit. En réalité, la détectabilité d'une cible dépend de beaucoup de facteurs, la majorité d'entre eux sont :

- Puissance des ondes émises.
- Fraction de temps τ / T durant laquelle la puissance est émise.
- La taille de l'antenne.
- Les caractéristiques de réflectivité de la cible.
- La durée de temps pendant laquelle la cible se trouve sur le lobe principal durant chaque balayage.
- Le nombre de balayages dans lesquels la cible apparaît.
- La longueur d'onde des ondes radio.
- Intensité du bruit et du clutter.

I. 4- RESOLUTION RADAR**I. 4. 1- Résolution en distance**

On appelle résolution en distance S_d la distance minimale entre deux échos successifs nécessaire à leur séparation. La résolution ne dépend que de la largeur de bande Δf du signal :

$$S_d = \frac{c}{2\Delta f} \quad (\text{I. 4})$$



- fig (I. 4) : Principe de la Résolution en distance

I. 4. 2- Résolution en vitesse

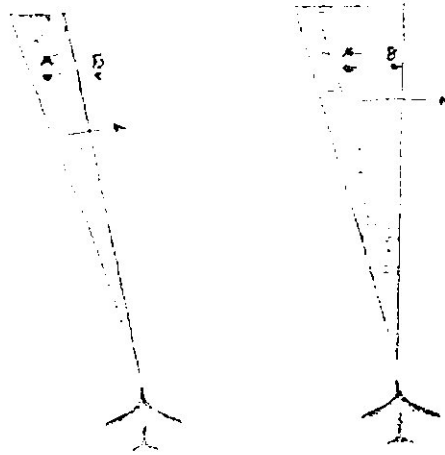
On appelle résolution en vitesse S_v la différence minimale de vitesse entre deux échos successifs nécessaire à leur séparation :

$$S_v = \frac{\lambda}{2\Delta T} \quad (\text{I. 5})$$

I. 4. 3- Résolution angulaire

La résolution angulaire S_{az} est liée à l'ouverture du diagramme de rayonnement de l'aérien. On admet que deux cibles peuvent être distinguées angulairement si elles ne se trouvent pas en même temps à l'intérieur de l'ouverture mi-puissance θ du faisceau, à une distance D du radar la résolution est donnée par :

$$S_{az} = D\theta \cdot \frac{\pi}{180} \quad (\text{I. 6})$$



- fig (I. 5) : Principe de la résolution angulaire

La précision sur la mesure est liée en grande partie à la présence de bruit et à la largeur de bande du signal ou à la largeur du signal.

II- CARACTERISTIQUES DU RADAR DOPPLER

Le radar doppler est un radar à impulsions qui fonctionne par détection des fréquences doppler, il n'est pas de taille physique aussi importante que le radar classique mais il assure de meilleurs performances, il peut détecter de petites cibles à grandes distances et séparer les échos des cibles du clutter (fouillis).

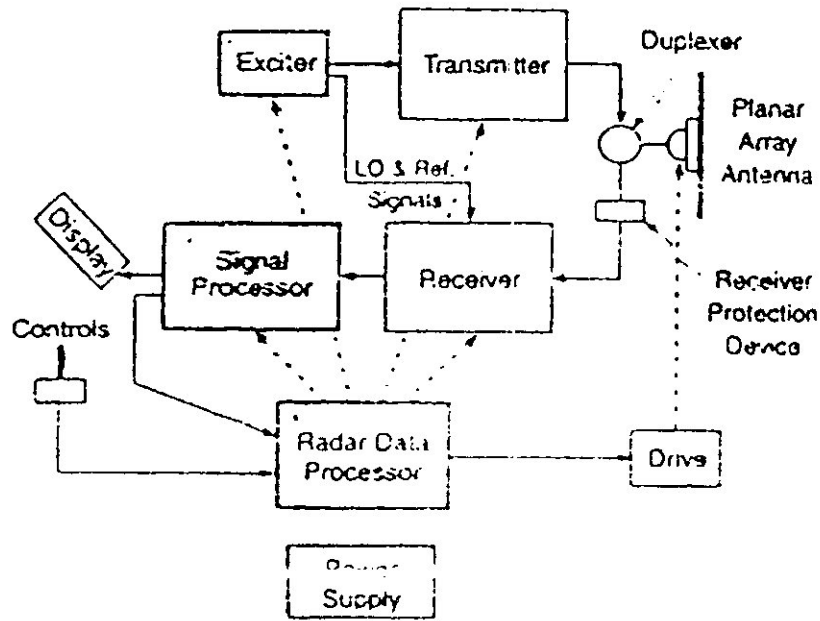
Le diagramme fonctionnel simplifié du radar pulse doppler comprend les différences suivantes par rapport à un radar à impulsions classique (annexe B) :

- Addition d'un bloc appelé excitateur
- Addition d'un calculateur appelé processeur des données radar
- Addition d'un processeur numérique du signal
- Elimination de certain blocs classiques ; leurs fonctions sont compensées partiellement par le processeur de données et partiellement par le processeur du signal

Pour assurer la mesure de la fréquence doppler, les conditions suivantes doivent être satisfaites :

- Il faut avoir à la réception au moins quelques échos successifs (des fois beaucoup).
- Il faut avoir une émission cohérente.
- Emploi d'un traitement numérique adéquat de l'écho radar qui consiste à rejeter le clutter, performer la détection, et aider à la discrimination et la classification d'une cible.

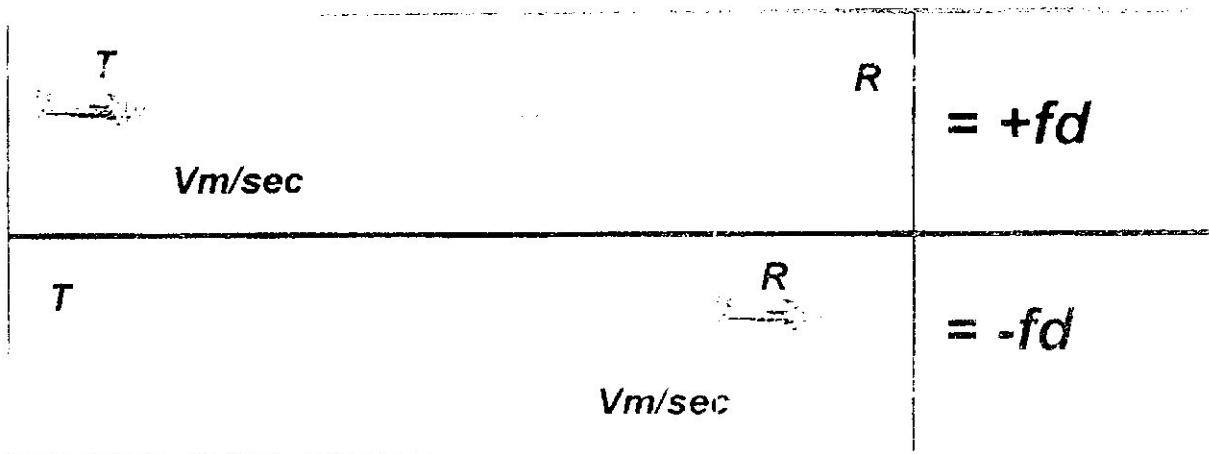
Ces conditions sont spécifiques au radar doppler et constituent des critères différenciant les radars pulse Doppler des radars classiques à impulsions.



- fig (I. 6) : Diagramme bloc simplifié d'un radar pulse Doppler

II.1- EFFET DOPPLER

L'effet Doppler est un décalage de la fréquence d'une onde rayonnée, réfléchi ou reçue par un objet en mouvement. L'onde réfléchi se comprime ou se détend selon que la cible se rapproche ou s'éloigne respectivement du radar. Lorsque l'onde se comprime la longueur d'onde diminue, la fréquence augmente puisque elle est inversement proportionnelle à la longueur d'onde, et pour l'onde détendue l'inverse se produit donc la fréquence diminue. plus la vitesse de l'objet est importante plus l'effet doppler augmente.



- fig (I. 7) : Illustration de l'effet Doppler

Pour les radars terrestres (fixes) n'importe quel mouvement relatif est entièrement due au mouvement des cibles, par contre pour les radars embarqués, le mouvement relatif est due au radar ou aux cibles ou aux deux en même temps.

Le décalage doppler étant relié à la vitesse radiale de la cible par la relation :

$$f_d = \frac{2V_r}{\lambda}$$

En exprimant la longueur d'onde en fonction de célérité de la lumière c et de la fréquence de l'onde émise f_c on aura :

$$f_d = \frac{2f_c V_r}{c} \quad (I.7)$$

II. 2- ACCOMPLISSEMENT DE LA COHERENCE

La cohérence est une continuité dans la phase du signal d'une impulsion à une autre, le premier front d'onde dans chaque impulsion est séparé du dernier front d'onde de même polarité de l'impulsion précédente par quelques nombres entiers de longueur d'onde.

L'excitateur génère un signal de faible puissance continue et très stable à la fréquence d'émission désirée, l'émetteur est un tube hyperfréquence amplificateur de puissance, il tranche des impulsions cohérentes du signal de l'excitateur (grâce à un signal de contrôle appliqué à sa grille de contrôle), amplifie ces impulsions au niveau de puissance désiré pour l'émission. A la sortie de l'émetteur les phases des impulsions successives sont exactement les mêmes comme si les impulsions étaient tranchées d'une onde continue.

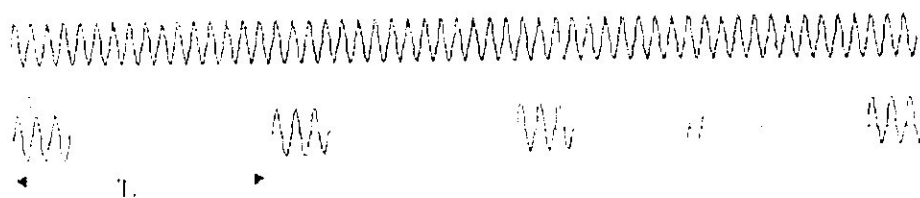
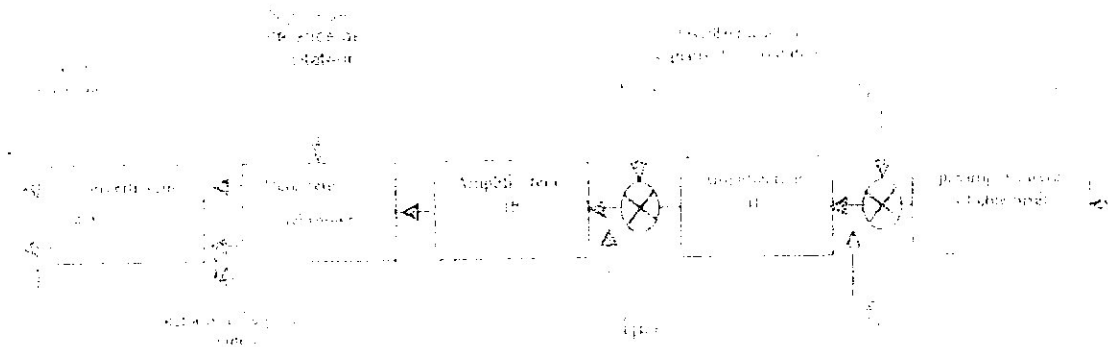


Fig (I. 8) : principe de la cohérence doppler

Par modification du signal de contrôle appliqué à la grille de contrôle du tube hyperfréquence, la largeur des impulsions émises ainsi que leur fréquence de répétition peuvent être changeables selon les besoins fonctionnels, de même, par modification du signal de l'excitateur, la fréquence et le niveau de puissance des impulsions peuvent être variés.

III- ORGANISATION DU RECEPTEUR DOPPLER

Dans le récepteur doppler nous avons en premier un préamplificateur à faible bruit qui augmente la puissance des échos reçus pour qu'ils puissent supporter le bruit électrique généré, ensuite plus d'une translation de fréquence intermédiaire est généralement remplie pour éviter le problème des fréquences images. Pour détecter les fréquences doppler nous faisons battre les échos à décalage doppler reçus contre le signal de référence généré par l'excitateur, deux sorties vidéo bipolaires sont produites : la sortie « en phase » I et la sortie « en quadrature » Q, leurs amplitudes sont échantillonnées à des intervalles de l'ordre de la largeur de l'impulsion émise, le vecteur somme des échantillons I et Q est proportionnel à l'énergie du signal échantillonné, leur rapport indique la phase du signal. Les échantillons sont convertis en nombres par un convertisseur analogique numérique (A/D) et fournis au processeur du signal.



- fig (I. 9) : Blocs fondamentaux du récepteur doppler

III. 1- TRANSLATION AUX FREQUENCES VIDEO

Le signal à décalage doppler reçu est comparé à un signal de référence dont la fréquence correspond à celle de l'émetteur. L'opération est effectuée par un détecteur synchronisé qui multiplie les valeurs instantanées du signal reçu par les valeurs instantanées du signal de référence et délivre en sortie :

$$V_r = A_r \sin(\omega_r t + \phi) A_e \sin \omega_e t$$

$$V_r = A_r (\sin \phi \cos \omega t + \cos \phi \sin \omega t) A_e \sin \omega t$$

$$V_r = \frac{A_r A_e}{2} \sin \phi \sin 2\omega t + \frac{A_r A_e}{2} \cos \phi - \frac{A_r A_e}{2} \cos \phi \cos 2\omega t \tag{I. 8}$$

avec :

- e : émission
- r : réception
- ϕ : décalage doppler

Le produit est appliqué à un filtre passe bas dont la bande passante est suffisamment large pour permettre le passage de toutes les fréquences doppler détectable. la sortie du filtre s'écrit :

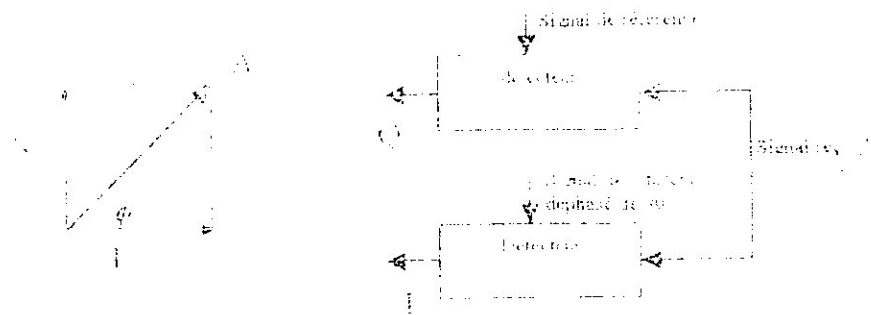
$$V_1 = \frac{A_r A_e}{2} \cos \phi \tag{I. 9}$$

Nous appliquons simultanément le signal reçu à un détecteur qui le compare au signal de référence déphasé de 90°, ceci permet d'avoir un spectre complet. le second détecteur fournit la sortie :

$$V_2 = \frac{A_r A_e}{2} \sin \phi \tag{I. 10}$$

Si la sortie du second détecteur est en retard par rapport à la sortie du premier détecteur alors la fréquence doppler est positive, cela veut dire que la cible se rapproche du radar, par contre si

la sortie du second détecteur est en avance par rapport à celle du premier détecteur la fréquence doppler est négative donc la cible s'en éloigne.

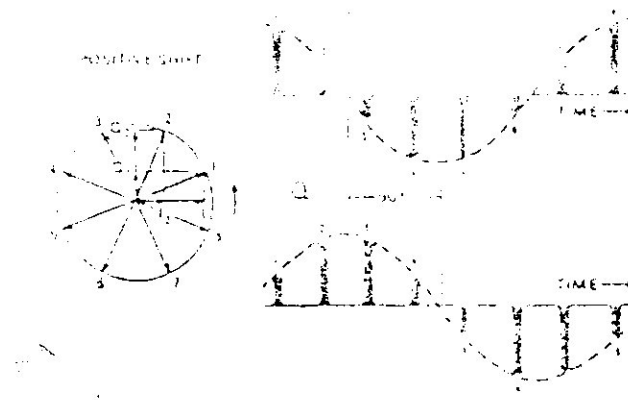


- fig (I. 10) : Détecteurs synchronisés

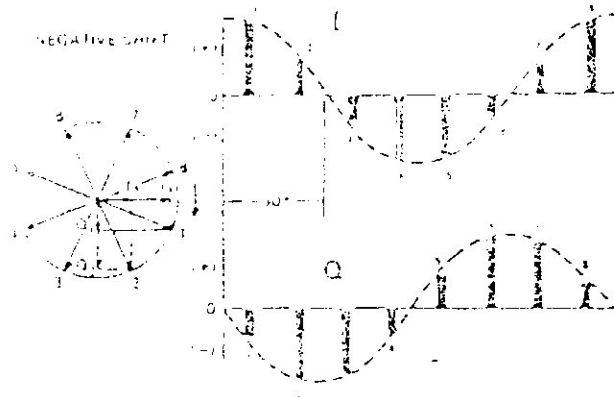
III. 2- CHAINES I ET Q

Il a été convenu de représenter un signal par deux composantes de même fréquence et crête d'amplitude mais différentes en phase par 90°. Puisque l'onde sinus est déphasée de 90° par rapport à l'onde cosinus, il a été alors convenu de représenter le signal par une composante sous forme d'onde sinus ($A \sin \omega t$) et une composante sous forme d'onde cosinus ($A \cos \omega t$), par convention l'onde cosinus est appelée la composante « en phase I » et l'onde sinus déphasée d'un quart de cercle est appelée la composante à « quadrature de phase Q ».

Par détection des décalages de phase successifs reçus de la cible, le radar produit un signal vidéo dont l'amplitude fluctue à la fréquence doppler de la cible, les fluctuations des composantes Q seront en retard par rapport au fluctuations des composantes I si le décalage doppler est positif et en avance si le décalage est négatif.



- fig (I. 11) : Décalage positif de la fréquence doppler



- fig (I. 12) : Décalage négatif de la fréquence doppler

IV- AMBIGUITES RADAR

IV. 1- AMBIGUITE DISTANCE

Pour que la distance soit non ambiguë, il faut que toutes les sources de réflexions détectables soient à des distances moins que la distance ambiguë, la distance maximale qu'un radar doppler peut mesurer sans ambiguïté est donnée par :

$$D_{\max} = \frac{c}{2PRF} \quad (I. 11)$$

sous cette condition la zone jusqu'à D_{\max} est une région à distance non ambiguë.

IV. 2- AMBIGUITE DOPPLER

La fréquence doppler est naturellement ambiguë. Si les ambiguïtés sont significatives alors elles dépendent non seulement de la PRF mais aussi d'autres paramètres tels que la longueur d'onde. La fréquence doppler non ambiguë pour une PRF fixe est donnée par :

$$\Delta f_d = \pm \frac{PRF}{2} \quad (I. 12)$$

IV. 3- AMBIGUITE EN DISTANCE ET VITESSE

L'intervalle de distance non ambiguë est donnée par :

$$\Delta d = \frac{c}{2PRF}$$

par conséquent :

$$\Delta f_d \cdot \Delta d = \frac{c}{2}$$

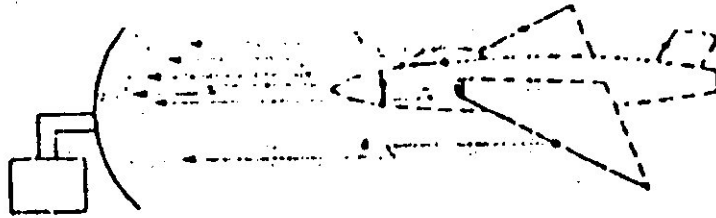
le décalage doppler et la vitesse radiale d'une cible étant linéairement reliées par l'expression (I. 7), il s'ensuit que le produit distance vitesse non ambiguë est :

$$\Delta V, \Delta D = \frac{\lambda c}{4} \quad (I. 13)$$

ce produit est maximisé en maximisant la longueur d'onde λ , mais on sait que le choix de cette dernière dépend de plusieurs facteurs contradictoires. L'élimination des ambiguïtés en distance et en vitesse se fait en utilisant séquentiellement des fréquences de récurrence différentes.

V- MODELISATION DE L'ECHO DOPPLER

Une cible réelle est un réflecteur très complexe, de nombreux éléments participent à la réflexion (pour un avion). les principaux sont les entrées et sorties des réacteurs, les bords d'attaque, les empennages, les jonctions de verrière, le radar de nez, et en règle générale toutes les irrégularités de sa structure, chaque réflecteur élémentaire peut être ramené à son centre de phase représenté par un point brillant. la valeur de la surface équivalente radar de la cible est en général obtenue par des mesures, cette surface sera considérée comme une variable aléatoire caractérisée par sa valeur moyenne, variance et distribution.



- fig (I.13) : Points brillants d'une cible réelle (avion)

Ainsi, le signal réfléchi par la cible s'écrit :

$$S(t) = \sum_{i=1}^n s_i(t)$$

$$S(t) = \sum_{i=1}^n a_i \cos(\omega t + \varphi_i)$$

En ce ramenant aux composantes croisées :

$$S(t) = \sum_{i=1}^n x_i \cos \omega t + \sum_{i=1}^n y_i \sin \omega t$$

Si en outre, le nombre de points brillants est suffisant et si aucun d'entre eux ne joue un rôle prépondérant, la loi des grands nombres (théorème central limite : annexe c) s'applique et les sommes des x_i et y_i tendent vers des variables gaussiennes, le signal réfléchi par la cible s'écrit alors :

$$S(t) = X \cos \omega t + Y \sin \omega t \quad (I. 14)$$

Où X et Y sont des fonctions aléatoires du temps indépendantes, gaussiennes, de moyenne nulle et de variances égales à la puissance S du signal.

Le signal étant fluctuant dans un bruit, le signal somme du signal utile et du bruit a pour expression :

$$S_c(t) = S(t) + b(t)$$

$$S_c(t) = (X + \alpha) \cos \omega t + (Y + \beta) \sin \omega t \quad (\text{I. 15})$$

$(X + \alpha)$ et $(Y + \beta)$ sont des variables gaussiennes de variance $S + B$.
 α, β suivent des lois de gauss de variance B du bruit.

Chapitre 2 :
Outils
d'analyse spectrale

Chapitre II

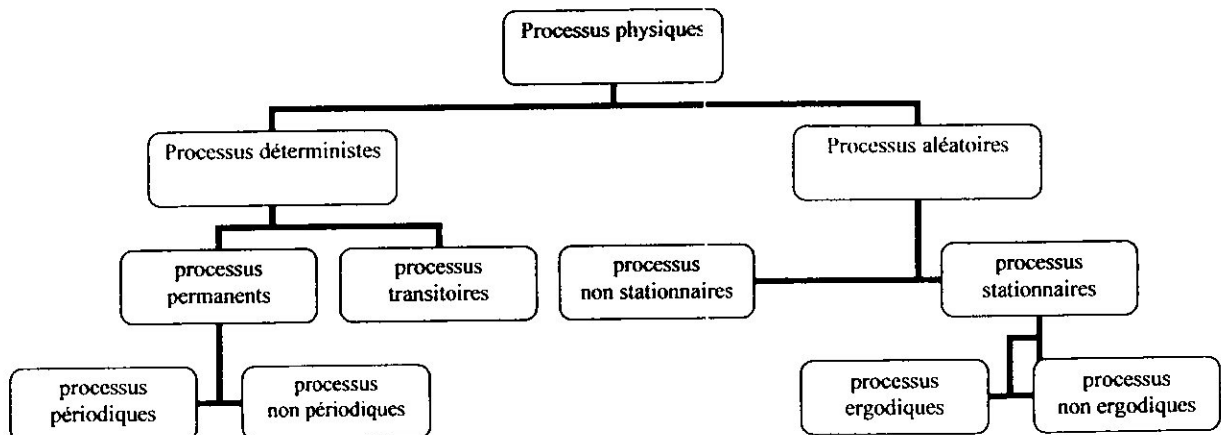
Outils d'analyse spectrale

Nous avons vu dans le chapitre précédent que l'une des innovations fondamentales qui caractérise le radar pulse doppler du radar classique est l'emploi d'un traitement adéquat de l'écho radar. En effet dans le récepteur doppler le processeur du signal effectue un traitement numérique du signal reçu pour séparer le signal utile du clutter (toute énergie réfléchi par différents réflecteurs tels que le sol, l'eau, et la neige) ; réalise un filtre adapté qui accentue le signal utile par rapport au bruit et par conséquent améliore le rapport signal/bruit, et à la fin estime la vitesse doppler de la cible par évaluation du spectre de puissance du signal réfléchi par la cible en mouvement. Les outils classiques de l'estimation spectrale élaborée par le processeur doppler ont fondés sur la transformée de Fourier discrète (TFD) mise en œuvre par l'algorithme fft.

I- CLASSIFICATIONS DE PROCESSUS

I. 1- EVOLUTION DANS LE TEMPS

En considérant l'évolution des processus en fonction du temps, on peut les classer en deux grandes catégories : Processus déterministes et processus aléatoires. La catégorie des processus déterministes définit les processus parfaitement déterminés, c'est à dire qu'on est en mesure de décrire le processus par un model mathématique conforme, cette catégorie se divise en classes de processus périodiques (qui se répètent à des temps réguliers) et non périodiques. Par contre, les processus aléatoires ou stochastiques sont définis comme une évolution imprévisible (au hasard), ils ne peuvent pas avoir une représentation analytique et il nous est impossible de les reproduire, en conséquence ils sont caractérisés par leur propriétés caractéristiques à partir des notions de la théorie des probabilités (annexe C) ; dans cette catégorie on trouve les processus stationnaires (caractéristiques statistiques ne changent pas dans le temps) et non stationnaires (processus particuliers), dans la classe des processus stationnaires il existe des processus ergodiques (moyennes temporelles sont égales aux moyennes statistiques) et des processus non ergodiques.



I. 2- VARIABLE DE TEMPS

Une autre classification selon la variable de temps permet de distinguer des processus à temps continu ou discret. Pour les processus continus, le temps est considéré comme une variable continue, les processus discrets ne sont définis qu'avec une suite d'instantanés déterminés, ils peuvent être obtenus par échantillonnage des processus à temps continu en respectant la limite de Nyquist. L'échantillonnage des processus les rendent accessibles à un traitement sur calculateurs numériques.

I. 3- ENERGIE ET PUISSANCE

Tout transfert d'information implique une transmission d'énergie, c'est l'une des caractéristiques principales à examiner lors de l'étude d'un processus, dans ce contexte nous considérons deux classes de processus :

- processus à énergie finie
- processus à puissance moyenne finie non nulle

I. 3. 1- Processus à énergie finie

Pour un processus réel $x(t)$ quelconque, l'énergie obtenue est :

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t) dt$$

Si le processus $x(t)$ est complexe :

$$x(t) = \alpha(t) + i\beta(t)$$

Où $\alpha(t)$ et $\beta(t)$ sont des fonctions réelles, alors :

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot x^*(t) dt$$

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt \quad (\text{II. 1})$$

Si l'intégrale (II. 1) est finie, le signal possède une énergie finie.

I. 3. 2- Processus à puissance moyenne finie

Les processus réels à puissance moyenne finie sont ceux définis par la relation :

$$P_{\text{moy}} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x^2(t) dt$$

avec T la période du processus.

De même, si $x(t)$ est complexe :

$$P_{\text{moy}} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |x(t)|^2 dt \quad (\text{II. 2})$$

Selon (II. 1) et (II. 2), un processus à puissance moyenne finie non nulle possède une énergie infinie et un processus à énergie finie possède une puissance moyenne nulle.

II- NOTION DE SPECTRE

Le signal est le support physique de l'information, son étude fréquentielle a pour objet de le représenter comme somme de sinusoïdes, c'est la superposition de rythmes élémentaires dont les fréquences sont caractéristiques, cette approche se généralise à un grand nombre de signaux que l'on cherche à décrire par leurs énergie (dse) ou puissance (dsp) présentée en un nombre infini de fréquences, sous la désignation de Spectre, la recherche des énergies ou des puissances présentes dans un signal réel à certaines fréquences constitue l'analyse spectrale. Dans ce contexte nous n'oublions pas de rappeler le théorème d'énergie de Parseval qui exprime la conservation de l'énergie d'un processus du domaine temporel au domaine fréquentielle comme suit :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(f)|^2 df \quad (\text{II. 3})$$

II. 1- DSP D'UN PROCSSUS ALEATOIRE

Si $x(t)$ est un processus aléatoire stationnaire au sens large, l'énergie d'un tel processus est infinie, nous nous intéressons alors à la distribution de sa puissance (moyenne temporelle de l'énergie), dans ce contexte la fonction d'auto corrélation du processus fournit une base d'analyse

Pour un processus aléatoire, la fonction d'auto corrélation a pour expression :

$$R(t_1, t_2) = E[X_c(t_1)X_c^*(t_2)] \quad (\text{II. 4})$$

où : $X_c(t) = X(t) - E[X(t)]$ désigne le processus centré.

La transformée de Fourier appliquée directement sur $X(t)$ n'existe pas pour un processus aléatoire, mais elle existe pour la fonction d'auto corrélation qui décrit le processus aléatoire.

On définit la densité spectrale de puissance $S(f)$ par la transformée de Fourier de la fonction d'auto corrélation $R(\tau)$.

$$\begin{cases} S(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} R(\tau) e^{-j2\pi f \tau} d\tau & (\text{Temps continu}) \\ S(f) = \sum_{\tau \in \mathbb{Z}} R(\tau) e^{-j2\pi f \tau} & (\text{Temps discret}) \end{cases} \quad (\text{II. 5})$$

$$R(\tau) = E(X_c(t + \tau)X_c^*(t)) = E[|X(t + \tau)|^2] - |m|^2$$

$$X_c(t) = X(t) - E[X(t)]$$

$$m_x(t) = E[X(t)]$$

avec : $\tau = t_1 - t_2$

$m_x(t)$; la moyenne.

- **Propriétés de la dsp**

- la valeur de la densité spectrale de puissance à $f=0$ est égale à l'aire sous la courbe de la fonction d'auto corrélation $R(\tau)$:

$$S(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} R(\tau) e^{-j2\pi f \tau} d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} R(\tau) d\tau$$

- la valeur moyenne au carré du processus aléatoire est égale à l'aire sous la courbe de la densité de puissance $S(f)$:

$$E[X^2(t)] = R(\tau)|_{\tau=0} = \int_{-\infty}^{+\infty} S(f) e^{j2\pi f \tau} df|_{\tau=0} = \int_{-\infty}^{+\infty} S(f) df$$

- la dsp $S(f)$ est non négative :

$$S(f) \geq 0 ; \text{ pour toutes les valeurs de } f$$

- la dsp $S(f)$ d'un processus aléatoire réel $x(t)$ est une fonction paire de la fréquence :

$$S(-f) = S(f)$$

II. 2- ESTIMATION SPECTRALE

La mise en œuvre pratique nécessite d'échantillonner le signal $x(t)$ à la sortie du capteur à une période T , chaque valeur est ensuite quantifiée par un convertisseur convenable, et à la fin une suite discrète est disponible pour permettre un traitement numérique.

Les signaux réels sont en effet rarement stationnaires sur une longue période, alors nous sommes souvent contraints de limiter le signal à une fenêtre d'observation ou il apparaît comme quasi-stationnaire, cette fenêtre peut parfois être excessivement courte, alors les coefficients d'auto corrélation $R(m)$ qui sont les versions discrétisées de l'auto corrélation et le spectre $S(f)$ ne peuvent être qu'approximativement connus, ces conditions affectent la qualité du spectre et nous parlons d'estimation spectrale.

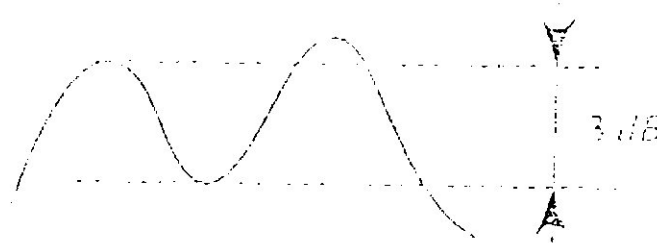
II. 3- PRECISION SPECTRALE

A partir des valeurs de la TFD nous ne pouvons avoir qu'une valeur approchée de la fréquence, et sa précision dépend du nombre de points de calcul, si L désigne le nombre de points de calcul de la TFD, la précision en fréquence est égale à $1/L$, pour des signaux échantillonnés à la fréquence f_e , cela donne une précision de f_e/L .

II. 4- RESOLUTION EN FREQUENCE

La résolution spectrale est la capacité à mesurer des fréquences distinctes connues dans un même signal, c'est le pouvoir de distinguer (résoudre ou séparer) deux fréquences

voisines dans un signal. Il est commode de définir la résolution par l'écart minimum en fréquence qu'il faut mettre entre deux fréquences d'amplitudes différentes pour observer sur le spectre un creux de plus de 3dB entre les deux maxima.



- fig (II. 1) : Séparation en fréquence -

En général, la résolution en fréquence est de l'ordre de grandeur de l'inverse du temps total d'analyse.

III - METHODES D'ESTIMATION SPECTRALES

En estimation statistique, il est d'usage de distinguer deux cas, lorsque la loi de probabilité d'un échantillon de longueur N ($x(1), \dots, x(N)$) dépend d'un nombre fini de paramètres, on dit que le modèle est paramétrique, dans le cas contraire on parle de modèle non paramétrique.

III.1- METHODES NON PARAMETRIQUES

Les méthodes non paramétriques sont les méthodes classiques de l'estimation de la densité spectrale de puissance, elles consistent à bâtir des estimations point par point de l'auto corrélation et du spectre du processus, aucune structure n'est supposée pour le signal, nous citons parmi ces méthodes :

- Le périodogramme
- Le périodogramme moyenné (méthode de WELCH)

ces deux méthodes classiques ont fait l'objet de la première partie de notre travail.

III.2- METHODES PARAMETRIQUES

Nous définissons les méthodes paramétriques par celles pour lesquelles le signal dont on veut estimer la densité spectrale de puissance possède une certaine structure ou forme mathématique connue, ces méthodes sont souvent appelées 'méthodes de haute résolutions', parmi ces méthodes nous citons :

- méthode de Burg
- méthode de Levinson
- méthode de prony
- méthode DVS (décomposition en valeurs singulières)

Les deux dernières méthodes paramétriques font l'objet de la deuxième partie de notre travail, avec comparaison avec les méthodes classiques.

IV- ESTIMATION SPECTRALE CLASSIQUE

IV.1- PERIODOGRAMME

Cette méthode est très classique par rapport à ces méthodes de type paramétrique, elle présente les avantages de ne pas nécessiter le choix a priori d'un modèle qui pourrait se révéler mal adapté, il s'agit de méthodes fondées sur la transformée de Fourier.

On appelle périodogramme la fonction aléatoire de $f \in (0,1)$ définie par :

$$\hat{S}(f) = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-2j\pi f n} \right|^2 \quad (\text{II. 6})$$

On pourrait penser que $\hat{S}(f)$ est un 'bon' estimateur de $S(f)$, il n'en est rien, si l'on considère l'espérance mathématique de $\hat{S}(f)$, on a :

$$\begin{aligned} E(\hat{S}(f)) &= \frac{1}{N} E \left(\sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-2j\pi f n} \sum_{u=0}^{N-1} x^*(u) e^{2j\pi f u} \right) \\ E(\hat{S}(f)) &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{u=0}^{N-1} R(n-u) e^{-2j\pi f (n-u)} \\ E(\hat{S}(f)) &= \sum_{\tau=-(N-1)}^{N-1} \left(1 - \frac{|\tau|}{N}\right) R(\tau) e^{-2j\pi f \tau} \end{aligned} \quad (\text{II. 7})$$

Par un argument de convergence dominée, on déduit que si $R(\tau)$ est de module sommable, le second membre tend vers $S(f)$ quand N tend vers l'infini, par conséquent, le périodogramme est un estimateur asymptotiquement sans biais de la densité spectral de puissance ; pour N suffisamment grand, $\hat{S}(f)$ fluctue autour de la vraie valeur $S(f)$. Par contre l'amplitude des fluctuations qui est donnée par la variance de $\hat{S}(f)$ ne tend pas vers 0 quand N tend vers l'infini.

Le périodogramme fluctue autour de la vraie dsp, malheureusement, même si N est très grand, l'amplitude des fluctuations reste de l'ordre de grandeur de la dsp à estimer.

IV.2- PERIODOGRAMME MOYENNE

Les résultats obtenus par le périodogramme montre que ce dernier n'est pas un estimateur consistant du spectre ; sa variance ne tend pas vers zéro quand la taille de l'échantillon tend vers l'infini. Toute fois, on montre que ce résultat peut être obtenu par moyenne de plusieurs périodogrammes, on parle de périodogramme moyenné, son principe consiste à décomposer la séquence disponible de N échantillons en L séquences plus courtes de K échantillons chacune.

WELCH a aboutit à l'algorithme suivant :

- 1- On fragmente l'échantillon $\{x(n)\}$ de longueur N en L sous-intervalles de longueur K , avec ou sans chevauchement.
- 2- On applique éventuellement une fenêtre de pondération sur chacun des L sous-intervalles, on obtient la suite $\{x(n)\}$.

- 3- On calcul les L périodogrammes.
 4- On effectue la moyenne suivante :

$$\hat{S}_{\text{moy}}(f) = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} \left(\frac{1}{K} \left| \sum_{k=0}^{K-1} x(lK+k) e^{-2j\pi k f} \right|^2 \right) \quad (\text{II. 8})$$

nous montrons que sous des conditions assez générales $\hat{S}_{\text{moy}}(f)$ est un estimateur dont la variance tend vers zéro lorsque N tend vers l'infini contrairement au cas de $\hat{S}(f)$. En pratique, nous pouvons réduire la variance en prenant L suffisamment grand, mais à N fixé le fait d'augmenter le nombre L de périodogrammes revient à réduire la taille K de chaque fenêtre d'analyse et par la même occasion réduire la résolution en fréquence, K est alors choisi de manière à réaliser un compromis entre résolution fréquentielle et variance.

V- SPECTRE PULSE DOPPLER

Le signal radar émis sous forme de train d'impulsions cohérentes de durée τ et pulsation ω_c se répétant tous les T_r (Ipp) est une modulation du signal généré par l'excitateur par un train d'impulsion rectangulaires sur la durée NT_r de ce dernier. Nous schématisons cette opération effectuée dans l'émetteur par le développement mathématique suivant :

- **Train d'impulsions rectangulaires**

On exprime le train d'impulsions rectangulaires de largeur τ en séries de Fourier :

$$s_1(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega_r t$$

$$a_0 = \frac{1}{T_r} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} dt = \frac{\tau}{T_r}$$

$$a_n = \frac{2}{T_r} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} \cos n\omega_r t dt = \frac{2\tau}{T_r} \frac{\sin n\omega_r \frac{\tau}{2}}{n\omega_r \frac{\tau}{2}}$$

ainsi :

$$s_1(t) = \frac{\tau}{T_r} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\tau}{T_r} \frac{\sin n\omega_r \frac{\tau}{2}}{n\omega_r \frac{\tau}{2}} \cos n\omega_r t$$

$$s_1(t) = \frac{\tau}{T_r} \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\omega_r \frac{\tau}{2}}{n\omega_r \frac{\tau}{2}} \cos n\omega_r t \right] \quad (\text{II. 9})$$

• **Durée de la modulation par impulsions**

la durée de la modulation par impulsions est NT_r , nous représentons ceci par la fonction rectangulaire :

$$s_2(t) = \begin{cases} 1 & \dots\dots\dots -\frac{NT_r}{2} \leq t \leq \frac{NT_r}{2} \\ 0 & \dots\dots\dots t < -\frac{NT_r}{2} \text{ et } t > \frac{NT_r}{2} \end{cases} \quad \text{(II. 10)}$$

• **Signal non modulée**

$$s_3(t) = A_e \cos \omega_e t \quad \text{(II. 11)}$$



• **Signal modulé par les impulsions rectangulaires**

Le signal modulé par le train d'impulsions sur l'intervalle $-\frac{NT_r}{2} \leq t \leq \frac{NT_r}{2}$ est représenté par le produit suivant :

$$s_c(t) = s_1(t) \cdot s_2(t) \cdot s_3(t)$$



$$s_c(t) = \frac{\tau}{T_r} \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\omega_r \frac{\tau}{2}}{n\omega_r \frac{\tau}{2}} \cos n\omega_r t \right] A_e \cos \omega_e t$$

$$s_c(t) = \frac{A_e \tau}{T_r} \left[\cos \omega_e t + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\omega_r \frac{\tau}{2}}{n\omega_r \frac{\tau}{2}} \cos n\omega_r t \cos \omega_e t \right]$$

$$s_c(t) = \frac{A_c \tau}{T_r} \left[\cos \omega_c t + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin n \omega_r \tau}{n \omega_r \tau} 2 (\cos(\omega_c + n \omega_r) t + \cos(\omega_c - n \omega_r) t) \right] \quad (\text{II. 12})$$

• Transformée de Fourier du signal modulé

$$s_c(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} s_c(t) e^{-j\omega t} dt$$

$$s_c(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{A_c \tau}{T_r} \left[\cos \omega_c t + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n \omega_r \tau}{n \omega_r \tau} 2 (\cos(\omega_c + n \omega_r) t + \cos(\omega_c - n \omega_r) t) \right] e^{-j\omega t} dt$$

$$s_c(j\omega) = \frac{A_c \tau}{T_r} \int_{-\frac{NT_r}{2}}^{+\frac{NT_r}{2}} \left[\frac{1}{2} (e^{j\omega_c t} + e^{-j\omega_c t}) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n \omega_r \tau}{n \omega_r \tau} 2 \left(\frac{1}{2} (e^{j(\omega_c + n \omega_r) t} + e^{-j(\omega_c + n \omega_r) t}) + \frac{1}{2} (e^{j(\omega_c - n \omega_r) t} + e^{-j(\omega_c - n \omega_r) t}) \right) \right] e^{-j\omega t} dt$$

$$s_c(j\omega) = \frac{A_c \tau}{2T_r} \left[\int_{-\frac{NT_r}{2}}^{\frac{NT_r}{2}} e^{-j(\omega - \omega_c) t} dt + \int_{-\frac{NT_r}{2}}^{\frac{NT_r}{2}} e^{-j(\omega + \omega_c) t} dt \right] +$$

$$\frac{A_c \tau}{2T_r} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n \omega_r \tau}{n \omega_r \tau} 2 \left[\int_{-\frac{NT_r}{2}}^{\frac{NT_r}{2}} e^{-j(\omega - \omega_c - n \omega_r) t} dt + \int_{-\frac{NT_r}{2}}^{\frac{NT_r}{2}} e^{-j(\omega + \omega_c + n \omega_r) t} dt \right] +$$

$$\frac{A_c \tau}{2T_r} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\omega_r \tau}{n\omega_r \tau} \left[\int_{-\frac{NT_r}{2}}^{\frac{NT_r}{2}} e^{-j(\omega - \omega_c + n\omega_r)t} dt + \int_{-\frac{NT_r}{2}}^{\frac{NT_r}{2}} e^{-j(\omega + \omega_c - n\omega_r)t} dt \right]$$

$$s_c(j\omega) = \frac{A_c \tau}{2T_r} \left[-\frac{1}{j(\omega - \omega_c)} \left(e^{j(\omega - \omega_c) \frac{NT_r}{2}} - e^{j(\omega - \omega_c) \frac{NT_r}{2}} \right) - \frac{1}{j(\omega + \omega_c)} \left(e^{-j(\omega + \omega_c) \frac{NT_r}{2}} - e^{-j(\omega + \omega_c) \frac{NT_r}{2}} \right) \right] +$$

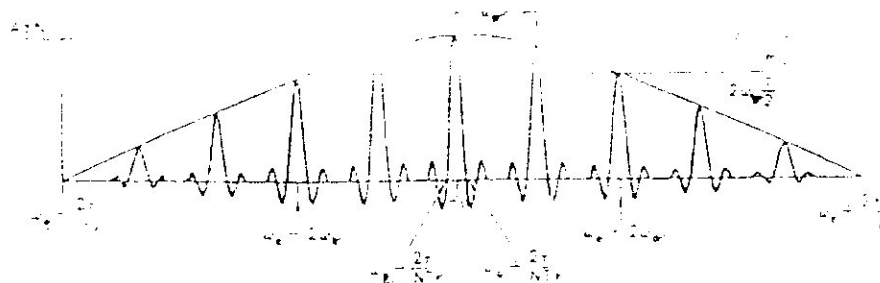
$$\frac{A_c \tau}{2T_r} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\omega_r \tau}{n\omega_r \tau} \left[-\frac{1}{j(\omega - \omega_c - n\omega_r)} \left(e^{-j(\omega - \omega_c - n\omega_r) \frac{NT_r}{2}} - e^{j(\omega - \omega_c - n\omega_r) \frac{NT_r}{2}} \right) - \frac{1}{j(\omega + \omega_c + n\omega_r)} \left(e^{-j(\omega + \omega_c + n\omega_r) \frac{NT_r}{2}} - e^{j(\omega + \omega_c + n\omega_r) \frac{NT_r}{2}} \right) \right] +$$

$$\frac{A_c \tau}{2T_r} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\omega_r \tau}{n\omega_r \tau} \left[-\frac{1}{j(\omega - \omega_c + n\omega_r)} \left(e^{-j(\omega - \omega_c + n\omega_r) \frac{NT_r}{2}} - e^{j(\omega - \omega_c + n\omega_r) \frac{NT_r}{2}} \right) - \frac{1}{j(\omega + \omega_c - n\omega_r)} \left(e^{-j(\omega + \omega_c - n\omega_r) \frac{NT_r}{2}} - e^{j(\omega + \omega_c - n\omega_r) \frac{NT_r}{2}} \right) \right]$$

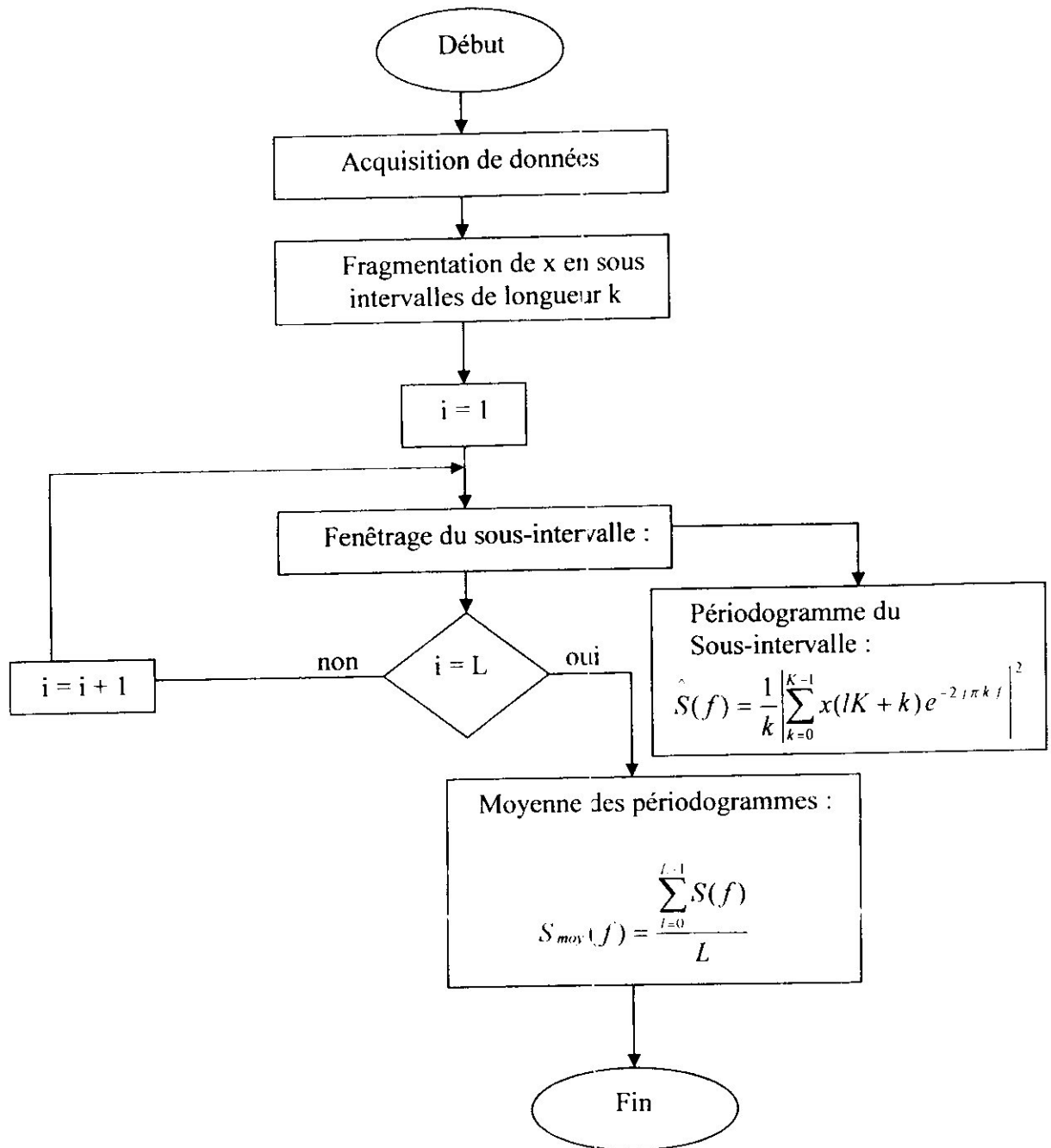
$s_c(j\omega)$ s'écrit encore :

$$\begin{aligned}
 s_c(j\omega) = \frac{A_c \tau N}{2} & \left\{ \frac{\sin(\omega + \omega_c) \frac{NT_r}{2}}{(\omega + \omega_c) \frac{NT_r}{2}} + \frac{\sin(\omega - \omega_c) \frac{NT_r}{2}}{(\omega - \omega_c) \frac{NT_r}{2}} + \right. \\
 & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\omega_r \frac{\tau}{2}}{n\omega_r \frac{\tau}{2}} \left[\frac{\sin(\omega + \omega_c + n\omega_r) \frac{NT_r}{2}}{(\omega + \omega_c + n\omega_r) \frac{NT_r}{2}} + \frac{\sin(\omega + \omega_c - n\omega_r) \frac{NT_r}{2}}{(\omega + \omega_c - n\omega_r) \frac{NT_r}{2}} \right] + \\
 & \left. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\omega_r \frac{\tau}{2}}{n\omega_r \frac{\tau}{2}} \left[\frac{\sin(\omega - \omega_c + n\omega_r) \frac{NT_r}{2}}{(\omega - \omega_c + n\omega_r) \frac{NT_r}{2}} + \frac{\sin(\omega - \omega_c - n\omega_r) \frac{NT_r}{2}}{(\omega - \omega_c - n\omega_r) \frac{NT_r}{2}} \right] \right\} \quad (\text{II. 13})
 \end{aligned}$$

L'expression finale obtenue est la transformée de Fourier du signal de l'excitateur de fréquence f_c modulé par un train de N impulsions parfaitement rectangulaires sur une durée de NT_r , elle consiste en un ensemble de termes appliqué aux fréquences négatives et un second ensemble de termes appliqué aux fréquences positives.



- fig (II. 2) : Partie de fréquences positives du spectre de N impulsions cohérentes -



- fig (II. 3) : Elaboration de l'algorithme du périodogramme moyenné

Chapitre 3 :
Estimation
Spectrale paramétrique

Chapitre III Estimation spectrale paramétrique

Après avoir examiné la théorie classique de l'estimation spectrale qui est fondée sur la transformée de Fourier discrète, nous donnons dans ce chapitre un aperçu sur l'estimation spectrale paramétrique fondée sur la prédiction linéaire et nous considérons dans ce contexte la théorie de prony et celle de la décomposition en valeurs singulières.

L'utilisation de méthodes d'estimation spectrale traditionnelles (classiques) a commencé d'une manière significative vers les années soixante, les méthodes les plus modernes sont celles fondées sur la modélisation des processus où l'on attribue un modèle qui approche une série de mesures, c'est l'approche d'identification adoptée en estimation spectrale, c'est un nouveau champ d'application de la prédiction linéaire.

L'implantation de ce type de méthodes sur le processus du signal doppler nous impose le choix de méthodes simples nécessitant la moindre complexité de calcul possible.

I- NOTION DE MODELE

Diverses représentations mathématiques ou modèles de systèmes dynamiques linéaires existent, le problème posé est comment obtenir ce modèle mathématique, c'est ce que nous appelons identification ou modélisation. Nous parlons de modélisation lorsque le modèle est obtenu à partir des lois des procédés (modèles de connaissance) et d'identification lorsque le modèle est construit à partir de suites de mesures des entrées et des sorties (modèles de représentation).

L'identification consiste à déterminer un ensemble d'équation –un modèle –décrivant le mieux possible le processus, nous distinguons deux étapes dans le travail : la première consiste à fixer la forme des équations, c'est l'étape qualitative ou caractérisation, la seconde consiste à trouver les valeurs numériques des coefficients qui interviennent dans ces équations, c'est l'étape quantitative ou estimation des paramètres, ces valeurs numériques sont déterminées de telle manière que le comportement du modèle soit le plus proche de celui du système, cette 'proximité' se mesure à l'aide d'un critère : une fois le critère choisi il suffit de faire appel aux mathématiques pour réduire la différence système –modèle. Le comportement du système dépend de son environnement et principalement de ses entrées, il faut alors que modèle et système se conduisent identiquement dans des conditions aussi variées que possible.

I. 1- CRITERES D'OPTIMALITE

Nous rencontrons dans la pratique des cas de processus où nous ignorons tout ou une partie importante des phénomènes mis en jeu, dans ce cas nous nous contentons d'une description mathématique sans lien apparent avec la réalité physique ; c'est un modèle de représentation, sa structure est fixée a priori. Chaque processus est en fait un cas particulier. lorsque la structure du modèle est choisie il faut déterminer les valeurs numériques des paramètres du modèle ; ils sont reliés aux gains, pôles, zéros du système. Pour juger des valeurs à leur attribuer un critère qui exprime quantitativement l'écart entre système et modèle est défini ; ce critère devra être minimisé, à ce stade le problème est uniquement mathématique et la qualité des résultats dépendra moins de la méthode de minimisation que de la quantité d'information enregistrée.

Le critère d'optimalité peut exprimer comme suit :

- Erreur de sortie :

L'erreur de sortie est la différence entre la sortie de système et celle du modèle

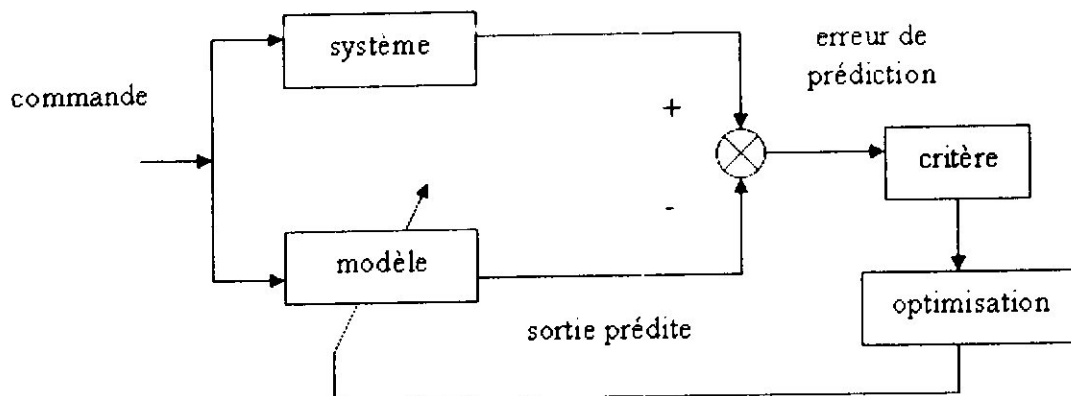
- Erreur de prédiction :

L'erreur de prédiction exprime l'écart entre la sortie du système et celle que prédit le modèle au même instant

- Erreur de structure :

L'erreur de structure considère la différence entre les paramètres du système et ceux du modèle.

Le choix du critère d'optimalité est un problème important car il a des conséquences sur la convergence, la rapidité de la recherche et sur la précision du résultat prouvé, nous schématisons l'identification paramétrique fondée sur l'erreur de prédiction, c'est le critère d'optimalité le plus répandu.



- fig (III. 1) : Identification paramétrique par l'erreur de prédiction

1. 2- APPROCHE MODELISATION EN ESTIMATION SPECTRALE

Les méthodes traditionnelles de l'analyse spectrale présentées précédemment s'appuient sur le fenêtrage des données qui fait la supposition implicite que les données non observées hors la fenêtre sont nulles, ce qui fait d'elles une supposition non réaliste qui a des conséquences sur la qualité du spectre estimé.

Souvent sur le processus nous pouvons faire des suppositions plus raisonnables que de supposer les données hors la fenêtre nulles. L'utilisation d'une information (ou supposition) à priori permet la sélection d'un modèle par détermination des paramètres du modèle à partir des observations.

L'analyse spectrale dans le contexte de la modélisation est une procédure à trois étapes :

- Première étape : sélection du modèle temporel, elle est directement liée aux techniques d'identification et d'estimation employées en théorie des systèmes linéaires.
- Seconde étape : estimation des paramètres du modèle supposé en utilisant des échantillons ou décalages d'auto corrélation disponibles.
- Troisième étape : élaboration du spectre en substituant les paramètres du modèle estimé dans la dsp théorique qui découle du modèle.

II- MODELISATION PAR FONCTIONS DE TRANSFERT RATIONNELLES

II. 1- PROCESSUS ARMA D'ORDRE (P, Q)

De nombreux processus discrets déterministes et aléatoires rencontrés dans la pratique sont bien approchés par un modèle de fonction de transfert rationnelle, dans ce modèle une séquence d'entrée u_n et la séquence de sortie x_n qui sert pour modéliser les données sont reliées par l'équation linéaire aux différences :

$$x_n = \sum_{l=0}^q b_l u_{n-l} - \sum_{k=1}^p a_k x_{n-k} \quad (\text{III. 1})$$

Ce modèle linéaire est le plus général, il est nommé modèle auto régressif à moyenne glissante (ARMA), l'intérêt de ces modèles provient de leurs relations aux filtres linéaires par des fonctions de transfert rationnelles. La fonction $H(z)$ du système entre la commande u_n qui est un processus aléatoire réel, stationnaire, blanc de variance 1, $\{a_k\}, \{b_l\}$ suites de coefficients réels et la sortie x_n pour le modèle ARMA de l'équation (III. 1) est l'expression rationnelle :

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_q z^{-q}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_p z^{-p}}$$

où :

- $A(z)$ est la transformée en z de la branche autorégressive AR :

$$A(z) = \sum_{k=0}^p a_k z^{-k}$$

les $\{a_k\}$ sont nommés paramètres autorégressifs

- $B(z)$ est la transformée en z de la branche à moyenne glissante MA.

$$B(z) = \sum_{l=0}^q b_l z^{-l}$$

Le spectre de puissance à la sortie d'un filtre linéaire $S_{uu}(z)$ est relié au spectre de puissance de l'entrée $S_{uu}(z)$ par :

$$S_{uu}(z) = H(z) \cdot H^* \left(\frac{1}{z^*} \right) S_{uu}(z)$$

Et on démontre que :

$$S_{uu}(f) = S_{ARMA}(f) = \left| \frac{B(e^{j2\pi f})}{A(e^{j2\pi f})} \right|^2 S_{uu}(f) \quad (\text{III. 2})$$

On démontre aussi que cette équation récurrente admet une solution u_n stationnaire au second ordre unique qui s'exprime causalement en fonction de u_n si et seulement si les racines du dénominateur qui sont les pôles de la fonction de transfert $H(z)$ sont de module inférieur à 1.

II. 2- PROCESSUS MA D'ORDRE Q

On considère l'expression récurrente :

$$x_n = \sum_{l=0}^q b_l u_{n-l} \quad (\text{III. 3})$$

u_n désigne un processus aléatoire réel, stationnaire, blanc de variance 1 et $\{b_l\}$ une suite de $(Q+1)$ coefficients réels. Le processus ainsi construit apparaît comme la moyenne pondérée des $(Q+1)$ des dernières valeurs des entrées par la suite $\{b_l\}$. Tout se passe comme si on déplaçait cette suite de pondération devant le signal d'entrée. Pour cette raison, on parle de *moyenne mobile*, (en anglais *Moving Average*), ou MA et qui a donné son nom à ces processus.

Par construction, x_n est la sortie d'un filtre linéaire dont la réponse impulsionnelle est la suite finie $\{b_l\}$, ce filtre a donc pour fonction de transfert :

$$H(z) = b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_Q z^{-Q}$$

Cette fonction de transfert ne possède pas de pôles. Elle correspond donc à un filtre stable. La dsp d'un processus MA, dite spectre 'tout zéros' s'écrit :

$$S_{xx}(f) = S_{MA}(f) = |B(e^{j2\pi f})|^2 S_{uu}(f) \quad (\text{III. 4})$$

II. 3- PROCESSUS AR D'ORDRE P

Un processus AR d'ordre P est décrit par l'équation récurrente :

$$x_n = \sum_{k=1}^P a_k x_{n-k} + u_n \quad (\text{III. 5})$$

La fonction de transfert du filtre issue du modèle AR est :

$$H(z) = \frac{1}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_P z^{-P}}$$

Le signal x_n peut être vu comme la sortie du filtre tout pôle de la fonction de transfert $1/A(z)$. On montre que l'équation récurrente (III. 5) admet une unique solution x_n , stationnaire au second ordre, qui s'exprime causalement en fonction de b_n si et seulement si les racines du dénominateur, c'est-à-dire les pôles de la fonction de transfert sont de modules inférieur à 1.

Si u_n est supposé gaussien, alors x_n est lui-même gaussien, puisque le caractère gaussien se conserve par transformation linéaire.

Par définition un processus *autorégressif* (AR) est l'unique solution d'une équation de la forme (III. 5), la dsp d'un processus AR, dite spectre 'tout pôles' s'écrit :

$$S_{xx}(f) = S_{AR}(f) = \left| \frac{1}{A(e^{i2\pi f})} \right|^2 S_{uu}(f) \quad (\text{III. 6})$$

L'estimation des paramètres d'un processus AR résulte en équations linéaires et présente l'avantage de simplicité en calcul par rapport aux processus ARMA et MA, ceci justifie l'énorme exploitation des modèles AR en estimation spectrale.

II. 4- PROCESSUS DU BRUIT BLANC

Le choix de l'entrée du système utilisée pour l'identification est primordial, l'entrée appliquée ne devra pas perturber fortement le système, donc elle doit être autant que possible à valeur moyenne nulle, d'autre part nous devons exciter le système dans toute la bande de fréquence intéressante, alors sur le plan fréquentiel l'entrée idéale est un bruit blanc.

On appelle bruit blanc à temps discret ou à temps continu un processus aléatoire SSL (stationnaire au second ordre au sens large), centré, dont la densité spectrale de puissance est constante sur tout l'axe des fréquences, le mot blanc prend son origine dans l'analogie avec la lumière blanche, dont la puissance est répartie uniformément sur l'ensemble des fréquences optiques.

Si on note $S(f) = N_0 / 2$ la dsp d'un bruit blanc, sa fonction d'auto corrélation s'écrit :

$$R(\tau) = \frac{N_0}{2} \Delta(\tau)$$

où $\Delta(\tau)$ désigne l'impulsion unité dans le cas des signaux discret ($\tau \in \mathbb{Z}$) et la distribution de Dirac dans le cas des signaux à temps continu ($\tau \in \mathbb{R}$).

Dans le cas du temps continu, cette définition pose un problème car elle conduit à un processus de puissance infinie. Toutefois, les calculs faits avec la distribution de Dirac conduisent à des résultats qui coïncident en limite avec ceux que l'on obtiendrait avec un bruit de bande très large devant la bande utile.

Le bruit blanc est l'archétype des modèles de bruit rencontrés en pratique. Ainsi, dans les systèmes de communication, il modélise l'ensemble du bruit d'origine thermique qui interviennent dans la chaîne de transmission depuis l'émetteur jusqu'au récepteur. Un autre exemple est donné par les bruits d'arrondi et de quantification dans un système de traitement numérique.

II. 5- STATIONNARITE

Plusieurs processus aléatoires ont la caractéristique statistique d'être invariants dans le temps, c'est à dire que le fait de les observer à différents instants ne change pas leurs propriétés statistiques.

Considérons par exemple un processus stochastique x_n à n instants bien défini dans le temps : $x(1), x(2), \dots, x(n)$, on obtient ainsi un ensemble de n variables aléatoires.

La distribution conjointe de ces n variables aléatoires peut être décrite par leur fonction de répartition conjointe supposons que nous faisons la même série de n observations de ce

processus aléatoire $x(n)$ mais avec un délai arbitraire de τ seconde. On obtient ainsi une nouvelle série de n variables aléatoires : $x(1 + \tau), x(2 + \tau), \dots, x(n + \tau)$

Un processus aléatoire est dit stationnaire au sens strict si pour toutes les valeurs du temps d'observation t_1, t_2, \dots, t_k , quelque soit n et les décalages τ :

$$F_{X(t_1+\tau), \dots, X(t_k+\tau)}(x_1, \dots, x_k) = F_{X(t_1), \dots, X(t_k)}(x_1, \dots, x_k)$$

Autrement dit un processus aléatoire $x(n)$ est stationnaire (permanence des résultats dans le temps) au sens strict si la distribution conjointe de n'importe quelle combinaison de variables aléatoires obtenues par l'observation de $x(n)$ à différents instants est invariante dans le temps.

II. 6- STABILITE

Un système discret est stable si pour toute entrée bornée correspond une sortie bornée.

$$|x(n)|_{\max} \leq A \rightarrow |y(n)|_{\max} \leq B$$

ou un système est dit stable si sa réponse impulsionnelle est sommable.

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} |h(i)| < \infty$$

La stabilité d'un système représenté par une fonction de transfert rationnelle s'exprime par la localisation des pôles du dénominateur dans le cercle unité du plan Z .

III- EQUATIONS DE YULE WALKER

Les équations de Yule Walker décrivent la relation entre les paramètres AR et la fonction d'auto corrélation d'un processus. Si nous adoptons une auto régression (AR) comme modèle pour les données enregistrées alors l'estimateur de la dsp qui découle de l'équation (III. 6) s'écrit :

$$S_{AR}(f) = \frac{\sigma^2}{\left| 1 + \sum_{k=1}^p a_k e^{-j2\pi f k} \right|^2}$$

Pour estimer $S_{AR}(f)$ il faut estimer l'ensemble $\{a_1, \dots, a_p, \sigma^2\}$. pour ce faire la relation entre les paramètres du modèle et la fonction d'auto corrélation (connue ou estimée) du processus x_n est présentée à travers les équations de Yule Walker. La dérivation de ces équations procède comme suit :

$$R_{xx}(k) = E[x_n + k x_n^*]$$

D'après la modélisation adoptée :

$$x_n = -\sum_{i=1}^p a_i x_{n-i} + u_n$$

Alors $R_{xx}(k)$ s'écrit :

$$R_{xx}(k) = E\left[\left(-\sum_{i=1}^p a_i x_{n+k-i} + u_{n+k}\right) x_n^*\right]$$

$$R_{xx}(k) = -\sum_{i=1}^p a_i E(x_{n+k-i} x_n^*) + E(u_{n+k} x_n^*)$$

$$R_{xx}(k) = -\sum_{i=1}^p a_i R_{xx}(k-i) + E(u_{n+k} x_n^*)$$

Puisque le filtre linéaire est causal, stable et de réponse impulsionnelle h , nous avons :

$$E(u_{n+k} x_n^*) = E\left(u_{n+k} \sum_{i=0}^{\infty} h_i^* u_{n-i}^*\right) = \sum_{i=0}^{\infty} h_i^* E(u_{n+k} u_{n-i}^*) = \sum_{i=0}^{\infty} h_i^* \sigma^2 \delta_{k+i} = \begin{cases} 0 & \text{pour } k > 0 \\ h_0^* \sigma^2 & \text{pour } k = 0 \end{cases}$$

avec :

$$h_0 = \lim_{z \rightarrow \infty} H(z) = 1$$

par conséquent :

$$R_{xx}(k) = \begin{cases} -\sum_{i=1}^p a_i R_{xx}(k-i) & k > 0 \\ -\sum_{i=1}^p a_i R_{xx}(-i) + \sigma^2 & k = 0 \end{cases} \quad (\text{III. 7})$$

Le système (III. 7) est nommé équations de Yule Walker.

Pour déterminer les paramètres du modèle AR d'ordre p , nous avons besoin de choisir p équations du système 4.41 pour $k > 0$, résoudre pour $\{a_1, \dots, a_p\}$, et alors trouver σ^2 pour $k=0$. Ceci s'exprime sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} R_{xx}(0) & R_{xx}(-1) & \dots & R_{xx}(-P) \\ R_{xx}(1) & R_{xx}(0) & \dots & R_{xx}(-P+1) \\ & & \vdots & \\ & & & \vdots \\ R_{xx}(P) & R_{xx}(P-1) & \dots & R_{xx}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ a_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ a_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma^2 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

La matrice d'auto corrélation R_{xx} d'ordre $p+1$ est Hermitienne ($R_{xx}^* = R_{xx}$) et elle est toeplitz (les éléments sur les diagonales sont identiques).

IV- METHODE DE PRONY

Cette approche a été initiée par Prony dans une méthode qui s'applique à l'identification d'un signal, formé d'une somme de k exponentielles complexes $e^{j\omega_k t}$. Après échantillonnage de ce signal, on se ramène en fait à k suites géométriques de la forme z_k^t , $z_k = e^{j\omega_k T}$. La méthode originale de Prony a été modifiée ultérieurement, pour une meilleure robustesse au bruit et erreurs.

En l'absence de bruit, on rappelle ci dessous comment les suites correspondant au modèle vérifient une relation de récurrence d'ordre $2P$. De façon équivalente on peut dire qu'un échantillon de la suite peut être prédit sans erreurs à partir des $2P$ échantillons précédents. Le polynôme construit sur les coefficients de la récurrence a comme racines les z_k .

Il suffit de $2P$ équations pour déterminer les $2P$ coefficients de prédiction. La méthode de Prony consiste à choisir les $2P$ équations de prédiction correspondant à $2P$ échantillons consécutifs.

On considère un signal noyé dans le bruit :

$$x(t) = s(t) + b(t)$$

avec :

$$s(t) = \sum_{k=1}^P a_k e^{2j\pi f_k t}$$

et où $b(t)$ est un bruit gaussien, centré, blanc, de variance σ^2 . $\{a_k\}$ désigne une suite de P amplitudes complexes inconnues et f_k une suite de P valeurs réelles inconnues et comprises entre 0 et 1, supposées toutes différentes.

Montrons tout d'abord que le signal $s(t)$ est solution d'une équation récurrente, pour cela posons :

$$z_k = e^{2j\pi f_k T}$$

ce qui donne :

$$s(t) = \sum_{k=1}^P a_k z_k^t$$

Introduisons le polynôme :

$$B(z) = \prod_{k=1}^P (z - z_k)$$

$B(z)$ vérifie par construction $B(z_k) = 0$ et est de degré P . En le développant on obtient une expression de la forme :

$$B(z) = z^P + b_1 z^{P-1} + \dots + b_P$$

Montrons que: $s(t) + b_1 s(t-1) + \dots + b_P s(t-P) = 0$

En effet :

$$s(t) + b_1 s(t-1) + \dots + b_P s(t-P) = \sum_{k=1}^P a_k z_k^t + b_1 \sum_{k=1}^P a_k z_k^{t-1} + \dots + b_P \sum_{k=1}^P a_k z_k^{t-P}$$

$$= \sum_{K=1}^P a_K z_K^{t-P} (z_K^P + b_1 z_K^{P-1} + \dots + b_P) = \sum_{K=1}^P a_K z_K^{t-P} B(z_K) = 0$$

De même tout signal $s(t)$ qui est la somme de P sinusoides réelles de la forme :

$$s(t) = \sum_{K=1}^P A_K \cos(2\pi f_K t + \phi_K)$$

$$s(t) = \sum_{K=1}^P \left(\frac{A_K}{2} e^{j\phi_K} e^{j2\pi f_K t} + \frac{A_K}{2} e^{-j\phi_K} e^{-j2\pi f_K t} \right)$$

satisfait l'équation récurrente :

$$s(t) + b_1 s(t-1) + \dots + b_{2P} s(t-2P) = 0 \tag{III. 8}$$

où $B(z) = z^{2P} + b_1 z^{2P-1} + \dots + b_{2P}$ est le polynôme à coefficients réels, de degré 2P, qui s'annule sur le cercle unité en $z_K = e^{\pm j2\pi f_K}$. On remarque que l'équation récurrente dépend de la suite des fréquences par l'intermédiaire de $B(z)$ mais est indépendante de la suite des amplitudes.

Le signal $s(t)$ étant noyé dans un bruit $b(t)$:

$$\hat{s}(t) = s(t) + b(t)$$

dans ce cas : $\hat{s}(t) = s(t)$ parce que $b(t) = 0$ (pas de bruit)

sachant que :

$$x(t) = s(t) + b(t)$$

alors on écrit :

$$x(t) = -b_1 x(t-1) - b_2 x(t-2) - \dots - b_{2P} x(t-2P) + b(t) \tag{III. 9}$$

qui redevient :

$$x(t) + b_1 x(t-1) + b_2 x(t-2) + \dots + b_{2P} x(t-2P) = b(t)$$

cette forme récurrente s'établit pour le calcul (quantification) de l'échantillon $x(t)$ en fonction des échantillons précédents et d'un échantillon de bruit à l'instant t.

Pour une série de données de longueur L, on peut réécrire la forme récurrente pour chaque échantillon, ceci nous permet d'obtenir la forme matricielle qui suit :

$$\begin{aligned} x(2P+1) + b_1 x(2P) + \dots + b_{2P} x(1) &= b(2P) \\ &\vdots \\ &\vdots \\ x(L-1) + b_1 x(L-2) + \dots + b_{2P} x(L-2P-1) &= b(L-1) \\ x(L) + b_1 x(L-1) + \dots + b_{2P} x(L-2P) &= b(L) \end{aligned} \tag{III. 10}$$

De la forme : $D.a = b$

$$\text{où : } \begin{cases} a : \text{vecteur des paramètres du modèle à identifier} \\ b : \text{vecteur bruit} \\ D : \text{matrice de données} \end{cases}$$

b : est la matrice des erreurs de prédiction qui doivent être minimisées, plus l'erreur est minimale, plus le modèle est proche du processus réel qu'il représente.

Prony s'est proposé de minimiser le carré des erreurs de prédiction $b'b$, ce scalaire est un critère d'optimalité très connu.

$$b'b = (D.a)'(D.a)$$

$$b'b = a'.D'.D.a$$

$$b'b = a'.R.a$$

(III. 11)

avec :

$$R = D'.D$$

puisque : $a = [1 \quad b_1 \quad \dots \quad b_{2p}]$

on établit : $u = [1 \quad 0 \quad 0 \dots \dots \dots 0]$ de même longueur que a c'est à dire $2P$.

u réalise la condition :

$$a'u = 1$$

$$a'u - 1 = 0$$

Pour trouver l'expression de a (vecteurs des paramètres inconnus), il faut résoudre :

$$\begin{cases} \min (a'.R.a) \\ a'u - 1 = 0 \end{cases}$$

On utilisant les multiplicateurs de Lagrange, on aboutit à l'expression suivante du vecteur des paramètres inconnus :

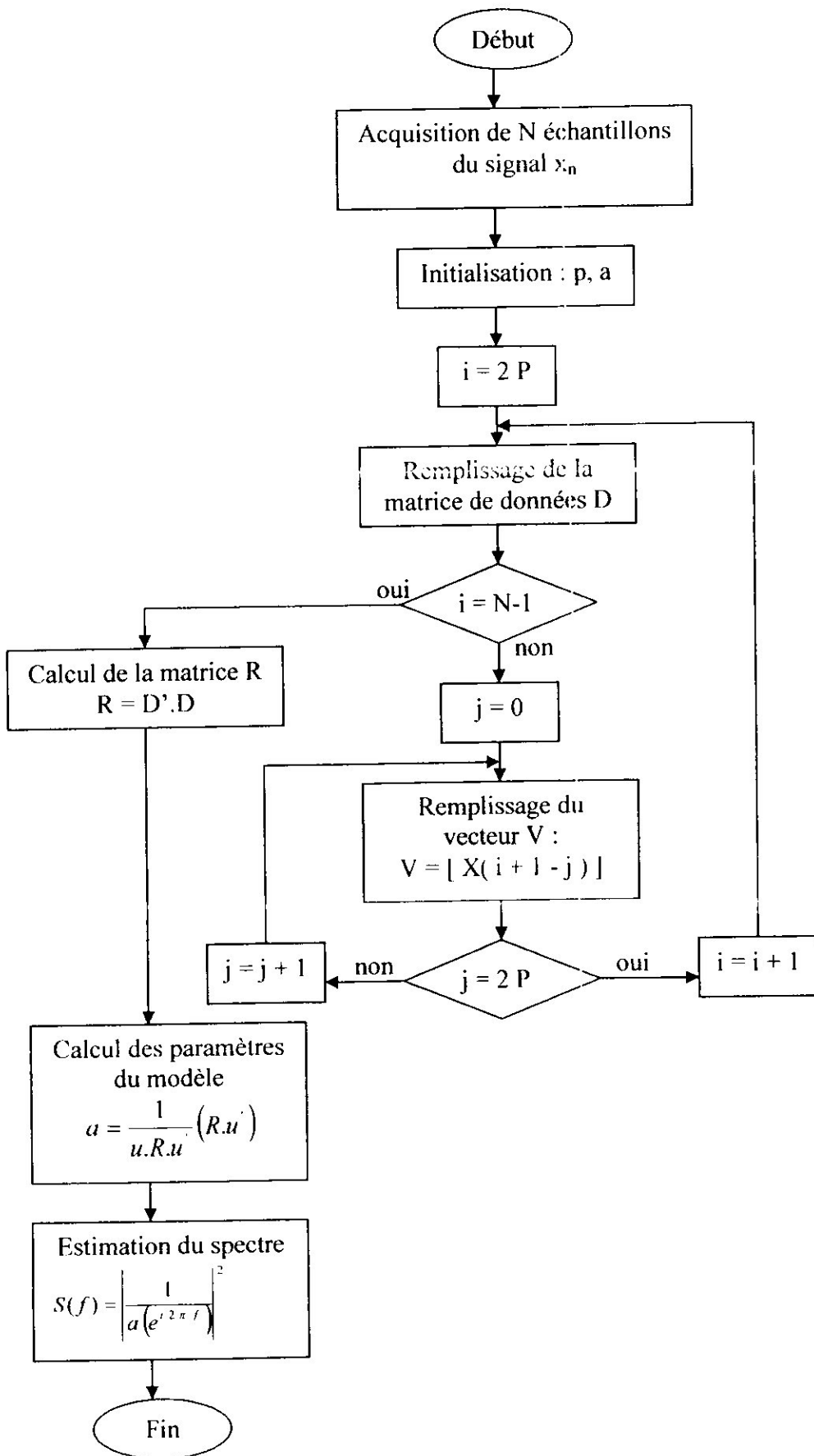
$$a = \frac{1}{u'R^{-1}u} R^{-1}u \quad \text{(III. 12)}$$

La méthode de prony est à rapprocher des méthodes d'identifications AR, l'équation récurrente (III. 8) qui est équivalente à une équation AR d'ordre $2P$ dont les pôles sont sur le cercle unité.

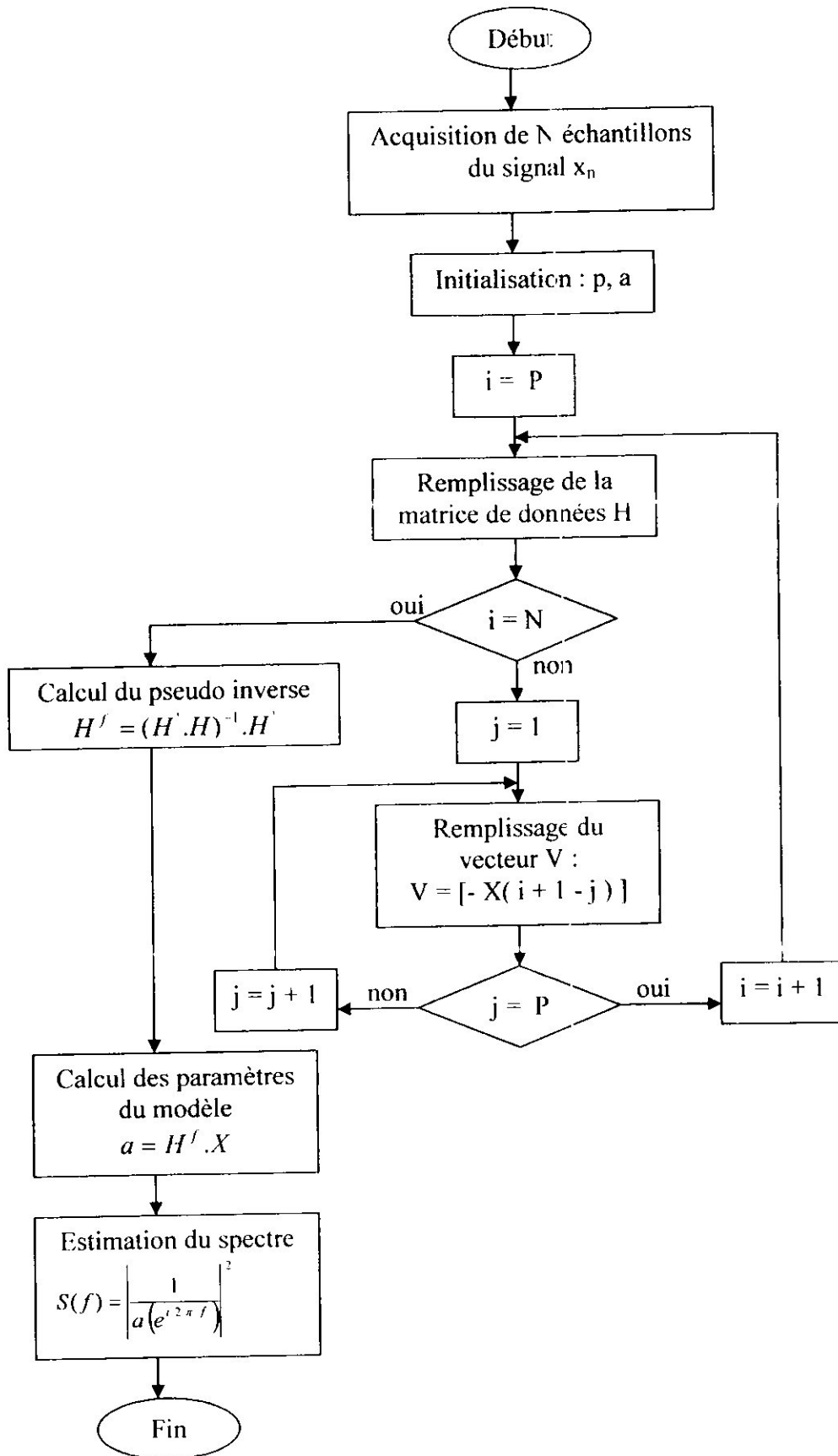
Cette solution exprime le cas spécial du pseudo inverse de H dit H' .

Le calcul de la matrice pseudo inverse H' est généralement lié à la décomposition en valeurs singulières de la matrice H

Les méthodes d'estimation spectrales liées à la prédiction linéaire sont fondées sur la minimisation du critère d'optimalité 'carré des erreurs de prédiction', de nombreux algorithmes ont été élaborés pour résoudre cette minimisation, parmi lesquels nous avons considéré la théorie de prony et celle de la décomposition en valeurs singulières (DVS).



- fig (III. 2) : Elaboration de l'algorithme de prony



- fig (III. 3) : Elaboration de l'algorithme DVS

Chapitre 4 :
Simulations et résultats

Chapitre IV**Simulations et résultats**

Lorsqu'on traite un problème de radar doppler, le temps de mesure qui limite le nombre d'échantillons enregistrés, l'effet du bruit et la résolution en fréquence sont les facteurs à tenir en considération, dans ce but nous élaborons une série de simulations pour examiner les performances de chaque méthodes élaborées.

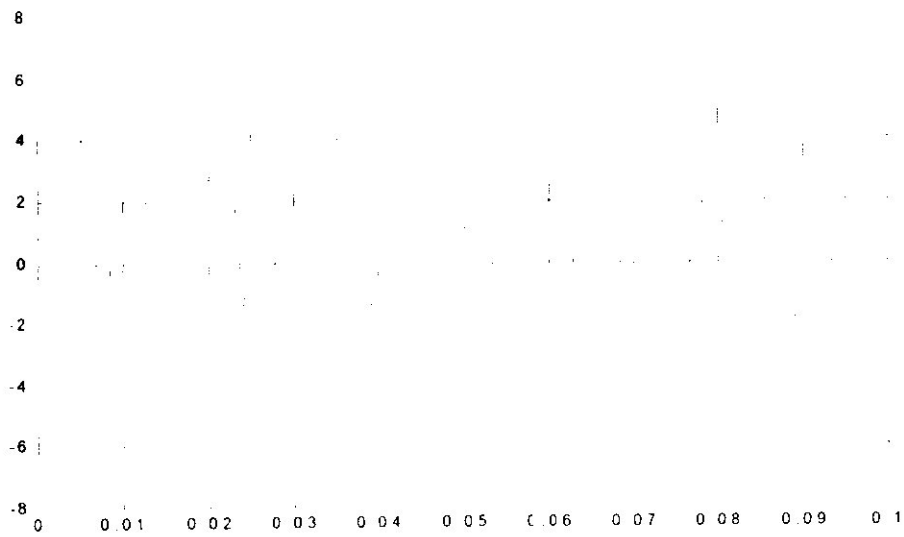
Ces algorithmes appliqués sur les radars doppler terrestres sont applicables sur les radars embarqués, chacun à caractéristique qui lui sont spécifiques. Pour notre simulation nous considérons un radar doppler dont les caractéristiques sont les suivants :

Fréquence	5.6 à 5.65 Ghz
Largeur d'impulsions	1.1 μ s
Pic de puissance	250 kW
Fréquence de répétition fréquentielle maximale	2000 hz
Gain d'antenne	50 dB
Balayage de l'antenne	360°
Taux de balayage azimutale	30°/ s
incrémentation azimutale	1°

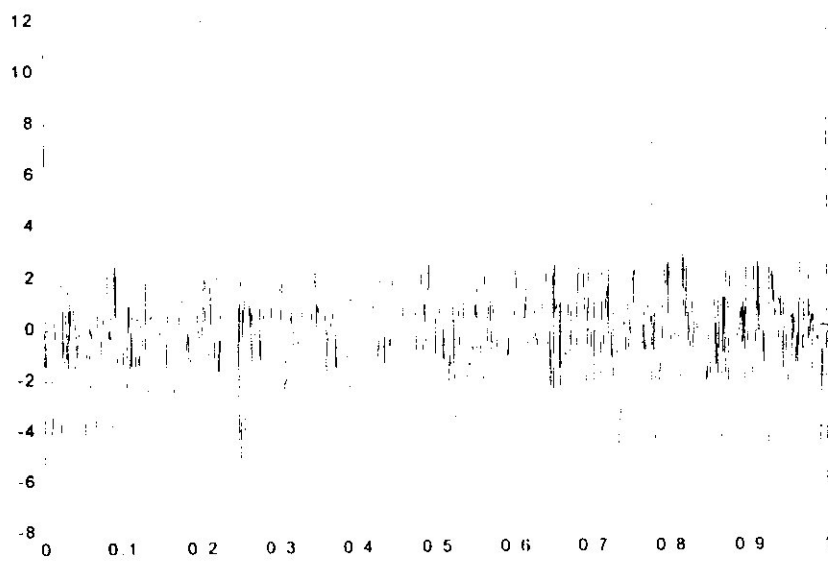
I- SIMULATION DE L'ECHO DOPPLER

L'écho radar recueilli au niveau du récepteur est acheminé par deux composantes de même fréquences et crête d'amplitude déphasées de 90°. Ceci revient à la représentation du signal à décalage doppler par l'onde 'en phase' en cosinus et l'onde 'à quadrature de phase' en sinus par convention, l'échantillon complexe est équivalent à la moyenne de l'énergie radar incidente dans le volume de la cellule distance, le traitement d'une séquence de ces échantillons nous permet une représentation spectrale du signal reçu.

Nous générons deux séquences d'échantillons déphasées de 90° d'amplitudes à variation gaussienne. Une séquence est une fonction cosinus et l'autre séquence est une fonction sinus, les deux fonctions sont à décalage doppler de l'ordre de 400 hertz équivalent à une vitesse de 10.7 m/s, la figure (IV. 1.a) illustre les séquences de 100 échantillons des chaînes I et Q superposées, la figure (IV. 1.b) illustre la séquence d'une chaîne de 1000 échantillons.



- fig (IV. 1a) : simulation des chaînes I et Q superposées
100 impulsions

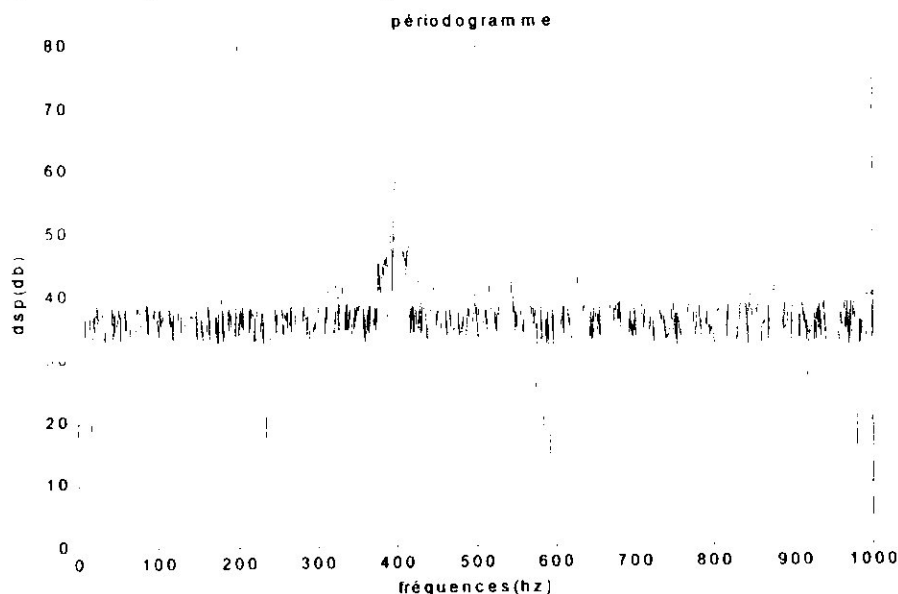


- fig (IV. 1b): simulation de la chaîne I
1000 impulsions

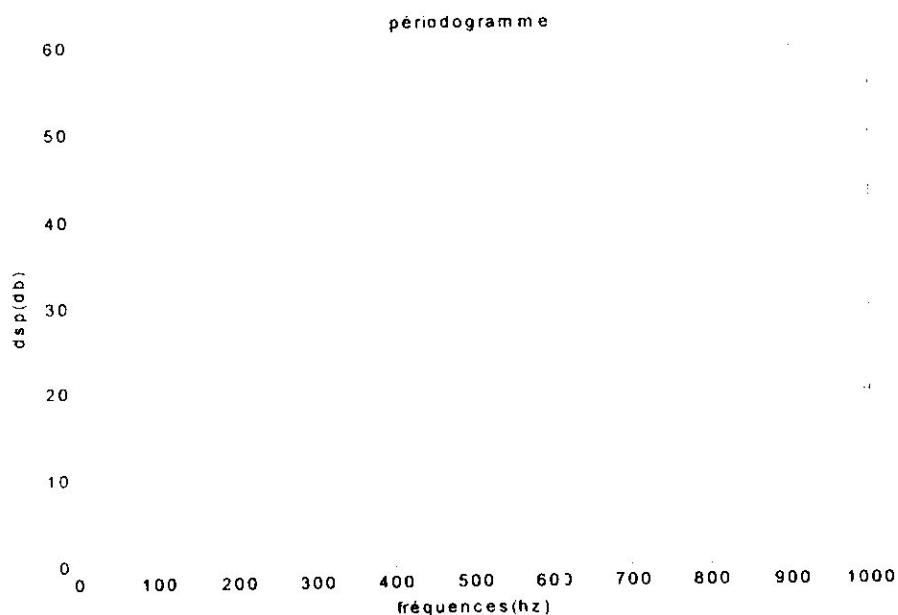
II- SPECTRE DOPPLER DU PERIODOGRAMME

• Variation de la longueur de l'échantillon N

Dans cette simulation nous avons élaboré le spectre doppler par la méthode du périodogramme qui est une méthode classique pour détecter une fréquence de 400 hz , et nous examinons les performances de la méthode du point de vue précision spectrale pour un échantillon de 1000 impulsions et 100 impulsions



- fig (IV. 2) : Spectre doppler du périodogramme
N = 1000 imps, SNR = 3 dB

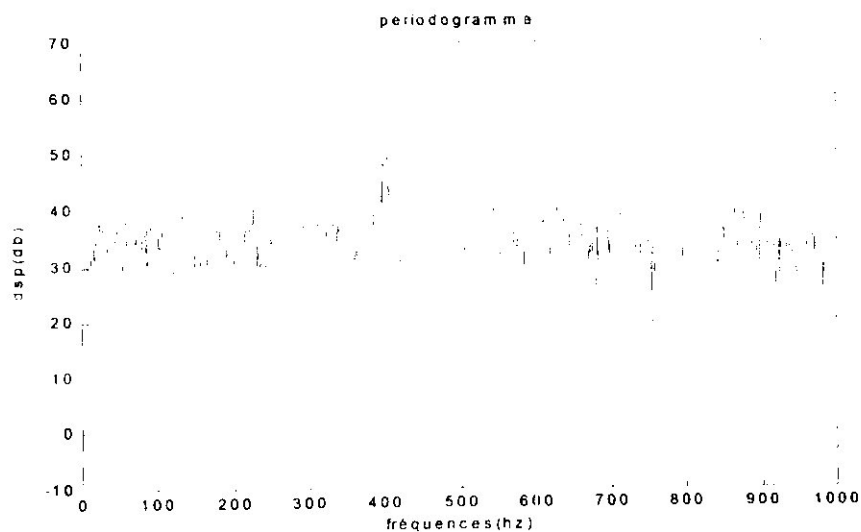


- fig (IV. 3) : Spectre doppler du périodogramme
N = 100 imps, SNR = 3 dB

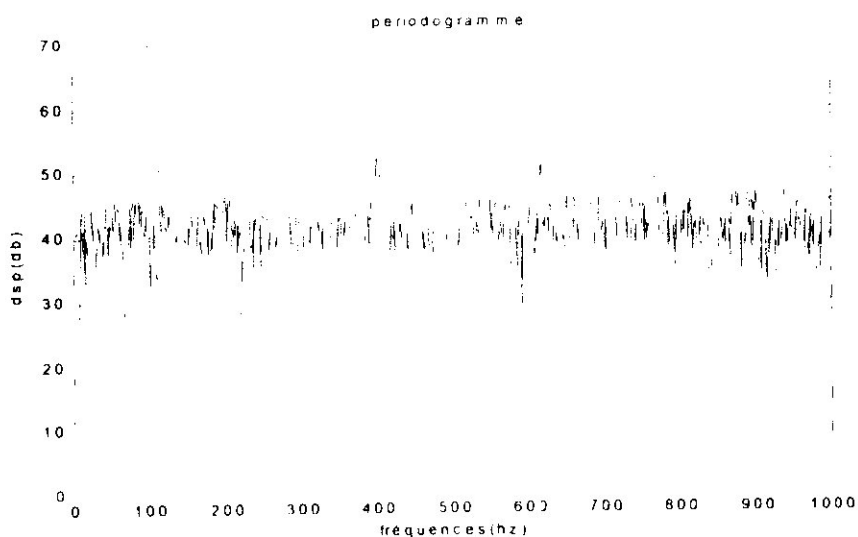
La fréquence détectée pour 1000 impulsions est 399.9023 hz (fig IV.2) , alors que la fréquence détectée pour 100 impulsions est 398.4375 hz (fig IV.3) , ainsi en diminuant le nombre d'échantillons, la précision décroît et le pic d'information risque de se confondre avec les fluctuations.

- **Variation du SNR**

Dans ce qui suit nous avons considéré un échantillon de 1000 impulsions sur le quel nous avons varié le SNR entre 10 dB et -7 dB, pour détecter la fréquence de 400 hz et voir l'effet du bruit sur la détection.



- fig (IV. 4) : Spectre doppler du périodogramme
SNR = 10 dB, N = 1000 imps

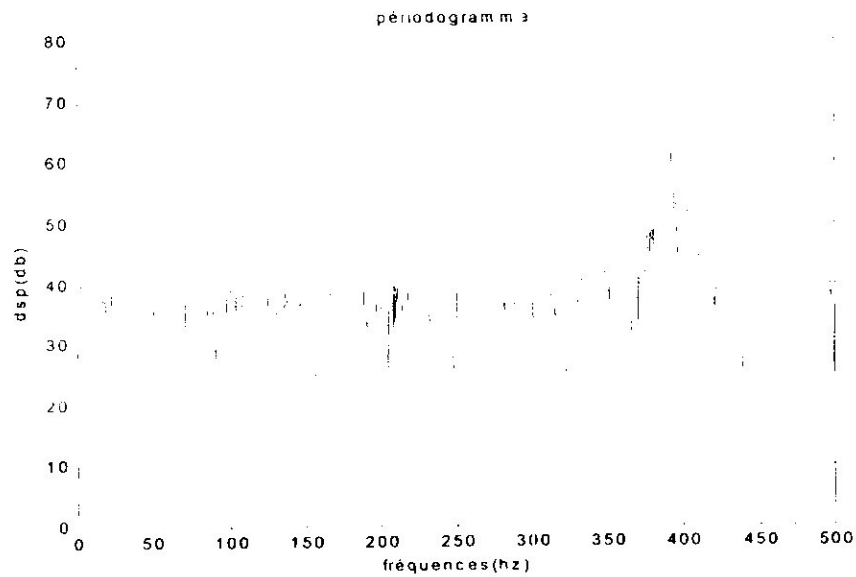


- fig (IV. 5) : Spectre doppler du périodogramme
SNR = -7 dB, N = 1000 imps

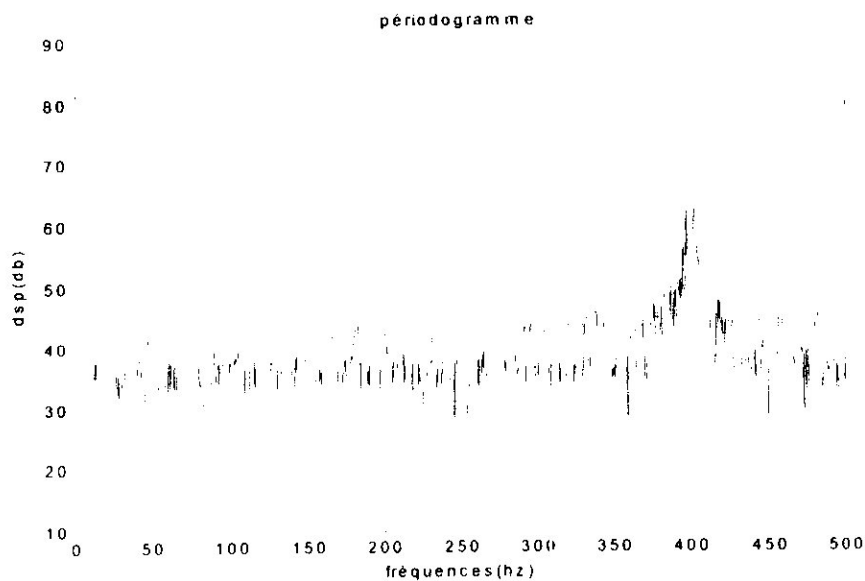
Lorsque la variance du bruit augmente le SNR diminue et cela accentue l'amplitude des fluctuations et le pic d'information risque d'être confondu avec les fluctuations (fig IV. 5), il est à noter que si le nombre d'impulsions diminue l'effet du bruit est plus important.

- **Résolution en fréquence**

La résolution en fréquence étant un paramètre très important en radar (pouvoir distinguer deux cibles différentes), nous avons élaboré le spectre doppler du périodogramme pour résoudre deux fréquences proches sur un échantillon de 1000 impulsions

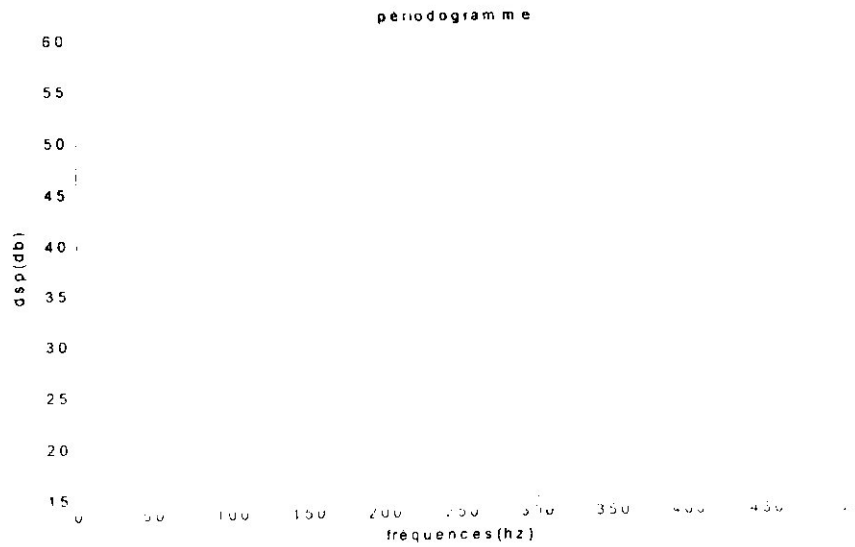


- fig (IV. 6) : Spectre doppler du périodogramme
 $f_1 = 400 \text{ hz}$, $f_2 = 390 \text{ hz}$, $N = 1000 \text{ imp}$ s



- fig (IV. 7) : Spectre doppler du périodogramme
 $f_1 = 400 \text{ hz}$, $f_2 = 398 \text{ hz}$, $N = 1000 \text{ imp}$ s

On peut distinguer sur le périodogramme deux fréquences proches, une de 400 hz et l'autre de 390 hz (fig IV. 6). cette séparation devient difficile lorsque les fréquences se rapprochent plus tel que c'est le cas pour une fréquence de 400 hz et une autre de 398 hz (fig IV. 7).



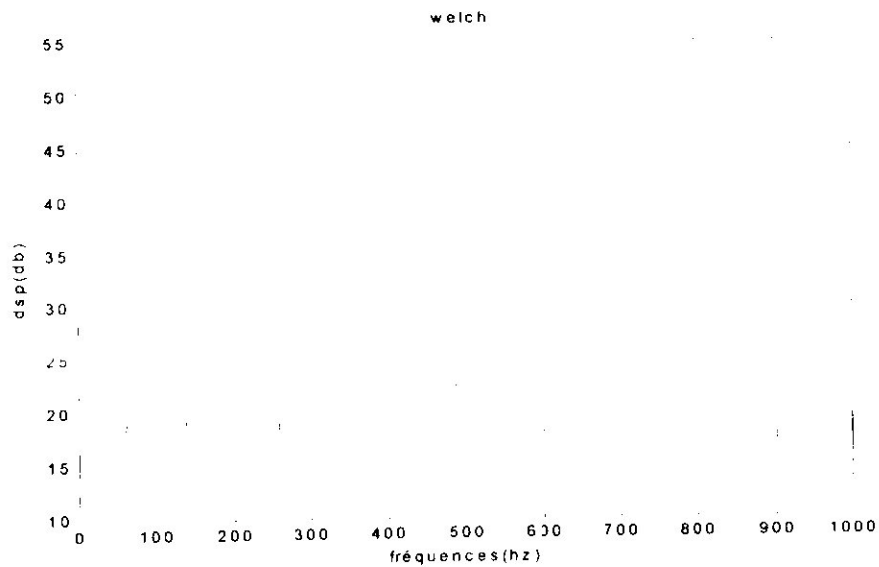
- fig (IV. 8) : Spectre doppler du périodogramme
 $f_1 = 400 \text{ hz}$, $f_2 = 390 \text{ hz}$, $N = 100 \text{ imps}$

De même en diminuant le nombre d'impulsions disponible, le pouvoir de séparation diminue, on constate ceci sur un échantillon de 100 impulsions où la séparation des fréquences 400 hz et 390 hz devient difficile alors qu'elle était acquise pour 1000 impulsions.

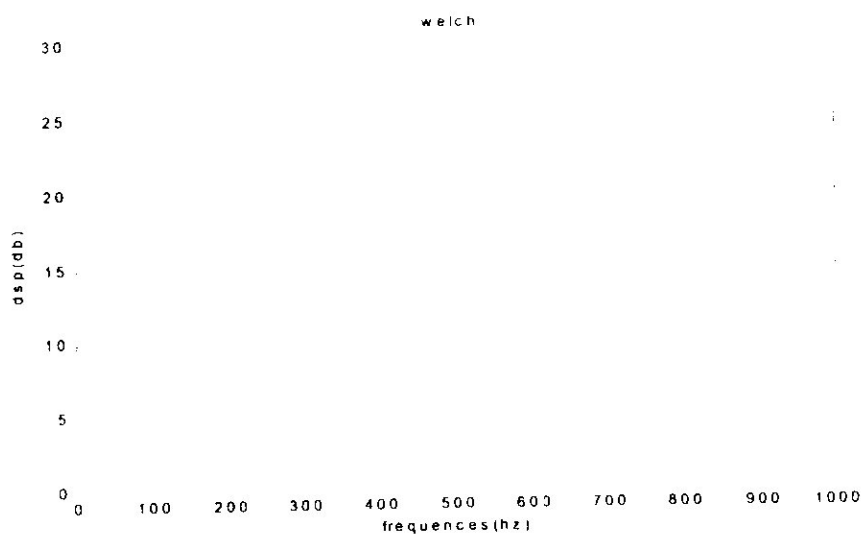
III- SPECTRE DU PERIODOGRAMME MOYENNE

- Variation de la longueur de l'échantillon N

Dans cette simulation on élabore le spectre du périodogramme moyenné qui est une version améliorée du périodogramme et on examine ses performances par rapport au périodogramme, nous considérons en premier la longueur de l'échantillon.



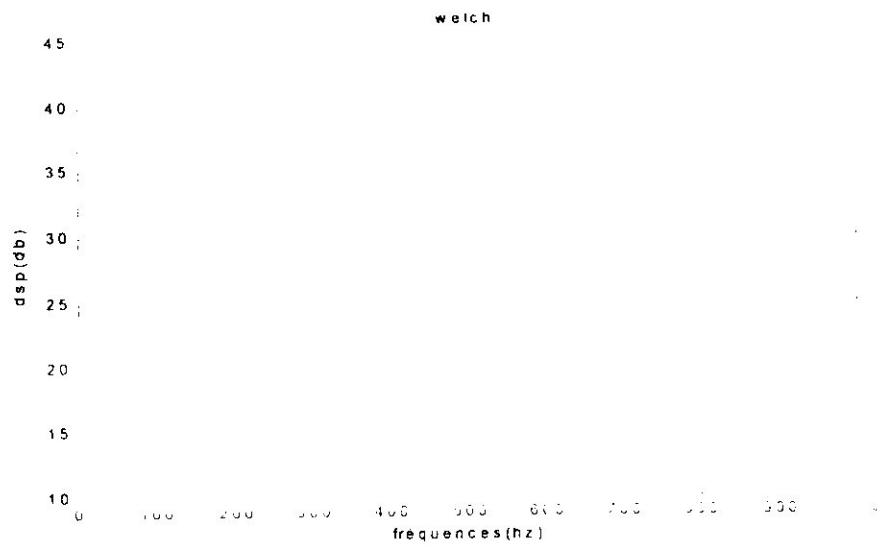
- fig (IV. 9) : Spectre doppler du périodogramme moyenné
SNR = 10 dB, N = 1000 imps , 5 fenêtres Hamming



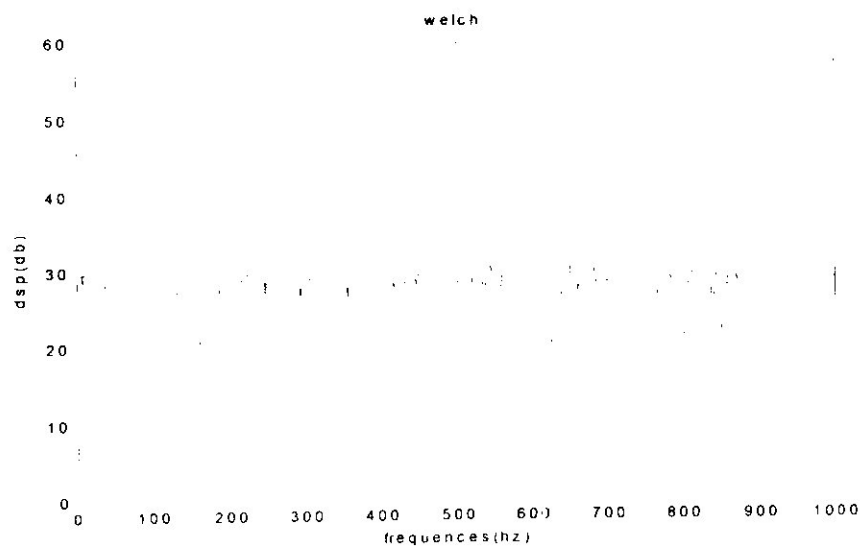
- fig (IV. 10) : Spectre doppler du périodogramme moyenné
SNR = 10 dB, N = 100 imps , 5 fenêtres Hamming

Sur l'échantillon de 1000 impulsions et pour la fréquence 400 hz nous avons estimé 399.9023 hz en utilisant 5 fenêtres, nous constatons une réduction importante des fluctuations sur le périodogramme moyenné (fig IV. 9) par rapport au périodogramme (fig IV. 2), le pic d'information se distingue mieux mais s'élargit par rapport au périodogramme, il s'élargit encore trop lorsque le nombre d'impulsions diminue à 100, ceci induit une détection de 398.4357 hz (fig IV. 10)

- **Variation du nombre de fenêtres**



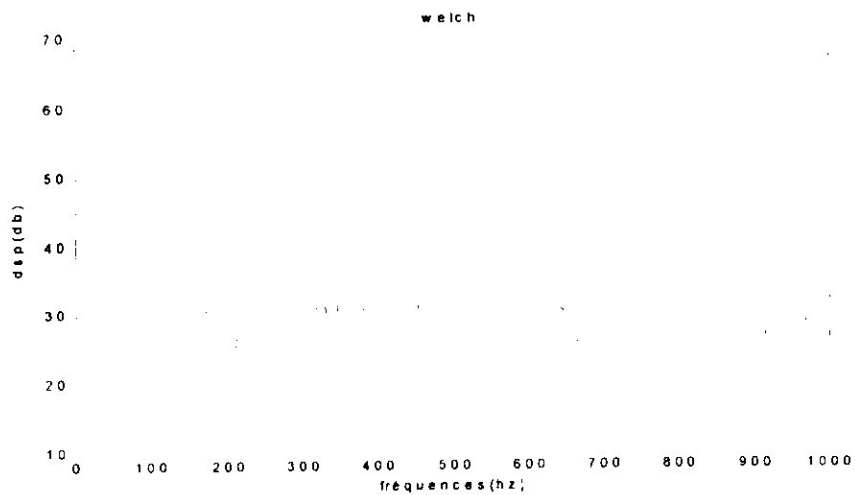
- fig (IV. 11) : Spectre doppler du périodogramme moyenné
SNR = 10 dB, N = 1000 imps , 10 fenêtres Hamming



- fig (IV. 12) : Spectre doppler du périodogramme moyenné
SNR = 10 dB, N = 1000 imps , 2 fenêtres Hamming

Le nombre de fenêtrage effectué sur un échantillon de longueur donnée détermine la longueur de la fenêtre qui ne doit pas être trop courte. Sur ce on effectuant 10 fenêtrages de Hamming le pic d'information s'élargit plus (fig IV. 11), tandis que pour 2 fenêtrages le périodogramme moyenné tend vers le périodogramme (fig IV. 12).

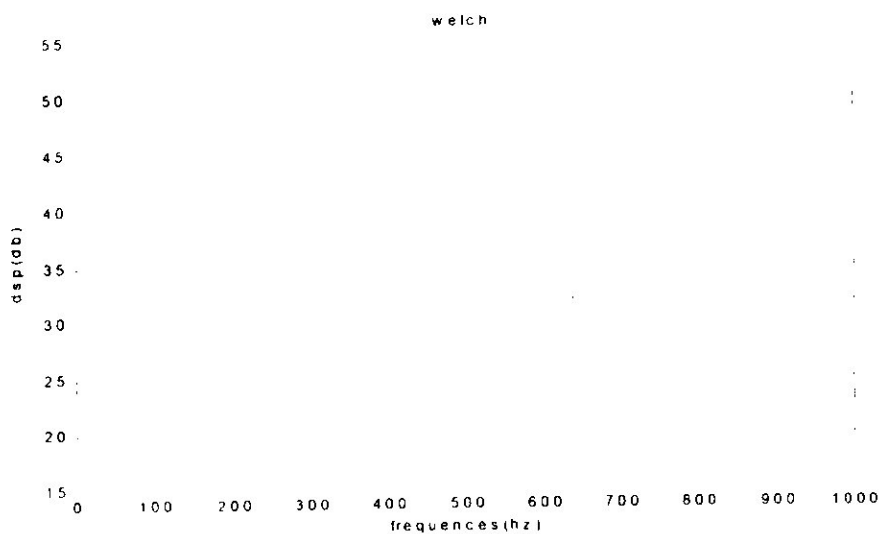
- Type de fenêtrage



- fig (IV. 13) : Spectre doppler du périodogramme moyenné
SNR = 10 dB, N = 1000 imps, 5 fenêtres rectangulaires

Le type de fenêtrage effectué sur les données enregistrées joue également un rôle important, on exécutant une fenêtre rectangulaire on suppose les données hors la fenêtre nulles, ceci augmente l'amplitude des fluctuations (fig IV. 13) par rapport à une fenêtre Hamming (IV. 9).

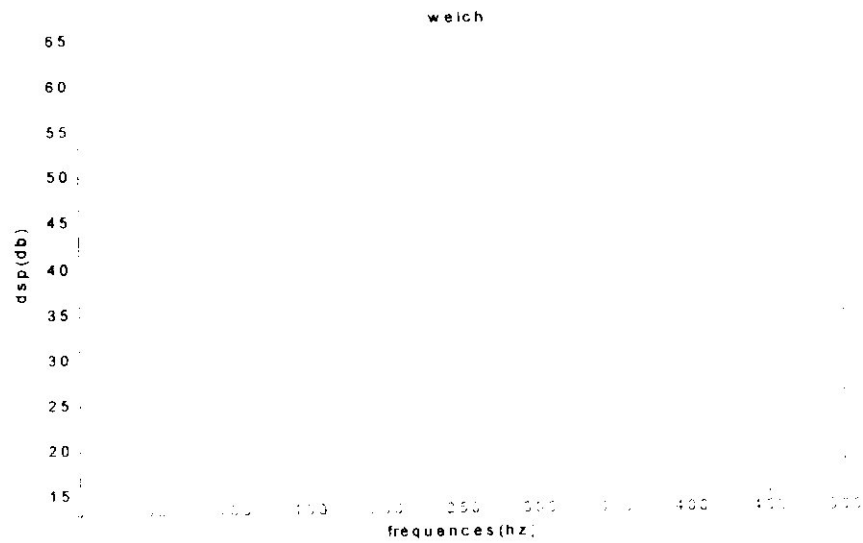
- Variation du SNR



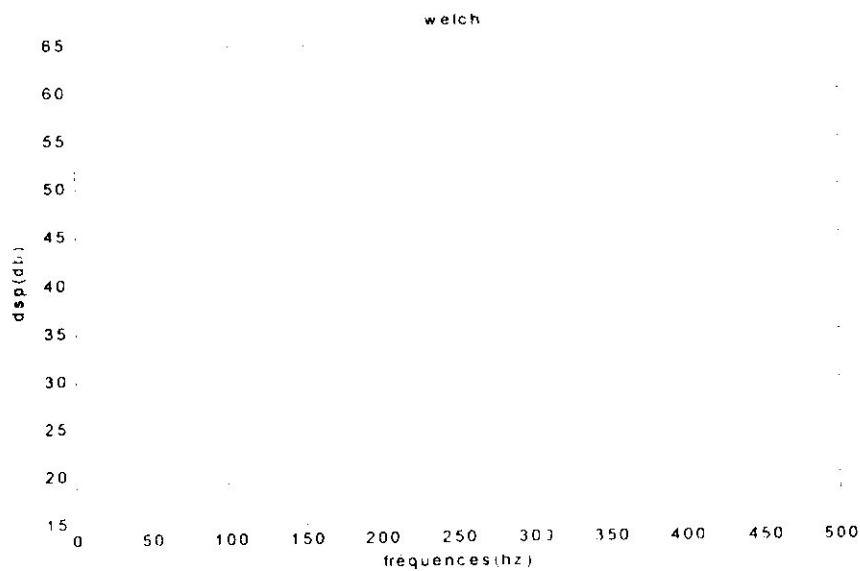
- fig (IV. 14): Spectre doppler du périodogramme moyenné
SNR = -7 dB, N = 1000 imps, 5 fenêtres Hamming

Plus le rapport signal sur bruit diminue, plus le pic d'information risque de se confondre avec les fluctuations (fig IV. 14), c'est toujours l'amplitude des fluctuations qui augmente.

- Résolution en fréquence



- fig (IV. 15) : Spectre doppler du périodogramme moyenné
 $f_1 = 400 \text{ hz}$, $f_2 = 390 \text{ hz}$, $N = 1000$, 5 fenêtres Hamming



- fig (IV. 16) : Spectre doppler du périodogramme moyenné
 $f_1 = 400 \text{ hz}$, $f_2 = 388 \text{ hz}$, $N = 1000$, 5 fenêtres Hamming

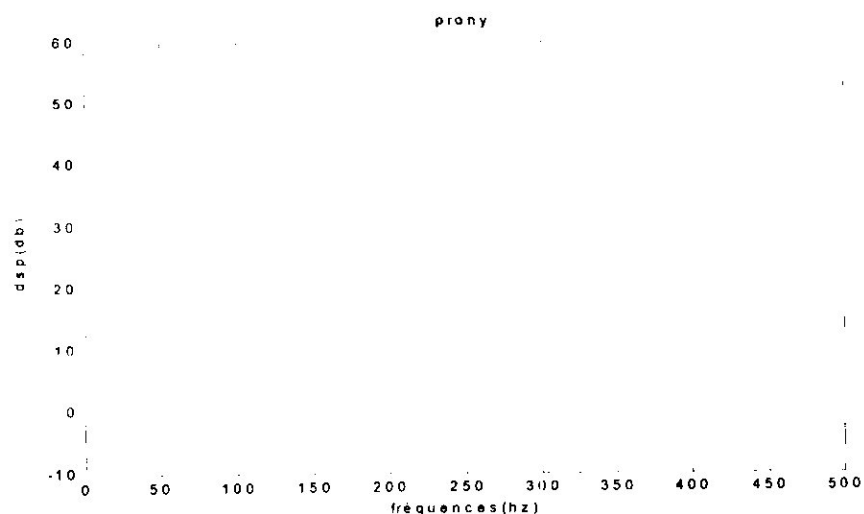
Nous considérons également le problème de la résolution en fréquence sur le périodogramme moyenné pour 1000 impulsions et 5 fenêtrages, nous constatons que les fréquences 400 hz et 390 hz ne sont pas résolues, nous obtenons la résolution en augmentant l'écart de fréquence, en conséquence le périodogramme moyenné présente un manque de résolution qui est due à l'élargissement des lobes.

Le périodogramme moyenné réduit les fluctuations par rapport au périodogramme grâce à l'opération de fenêtrage des données, ces fluctuations sont en réalité des fuites spectrales, c'est une énergie qui 'fuit' du pic principal vers d'autres points, ces fluctuations peuvent nuire la détectabilité d'autres réponses spectrales présentes lorsque le bruit est important. Hors le pic d'information issu du périodogramme moyenné s'élargit pour diminuer la résolution en fréquence, le problème est considérable lorsque le nombre d'impulsions disponible qui est directement liée au temps de mesure du radar doppler n'est pas assez important. Dans ce qui suit nous nous intéresserons à des méthodes qui réduisent énormément ce problème soit les méthodes paramétriques dites de haute résolution et nous démontrons leurs avantages par rapport aux méthodes classiques par quelques simulations.

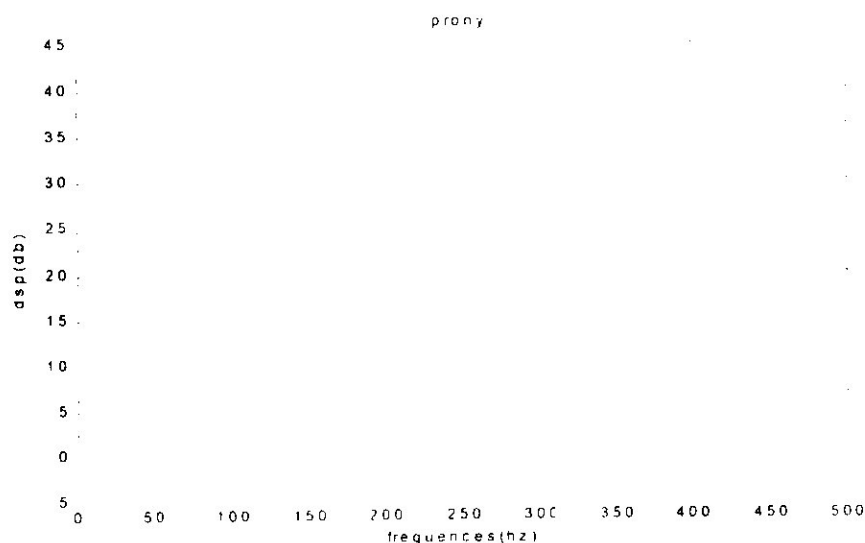
IV- SPECTRE DE PRONY

En effet la méthode de prony consiste à approximer l'écho radar enregistré par une fonction de transfert AR d'ordre $2P$, nous recherchons dans ce qui suit ses performances.

- Variation de la longueur de l'échantillon N

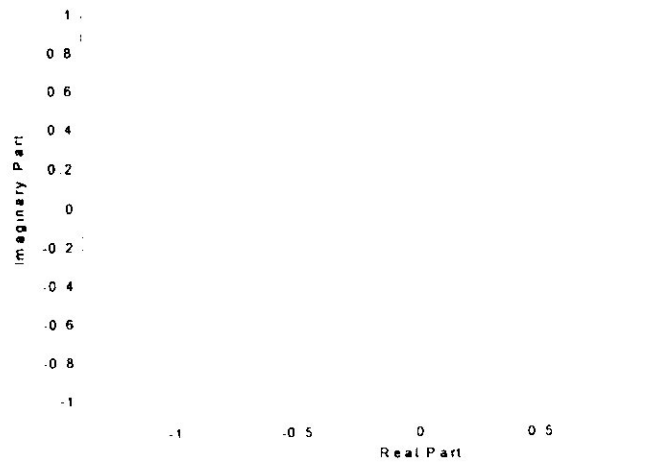


- fig (IV. 17) : Spectre doppler de prony
 $P = 2$, $SNR = 10$ dB, $N = 1000$



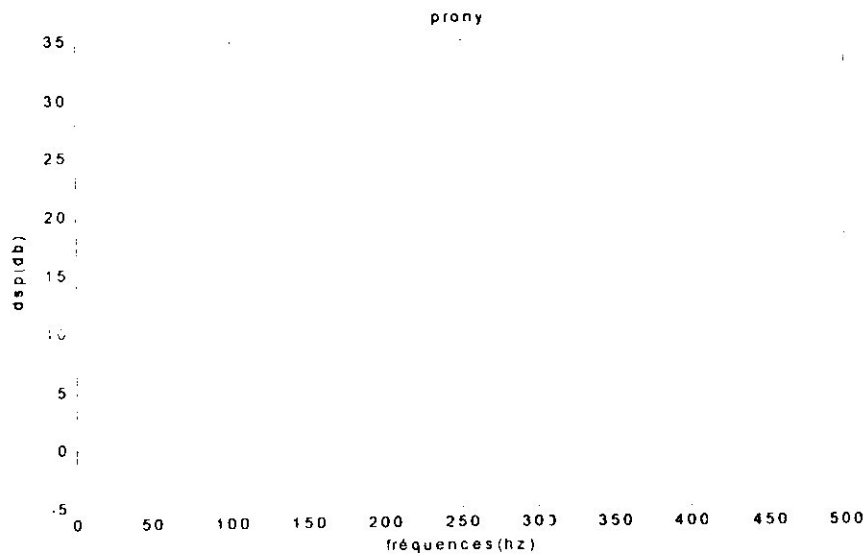
- fig (IV. 18) : Spectre doppler de prony
 $P = 2$, $SNR = 10$ dB, $N = 100$

Le spectre de puissance estimé par la méthode de prony pour détecter une fréquence de 390 hz sur 1000 impulsions disponibles qu'on approche par une fonction de transfert AR d'ordre 2 à un SNR de 10 dB est un spectre sans fluctuations considérables à pic principal de 390.1367 hz (fig IV. 17). En réduisant le nombre d'impulsions disponibles à 100 pour le même modèle nous constatons une diminution en précision spectrale et nous détectons un pic principal à 390.625 hz (fig IV. 18), et nous confirmons la stabilité du résultat par un tracé des pôles sur le cercle unité du plan Z (fig IV. 19), tous les pôles sont à l'intérieur du cercle.



- fig (IV. 19) - Stabilité du modèle prony
 $P = 2$, $SNR = 10$ dB

- Variation de l'ordre du modèle



- fig (IV. 20) : Spectre doppler de prony
 $P = 20$, $SNR = 10$ dB, $N = 1000$

En augmentant l'ordre de la fonction de transfert AR à 20 pour un SNR de 10 dB et un échantillon de 1000 impulsions, il est à noter que les fluctuations spectrales deviennent importantes avec l'augmentation de l'ordre.

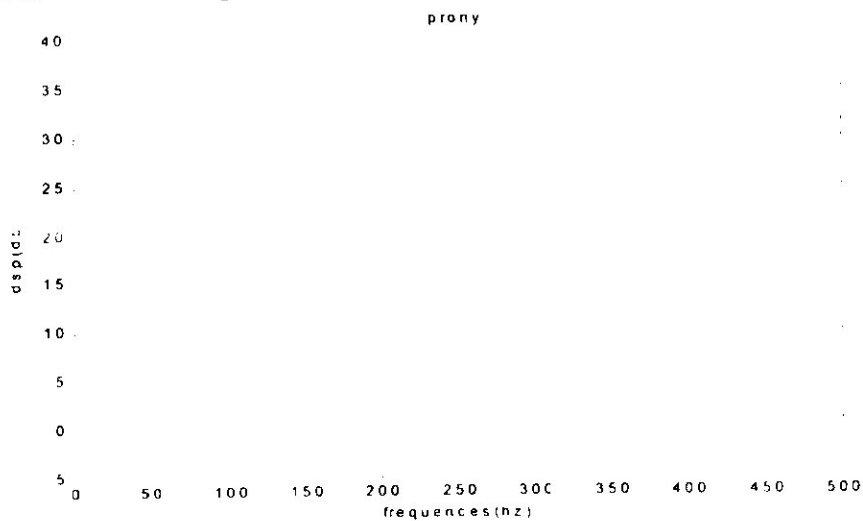
- Variation du SNR



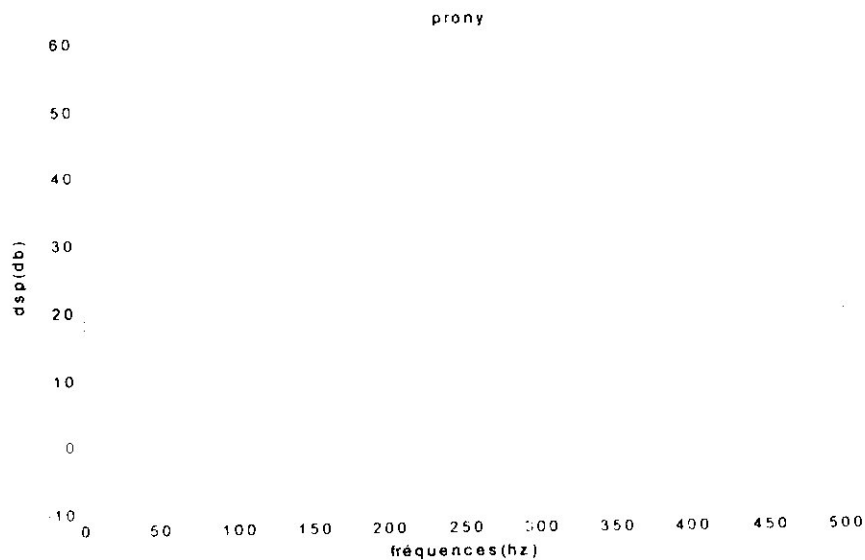
- fig (IV. 21) : Spectre doppler de prony
SNR = -10 dB, P = 2 , N = 1000

La diminution du SNR à -10 dB induit de légères fluctuations supplémentaires dans le spectre de prony d'ordre 2 comparé à la figure (IV. 17), ceci s'accroît avec la diminution du nombre d'impulsions disponibles.

- Résolution en fréquence



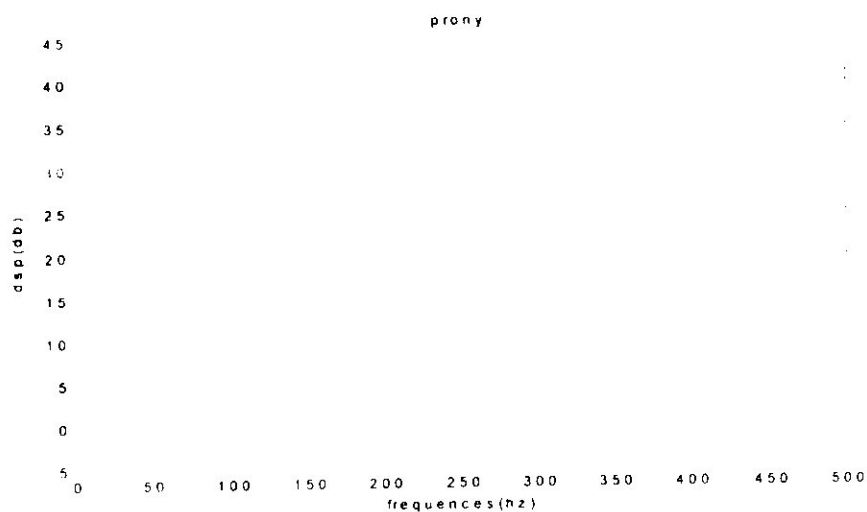
- fig (IV. 22) : Spectre doppler de prony
 $f_1 = 400$ hz , $f_2 = 390$ hz , P = 30 , N = 1000 imps



- fig (IV. 23) : Spectre doppler de prony
 $f_1 = 400 \text{ hz}$, $f_2 = 397 \text{ hz}$, $P = 30$, $N = 1000 \text{ imps}$

la résolution de deux fréquences proches l'une de 400 hz et l'autre de 390 hz sur 1000 impulsions à SNR de 10 dB nécessite un modèle de fonction de transfert d'ordre 30 (fig IV. 22), hors à cet ordre les fluctuations sont importantes, c'est un inconvénient qui s'accroît avec la diminution du SNR ou du nombre d'impulsions.

Les fréquences 400 hz et 397 hz par contre ne sont pas résolues sur le spectre de prony pour le même ordre et sont confondues en un seul pic de 396.9727 hz .



- fig (IV. 24) : Spectre doppler de prony
 $f_1 = 400 \text{ hz}$, $f_2 = 390 \text{ hz}$, $P = 4$, $N = 1000 \text{ imps}$

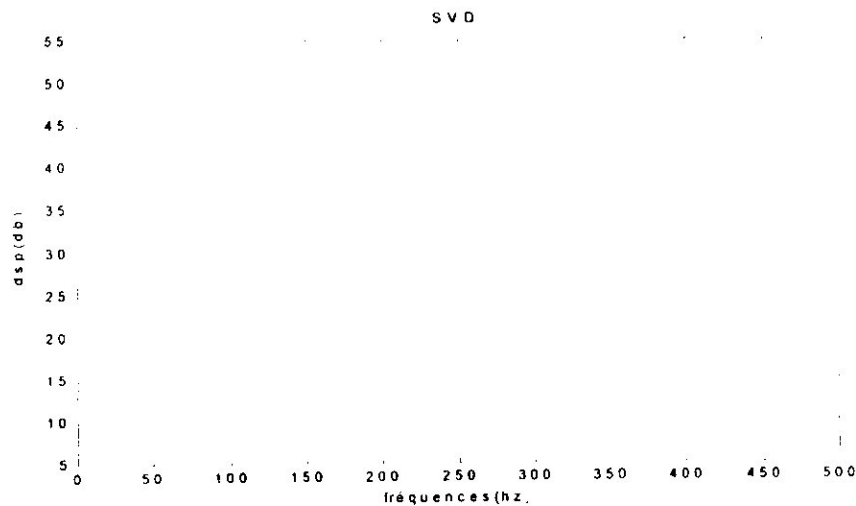
Pour une fonction de transfert d'ordre 4 les fréquences 400 hz et 390 hz ne sont pas du tout résolues et sont confondues en un pic de 397.4609 hz . ainsi l'ordre du modèle choisi joue un rôle primordial dans la résolution en fréquence.

Le spectre de prony réduit d'une façon remarquable les fluctuations rencontrées dans les méthodes classiques, néanmoins la résolution en fréquence nécessite des modèles d'ordres importants ce qui accentue les fluctuations particulièrement aux faibles SNR.

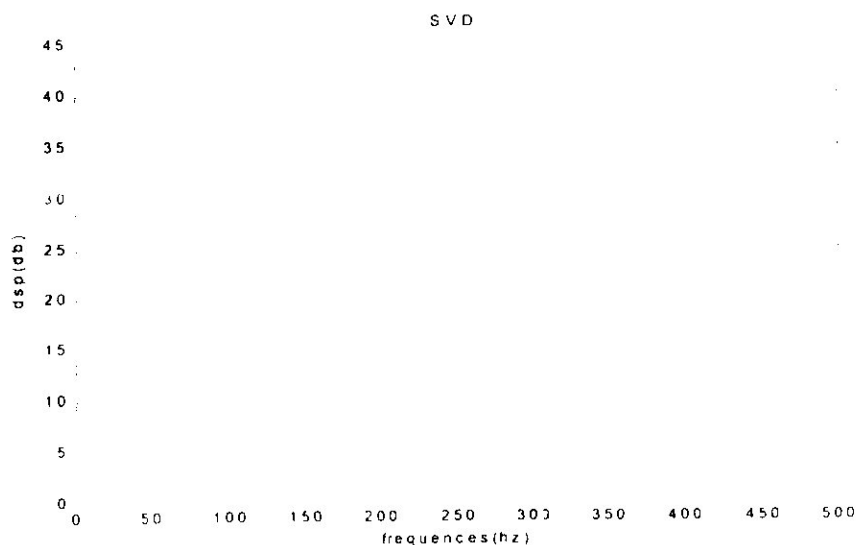
V- SPECTRE DVS

Nous terminons cette simulation par l'élaboration du spectre DVS dont nous comparons les performances avec celui de prony, la décomposition en valeurs singulières est aussi une méthode de haute résolution fondée sur la prédiction linéaire.

- Variation de la longueur de l'échantillon N



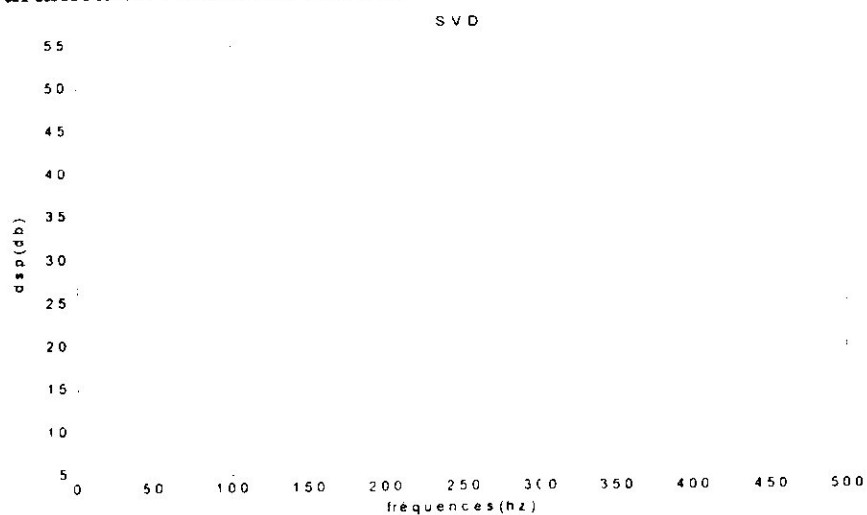
- fig (IV. 25) : Spectre doppler pour SVD
 $P = 3$, $SNR = -0.45$ dB , $N = 1000$ imps



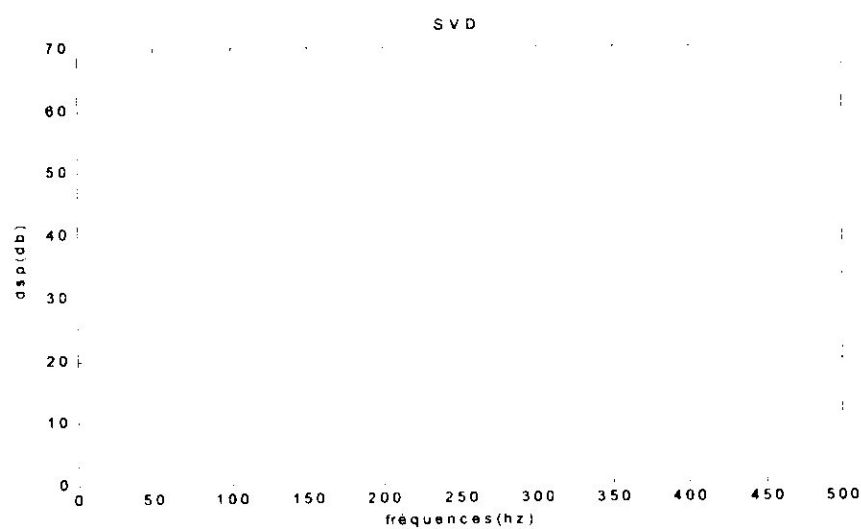
- fig (IV. 26) : Spectre doppler pour SVD
 $P = 3$, $SNR = -0.45$ dB , $N = 100$ imps

La comparaison du spectre DVS pour un échantillon de 1000 impulsions et un autre de 100 à -0.45 dB et ordre du modèle de 3 pour détecter une fréquence de 390 hz est semblable au cas de prony, la précision diminue et on détecte 389.6484 hz sur 1000 impulsions (fig IV. 25) et 390.625 hz sur 100 impulsions (fig IV. 26).

- Variation de l'ordre du modèle



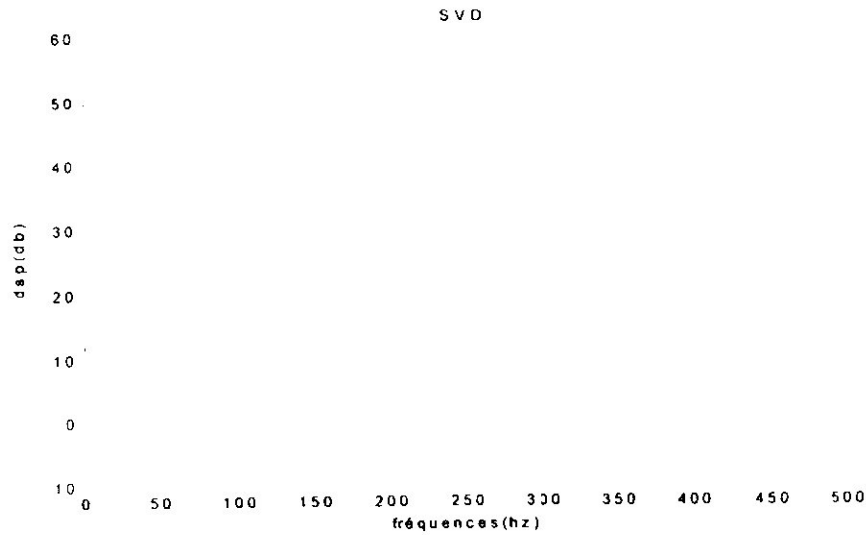
- fig (IV. 27) : Spectre doppler pour SVD
 $P = 3$, SNR = 10 dB , N = 1000 imps



- fig (IV. 28) : Spectre doppler pour SVD
 $P = 10$, SNR = 10 dB , N = 1000 imps

En augmentant l'ordre du modèle du spectre DVS pour 1000 impulsions et un SNR de 10 dB, nous signalons l'apparition de fluctuations supplémentaires, et nous détectons 389.6484 hz à l'ordre 3 et 390.1367 hz à l'ordre 10 pour une fréquence générée de 390 hz .

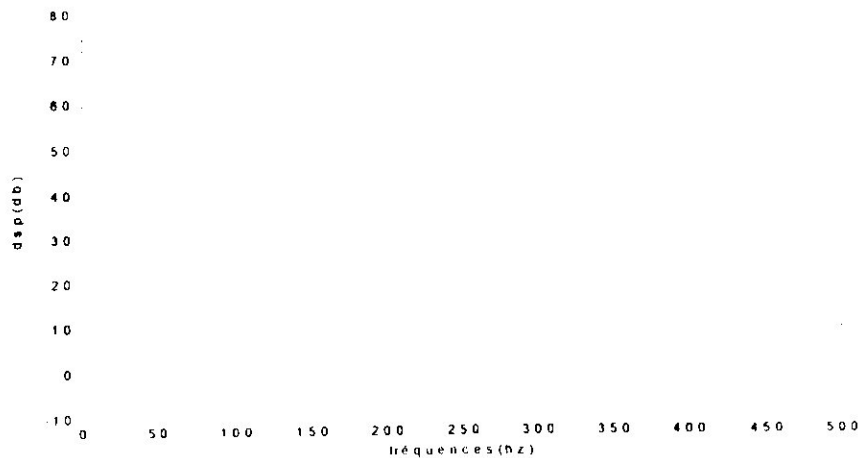
- **Variation du SNR**



- fig (IV. 29) : Spectre doppler pour SVD
 $P = 3$, $SNR = -10$ dB , $N = 1000$ imps

La comparaison du spectre DVS avec celui de prony du point de vue diminution du SNR montre l'acquisition d'une meilleure précision aux faibles SNR car nous détectons un pic de 390.1367 hz à -10 dB (fig IV. 29) alors que nous détectons 389.6484 hz à 10 dB (fig IV. 27) pour une fréquence générée de 390 hz , ceci nous permet de dire que la méthode DVS montre de meilleurs performances aux faibles SNR par rapport à celle de prony.

- **Résolution en fréquence**



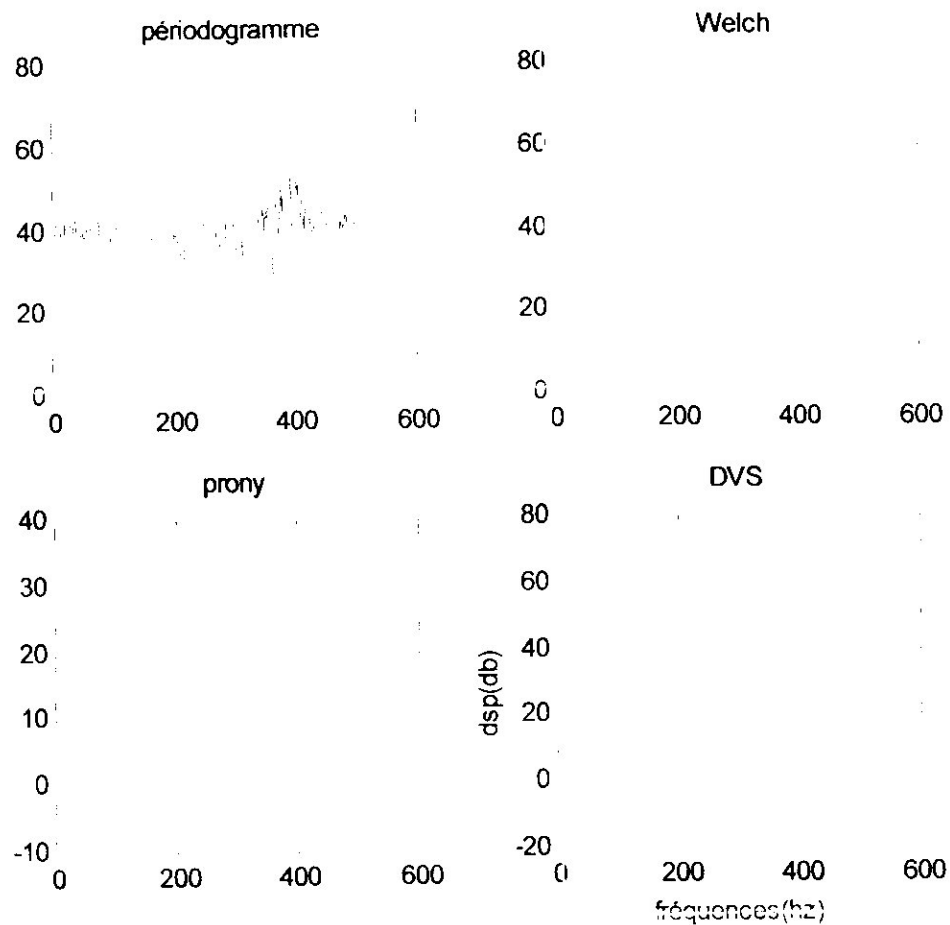
- fig (IV. 30) : Spectre doppler pour SVD
 $f_1 = 400$ hz , $f_2 = 390$ hz , $P = 6$, $N = 1000$ imps

La résolution de deux fréquences doppler par la méthode DVS l'une de 400 hz et l'autre de 390 hz sur 1000 impulsions montre qu'une fonction de transfert d'ordre 6 suffit pour distinguer les deux fréquences (fig IV. 30) alors que la résolution par la méthode de prony nécessitait une fonction de transfert d'ordre 30.

La résolution est également acquise aux faibles SNR du fait que la méthode DVS est plus robuste que prony aux faibles SNR.

VI- ETUDE COMPARATIVE

Nous clôturons cette simulation par une étude comparative entre les quatre méthodes pour un échantillon de 1000 impulsions pour résoudre deux fréquences de 400 hz et 390 hz à SNR 10 dB.

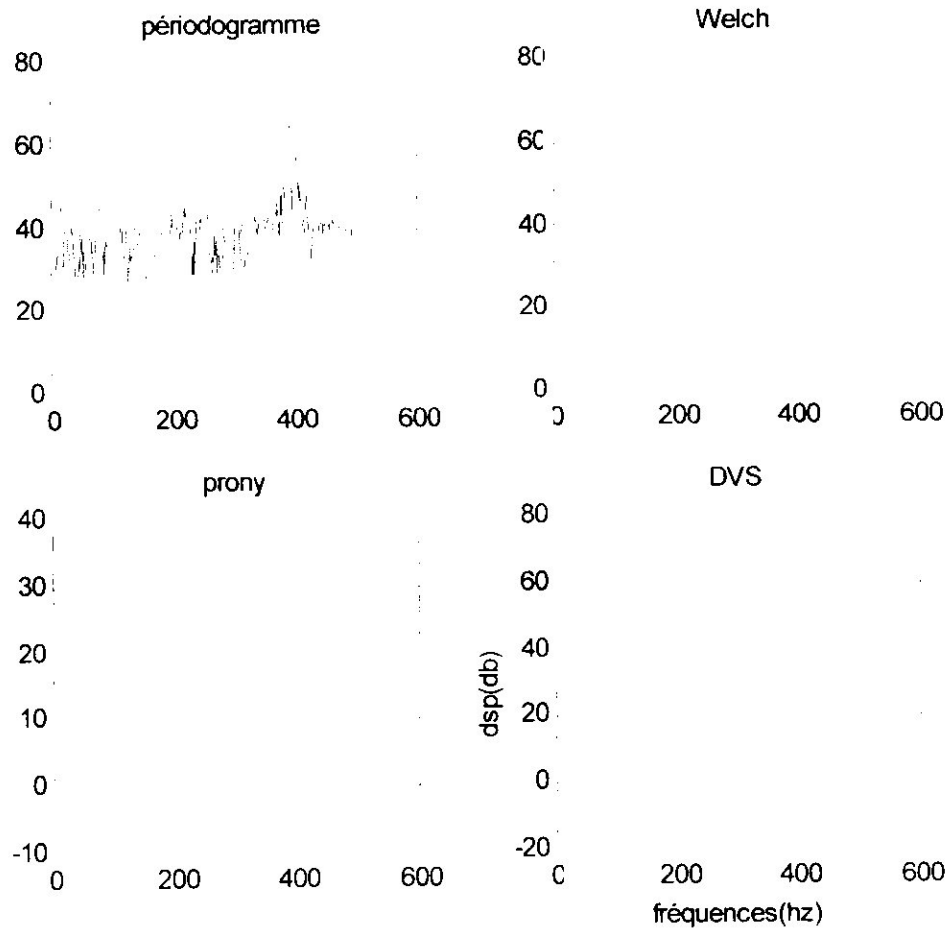


- fig (IV. 31) : Etude comparative à 10 dB

L'inconvénient majeure des méthodes classiques réside dans les fluctuations spectrales induites, ces dernières sont réduites par le périodogramme moyenné mais les lobes s'élargissent, ceci affecte directement la résolution.

Les méthodes paramétriques réduisent d'une manière remarquable le problème des fluctuations supplémentaires, la résolution en fréquence par la méthode de prony nécessite des modèles d'ordre élevés, ceci induit des fluctuations, la méthode DVS présente de meilleures performances dans ce contexte.

Une autre étude comparative est effectuée à -10 dB sur le même échantillon pour la même résolution, elle est illustrée par la figure suivante :



- fig (IV. 32) : Etude comparative à -10 dB

La diminution du SNR renforce les inconvénients des méthodes classiques, pour les méthodes paramétriques, le spectre de prony réalise la résolution en fréquence pour un modèle d'ordre 30, ceci accentue quand même les fluctuations. Le spectre DVS réalise cette résolution pour un modèle d'ordre 6, ce qui réduit les fluctuations spectrales.

A la fin nous concluons que la méthode DVS présente de meilleures performances aux faibles SNR du point de vue résolution en fréquence.

*Conclusion
Générale*

Conclusion générale

Ce modeste travail nous a permis en premier de se familiariser avec le radar doppler à impulsions qui est une évolution de la génie radar qui apporte beaucoup de solutions aux problèmes de la communauté de la navigation aérienne.

Pour une estimation classique du spectre doppler nous avons considéré la méthode du périodogramme et sa version améliorée, soit le périodogramme moyenné. Ce dernier réduit les fluctuations spectrales induites dans le périodogramme qui sont des fuites spectrales qui peuvent nuire à la détectabilité des cibles par le radar surtout aux faibles SNR, néanmoins les lobes s'élargissent et en conséquence la résolution spectrale se dégrade.

La résolution spectrale étant un facteur très important à acquérir en radar doppler, nous avons opté pour l'estimation spectrale paramétrique fondée sur la modélisation de l'écho doppler par des fonctions de transfert rationnelles.

L'estimation spectrale AR étant facile à implémenter nous avons élaboré et comparé les méthodes de prony et de décomposition en valeurs singulières (DVS). Les méthodes paramétriques éliminent le problème des fluctuations présentes sur les méthodes classiques, mais nous constatons que la méthode DVS présente de très bonnes performances en terme de résolution fréquentielle à de faibles SNR par rapport à la méthode de prony

Ainsi grâce à la maîtrise de la technologie doppler et du traitement numérique du signal, la communauté de la navigation aérienne acquiert de jour en jour de nouveaux progrès.

Annexe

Annexe A**Fréquences Radar**

La fréquence opérationnelle du radar vient en première considération lors d'une conception virtuelle de n'importe quel radar. Le principe de base du radar est le même à n'importe quelle fréquence, mais la mise en oeuvre pratique est largement différente. En pratique la plus part des radars fonctionnent aux fréquences de la bande SIIF (3 à 30GHz) utilisant des ondes directes de longueurs d'onde de 1 à 10cm.

La génie radar utilise des lettres de désignation pour indiquer la bande de fréquences générale dans laquelle le radar fonctionne, ces lettres sont universellement utilisées. Chaque bande de fréquences a ces propres caractéristiques particulières qui la rendent meilleure pour certaines applications que pour d'autres, dans ce qui suit nous décrivons ces bandes qui sont remarquablement utilisées par les radars :

- **Bande L (1 à 2GHZ)**

Cette bande est la bande de fréquences préférée pour les radars terrestres de surveillance de l'aire à longue portée, elle est caractérisée par un bruit externe faible.

- **Bande S (2 à 4GHZ)**

Les radars de surveillances de l'air peuvent être à longue portée à la bande S, mais cette caractéristique est plus difficile à acquérir. Cependant, c'est la bande de fréquences préférée pour les radars météorologiques qui doivent estimer avec précision des taux de précipitation, c'est aussi une bande conseillée pour les applications de surveillance de l'air à moyenne distance.

- **Bande C (4 à 8GHZ)**

Cette bande se trouve entre la bande S et la bande X est peut être décrire comme un compromis entre les deux, elle a été utilisée par les radars météorologiques à moyenne portée.

- **Bande X (8 à 12GHZ)**

Celle-ci est une bande de fréquence très connue pour le radar de poursuite des armes militaires et pour les applications civiles. La navigation à bord d'un avion ou d'un navire, la résolution météorologique ainsi que la navigation doppler se trouve tous à la bande X, les radars à cette bande sont généralement d'une taille commode et d'intérêt pour les applications où la mobilité et le poids léger sont importants et la longue portée ne l'est pas.

- **Bandes Ku, K et Ka (12 à 40GHZ)**

Les radars originaux à bande K ont été développés durant la deuxième guerre mondiale et ont centré à 24 GHz. Ensuite cette bande a été subdivisée en bande inférieure désignée Ku et bande supérieure désignée Ka, ces fréquences sont d'intérêt à cause des faisceaux serrés qui peuvent être acquis avec des petites ouvertures, cependant il est difficile de générer et rayonner une puissance élevée par conséquent nous ne trouvons pas beaucoup d'applications radar à ces fréquences.

Annexe B Composition d'un radar à impulsions

Les principaux éléments fonctionnels d'un radar sont :

- **Emetteur**

L'émetteur crée l'onde radio qui est émise et la module pour former un train d'impulsion, il doit aussi amplifier le signal à des puissances assez élevées pour atteindre la portée nécessaire. La source d'onde peut être soit un klystron, un tube à ondes progressives (TOP) ou un magnétron, chacun de ces composants possède ses propres caractéristiques et ces limitations.

- **Récepteur**

Le récepteur travaille autour de la fréquence émise et sert à amplifier le signal réfléchi. Pour obtenir de grandes portées, le récepteur doit avoir une grande sensibilité sans introduire beaucoup de bruit, l'aptitude du récepteur à détecter des signaux utiles dans le bruit dépend du rapport de puissances signal/bruit (S/B).

- **Alimentation**

Ce bloc délivre du courant à tous les composants, l'émetteur est le bloc qui consomme le plus d'énergie (plusieurs kW de puissance moyenne). L'énergie doit être délivrée durant les brefs instants d'émission des impulsions, c'est pour cela que l'énergie est emmagasinée dans des réservoirs (capacité) pendant le reste du temps pour être restituée au tube pendant l'émission, c'est le rôle du modulateur.

- **Synchronisateur**

Il régule la cadence d'émission des impulsions (c'est-à-dire fixe la période de répétition T_r) et remet à zéro l'horloge qui détermine les instants d'arrivée des échos. Les signaux de synchronisation sont transmis à plusieurs blocs.

- **Duplexeur**

C'est un commutateur hyperfréquence qui connecte alternativement l'émetteur et le récepteur à l'antenne dans le but de protéger le récepteur des fortes puissances à l'émission. Dans les radars de grandes portées. Il est réalisé à partir de guides contenant un gaz qui s'ionise uniquement lors de l'émission et joue ainsi le rôle d'un réflecteur.

- **Antenne**

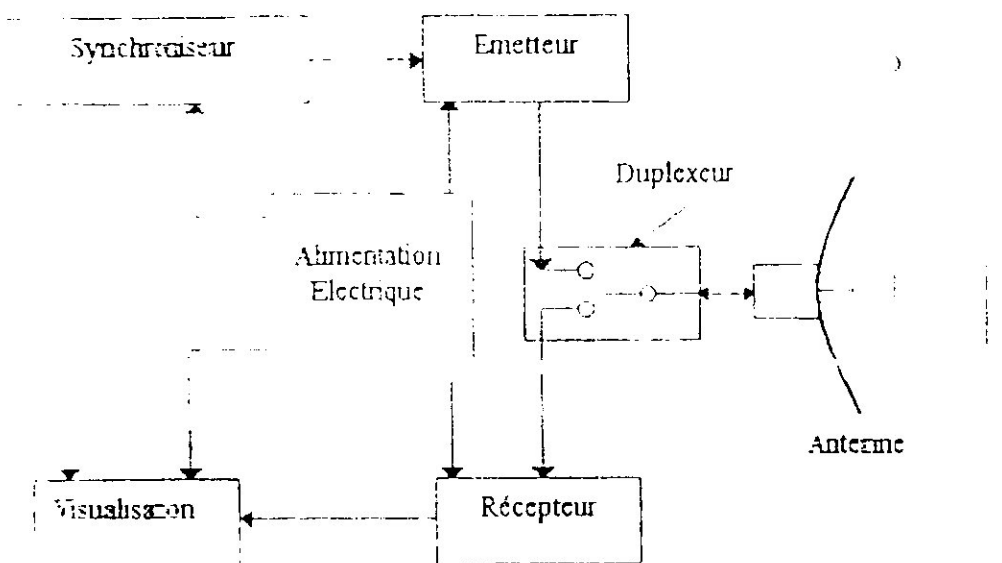
Son rôle est de concentrer l'énergie émise par le radar dans une direction donnée. L'exploration de l'espace se fait par action mécanique ou électronique (antenne à balayage électronique). Un synchro transmetteur indique à chaque instant l'orientation de l'antenne dans l'espace.

Dans le domaine du radar, on utilise surtout des antennes composées d'un réflecteur parabolique illuminé par un cornet.

- **Visualisation**

Les scopes de visualisation peuvent prendre différentes formes, le plus simple, appelé scope A présente l'information sous Amplitude/Temps, il ne donne pas la direction de la cible.

Le scope le plus utilisé est le PPI (Plan Position Indicator) dans lequel l'information est donnée sous forme de coordonnées polaires (direction et distance), il utilise un tube cathodique classique avec balayage radial et circulaire, la puissance du faisceau est modulée proportionnellement à l'intensité du signal provenant des cibles.



- fig (B.1) : Diagramme bloc simplifié d'un radar classique à impulsions

Annexe C

Rappels de probabilité

- **moyenne statistique**

La moyenne statistique est couramment utilisée pour le calcul des écoulements turbulents et au lieu de chercher l'évolution spatiale et temporelle d'une grandeur instantanée, nous nous intéressons plutôt au comportement de cette moyenne, elle est représentée par l'espérance mathématique.

Soit g_k ($k=1, n$) les valeurs prises pour une grandeur aléatoire g au cours de n réalisations indépendantes d'un écoulement dans les mêmes conditions, la moyenne stochastique (ou espérance mathématique) est définie par :

$$E(g) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum g_k}{n}$$

L'espérance mathématique dite aussi la moyenne statistique m_g d'une distribution du point de vue analogique est le centre de gravité des masses m_i situées à des abscisses i , c'est un opérateur défini sur l'ensemble des variables aléatoires qui signifie que si nous réalisons un très grand nombre de fois la même variable aléatoire g , la moyenne des valeurs obtenues est très proche de $E(g)$.

- **Variance**

Nous appelons variance $V(g)$ d'une variable aléatoire g l'expression :

$$V(g) = E[(g - E(g))^2]$$

C'est la moyenne des carrés des écarts à la moyenne $E(g)$, une analogie avec le moment d'inertie d'une distribution est évidente.

Sous réserve de convergence de l'expression (4), nous appelons écart type de f le nombre

$$\sigma_x = \sqrt{V(g)}$$

- **Moyenne temporelle**

Lorsqu'un processus stochastique a les mêmes propriétés statistiques quelque soit l'origine des temps considérées, nous disons qu'il est stationnaire. Un processus stochastique lorsqu'il est stationnaire peut posséder la propriété d'ergodicité qui permet de décrire une grandeur aléatoire par des moyennes temporelles au lieu des moyennes d'ensemble (grandeurs aléatoires obtenues par une expérience répétée), c'est à dire que nous prenons la durée de processus très longue afin qu'il puisse prendre toutes les valeurs possible que peut prendre une grandeur aléatoire sur plusieurs réalisations différentes du même processus, une réalisation individuelle est alors supposée représentative du processus complet. La propriété d'ergodicité stipule donc que les moyennes temporelles convergent vers les moyennes d'ensemble.

Les moyennes temporelles d'une grandeur aléatoire d'un processus stochastique stationnaire et ergodique sont définies par des intégrales par rapport au temps :

$$g_{\text{moy}} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} g(t) dt$$

l'opération de moyenne temporelle possède les mêmes propriétés que celles de moyenne statistique.

- **Fonction d'auto corrélation**

A chaque instant t , la grandeur aléatoire $g(t)$ définit une valeur aléatoire g_i , d'où la possibilité d'obtenir le long de l'axe des temps une grande répartition de variables aléatoires, ceci constitue l'ordre statistique du processus. Généralement la statistique d'ordre 1 et la statistique d'ordre 2 sont suffisantes pour d'écrire l'évolution du processus dans le temps, nous disons qu'il s'agit de processus de second d'ordre.

Pour le cas d'une statistique d'ordre 2 nous considérons un couple de variables aléatoires g_1 ($g_1 = g(t_1)$) et g_2 ($g_2 = g(t_2)$) à deux instants différents t_1 et t_2 et nous caractérisons le processus par son espérance mathématique :

$$E[g(t_1) g] = R_{gg}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} g(t + \tau) dt$$

avec : $\tau = t_2 - t_1$

lorsque τ est nul la fonction $R_{gg}(\tau)$ est maximale, elle est égale à la variance σ_g^2 du processus :

$$R_{gg}(0) = \sigma_g^2$$

l'expression $R_{gg}(\tau)$ est la fonction d'auto corrélation d'un processus stochastique ergodique, c'est l'une des propriétés les plus remarquables, elle signifie comparaison de la $g(t)$ avec elle même durant un intervalle de temps et par conséquent elle est utilisée pour l'extraction de l'information et contribué dans l'interprétation des processus. Il est à noter que les processus stochastiques sont considérés à puissance moyenne finie c'est à dire qu'ils possèdent une énergie finie

- **Théorème centrale limite**

Soit une suite $(X_n)_n$ de variables aléatoires indépendantes distribuées identiquement avec

$E(X_i) = m$ et $V(X_i) = \sigma^2$ ($i = 1, 2, \dots$), alors quand $n \rightarrow \infty$, $\frac{S_n - n.m}{\sigma\sqrt{n}} \left(\text{avec } S_n = \sum_{i=1}^n X_i \right) \xrightarrow{\text{mlv}} \rightarrow$

distribution normale $N(0,1)$ c'est à dire la probabilité $P\left(\frac{S_n - n.m}{\sigma\sqrt{n}} \leq x\right) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \Phi(x)$

$\Phi(x)$: fonction de répartition de la lois normale $N(0,1)$

Bibliographie

Bibliographie

- [1] **Robert J. Serafin**, National Center For Atmospheric Research, "Radar handbook", by Merrill I. Skolnik, second edition, 1988.
- [2] **G. W. Stimson** "Introduction to airborne radar". SCTTECH publishing, INC. New Jersey, 1998.
- [3] **M. Kunt**, "Techniques modernes de traitement numérique des signaux", presses polytechniques et universitaires, 1991.
- [4] **Gérard Blanchet et Maurice Charbit**
"Traitement numérique du signal", Hermès, Paris 1998.
- [5] **C. S. Burrus, J. H. McClellan, A. V. Oppenheim, T. W. Parks, R. W. Schaefer, and H. W. Schussler**, "Computer based exercises for signal processing using Matlab", Matlab-curriculum, Series, 1994.
- [6] **S. M. Kay**, member IEEE, and **S. L. Marple, J. R.**, member IEEE, "Spectrum analysis a modern perspective", Proceeding of the IEEE, vol. 69, NO. 11, November 1981, pp 1380-1419.