

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

République Algérienne Démocratique Et Populaire
Ministre de L'Enseignement Supérieur et de
La Recherche Scientifique
Université Saad Dahleb Blida 1



Faculté des Sciences
Département de Mathématiques

Mémoire

En vue de l'obtention de Diplôme Du MASTER
Spécialité : Modélisation Stochastique Et statistique

Thème

Prévision par les modèles ARMA et GARCH
Application au taux de change

Présenté par : Abdellah Belhadj

Devant le Jury composé de :

Président :Tami Omar	MCB	USD Blida1
Examineur :Rassoul Abdelaziz	Professeur	ENSH
Promoteur : Frihi Redhouane	MAA	USD Blida1

Remerciements

*Je tiens à remercier mon enseignant encadreur Monsieur **Frihi Redhouane**, enseignant à l'université de Blida, pour ses conseils bénéfiques pour la réalisation de ce mémoire.*

*Je remercie Monsieur **Tami Omar**, enseignant à l'université de Blida et monsieur **Rassoul Abdelaziz**, enseignant à L'Ecole Nationale supérieure d'Hydraulique pour ses encouragements et conseils pour m'inscrire en Master et continuer mes études et d'avoir accepté d'examiner mon travail et de participer au jury de ma soutenance.*

*Mes remerciements sont adressés également à Monsieur **Hebbouche Abdelhamid** Directeur de L'Ecole Nationale supérieure d'Hydraulique pour ses encouragements et aides durant l'année d'étude*

Mes remerciements sont adressés aux membres Enseignants, Etudiants, Collègues de département Mathématiques notamment :Rachid Cherifi, Meroiani Taha , Adel ,ANIS Aghbal, Leila Melouah....etc

Enfin, je tiens à exprimer toute ma gratitude à toute ma famille pour leur confiance sans faille en mes capacités et leur soutien, durant mon cursus d'étude spécialement mon père, ma mère, mes frères et sœurs.

Mon fils Mohamed, mes filles Ines et Alaa et ma femme Souria Seba

ملخص

نقدم في هذه الأطروحة ملخص حول نظرية السلاسل الزمنية أهدافنا هي: أولاً، دراسة شروط الثبات، تحديد والتعريف بالنموذج المناسب، تقدير النموذج الامثل، الاستدلال الإحصائي (التشخيص / التحقق من صحة النموذج المقدر) والتنبؤ بالنماذج AR، MA، ARIMA، ثانياً، نحل مشكلة تطابق هذه السلاسل الزمنية مع النماذج غير الخطية كنماذج ARCH و GARCH.

Résumé

Nous présentons dans ce mémoire une esquisse sur la théorie des séries chronologiques. Nos objectifs sont : premièrement, l'étude des conditions sur la stationnarité, l'identification du processus adéquat, l'estimation du modèle/processus optimal retenu, l'inférence statistique (diagnostic/validation du modèle estimé) et la prévision par les modèles parmi lesquels la spécification autorégressive à savoir : AR, MA, ARIMA, Deuxièmement, résoudre le problème d'adéquation de séries financières par les modèles hétéroscédastiques des types ARCH et GARCH.

Abstract

We present in this thesis a sketch on the theory of time series. Our objectives are: first, the study of the conditions on stationarity, the identification of the adequate process, the estimation of the model / optimal process retained, the statistical inference (diagnosis / validation of the estimated model) and the forecast by the models among which the autoregressive specification namely: AR, MA, ARIMA, Secondly, solve the problem of adequacy of financial series by heteroscedastic models of types ARCH and GARCH.

Table des matières

Introduction générale	07
Chapitre 1: Séries temporelles	09
1.1 :Analyse des séries temporelles.....	09
1.1.1 :Modélisation d'une série temporelle.....	09
1.1.2: Modèle stationnaire	10
1.2 : Théorie spectrale	13
Chapitre 2 : Représentation des séries temporelles.....	17
2.1: Modèles : AR, MA et ARMA	17
2.2 : Modèles : ARCH, GARCH	19
2-3 : Inférences Statistiques.....	18
2-4 : Arbitrage entre la modélisation ARMA sans effets ARCH.....	32
et celle avec effets ARCH.	
Chapitre 3 : Etude de la série temporelle taux de change d'un Euro en Dollar américain durant la période du 1janvier 2018 au 2 aout 2021 par les modèles ARIMA ,ARCH et GARCH	37
3-1 : Etude de la série	37
3.1.1 : Etude de la stationnarité	37
3-1-2 : Analyse et modélisation de processus générateur des données (TS ou DS).....	40
3.2 :Processus générateur des données de la série taux de change	46
3.3 : L'estimation du modèle/processus optimal retenu	49
3.3.1 : Estimation automatique du meilleur modèle sur EVIEWS 09.....	48
3.3.2 : L'inférence statistique (diagnostic/validation du modèle estimé.....	51
3.4 : Résoudre le problème d'adéquation de séries financières par les modèles hétéroscédastiques des types ARCH et GARCH	53

3.4.1:Prévision par le processus AR(1) avec erreurs TGARCH(1,1)	68
3.4.2 :Prévision par le processus AR(1) avec erreurs EGARCH(1,1)	71
Conclusion générale	75
Annexe :	77
Bibliographie	84

Introduction générale

L'analyse des séries chronologiques, se réfère à la branche de statistique mathématique où les observations sont régulièrement espacées dans le temps. Leur domaine d'application est très vaste et s'étend de l'astronomie à l'économie et finance en passant par la biologie, psychologie, géophysique ou la théorie du signal...etc. Elles ont donc suscité un très vif intérêt, ce qui a eu par conséquent le développement de nombreux modèles parmi lesquels la spécification autorégressive à savoir : AR, MA, ARMA, et modèles hétéroscédastiques ARCH et GARCH....

Les modèles autorégressifs sont introduits par Yule en 1927, et jusqu'au début des années 1980, les séries chronologiques ont été dominées par la référence aux modèles ARMA (linéaires). Dans ces formulations, la valeur présente de la variable est écrite comme une fonction linéaire de ses valeurs passées ainsi que de valeurs présentes et passées d'un bruit...

Parmi les séries pour lesquelles les formulations classiques sont insuffisantes figurent celles de la finance (taux d'intérêt, taux de change, prix d'actifs...). Leur caractéristique la plus importante est le fait que leur variabilité instantanée (volatilité) est une fonction du temps. Typiquement, se succèdent des périodes où la volatilité est élevée (grandes valeurs) et d'autres où elle est faible (petites valeurs), comme l'illustre la trajectoire suivante.

Le présent mémoire, est alors une synthèse des travaux de recherches concernant la théorie des séries temporelles, ainsi que des différentes propriétés probabilistes et statistiques des modèles AR, MA, ARMA, ARCH et GARCH, en apportant des réponses à certaines questions notamment :

- Comment se fait la modélisation des séries chronologiques ?
- Comment choisir un modèle adéquat ?
- Comment se fait les prévisions par les modèles adéquats ?

Le présent mémoire est répartie en trois chapitre.

Dans le premier chapitre, nous avons exposé les modèles ARMA, Le deuxième chapitre est réservé aux modèles GARCH et le troisième chapitre est consacré pour l'étude pratique qui est la prévision de taux de change EURO/USD. Nous allons clôturer ce travail par une conclusion générale.

Chapitre I

Séries temporelles

Chapitre 1 : Séries temporelles

La théorie des séries temporelles est une combinaison de deux concepts, probabiliste et statistique, le probabiliste dont on étudie les caractéristiques des variables aléatoires X_t . Le problème statistique est de donner les caractéristiques des distributions de la série temporelle X_t , pour les observations X_1, X_2, \dots, X_n au temps $t = 1, 2, 3, \dots, n$. Le modèle statistique résultant sert à la compréhension du système stochastique d'une part et la prédiction du future (i.e. , X_{n+1}, X_{n+2}, \dots) d'autre part.

1.1 Analyse des séries temporelles

Le terme «série temporelle» désigne à la fois les séries chronologiques réelles et une suite théorique des variables aléatoires indexées par le temps ($t \in T$), qui va servir à modéliser ces premières.

Définition 1.1.1 (Série temporelle) :

Une série temporelle est une suite d'observations répétées, correspondant à des dates différentes, où encore à un ensemble de valeurs représentant l'évolution d'un phénomène au cours du temps.

Généralement, les observations d'un phénomène sont équidistantes, les unes des autres (temps discret $t \in \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \dots$), le temps correspondant à un jour, un mois, une année.... Si par exemple on travaille dans des domaines tels que les finances, on peut citer entre autres : la valeur journalière du Dollar (\$) en Euro (€), à l'ouverture du marché boursière, les données mensuelles du chômage, les prix d'action, relevé annuel de la production d'acier sur 30 ans,...etc. Mais il existe d'autres domaines (comme en Physique), où les observations sont élevées de façon continue, l'indice t prend des valeurs dans un intervalle de \mathbb{R} .

1.1.1 Modélisation d'une série temporelle

La modélisation des séries temporelles se fait à partir de la décomposition classique, «décomposition de Persons en fonction des quatre éléments suivants :

1. Tendance (T_t) : mouvement à long terme (longue période).
2. Saisonnière (S_t) : fonction périodique du temps (période courte).
3. Cycle (C_t) : cycle d'affaires, fluctuation périodique (moyenne terme).
4. Résidu (R_t) : partie irrégulière, correspondante à la notion d'écart au modèle ou encore bruit.

D'une manière générale, on peut proposer un modèle qui représente la série temporelle étudiée en combinaison des quatre éléments précédents. Pour cela, on a trois types de modèles : le premier est le modèle d'ajustement de forme additive ou multiplicative comme suit :

$$X_t = T_t + S_t + C_t + R_t \text{ ou } X_t = T_t S_t C_t + R_t$$

Le deuxième type est le modèle auto-projectif, dont on suppose que X_t est une fonction de ces valeurs passées et d'une perturbation aléatoire R_t .

$$X_t = F(X_{t-1}, X_{t-2}, \dots; R_t)$$

Dans cette classe, on peut citer les modèles *ARIMA*, *ARMA*,...

Le troisième type est le plus important, c'est le modèle explicatif. Dans cette catégorie de modèle, la variable aléatoire X_t est exprimée en fonction d'un vecteur aléatoire Y_t et d'une perturbation aléatoire R_t .

$$X_t = F(Y_t, R_t)$$

Où Y_t est soit déterministe ou aléatoire, dans ce dernier cas les processus $(Y_t)_t$ et $(R_t)_t$ ont certaines propriétés d'indépendance ou de non-corrélation.

Ces modèles sont les modèles de base de l'économétrie et nous les considérons essentiellement pour faire le lien entre eux et les modèles auto-projectifs.

On a ainsi deux cas particuliers de modèle explicatif, modèle explicatif statique où les variables Y_t ne contiennent pas de valeurs passées de X_t et les R_t sont indépendantes entre eux. Le deuxième cas est le modèle explicatif dynamique, où les R_t sont autocorrélés et les Y_t contiennent des valeurs passées de X_t .

1.1.2 Modèle stationnaire

La représentation des phénomènes aléatoires dépendants du temps est faite de la manière suivante :

Soient (Ω, \mathcal{F}, P) un espace de probabilité, T un ensemble non vide d'indices (par exemple : $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{R}$...etc), X_t une fonction de $T \times \Omega$ à valeurs dans \mathcal{E} qui associe à tout couple (t, ω) le processus $X_t(\omega)$, avec \mathcal{E} désignant l'espace d'états du processus. D'où :

- i- pour $t \in T$, fixé : $X_t(\omega)$ est une variable aléatoire.
- ii- pour $\omega \in \Omega$, fixé : $X_t(\omega)$ est une trajectoire.

Définition 1.1.2: "Processus stochastique "

Un processus stochastique défini sur T noté $X_t(\omega), t \in T$ ou simplement $(X_t)_t$ est une collection de variable aléatoire X_t de Ω à valeurs dans \mathbb{R} de telle manière qu'à chaque élément $t \in T$ est associée une variable aléatoire X_t . On a ainsi deux cas :

- i- un processus en temps discrète si T est discrète ; ($T \subseteq \mathbb{Z}$).
- ii- un processus en temps continue si T est continue ; ($T \subseteq \mathbb{R}$).

Par conséquent, on s'intéresse aux modèles stochastiques, dont les éléments X_t de la série temporelle $(X_t)_t$ sont considérés comme des variables aléatoires. Par la suite on désigne par un modèle, le processus stochastique qui modélise la série temporelle

Généralement, les variables d'une série $(X_t)_t$ ne sont ni indépendantes ni identiquement distribuées. Les moyennes, variances et covariances de ces variables dépendent de leurs

positions dans la série. En particulier, si on suppose que $(X_t)_t$ est de carré intégrable (i.e. $E[X_t^2] < \infty, \forall t \in T$), alors :

$$E[X_t] = \mu_t, \quad \text{var}(X_t) = \sigma_t^2$$

$$\text{Cov}(X_t, X_{t+k}) = E[(X_t - \mu_t)(X_{t+k} - \mu_{t+k})], \quad k \in \mathbb{Z}.$$

Définition 1.1.3 (Fonction d'autocovariance):

La fonction d'autocovariance d'une série temporelle (X_{t+k}) est une suite $(\gamma(h)), h \in \mathbb{Z}$, avec

$$\gamma(h) = \text{Cov}(X_t, X_{t+h})$$

c'est une fonction paire, semi-définie positive, i.e.

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_i a_j \gamma(t_i - t_j) \geq 0 \text{ et } |\gamma(h)| \leq \gamma(0) = \text{var}(X_t), h \in \mathbb{Z}$$

Définition 1.1.4 (Fonction d'autocorrélation):

De même, on définit une suite $(\rho(k)), k \in \mathbb{Z}$ qu'on l'appelle fonction d'autocorrélation de la série $(X_t)_t$:

$$\rho(k) = \frac{\text{Cov}(X_t, X_{t+k})}{\sqrt{\text{var}(X_t)\text{var}(X_{t+k})}} = \frac{\gamma(k)}{\gamma(0)}$$

C'est une fonction paire, semi-définie positive, i.e.

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_i a_j \rho(X_i - X_j) \geq 0$$

$$|\rho(k)| \leq \rho(0) = 1, k \in \mathbb{Z}.$$

L'une des propriétés importantes dans l'étude des séries temporelles est la stationnarité, et il existe deux types de stationnarité comme suit :

Définition 1.1.5 (Série fortement stationnaire) :

Une série temporelle $(X_t)_t$ est fortement (ou strictement) stationnaire, si et seulement si :

$$(X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_n}) \stackrel{D}{=} (X_{t_1+k}, X_{t_2+k}, \dots, X_{t_n+k})$$

On dit alors, que la loi de vecteur $(X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_n})$ est identique à celle de $(X_{t_1+k}, X_{t_2+k}, \dots, X_{t_n+k})$ pour tout sous-ensemble $t_1, t_2, \dots, t_n, t_1+k, t_2+k, \dots, t_n+k \in T$, $\forall k \in \mathbb{Z}$.

Définition 1.1.6 (Série faiblement stationnaire) :

Une série temporelle $(X_t)_t$ est faiblement stationnaire (ou stationnaire du second ordre), si et seulement si :

- 1- $E[X_t^2] < +\infty, \forall t \in T$.
- 2- $E[X_t] = \mu, \forall t \in T$.
- 3- $Cov(X_s, X_t) = Cov(X_{s+k}, X_{t+k}), \forall t, s \in T$.

L'existence de la fonction d'auto-covariance d'une série temporelle stationnaire (on dit souvent stationnaire au lieu de faiblement stationnaire) est assurée par la proposition suivante :

Proposition 1.1.1 :

Si la série temporelle $(X_t)_t$ est stationnaire, alors il existe une fonction $\gamma: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$ telle que les auto-covariances ne dépendent que de la différence entre les observations :

$$Cov(X_s, X_t) = \gamma(|t - s|), \forall t, s \in T.$$

Preuve:

Soit $r \in \mathbb{Z}$, comme $(X_t)_t$ est stationnaire, donc pour tout $s, t \in \mathbb{Z}$:

1^{ère} cas : Si $s \leq t$

$$Cov(X_s, X_t) = Cov(X_{s+r-r}, X_{t+s-s+r-r}) = Cov(X_r, X_{s+r+t-s}), \text{ si } s \geq r.$$

De plus,

$$Cov(X_s, X_t) = Cov(X_{s+r-s}, X_{t+r-s}) = Cov(X_r, X_{r+t-s}), \text{ si } s < r$$

2^{ème} cas : Si $s > t$

$$Cov(X_s, X_t) = Cov(X_t, X_s) = Cov(X_r, X_{r+s-t})$$

d'où, $\forall t, s \in T$:

$$Cov(X_s, X_t) = Cov(X_r, X_{r+|t-s|}) = \gamma(|t - s|).$$

Remarques 1.1.1 :

1. Si $\forall t \in T, X_t$ est de carré intégrable, la stationnarité forte implique alors la stationnarité faible.
2. Si la série $(X_t)_t$ est gaussienne, la stationnarité faible implique alors la stationnarité forte.
3. Par la suite, on désigne par un bruit blanc la suite $\xi_{(t)}$ de variables aléatoires i.i.d, centrée et de variance σ^2 ($\text{var}(\xi_t) = E[\xi_t^2] = \sigma^2$).

Dans ce cas, il est clair qu'un bruit blanc est un processus stationnaire du second ordre, avec :

$$\gamma_\xi(0) = \sigma^2 \text{ et pour tout } k \neq 0, \gamma_\xi(k) = 0.$$

1.2 La théorie spectrale :

La densité spectrale qui a posteriori contient la même information que la fonction d'auto-covariance, mais elle a comme avantage les propriétés d'invisibilité et de périodicité, ce qui permet (en particulier dans le cas des tests) d'étudier et d'utiliser l'analyse de Fourier (transformation de Fourier)...

Soit $(X_t)_t$ une série temporelle stationnaire, de fonction d'autocovariance γ

On utilise les principes généraux de la transformation de Fourier dont nous verrons tout à l'heure l'intérêt. On démontrera qu'à la suite des auto-covariances $(\gamma_h)_h$ on peut toujours associer une fonction réelle $F_X(\lambda)$ sur $]-\pi, \pi]$ de la variable numérique λ telle que

$$\gamma_h = \int_{-\pi}^{\pi} \exp(-ih\lambda) dF_X(\lambda), h \in \mathbb{Z}, \lambda \in \mathbb{R}$$

i désignant le nombre imaginaire $i^2 = -1$

Cette fonction est appelée "distribution spectrale de la série $(X_t)_t$, elle est croissante, impaire et si elle admet une densité par rapport à la mesure de Lebesgue i.e

$$F_X(\lambda) = \int_{-\infty}^{\lambda} f_X(x) dx$$

on substituera alors $F_X(\lambda) d\lambda$ dans la formule précédente, ce qui donne

$$\gamma_{(h)} = \int_{-\pi}^{\pi} \exp(-ih\lambda) F_X(\lambda) d\lambda, h \in \mathbb{Z}.$$

Si la série de terme général $\gamma(h)$ est absolument convergente, ce qui permet de changer le rôle de la somme par une intégrale, dans ce cas on définit la densité spectrale comme suit :

Définition 1.2.1. (Densité spectrale) :

La densité spectrale notée, F d'une série temporelle $(X_t)_t$ est une fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$F(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \sum_{h \in \mathbb{Z}} \gamma(h) \exp(ih\lambda), \forall \lambda \in \mathbb{R}.$$

Propriété 1.2.1 :

La densité spectrale est une fonction paire, continue, périodique de période 2π et positive, de plus on a :

$$F(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \sum_{h \in \mathbb{Z}} \gamma(h) \cos(h\lambda), \forall \lambda \in \mathbb{R}.$$

Preuve: Utilisant les propriétés (continuité, parité,...) des fonction $(\gamma(\cdot))$ et $\cos(\cdot)$ et le fait que: $\cos x = \frac{1}{2}(e^{ix} + e^{-ix})$, pour cela,(1.2.3) implique :

$$\begin{aligned} F(\lambda) &= \frac{1}{2\pi} \left[\sum_{h=-\infty}^{-1} \gamma(h) e^{i\lambda h} + \gamma(0) + \sum_{h=1}^{+\infty} \gamma(h) e^{i\lambda h} \right] \\ &= \frac{\gamma(0)}{2\pi} + \frac{1}{2\pi} \left[\sum_{h=-\infty}^{-1} \gamma(-h) e^{i\lambda h} + \sum_{h=1}^{+\infty} \gamma(h) e^{i\lambda h} \right] \\ &= \frac{\gamma(0)}{2\pi} + \frac{1}{2\pi} \sum_{h=1}^{+\infty} \gamma(h) (e^{i\lambda h} + e^{-i\lambda h}) \\ &= \frac{\gamma(0)}{2\pi} + \frac{1}{2\pi} \sum_{h \in \mathbb{Z}} \gamma(h) (\cos \lambda h) - \frac{\gamma(0)}{2\pi} \end{aligned}$$

Donc(1.2.4) est vérifiée

Propriété 1.2.2 :

Il est équivalent de connaître la fonction d'auto-covariance $\gamma(\cdot)$ ou la densité spectrale $f(\cdot)$, i.e.

$$\gamma(h) = \int_{-\pi}^{\pi} f(\lambda) \exp(ih\lambda) d\lambda = \int_{-\pi}^{\pi} f(\lambda) \cos(\lambda h) d\lambda$$

Preuve : On a par définition,(1.2.3) implique que

$$\begin{aligned} \int_{-\pi}^{\pi} f(\lambda) \exp(-ih\lambda) d\lambda &= \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\exp(-ih\lambda)}{2\pi} \sum_{k \in \mathbb{Z}} \gamma(k) \exp(ih\lambda) d\lambda \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sum_{k \in \mathbb{Z}} \gamma(k) \exp(i\lambda(k-h)) d\lambda \end{aligned}$$

Donc par linéarité de l'intégrale et le fait que la série $\sum_{h \in \mathbb{Z}} |\gamma(h)|$ est convergente Alors :

$$\int_{-\pi}^{\pi} f(\lambda) \exp(-ih\lambda) d\lambda = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sum_{k \in \mathbb{Z}} \gamma(h) \int_{-\pi}^{\pi} e^{-i\lambda(h-k)} d\lambda$$

Avec

$$\int_{-\pi}^{\pi} e^{-i\lambda(h-k)} d\lambda = \begin{cases} -0 & , \quad h \neq k \\ 2\pi & , \quad h = k \end{cases}$$

D'où

$$\int_{-\pi}^{\pi} f(\lambda) \exp(-ih\lambda) d\lambda = \gamma(h)$$

Propriété 1.2.3 (Propriété d'un bruit blanc) :

- 1- La densité spectrale d'un bruit blanc est constante en λ .
- 2- Tout processus stationnaire de densité spectrale constante est un bruit blanc.

Preuve: Soit $\xi_{(t)t}$ un bruit blanc i.i.d, centré et de variance $\sigma^2 < \infty$, de fonction d'auto-covariance $\gamma_{\xi}(h)$ et de densité spectrale $F_{\xi}(\lambda)$.

- 1- Pour ce bruit blanc, on a

$$\gamma_{\xi}(h) = \text{Cov}(\xi_t, \xi_{t+h}) = E[\xi_t \xi_{t+h}] = \begin{cases} \sigma^2 & , \quad h = 0 \\ 0 & , \quad \text{si non} \end{cases}$$

Donc

$$F_{\xi}(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k \in \mathbb{Z}} \gamma_{\xi}(h) \exp(ih\lambda) = \frac{\sigma^2}{2\pi} \text{ (Constante en } \lambda)$$

- 2- Inversement, si $F_{\xi} \equiv C^{te}$, on a d'après la propriété (1.2.2)

$$\begin{aligned} \gamma_{\xi}(h) &= \int_{-\pi}^{\pi} \exp(-ih\lambda) F_{\xi}(\lambda) d\lambda \\ &= \int_{-\pi}^{\pi} C^{te} \exp(-ih\lambda) d\lambda = \begin{cases} \gamma_{\xi}(h) & , \quad \text{si } h = 0 \\ 0 & , \quad \text{si non} \end{cases} \end{aligned}$$

Pour que ce processus soit un bruit blanc, il suffit donc qu'il soit stationnaire. C'est le cas (par hypothèse).

Chapitre II

Représentation des Séries Temporelles

Introduction : Généralement, les séries temporelles sont représentées par deux types de modèles, le premier est linéaire (modèles : AR, MA,...), le deuxième est non linéaire(modèles : ARCH, GARCH,...).

Définition 2.1 (Opérateurs du retard) :

L'opérateur retard noté par L, est l'opérateur linéaire qui associe à un processus $(X_t)_t$ le processus $(Y_t)_t$ tel que :

$$Y_t = L(X_t) = X_{t-1}$$

D'une façon générale, on a la relation de récurrence suivante :

$$\left(\sum_{i=0}^n a_i L^i\right)X_t = \sum_{i=0}^n a_i X_{t-i}, \forall n \in \mathbb{N}$$

De même, on définit les polynômes Φ et Ψ en L, de degré p (resp q) par:

$$\begin{aligned} \Phi(L) &= 1 + \alpha_1 L + \dots + \alpha_p L^p \\ \Psi(L) &= 1 + \beta_1 L + \dots + \beta_q L^q \end{aligned}$$

Avec $\alpha_1, \dots, \alpha_p$ et β_1, \dots, β_q sont des constantes

Modèles 2.1 : (AR, MA et ARMA):

Définition 2.2.1 (Modèle Autorégressif d'ordre p) :

Un modèle autorégressif d'ordre p noté $AR(p)$, est un processus stationnaire $(X_t)_t$ qui vérifie la relation de type :

$$X_t = \xi_t + \sum_{j=1}^p \alpha_j X_{t-j}, t \in \mathbb{Z}$$

Où les $\alpha_1, \dots, \alpha_p$ sont des réelles et $(\xi_t)_t$ un bruit blanc (suite de variables aléatoires (i.i.d), centrée et de variance finie)

En fonction d'opérateur L, la relation précédente prend la forme :

$$X_t = \xi_t + \Phi(L)X_t$$

Définition 2.2.2 (Modèle Moyenne Mobile d'ordre q):

Un modèle moyenne mobile (Moving Average) d'ordre q noté $MA(q)$, est un processus stationnaire $(X_t)_t$ qui vérifie la relation de type:

$$X_t = \xi_t + \sum_{j=1}^q \beta_j \xi_{t-j}, t \in \mathbb{Z}$$

Cette relation s'écrit en fonction d'opérateur retard L:

$$X_t = \xi_t + \Psi(L)\xi_t$$

Définition 2.2.3 (ARMA (p, q))

Modèle Autorégressif Moyenne Mobile" Une série temporelle stationnaire $(X_t)_t$, admet une représentation d'un modèle autorégressif moyenne mobile noté $ARMA(p, q)$, si elle satisfait :

$$X_t = \xi_t + \sum_{j=1}^p \alpha_j X_{t-j} - \sum_{k=0}^q \beta_k \xi_{t-k}$$

ou ce qui est équivalent à :

$$(1-\Phi(L))X_t = (1-\Psi(L))\xi_t$$

Avec

- i- $\alpha_p \neq 0$, $\beta_q \neq 0$.
- ii- Les polynômes $\Phi(L)$ et $\Psi(L)$ ont leurs racines de modules strictement supérieurs à 1.
- iii- $\Phi(L)$ et $\Psi(L)$ n'ont pas de racines communes.
- iv- $\xi_{(t)_t}$ un bruit blanc : suite de variables aléatoires (i.i.d), centrée et de variance finie.

Remarque 2.2.4:

Remarquons que les modèles $AR(p)$ et $MA(q)$ sont des cas particuliers de la représentation $ARMA(p, q)$. Ainsi, un modèle $AR(p)$ (resp. $MA(q)$) est un modèle $ARMA(p, 0)$ (resp. $ARMA(0, q)$).

De plus, dans le cas où $p = \infty$ (resp. $q = \infty$), on dit qu'une série temporelle $(X_t)_t$ admet la représentation d'un modèle autorégressif infini (resp. moyenne mobile infini) noté $AR(\infty)$ (resp. $MA(\infty)$).

A. inférence Statistique des modèles ARMA:

1. Introduction: Box et Jenkins (1970) ont été les premiers à populariser l'usage des modèles ARMA dans l'étude des séries chronologiques. Ils ont proposé une méthodologie simple pour sa modélisation. Celle-ci comporte trois étapes :

i) Identification : on essaie d'identifier le type de modèle, soit AR ($q = 0$) soit MA ($p > 0$ et $q > 0$), ainsi que son ordre. On construit aussi un estimateur préliminaire (non efficace) des paramètres.

ii) Ajustement du modèle : on estime les paramètres par les méthodes classiques (maximum de vraisemblance exacte ou approchée).

iii) Validation du modèle : on teste le modèle proposé pour voir si celui-ci est en accord avec les observations. Si le modèle est rejeté, on revient à (i) pour une nouvelle identification. Sinon, le modèle peut être retenu. On voit que la partie la plus délicate est l'étape (i), l'étape (ii) et (iii) étant des problèmes classiques bien étudiés. Pour l'étape (i), Box et Jenkins ont proposé une méthode d'identification de modèle MA et AR , basée sur l'examen des fonctions d'autocorrélation empirique et d'autocorrélation partielle empirique, respectivement. En effet, on sait que les autocorrélations ρ_k , de retard k , d'un processus MA d'ordre q , sont nulles pour $k > q$. On peut donc reconnaître un tel processus en examinant les autocorrélations empiriques qui, pour $k > q$, sont asymptotiquement

normales centrées de variance $\sum_{j=-q}^q \frac{\rho_j^2}{n}$, n étant la taille de l'échantillon. Dans la pratique, on $j = -q$ cherchera l'existence d'un rang faible q , à partir duquel la fonction d'autocorrélation empirique peut être considérée comme nulle, en tenant compte de son écart type. De même, les autocorrélations partielles d'un processus AR d'ordre p sont nulles pour les retards plus grands que p , et leurs homologues empiriques basés sur une série chronologique provenant d'un tel processus sont, pour les retards supérieurs à p , asymptotiquement indépendants, de distribution normale-centrée de variance $1/n$. Toutefois, Box et Jenkins n'ont pas proposé de méthode pour identifier le modèle $ARMA$ général, et ont seulement suggéré d'adopter ce dernier quand la série observée ne semble pas suivre ni un modèle MA ni un modèle AR .

L'approche de Box et Jenkins a été généralisée par la suite au cas des modèles $ARMA$ par divers auteurs. L'idée de base est de construire une famille de statistiques indexée par deux indices, qui seront faibles (plus exactement qui tendent vers zéro quand n tend vers l'infini), à partir de certains indices directement liés aux ordres du vrai modèle. L'examen d'un tel tableau de statistiques permettra au statisticien de choisir un couple d'ordres probable pour une modélisation préliminaire, qui sera validé par la suite par un test d'adéquation. L'approche précédente sera appelée interactive par opposition à l'approche automatique décrite plus loin. Cette approche a l'avantage de laisser le statisticien maître de son choix. Elle lui permet de prendre en considération des informations a priori sur le phénomène aléatoire étudié. Dans le cas où le choix n'est pas clair, c'est-à-dire où il existe deux modèles (ou plus) qui sont apparemment aussi bons l'un que l'autre, le statisticien a l'opportunité d'examiner ceux-ci en détail avant de fixer son choix. Toutefois, l'approche interactive n'est possible que si on n'a qu'une ou quelques séries à analyser. L'intérêt d'une telle approche réside aussi du fait qu'elle est objective, car n'ayant fait intervenir que les observations, tandis que l'approche interactive contient toujours un élément subjectif.

C). Estimation des paramètres du modèle $ARMA(p, q)$:

L'estimation des paramètres d'un modèle $ARMA$ est un problème non linéaire, donc pour sa résolution, on fait recours à des méthodes d'optimisation non linéaire. On va brièvement rappeler deux méthodes d'estimation des paramètres du modèle $ARMA$. Soit une séquence d'observation $\{X_t, t = 1, \dots, N\}$, issue d'un processus $ARMA(p, q)$, (causal et inversible (phase minimale)). La séquence de la fonction d'autocorrélation correspondante est $\{\gamma_X(h)\}$. Deux méthodes d'estimation sont exposées. La première concerne l'estimation simultanée des paramètres AR et MA au sens des moindres carrés. La deuxième méthode comporte deux étapes séparées, dans un premier temps, on estime les paramètres AR par la résolution des équations étendues de Yule-Walker. Dans la deuxième étape, on commence par l'estimation des paramètres MA spectraux suivie de l'estimation des paramètres MA du modèle par la méthode itérative de Newton-Raphson.

C). Estimation simultanée des paramètres ARMA par la méthode des moindres carrés

L'équation entrée - sortie peut s'écrire sous la forme

$$X_t = \theta^T \Psi_{t-1} + \xi_t$$

Où $\theta^T = [\alpha_1, \dots, \alpha_p, \beta_1, \dots, \beta_q]$ et $\Psi_t^T = [-X_{t-1}, \dots, -X_{t-p}, \xi_1, \dots, \xi_{t-q}]$

L'estimateur du vecteur paramètre $\hat{\theta}_{MCO}$ au sens des moindres carrés vise à minimiser le critère quadratique $J(\theta) = \min_{\theta} (\sum_t e_t^2)$ avec $e_t = X_t - \theta^T \Psi_{t-1}$. Par annulation du gradient de $J(\theta)$ par rapport au vecteur paramètres θ , Par annulation du gradient de J par rapport au vecteur paramètres θ , on aboutit à la solution au sens des moindres carrés globaux dans le cas où $\sum \Psi_{t-1} \Psi_{t-1}^T$ est inversible.

$$\left(\sum \Psi_{t-1} \Psi_{t-1}^T \right)^{-1} \sum \Psi_{t-1} X_t^T$$

Dans le développement précédent, on utilise les échantillons ξ_t . Or pour un processus ARMA, l'erreur ξ_t n'est pas accessible. Une première solution à ce problème consiste à estimer cette séquence $\{\xi_t\}$. En effet, un modèle ARMA(p, q), (admet une représentation AR(∞)). En pratique, on utilise un AR(M), où M assez grand mais fini. On utilise donc les procédures d'estimation des paramètres du modèle AR(M) déjà exposées dans le paragraphe III-4. Finalement on estime la séquence $\{\xi_t\}$ comme étant l'innovation de prédiction correspondante [Ljung, 87]. Comme pour les modèles AR, la version récursive des moindres carrés s'avère souvent la plus appropriée pour les raisons citées précédemment. Une autre solution consiste à convertir les paramètres AR(∞) aux paramètres AR et MA du modèle ARMA d'ordre (p, q), (par un calcul direct).

D) Méthodes d'estimation de l'ordre (p, q) d'un processus ARMA(p, q):

Nous distinguons les méthodes à critère d'information et les méthodes algébriques linéaires.

i). Méthodes à critère d'information:

Nous groupons dans cette section cinq méthodes d'identification d'ordre (p, q) d'un modèle ARMA. Supposons que l'ordre du modèle est (k, l), le nombre de paramètres libre du modèle est $k + l$, les formes des critères d'estimation d'ordre sont

a) Critère AIC [Akaike]

$$AIC = \log \sigma_{k,l}^2 + \frac{2(k+l)}{N}$$

b) Critère BIC de Schwartz ou Critère MDL Rissanen.

$$BIC = \log \sigma_{k,l}^2 + \frac{2(k+l)}{N} \log(N)$$

c) Critère HN de Hannan

$$HN = \log \sigma_{k,l}^2 + \frac{2(k+l)}{N} \log(\log(N))$$

d) Critère EIM de ElMatouat

$$EIM = \log \sigma_{k,l}^2 + \frac{2(k+l)}{N} N^\beta \log(\log(N)), \beta \in]0, 1[$$

2.2 : Modèles(ARCH, GARCH): En 1982, Engle, R.F. [24] a proposé l'approche(Auto-Regressive Conditionaly Heteroscedastic) ARCH, ce modèle non linéaire qui offre une représentation(Modélisation) d'une grande famille de séries temporelles financières, comme par exemple : les taux d'intérêts, les rendements d'actions ou d'indices boursiers et les taux de change,...etc.

Pour aborder ce type de modèle, on introduit la notion de filtration qui représente l'information disponible comme suit :

Soit (Ω, F, P) une espace de probabilité, dont on considère une filtration F (une collection croissante de sous-tribus de \mathcal{F}_t , i.e., $\mathcal{F}_s \in \mathcal{F}_t$, pour $t \geq s$). Un processus X_t est adapté à une filtration \mathcal{F}_t si pour tout X_t est \mathcal{F}_t mesurable.

De plus, la filtration naturelle associée à un processus $(X_t)_t$ est par définition la famille de sous-tribus $\mathcal{F}_t = \sigma(X_s, s \leq t)$ ou F_t est la plus petite tribu rendant mesurable les applications $\omega \rightarrow X(\omega)$, pour $s \leq t$.

Avec ces notations, la série temporelle $(X_t)_t$, est une différence de martingale relativement à la filtration \mathcal{F}_t telle que : X_t est \mathcal{F}_t mesurable et X_t est orthogonale à tout variable aléatoire $Y_t \in T$ i.e. $E[|X_t|] < \infty$ et $E[X_t | \mathcal{F}_{t-1}] = 0$, presque sûrement $\forall t$, cela contient les variables : $X_s \in s \subset \mathcal{F}_{t-1}, s < t$, de sorte que:

$$E[X_t X_s] = 0, \quad \forall s < t.$$

Définition 2.2.1 (Modèle ARCH(1)) :

Un modèle $(X_t)_t$ est dit autorégressif conditionnellement hétéroscédastique d'ordre 1 qu'on note par ARCH(1), s'il admet l'écriture suivante :

$$h_t = \sigma_t \xi_t$$

dont la variance conditionnelle $\sigma_t^2 = E[h_t^2 | \mathcal{F}_{t-1}]$ satisfaite pour tout $t \in \mathbb{Z}$, et $\alpha_0 > 0, \alpha_1 > 0$, des constantes données :

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2$$

où $\xi(t)$ un bruit blanc : suite de variables aléatoires (i.i.d), centrée et réduite.

On suppose souvent que les variables ξ_t sont indépendantes de la filtration \mathcal{F}_{t-1} et que σ_t dépend de X_t .

Propriété 2.2.1 :

Le modèle ARCH(1) admet les propriétés suivantes :

$$1- \text{Var}(h_t|\mathcal{F}_{t-1}) = \alpha_0 + \alpha_1 h_{t-1}^2 = \sigma_t^2$$

Dans ce cas, on dit que $(X_t)_t$ est hétéroscédastique conditionnellement à son passé.

$$2- \text{var}(X_t) = \alpha_0 + \alpha_1 \text{var}(X_{t-1})$$

Preuve :

Il suffit d'appliquer la décomposition de la variance et la variance conditionnelle comme suit : pour tout $h_t \in L^2$

$$1- \text{var}(h_t|\mathcal{F}_{t-1}) = E[h_t^2|\mathcal{F}_{t-1}] - E[h_t|\mathcal{F}_{t-1}]^2$$

$$\text{var}(X_t|\mathcal{F}_{t-1}) = \text{var}(E[h_t|\mathcal{F}_{t-1}] + E[\text{var}(X_t|\mathcal{F}_{t-1})])$$

$$2- \text{var}(h_t|\mathcal{F}_{t-1}) = E[\xi_t^2(\alpha_0 + \alpha_1 \text{var} h_{t-1})] - E[\xi_t]^2 E[\sigma_t|\mathcal{F}_{t-1}]^2$$

$$= E[\xi_t^2] E[\alpha_0 + \alpha_1 \text{var} h_{t-1}|\mathcal{F}_{t-1}]$$

$$= \alpha_0 + \alpha_1 \text{var}(h_{t-1})$$

$$\text{var}(h_t|\mathcal{F}_{t-1}) = \text{var}(E[h_t|\mathcal{F}_{t-1}]) + E[\text{var}(h_{t-1}|\mathcal{F}_{t-1})]$$

$$= \text{var}(0) + E[\alpha_0 + \alpha_1 h_{t-1}]$$

$$= \alpha_0 + \alpha_1 \text{var} h_{t-1}$$

Sous-hypothèse de stationnarité (i.e., $\text{var}(h_t) = \text{var}(h_{t-1})$), ce qui implique que $\alpha_1 \in [0,1]$.

Définition 2.2.2 (Modèle ARCH(p)):

L'extension du modèle précédent ARCH(1), donne un modèle autorégressif conditionnellement hétéroscédastique d'ordre p qu'on note ARCH(p), qui prend la forme suivante:

$$h_t = \sigma_t \xi_t$$

dont la variance conditionnelle $\sigma_t^2 = E[h_t^2|\mathcal{F}_{t-1}]$ satisfaite pour tout $t \in \mathbb{Z}$ et $\alpha_0 > 0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p$ des constantes positives données :

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i h_{t-i}^2$$

Sous-hypothèse de stationnarité de (X_t) , la variance non-conditionnelle existe pour $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_p < 1$

et on a

$$\text{var}(h_t) = \frac{\alpha_0}{1 + \alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_p}$$

Au milieu des années quatre-vingt Bollerslev, alors un étudiant d'Engle, généralise la famille des modèles ARCH en permettant à la variance conditionnelle σ_t^2 du modèle de dépendre aussi de son propre passé σ_{t-1}^2 , Bollerslev définit donc en 1986 le modèle Autorégressif Conditionnellement Hétéroscédastique Généralisés, "Generalized-ARCH".

Définition 2.2.3 (Modèle *GARCH*(p, q)):

Le modèle *GARCH*(p, q) est une suite de différence de martingale X_t relativement à la filtration F_t

$$h_t = \sigma_t \xi_t$$

sa variance conditionnelle $\sigma_t^2 = E[h_t^2 | \mathcal{F}_{t-1}]$ satisfaite pour tout $t \in \mathbb{Z}, \alpha_0 > 0$

$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p$ et $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_q$ des constantes positifs données

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i h_{t-i}^2 + \sum_{k=1}^q \beta_k \sigma_{t-k}^2$$

Pour $\sigma_t > 0, h_t = \sigma_t \xi_t$, on a

$$E[\xi_t | \mathcal{F}_{t-1}] = 0, E[\xi_t^2 | \mathcal{F}_{t-1}] = 1$$

et les variables ξ_t sont indépendantes et identiquement distribuées, de plus ξ_t est indépendant de F_{t-1} , ce qui est équivalent à supposer que la loi conditionnelle de la variable $\xi_t = X_t / \sigma_t$ par rapport à \mathcal{F}_{t-1} , est approximativement d'une distribution normale.

En utilisant les polynômes Φ et Ψ en L de degré p (resp q), (1.4.3) prend la forme :

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \Phi(L)h_t^2 + \Psi(L)\sigma_t^2. (1.4.4)$$

Pour les conditions de stationnarité, on peut citer à titre d'exemple : Bougerol et Picard [5] pour un modèle *GARCH*(p, q), Nelson [48], pour le modèle *GARCH*(1, 1).

En effet, la série donnée par les équations (1.4.2) et (1.4.3) est strictement stationnaire si : $\alpha_0 > 0$ et :

$$\sum_{i=1}^p \alpha_i + \sum_{k=1}^q \beta_k < 1$$

Remarques 2.2.2 :

1. Le modèle *ARCH*(p) est une forme restreinte du modèle *GARCH*(p, q) avec comme restriction $q = 0$.

2. On réécrit l'équation (1.4.4) avec les notations

$$\phi(L) = \Phi(L) + \Psi(L) \text{ et } Z_t = h_t^2 - \sigma_t^2,$$

on trouve

$$\sigma_t = \alpha_0 + \Phi(L)h_t^2 + \Psi(L)\sigma_t^2$$

$$= \alpha_0 + \Phi(L)X_t^2 - \Psi(L)Z_t$$

D'où

$$(1 - \phi(L))X_t^2 = \alpha_0 + (1 - \Psi(L))Z_t$$

ce qui implique que X_t^2 admet la représentation d'un modèle ARMA (définition 1.4.4).

3. Engle et Bollerslev [25], ont interprété le nom :

"Integrated Genarilized Autoregressive Conditionaly Heteroscedastic".
IGARCH(p, q), dans le cas où on a $\alpha_0 > 0$ et $\sum_{i=1}^p \alpha_i + \sum_{k=1}^q \beta_k < 1$.

Définition 2.2.4 (Modèle GARCH(p, q) integrated (IGARCH(p, q)):

Le modèle GARCH intégré ou IGARCH est une spécification GARCH pour des processus non stationnaires en niveau (Engle et Bollerslev, 1986). L'on suppose donc que $\sum_{i=1}^p \alpha_i + \sum_{k=1}^q \beta_k < 1$, à tel enseigne qu'un choc sur X_t^2 se répercute sur les valeurs de X_{t+m}^2 (m : horizon de prévision) de façon explosive, sans s'estomper dans le temps. Ce phénomène est appelé « persistance ». Il va sans dire que dans le modèle IGARCH, l'effet de persistance dans la variance des erreurs – caractéristiques des processus non stationnaires – est pris en compte.

En effet, les variances conditionnelles prévues jusqu'à l'horizon « m » s'expriment comme suit :

$$E(h_{t+m}^2 / \mathcal{F}_t) = (a + B)^m h_t^2 + a_0 \left[\sum_{i=0}^{m-1} (a + B)^i \right] \quad [3]$$

Si l'on considère un modèle IGARCH(1,1), où « $a + B = 1$ », alors :

$$E(X_{t+m}^2 / \mathcal{F}_t) = h_t^2 + a_0 m$$

Avec :

$$\sigma_t^2 = a_0 + a_1 \xi_{t-1}^2 + B_1 h_{t-1}^2$$

Définition 2.2.5 (Modèle ARCH in Mean (ARCH-M) et GARCH in Mean (GARCH-M)):

Les modèles ARCH et GARCH avec effet de moyenne sont de spécifications dans lesquelles les effets ARCH et GARCH respectivement influencent aussi la moyenne conditionnelle (Engle, Lilien et Robins, 1987).

Considérons la régression suivante :

$$\gamma_t = Ch_t + f(\sigma_t^2) + \xi_t \quad [4]$$

Où :

$$\gamma_t / \mathcal{F}_{t-1} \rightarrow N(u_t; \sigma_t^2),$$

avec : $u_t = E(\gamma_t) = CX_t + F(\sigma_t^2)$ et $F(\sigma_t^2)$: en fonction de σ_t^2 .

Dans cette régression, l'espérance conditionnelle u_t est exprimée en fonction de la variance conditionnelle σ_t^2 . Autrement dit, le niveau atteint par la variable est expliquée par sa forte variabilité (volatilité). Considérant l'expression [4] :

- 1) on fera allusion à un modèle de type ARCH-M si la variance conditionnelle des erreurs « σ_t^2 » – tenant compte des effets ARCH – peut s'écrire :

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \xi_{t-1}^2 + \alpha_2 \xi_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \xi_{t-q}^2$$

- 2) on fera allusion à un modèle de type GARCH-M si la variance conditionnelle des erreurs « σ_t^2 » – tenant compte des effets GARCH – peut s'écrire :

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \xi_{t-i}^2 + \sum_{k=1}^q \beta_k \sigma_{t-k}^2$$

IV. Processus ARCH non linéaires

L'hypothèse à la base des ARCH non linéaires est la prise en compte de l'asymétrie de l'information ou effet de levier dans les spécifications quadratiques de la variance conditionnelle des erreurs.

Définition 2.2.6 (Modèles Exponentiel GARCH (EGARCH(p, q)):

Le modèle GARCH exponentiel, difficile à manier ou à interpréter, est une spécification adaptée au modèle GARCH où « β_i et β_k » sont négatifs, levant ainsi les contraintes de non négativité imposées aux paramètres. Ce type des modèles s'expriment comme suit :

$$\log(\sigma_t^2) = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i \{\gamma F_{t-i} + \lambda[|F_{t-i}| + E|F_{t-i}|]\} + \sum_{k=1}^q B_k \log(\sigma_{t-i}^2) \dots \dots \dots [5]$$

$F_{t-i} = \frac{\xi_{t-i}}{\sigma_{t-i}}$ est l'erreur standardisée.

Définition 2.2.7 (Modèles Threshold ARCH (TARCH(p, q)) et Threshold GARCH (TGARCH(p, q)):

La modélisation ARCH ou GARCH à seuils consiste à intégrer l'effet d'asymétrie dans les spécifications quadratiques de la variance conditionnelle des erreurs, si bien que le signe et

l'amplitude d'un choc dans les erreurs décalées soient déterminants quant à ses effets sur la variance conditionnelle au temps t .

Le modèle ARCH à seuils (TARCH(q)) s'écrit :

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \xi_{t-1}^2 + \lambda \xi_{t-1}^2 D_{t-1} \quad [6]$$

Où

$$D_{t-1} = \begin{cases} 1, & \text{si } \xi_{t-1} < 0 \\ 0, & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Est variable dichotomique permettant de capter l'effet de levier ou d'asymétrie.

Le modèle GARCH à seuils (TGARCH(p, q)) s'écrit :

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \xi_{t-i}^2 + \lambda \xi_{t-1}^2 D_{t-1} + \sum_{k=1}^q \beta_k \sigma_{t-k}^2$$

2.3 : Tests Statistiques

A- Test de Student

1) le coefficient est-il significativement différente de 0 ?

Cette question est très importante en économétrie. En effet, dans le cas d'une réponse négative – le coefficient n'est pas significativement différent de 0 .

La variable explicative ne sera pas considérée comme étant explicative puisque son coefficient de pondération est nul.

Il peut paraître étonnant de tester la différence par rapport à zéro et non pas seulement la positivité ou la négativité du coefficient de régression.

Ce problème peut être formulé à l'aide de la théorie des tests à partir des deux hypothèses suivantes :

$$H_0 : \alpha_1 = 0$$

$$H_1 : \alpha_1 \neq 0$$

Si nous rejetons l'hypothèse H_0 , à un seuil α fixé, alors le coefficient est considéré comme étant significativement différente de 0. Le seuil le plus communément employé et $\alpha = 0,05$, soit un risque de rejeter à tort H_0 de 5%.

Nous savons que :

$\frac{\hat{\alpha}_1 - \alpha_1}{\hat{\sigma}_{\hat{\alpha}_1}}$ suit une loi de Student à $n - 2$ degrés de liberté

Sous l'hypothèse H_0 , cette relation devient :

$\frac{\hat{\alpha}_1 - 0}{\hat{\sigma}_{\hat{\alpha}_1}} = \frac{\hat{\alpha}_1}{\hat{\sigma}_{\hat{\alpha}_1}} = t_{\hat{\alpha}_1}^*$ loi de Student à $n - 2$ degrés de liberté.

$t_{\hat{a}_1}^*$ est appelé *le ration de Student*.

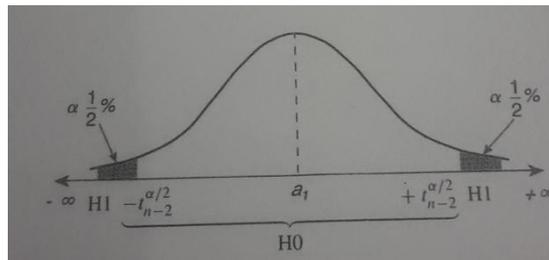
Nous avons calculé \hat{a}_1 , il convient donc de calculer $\hat{\sigma}_{\hat{a}_1}$

$$\hat{\sigma}_{\hat{a}_1}^2 = \frac{\hat{\sigma}_\varepsilon^2}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}$$

L'estimateur de la variance de l'erreur nous est donné par

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{\sum_t \varepsilon_t^2}{n-2}$$

ou ε_t , est le résidu de l'estimation ($\varepsilon_t = y_t - \hat{y}_t$)



Distribution d'échantillonnage sous l'hypothèse H0

La règle de décision pour un seuil α alors la suivante :

On calcule le ratio empirique de Student $t_{\hat{a}_1}^* = \frac{\hat{a}_1}{\hat{\sigma}_{\hat{a}_1}}$ (rapport du coefficient sur son écart-type)

- Si $t_{\hat{a}_1}^*$ est inférieur à $-t_{n-2}^{\alpha/2}$ ou supérieur à $+t_{n-2}^{\alpha/2}$ alors on rejette l'hypothèse H0 (nous sommes dans la zone hachurée H1), le coefficient a_1 est alors significativement différent de 0 (on accepte $a_1 \neq 0$) ;

- Si $t_{\hat{a}_1}^*$ est compris dans l'intervalle $\pm t_{n-2}^{\alpha/2}$, alors nous ne sommes pas en mesure de rejeter l'hypothèse H0 (donc on l'accepte), le coefficient a_1 n'est pas significativement différent de 0 (on accepte $a_1 = 0$) ;

Il est plus simple de profiter de la symétrie de la loi de Student et donc de calculer la valeur absolue du ratio de Student et de la comparer directement à la valeur lue dans la table.

- La règle de décision pour un seuil $\alpha = 0,05$ est alors la suivante :

- si $t_{\hat{a}_1}^* = \frac{|\hat{a}_1|}{\hat{\sigma}_{\hat{a}_1}} > t_{n-2}^{0.025} \rightarrow$ on rejette l'hypothèse H0, le coefficient a_1 est alors significativement différent de 0

- si $t_{\hat{a}_1}^* = \frac{|\hat{a}_1|}{\hat{\sigma}_{\hat{a}_1}} \leq t_{n-2}^{0.025} \rightarrow$ on accepte l'hypothèse H0, le coefficient a_1 n'est donc pas significativement différent de 0 (on accepte $a_1 = 0$) ;

B- Test d'hétéroscédasticité

Les modèles de type GARCH permettent de modéliser des chroniques qui ont une forte volatilité

-Le test est fondé soit sur un test de Fisher classique ,soit sur un test du multiplicateur de Lagrange (LM)

de manière pratique, on procède de la manière suivant :

-1^{er} étape :calcul ε_t le résidu de modèle de régression

-2^{eme} étape: calcul ε_t^2

-3^{eme} étape régression autorégressive des résidus sur p retards (résidu décalé)

Seles les retards significatifs sont conservés , $\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$

Soit à tester l'hypothèse : $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_p = 0$

-4^{eme} étape : calcul la statistique du multiplicateur lagrange , $LM = n R^2$ avec n nombre d'observations servent au calcul de la régression de l'étape 03.

R^2 coefficient de détermination de l'étape 03

-si $LM > X^2(p)$ à p degrés de liberté lu dans la table à un seuil α fixé (en générale 0.05), on rejette H_0 ; on considère que le processus est justifiable d'un modèle ARCH (p)

C'est le test de significativité des coefficients α_i de la régression e_t^2 sur ε_{t-p}^2 qui permet de déterminer l'ordre p du processus ARCH sachant qu'un processus ARCH d'ordre 03 semble un maximum , une autre approche consiste à calculer le corrélogramme des résidus aux carré issus du modèle initial ,si des termes de ce corrélogramme sont significativement différents de 0 ,alors on peut conclure à une spécification de type ARCH

C- Tests de bruit blanc et de stationnarité

Nous ne pouvons identifier clairement les caractéristique stochastique d'une série chronologique que si elle est stationnaire cette étude de stationnarité cette étude stationnarité s'effectue essentiellement à partir d'étude des fonctions d'autocorrélation (ou de leur représentation graphique appelée corrélogramme ») .une série chronologique est stationnaire si elle ne comporte tendance ni saisonnalité nous allons donc, à partir l'études du corrélogramme d'une série, essayer de montrer de quelle manière nous pouvons mettre en évidence ces deux composantes.

- à mémoire, c'est-à-dire dont on peut modéliser, par une loi de reproduction, le processus ;

- identiquement indépendamment distribuée notée *i. i. d* ou appelée Bruit Blanc (« White Noise ») ;

- normalement (selon une loi normale) et indépendamment distribuée notée *n.i.d* ou appelée Bruit Blanc gaussien.

-Analyse des fonctions d'autocorrélation

Lorsque nous étudions la fonction d'autocorrélation d'une série chronologique, la question qui se pose est de savoir quels sont les termes ρ_k qui sont significativement différents de 0.

Le test d'hypothèses pour un terme ρ_k est le suivant :

$$H_0 : \rho_k = 0$$

$$H_1 : \rho_k \neq 0$$

Nous pouvons utiliser le test d'hypothèses d'un coefficient de corrélation fondé sur la comparaison d'un *t* de Student empirique et théorique. Toutefois, Quenouille a démontré que pour un échantillon de taille importante ($n > 30$), le coefficient ρ_k tend de manière asymptotique vers une loi normale de moyenne 0 et d'écart type $1/\sqrt{n}$

L'intervalle de confiance de coefficient ρ_k est alors donné par :

$$\rho_k = 0 \pm t^{\alpha/2} \frac{1}{\sqrt{n}}$$

n = nombre d'observation

Si le coefficient calculé ρ_k à l'extérieur de cet intervalle de confiance il est significativement différent de 0 au seuil α (en général $\alpha = 0,05$ et $t^{\alpha/2} = 1,96$). La plupart des logiciels fournissent, avec le corrélogramme, l'intervalle de confiance, ce que donne une interprétation instantanée.

Nous devons souligner une limite des tests à 5%. En effet, lorsqu'une fonction d'autocorrélation est calculée pour un nombre important de retards, nous pouvons nous attendre à ce que quelques-uns soient, de manière fortuite, significativement différents de 0. Si h est le nombre de retards, le nombre possible de faux rejets est alors de

$0,05 \times h$, pour un seuil de confiance de 5%.

Dans le cas où le corrélogramme ne laisse apparaître aucune décroissance de ses termes, nous pouvons en conclure que la série n'est pas stationnaire en tendance.

- Statistiques de Box-pierce et Ljung –Box

Le test de Box-pierce permet d'identifier les processus de bruit blanc (suite de variable aléatoires de même distribution et indépendantes entre elles). Nous devons donc identifier $cov(y_t, y_{t-k}) = 0$ ou encore $\dots = 0 \rho_k = 0 \forall k$

Un processus de bruit blanc implique que $\rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_h = 0$, soit les hypothèses :

$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_h = 0$

$H_1 : \text{il existe au moins un } \rho_i \text{ significativement différent de } 0.$

Pour effectuer ce test, on recourt à la statistique Q (due à Box-Pierce) qui est donnée par :

$$Q = n \sum_{i=1}^h \hat{\rho}_k^2$$

$h = \text{nombre de retard, } \hat{\rho}_k = \text{autocorrélation empirique d'ordre } k, n = \text{nombre d'observation.}$

La statistique Q est distribuée de manière asymptotique comme un X^2 (chi-deux) à h degrés de liberté. Nous rejetons donc, l'hypothèse de bruit blanc, au seuil α , si la statistique Q est supérieure au X^2 lu dans la table au seuil $(1 - \alpha)$ et h degrés de liberté.

Nous pouvons utiliser aussi une autre statistique, dont les propriétés asymptotiques sont meilleurs, dérivée de la première qui est le Q' de Ljung et Box :

$Q' = n(n+2) \sum_{k=1}^h \frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k}$ qui est aussi distribuée selon un X^2 à h degrés de liberté et dont les règles de décisions sont identiques au précédent. Ces tests sont appelés par les anglosaxons : « portmanteau test » soit littéralement test « fourre-tout »

D) Tests de normalité :

Pour calculer des intervalles de confiance prévisionnels et aussi pour effectuer les tests de student sur les paramètres, il convient de vérifier la normalité des erreurs. Le test de Jarque et Bera (1984), fondé sur la notion de Skewness (asy-métrie) et de Kurtosis (aplatissement), permet de vérifier la normalité d'une distribution statistique.

- Les tests du Skewness et du Kurtosis :

soit $\mu_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^k$ le moment centré d'ordre k , le coefficient de Skewness

$\beta_1^{1/2}$ est égal à : $\beta_1^{1/2} = \frac{\mu_3}{\mu_2^{3/2}}$ et le coefficient de Kurtosis : $\beta_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2}$

si la distribution est normale et le nombre d'observations grand ($n > 30$)

$$\beta_1^{1/2} \rightarrow N\left(0; \sqrt{\frac{6}{n}}\right) \text{ et } \beta_2 \rightarrow N\left(3; \sqrt{\frac{24}{n}}\right)$$

on construit alors les statistiques :

$v_1 = \frac{|\beta_1^{1/2} - 0|}{\sqrt{\frac{6}{n}}}$ et $v_2 = \frac{|\beta_2 - 3|}{\sqrt{\frac{24}{n}}}$ que l'on compare à 1,96 (valeur de la loi normale au seuil de 5 %)

Si les hypothèses $H_0 : v_1 = 0$ (symétrie) et $v_2 = 0$ (aplatissement normal) sont vérifiées, alors $v_1 \leq 1,96$ et $v_2 \leq 1,96$; dans le cas contraire, l'hypothèse de normalité est rejetée.

- Le test de Jarque et Bera

Il s'agit d'un test qui synthétise les résultats précédents ; si $\beta_1^{1/2}$ et β_2 obéissent à des lois normales alors la quantité $s : s = \frac{n}{6}\beta_1 + \frac{n}{24}(\beta_2 - 3)^2$ suit un X^2 à deux degrés de liberté.

Donc, si $s > X_{1-\alpha}^2$ on rejette l'hypothèse H_0 de normalité des résidus au seuil α .

Ces tests de normalité servent également dans le cas où il y a hétéroscédasticité. En effet, l'hétéroscédasticité se manifeste que le graphe de la distribution par des queues de probabilité plus épaisses (distribution leptokurtique) que les queues de la loi normale

E. Les tests de racine unitaire

Les tests de racine unitaire «Unit Root Test» permettent non seulement de détecter l'existence d'une non-stationnarité mais aussi de déterminer de quelle non-stationnarité il s'agit (processus TS ou DS) et donc la bonne méthode pour stationnariser la série.

- Tests de racine unitaires : test de Dickey-Fuller (1979)

Les tests de Dickey-Fuller (DF) permettent de mettre en évidence le caractère stationnaire ou non d'une chronique par la détermination d'une tendance déterministe ou stochastique.

Les modèles servant de base à la construction de ces tests sont au nombre de trois. Le principe des tests est simple : si l'hypothèse $H_0 : \phi_1 = 1$ est retenue dans l'un de ces trois modèles, le processus est alors non stationnaire.

$$[1] x_t = \phi_1 x_{t-1} + \varepsilon_t \text{ Modèle autorégressif d'ordre 1.}$$

$$[2] x_t = \phi_1 x_{t-1} + \beta + \varepsilon_t \text{ Modèle autorégressif avec constante.}$$

$$[3] x_t = \phi_1 x_{t-1} + b_t + c + \varepsilon_t \text{ Modèle autorégressif avec tendance.}$$

Si l'hypothèse H_0 est vérifiée, la chronique x_t n'est pas stationnaire quel que soit le modèle retenu.

Dans le dernier modèle [3], si on accepte $H_1 : \phi_1 < 1$ et si le coefficient b est significativement différent de 0, alors le processus est un processus TS ; on peut le rendre stationnaire en calculant les résidus par rapport à la tendance estimée par les moindres carrés ordinaires.

Sous H_0 , les règles habituelles de l'inférence statistique ne peuvent pas être appliquées pour tester cette hypothèse, en particulier la distribution de student du paramètre ϕ_1 ; Dickey et Fuller ont donc étudié la distribution asymptotique de l'estimateur ϕ_1 sous l'hypothèse H_0 . A l'aide de simulation de Monte-Carlo, ils ont tabulé les valeurs

critiques pour des échantillons de tailles différentes. Ces tables sont des tables analogue aux tables de student les auteurs ont choisi de tester la valeur $(\widehat{\phi}_1 - 1)$ au lieu $\widehat{\phi}_1$. pour des raisons purement statistiques. Cela n'est pas gênant pour le test. En effet ,
 $x_t = \phi_1 x_{t-1} + \varepsilon_t$ s'écrit aussi :

$$\begin{aligned} x_t - x_{t-1} &= \phi_1 x_{t-1} - x_{t-1} + \varepsilon_t \\ \nabla x_t &= (\phi_1 - 1)x_{t-1} + \varepsilon_t \end{aligned}$$

Il est donc équivalent de tester comme hypothèse $H_0 : \phi_1 = 1$ ou $\phi_1 - 1 = 0$
 Les principes généraux du test sont les suivants.

On estime par les moindres carrés ordinaires le paramètre ϕ_1 noté $\widehat{\phi}_1$. pour les modèle [1], [2] et [3]. L'estimation des coefficients et des écarts types du modèle par les moindres carrés ordinaires fournit $t_{\widehat{\phi}_1} \geq t_{tabulé}$ qui est analogue à la statistique de student (rapport du coefficient sur son écart type). Si $t_{\widehat{\phi}_1} \geq t_{tabulé}$, alors on accepte l'hypothèse H_0 ; il existe une racine unité, le processus n'est donc pas stationnaire.

Remarque : les principaux logiciels d'analyse de séries temporelles calculent automatiquement les valeurs critiques $t_{\widehat{\phi}_1}$

-Tests de Dickey et Fuller augmentés

Dans les modèles précédents, utilisés pour les tests de Dickey et Fuller simple, le processus ε_t , est, par hypothèse, un bruit blanc. Or il n'ya aucune raison pour que, a priori, l'erreur soit non corrélée ; on appelle test de Dickey et Fuller augmentés (ADF, 1981) la prise en compte de cette hypothèse.

Les tests ADF sont fondés, sous l'hypothèse alternative $|\phi_1 < 1|$, sur l'estimation par les MCO des trois modèles :

$$\text{Modèles [4]: } \nabla x_t = \rho x_{t-1} - \sum_{j=2}^p \nabla x_{t-j+1} + \varepsilon_t$$

$$\text{Modèles [5]: } \nabla x_t = \rho x_{t-1} - \sum_{j=2}^p \nabla x_{t-j+1} + c + \varepsilon_t$$

$$\text{Modèles [6]: } \nabla x_t = \rho x_{t-1} - \sum_{j=2}^p \nabla x_{t-j+1} + c + b_t + \varepsilon_t$$

Avec $\varepsilon_t \sim i.i.d$

Le test se déroule de manière similaire aux tests DF simples, seules les tables statistiques différentes. La valeur de p peut être déterminée selon les critères d'Akaike ou de Schwarz, ou encore, en partant d'une valeur suffisamment importante de p , on estime un modèle à $p - 1$ retard puis à $p - 2$, jusqu'à ce que le coefficient du $p^{ième}$ retard soit significatif.

2.4 : Arbitrage entre la modélisation ARMA sans effets ARCH et celle avec effets ARCH :

Lorsqu'on cherche à déterminer, dans la famille ARIMA, le processus qui permet de reproduire au mieux le mode opératoire d'une chronique (par principe de parcimonie), il est indispensable d'étudier la volatilité de celle-ci ou d'y tester la présence d'effets ARCH, surtout s'il s'agit d'une variable financière ou monétaire. En fait, la présence d'effet ARCH est synonyme d'autocorrélation de la variance des résidus, avec comme corollaire l'inflation de la variance ou la non stationnarité en variance, la non normalité, et donc la non linéarité de la série concernée.

Alors, pour tester la présence d'effet ARCH dans un processus, l'on peut procéder par une série de tests dont :

- a) L'analyse graphique des séries brutes et stationnaires ;
- b) L'étude des statistiques descriptives de la série ;
- c) Les tests de marche aléatoire et de présence d'effets ARCH
- d) La spécification autorégressive de la série filtrée (stationnaire) au carré.

(i) L'analyse graphique

En représentant sur un même graphique la série brute et filtrée, l'on aura à présumer l'existence d'une hétéroscédasticité conditionnelle si la série laisse présager des fortes variabilités ou une non stationnarité en variance.

(ii) L'étude des statistiques descriptives

L'une des caractéristiques des processus ARCH est la non normalité (ou non linéarité) de la série. La statistique de Jarque-Bera, ainsi que sa probabilité associée conduisent l'inférence.

(iii) Le test de marche aléatoire

Basé sur la statistique de Ljung-Box, le test de bruit blanc permet de juger de l'hétéroscédasticité de la variance conditionnelle des erreurs lorsque l'on s'intéresse aux corrélogrammes des carrés des résidus. Ces derniers permettent de tester :

H_0 : la spécification est du type ARMA (termes du corrélogramme significativement nuls : prob > 5%) ;

H_1 : la spécification est du type ARCH (termes du corrélogramme significativement différent de zéro : prob < 5%).

Aussi, le test ARCH d'hétéroscédasticité d'ordre – appelé aussi test du multiplicateur de vraisemblance – renseigne sur la nécessité ou pas d'une modélisation du type ARCH. Les hypothèses du test sont :

H_0 : Absence d'effets ARCH prob > 5%, $F_c < F_t$;

H_1 : Existence d'effets ARCH prob < 5%, $F_c > F_t$;

En outre, si l'on considère la spécification des erreurs du type ARCH(q) suivante :

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \xi_{t-1}^2 + \alpha_2 \xi_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \xi_{t-q}^2$$

Les hypothèses à vérifier sont :

H_0 : $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_q$: Modélisation ARMA des erreurs: prob > 5%, $F_c < F_t$;

H_1 : $\alpha_1 \neq \alpha_2 \neq \dots \neq \alpha_q$: Modélisation ARCH des erreurs : prob < 5%, $F_c > F_t$).

Il s'agit d'un test de Fisher. L'on peut aussi recourir au multiplicateur de Lagrange (LM) – qui suit la statistique de à q degré de liberté – pour vérifier si :

$$H_0 : \text{Modèle linéaire ARMA } (LM < X_q^2);$$

H_1 : Modèle linéaire ARCH ($LM > X_q^2$)

I. Spécification autorégressive de la série filtrée au carré

Considérons un AR(1) tel que :

$$Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t.$$

La spécification autorégressive d'ordre 1 de la série Y_t filtrée au carré s'écrit :

$$Z_t = \phi_0 + \phi_1 Z_{t-1},$$

Avec $Z_t = (\Delta Y_t)^2$

Les hypothèses sont :

$H_0 : \hat{\phi}_1 = 0$. Absence d'hétéroscélasticité conditionnelle (Modélisation ARMA sans effets ARCH (prob > 5%, $|t_c| < |t_t|$)).

$H_1 : \hat{\phi}_1 \neq 0$. Existence d'hétéroscélasticité conditionnelle (Modélisation ARMA avec effets ARCH (prob > 5%, $|t_c| > |t_t|$)).

II. Choix ou sélection du processus ARCH adéquat (optimal)

En présence d'une hétéroscélasticité conditionnelle de la variance des résidus, le choix sur un processus ARCH adéquat est guidé par plusieurs critères, notamment le caractère marche aléatoire des résidus issus de la variance conditionnelle, les meilleures propriétés prédictives (MAPE faible et l'indice d'inégalité de Theil proche de zéro) et la meilleure qualité de l'équation de la moyenne (faible AIC).

Par ailleurs, l'arbitrage peut aussi se faire comme suit :

(i) Modèle ARCH vs GARCH

Partant de la spécification des erreurs de la forme GARCH(p,q) suivante :

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \xi_{t-i}^2 + \sum_{k=1}^q \beta \sigma_{t-k}^2$$

L'on peut tester si :

$H_0 : \beta_1 = 0$. Modélisation ARCH des erreurs ($LM < X^2(p)$, prob > 5%);

$H_1 : \beta_1 \neq 0$. Modélisation GARCH des erreurs ($LM > X^2(p)$, prob < 5%).

(ii) Modèle GARCH vs IGARCH

Si la série brute étudiée est non stationnaire, le modèle GARCH fait place au modèle GARCH intégré (IGARCH).

(iii) Modèle GARCH vs EGARCH

Le modèle GARCH fait place au modèle EGARCH si l'effet de levier est validé : c.à.d. γ est statistiquement significatif (Cfr expression 5).

(iv) Modèle GARCH vs TGARCH

Le modèle GARCH fait place au modèle TGARCH en présence d'effets seuils, c.à.d. quand λ est statistiquement significatif dans l'expression 6.

(v) Modèle ARCH ou GARCH vs ARCH-M ou GARCH-M

Les modèles ARCH ou GARCH font place aux modèles ARCH-M ou GARCH-M si le paramètre associé à la variance conditionnelle « σ_t^2 » est statistiquement significatif (Cfr expression 4), ou si graphiquement les fortes inflations lisibles sur la série brute correspondent aux fortes variabilités (lisibles sur la série filtrée) de la série concernée.

I. E. Identification du modèle ARCH(1).

Pour estimer les paramètres des modèles ARCH, l'on recourt souvent à la méthode de moindres carrés pondérés ou à des algorithmes fondés sur la méthode du maximum de vraisemblance.

II. Prévision par le modèle ARCH.

La prévision à travers une modélisation ARCH sera dite meilleure si elle minimise le MAPE (Mean Absolute Pourcentage Error) et présente un coefficient de Theil proche de zéro : faut-il encore que les résidus de la variance conditionnelle des erreurs soient des bruits blancs (gaussiens).

Chapitre 03

Etude d'une série temporelle de taux de change Euro/dollars par les modèles ARMA et GARCH

Introduction: Etude de la série temporelle taux de change d'un Euro en Dollar américain durant la période 1janvier 2018 à 2 aout 2021 par les modèles ARIMA ,ARCH et GARCH.

Soit $(X_t)_t$ une série de taux de change d'euro en dollars américain durant la période du 1janvier 2018 jusqu'au 2 aout 2021.

La prévision une fois réalisée, il tient de visualiser graphiquement la série brute et la série prévue.

Il tient de préciser aussi qu'il est possible de construire un intervalle de prévision pour juger de la performance de la prévision effectuée (pour le seuil de confiance de 95%, soit $\alpha=5\%$)

3.1 :Etude de la série:

L'étude de la série taux de change d'euro en dollars américain aux fins de prévision par les modèles parmi lesquels la spécification autorégressive à savoir : AR, MA, ARIMA, passe par les cinq étapes qui suivent :

- 1- L'étude de la stationnarité (tests ADF ou PP ; graphiques) ;
- 2- L'identification du processus adéquat (lecture des corrélogrammes) ;
- 3-L'estimation du modèle/processus optimal retenu ;
- 4- L'inférence statistique (diagnostic/validation du modèle estimé) ;
- 5- La prévision.

En suite pour résoudre le problème d'adéquation de séries financières par les modèles hétéroscédastiques des types ARCH et GARCH.

3.1.1 : Etude de la stationnarité

On se sert des tests formels et informels pour étudier la stationnarité de la série sous-étude (soit X_t). Si elle est non stationnaire, la stationnariser par les MCO ou l'écart à la tendance (TS), soit par la différenciation ou les filtres aux différences (DS).

A-Le graphe suivant représente l'Evolution graphique de la parité Euro-dollar (série « Taux ») de janvier 2018 à août 2021. L'échantillon contient 935 observations

❖ **Résultat de logiciel EVIEWS 09 (Taper data Taux plot Taux)**

TAUX

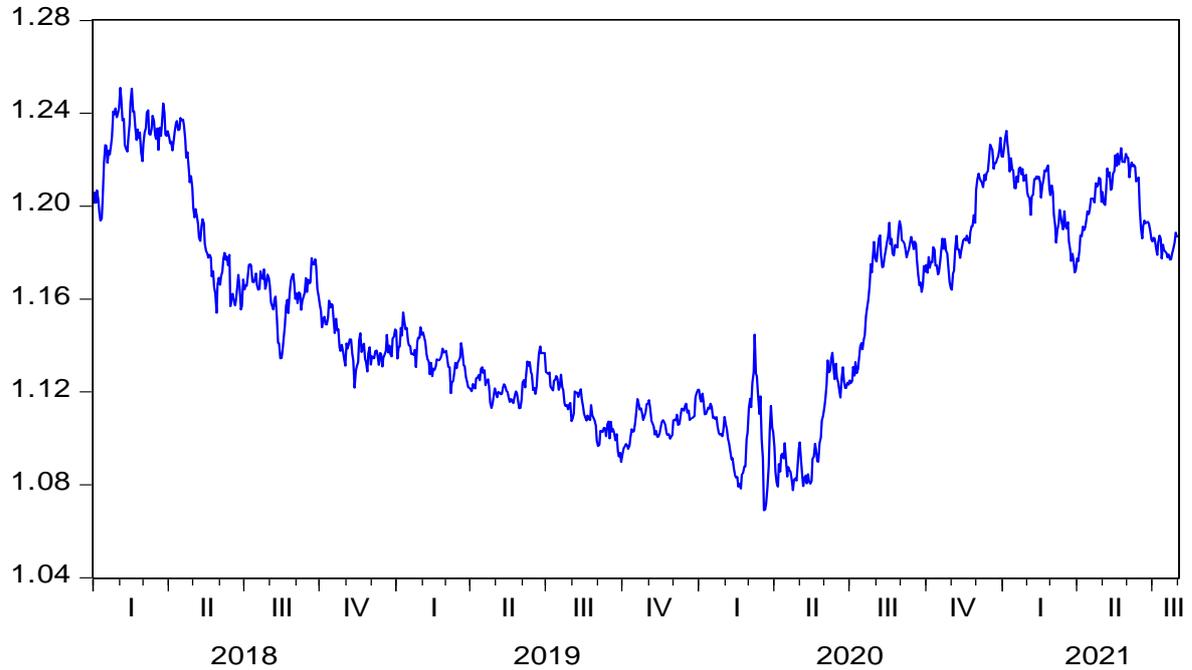


Figure 1: Evolution graphique de la parité Euro-dollar (série « Taux ») de janvier 2018 à août 2021

Lecture 01 : D'après le graphe ci-haut on présume une non stationnarité en moyenne de la série "Taux" taux de change d'un Euro en dollar américain sur la période de l'étude du 1 janvier 2018 jusque 2 août 2021, c'est-à-dire que la moyenne de la série est entraînée de se changer dans le temps.

En effet cette série taux de change montre une forte variabilité ou volatilité, donc, il se peut que la série ne soit pas stationnaire.

B-Test d'Augmented Dickey-Fuller (ADF)

❖ correlogramme de la série Taux de change

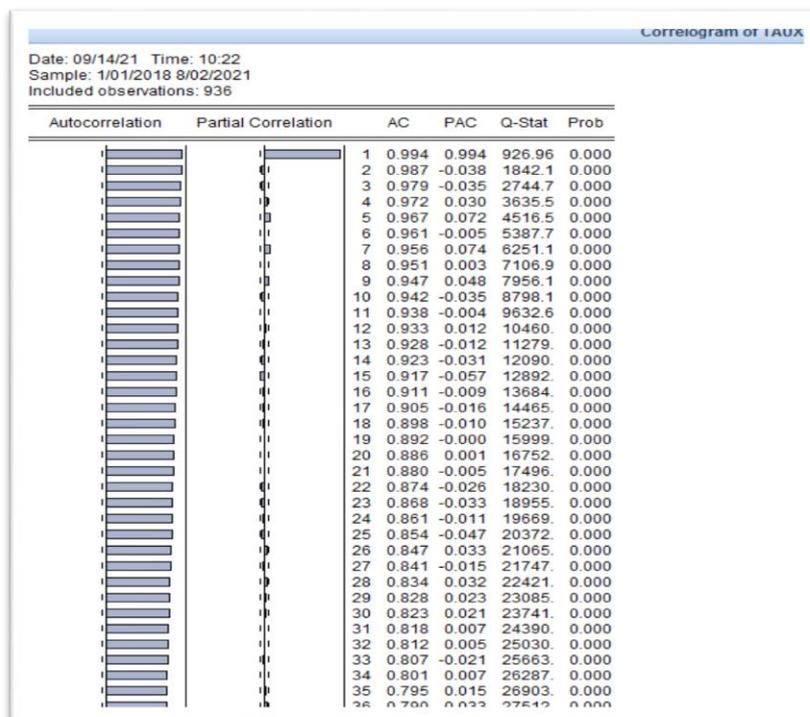


Figure 2: Correlogramme de la série Taux de change

Test de correlogram

{(H_0 : stationnaire H_1 : n'est pas stationnaire)

- Si la probabilité est $< 5\%$, alors on rejette H_0
 - Si la probabilité est $> 5\%$, alors on accepte H_0
- et on accepte H_1 , alors la série n'est pas stationnaire
et on rejette H_1 , alors la série est stationnaire

Lecture 02 : À la lecture de correlogramme, on constate que les valeurs d'autocorrelation simples et la première valeur de partielle corrélation sortent à l'extérieur de l'intervalle de confiance, et d'après l'hypothèse de correlogramme citée ci-dessus toutes les probabilités sont inférieures à 5%, alors on rejette H_0 et on accepte H_1 , donc la série taux de change n'est pas stationnaire.

3-1-2 :Analyse et modélisation de processus générateur des données (TS ou DS)

A-Modèle 03 - Test de signification de paramètre trend (la tendance)

Tableau 1: Test de signification de paramètre trend (la tendance) modèle 03

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on TAUX				
Null Hypothesis: TAUX has a unit root				
Exogenous: Constant, Linear Trend				
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=20)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-1.743755	0.7310
Test critical values:				
	1% level		-3.967894	
	5% level		-3.414627	
	10% level		-3.129464	
*Mackinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(TAUX)				
Method: Least Squares				
Date: 09/14/21 Time: 11:16				
Sample (adjusted): 1/02/2018 8/02/2021				
Included observations: 935 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
TAUX(-1)	-0.006055	0.003472	-1.743755	0.0815
C	0.006724	0.004016	1.674398	0.0944
@TREND("1/01/2018")	5.56E-07	5.70E-07	0.975419	0.3296
R-squared	0.004136	Mean dependent var		-1.53E-05
Adjusted R-squared	0.001999	S.D. dependent var		0.004702
S.E. of regression	0.004698	Akaike info criterion		-7.880343
Sum squared resid	0.020567	Schwarz criterion		-7.864812
Log likelihood	3687.061	Hannan-Quinn criter.		-7.874421
F-statistic	1.935359	Durbin-Watson stat		1.937286
Prob(F-statistic)	0.144952			

Hypothèses :

$\left\{ \begin{array}{l} H_0: \text{ La tendance est Significative} \\ H_1: \text{ La tendance n'est pas significative} \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} - \text{ Si la probabilité est } > 5\%, \text{ alors on rejette } H_0 \\ \text{ et on accepte } H_1, \text{ alors le paramètre Trend n'est pas significative} \\ - \text{ Si la probabilité est } < 5\%, \text{ alors on accepte } H_0 \\ \text{ et on rejette } H_1, \text{ alors le paramètre trend est significative} \end{array} \right.$

Lecture 03 : la probabilité est $0.329 > 0.05$.

Alors on rejette H_0 et on accepte H_1 , alors le paramètre Trend n'est pas significative

Test de student T-Statistic

Hypothèses :

$\left\{ \begin{array}{l} H_0: \text{ La tendance est Significative} \\ H_1: \text{ La tendance n'est pas significative} \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} - \text{ Si } T_{\text{calculé}} \text{ est } < T_{\text{taboulé}}, \text{ alors on rejette } H_0 \\ \text{ et on accepte } H_1, \text{ alors le paramètre Trend n'est pas significative} \\ - \text{ Si } T_{\text{calculé}} \text{ est } > T_{\text{taboulé}}, \text{ alors on accepte } H_0 \\ \text{ et on rejette } H_1, \text{ alors le paramètre Trend est significative} \end{array} \right.$

Lecture 4:

T calculé = 0.97 , T Taboulé = 3.11

Puisque T taboulé = 3.11 > T calculé donc le trend n'est pas significative

Tableau 2: de l'ADF 3eme modèle.

	Modèle 2			Modèle 3					
	Constante C			Constante C			Tendance b		
n	2%	5%	10%	2%	5%	10%	2%	5%	10%
25	3,41	2,97	2,61	4,05	3,59	3,2	3,74	3,25	2,85
50	3,28	2,89	2,56	3,87	3,47	3,14	3,6	3,18	2,81
100	3,22	2,86	2,54	3,78	3,42	3,11	3,53	3,14	2,79
250	3,19	2,84	2,53	3,74	3,39	3,09	3,49	3,12	2,79
500	3,18	2,83	2,52	3,72	3,38	3,08	3,48	3,11	2,78
infini	3,18	2,83	2,52	3,71	3,38	3,08	3,46	3,11	2,78

D'après les deux tests précédents, notre série n'est pas affectée par une tendance

B- Modèle 02 Test de signification du paramètre la Constante

Le tableau suivant nous les résultats du test Dickey-Fuller d'existence de la constante.

Test de signification du paramètre la Constante du modèle 02.

Tableau 3: Test de signification du paramètre la constante modèle 02

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on TAUX				
Null Hypothesis: TAUX has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=20)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-1.708633	0.4266
Test critical values:	1% level		-3.437122	
	5% level		-2.864419	
	10% level		-2.568356	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(TAUX)				
Method: Least Squares				
Date: 09/14/21 Time: 11:46				
Sample (adjusted): 1/02/2018 8/02/2021				
Included observations: 935 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
TAUX(-1)	-0.005928	0.003470	-1.708633	0.0879
C	0.006838	0.004014	1.703571	0.0888
R-squared	0.003119	Mean dependent var		-1.53E-05
Adjusted R-squared	0.002051	S.D. dependent var		0.004702
S.E. of regression	0.004697	Akaike info criterion		-7.881462
Sum squared resid	0.020588	Schwarz criterion		-7.871108
Log likelihood	3686.583	Hannan-Quinn criter.		-7.877514
F-statistic	2.919426	Durbin-Watson stat		1.935554
Prob(F-statistic)	0.087852			

$$\begin{cases} H_0: & \text{La constante est Significative} \\ H_1: & \text{La constante n'est pas significative} \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} - \text{ Si la probabilité est } > 5\%, \text{ alors on rejette } H_0 \\ \text{ et on accepte } H_1, \text{ alors le paramètre constante n'est pas significative} \\ - \text{ Si la probabilité est } < 5\%, \text{ alors on accepte } H_0 \\ \text{ et on rejette } H_1, \text{ alors le paramètre constante est significative} \end{array} \right.$$

Lecture 05 : la probabilité = 0.08 > 0.05

Alors on rejette H0 et on accepte H1, alors le paramètre Constante n'est pas significative

Test de student T-Statistic

$\left\{ \begin{array}{l} H_0: \text{ La constante est } \text{Significative} \\ H_1: \text{ La constante n'est pas significative} \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} - \text{ Si } T_{\text{calculé}} \text{ est } < T_{\text{taboulé}}, \text{ alors on rejette } H_0 \\ \text{ et on accepte } H_1, \text{ alors le paramètre constante n'est pas significative} \\ - \text{ Si } T_{\text{calculé}} \text{ est } > T_{\text{taboulé}}, \text{ alors on accepte } H_0 \\ \text{ et on rejette } H_1, \text{ alors le paramètre constante est significative} \end{array} \right.$

Lecture 6:

$T_{\text{calculé}} = 1.70$, $T_{\text{Taboulé}} = 2.83$

Puisque $T_{\text{taboulé}} = 2.83 > T_{\text{calculé}}$ donc la constante n'est pas significative

Tableau 4 :Tableau de l'ADF 2eme modèle

	Modèle 2			Modèle 3					
	Constante C			Constante C			Tendance b		
n	2%	5%	10%	2%	5%	10%	2%	5%	10%
25	3,41	2,97	2,61	4,05	3,59	3,2	3,74	3,25	2,85
50	3,28	2,89	2,56	3,87	3,47	3,14	3,6	3,18	2,81
100	3,22	2,86	2,54	3,78	3,42	3,11	3,53	3,14	2,79
250	3,19	2,84	2,53	3,74	3,39	3,09	3,49	3,12	2,79
500	3,18	2,83	2,52	3,72	3,38	3,08	3,48	3,11	2,78
infini	3,18	2,83	2,52	3,71	3,38	3,08	3,46	3,11	2,78

Résultat de signification de paramètre la Constante : D'après les deux tests précédents, notre série n'est pas affectée par une constante.

C- Test de l'ADF Racine Unitaire –AugmentedDickey –Fuller

Tableau 5: Test de l'ADF Racine Unitaire –AugmentedDickey –Fuller

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on TAUX				
Null Hypothesis: TAUX has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=20)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-1.708633	0.4266
Test critical values:				
	1% level		-3.437122	
	5% level		-2.864419	
	10% level		-2.568356	
*Mackinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(TAUX)				
Method: Least Squares				
Date: 09/14/21 Time: 11:46				
Sample (adjusted): 1/02/2018 8/02/2021				
Included observations: 935 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
TAUX(-1)	-0.005928	0.003470	-1.708633	0.0879
C	0.006838	0.004014	1.703571	0.0888
R-squared	0.003119	Mean dependent var		-1.53E-05
Adjusted R-squared	0.002051	S.D. dependent var		0.004702
S.E. of regression	0.004697	Akaike info criterion		-7.881462
Sum squared resid	0.020588	Schwarz criterion		-7.871108
Log likelihood	3686.583	Hannan-Quinn criter.		-7.877514
F-statistic	2.919426	Durbin-Watson stat		1.935554
Prob(F-statistic)	0.087852			

Hypothèses 1:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{H0}: \text{n'est pas stationnaire "présence de racine unitaire"} \\ \mathbf{H1}: \text{Stationnaire " Absence de racine unitaire"} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} - \text{ Si la probabilité est } < 5\%, \text{ alors on rejette } H0 \\ \text{ et on accepte } H1, \text{ la série est stationnaire} \\ \text{ avec absence de racine unitaire} \\ - \text{ Si la probabilité est } > 5\%, \text{ alors on accepte } H0 \\ \text{ et on rejette } H1, \text{ alors la série n'est pas stationnaire} \\ \text{ avec la présence de racine unitaire} \end{array} \right.$$

Lecture 7: On constate que la probabilité =0.42>0.05, alors on accepte H0 et on rejette H1, donc notre série n'est pas stationnaire avec la présence de racine unitaire

Hypothèses 2:

{ **H0:** T statistic < *T* statistic level 5% "Absence de racine unitaire "
{ **H1:** T statistic > *T* statistic level 5% "Présence de racine unitaire "

{ – Si la probabilité est < 5%, alors on rejette H0
et on accepte H1, la série est stationnaire
avec absence de racine unitaire
{ – Si la probabilité est > 5%, alors on accepte H0
et on rejette H1, alors la série n'est pas stationnaire
avec la présence de racine unitaire

Lecture 08 : T statistic = -1.70 > T statistic level 5% = -2.8

Puisque les ADF T statistic > ADF T statistic level 5% , donc il existe la racine unitaire

- Résultat du Test d'Augmented Dickey-Fuller (ADF)

D'après les deux tests de l'ADF, on accepte la présence de racine unitaire ce qui montre que la série taux de change n'est pas stationnaire.

3.2 : Processus générateur des données de la série taux de change

Au regard des résultats issus du test d'AugmentedDickey-Fuller (ADF) au seuil de 5%, on confirme que la série « Taux » est non stationnaire en niveau du type DS (sans tendance, sans dérive). Pour la stationnariser, nous procédons par les filtres aux différences (différence première) .

A- Rendre une série de processus DS et TS stationnaire

Pour rendre une série de **processus DS** stationnaire, on utilise la méthode de différentiation, on fait la première différentiation, si la série ne doit pas stationner, on procède à la deuxième différentiation,,,,

Pour rendre une série de **processus TS** stationnaire, on utilise la méthode MCO moindre carré ordinaire pour éliminer l'effet de la tendance,

Puisque notre modèle s'agit du processus DS sans drive, on utilise la méthode de différentiation pour rendre notre série stationnaire .

Pour la stationnariser, nous procédons par les filtres aux différences (différence première), ce qui nous donne le graphique et les résultats du test ADF ci dessous.

Rien qu'à observer le graphique et, parce que test d'AugmentedDickey-Fuller (ADF) au seuil de 5%, on déduit que la série différenciée d'ordre 1 « *DTaux* » est stationnaire :

Méthode de différentiation Sur le logiciel Eviews 09

On utilise la commande pour avoir la nouvelle série dtaux genr dtaux=taux-taux(-1)

A-Test de l'ADF Racine Unitaire –AugmentedDickey –Fuller

Résultat de logiciel EIEWS 09 (Taper data dTaux plot dTaux)

Tableau 6: Test de l'ADF Racine Unitaire –AugmentedDickey –Fuller de la sérieDTaux

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on DTAUX				
Null Hypothesis: DTAUX has a unit root				
Exogenous: None				
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=20)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-29.69104	0.0000
Test critical values:	1% level		-2.567440	
	5% level		-1.941163	
	10% level		-1.616471	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(DTAUX)				
Method: Least Squares				
Date: 09/14/21 Time: 13:20				
Sample (adjusted): 1/03/2018 8/02/2021				
Included observations: 934 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
DTAUX(-1)	-0.971071	0.032706	-29.69104	0.0000
R-squared	0.485825	Mean dependent var		-5.57E-06
Adjusted R-squared	0.485825	S.D. dependent var		0.006555
S.E. of regression	0.004700	Akaike info criterion		-7.881395
Sum squared resid	0.020611	Schwarz criterion		-7.876214
Log likelihood	3681.612	Hannan-Quinn criter.		-7.879420
Durbin-Watson stat	1.999293			

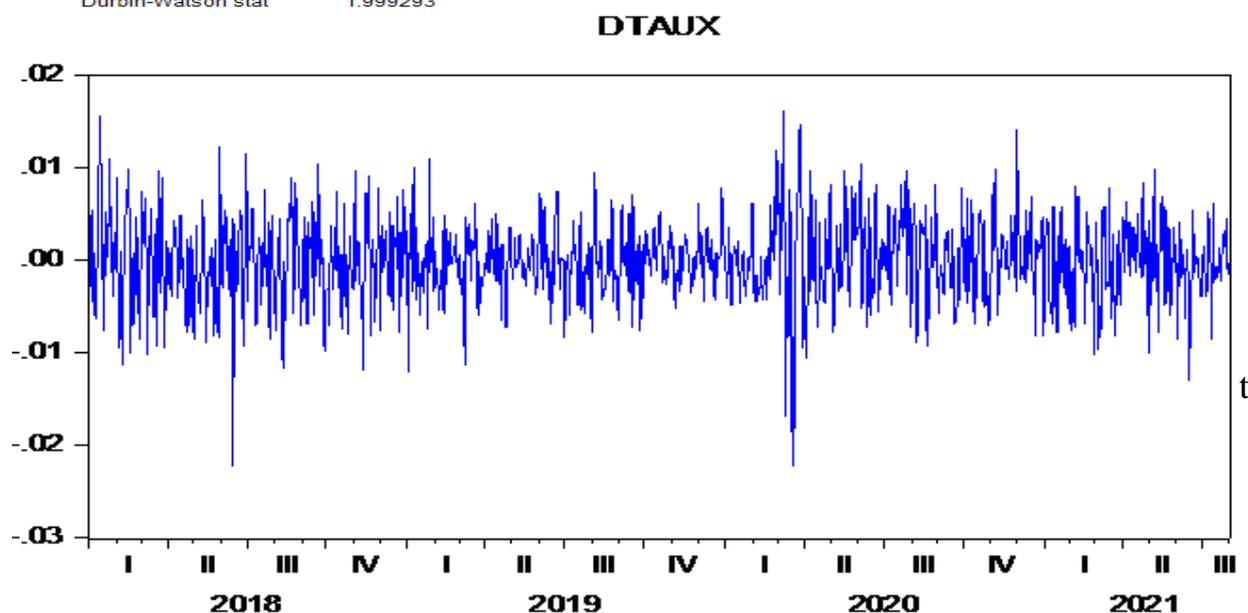


Figure 3: Evolution graphique de la parité Euro-dollar (série « DTaux ») de janvier 2018 à août 2021

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{H0: n'est pas stationnaire "présence de racine unitaire"} \\ \mathbf{H1: Stationnaire " Absence de racine unitaire"} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} - \text{ Si la probabilité est } < 5\%, \text{ alors on rejette } H0 \\ \text{ et on accepte } H1, \text{ la série est stationnaire} \\ \text{ avec absence de racine unitaire} \\ - \text{ Si la probabilité est } > 5\%, \text{ alors on accepte } H0 \\ \text{ et on rejette } H1, \text{ alors la série n'est pas stationnaire} \\ \text{ avec la présence de racine unitaire} \end{array} \right.$$

Lecture 9: On constate que La probabilité = 0 < 0.05, alors on accepte H1 et on rejette H0, donc notre série est stationnaire avec l'absence de racine unitaire.

Hypothèses 2:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{H0: T statistic } < T\text{statistic level } 5\% \text{ "Absence de racine unitaire " } \\ \mathbf{H1: T statistic } > T\text{statistic level } 5\% \text{ "Présence de racine unitaire " } \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} - \text{ Si la probabilité est } < 5\%, \text{ alors on rejette } H0 \\ \text{ et on accepte } H1, \text{ la série est stationnaire} \\ \text{ avec absence de racine unitaire} \\ - \text{ Si la probabilité est } > 5\%, \text{ alors on accepte } H0 \\ \text{ et on rejette } H1, \text{ alors la série n'est pas stationnaire} \\ \text{ avec la présence de racine unitaire} \end{array} \right.$$

Lecture 10 : Tstatistic = -1.94 < Tstatistic level 5% = -29.69

Puisque les ADF T statistic < ADF Tstatistic level 5% , donc il n' existe pas de racine unitaire.

Résultat du Test d'Augmented Dickey-Fuller (ADF)

D'après les deux tests de l'ADF, on rejette la présence de racine unitaire ce qui montre que la série taux de change devient stationnaire après la première différentiation .

Donc notre série différenciée est stationnaire sans trend, ni intercepte (les modèles avec trend et/ou intercepte se sont révélés non significatifs).

3.3 :L'estimation du modèle/processus optimal retenu

Pour identifier le processus adéquat dans la famille ARIMA - celui qui soit susceptible de nous reproduire le mode opératoire de la série «Taux » – nous nous référons d'abord au corrélogramme de la série stationnaire « dtaux », ensuite jugerons de la significativité bonté du modèle ainsi identifié (au cas contraire, retenir le processus significatif par tâtonnement /réitération (le tableaux de « Dtaux » (les résultats du modèle identifié : **ARIMA (4,1,3)**) :

3-3.1 :Estimation automatique du meilleur modèle sur EViews 09

Tableau 7: Estimation automatique du meilleur modèle

<p>Automatic ARIMA Forecasting Selected dependent variable: DTAUX Date: 09/14/21 Time: 19:15 Sample: 1/01/2018 8/02/2021 Included observations: 935 Forecast length: 0</p> <hr/> <p>Number of estimated ARMA models: 25 Number of non-converged estimations: 0 Selected ARMA model: (4,3)(0,0) AIC value: -7.87507116324</p>
--

Tableau 8: comparaison entre les 20 modèles ARMA critère AIC

ARMA Criteria Table

Model	LogL	AIC*	BIC	HQ
(4,3)(0,0)	3694.533304	-7.875071	-7.828517	-7.857321
(4,4)(0,0)	3695.489813	-7.874978	-7.823252	-7.855255
(4,2)(0,0)	3692.935078	-7.873793	-7.832412	-7.858015
(3,4)(0,0)	3693.827058	-7.873562	-7.827008	-7.855812
(4,1)(0,0)	3691.799608	-7.873503	-7.837295	-7.859698
(2,4)(0,0)	3692.584748	-7.873044	-7.831663	-7.857266
(3,1)(0,0)	3690.451892	-7.872760	-7.841724	-7.860927
(1,3)(0,0)	3690.420298	-7.872693	-7.841657	-7.860859
(1,4)(0,0)	3691.275993	-7.872385	-7.836176	-7.858579
(0,4)(0,0)	3690.115929	-7.872043	-7.841007	-7.860209
(4,0)(0,0)	3689.860182	-7.871496	-7.840460	-7.859662
(2,3)(0,0)	3690.609245	-7.870960	-7.834751	-7.857154
(0,0)(0,0)	3685.122934	-7.869921	-7.859575	-7.865976
(3,3)(0,0)	3691.117512	-7.869909	-7.828528	-7.854131
(0,2)(0,0)	3686.689682	-7.868995	-7.848304	-7.861106
(1,0)(0,0)	3685.514018	-7.868620	-7.853102	-7.862703
(0,3)(0,0)	3687.497270	-7.868584	-7.842721	-7.858723
(0,1)(0,0)	3685.481447	-7.868550	-7.853032	-7.862633
(2,0)(0,0)	3686.418510	-7.868416	-7.847725	-7.860527
(3,0)(0,0)	3687.297150	-7.868156	-7.842293	-7.858295
(1,2)(0,0)	3686.888704	-7.867284	-7.841420	-7.857422
(1,1)(0,0)	3685.692686	-7.866865	-7.846174	-7.858976
(2,1)(0,0)	3686.610370	-7.866689	-7.840825	-7.856827
(2,2)(0,0)	3686.221334	-7.863721	-7.832685	-7.851887
(3,2)(0,0)	3685.346599	-7.859715	-7.823506	-7.845909

Tableau 9: test de signification des modèles ARMA

Equation Output

ARMA Criteria Graph

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-1.82E-05	0.000131	-0.139012	0.8895
AR(1)	-0.554036	0.153255	-3.615114	0.0003
AR(2)	0.599114	0.174455	3.434207	0.0006
AR(3)	0.434994	0.160993	2.701938	0.0070
AR(4)	-0.131764	0.033394	-3.945731	0.0001
MA(1)	0.587507	0.154574	3.800810	0.0002
MA(2)	-0.550515	0.176696	-3.115614	0.0019
MA(3)	-0.491164	0.157802	-3.112539	0.0019
SIGMASQ	2.16E-05	8.77E-07	24.69424	0.0000
R-squared	0.020036	Mean dependent var	-1.53E-05	
Adjusted R-squared	0.011569	S.D. dependent var	0.004702	
S.E. of regression	0.004675	Akaike info criterion	-7.883494	
Sum squared resid	0.020238	Schwarz criterion	-7.836900	
Log likelihood	3694.533	Hannan-Quinn criter.	-7.865727	
F-statistic	2.366533	Durbin-Watson stat	2.003701	
Prob(F-statistic)	0.015956			
Inverted AR Roots	.73	.25	-.77+.37i	-.77-.37i
Inverted MA Roots	.82	-.70-.33i	-.70+.33i	

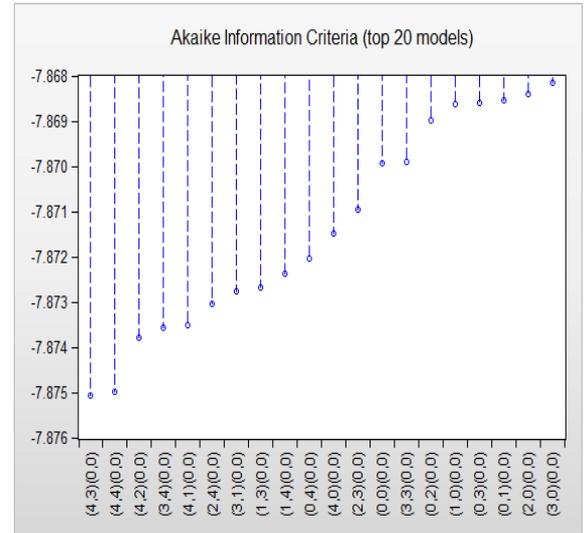


Figure 4: comparaison entre les 20 modèles ARMAcritère AIC

Lecture 11 : A la lecture des graphes précédents, il ressort que le modèle ARMA(4.3) est retenu ,c'est-à-dire que le modèle ARMA (4.3) minimise les critères d'information AIC et SIC plus que les autres modèles.

D'où le modèle ARIMA (P=4,d=1,Q=3)est celui le plus adéquat pour modéliser notre série taux de change.

3.3.2 : L'inférence statistique (diagnostic/validation du modèle estimé)

Nous faisons seulement le test de normalité de Jarque-Bera et le test de bruit blanc et celui de présence d'effets ARCH étant concluant.

A- Correlogramme des résidus

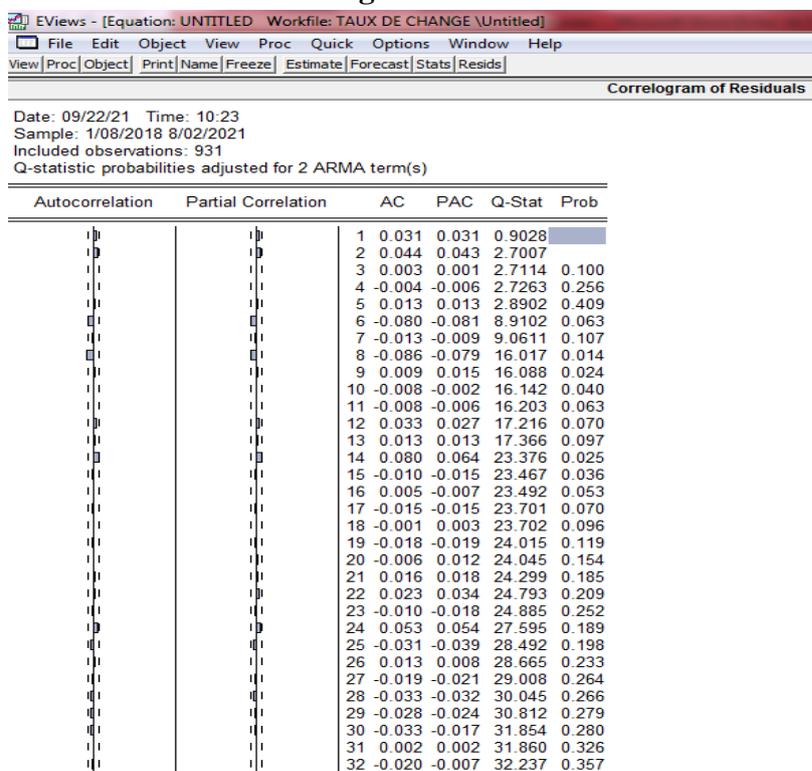


Figure 5: Correlogramme des résidus

B-Test de correlogramme des résidus

{(H0: les résidus ne forme pas un bruit blanc H1: les résidus forme un bruit blanc)

{

- Si la probabilité est $< 5\%$, alors on rejette H0
- et on accepte H1, alors les résidus ne forme pas un bruit blanc
- Si la probabilité est $> 5\%$, alors on accepte H0
- et on rejette H1, alors les résidus forme un bruit blanc

Lecture 12:

PQ8=0.014, PQ9=0.024, PQ10=0.04, PQ14=0.025, PQ15= 0.036

Nous avons des statistiques Q qui ont des probabilités inférieures à 0.05, alors on rejette H0, on accepte H1, alors les résidus ne forme pas un bruit blanc

Nous faisons ensuite le test de normalité de Jarque-Bera (le test de bruit blanc et celui de présence d'effets ARCH étant concluant).

C-Test de normalité :

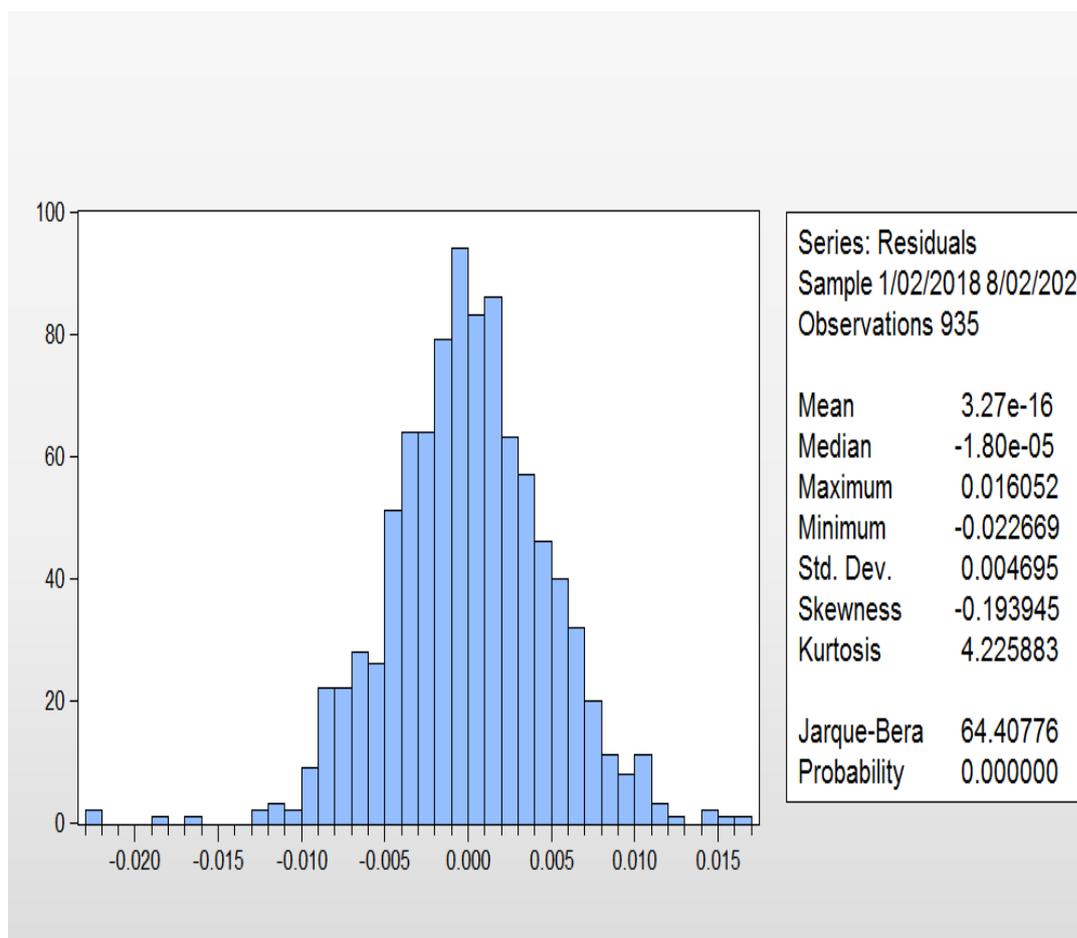


Figure 6: Test de normalité

Constat : les résidus du modèle optimal estimé ne sont pas normalement distribués (présomption d'une non linéarité)

Résultat :

D'après les deux présentations graphiques nous avons des résidus qui sont à l'extérieur de l'intervalle de confiance, la statistique Q à une probabilité inférieure à 0.05, donc les résidus ne forme pas un bruit blanc donc le modèle n'est pas validé.

D'où, nous rejetons la spécification ARIMA au profit de la modélisation hétéroscédastique (ARCH) – qui est adaptée à l'étude des séries chronologiques accusant une forte variabilité/volatilité (impliquant la non stationnarité, la non normalité ou la non linéarité) – pour prévoir l'évolution future de la parité Euro-dollar (soit la série « Taux »).

3.4- Résoudre le problème d'adéquation de séries financières par les modèles hétéroscédastiques des types ARCH et GARCH.

Rappelons que, faisant partie de la famille ARIMA, la modélisation ARCH est de nature à éliminer l'hétéroscédasticité conditionnelle.

la modélisation ARIMA présente une limite par rapport aux séries qui sont très volatiles, c'est pourquoi lorsqu'on cherche à déterminer dans la famille ARIMA le processus qui permet de produire le mieux le mode opératoire d'une chronique, il est indispensable d'analyser la volatilité de cette série et tester la présence d'effets ARCH surtout lorsqu'il s'agit d'une variable financière ou monétaire qui sont caractérisés par une forte volatilité, donc la volatilité de cours d'un actif désigne sa propension à ces quartiers de sa moyenne historique et elle permet de quantifier le risque de rendement de cette actif, c'est pourquoi quand on analyse les séries financières, il est indispensable de chercher l'effet GARCH et ARCH.

La présence d'effets ARCH est le synonyme d'autocorrélation de la variance des résidus, donc il y a une autocorrélation.

Pour tester la présence d'effets ARCH, on fait recours à l'analyse graphique des séries brutes et les séries stationnaires, l'analyse statistique descriptive, les tests de marches aléatoires et la spécification autorégressive de la série stationnaire.

On va voir toutes ces étapes, ensuite on va entamer l'estimation de modèles ARCH et comment on valide pour faire des prévisions.

On commence par l'analyse de la série taux de change de dollars américains (USD) pour 1 Euro (EUR).

Comme constaté, notre série est du type DS et on va la rendre stationnaire avec la première différenciation.

A- Etude de la série brute «taux » par la modélisation heteroscedastique (ARCH)

A- Evolution comparative de la série Brute taux et celle en différence premier Dtaux

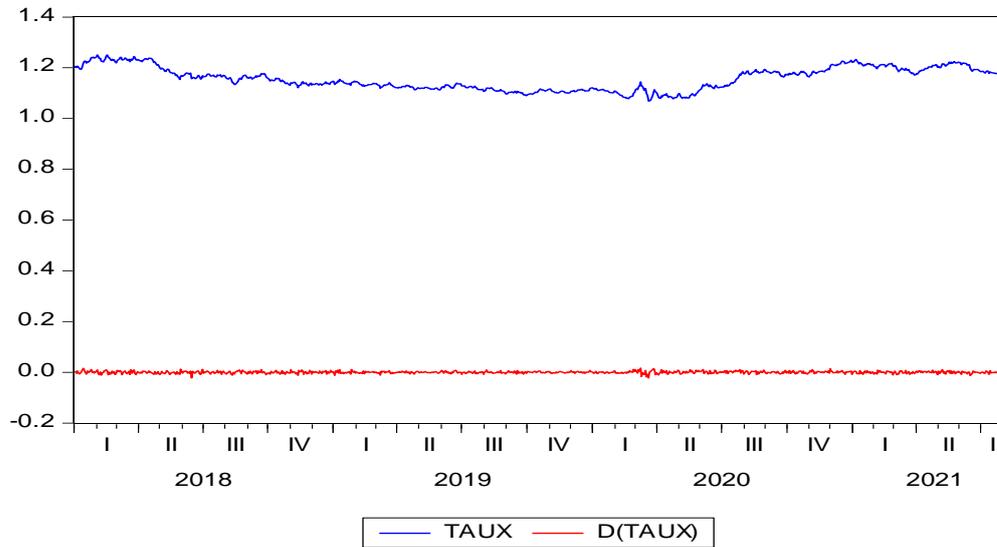


Figure 7: Evolution comparative de la série Brute taux et celle en différence premier Dtaux

Lecture 13 : D'après ce graphe on peut présumer l'existence d'une hétéroscedasticité conditionnelle parce que la série brute laisse apparaître une forte variabilité, cette série n'est stationnaire de type DS confirmé par le test de Deyk-Fuller

B- Statistiques descriptives et test de normalité de la série « Taux»

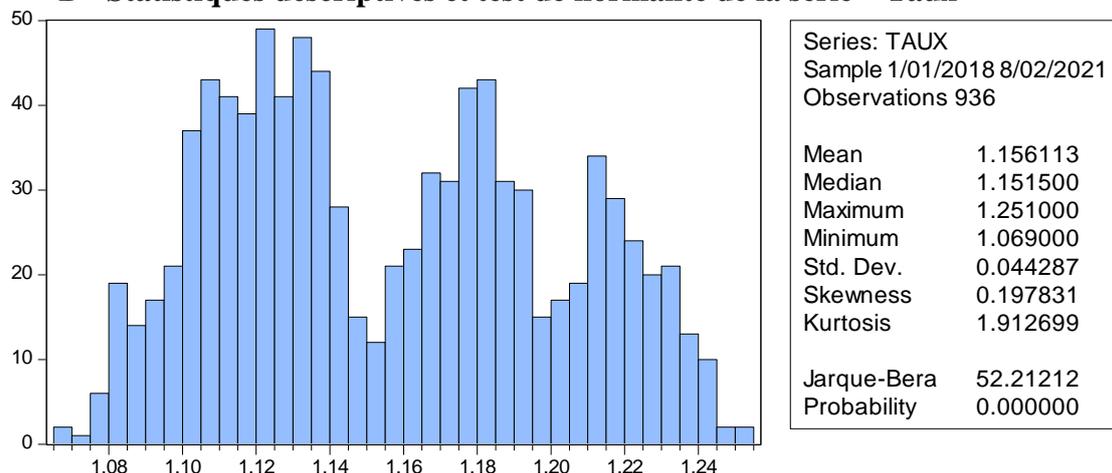


Figure 8: Test de normalité

L'une des caractéristique des processus ARCH est la non normalité, lorsque la série ne se caractérise pas par loi normale qui est un synonyme de non linéarité de la série, la statistique Jaque-Bera ainsi que la probabilité associé est inférieure à 0.05 ce qui conduit l'inférence qui permet de rejeter l'hypothèse de normalité de cette série

C- Analyse de la volatilité

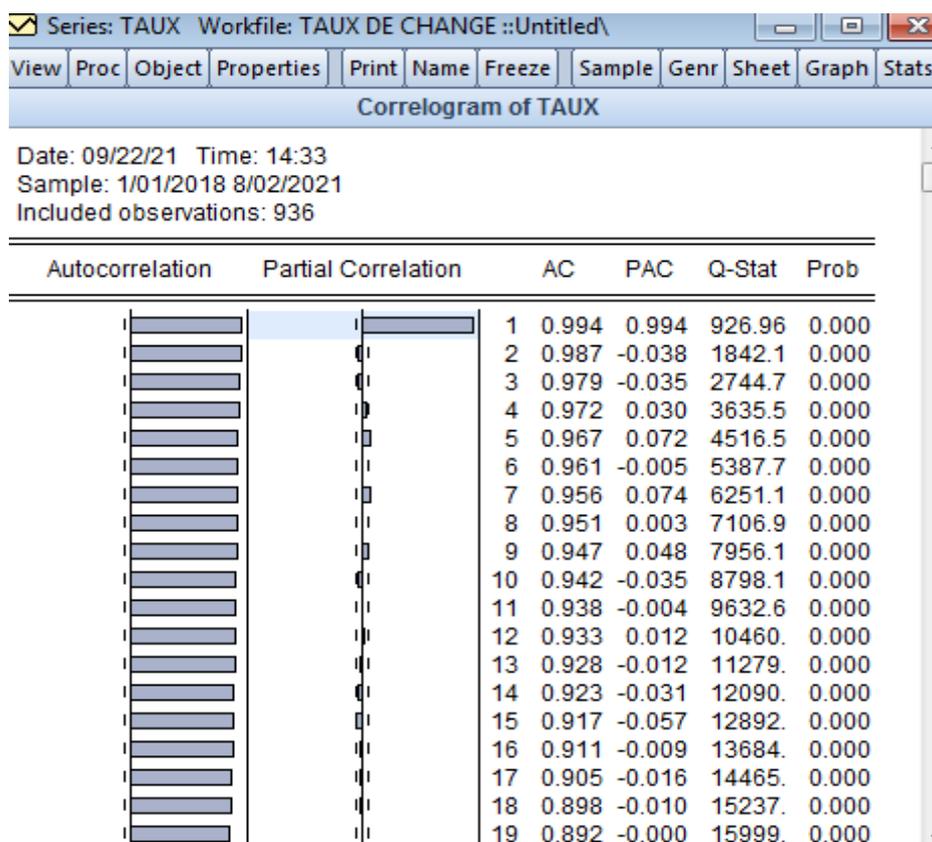


Figure 9: Correlogramme de la série Taux

Nous estimons un AR(1) nous effectuons le test de présence d'effets ARCH pour juger de la nécessité d'une modélisation ARCH. Estimation du modèle AR(1)

Pour étudier la volatilité de notre série « DTaux2 », régressons « dtaux » au carré sur cette même série décalée (cette façon de procéder permet de juger de l'autocorrélation de la variance des résidus/hétéroscédasticité).

On génère la série stationnaire au carré $Dtaux2 = Dtaut^2$

Puis on va faire la régression

$$Dtaux2 = c + dtaux2(-1)$$

Tableau 10: test de signification de la variable DATAUX2(-1)

Equation: UNTITLED Workfile: TAUX DE CHANGE ::Untitled\									
View	Proc	Object	Print	Name	Freeze	Estimate	Forecast	Stats	Resids
Dependent Variable: DTAUX2									
Method: Least Squares									
Date: 09/22/21 Time: 15:00									
Sample (adjusted): 1/03/2018 8/02/2021									
Included observations: 934 after adjustments									
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.					
C	1.98E-05	1.48E-06	13.38011	0.0000					
DTAUX2(-1)	0.104457	0.032582	3.205959	0.0014					
R-squared	0.010908	Mean dependent var		2.21E-05					
Adjusted R-squared	0.009847	S.D. dependent var		3.96E-05					
S.E. of regression	3.94E-05	Akaike info criterion		-17.44139					
Sum squared resid	1.45E-06	Schwarz criterion		-17.43103					
Log likelihood	8147.131	Hannan-Quinn criter.		-17.43744					
F-statistic	10.27817	Durbin-Watson stat		2.031475					
Prob(F-statistic)	0.001392								

Hypothèses :

{(H0: Significative H1: n'est pas significative)

{

- Si la probabilité est $> 5\%$, alors on rejette H0
- Si la probabilité est $< 5\%$, alors on accepte H0

 et on accepte H1, alors le paramètre DATAUX2(-1) n'est pas significative
 et on rejette H1, alors le paramètre DATAUX2(-1) est significative

Lecture 14 : la probabilité = 0.0014 < 0.05 le paramètre DATAUX2(-1) est significative

Le coefficient associé à la variable DATAUX2(-1) est statistiquement significatif puisque, ce qui permet d'accepter l'hypothèse d'hétéroscédasticité conditionnelle (la variation de « taux » au temps « t » est fonction de son évolution au temps « t-1 »), donc c'est un modèle autorégressif d'ordre 1, également l'hypothèse d'hétéroscédasticité est confirmée, également on procède au test d'effet ARCH sur la série brute.

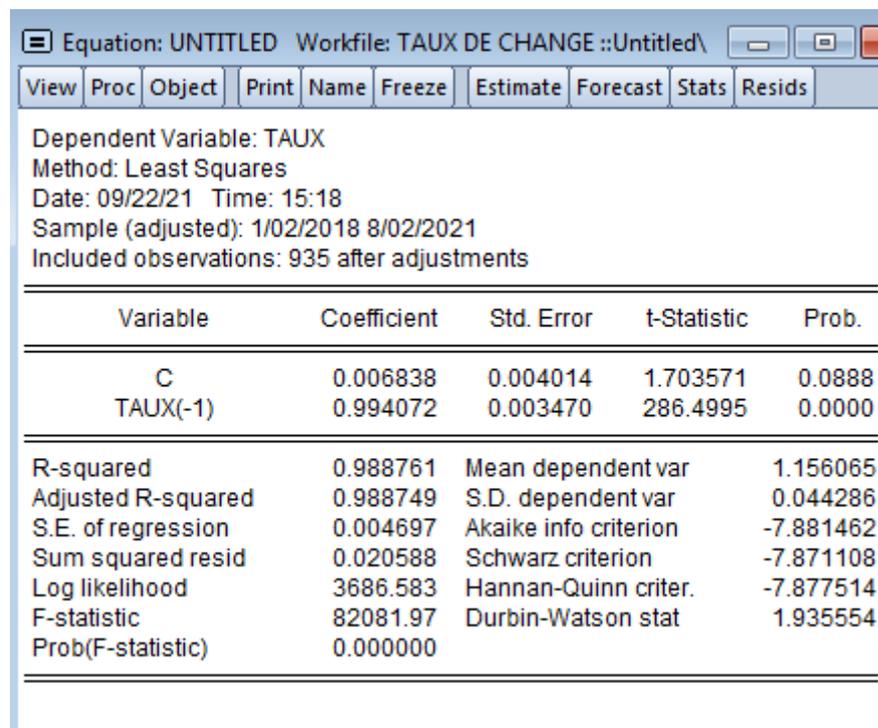
D- Estimation du modèle ARCH

Notre série brute « taux » suivrait un processus du type « AR ». Elle accuse aussi une non-stationnarité (décroissance lente des termes du corrélogrammesimples), serait- il beau coup plus en variance.

Nous estimons un AR(1) à partir duquel nous effectuons le test de présence d'effets ARCH pour juger de la nécessité d'une modélisation ARCH.

A-Estimation du modèle AR(1)

Tableau 11: test de signification du modèle AR(1)



Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.006838	0.004014	1.703571	0.0888
TAUX(-1)	0.994072	0.003470	286.4995	0.0000
R-squared	0.988761	Mean dependent var	1.156065	
Adjusted R-squared	0.988749	S.D. dependent var	0.044286	
S.E. of regression	0.004697	Akaike info criterion	-7.881462	
Sum squared resid	0.020588	Schwarz criterion	-7.871108	
Log likelihood	3686.583	Hannan-Quinn criter.	-7.877514	
F-statistic	82081.97	Durbin-Watson stat	1.935554	
Prob(F-statistic)	0.000000			

Lecture 15: Ce ci nous amène à retenir le processus AR(1) qui est optimal donc c'est un modèle autorégressif d'ordre 1.

B-Test de présence d'effets ARCH sur le modèle AR(1) estimé

Tableau 12: Test de présence d'effets ARCH sur le modèle AR(1) estimé

View	Proc	Object	Print	Name	Freeze	Estimate	Forecast	Stats	Resids
Heteroskedasticity Test: ARCH									
F-statistic		10.81641	Prob. F(1,932)		0.0010				
Obs*R-squared		10.71527	Prob. Chi-Square(1)		0.0011				
Test Equation:									
Dependent Variable: RESID^2									
Method: Least Squares									
Date: 10/03/21 Time: 21:26									
Sample (adjusted): 1/03/2018 8/02/2021									
Included observations: 934 after adjustments									
Variable		Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.				
C		1.97E-05	1.48E-06	13.32214	0.0000				
RESID^2(-1)		0.107126	0.032573	3.288831	0.0010				
R-squared		0.011472	Mean dependent var		2.20E-05				
Adjusted R-squared		0.010412	S.D. dependent var		3.96E-05				
S.E. of regression		3.94E-05	Akaike info criterion		-17.44435				
Sum squared resid		1.45E-06	Schwarz criterion		-17.43399				
Log likelihood		8148.513	Hannan-Quinn criter.		-17.44040				
F-statistic		10.81641	Durbin-Watson stat		2.032941				
Prob(F-statistic)		0.001044							

Lecture 16 :

Le coefficient associé à « RESID^2(-1) » est statistiquement significatif au seuil de 5% puisque la probabilité critique étant < 5% pour un ARCH(1), nous acceptons l'hypothèse de présence d'effets ARCH d'ordre 1, nous confirmons que notre série brute « Taux » suit un processus ARCH d'ordre 1.

Correlogram of Residuals

Date: 09/22/21 Time: 15:25
Sample: 1/01/2018 8/02/2021
Included observations: 935
Q-statistic probabilities adjusted for 1 dynamic regressor

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
0.032	0.032	0.9349	0.334		
0.047	0.047	3.0492	0.218		
-0.036	-0.041	4.3938	0.222		
-0.071	-0.071	9.1757	0.057		
0.013	0.021	9.3321	0.097		
-0.078	-0.074	15.101	0.019		
-0.006	-0.008	15.132	0.034		
-0.076	-0.073	20.567	0.008		
0.009	0.011	20.646	0.014		
-0.003	-0.009	20.655	0.024		
-0.007	-0.012	20.702	0.037		
0.041	0.028	22.314	0.034		
0.015	0.016	22.516	0.048		
0.087	0.071	29.662	0.008		
-0.010	-0.015	29.763	0.013		
0.007	0.002	29.812	0.019		
-0.018	-0.011	30.132	0.025		
-0.003	0.012	30.139	0.036		
-0.018	-0.020	30.438	0.046		
-0.009	0.008	30.517	0.062		
0.018	0.019	30.837	0.076		
0.029	0.041	31.667	0.083		
-0.002	-0.014	31.672	0.107		
0.057	0.060	34.831	0.071		
-0.024	-0.026	35.374	0.082		
0.010	0.007	35.474	0.102		
-0.019	-0.018	35.824	0.119		
-0.031	-0.025	36.725	0.125		
-0.025	-0.023	37.322	0.138		
-0.028	-0.013	38.074	0.148		
0.001	-0.002	38.075	0.178		
-0.007	-0.002	38.123	0.211		
-0.016	-0.024	38.367	0.239		

Correlogram of Residuals Squared

Date: 09/22/21 Time: 15:31
Sample: 1/01/2018 8/02/2021
Included observations: 935

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
0.107	0.107	10.757	0.001		
0.165	0.155	36.295	0.000		
0.071	0.041	40.983	0.000		
0.062	0.027	44.554	0.000		
0.215	0.198	88.243	0.000		
0.137	0.095	105.95	0.000		
0.200	0.131	143.81	0.000		
0.171	0.116	171.54	0.000		
0.074	0.001	176.72	0.000		
0.077	-0.011	182.39	0.000		
0.140	0.087	200.98	0.000		
0.070	-0.024	205.70	0.000		
0.131	0.025	222.12	0.000		
0.056	-0.020	225.14	0.000		
0.095	0.019	233.70	0.000		
0.018	-0.067	234.00	0.000		
0.017	-0.038	234.28	0.000		
0.025	-0.043	234.87	0.000		
0.044	-0.004	236.73	0.000		
0.029	-0.025	237.56	0.000		
0.018	-0.014	237.86	0.000		
0.044	0.024	239.74	0.000		
0.013	0.008	239.90	0.000		
0.002	-0.014	239.90	0.000		
0.041	0.051	241.51	0.000		
0.012	0.001	241.65	0.000		
-0.004	-0.019	241.66	0.000		
-0.004	-0.007	241.67	0.000		
0.020	0.033	242.07	0.000		
0.024	0.005	242.62	0.000		
-0.029	-0.036	243.40	0.000		
0.047	0.050	245.51	0.000		

Figure 10: Correlogrammes des résidus Figure 11: Correlogrammes des résidus au carrée

Lecture 17 : La statistique Q de Ljung-Box indique des termes statistiquement différents de zéro autant pour le correlogramme des résidus que pour celui des résidus aux carrés ; Ce qui amène à présumer la présence d'effets ARCH d'ordre 1 dans notre série « Taux ».

C- Estimation du modèle ARCH(1,0)
On va estimer le modèle Taux=c+taux(-1)

Tableau 13: Test de signification du modèle

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.007839	0.004024	1.948013	0.0514
TAUX(-1)	0.993175	0.003462	286.9128	0.0000

Variance Equation				
Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	1.91E-05	1.13E-06	16.89711	0.0000
RESID(-1)^2	0.131682	0.034971	3.765473	0.0002

R-squared	0.988760	Mean dependent var	1.156065
Adjusted R-squared	0.988748	S.D. dependent var	0.044286
S.E. of regression	0.004698	Akaike info criterion	-7.893274
Sum squared resid	0.020590	Schwarz criterion	-7.872566
Log likelihood	3694.106	Hannan-Quinn criter.	-7.885378
Durbin-Watson stat	1.933562		

Pour valider cette estimation on procède à l'analyse des résidus

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob*
1	0.028	0.028	0.7155	0.398	
2	0.044	0.044	2.5548	0.279	
3	-0.041	-0.044	4.1705	0.244	
4	-0.074	-0.074	9.3191	0.054	
5	0.019	0.027	9.6519	0.086	
6	-0.071	-0.067	14.358	0.026	
7	-0.007	-0.012	14.409	0.044	
8	-0.067	-0.064	18.628	0.017	
9	0.008	0.010	18.692	0.028	
10	0.000	-0.006	18.692	0.044	
11	0.000	-0.005	18.692	0.067	
12	0.043	0.030	20.423	0.060	
13	0.015	0.017	20.641	0.080	
14	0.088	0.076	28.076	0.014	
15	-0.003	-0.006	28.085	0.021	
16	0.009	0.005	28.157	0.030	
17	-0.017	-0.009	28.441	0.040	
18	-0.004	0.012	28.459	0.055	
19	-0.015	-0.016	28.660	0.072	
20	-0.006	0.010	28.699	0.094	
21	0.011	0.012	28.815	0.119	
22	0.033	0.044	29.886	0.121	
23	-0.001	-0.010	29.887	0.153	
24	0.052	0.053	32.492	0.115	
25	-0.027	-0.030	33.194	0.126	
26	0.010	0.007	33.284	0.154	
27	-0.019	-0.019	33.629	0.177	
28	-0.022	-0.018	34.095	0.198	
29	-0.021	-0.023	34.537	0.220	
30	-0.022	-0.009	35.019	0.242	

Figure 12: Correlogramme des résidus

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob*
1	-0.021	-0.021	0.3981	0.528	
2	0.125	0.125	15.129	0.001	
3	0.050	0.056	17.460	0.001	
4	0.042	0.030	19.152	0.001	
5	0.166	0.158	45.183	0.000	
6	0.085	0.087	52.068	0.000	
7	0.102	0.070	61.867	0.000	
8	0.129	0.108	77.575	0.000	
9	0.071	0.051	82.364	0.000	
10	0.056	0.003	85.314	0.000	
11	0.138	0.100	103.48	0.000	
12	0.036	0.003	104.73	0.000	
13	0.112	0.043	116.60	0.000	
14	0.030	-0.012	117.44	0.000	
15	0.092	0.042	125.43	0.000	
16	0.023	-0.037	125.95	0.000	
17	0.006	-0.051	125.98	0.000	
18	0.027	-0.031	126.70	0.000	
19	0.054	0.012	129.48	0.000	
20	0.015	-0.032	129.69	0.000	
21	0.018	-0.022	130.00	0.000	
22	0.045	0.021	131.99	0.000	
23	0.014	-0.000	132.19	0.000	
24	0.001	-0.033	132.19	0.000	
25	0.046	0.045	134.18	0.000	
26	0.011	0.000	134.29	0.000	
27	-0.013	-0.034	134.45	0.000	
28	0.002	-0.009	134.45	0.000	
29	0.029	0.039	135.24	0.000	
30	0.034	0.019	136.36	0.000	
31	-0.026	-0.032	137.00	0.000	

Figure 13: Correlogramme des résidus au carré

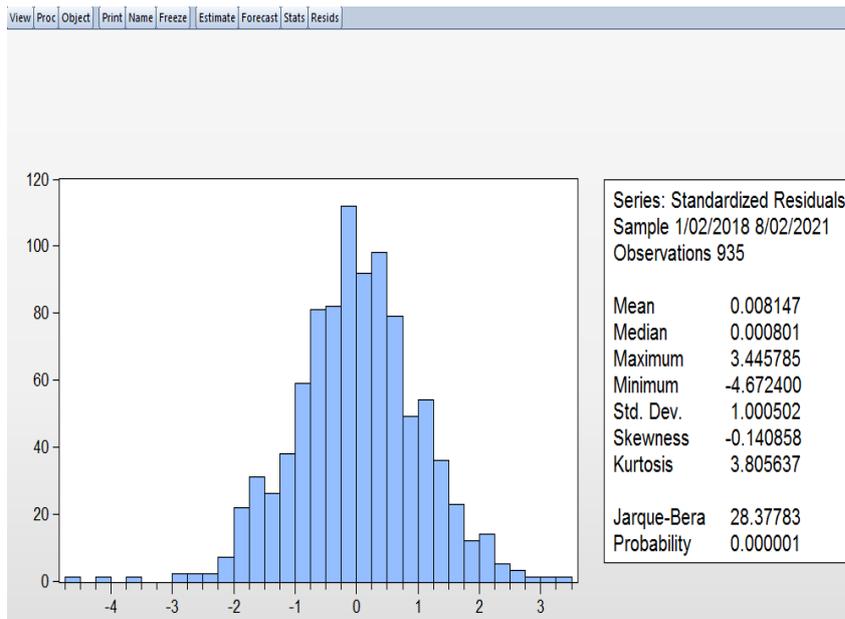


Figure 14: Test de normalité

Résultat : D'après les correlogrammes, nous avons des probabilités inférieures à 0.05 donc Les résidus de l'estimation de ce modèle ne sont pas de bruits blancs : le processus ARCH(1) n'est pas accepté.

D-Estimation du modèle AR(1) avec erreurs GARCH(0,1) : c'est le modèle qui nous a paru significatif.

On fixe sur Eviews « ARCH : 0 et GARCH(1)

Tableau 14: Test de signification du modèle

View	Proc	Object	Print	Name	Freeze	Estimate	Forecast	Stats	Resids
Dependent Variable: TAUX									
Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)									
Date: 09/26/21 Time: 21:55									
Sample (adjusted): 1/02/2018 8/02/2021									
Included observations: 935 after adjustments									
Convergence achieved after 61 iterations									
Coefficient covariance computed using outer product of gradients									
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)									
GARCH = C(3) + C(4)*GARCH(-1)									
Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.					
C	0.007550	0.003873	1.949257	0.0513					
TAUX(-1)	0.993433	0.003350	296.5170	0.0000					
Variance Equation									
C	1.61E-07	1.10E-07	1.461248	0.1439					
GARCH(-1)	0.992073	0.005205	190.6132	0.0000					
R-squared	0.988760	Mean dependent var	1.156065						
Adjusted R-squared	0.988748	S.D. dependent var	0.044286						
S.E. of regression	0.004698	Akaike info criterion	-7.887261						
Sum squared resid	0.020589	Schwarz criterion	-7.866553						
Log likelihood	3691.294	Hannan-Quinn criter.	-7.879365						
Durbin-Watson stat	1.934186								

Corrélogramme des résidus Corrélogramme des résidus aux carrés

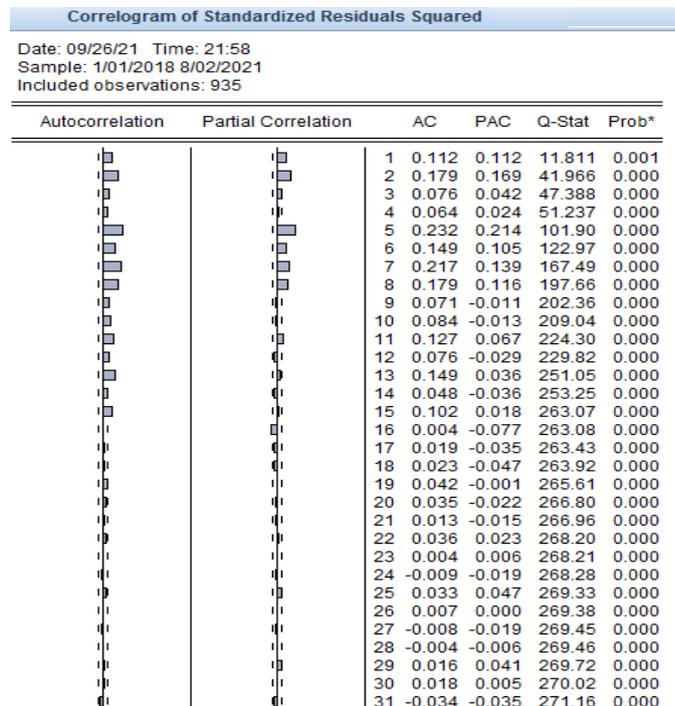
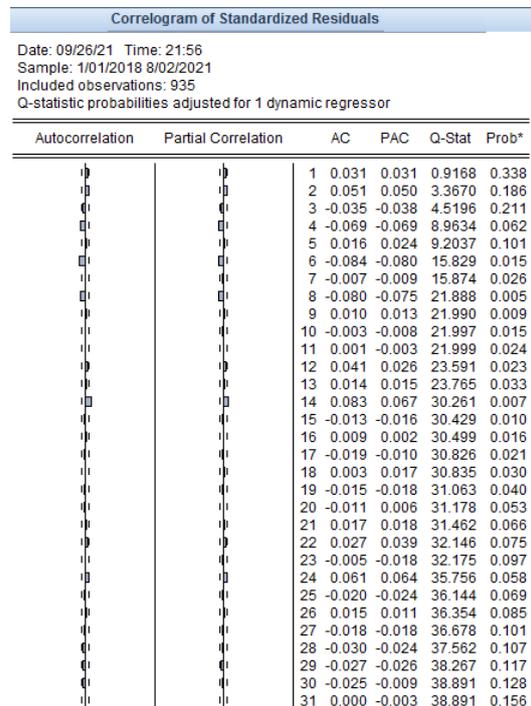


Figure 15: Correlogramme des résidus Figure 16: Correlogramme des résidus au Carrée

D'après les correlogrammes nous avons des probabilités inférieures à 0.05 donc, les résidus de l'estimation de ce modèle ne forme pas un bruit blanc : le processus AR(1) avec erreurs GARCH(0,1) n'est pas accepté.

E-Estimation du modèle AR(1) avec erreurs TGARCH(1,1) :

c'est le modèle qui nous a paru significatif.

On fixe « ARCH : 1, GARCH : 1, Threshold order : 1 » :

Tableau 15: Test de signification du modèle

Dependent Variable: TAUX
 Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)
 Date: 09/26/21 Time: 22:06
 Sample (adjusted): 1/02/2018 8/02/2021
 Included observations: 935 after adjustments
 Convergence achieved after 48 iterations
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
 GARCH = C(3) + C(4)*RESID(-1)^2 + C(5)*RESID(-1)^2*(RESID(-1)<0) + C(6)*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.007731	0.003706	2.086160	0.0370
TAUX(-1)	0.993262	0.003219	308.5712	0.0000

Variance Equation

C	3.46E-07	1.66E-07	2.088192	0.0368
RESID(-1)^2	0.069788	0.015372	4.539901	0.0000
RESID(-1)^2*(RESID(-1)<0)	-0.042944	0.019433	-2.209892	0.0271
GARCH(-1)	0.935186	0.015154	61.71307	0.0000

R-squared	0.988759	Mean dependent var	1.156065
Adjusted R-squared	0.988747	S.D. dependent var	0.044286
S.E. of regression	0.004698	Akaike info criterion	-7.956918
Sum squared resid	0.020590	Schwarz criterion	-7.925855
Log likelihood	3725.859	Hannan-Quinn criter.	-7.945073
Durbin-Watson stat	1.933716		

Corrélogramme des résidus Corrélogramme des résidus aux carrés

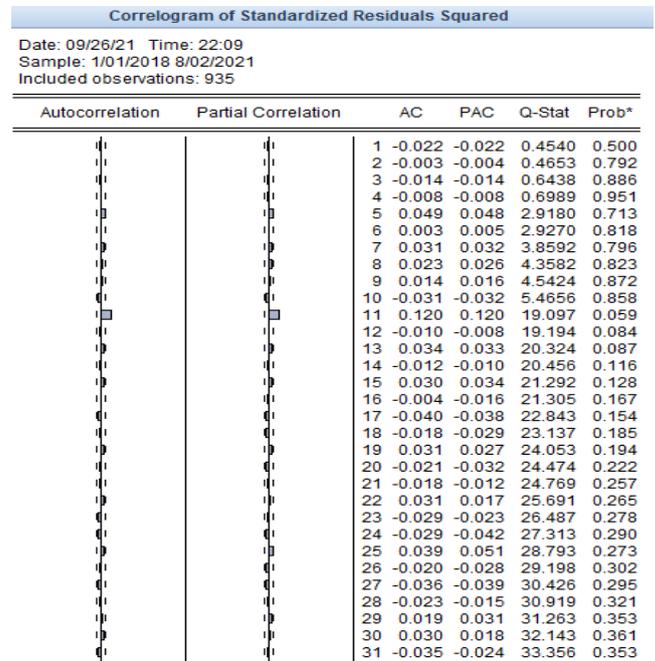
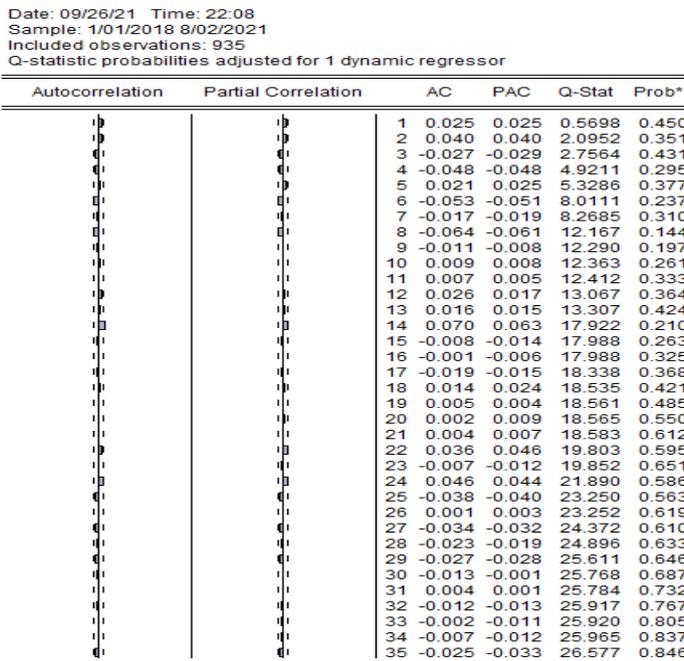


Figure 17: Corrélogramme des résidus Figure 18: Corrélogramme des résidus au Carrée

Toutes les probabilités sont supérieures à 0.05 donc les résidus de l'estimation de ce modèle sont de bruits blancs : le processus AR(1) avec erreurs TGARCH(1,1) est accepté

F-Estimation du modèle AR(1) avec erreurs EGARCH(1,1) :

c'est le modèle qui nous a paru significatif.

On fixe « ARCH : 1, GARCH : 1, Asymetric order : 1 » (NB : dans "Model", choisir "EGARCH") :

Tableau 16: Test de signification du modèle

Dependent Variable: TAUX
 Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)
 Date: 09/26/21 Time: 22:24
 Sample (adjusted): 1/02/2018 8/02/2021
 Included observations: 935 after adjustments
 Convergence achieved after 54 iterations
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
 LOG(GARCH) = C(3) + C(4)*ABS(RESID(-1)/@SQRT(GARCH(-1))) + C(5)
 *RESID(-1)/@SQRT(GARCH(-1)) + C(6)*LOG(GARCH(-1))

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.007590	0.002904	2.613589	0.0090
TAUX(-1)	0.993380	0.002521	394.0536	0.0000

Variance Equation				
C(3)	-0.448333	0.149277	-3.003357	0.0027
C(4)	0.125921	0.022896	5.499791	0.0000
C(5)	0.032997	0.016900	1.952470	0.0509
C(6)	0.967776	0.012846	75.33406	0.0000

R-squared	0.988759	Mean dependent var	1.156065
Adjusted R-squared	0.988747	S.D. dependent var	0.044286
S.E. of regression	0.004698	Akaike info criterion	-7.953834
Sum squared resid	0.020591	Schwarz criterion	-7.922771
Log likelihood	3724.417	Hannan-Quinn criter.	-7.941989
Durbin-Watson stat	1.933933		

Corrélogramme des résidus

Corrélogramme des résidus aux carrés

Date: 09/26/21 Time: 22:27
 Sample: 1/01/2018 8/02/2021
 Included observations: 935
 Q-statistic probabilities adjusted for 1 dynamic regressor

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob*
1	0.026	0.026	0.6195	0.431	
2	0.040	0.040	2.1326	0.344	
3	-0.027	-0.029	2.8158	0.421	
4	-0.050	-0.051	5.2156	0.266	
5	0.019	0.024	5.5610	0.351	
6	-0.055	-0.053	8.3691	0.212	
7	-0.016	-0.018	8.6137	0.282	
8	-0.067	-0.064	12.919	0.115	
9	-0.011	-0.007	13.026	0.161	
10	0.007	0.006	13.079	0.219	
11	0.007	0.004	13.128	0.285	
12	0.029	0.019	13.922	0.306	
13	0.016	0.015	14.156	0.363	
14	0.071	0.064	18.992	0.165	
15	-0.008	-0.014	19.049	0.212	
16	0.000	-0.005	19.049	0.266	
17	-0.019	-0.014	19.395	0.306	
18	0.014	0.025	19.592	0.356	
19	0.004	0.003	19.605	0.419	
20	0.001	0.009	19.605	0.483	
21	0.007	0.009	19.652	0.543	
22	0.035	0.046	20.824	0.532	
23	-0.006	-0.011	20.861	0.590	
24	0.049	0.047	23.139	0.512	
25	-0.036	-0.038	24.399	0.496	
26	0.003	0.004	24.406	0.553	
27	-0.033	-0.031	25.466	0.548	
28	-0.025	-0.020	26.069	0.569	
29	-0.027	-0.028	26.796	0.583	
30	-0.014	-0.002	26.994	0.624	

Date: 09/26/21 Time: 22:28
 Sample: 1/01/2018 8/02/2021
 Included observations: 935

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob*
1	-0.021	-0.021	0.4012	0.526	
2	0.000	-0.000	0.4012	0.818	
3	-0.010	-0.010	0.5022	0.918	
4	-0.009	-0.009	0.5768	0.966	
5	0.054	0.054	3.3619	0.644	
6	0.008	0.010	3.4174	0.755	
7	0.036	0.037	4.6565	0.702	
8	0.030	0.033	5.4955	0.704	
9	0.013	0.016	5.6671	0.773	
10	-0.030	-0.031	6.4969	0.772	
11	0.110	0.110	17.948	0.083	
12	-0.006	-0.005	17.985	0.116	
13	0.041	0.037	19.578	0.106	
14	-0.012	-0.012	19.710	0.140	
15	0.039	0.043	21.169	0.132	
16	-0.002	-0.014	21.174	0.172	
17	-0.038	-0.037	22.526	0.165	
18	-0.013	-0.025	22.688	0.203	
19	0.036	0.032	23.925	0.199	
20	-0.017	-0.029	24.213	0.233	
21	-0.015	-0.011	24.428	0.273	
22	0.029	0.017	25.214	0.287	
23	-0.031	-0.026	26.121	0.295	
24	-0.027	-0.041	26.832	0.312	
25	0.043	0.055	28.632	0.280	
26	-0.012	-0.021	28.760	0.322	
27	-0.036	-0.040	30.012	0.314	
28	-0.021	-0.015	30.446	0.342	
29	0.026	0.040	31.116	0.360	
30	0.038	0.026	32.543	0.343	
31	-0.036	-0.027	33.806	0.333	
32	0.020	0.029	34.204	0.362	
33	0.014	0.017	34.404	0.400	
34	-0.015	-0.017	34.626	0.438	

Figure 19: Correlogramme des résidus **Figure 20: Correlogramme des résidus au Carrée**

Les résidus de l'estimation de ce modèle sont de bruits blancs: le processus AR(1) avec erreurs EGARCH(1,1) est accepté.

G-Estimation du modèle AR(1) avec erreurs ARCH(1)-M:

c'est le modèle qui nous a paru significatif.

Nous avons deux possibilités pour estimer le modèle ARCH-M, à savoir :

1ère possibilité/Hypothèse : la variance conditionnelle intervient dans l'espérance conditionnelle comme suit (notre cas : AR(1) avec erreurs ARCH(1)-M

Tableau 17: Test de signification du modèle

Dependent Variable: TAUX
 Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)
 Date: 09/26/21 Time: 22:42
 Sample (adjusted): 1/02/2018 8/02/2021
 Included observations: 935 after adjustments
 Convergence achieved after 17 iterations
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
 GARCH = C(3) + C(4)*RESID(-1)^2

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
GARCH	37.55348	36.33547	1.033521	0.3014
TAUX(-1)	0.999253	0.000682	1464.238	0.0000

Variance Equation				
C	1.93E-05	1.06E-06	18.15797	0.0000
RESID(-1)^2	0.129071	0.031922	4.043299	0.0001

R-squared	0.988707	Mean dependent var	1.156065
Adjusted R-squared	0.988694	S.D. dependent var	0.044286
S.E. of regression	0.004709	Akaike info criterion	-7.890227
Sum squared resid	0.020687	Schwarz criterion	-7.869519
Log likelihood	3692.681	Hannan-Quinn criter.	-7.882331
Durbin-Watson stat	1.925917		

Corrélogramme des résidus

Corrélogramme des résidus aux carrés

Date: 09/26/21 Time: 22:42
 Sample: 1/01/2018 8/02/2021
 Included observations: 935
 Q-statistic probabilities adjusted for 1 dynamic regressor

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob*
1	0.028	0.028	0.7314	0.392	
2	0.039	0.038	2.1492	0.341	
3	-0.045	-0.047	4.0570	0.255	
4	-0.079	-0.078	9.9181	0.042	
5	0.014	0.022	10.114	0.072	
6	-0.074	-0.071	15.253	0.018	
7	-0.010	-0.015	15.341	0.032	
8	-0.068	-0.067	19.655	0.012	
9	0.004	0.005	19.672	0.020	
10	-0.002	-0.010	19.675	0.032	
11	-0.005	-0.011	19.701	0.050	
12	0.040	0.026	21.223	0.047	
13	0.013	0.013	21.377	0.066	
14	0.085	0.072	28.288	0.013	
15	-0.006	-0.010	28.324	0.020	
16	0.004	0.001	28.342	0.029	
17	-0.020	-0.012	28.717	0.037	
18	-0.007	0.009	28.758	0.051	
19	-0.017	-0.020	29.050	0.065	
20	-0.013	0.002	29.205	0.084	
21	0.008	0.009	29.272	0.108	
22	0.032	0.042	30.244	0.113	
23	0.001	-0.009	30.245	0.143	
24	0.051	0.051	32.750	0.109	
25	-0.032	-0.034	33.732	0.114	
26	0.009	0.007	33.803	0.140	
27	-0.021	-0.020	34.227	0.160	
28	-0.026	-0.023	34.900	0.173	
29	-0.023	-0.024	35.400	0.192	
30	-0.024	-0.010	35.947	0.210	

Figure 21: Correlogramme des résidus

Date: 09/26/21 Time: 22:43
 Sample: 1/01/2018 8/02/2021
 Included observations: 935

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob*
1	-0.018	-0.018	0.2955	0.587	
2	0.125	0.125	14.959	0.001	
3	0.054	0.059	17.677	0.001	
4	0.044	0.031	19.506	0.001	
5	0.167	0.158	45.674	0.000	
6	0.093	0.094	53.878	0.000	
7	0.110	0.079	65.320	0.000	
8	0.129	0.107	81.124	0.000	
9	0.070	0.046	85.718	0.000	
10	0.052	-0.002	88.320	0.000	
11	0.143	0.101	107.74	0.000	
12	0.041	0.005	109.35	0.000	
13	0.112	0.040	121.17	0.000	
14	0.029	-0.016	121.99	0.000	
15	0.096	0.045	130.79	0.000	
16	0.023	-0.038	131.28	0.000	
17	0.011	-0.049	131.39	0.000	
18	0.027	-0.032	132.09	0.000	
19	0.056	0.012	135.05	0.000	
20	0.017	-0.031	135.34	0.000	
21	0.020	-0.019	135.74	0.000	
22	0.047	0.020	137.82	0.000	
23	0.013	-0.002	137.98	0.000	
24	-0.003	-0.037	137.98	0.000	
25	0.048	0.046	140.23	0.000	
26	0.013	0.001	140.41	0.000	
27	-0.016	-0.038	140.64	0.000	
28	0.003	-0.010	140.65	0.000	
29	0.030	0.043	141.54	0.000	
30	0.030	0.014	142.44	0.000	
31	-0.023	-0.029	142.94	0.000	
32	0.048	0.053	145.10	0.000	

Figure 22: Correlogramme des résidus au Carrée

D'après les correlogrammes nous avons des probabilités inférieures à 0.05 donc ,les résidus de l'estimation de ce modèle ne sont de bruits blancs : le processus AR(1) avec erreurs ARCH(1)-M n'est pas accepté.

2ème possibilité/Hypothèse : l'écart-type conditionnel intervient dans l'espérance conditionnelle comme suit (notre cas : AR(1) avec erreurs ARCH(2)-M)

Tableau 18: Test de signification du modèle

Dependent Variable: TAUX
 Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)
 Date: 09/26/21 Time: 22:48
 Sample (adjusted): 1/02/2018 8/02/2021
 Included observations: 935 after adjustments
 Convergence achieved after 20 iterations
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
 GARCH = C(3) + C(4)*RESID(-1)^2

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
@SQRT(GARCH)	0.531497	0.375216	1.416509	0.1566
TAUX(-1)	0.997827	0.001496	666.7942	0.0000

Variance Equation				
C	1.93E-05	1.05E-06	18.44918	0.0000
RESID(-1)^2	0.123679	0.030081	4.111528	0.0000

R-squared	0.988710	Mean dependent var	1.156065
Adjusted R-squared	0.988697	S.D. dependent var	0.044286
S.E. of regression	0.004708	Akaike info criterion	-7.891025
Sum squared resid	0.020682	Schwarz criterion	-7.870317
Log likelihood	3693.054	Hannan-Quinn criter.	-7.883129
Durbin-Watson stat	1.924767		

Corrélogramme des résidus

Corrélogramme des résidus aux carrés

Date: 09/26/21 Time: 22:53
 Sample: 1/01/2018 8/02/2021
 Included observations: 935
 Q-statistic probabilities adjusted for 1 dynamic regressor

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob*
1	0.028	0.028	0.7477	0.387	
2	0.039	0.038	2.1816	0.336	
3	-0.045	-0.047	4.0889	0.252	
4	-0.078	-0.077	9.8427	0.043	
5	0.014	0.022	10.024	0.075	
6	-0.074	-0.072	15.257	0.018	
7	-0.009	-0.014	15.337	0.032	
8	-0.068	-0.067	19.724	0.011	
9	0.004	0.005	19.740	0.020	
10	-0.002	-0.010	19.745	0.032	
11	-0.006	-0.012	19.779	0.048	
12	0.040	0.027	21.321	0.046	
13	0.012	0.012	21.467	0.064	
14	0.085	0.072	28.345	0.013	
15	-0.007	-0.011	28.389	0.019	
16	0.004	0.001	28.402	0.028	
17	-0.020	-0.012	28.775	0.037	
18	-0.007	0.009	28.820	0.051	
19	-0.017	-0.020	29.109	0.064	
20	-0.014	0.001	29.290	0.082	
21	0.008	0.009	29.353	0.106	
22	0.032	0.042	30.316	0.111	
23	0.001	-0.009	30.317	0.141	
24	0.052	0.051	32.878	0.107	
25	-0.032	-0.035	33.895	0.110	
26	0.009	0.007	33.970	0.136	
27	-0.021	-0.020	34.409	0.154	
28	-0.027	-0.024	35.134	0.166	
29	-0.023	-0.025	35.652	0.184	
30	-0.024	-0.010	36.206	0.201	
31	-0.001	-0.005	36.207	0.238	

Date: 09/26/21 Time: 22:54
 Sample: 1/01/2018 8/02/2021
 Included observations: 935

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob*
1	-0.013	-0.013	0.1603	0.689	
2	0.130	0.130	15.999	0.000	
3	0.053	0.058	18.681	0.000	
4	0.045	0.030	20.577	0.000	
5	0.168	0.159	47.278	0.000	
6	0.097	0.096	56.079	0.000	
7	0.114	0.080	68.296	0.000	
8	0.132	0.108	84.695	0.000	
9	0.071	0.046	89.453	0.000	
10	0.054	-0.003	92.176	0.000	
11	0.145	0.102	112.07	0.000	
12	0.042	0.004	113.73	0.000	
13	0.113	0.040	125.97	0.000	
14	0.030	-0.017	126.83	0.000	
15	0.098	0.045	135.92	0.000	
16	0.021	-0.041	136.33	0.000	
17	0.011	-0.051	136.43	0.000	
18	0.027	-0.032	137.16	0.000	
19	0.055	0.010	140.00	0.000	
20	0.019	-0.031	140.35	0.000	
21	0.020	-0.019	140.75	0.000	
22	0.047	0.021	142.88	0.000	
23	0.013	-0.002	143.04	0.000	
24	-0.003	-0.037	143.04	0.000	
25	0.048	0.047	145.29	0.000	
26	0.014	0.002	145.48	0.000	
27	-0.014	-0.036	145.66	0.000	
28	0.001	-0.011	145.66	0.000	
29	0.030	0.043	146.55	0.000	
30	0.031	0.015	147.46	0.000	
31	-0.023	-0.031	147.99	0.000	

Figure 23: Correlogramme des résidus

Figure 24: Correlogramme des résidus au Carrée

D'après les correlogrammes nous avons des probabilités inférieures à 0.05 donc, les résidus de l'estimation de ce modèle ne sont de bruits blancs : le processus **AR(1) avec erreurs ARCH(1)-M** n'est pas accepté

H-Estimation du modèle AR(1) avec erreurs GARCH(1,0)-M: c'est le modèle qui nous a paru significatif .

1ère possibilité/Hypothèse : la variance conditionnelle intervient dans l'espérance conditionnelle comme suit (notre cas : AR(1) avec erreurs GARCH(1)-M)

Tableau 19: Test de signification du modèle

Dependent Variable: TAUX
 Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)
 Date: 09/26/21 Time: 23:02
 Sample (adjusted): 1/02/2018 8/02/2021
 Included observations: 935 after adjustments
 Convergence achieved after 88 iterations
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients
 Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
 GARCH = C(3) + C(4)*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
GARCH	400.5430	112.6847	3.554546	0.0004
TAUX(-1)	0.992432	0.002131	465.7460	0.0000

Variance Equation				
C	6.73E-07	3.95E-07	1.702140	0.0887
GARCH(-1)	0.968744	0.018294	52.95341	0.0000

R-squared	0.988802	Mean dependent var	1.156065
Adjusted R-squared	0.988790	S.D. dependent var	0.044286
S.E. of regression	0.004689	Akaike info criterion	-7.885979
Sum squared resid	0.020513	Schwarz criterion	-7.865271
Log likelihood	3690.695	Hannan-Quinn criter.	-7.878083
Durbin-Watson stat	1.939380		

Corrélogramme des résidus

Date: 09/26/21 Time: 23:04
 Sample: 1/01/2018 8/02/2021
 Included observations: 935
 Q-statistic probabilities adjusted for 1 dynamic regressor

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob*
1	0.255	0.255	61.130	0.000	
2	0.269	0.218	129.18	0.000	
3	0.206	0.109	169.24	0.000	
4	0.174	0.065	197.67	0.000	
5	0.231	0.138	248.09	0.000	
6	0.138	0.012	266.06	0.000	
7	0.191	0.081	300.60	0.000	
8	0.134	0.017	317.63	0.000	
9	0.207	0.109	358.01	0.000	
10	0.198	0.077	395.24	0.000	
11	0.201	0.076	433.71	0.000	
12	0.218	0.076	478.84	0.000	
13	0.191	0.053	513.63	0.000	
14	0.235	0.086	566.16	0.000	
15	0.166	0.008	592.48	0.000	
16	0.185	0.030	625.04	0.000	
17	0.163	0.018	650.45	0.000	
18	0.183	0.048	682.33	0.000	
19	0.162	0.007	707.48	0.000	
20	0.153	0.015	729.97	0.000	
21	0.174	0.029	759.01	0.000	
22	0.173	0.039	787.69	0.000	
23	0.150	-0.015	809.21	0.000	
24	0.200	0.067	847.63	0.000	
25	0.131	-0.031	864.07	0.000	
26	0.162	0.017	889.39	0.000	
27	0.121	-0.029	903.48	0.000	
28	0.108	-0.030	914.74	0.000	
29	0.100	-0.036	924.44	0.000	
30	0.109	0.002	935.87	0.000	

Figure 25: Correlogramme des résidus

D'après le correlogramme, nous avons des probabilités inférieures à 0.05 donc, les résidus de l'estimation de ce modèle ne sont de bruits blancs : le processus **AR(1) avec erreurs GARCH(1)-M** n'est pas accepté .

I-Résultat d'estimations

A la lecture des corrélogrammes des résidus, il apparaît que pour six modèles/processus les résidus issus de la variance conditionnelle ne sont pas des bruits blancs (prob<5%). Il s'agit des modèles : ARCH(1) ; AR(1) avec erreurs GARCH(1,0); AR(1) avec erreurs ARCH(1)-M/variance AR(1) avec erreurs ARCH(1)-M/ Ecart-type ,AR(1) avec erreurs GARCH(1)-M GARCH(1,0)-M/Ecart-type.

- **Modèle optimal** : au regard des résultats ci-dessus, on note le modèle optimal comme suit :
- le processus AR(1) avec erreurs TGARCH(1,1)
- le processus AR(1) avec erreurs EGARCH(1,1)

3.4.1 : Prédiction par le processus AR(1) avec erreurs TGARCH(1,1)

A- Estimation des Paramètres de modèle

Tableau 20: Estimation de modèle

View	Proc	Object	Print	Name	Freeze	Estimate	Forecast	Stats	Resids
------	------	--------	-------	------	--------	----------	----------	-------	--------

Estimation Command:
 =====
 ARCH(THRSH=1) TAUX C TAUX(-1)

Estimation Equation:
 =====
 TAUX = C(1) + C(2)*TAUX(-1)

GARCH = C(3) + C(4)*RESID(-1)^2 + C(5)*RESID(-1)^2*(RESID(-1)<0) + C(6)*GARCH(-1)

Substituted Coefficients:
 =====
 TAUX = 0.00773144899984 + 0.993262320328*TAUX(-1)

GARCH = 3.45997907247e-07 + 0.0697883594551*RESID(-1)^2 - 0.0429442380238*RESID(-1)^2*(RESID(-1)<0) + 0.935185942662*GARCH(-1)

B- Prédiction du taux de change sur la période 03 aout 2021 à 02 septembre 2021

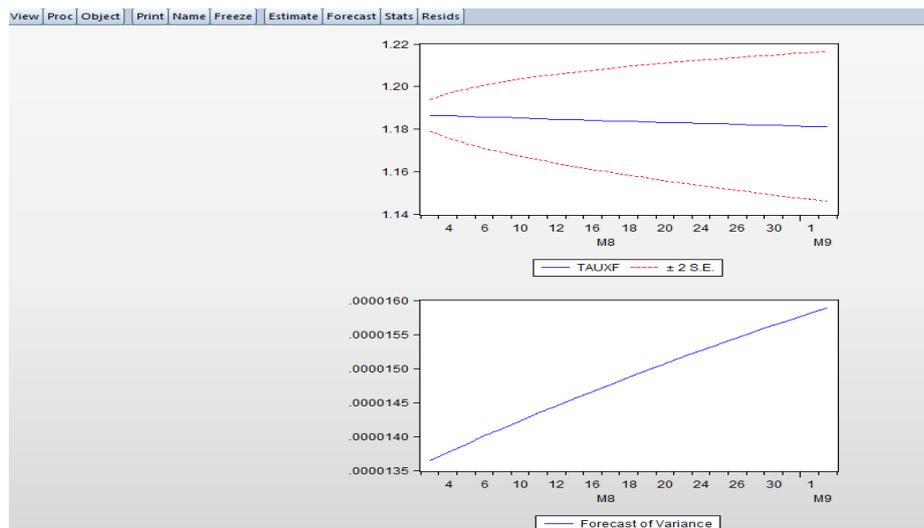


Figure 26: présentation graphique de la prédiction

C- Présentation graphique comparative de la série brute et la série prévue

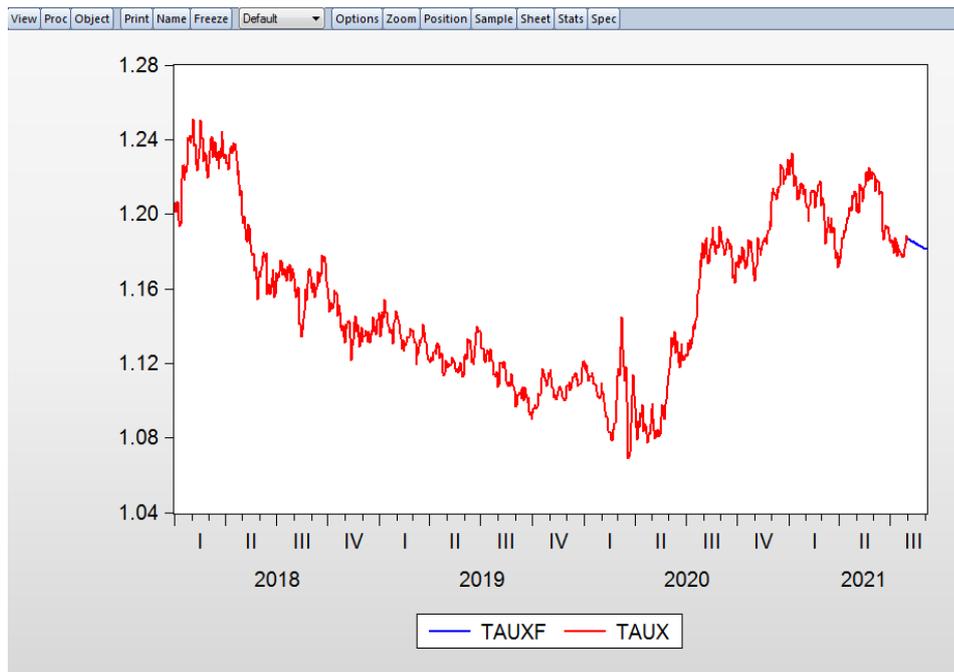


Figure 27: présentation graphique de la prévision

D- Tableau comparatif entre le taux de change real et prévu de dollars américains (USD) pour 1 euro (EUR)

Date de prevision	taux de change real entre le Dollars américains (USD) pour 1 Euro (EUR)	taux de change prévu par le modèle entre le Dollars américains (USD) pour 1 Euro (EUR)	Ecart
03/08/2021	1,186	1,18644	-0,0004
04/08/2021	1,1835	1,18617	-0,0027
05/08/2021	1,1832	1,18591	-0,0027
06/08/2021	1,176	1,18565	-0,0097
09/08/2021	1,1737	1,18540	-0,0117
10/08/2021	1,1718	1,18514	-0,0133
11/08/2021	1,1737	1,18489	-0,0112
12/08/2021	1,1727	1,18464	-0,0119
13/08/2021	1,1791	1,18439	-0,0053
16/08/2021	1,1777	1,18414	-0,0064
17/08/2021	1,1708	1,18389	-0,0131
18/08/2021	1,171	1,18365	-0,0126
19/08/2021	1,1674	1,18340	-0,0160
20/08/2021	1,1696	1,18316	-0,0136
23/08/2021	1,1743	1,18292	-0,0086
24/08/2021	1,1753	1,18268	-0,0074
25/08/2021	1,177	1,18244	-0,0054
26/08/2021	1,175	1,18221	-0,0072
27/08/2021	1,1793	1,18197	-0,0027
30/08/2021	1,1795	1,18174	-0,0022
31/08/2021	1,1807	1,18151	-0,0008
01/09/2021	1,1837	1,18128	0,0024
02/09/2021	1,1873	1,18105	0,0062

Conclusion 1

Les écarts entre les valeurs réelles du taux de change et les valeurs prévues sont acceptables, en effet la prévision par le processus AR(1) avec erreurs TGARCH(1,1) donne des résultats admissibles ce qui nécessite d'autres travaux de recherche par d'autres modèles stochastiques dans ce domaine.

3.4.2 :Prévision par le processus AR(1) avec erreurs EGARCH(1,1)

A-Paramètres de modèle

Tableau 22: Estimation de modèle

View	Proc	Object	Print	Name	Freeze	Estimate	Forecast	Stats	Resids
Estimation Command:									
=====									
ARCH(THRESH=1, EGARCH) TAUX C TAUX(-1)									
Estimation Equation:									
=====									
TAUX = C(1) + C(2)*TAUX(-1)									
LOG(GARCH) = C(3) + C(4)*ABS(RESID(-1))/SQRT(GARCH(-1)) + C(5)*RESID(-1)/SQRT(GARCH(-1)) + C(6)*LOG(GARCH(-1))									
Substituted Coefficients:									
=====									
TAUX = 0.00759038671103 + 0.993379922631*TAUX(-1)									
LOG(GARCH) = -0.44833318037 + 0.1259214511*ABS(RESID(-1))/SQRT(GARCH(-1)) + 0.0329965521465*RESID(-1)/SQRT(GARCH(-1)) + 0.967776359326*LOG(GARCH(-1))									

B-Prévision du taux de change sur la période 03 aout 2021 à 02 septembre 2021

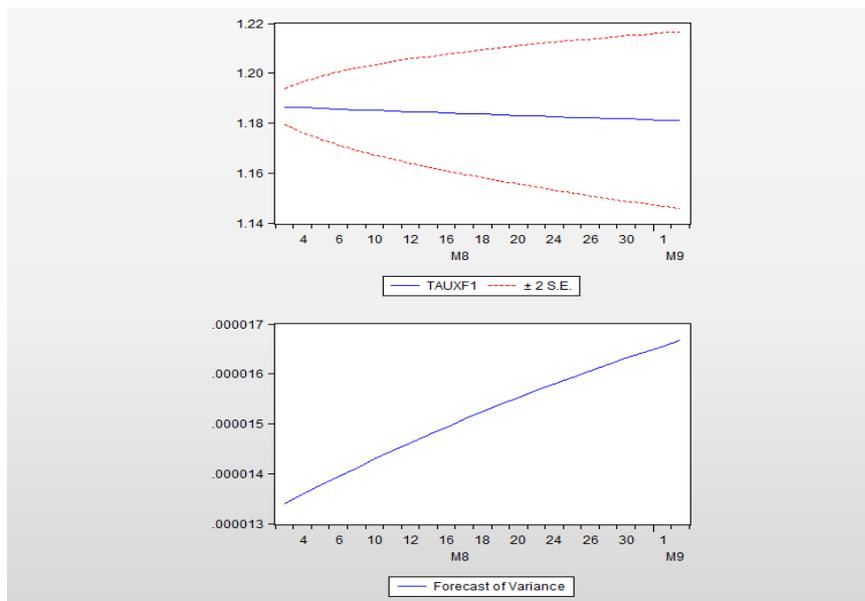


Figure 28: présentation graphique de la prévision

C :Présentation graphique comparative de la série brute et la série

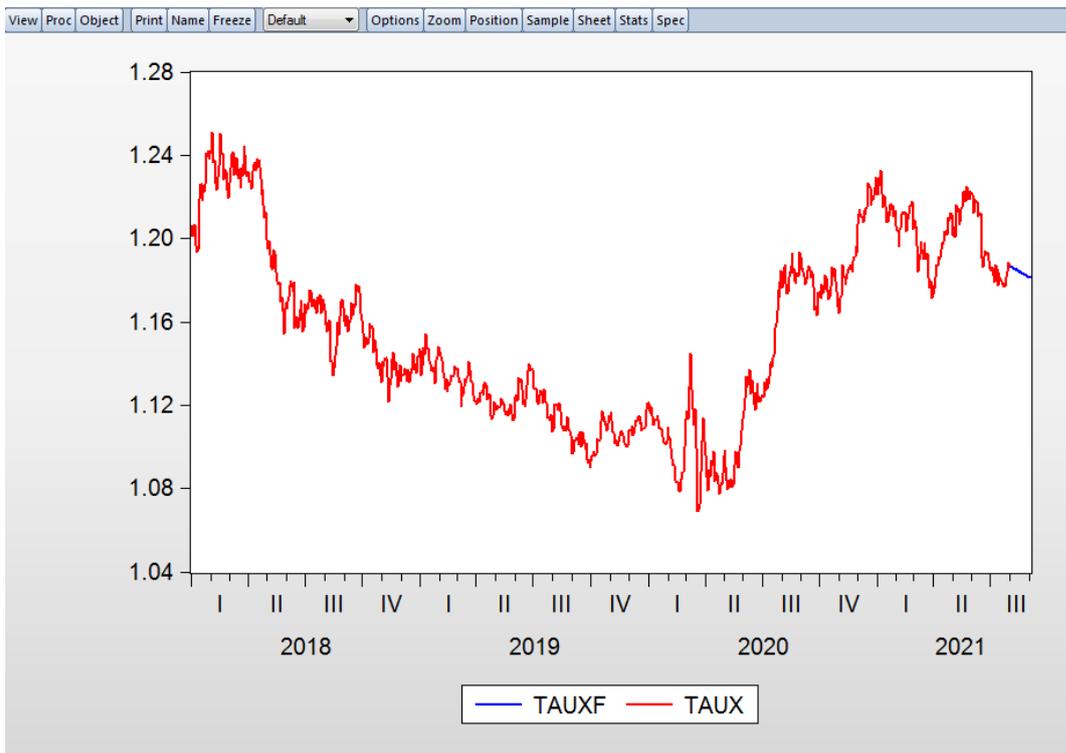


Figure 29: présentation graphique de la prévision

E- Tableau comparatif entre le taux de change réel et prévu de dollars américains (USD) pour 1 euro (EUR)

Date de prevision	taux de change real entre le Dollars américains (USD) pour 1 Euro (EUR)	taux de change prévu par le modèle entre le Dollars américains (USD) pour 1 Euro (EUR)	Ecart
03/08/2021	1,186	1,186434341	-0,0004
04/08/2021	1,1835	1,18617044	-0,0027
05/08/2021	1,1832	1,185908287	-0,0027
06/08/2021	1,176	1,185647869	-0,0096
09/08/2021	1,1737	1,185389175	-0,0117
10/08/2021	1,1718	1,185132194	-0,0133
11/08/2021	1,1737	1,184876914	-0,0112
12/08/2021	1,1727	1,184623324	-0,0119
13/08/2021	1,1791	1,184371412	-0,0053
16/08/2021	1,1777	1,184121169	-0,0064
17/08/2021	1,1708	1,183872582	-0,0131
18/08/2021	1,171	1,18362564	-0,0126
19/08/2021	1,1674	1,183380334	-0,0160
20/08/2021	1,1696	1,183136651	-0,0135
23/08/2021	1,1743	1,182894582	-0,0086
24/08/2021	1,1753	1,182654115	-0,0074
25/08/2021	1,177	1,18241524	-0,0054
26/08/2021	1,175	1,182177946	-0,0072
27/08/2021	1,1793	1,181942223	-0,0026
30/08/2021	1,1795	1,181708061	-0,0022
31/08/2021	1,1807	1,181475449	-0,0008
01/09/2021	1,1837	1,181244377	0,0025
02/09/2021	1,1873	1,181014834	0,0063

Conclusion 2

La prévision par le processus AR(1) avec erreurs EGARCH(1,1) donne des résultats acceptables ce qui nécessite d'autres travaux de recherche par d'autres modèles stochastiques dans ce domaine.

Conclusion Générale

Conclusion Générale

Les modèles linéaires à erreurs gaussiennes ne permettent pas de modéliser les séries à forte variabilités comme les séries financières et à titre exemple le taux de change. C'est pourquoi nous avons essayé de modéliser ces séries par les modèles ARMA à effet GARCH dont l'erreur n'est pas un bruit blanc.

L'étude faite sur le taux de change EURO/USD, nous permet de conclure premièrement que les écarts entre les valeurs réelles du taux de change et les valeurs prévues sont acceptables. En effet, ceci nous amène à souligner que la prévision par les processus AR(1) avec erreurs TGARCH(1,1) et AR(1) avec des erreurs EGARCH(1,1) ont donné des résultats admissibles et très proches, que nous pouvons tolérer dans les opérations de change. Pour atteindre un niveau de précision plus élevé, il est nécessaire d'entamer d'autres travaux de recherche par d'autres modèles stochastiques dans ce domaine.

Annexe

Tableau des données présentant le taux de changes d'euro en dollars américain durant la période du 1 janvier 2018 jusqu'au 2 aout 2021

Date	taux de change entre le Dollars américains (USD) pour 1 Euro (EUR)	Date	taux de change entre le Dollars américains (USD) pour 1 Euro (EUR)	Date	taux de change entre le Dollars américains (USD) pour 1 Euro (EUR)	Date	taux de change entre le Dollars américains (USD) pour 1 Euro (EUR)
01/01/2018	1,201	23/02/2018	1,2293	19/04/2018	1,2346	13/06/2018	1,1791
02/01/2018	1,2059	26/02/2018	1,2318	20/04/2018	1,2288	14/06/2018	1,1569
03/01/2018	1,2014	27/02/2018	1,2232	23/04/2018	1,2209	15/06/2018	1,1609
04/01/2018	1,2068	28/02/2018	1,2194	24/04/2018	1,2232	18/06/2018	1,1623
05/01/2018	1,203	01/03/2018	1,2268	25/04/2018	1,2161	19/06/2018	1,159
08/01/2018	1,1967	02/03/2018	1,2317	26/04/2018	1,2103	20/06/2018	1,1572
09/01/2018	1,1937	05/03/2018	1,2336	27/04/2018	1,213	21/06/2018	1,1603
10/01/2018	1,1947	06/03/2018	1,2404	30/04/2018	1,2079	22/06/2018	1,1657
11/01/2018	1,2032	07/03/2018	1,2413	01/05/2018	1,1993	25/06/2018	1,1704
12/01/2018	1,2187	08/03/2018	1,2312	02/05/2018	1,1951	26/06/2018	1,1647
15/01/2018	1,2263	09/03/2018	1,2307	03/05/2018	1,1988	27/06/2018	1,1554
16/01/2018	1,2261	12/03/2018	1,2334	04/05/2018	1,196	28/06/2018	1,1569
17/01/2018	1,2186	13/03/2018	1,239	07/05/2018	1,1922	29/06/2018	1,1685
18/01/2018	1,2239	14/03/2018	1,2367	08/05/2018	1,1864	02/07/2018	1,1641
19/01/2018	1,2222	15/03/2018	1,2305	09/05/2018	1,185	03/07/2018	1,1657
22/01/2018	1,2262	16/03/2018	1,2289	10/05/2018	1,1915	04/07/2018	1,1656
23/01/2018	1,2299	19/03/2018	1,2335	11/05/2018	1,1944	05/07/2018	1,1691
24/01/2018	1,2408	20/03/2018	1,2242	14/05/2018	1,1927	06/07/2018	1,1747
25/01/2018	1,2396	21/03/2018	1,2338	15/05/2018	1,1838	09/07/2018	1,1751
26/01/2018	1,2421	22/03/2018	1,2302	16/05/2018	1,1807	10/07/2018	1,1744
29/01/2018	1,2383	23/03/2018	1,2353	17/05/2018	1,1795	11/07/2018	1,1674
30/01/2018	1,2402	26/03/2018	1,2443	18/05/2018	1,1778	12/07/2018	1,1672
31/01/2018	1,2421	27/03/2018	1,2403	21/05/2018	1,1791	13/07/2018	1,1685
01/02/2018	1,251	28/03/2018	1,2308	22/05/2018	1,1779	16/07/2018	1,171
02/02/2018	1,2462	29/03/2018	1,2302	23/05/2018	1,1697	17/07/2018	1,1661
05/02/2018	1,2368	30/03/2018	1,2323	24/05/2018	1,172	18/07/2018	1,1639
06/02/2018	1,2377	02/04/2018	1,2302	25/05/2018	1,1652	19/07/2018	1,1643
07/02/2018	1,2264	03/04/2018	1,227	28/05/2018	1,1623	20/07/2018	1,172
08/02/2018	1,2247	04/04/2018	1,2278	29/05/2018	1,154	23/07/2018	1,1692
09/02/2018	1,2235	05/04/2018	1,224	30/05/2018	1,1663	24/07/2018	1,1686
12/02/2018	1,2292	06/04/2018	1,2283	31/05/2018	1,1692	25/07/2018	1,1728
13/02/2018	1,2352	09/04/2018	1,2321	01/06/2018	1,1661	26/07/2018	1,1643
14/02/2018	1,245	10/04/2018	1,2356	04/06/2018	1,1699	27/07/2018	1,1658
15/02/2018	1,2506	11/04/2018	1,2367	05/06/2018	1,1718	30/07/2018	1,1706
16/02/2018	1,2406	12/04/2018	1,2327	06/06/2018	1,1773	31/07/2018	1,1691
19/02/2018	1,2408	13/04/2018	1,2331	07/06/2018	1,1799	01/08/2018	1,166
20/02/2018	1,2338	16/04/2018	1,238	08/06/2018	1,1768	02/08/2018	1,1584
21/02/2018	1,2284	17/04/2018	1,237	11/06/2018	1,1784	03/08/2018	1,1567
22/02/2018	1,2331	18/04/2018	1,2373	12/06/2018	1,1745	06/08/2018	1,1554

07/08/2018	1,1599	11/10/2018	1,1594	17/12/2018	1,1347	20/02/2019	1,1337
08/08/2018	1,1611	12/10/2018	1,1563	18/12/2018	1,1361	21/02/2019	1,1336
09/08/2018	1,1527	15/10/2018	1,1579	19/12/2018	1,1377	22/02/2019	1,1343
10/08/2018	1,1411	16/10/2018	1,1575	20/12/2018	1,1446	25/02/2019	1,1359
13/08/2018	1,1409	17/10/2018	1,1501	21/12/2018	1,1369	26/02/2019	1,1387
14/08/2018	1,1344	18/10/2018	1,1453	24/12/2018	1,14	27/02/2019	1,1369
15/08/2018	1,1345	19/10/2018	1,1515	25/12/2018	1,1362	28/02/2019	1,1371
16/08/2018	1,1377	22/10/2018	1,1465	26/12/2018	1,1353	01/03/2019	1,1377
17/08/2018	1,1439	23/10/2018	1,1471	27/12/2018	1,143	04/03/2019	1,134
20/08/2018	1,1481	24/10/2018	1,1392	28/12/2018	1,1438	05/03/2019	1,1308
21/08/2018	1,1571	25/10/2018	1,1376	31/12/2018	1,147	06/03/2019	1,1307
22/08/2018	1,1597	26/10/2018	1,1403	01/01/2019	1,1464	07/03/2019	1,1194
23/08/2018	1,1539	29/10/2018	1,1373	02/01/2019	1,1343	08/03/2019	1,124
24/08/2018	1,1623	30/10/2018	1,1344	03/01/2019	1,1394	11/03/2019	1,1247
27/08/2018	1,1678	31/10/2018	1,1312	04/01/2019	1,1395	12/03/2019	1,1286
28/08/2018	1,1695	01/11/2018	1,1409	07/01/2019	1,1476	13/03/2019	1,1325
29/08/2018	1,1708	02/11/2018	1,1387	08/01/2019	1,1442	14/03/2019	1,1302
30/08/2018	1,1671	05/11/2018	1,1407	09/01/2019	1,1543	15/03/2019	1,1325
31/08/2018	1,1601	06/11/2018	1,1427	10/01/2019	1,15	18/03/2019	1,1336
03/09/2018	1,1624	07/11/2018	1,1426	11/01/2019	1,1469	19/03/2019	1,1349
04/09/2018	1,1582	08/11/2018	1,1363	14/01/2019	1,1477	20/03/2019	1,1411
05/09/2018	1,1629	09/11/2018	1,1336	15/01/2019	1,1417	21/03/2019	1,1373
06/09/2018	1,1622	12/11/2018	1,1218	16/01/2019	1,14	22/03/2019	1,1313
07/09/2018	1,1553	13/11/2018	1,1291	17/01/2019	1,1398	25/03/2019	1,1311
10/09/2018	1,1594	14/11/2018	1,131	18/01/2019	1,1363	26/03/2019	1,1264
11/09/2018	1,1607	15/11/2018	1,1328	21/01/2019	1,1366	27/03/2019	1,1247
12/09/2018	1,1626	16/11/2018	1,142	22/01/2019	1,1359	28/03/2019	1,122
13/09/2018	1,169	19/11/2018	1,1453	23/01/2019	1,1381	29/03/2019	1,1217
14/09/2018	1,163	20/11/2018	1,1371	24/01/2019	1,1306	01/04/2019	1,1212
17/09/2018	1,1683	21/11/2018	1,1385	25/01/2019	1,1415	02/04/2019	1,1202
18/09/2018	1,1667	22/11/2018	1,1408	28/01/2019	1,1434	03/04/2019	1,1234
19/09/2018	1,1673	23/11/2018	1,1341	29/01/2019	1,1432	04/04/2019	1,122
20/09/2018	1,1777	26/11/2018	1,1328	30/01/2019	1,1479	05/04/2019	1,1214
21/09/2018	1,175	27/11/2018	1,1288	31/01/2019	1,1446	08/04/2019	1,1259
24/09/2018	1,1748	28/11/2018	1,1366	01/02/2019	1,1456	09/04/2019	1,1261
25/09/2018	1,1772	29/11/2018	1,1393	04/02/2019	1,1438	10/04/2019	1,1273
26/09/2018	1,174	30/11/2018	1,1317	05/02/2019	1,1415	11/04/2019	1,125
27/09/2018	1,1641	03/12/2018	1,1354	06/02/2019	1,1362	12/04/2019	1,13
28/09/2018	1,1609	04/12/2018	1,1345	07/02/2019	1,1341	15/04/2019	1,1307
01/10/2018	1,1578	05/12/2018	1,1344	08/02/2019	1,133	16/04/2019	1,128
02/10/2018	1,1548	06/12/2018	1,1376	11/02/2019	1,1276	17/04/2019	1,1294
03/10/2018	1,1478	07/12/2018	1,1378	12/02/2019	1,1325	18/04/2019	1,1229
04/10/2018	1,1515	10/12/2018	1,1356	13/02/2019	1,1267	19/04/2019	1,1246
05/10/2018	1,1524	11/12/2018	1,1316	14/02/2019	1,1301	22/04/2019	1,1255
08/10/2018	1,1492	12/12/2018	1,1368	15/02/2019	1,1295	23/04/2019	1,1225
09/10/2018	1,149	13/12/2018	1,1363	18/02/2019	1,1311	24/04/2019	1,1152
10/10/2018	1,152	14/12/2018	1,1309	19/02/2019	1,1341	25/04/2019	1,113

26/04/2019	1,1148	02/07/2019	1,1283	05/09/2019	1,1033	11/11/2019	1,1032
29/04/2019	1,1185	03/07/2019	1,1277	06/09/2019	1,1027	12/11/2019	1,1007
30/04/2019	1,1215	04/07/2019	1,1284	09/09/2019	1,1046	13/11/2019	1,1006
01/05/2019	1,1194	05/07/2019	1,1224	10/09/2019	1,1043	14/11/2019	1,1021
02/05/2019	1,1176	08/07/2019	1,1214	11/09/2019	1,1009	15/11/2019	1,105
03/05/2019	1,12	09/07/2019	1,1206	12/09/2019	1,1061	18/11/2019	1,107
06/05/2019	1,1197	10/07/2019	1,1249	13/09/2019	1,1073	19/11/2019	1,1078
07/05/2019	1,119	11/07/2019	1,1252	16/09/2019	1,1	20/11/2019	1,1072
08/05/2019	1,1191	12/07/2019	1,1269	17/09/2019	1,1071	21/11/2019	1,1057
09/05/2019	1,122	15/07/2019	1,1257	18/09/2019	1,1029	22/11/2019	1,1022
10/05/2019	1,1233	16/07/2019	1,1209	19/09/2019	1,104	25/11/2019	1,1013
13/05/2019	1,1223	17/07/2019	1,1223	20/09/2019	1,1017	26/11/2019	1,1018
14/05/2019	1,1203	18/07/2019	1,1275	23/09/2019	1,0991	27/11/2019	1,0998
15/05/2019	1,12	19/07/2019	1,122	24/09/2019	1,1018	28/11/2019	1,1007
16/05/2019	1,1172	22/07/2019	1,1208	25/09/2019	1,0941	29/11/2019	1,1015
17/05/2019	1,1156	23/07/2019	1,1151	26/09/2019	1,0921	11/11/2019	1,1032
20/05/2019	1,117	24/07/2019	1,1139	27/09/2019	1,0938	12/11/2019	1,1007
21/05/2019	1,1158	25/07/2019	1,1145	30/09/2019	1,0898	13/11/2019	1,1006
22/05/2019	1,1152	26/07/2019	1,1125	01/10/2019	1,093	14/11/2019	1,1021
23/05/2019	1,118	29/07/2019	1,1144	02/10/2019	1,0958	15/11/2019	1,105
24/05/2019	1,1202	30/07/2019	1,1153	03/10/2019	1,0964	18/11/2019	1,107
27/05/2019	1,1196	31/07/2019	1,1074	04/10/2019	1,0976	19/11/2019	1,1078
28/05/2019	1,116	01/08/2019	1,1083	07/10/2019	1,097	20/11/2019	1,1072
29/05/2019	1,1129	02/08/2019	1,1107	08/10/2019	1,0954	21/11/2019	1,1057
30/05/2019	1,113	05/08/2019	1,1202	09/10/2019	1,0969	22/11/2019	1,1022
31/05/2019	1,1167	06/08/2019	1,1198	10/10/2019	1,1004	25/11/2019	1,1013
03/06/2019	1,124	07/08/2019	1,1197	11/10/2019	1,104	26/11/2019	1,1018
04/06/2019	1,1251	08/08/2019	1,1178	14/10/2019	1,1028	27/11/2019	1,0998
05/06/2019	1,1219	09/08/2019	1,1198	15/10/2019	1,1031	28/11/2019	1,1007
06/06/2019	1,1274	12/08/2019	1,1212	16/10/2019	1,107	29/11/2019	1,1015
07/06/2019	1,1331	13/08/2019	1,1169	17/10/2019	1,1122	02/12/2019	1,1077
10/06/2019	1,1312	14/08/2019	1,1138	18/10/2019	1,1169	03/12/2019	1,1081
11/06/2019	1,1329	15/08/2019	1,1106	21/10/2019	1,1148	04/12/2019	1,1076
12/06/2019	1,1287	16/08/2019	1,1089	22/10/2019	1,1124	05/12/2019	1,1102
13/06/2019	1,1275	19/08/2019	1,1076	23/10/2019	1,1129	06/12/2019	1,1057
14/06/2019	1,1207	20/08/2019	1,1099	24/10/2019	1,1104	09/12/2019	1,1062
17/06/2019	1,1217	21/08/2019	1,1083	25/10/2019	1,1078	10/12/2019	1,1092
18/06/2019	1,1191	22/08/2019	1,1078	28/10/2019	1,1098	11/12/2019	1,1128
19/06/2019	1,1224	23/08/2019	1,1144	29/10/2019	1,111	12/12/2019	1,1128
20/06/2019	1,1291	26/08/2019	1,11	30/10/2019	1,1148	13/12/2019	1,1119
21/06/2019	1,1366	27/08/2019	1,109	31/10/2019	1,115	16/12/2019	1,1142
24/06/2019	1,1396	28/08/2019	1,1077	01/11/2019	1,1165	17/12/2019	1,1149
25/06/2019	1,1365	29/08/2019	1,1055	04/11/2019	1,1126	18/12/2019	1,1111
26/06/2019	1,1368	30/08/2019	1,0989	05/11/2019	1,1074	19/12/2019	1,112
27/06/2019	1,1368	02/09/2019	1,0966	06/11/2019	1,1065	20/12/2019	1,1078
28/06/2019	1,1368	03/09/2019	1,0972	07/11/2019	1,1049	23/12/2019	1,1086
01/07/2019	1,1285	04/09/2019	1,1033	08/11/2019	1,1016	24/12/2019	1,1087

25/12/2019	1,109	28/02/2020	1,1025	05/05/2020	1,0838	09/07/2020	1,1281
26/12/2019	1,1096	02/03/2020	1,1132	06/05/2020	1,0794	10/07/2020	1,1298
27/12/2019	1,1175	03/03/2020	1,1171	07/05/2020	1,0832	13/07/2020	1,134
30/12/2019	1,1197	04/03/2020	1,1134	08/05/2020	1,084	14/07/2020	1,1396
31/12/2019	1,121	05/03/2020	1,1239	11/05/2020	1,0806	15/07/2020	1,141
01/01/2020	1,121	06/03/2020	1,1285	12/05/2020	1,0846	16/07/2020	1,1383
02/01/2020	1,117	09/03/2020	1,1447	13/05/2020	1,0816	17/07/2020	1,1426
03/01/2020	1,1158	10/03/2020	1,1279	14/05/2020	1,0804	20/07/2020	1,1444
06/01/2020	1,1193	11/03/2020	1,1267	15/05/2020	1,0815	21/07/2020	1,1526
07/01/2020	1,1151	12/03/2020	1,1183	18/05/2020	1,0912	22/07/2020	1,1568
08/01/2020	1,1103	13/03/2020	1,1105	19/05/2020	1,0921	23/07/2020	1,1594
09/01/2020	1,1105	16/03/2020	1,1181	20/05/2020	1,0977	24/07/2020	1,1654
10/01/2020	1,112	17/03/2020	1,0996	21/05/2020	1,0949	27/07/2020	1,1751
13/01/2020	1,1133	18/03/2020	1,0913	22/05/2020	1,09	28/07/2020	1,1714
14/01/2020	1,1127	19/03/2020	1,069	25/05/2020	1,0899	29/07/2020	1,179
15/01/2020	1,1149	20/03/2020	1,0694	26/05/2020	1,098	30/07/2020	1,1846
16/01/2020	1,1135	23/03/2020	1,0721	27/05/2020	1,1003	31/07/2020	1,1774
17/01/2020	1,1088	24/03/2020	1,0787	28/05/2020	1,1076	03/08/2020	1,1761
20/01/2020	1,1094	25/03/2020	1,088	29/05/2020	1,1098	04/08/2020	1,18
21/01/2020	1,1082	26/03/2020	1,1028	01/06/2020	1,1134	05/08/2020	1,1861
22/01/2020	1,1091	27/03/2020	1,114	02/06/2020	1,1169	06/08/2020	1,1875
23/01/2020	1,1052	30/03/2020	1,1046	03/06/2020	1,1232	07/08/2020	1,1786
24/01/2020	1,1023	31/03/2020	1,1029	04/06/2020	1,1336	10/08/2020	1,1736
27/01/2020	1,1016	01/04/2020	1,0962	05/06/2020	1,1284	11/08/2020	1,1739
28/01/2020	1,102	02/04/2020	1,0856	08/06/2020	1,1292	12/08/2020	1,1782
29/01/2020	1,1009	03/04/2020	1,0808	09/06/2020	1,134	13/08/2020	1,1812
30/01/2020	1,103	06/04/2020	1,0791	10/06/2020	1,1369	14/08/2020	1,1841
31/01/2020	1,1093	07/04/2020	1,0889	11/06/2020	1,1297	17/08/2020	1,1869
03/02/2020	1,1058	08/04/2020	1,0856	12/06/2020	1,1254	18/08/2020	1,1929
04/02/2020	1,1042	09/04/2020	1,0927	15/06/2020	1,1322	19/08/2020	1,1836
05/02/2020	1,0997	10/04/2020	1,0935	16/06/2020	1,1263	20/08/2020	1,1859
06/02/2020	1,098	13/04/2020	1,0913	17/06/2020	1,1243	21/08/2020	1,1795
07/02/2020	1,0943	14/04/2020	1,0979	18/06/2020	1,1202	24/08/2020	1,1787
10/02/2020	1,0909	15/04/2020	1,0907	19/06/2020	1,1175	25/08/2020	1,1833
11/02/2020	1,0914	16/04/2020	1,0835	22/06/2020	1,1258	26/08/2020	1,1829
12/02/2020	1,0871	17/04/2020	1,0876	23/06/2020	1,1306	27/08/2020	1,1821
13/02/2020	1,084	20/04/2020	1,0862	24/06/2020	1,125	28/08/2020	1,1903
14/02/2020	1,083	21/04/2020	1,0856	25/06/2020	1,1217	31/08/2020	1,1936
17/02/2020	1,0834	22/04/2020	1,0822	26/06/2020	1,1217	01/09/2020	1,191
18/02/2020	1,0791	23/04/2020	1,0776	29/06/2020	1,124	02/09/2020	1,1853
19/02/2020	1,0804	24/04/2020	1,082	30/06/2020	1,1231	03/09/2020	1,1849
20/02/2020	1,0783	27/04/2020	1,0828	01/07/2020	1,125	04/09/2020	1,1838
21/02/2020	1,0843	28/04/2020	1,0818	02/07/2020	1,1238	07/09/2020	1,1817
24/02/2020	1,0852	29/04/2020	1,0873	03/07/2020	1,1248	08/09/2020	1,1779
25/02/2020	1,0879	30/04/2020	1,0955	06/07/2020	1,1308	09/09/2020	1,1802
26/02/2020	1,0879	01/05/2020	1,0983	07/07/2020	1,127	10/09/2020	1,1813
27/02/2020	1,0998	04/05/2020	1,0906	08/07/2020	1,1329	11/09/2020	1,1845

14/09/2020	1,1868	18/11/2020	1,1852	22/01/2021	1,2167	30/03/2021	1,1714
15/09/2020	1,1845	19/11/2020	1,1873	25/01/2021	1,2137	31/03/2021	1,1728
16/09/2020	1,1814	20/11/2020	1,1853	26/01/2021	1,216	01/04/2021	1,1775
17/09/2020	1,1847	23/11/2020	1,184	27/01/2021	1,2108	02/04/2021	1,1762
18/09/2020	1,1837	24/11/2020	1,1888	28/01/2021	1,2121	05/04/2021	1,1811
21/09/2020	1,1769	25/11/2020	1,1913	29/01/2021	1,2136	06/04/2021	1,1875
22/09/2020	1,1706	26/11/2020	1,1913	01/02/2021	1,2059	07/04/2021	1,187
23/09/2020	1,1659	27/11/2020	1,1962	02/02/2021	1,2042	08/04/2021	1,1912
24/09/2020	1,1672	30/11/2020	1,1928	03/02/2021	1,2034	09/04/2021	1,1896
25/09/2020	1,163	01/12/2020	1,207	04/02/2021	1,1962	12/04/2021	1,1909
28/09/2020	1,1664	02/12/2020	1,2115	05/02/2021	1,2042	13/04/2021	1,1946
29/09/2020	1,1742	03/12/2020	1,214	08/02/2021	1,2048	14/04/2021	1,1978
30/09/2020	1,1718	04/12/2020	1,212	09/02/2021	1,2117	15/04/2021	1,1965
01/10/2020	1,1747	07/12/2020	1,2108	10/02/2021	1,2116	16/04/2021	1,1983
02/10/2020	1,1713	08/12/2020	1,2101	11/02/2021	1,2128	19/04/2021	1,2033
05/10/2020	1,1781	09/12/2020	1,2081	12/02/2021	1,2118	20/04/2021	1,2033
06/10/2020	1,1734	10/12/2020	1,2136	15/02/2021	1,2127	21/04/2021	1,2033
07/10/2020	1,176	11/12/2020	1,2111	16/02/2021	1,2104	22/04/2021	1,2015
08/10/2020	1,1758	14/12/2020	1,2143	17/02/2021	1,2036	23/04/2021	1,2099
09/10/2020	1,1824	15/12/2020	1,2151	18/02/2021	1,2088	26/04/2021	1,2083
12/10/2020	1,1813	16/12/2020	1,2197	19/02/2021	1,2117	27/04/2021	1,209
13/10/2020	1,1744	17/12/2020	1,2266	22/02/2021	1,2154	28/04/2021	1,2123
14/10/2020	1,1746	18/12/2020	1,2255	23/02/2021	1,2149	29/04/2021	1,2118
15/10/2020	1,1706	21/12/2020	1,2242	24/02/2021	1,2164	30/04/2021	1,2018
16/10/2020	1,1718	22/12/2020	1,2161	25/02/2021	1,2176	03/05/2021	1,2061
19/10/2020	1,1766	23/12/2020	1,2185	26/02/2021	1,2074	04/05/2021	1,2013
20/10/2020	1,1821	24/12/2020	1,2186	01/03/2021	1,2047	05/05/2021	1,2005
21/10/2020	1,1861	25/12/2020	1,2204	02/03/2021	1,2089	06/05/2021	1,2064
22/10/2020	1,1816	28/12/2020	1,2214	03/03/2021	1,2062	07/05/2021	1,2163
23/10/2020	1,1859	29/12/2020	1,2247	04/03/2021	1,1966	10/05/2021	1,2129
26/10/2020	1,1808	30/12/2020	1,2295	05/03/2021	1,1917	11/05/2021	1,2146
27/10/2020	1,1795	31/12/2020	1,2213	08/03/2021	1,1843	12/05/2021	1,2069
28/10/2020	1,1744	01/01/2021	1,2212	09/03/2021	1,1898	13/05/2021	1,2078
29/10/2020	1,1674	04/01/2021	1,2248	10/03/2021	1,1925	14/05/2021	1,214
30/10/2020	1,1647	05/01/2021	1,2294	11/03/2021	1,1984	17/05/2021	1,2151
02/11/2020	1,164	06/01/2021	1,2325	12/03/2021	1,1952	18/05/2021	1,222
03/11/2020	1,1711	07/01/2021	1,227	15/03/2021	1,1928	19/05/2021	1,2172
04/11/2020	1,1722	08/01/2021	1,2218	16/03/2021	1,19	20/05/2021	1,2226
05/11/2020	1,1821	11/01/2021	1,2149	17/03/2021	1,1978	21/05/2021	1,2179
06/11/2020	1,1872	12/01/2021	1,2207	18/03/2021	1,1915	24/05/2021	1,2215
09/11/2020	1,1813	13/01/2021	1,2157	19/03/2021	1,1903	25/05/2021	1,225
10/11/2020	1,1814	14/01/2021	1,2156	22/03/2021	1,1931	26/05/2021	1,219
11/11/2020	1,1777	15/01/2021	1,2078	23/03/2021	1,1849	27/05/2021	1,2192
12/11/2020	1,1804	18/01/2021	1,2076	24/03/2021	1,1812	28/05/2021	1,2189
13/11/2020	1,1832	19/01/2021	1,2128	25/03/2021	1,1764	31/05/2021	1,2225
16/11/2020	1,1853	20/01/2021	1,2104	26/03/2021	1,1796	01/06/2021	1,2211
17/11/2020	1,1861	21/01/2021	1,2162	29/03/2021	1,1762	02/06/2021	1,2209

03/06/2021	1,2124
04/06/2021	1,2165
07/06/2021	1,2189
08/06/2021	1,2171
09/06/2021	1,2178
10/06/2021	1,2169
11/06/2021	1,2106
14/06/2021	1,2118
15/06/2021	1,2124
16/06/2021	1,1994
17/06/2021	1,1906
18/06/2021	1,186
21/06/2021	1,1915
22/06/2021	1,1938
23/06/2021	1,1925
24/06/2021	1,193
25/06/2021	1,1933
28/06/2021	1,1924
29/06/2021	1,1895
30/06/2021	1,1855
01/07/2021	1,1848
02/07/2021	1,1864
05/07/2021	1,1861
06/07/2021	1,1822
07/07/2021	1,1789
08/07/2021	1,1842
09/07/2021	1,1873
12/07/2021	1,1859
13/07/2021	1,1774
14/07/2021	1,1835
15/07/2021	1,1812
16/07/2021	1,1805
19/07/2021	1,1798
20/07/2021	1,1779
21/07/2021	1,1792
22/07/2021	1,177
23/07/2021	1,1771
26/07/2021	1,1799
27/07/2021	1,1814
28/07/2021	1,1842
29/07/2021	1,1886
30/07/2021	1,187
02/08/2021	1,1867

Source des données : <https://fr.investing.com/currencies/eur-usd-historical-data>

Bibliographie

- [1] AKGIRAY V., 1989, Conditional Heteroskedasticity in Time Series of Stock Returns: Evidence and Forecasts, *Journal of Business*, 62, 55-80
- [2] BERNDT, E.K., B.H. HALL, R.E. HALL and J.A. HAUSMAN, 1974, Estimation inference in non linear structural models, *Annals of Economic and Social Measurement* 4, 653-665
- [3] BERA A.L. et S. LEE, 1989, On the Formulation of a General Structure for Conditional Heteroskedasticity, D.P. University of Illinois.
- [4] BERA A.K. et S. LEE, 1991, Information Matrix Test, Parameter Heterogeneity and ARCH: A Synthesis, D.P. University of Illinois.
- [5] BIERENS H.J., 1987, Kernel Estimators of Régression Functions, Cambridge University Press : *Advances in Econometrics*, 99-144.
- [6] BOLLERSLEV T., 1986, Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, *Journal of Econometrics* 31, 307-327.
- [7] BOLLERSLEV T., 1987, A Conditional Heteroskedastic Time Series Model for Speculative Prices and Rates of Return, *Review of Economics and Statistics*, 69, 542-547.
- [8] BOLLERSLEV T., 1988, On the Correlation Structure for the Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedastic Process, *Journal of Time Series Analysis* 9, 2, 121-131
- [9] BOLLERSLEV T., R.Y. CHOU et K.F. KRONER, 1990, ARCH modeling in Finance: a Review of the Theory and Empirical Evidence, Working Paper No. 97, Northwestern University.
- [10] ENGLE R.F., 1982, Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of U.K. Inflation, *Econometrica* 50, 987-1008.
- [11] GOURIÉROUX C, 1990, Modèles ARCH, à paraître chez Economica.
- [12] HSIEH D.A., 1989, Modeling Heteroskedasticity in Daily Foreign Exchange Rate Changes, *Journal of Business*, 62, 339-368.
- [13] LAMOUREUX C.G. et W.D. LASTRAPES, 1990, Persistence in Variance, Structural Change and the GARCH Model, *Journal of Business and Economic Statistics*, 8, 225-234.

- [14] LUMSDAINE R.L., 1990, Asymptotic Properties of the Quasi-Maximum Likelihood Estimator in GARCH(IJ) and IGARCH(IJ) Models, D.P. Harvard University.
- MANDELBROT
- [15] MILHOJ A., 1987, A Conditional Variance Model for Daily Déviations of an Exchange Rate, *Journal of Business and Economic Statistics*, 5, 99-103. MILHOJ
- [16] MILHOJ A., 1990, Distribution of Empirical Autocorrélations of a Squared First Order ARCH Process, D.P. University of Odense.
- [17] NELSON D.B. et C.Q. CAO, 1991, A Note on the Inequality Constraints in the Univariate GARCH Model, D.P. University of Chicago.
- [18] NELSON D.B. et D.P. FOSTER, 1991b, Estimating Conditional Variances with Misspecified ARCH Models: Asymptotic Theory, D.P. University of Chicago.
- [19] RICH R.W., J. RAYMOND et J.S. BUTLER, 1991, Generalized Instrumental Variables Estimation of Autoregressive Conditional Heteroskedastic Models, *Economics Letters*, 35, 179-185.
- [20] SCHWERT G.W., 1990, Stock Volatility and the Crash of '87, *Review of Financial Studies*, 3, 77-102.
- [21] TAYLOR S., 1985, *Modelling Financial Time Séries*, John Wiley and Sons. WEISS A.A., 1984, ARMA Models with ARCH Errors, *Journal of Time Séries Analysis*, 5, 129-143.
- [22] ZAKOÏAN J.M., 1990, *Threshold Heteroskedastic Models*, D.P. INSEE.
- [23] Jonas Kuma. " MODELISATION HETEROSCEDASTIQUE: LES MODELES ARCH-GARCH ". Master. Congo-Kinshasa. 2018. cel-01770037.
- [24] *Journal de la société statistique de Paris*, tome 133, no 1-2 (1992), p. 40-57 (model arch) Akaike H., (1970). "Statistical Predictor Identification", *Annals of Institute of Statistical Mathematics*, 22, 203-217. Japen.
- [25] Baillie R., Chung C., and Tieslau M., (1996). "Analysing Inflation by the Fractionally Integrated ARFIMA-GARCH Model", *Journal of Applied Econometrics*, vol. 11, issue 1, pp. 23-40.

- [26] Bollerslev T., (1986). "GeneralizedAutoregressiveConditionalHetreoskedasticity". J. Econometrics, 31, pp. 307-327.
- [27] Booth, G., Kaen F., and Koveos P., (1982) «R/S Analysis of Foreign Exchange Rates underTwo International MonetaryRegimes», Journal of MonetaryEconomics, pp. 407-415.
- [28] Brock W., Dechert W., and Scheinkman J., (1987). "A test for independencebased on the correlation dimension".Discussion Paper 8702, University of Wisconsin-Madison.
- [29] Brokwell P.J., and Davis R.A., (1991). "Time Series: Theory and Methods", SpringerVerlag.
- [30] Chikhi M., Feissolle A., &Terraza M., (2012). «Modélisation SEMIFARMA-HYGARCHde la persistance du cours du Dow Jones»document de recherche, n°2012-06, Montpellier.
- [31] Dahlhaus R., (1989). «Efficient Parameter Estimation for Self-SimilarProcesses», Annals of Statistics, 17, n° 4, pp. 1749-1766.
- [32] Dickey D., and Fuller W., (1979). "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Serieswith a Unit Root,". Journal of the American Statistical Association, 74, pp. 427-431.
- [33] Feng Y., Beran Y., and Yu K., (2007). "Modelingfinancial time serieswith SEMIFAR–GARCH model", IMA Journal of Management Mathematic, 18, 395-412.
- [34] Geweke J., and Porter-Hudak S., (1983). «The Estimation and Application of Long Memory Time SeriesModels», Journal of Time SeriesAnalysis, 4, n° 4, pp. 221-238.
- [35] Granger C., and Joyeux R., (1980). «An Introduction to Long-Memory Time SeriesModels and FractionalDifferencing», Journal of Time SeriesAnalysis, 1, n° 1, pp. 15-29.Oxford University.
- [36] Hosking J., (1981), "Fractionaldifferencing". Biometrika, volume 68, n° 1, 165–176.Oxford University.
- [37] http://www.persee.fr/doc/reco_0035-2764_1996_num_47_3_409789. Document généré le 29/05/2016. Paris.

[38] Hurlin C., (2007) «Econométrie pour la Finance Modèles ARCH– GARCH, Applications à la VaR» Documents et Supports, Université d'Orléans, France.

[39] Lardic S., & Mignon V., (1996), "Les tests de mémoire longue appartiennent-ils au "camp du démon", Revue économique, vol. 47, n°3. pp. 531-540;

[40] Lardic S., & Mignon V., (1999). "Prévision ARFIMA des taux de change: les modélisateurs doivent-ils encore exhorter à la naïveté des prévision?" Annales d'économie et de statistique, No 54. Université Paris X.

[41] Lo A.W., (1991). «Long-Term Memory in Stock Market Prices», *Econometrica*, 59, pp. 1279-1313.

[42] Mandelbrot-B and Van Ness JW., (1968). «Fractional Brownian motions, Fractional noises and application». *SIAM rev.*10422-437 . MR0242239. New york.

[43] Meese R., & Rogoff K., (1983). – « Empirical Exchange Rate Models of The Seventies. Do They Fit Out of Sample ? », *Journal of International Economics*, 14, pp. 3-24.

[44] Newey W., & West K., (1987). «A Simple Positive-Definite, Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix », *Econometrica*, 55 (3), p. 703-708.

[45] Prenat M., (2011). «Séries chronologiques Volume 1: cours et exercices», Master Ingénierie Mathématiques, Université Paris Sud.