

**UNIVERSITE BLIDA 1**

**Faculté de Technologie  
Département de Mécanique**

**THESE DE DOCTORAT**

en Construction Mécanique

**Etude et Identification des Problèmes de Vieillessement  
des Structures Tubulaires par Analyse vibratoire**

Par

**Nacim MELLEL**

Devant le jury composé de :

Abdelkrim AIAD	Prof., U.Blida1	Président
Hamou ZAHLOUL	Prof., U. Chlef	Examineur
Mohamed GACEB	Prof., U.Boumerdes	Examineur
Abderrahmane BELAIDI	Prof., U.Boumerdes	Examineur
Rachid TIBERKAK	M.C.A. U.Blida1	Examineur
Mohammed OUALI	Prof., U.Blida1	Directeur de thèse

**Blida 2016**

## ملخص

تتعرض الهياكل الميكانيكية لعدة أنواع من الأضرار بسبب آثار الشخوخة الصناعية، الشيء الذي يقلل من صلابتها المحلية و يغير بالتالي من خصائصها الديناميكية (الترددات الطبيعية، ومُعلمات التنشويه)، يمكن إذاً تحديد هذه الأضرار و هذا التدهور من خلال تحليل هذه الخصائص.

في هذه الأطروحة، يتم عرض هذه الخصائص الديناميكية الرئيسية من أجل مناقشة حساسيتها وهذا لكشف وتحديد الشقوق الأضرار الناجمة في الدعامات الفولاذية و الأنابيب، والبحث عن خصائص أخرى أكثر حساسية، إن وجدت.

النتائج التجريبية الأولية التي تم الحصول عليها في إطار هذه الأطروحة، كما هو متوقع من خلال الدراسة الاستعراضية (الببليوغرافية)، أظهرت أن الخصائص المستخدمة لديها حساسية منخفضة نظراً لأنها تعتمد على أخطاء القياس ومعدل تغير الصلابة الشاملة للهيكل. ومع ذلك، فإنه تبين من خلال التحقيقات العددية والتجريبية أن التغير في نسبة طاقة التنشوه الديناميكية يتأثر إلى حد كبير في حالة الضرر منخفض الشدة. و أن دراسة تذبذب الترددات الطبيعية و العمل بمسح لمواقع القياس في الدعامات بيدوان أن هما الطريق إلى تحسين أداء تقنية الكشف المبكر عن الضرر. ولهذا يتم عرض ومناقشة نتائج تحديد موقع وتقدير حجم الضرر من خلال دراسة توزيع الترددات الطبيعية و دراسة التباين في مستويات نسبة طاقة التنشوه الديناميكية.

## ABSTRACT

Mechanical systems are susceptible to several kinds of deterioration due to excessive loading or natural ageing. Such degrading process may be due to the decreases of the system's stiffness, which may be identify through analysis of dynamics characteristics changes (natural frequencies and mode shapes). In this thesis, a retrospective of the principal modal parameters is done, in order to discuss their sensibility for identifying precociously a transverse crack in a steel beam (shaft, tube, bars, etc.), and if possible to find more sensitive properties or techniques. Our preliminary experimental results, as predicted by a bibliographical study, showed that the parameters used have a low sensitivity due to their dependence on measurement errors and to the low variation of the total stiffness rate. However, it turns out, according to the numerical and experimental investigations, that the variation of the modal strain energy rate is largely affected at low crack sizes.

The study of frequencies fluctuation and the investigation by sweeping the measurements positions seems to be the way to improved performance of the damage detection technique. The results of localization and quantification of damage by studying the distribution of natural frequencies and by studying the variation of modal strain energy levels are presented and discussed.

## RESUME

Les structures mécaniques sont sujettes à plusieurs types de détériorations dues à des effets de vieillissement. Ces dégradations peuvent être identifiées par l'analyse des caractéristiques modales de ces structures. Dans cette thèse, une rétrospective des principaux paramètres modaux est effectuée, dans le but de discuter leurs sensibilités face à l'identification précoce d'une fissure transversale dans des poutres d'acier (tube, barre, etc.) et de rechercher d'éventuelles propriétés plus sensibles, le cas échéant. Les résultats préliminaires expérimentaux obtenus ont, comme prévu par l'étude bibliographique, montré que les paramètres utilisés présentent une faible sensibilité due au fait qu'ils sont tributaires des erreurs de mesure et du taux de variation de la raideur globale de la structure. Or, il s'avère, d'après les investigations numériques et expérimentales, que la variation de l'énergie de déformation modale est largement affectée aux faibles tailles des fissures.

L'étude de la fluctuation des fréquences et l'investigation par balayage des positions de mesures ont été la voie vers une amélioration des performances de la technique de détection précoce des dommages. Les résultats de localisation et de quantification du dommage par l'étude de la distribution des fréquences propres et par l'étude de la variation de taux de l'énergie de déformation modale sont présentés et discutés.

## REMERCIEMENTS

J'aimerais en premier lieu remercier الله جلا جلاله, le tout Puissant qui ma donné la force, le courage et la patience de mener à terme ce travail.

Mes remerciements vont d'abord à mon directeur de thèse, le Professeur Mohammed OUALI, qui m'a accompagné tout au long de ma formation Post-Graduée (Magister et Doctorat). Sa disponibilité et ses généreux conseils au cours de mes moments difficiles ont été d'une très grande qualité, d'un grand apport et d'un immense réconfort. Merci infiniment Monsieur OUALI pour votre dévouement et votre soutien pour la réalisation de ce travail.

Je remercie Monsieur Abdelkrim AIAD, Professeur à l'Université de Blida, pour l'honneur qu'il me fait en acceptant d'assurer la présidence de mon jury. Je n'omettrai pas d'adresser mes plus chaleureux remerciements aux honorables membres du jury qui ont accepté d'examiner ma thèse, je cite :

- Monsieur Hamou ZAHLOUL, Professeur à l'Université de Chlef,
- Monsieur Mohamed GACEB et Abderrahmane BELAIDI, Professeurs à l'Université de Boumerdes et
- Monsieur Rachid TIBERKAK, Maître de conférences à l'Université de Blida1.

J'exprime aussi ma gratitude et ma profonde reconnaissance à tous ceux qui ont participé à rendre meilleur mon environnement de travail, entre autres je pense aux membres de l'équipe du laboratoire LEM/CRNB où la partie expérimentale de ce travail a été réalisée.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance :

- à Messieurs M. DOUGDAG, B. MOHAMMEDI, A. ARAREM, N. TITOUCHE, et K. REZOUG, chercheurs et collègues au CRNB, pour leur soutien inconditionnel, leur fructueuse aide.
- à tous les enseignants que j'ai eus au département de mécanique de l'université de Blida 1.

Mes sentiments vont également à tous mes collègues de la promotion 2008 ainsi qu'à toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

## TABLE DES MATIERES

RESUME	1
REMERCIEMENTS	3
TABLE DES MATIERES	4
Liste des illustrations, graphiques et tableaux	6
Liste des symboles et des abréviations	8
INTRODUCTION	10
1. CONCEPTS DE BASE DE L'OUTIL DE DIAGNOSTIC DU DOMMAGE : ANALYSE MODALE THEORIQUE ET EXPERIMENTALE	14
1.1. Théorie de base de l'analyse modale	14
1.2. Concepts et notions de l'Analyse Modale Expérimentale	18
1.3. Méthodes d'extraction des paramètres modaux	23
1.3.1. Méthodes fréquentielles	23
1.3.1.1 Méthodes basées sur l'hypothèse de modes découplés	23
1.3.1.1.1 Méthode de la bande passante à -3 dB	24
1.3.1.1.2 Méthode de lissage du cercle	25
1.3.1.1.3 Méthode inverse	25
1.3.1.2 Méthodes d'extraction pour les systèmes avec modes fortement couplés	25
2. METHODES D'IDENTIFICATION DES DOMMAGES BASEES SUR L'ANALYSE DES VIBRATIONS : ETAT DE L'ART	29
2.1. Méthodes basées sur les indicateurs d'endommagement	33
2.1.1. Méthodes basées sur le changement des paramètres modaux	33
2.1.1.1 Méthodes basées sur le changement des fréquences naturelles	33
2.1.1.2. Méthodes basées sur la modification d'amortissement	35
2.1.1.3. Méthodes basées sur le changement des déformées	36
2.1.2. Méthodes basées sur le changement d'indicateurs évolués	37
2.1.2.1. Changement de la courbure des déformées propres	37
2.1.2.2. Méthodes basées sur le changement de la flexibilité	39
2.1.2.3. Méthodes basées sur l'Energie de Déformation Modale	41
3. THEORIE ET EQUATIONS DES INDICATEURS D'ENDOMMAGEMENT BASES SUR L'ANALYSE VIBRATOIRE	42
3.1. Théorie de la flexion latérale des poutres (Modèle d'Euler-Bernoulli)	42
3.2. Effet de l'endommagement sur les paramètres modaux	46
3.3. Méthodes globales de détection	47
3.3.1. Taux de changement de la fréquence propre	47
3.3.2. Critère d'assurance modale (MAC)	47
3.3.3. Valeur de sensibilité modale (MSV)	47
3.3.4. Indicateur du dommage basé sur le changement de la déformée modale	48
3.4. Méthodes locales de localisation et de quantification	48
3.4.1. Indicateur basés sur les dérivées des déformées propres des	48

modes	
3.4.2. Indicateur du dommage basé sur la flexibilité modale	48
3.4.3. Indicateur du dommage basé sur les méthodes basées sur le changement de la courbure des déformées modales	49
3.4.4. Indicateur du dommage basé sur le changement de l'énergie de déformation modale	50
3.4.4.1. Energie de déformation modale	50
3.4.4.2. Indicateur énergétique de localisation d'endommagement	51
3.4.4.2.1. Formule des indicateurs énergétiques de dommages	52
3.4.4.3. Théorie de l'indicateur de l'estimation de la taille du dommage	54
4. IDENTIFICATION DU DOMMAGE DES STRUCTURES TYPE POUTRE : ANALYSE EXPERIMENTALE ET NUMERIQUE	58
4.1. Modèles numériques et conditions expérimentales	58
4.1.1 Paramètres des modèles numériques	58
4.1.2. Paramètres des modèles et des essais expérimentaux	61
4.1.2.1. Dispositif expérimental et chaîne de mesure	61
4.1.2.2. Conditions expérimentales et mesure des fonctions de transfert (FRF)	64
4.2. Résultats et discussions	68
4.2.1. Variation de la rigidité statique	68
4.2.2. Variation des fréquences propres	71
4.2.2.1. Sensibilité des modes	72
4.2.3. Investigation numérique de l'influence de la position de fissure c/l sur les fréquences propres	74
4.2.4. Investigation expérimentale de l'influence de la position de fissure c/l sur les fréquences propres	77
4.2.5. Comparaison de la sensibilité des modes du tube et de la barre à section carrée	79
4.2.6. Amélioration de la sensibilité des fréquences naturelles	79
4.2.7. Fluctuation des fréquences naturelles	81
4.2.8. Localisation de la fissure par l'analyse de la distribution 2D des fréquences propres	82
4.2.9. Localisation numérique des fissures par le changement de la déformée modale propre	84
4.2.10. Localisation expérimentale des fissures par la méthode basée sur le changement de la déformée modale propre	88
4.2.11. Localisation du dommage par l'analyse de la variation de l'énergie de déformation modale	90
4.2.12. Quantification du dommage par l'analyse de la variation de l'énergie de déformation modale	97
4.2.12.1. Estimation de la rigidité à la flexion	97
CONCLUSION	102
REFERENCES	104

## LISTE DES ILLUSTRATIONS, GRAPHIQUES ET TABLEAUX

Figure 1.1 : Maillage expérimental en analyse modale.	15
Figure 1.2 : Principe de superposition des modes.	19
Figure 1.3 : Analyse modale expérimentale.	20
Figure 1.4 : Amplitude et phase de la réponse FRF (a : système à 1 ddl; b: système à n ddl).	21
Figure 1.5 : Chaîne de mesure de vibration.	21
Figure 1.6 : Méthode de la bande passante à -3 dB.	24
Figure 1.7 : Méthode de lissage du cercle.	25
Figure 1.8 : Comparaison de FRF mesurée et de son modèle obtenu par synthèse des modes identifiés.	26
Figure 2.1 : Méthodes de détection des dommages par analyse modale.	32
Figure 2.2 : Décalage des 03 premières fréquences et amplitudes des FRF.	35
Figure 2.3 : Corrélation des déformées propres numériques et expérimentales.	36
Figure 2.4 : Localisation du dommage par la flexibilité modale.	40
Figure 2.5 : Localisation du dommage par l'indicateur de l'énergie de déformation modale.	41
Figure 3.1 : Flexion latérale d'une poutre.	43
Figure 3.2 : 03 modes de vibration d'une poutre console.	45
Figure 3.3 : Schéma de la poutre subdivisée en N éléments.	51
Figure 4.1 : Modèle en éléments finis de la poutre tube.	60
Figure 4.2 : Modèle en éléments finis de la poutre prismatique (Solid186).	60
Figure 4.3 : Laboratoire de vibration (chaîne de mesure).	62
Figure 4.4 : Chaîne de mesure utilisée (Laboratoire de vibration du CRNB).	63
Figure 4.5 : Chaîne de mesure et montage expérimental.	63
Figure 4.6 : Dimensions des éprouvettes de section carrée et du tube.	64
Figure 4.7 : Position de l'entaille et dimensions de la poutre.	66
Figure 4.8 : Mesure des déformées modales.	66
Figure 4.9 : Chaîne de mesure de vibration avec carte PCMCIA.	66
Figure 4.10 : Déformées modales par la méthode de quadrature picking	67
Figure 4.11 : FRF (0 - 3200 Hz) lissée avec l'algorithme de Lagrange Polynomiale.	67
Figure 4.12 : Epreuve tube de longueur 800 mm et points de mesures.	68
Figure 4.13 : Mesure de la rigidité statique du tube.	69
Figure 4.14: Variation de la rigidité pour tube fissuré.	69
Figure 4.15: Rigidité locale en fonction du rapport a/D.	70
Figure 4.16: Variation de la sensibilité de la rigidité locale.	71
Figure 4.17 : Décalage des fréquences modales des cas du tube.	72
Figure 4.18 : Décalage des fréquences modales des cas de la barre prismatique (échelle logarithmique).	72
Figure 4.19 : Variation de la sensibilité de la fréquence des 03 premiers modes de poutre tube.	73
Figure 4.20 : Variation de la sensibilité de la fréquence des 03 premiers modes de poutre avec section carré.	73
Figure 4.21 : Variation du rapport des fréquences (1 <sup>er</sup> mode ) avec le rapport de profondeurs de la fissure (a) et avec le rapport de position de fissure.	75
Figure 4.22 : Variation du rapport des fréquences (2 <sup>e</sup> mode) avec le rapport de profondeurs de la fissure (a) et avec le rapport de position.	76

Figure 4.23 : Variation du rapport des fréquences (3 <sup>e</sup> mode) avec le rapport de profondeurs de la fissure et avec le rapport de position de fissure.	76
Figure 4.24 : Trois premiers modes de la barre de section carrée (encastrée libre) (a) 1 <sup>er</sup> mode, (b) 2 <sup>e</sup> mode, (c) 3 <sup>e</sup> mode.	77
Figure 4.25 : Variation de la sensibilité des 03 premières fréquences naturelles avec le rapport a/h pour les deux positions de la fissure (c / l = 0,0625 et c/l=0,214).	78
Figure 4.26 : Comparaison de la sensibilité des modes du tube et de la barre à section carrée.	79
Figure 4.27 : Sensibilité de fréquence par rapport à la position du capteur pour le mode 1, 2.	80
Figure 4.28 : Fluctuation des fréquences en fonction de la position de mesure pour les modes 2 et 4.	81
Figure 4.29 : Ecart type des fréquences des modes propres 1, 2,3,4,5 et 7 en fonction de la profondeur de la fissure.	82
Figure 4.30 : Distribution des fréquences en 2D pour les modes propres 3 et 4.	83
Figure 4.31 : Distribution des fréquences en 2d pour le mode propre 5.	84
Figure 4.32 : MEF - Déformées modales 1 et 2 : Comparaison entre poutre saine et endommagée.	85
Figure.4.33 : MEF - Déformées modales 3 et 4: Comparaison entre poutre saine et endommagée.	86
Figure 4.34 : MEF - Déformée modale 6 et 7: Comparaison entre poutre saine et endommagée.	87
Figure 4.35 : MEF - Déformée modale 8: Comparaison entre poutre saine et Endommagée.	88
Figure 4.36 : Déformées modales mesurées 2 et 3 : Comparaison entre poutre saine et endommagée.	89
Figure 4.37 : MEF - TCEDM pour le mode 4 et un / h = 0,25.	92
Figure 4.38 : MEF - TCEDM pour le mode 1 et a/h=0,187.	92
Figure 4.39 : MEF -TCEDM pour Mode 7.	93
Figure 4.40 : MEF - TMNCEDM pour a/h=0.187.	93
Figure 4.41 : TCEDM en fonction de l'envergure du dommage.	95
Figure 4.42 : Distribution du TMNCEDM EMA pour le rapport du dommage 6.25%.	96
Figure 4.43 : Distribution du TMNCEDM pour le rapport du dommage 12.5%.	96
Figure 4.44 : Distribution du TMNCEDM expérimental pour le rapport du dommage 37.5%.	96
Figure 4.45 : Distribution du TMNCEDM expérimental pour le rapport du dommage 43.75%.	97
Figure 4.46 : Distribution du TMNCEDM expérimental en fonction du rapport du dommage.	97
Figure 4.47 : Perte de la rigidité de la poutre endommagée.	98
Figure 4.48 : Extension $\alpha_n$ et sévérité du dommage.	100
Tableau 2.1 : Catégories des VBDITs.	32
Tableau 4.1 : Comparaison des fréquences pour la barre prismatique.	59
Tableau 4.2 : Rapport des fréquences pour le tube sain.	59
Tableau 4.3 : Indice TCEDM - MEF.	94
Tableau 4.4 : Estimation numérique et expérimentale de la taille de la fissure.	100

## LISTE DES SYMBOLES ET DES ABREVIATIONS

- $h, d$  : hauteur et diamètre de la section de la poutre [m]  
 $b$  : largeur de la poutre [m]  
 $L$  : longueur de la poutre [m]  
 $A$  : aire de la section de la poutre [ $m^2$ ]  
 $a$  : profondeur de la fissure [m]  
 $I$  : moment d'inertie quadratique de section [ $m^4$ ]  
 $\rho$  : masse volumique [ $Kg/m^3$ ]  
 $\nu$  : coefficient de Poisson  
 $E$  : module de YOUNG [Pa]  
 $G$  : module de cisaillement  
 $[M], [K]$  et  $[C]$  : matrice de masses, matrice rigidités et matrice d'amortissement  
 $m_i, c_i$  et  $k_i$  : masse modale, amortissement modal et rigidité modale du mode de rang  $i$   
 $t$  : temps [t]  
 $f_i$  : fréquence propre du mode d'ordre  $i$  [Hz]  
 $\omega_i$  : pulsation propre [ $rad\ s^{-1}$ ]  
 $\zeta_i$  : facteur de perte dû à l'amortissement (taux d'amortissement)  
 $\sigma_i$  : facteur de décroissance de l'amplitude [ $s^{-1}$ ]  
 $H(j\omega)$  : fonction de transfert  
 $[\alpha(\omega)]$  : matrice de Receptance [m/N]  
 $\Phi_i(x)$  : déformée modale [m]  
 $\Phi''_{i,j}$  : courbure modale  
 $z$  : déplacement transversal [m]  
 $\{U\}$  : vecteur déplacement [m]  
 $\{f\}$  : vecteur des forces de sollicitation extérieures [N]  
 $M(x)$  : moment de flexion à la position  $x$  [N.m]  
 $V(x)$  : force de cisaillement à la position  $x$  [N]  
 $U$  : énergie de déformation de flexion [J]  
 $\phi''$  : deuxième dérivée de la déformée modale de la structure intacte  
 $\phi''^d$  : deuxième dérivée de la déformée modale de la structure endommagée.  
 $[K]^d$  : matrice de rigidité de la structure endommagée.  
 $N_d$  : nombre total des éléments endommagés

$n$  : nombre total de degrés de liberté

$m$  : nombre des déformées modales

$l_n$  : numéro de l'élément endommagé

$\beta_{ij}$  : indicateur de localisation du dommage calculé pour le mode "i" et l'élément "j"

$\alpha_j$  : facteur de réduction de la rigidité de l'élément j (extension du dommage)

$F_{ij}$  : fraction d'énergie de déformation modale de la structure saine

$F_{ij}^d$  : fraction d'énergie de déformation modale de la structure endommagée

$EI_j^d$  : rigidité de flexion de l'élément endommagé j [Pa.m<sup>4</sup>]

TCEDM : Taux de Changement d'Energie de Déformation Modale de l'élément j  
et du  $i^{ème}$  mode propre

TMNCEDM : Taux Moyen et Normalisé du Changement de l'Energie de  
Déformation Modale

AME : Analyse Modale Expérimentale

MEF : Méthode des Eléments Finis

CND : Contrôle Non Destructif

EDM : Energie de Déformation Modale

FRF : Fonction de Réponse en Fréquence

SCA : Système conservatif associé

ddl : degré de liberté

SDDL : Système à un Seul Degré De Liberté

PDDL : Système à un Plusieurs Degrés de Liberté

SHM : Structural Health Monitoring

SSS : Surveillance de la Santé Structurale

TIDBV : Technique d'Identification des Dommages Basées sur les Vibrations

## INTRODUCTION

Les systèmes et les ouvrages industriels sont toujours soumis à différentes actions, permanentes ou variables dans le temps, statiques ou dynamiques, de nature mécanique ou thermique, entraînant un vieillissement de leurs éléments ou de leurs matériaux constitutifs. Le vieillissement est défini comme étant le processus cumulatif qui se développe avec le temps dans un composant ou une structure sous l'effet des phénomènes tels la fragilisation sous contraintes mécaniques, le fluage, la fatigue, l'usure générée par les frottements, la corrosion qui facilite l'érosion et la fissuration [1]. Pour maîtriser le phénomène de vieillissement des ouvrages, les exploitants appliquent divers programmes d'inspection pour repérer et surveiller les indices qui traduisent ce vieillissement. L'inspection régulière de l'état des structures permet de détecter, corriger et réduire le nombre des défaillances éventuelles et d'assurer la fiabilité de ces ouvrages pour l'usage quotidien. Le besoin de méthodes d'évaluation quantitative de l'endommagement d'un ouvrage complexe a conduit au développement d'un système de surveillance de la santé structurale appelé surveillance de l'intégrité des structures, en anglais Structural Health Monitoring (SHM). L'objectif est de surveiller en temps réel ou à intervalles réguliers l'intégrité d'une structure, au travers de la détection de fissures ou de corrosion des éléments constituant la structure.

Les techniques de contrôle non destructives (CND) des dommages sont utilisées pour surveiller l'intégrité des structures ou des matériaux sans les dégrader. Les techniques CND du SHM sont généralement divisées en deux catégories : les techniques CND locales et globales [2,3].

La première catégorie nécessite que la proximité du dommage soit connue a priori et facilement accessible, par conséquent limitée pour détecter les dommages sur ou près de la surface de la structure. Les exemples des méthodes locales sont : acoustiques ou ultrasoniques, de champ magnétique, radiographique, de courants de Foucault ou méthodes de champ thermique.

La deuxième catégorie des méthodes CND emploie les propriétés globales de la structure pour évaluer les dommages, elle consiste généralement à l'utilisation des modes à basse fréquence. Elle utilise des mesures réalisées à

partir d'un ensemble de capteurs dispersés dans la structure pour obtenir des informations globales sur l'état du système. Il n'est pas nécessaire que les capteurs soient situés à proximité du site d'endommagement.

Les deux approches locales et globales sont complémentaires et le choix optimal de la méthode dépend fortement de la nature du problème et de la configuration des réseaux de capteurs utilisés.

Le besoin de méthodes globales d'évaluation de l'endommagement d'un ouvrage complexe a conduit au développement et à la recherche de méthodes examinant les changements des caractéristiques vibratoires en continu. Ces méthodes sont définies en tant que des techniques d'identification de dommages basées sur l'analyse vibratoire [4-6].

L'idée générale du SHM par analyse vibratoire est que la variation des caractéristiques physiques (rigidité, masse et propriété de l'amortissement) suite à la présence de l'endommagement entraîne une variation des propriétés modales de la structure (fréquences de résonances, coefficient d'amortissement et déformées modales). De ce fait, les modifications pouvant intervenir sur les propriétés physiques ou mécaniques doivent être détectables à travers les changements des paramètres modaux.

La surveillance de l'intégrité des structures selon Rytter et al. [7] est définie comme un processus à quatre étapes: Détection (niveau I), Localisation (niveau II), Quantification (niveau III), Prédiction de l'endommagement (niveau IV)

L'étape de quantification fait appel à des modèles d'endommagement, le but est d'estimer l'endommagement par des paramètres, telles que la profondeur de la fissure, ou la diminution de la rigidité [8]. La dernière étape qui a pour objectif d'estimer la durée de vie résiduelle de la structure nécessite une combinaison du modèle structurel global avec des modèles locaux de rupture [9].

Durant ces dernières années, les techniques de détection et d'identification des dommages dans les structures ont bénéficié d'importants efforts de recherche, plusieurs méthodes de détection des dommages non destructives telles que les méthodes basées sur l'analyse modale expérimentale et le traitement de signal ont été développées. Le principe de ces techniques est basé sur l'exploitation de l'effet de l'endommagement structurel sur la modification des propriétés modales des structures [10].

On peut citer les travaux qui ont contribué aux récentes améliorations de ces techniques; de nombreuses études ont été décrites dans la littérature sur le changement de fréquence dans la structure [4,11-13]. D'après ces études, les auteurs ont considéré que la fréquence est un bon indicateur d'endommagement et pour que les endommagements soient détectés avec un seuil de confiance important dans les structures, il faudrait que les fréquences propres varient d'au moins 5% [14]. Il existe de nombreuses sources autres que les dommages causant des variations dans les caractéristiques dynamiques d'une structure et dans le bruit mesuré, telles que la non-linéarité dans le système, les variations de température, l'absorption d'humidité, les interactions structure-sol, ...etc. [15].

Dans une autre étude, Fox [16] a montré que les changements des fréquences propres sont des indicateurs peu sensibles dans le cas d'une poutre fissurée à la scie. Srinivasan et al. [17] sont arrivés aux mêmes conclusions dans le cas des plaques endommagées. Cependant, Worden et al. [18] ont prouvé que les résultats de la localisation dépendent de l'emplacement des capteurs et de l'échantillonnage des modes.

Certains chercheurs ont conclu que les déformées modales sont plus sensibles à la présence de l'endommagement que les fréquences propres [19]. Par contre, Salawi et al. [20] mettent en évidence dans certains cas que les changements des déformées modales sont moins sensibles aux endommagements que les changements fréquentiels.

Une autre méthode de détection d'endommagement a été proposée par Stubbs et al. [21] basée sur le rapport entre l'énergie de déformation modale des éléments avant et après l'endommagement. Les formes des modes mesurées ont d'abord été différenciées pour obtenir des courbures des formes des modes et ensuite interpolées pour obtenir la courbure, afin de calculer l'énergie de déformation modale [10]. Le point fort de cette méthode est que la détection et la localisation de l'endommagement peuvent être obtenues avec un petit nombre de modes de vibration [22].

L'objectif global de cette thèse est de mettre en œuvre une méthode de suivi basée sur l'analyse des données vibratoires de structures type poutres. Il s'agit de voir la faisabilité d'implanter une approche de surveillance globale qui répond aux deux enjeux essentiels qui sont respectivement la réalisation d'essai

modal et la localisation et/ou la quantification de la sévérité des fissures sur des éléments des poutres tubulaires et des poutres type Euler Bernoulli. Le premier enjeu nécessite le développement d'une procédure expérimentale d'essai modale appropriée, tandis que le second requiert le développement d'une méthode de contrôle performante, sensible et fiable reposant sur un modèle numérique de type Eléments Finis.

La structure de la thèse comprend une introduction, quatre chapitres et une conclusion générale.

L'introduction présente les informations de base, la problématique et les objectifs de cette recherche.

Le chapitre 1 rappelle les concepts et notions de l'analyse modale théorique et expérimentale utilisés dans la thèse.

Le chapitre 2 constitue brièvement un état de l'art des méthodes de surveillance de l'intégrité des structures par analyse vibratoire.

Le chapitre 3 rappelle les notions théoriques de comportement en flexion des poutres encastées libres, ainsi que les équations des indices de détection et de localisation de l'endommagement basés sur la distribution des fréquences propres et sur le changement de l'énergie de déformation modale.

Enfin, le chapitre 4 est consacré à la simulation numérique par Eléments Finis des poutres saines et fissurées. Cette analyse numérique vise à voir la faisabilité de l'application de certaines méthodes de détection et à assoir une approche de la démarche d'identification à appliquer dans la partie expérimentale.

Le chapitre 4 porte également sur l'application expérimentale de la surveillance de l'intégrité de poutres encastées libres (de type tube et barre à section carrée), pour atteindre les principaux objectifs : tester la faisabilité pour détecter, localiser et quantifier l'endommagement avec les méthodes basées sur des données réelles d'analyse modale.

Cette thèse se termine par une conclusion générale dans laquelle on rappelle le cadre de l'étude, les principaux résultats obtenus sur la détection des fissures par analyse modale et les perspectives qui sont proposées pour la poursuite de ce travail.

## CHAPITRE 1

### CONCEPTS DE BASE DE L'OUTIL DE DIAGNOSTIC DU DOMMAGE : ANALYSE MODALE THEORIQUE ET EXPERIMENTALE

L'analyse modale permet d'établir un modèle de comportement vibratoire d'une structure en basses fréquences (de quelques Hz jusqu'à quelques centaines de Hz), en identifiant par mesure ou par analyse théorique ses paramètres modaux (fréquences, déformées et amortissements modaux). La connaissance de ces paramètres structuraux est essentielle à l'analyse et au diagnostic des structures endommagées par la méthode vibratoire.

Dans ce chapitre, la théorie de base et les différents aspects de l'analyse modale théorique et pratique sont présentés et les méthodes (algorithmes) utilisées pour l'extraction des paramètres modaux des structures sont rappelées.

Plus de détails de l'aspect numérique de l'analyse modale peuvent être trouvés dans la référence [23].

#### 1.1. Théorie de base de l'analyse modale

Le comportement dynamique d'une structure ou d'un système mécanique peut être représenté par un système d'équations différentielles linéaires à coefficients constants :

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C] \{\dot{x}(t)\} + [K] \{x(t)\} = \{f(t)\} \quad (1.1)$$

L'amortissement du système peut être proportionnel de type visqueux, une condition suffisante mais non nécessaire est que le coefficient d'amortissement soit de la forme proportionnelle  $[C] = \alpha [M] + \beta [K]$  [23].

Les vecteurs (fonctions du temps)  $\{x(t)\}$  et  $\{f(t)\}$  dénotent les champs des déplacements et des forces d'excitation agissant sur le système discret étudié.

Un exemple du modèle discret 1D d'une structure de type poutre est représenté par la Figure 1.1. Le model discret expérimental est donc un ensemble de points de mesure formant ainsi un maillage expérimental où toutes les mesures se basent uniquement sur les points de ce maillage.

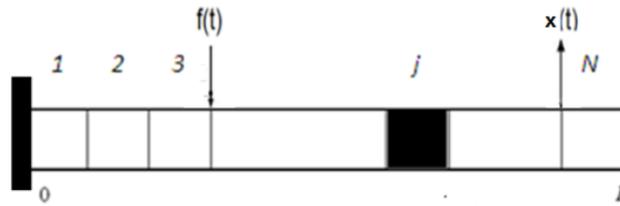


Figure 1.1 : Maillage expérimental en analyse modale.

L'analyse modale considère le système des équations (1.1) sous sa forme homogène ( $\{f(t)\}=0$ ) et en régime harmonique amorti, la solution temporelle et complexe peut avoir la forme suivante :

$$\{x(t)\} = \{\phi_i\}e^{-\delta_i t} \quad \text{avec} \quad \delta_i = -\lambda_i \mp j\omega_i \quad (1.2)$$

Où  $\delta_i$  est la  $i^{\text{ème}}$  valeur propre complexe dont la partie réelle et la partie imaginaire représentent respectivement le coefficient d'amortissement modal  $\lambda_i$  et la pulsation propre  $\omega_i$ .

Le problème aux valeurs propres suivant est obtenu par la substitution de la solution (1.2) dans la forme homogène du système (1.1).

$$(-\delta_i^2 [M] - \delta_i [C] + [K])\{\phi_i\} = 0 \quad (1.3)$$

Les vecteurs propres  $\{\phi_i\}$  (réels ou complexes) solutions du système (1.3) ont la propriété essentielle de définir une nouvelle base, appelée base modale, permettant de découpler le système d'équation différentiel (1.1).

Les vecteurs propres  $\{\phi_i\}$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) sont orthogonaux entre eux et donc ils sont linéairement indépendants. Ces vecteurs forment donc une base orthogonale complète pour le système (1.1).

Le système d'équation (1.1) une fois projeté dans la base modale formée, il permet ainsi de découpler les équations de ce système qui donne la solution sous la forme :

$$x_i(t) = \sum_{i=1}^n X_i(t)\phi_i \quad (1.4)$$

Où  $X_i(t)$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) dénote la réponse modale de rang  $i$ .

Le vecteur  $\{X(t)\}$  rassemble toutes les réponses modales du vecteur spatial  $x$ , tandis que la matrice des déformées propres  $[\Phi]$  contient toutes les déformées propres  $\Phi_i$  du système.

$$[\Phi] = [\{\Phi_1\}, \{\Phi_2\}, \{\Phi_3\}, \dots, \{\Phi_n\}] \quad (1.5)$$

Les propriétés d'orthogonalité des modes sont :

$$\{\Phi_i\}^T [M] \{\Phi_j\} = 0 \quad \text{et} \quad \{\Phi_i\}^T [K] \{\Phi_j\} = 0 \quad (1.6)$$

Si l'expression du système (1.1) est multipliée par  $\Phi^T$  et les propriétés d'orthogonalité des modes sont utilisées, la forme découplée dans la base modale de notre système d'équations différentielles est obtenu par :

$$[m_i] \{\ddot{X}_i(t)\} + [c_i] \{\dot{X}_i(t)\} + [k_i] \{X_i(t)\} = [\Phi_i]^T \{f(t)\} = \{F_i(t)\} \quad (1.7)$$

pour  $(i = 1, 2, \dots, n)$

Les grandeurs  $m_i$ ,  $k_i$  et  $c_i$  sont respectivement masse, rigidité et amortissement généralisé.

$$m_i = \{\Phi_i\}^T [M] \{\Phi_i\} \quad c_i = \{\Phi_i\}^T [C] \{\Phi_i\} \quad k_i = \{\Phi_i\}^T [K] \{\Phi_i\} \quad (1.8)$$

La force  $\{f_i(t)\}$  devient par projection dans la base modale, une force d'excitation modale.

$$\{F_i(t)\} = \{\Phi_i\}^T \{f_i(t)\} \quad (1.9)$$

Dans le nouveau système de coordonnées (base modale), l'équation matricielle précédente représente un système de  $N$  équations découplées, dont chacune d'entre elles représente un système à un degré de liberté.

La projection sur la base modale, a permis donc de passer d'un système de  $n$  degrés de liberté à  $n$  systèmes d'un seul degré de liberté. Et chaque coordonnée principale associée à son vecteur propre  $\{\Phi_i\}$  décrit un mode de vibration, et le mouvement du système est une superposition de tous les modes de vibration.

Une transformation de Fourier de l'expression (1.7), permet d'obtenir l'expression de la contribution du mode "  $i$  " à la réponse du système :

$$X_i(j\omega) = \frac{F_i(j\omega)}{m_i(\omega_i^2 + 2jz_i\omega_i\omega - \omega^2)} \quad (1.10)$$

En sommant les contributions de chaque mode et en projetant cette fois-ci l'expression (1.7) dans la base spatiale, on peut exprimer les fonctions de transfert du système discret sous la forme :

$$h_{rs}(j\omega) = \frac{X_r(j\omega)}{F_s(j\omega)} = \sum_{i=1}^n \frac{\Phi_r^i \Phi_s^i}{m_i(\omega_i^2 + 2j\zeta_i \omega_i \omega - \omega^2)} \quad (1.11)$$

L'élément  $h_{rs}$  de la matrice  $[H(\omega)]$  est défini comme étant la réponse en un degré de liberté au point " r " pour une excitation de force unitaire appliquée au point " s ".

Le système d'équations différentielles (1.1) de la formulation spatiale du problème se transforme en une matrice de fonctions de transfert  $H(j\omega)$  décrivant complètement le système dynamique réel.

$$h_{rs}(j\omega) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{m_i(\omega_i^2 + 2j\zeta_i \omega_i \omega - \omega^2)} (\Phi_r^i \ \Phi_s^i) \quad (1.12)$$

Pour les systèmes non dissipatifs, les éléments de la matrice  $[H(\omega)]$  sont donnés par la relation :

$$h_{rs}(j\omega) = \sum_{i=1}^n \frac{\Phi_r^i \Phi_s^i}{m_i(\omega_i^2 - \omega^2)} \quad (1.13)$$

Pour calculer individuellement les  $h_{ij}$ , on emploie souvent la forme (1.13), puisque elle n'utilise que les fréquences propres  $\omega_i$  et les vecteurs propres orthonormalisés ( $\{\Psi_i\} = \frac{\Phi_i}{\sqrt{m_i}}$ ) (on n'aura pas besoin d'identifier les  $m_r$  et les  $k_r$ ) [23].

Le modèle modal est créé en identifiant à partir du modèle fréquentiel  $H(j\omega)$  l'ensemble des paramètres modaux  $\omega_i$ ,  $\zeta_i$  pour tous les modes  $i$  ( $i= 1, 2, \dots, n$ ).

A chaque modèle spatial (ou temporel) d'une structure caractérisée par les matrices  $[M]$ ,  $[K]$ ,  $[C]$  et les vecteurs  $\{x(t)\}$  et  $\{f(t)\}$ , correspond un modèle fréquentiel défini par la matrice  $[H(j\omega)]$  et les spectres  $X(j\omega)$  et  $F(j\omega)$ , et aussi un modèle modal défini par les vecteurs  $\{\phi_i\}$ ,  $\{X_i(t)\}$  et  $\{F_i(t)\}$  et les scalaires  $\omega_i$ ,  $\zeta_i$ ,  $m_i$  (pour  $i=1, 2, \dots, n$ ).

En raison des effets inertiels, la réponse dynamique de la structure est toutefois habituellement dominée par l'influence des modes de plus faibles pulsations propres, de sorte qu'il est possible de ne s'intéresser qu'à un nombre

restreint de modes sans perdre d'information capitale sur la dynamique de la structure étudiée.

Généralement, une dizaine de modes faisant partie de la plage de fréquence de fonctionnement de la structure suffisent pour l'analyse de son comportement dynamique. Cette troncature de mode revient au fait que la contribution des modes supérieurs est négligeable devant celles des fréquences situées dans la gamme d'analyse [23].

## 1.2. Concepts et notions de l'Analyse Modale Expérimentale

L'analyse modale expérimentale permet d'identifier le comportement dynamique d'une structure en terme de ses modes de vibration et de ses paramètres modaux tels que les fréquences de résonance, l'amortissement et les déformées modales.

L'analyse modale est basée sur les hypothèses suivantes [24]:

1. Le comportement de la structure est supposée linéaire dans la gamme des faibles amplitudes;
2. Les propriétés masse et raideur du système mécanique sont invariantes dans le temps;
3. L'amortissement est supposé proportionnel à la rigidité et à la masse;
4. La structure est observable, cela veut dire que les mesures entrées-sorties portent des informations significatives pour la compréhension de sa dynamique.

Dans l'essai modal, la structure à analyser est discrétisée en un ensemble de points caractéristiques et elle est positionnée avec des conditions d'appui étudiées. Elle est ensuite excitée en un ou plusieurs points "s" à l'aide d'une ou plusieurs forces  $f_s(t)$ . Les réponses  $x_r(t)$  en chaque point "r" de la structure et la ou les forces d'excitation  $f_s(t)$  sont enregistrées simultanément, le modèle temporel de la réponse de la structure est alors complètement déterminé par les fonctions  $x_r(t)$  et  $f_s(t)$  mesurées durant l'essai modal.

Le modèle temporel est converti en un ensemble de spectres complexes  $X_r(j\omega)$  et  $F_s(j\omega)$  à l'aide de la transformée de Fourier ou par la transformée de Fourier rapide (TFR). Les fonctions de réponse en fréquence  $h_{rs}(j\omega)$  sont alors calculées en effectuant le quotient  $h_{rs}(j\omega) = X_r(j\omega) / F_s(j\omega)$  des spectres fréquentiels

de réponse  $X_r(j\omega)$  et d'excitation  $F_s(j\omega)$ . Le modèle fréquentiel est alors complètement défini lorsqu'une ligne ou une colonne de la matrice  $H(j\omega)$  est déterminée.

Les figures 1.2 et 1.3 résument le principe de l'analyse modale expérimentale, l'accélération enregistrée par le capteur en un point de la structure est une superposition de sinusoides résonnant à une fréquence  $f_i$  dont on peut associer un pic isolé dans le spectre des fréquences.

Les mesures Frf's sont souvent données sous forme de spectres lissés ou moyennés, constitués de plusieurs pics. Les pics individuels sont souvent étroits avec des fréquences centrales identifiables, chaque pic indique qu'il y a une résonance, qui représente la réponse d'un système à un seul degré de liberté.

La fonction de réponse en fréquence peut être présentée en terme de déplacement (Compliance ou Receptance:  $\alpha(\omega)$ ), vitesse (Mobilité :  $Y(\omega)$ ) ou accélération (Intertance :  $A(\omega)$ ) [26].

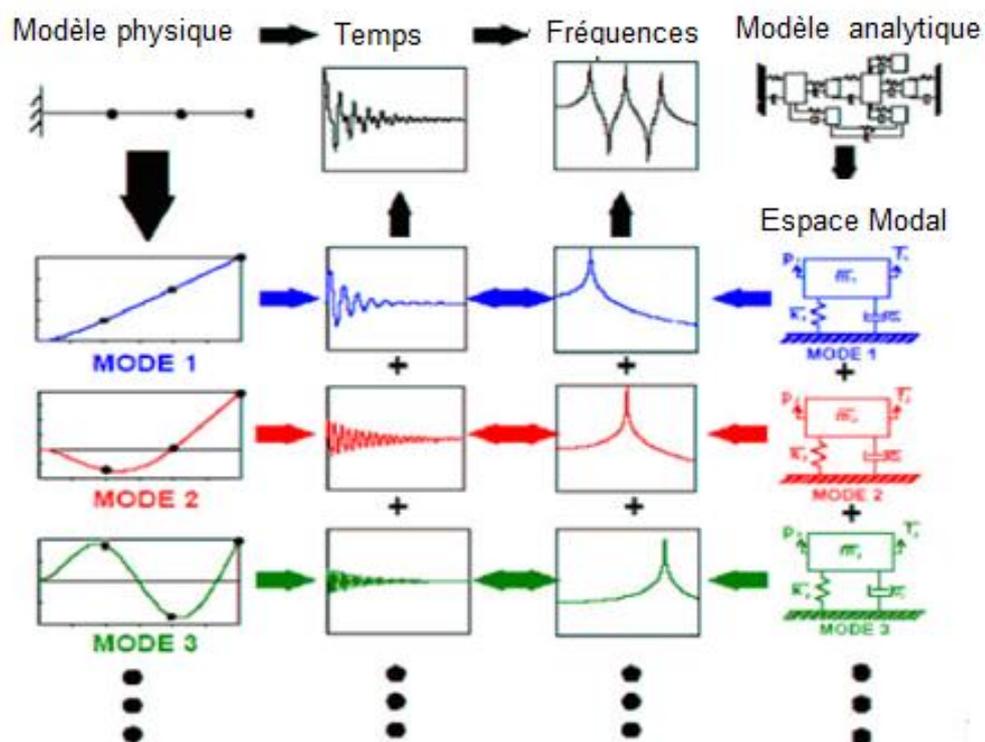


Figure 1.2 : Principe de superposition des modes [25].

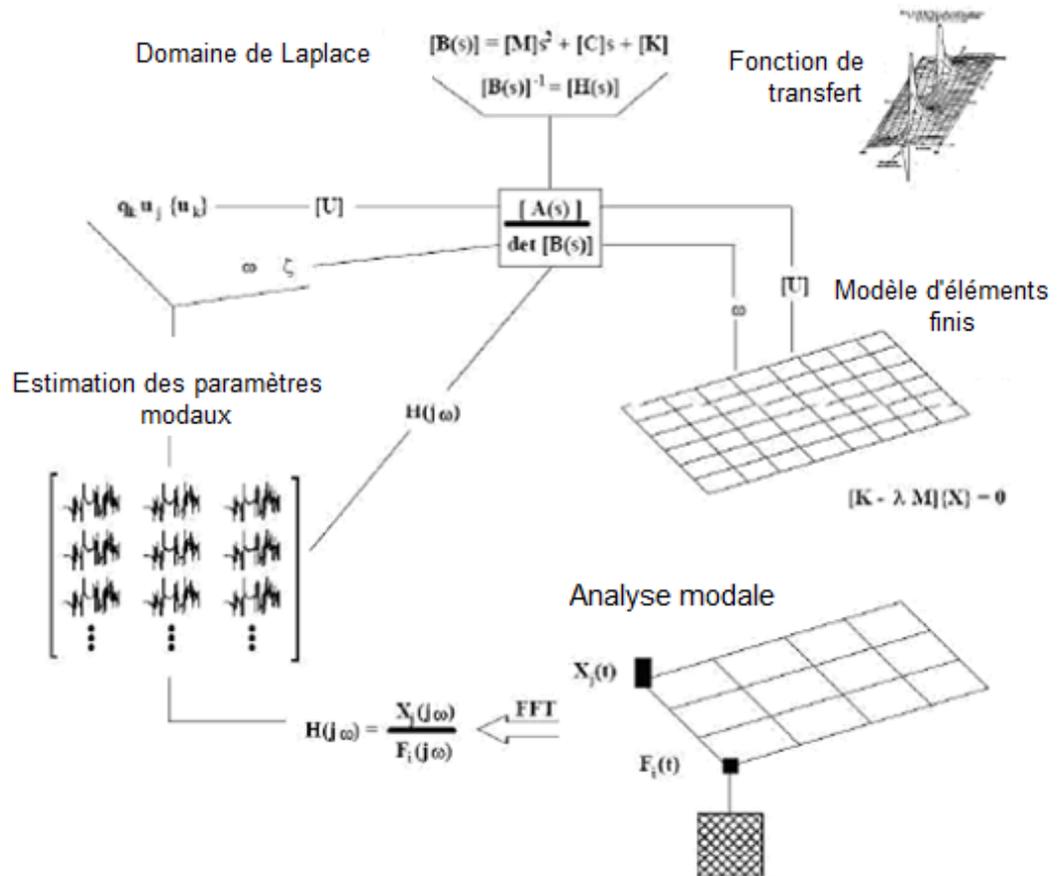


Figure 1.3 : Analyse modale expérimentale [25].

La Compliance  $\alpha(\omega)$  par exemple, pour un système dissipatif à un ddl est une fonction complexe qui a une amplitude  $|\alpha(\omega)| = H(\omega)$  et une phase  $\theta(\omega)$ .

$$|H(\omega)| = \frac{1/k}{\sqrt{(1 - (\frac{\omega}{\omega_0})^2)^2 + (2\zeta\frac{\omega}{\omega_0})^2}} \quad (1.14)$$

$$\tan(\theta) = \frac{2\zeta\frac{\omega}{\omega_0}}{1 - (\frac{\omega}{\omega_0})^2} \quad (1.15)$$

La partie réelle et la partie imaginaire de la fonction  $\alpha(\omega)$  sont respectivement données par :

$$|\text{Re}(\alpha(\omega))| = \frac{k - \omega^2 m}{(k - \omega^2 m)^2 + (\omega c)^2} \quad (1.16)$$

$$|\text{Im}(\alpha(\omega))| = \frac{-\omega c}{(k - \omega^2 m)^2 + (\omega c)^2} \quad (1.17)$$

La fonction de transfert est représentée dans le diagramme de Bode (amplitude et phase en fonction de la fréquence) (Figure 1.4).

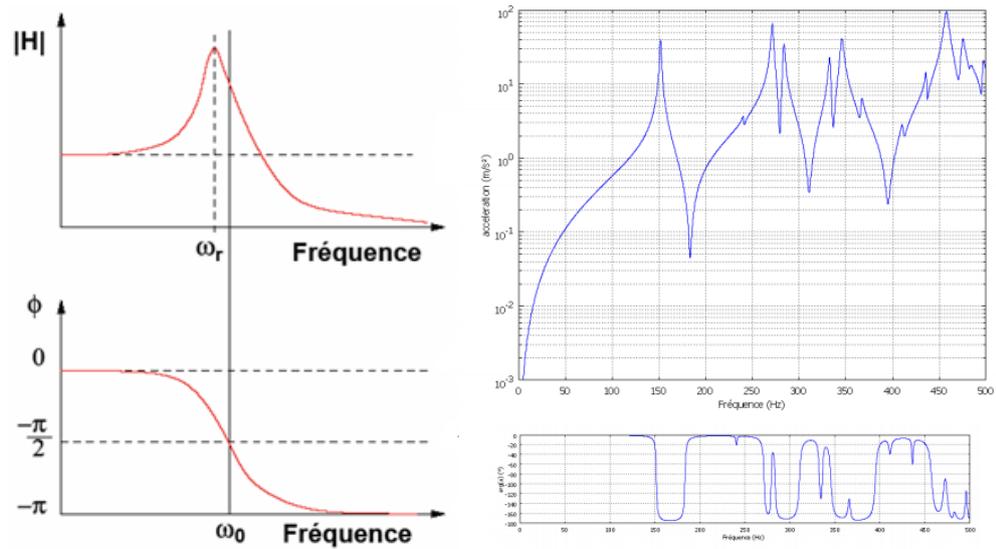


Figure 1.4 : Amplitude et phase de la FRF (a : système à 1 ddl; b: système à n ddl).

La chaîne de mesure utilisée dans l'essai modal consiste à transformer la vibration mécanique en un signal électrique traitable. Les principaux composants de cette chaîne sont (figure 1.5) :

- Capteurs de mesure : ils sont des senseurs de déplacement, de vitesse, d'accélération et de force. Les accéléromètres piézoélectriques sont les capteurs les plus utilisés dans le domaine de la surveillance par vibration, ils sont plus fiables, et présentent une bande passante plus large que les autres capteurs.

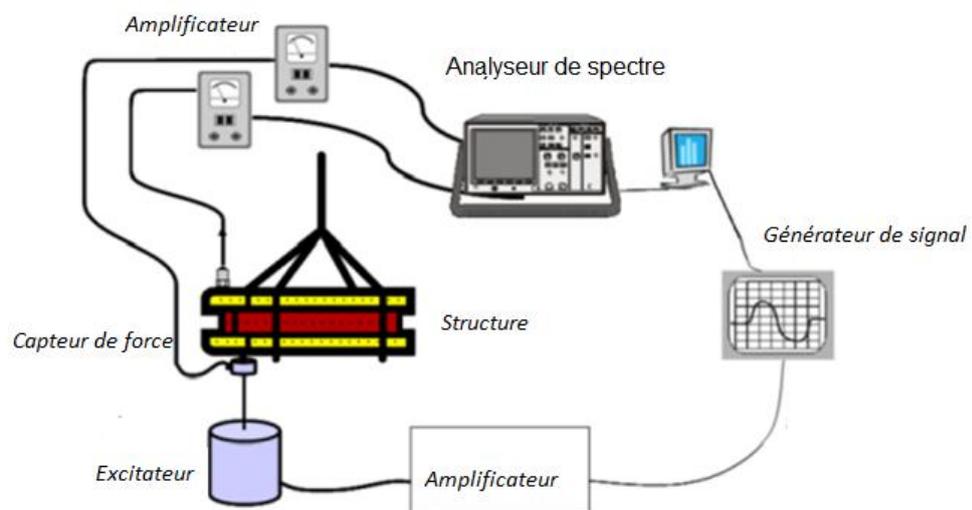


Figure 1.5 : Chaîne de mesure de vibration [27].

- Analyseur de spectre : il permet de mesurer et de visualiser les signaux et les spectres de fréquences.

- Moyens d'excitation : L'excitation peut être de deux types : choc ou impulsion par marteau d'impact, et ininterrompue par l'utilisation d'un pot vibrant [26].

Les méthodes à référence unique appelées SISO (Single Input Single Output) ou SIMO (Single Input Multiple Outputs) mesurent respectivement une ou plusieurs Frf's de la structure.

L'instrumentation de mesure est sensible à un certain nombre de grandeurs susceptibles d'altérer les résultats de mesure, il conviendra donc de se prémunir de leurs effets.

La réalisation de l'essai expérimental selon l'objectif escompté, nécessite un plan d'essai. Dans ce plan, on aura besoin de connaître la gamme de fréquence de travail, le type et la fonction d'excitation, le type et le nombre de capteurs nécessaires, les points et la localisation des points d'excitation et de mesure, les réglages et les calibrations des instruments de mesure, etc.

En général, l'essai modal comprend trois étapes principales : préparation de l'essai, acquisition des mesures des Frf's et identification ou extraction des paramètres modaux [24].

La préparation de l'essai comprend les points essentiels suivants :

- Préparation de l'instrumentation par le réglage de paramètres de mesure et d'affichage sur l'analyseur, et par le réglage des paramètres de mesure des amplificateurs selon les sensibilités des capteurs.

- Les conditions aux limites qui ne sont pas obligatoirement celles de la structure dans son environnement réel.

- Fixation de l'excitateur : une tige est intercalée entre le pot vibreur et le capteur de force, qui garantira une rigidité plus grande dans la direction de sollicitation souhaitée.

Les paramètres modaux sont identifiés à partir des fonctions Frf's mesurées qui contiennent toutes les informations dynamiques nécessaires de la structure [28].

Par exemple, à partir de la représentation de Bode, le nombre de modes à attribuer à la structure est décidé dans une bande de fréquence choisie. Le nombre de modes correspond au nombre de pics distincts (résonances d'amplitude) du tracé du module de  $|H(\omega)|$ ; il correspond aussi au nombre de passage à  $\pm 90^\circ$  de la phase de  $H(\omega)$  ou aux maximaux de la partie imaginaire de  $H(\omega)$  [29] (Figure 1.4).

### 1.3. Méthodes d'extraction des paramètres modaux

Les deux grandes catégories des méthodes d'extraction des paramètres modaux à partir des mesures sur la structure sont les méthodes fréquentielles et les méthodes temporelles.

#### 1.3.1. Méthodes fréquentielles

Les méthodes fréquentielles d'extraction des paramètres modaux à partir des mesures sur la structure sont les plus utilisées dans la plupart des cas des applications [30]. La méthode d'extraction de paramètres modaux la plus couramment utilisée est sans doute la méthode de lissage des fonctions de transfert. Les fonctions de transfert idéales de systèmes à un ou à plusieurs ddl sont ajustées sur les courbes expérimentales par la méthode de moindre carré (méthode de lissage).

Les fonctions de transfert du lissage remplacent alors les fonctions de transfert mesurées pour déterminer les fréquences propres. La démarche d'extraction consiste alors à identifier les déformées modales, et à estimer les amortissements modaux.

Les deux grandes classes de ces méthodes fréquentielles sont : les méthodes des systèmes avec plusieurs ddl basées sur l'hypothèse de modes découplés et les méthodes dont les modes sont fortement couplés.

##### 1.3.1.1. Méthodes basées sur l'hypothèse de modes découplés

L'hypothèse de modes découplés stipule qu'au voisinage d'une fréquence de résonance, la réponse de la structure est dominée par le mode correspondant à cette fréquence. Cette hypothèse est limitée aux structures ayant les modes

biens séparés et l'amortissement relativement faible, dans le cas de ces structures, la contribution des modes non fondamentaux est négligeable [31].

Une grande majorité de structures réelles lesquelles feront l'objet des tests modaux, répond à la dernière hypothèse, elles sont classées comme des structures faiblement amorties, pour lesquelles l'amortissement modal est beaucoup plus petit que la fréquence amortie ( $\sigma_i \ll \omega_i$ ) et la déformée modale prend une valeur réelle ( $\text{Im}(\{\psi_i\}) \ll \text{Re}(\{\psi_i\})$ ) et cela pour chaque mode " i " [32].

Pour estimer les paramètres modaux de structures à plusieurs degrés de liberté, lorsque les modes sont bien séparés, on utilise les méthodes simples et on cherche simultanément les paramètres des différents modes un par un.

Les principales méthodes simples sont la méthode de la bande passante à -3 dB, la méthode de lissage de cercle et la méthode inverse [27].

#### 1.3.1.1.1. Méthode de la bande passante à -3 dB

Cette méthode est connue comme la méthode la plus simple pour déterminer les paramètres dynamiques d'une structure légèrement amortie ou ayant des modes légèrement couplés [33].

La fréquence de résonance du mode correspondant tout simplement à l'amplitude maximal sur le spectre de la Compliance  $|\alpha_i(f_i)|_{\max}$  avec  $f_i = f_{\text{pic}}$  [27].

La bande passante à - 3 dB du pic de résonance  $\Delta f$  correspond à la hauteur  $|H(\omega_i)| / \sqrt{2}$  (Figure 1.6).

Le facteur de qualité Q est obtenu par  $Q = f_i / \Delta f$ , le facteur d'amortissement est donné par  $\zeta_i = 1/2Q$ . Le coefficient d'amortissement est  $\sigma_i \approx \omega_i \zeta_i = 2\pi f_i \zeta_i$ .

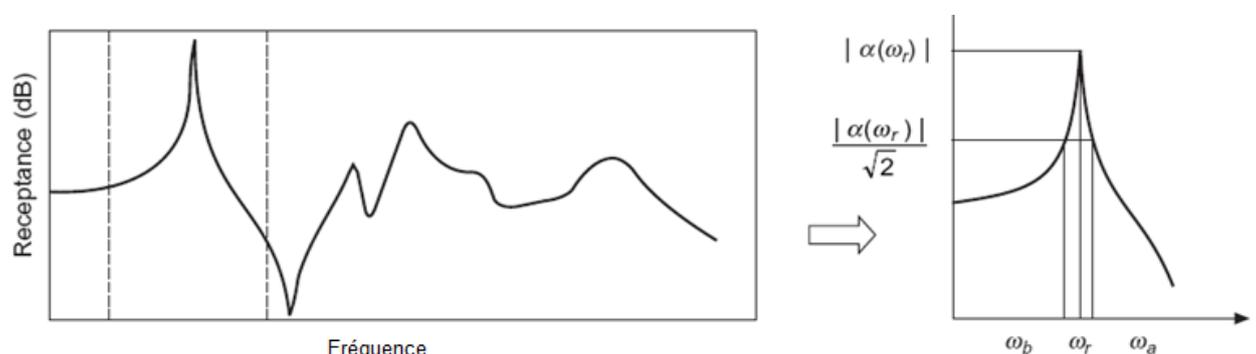


Figure 1.6 : Méthode de la bande passante à -3 dB [27].

### 1.3.1.1.2. Méthode de lissage du cercle

Dans cette méthode de lissage, il est supposé qu'au voisinage de chaque mode, la structure se comporte comme un système à un ddl dont le lieu de Nyquist est assimilable à un cercle décalé dans le plan complexe par l'influence des modes extérieurs et par le couplage de l'effet de l'amortissement [24]. A partir des lissages des cercles (Figure 1.7), il est possible de déterminer les paramètres modaux [26,27].

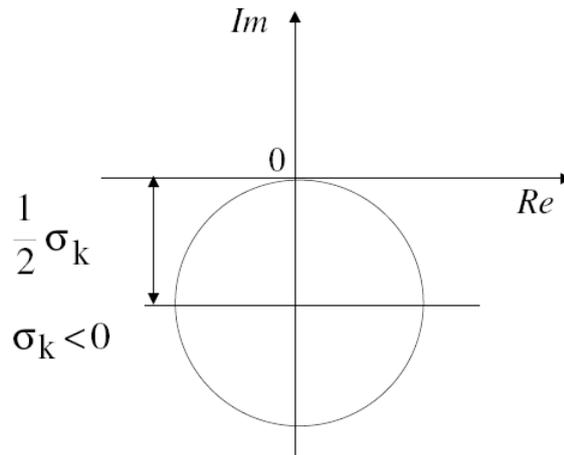


Figure 1.7 : Méthode de lissage du cercle.

### 1.3.1.1.3. Méthode inverse

Cette méthode utilise les mêmes hypothèses que celle de la méthode de lissage de cercle. Si on trace l'inverse de la Compliance, pour un système à 1 ddl avec amortissement hystérésis  $h$ , on obtient une droite :

$$\frac{1}{\alpha(\omega)} = (k - m \omega^2) + jh \quad (1.18)$$

On effectuera un lissage des points expérimentaux par une droite. La valeur de  $h$  sera l'intersection de celle-ci avec l'axe imaginaire [26].

### 1.3.1.2. Méthodes d'extraction pour les systèmes avec modes fortement couplés

Dans les cas où les modes sont fortement couplés, les résultats d'identification seraient entachés d'erreur si l'hypothèse de découplage était considérée. La démarche consiste à utiliser des fonctions de transfert synthétisées de systèmes à plusieurs ddl pour ensuite appliquer une méthode d'extraction des paramètres modaux.

Deux types de méthodes d'extraction existent pour les systèmes avec les modes fortement couplés, il y a celles qui œuvrent dans l'espace de Fourier et celles qui travaillent dans le domaine temporel [24, 30].

#### 1.3.1.2.1. Méthode d'identification dans le domaine fréquentiel

##### - Méthode de moindré carré : LSM (Least Squares Method)

Cette méthode consiste à minimiser l'erreur, par l'utilisation de la méthode itérative de Gauss Newton, entre les données expérimentales et l'expression analytique (Frf synthétisée) [27].

La différence entre les fonctions de transfert expérimentales et les fonctions de transfert synthétisées permet d'apprécier la qualité d'identification. C'est sur la base de ce modèle obtenu par la synthèse des différents modes que se fait la détermination des déformées modales (Figure 1.8).

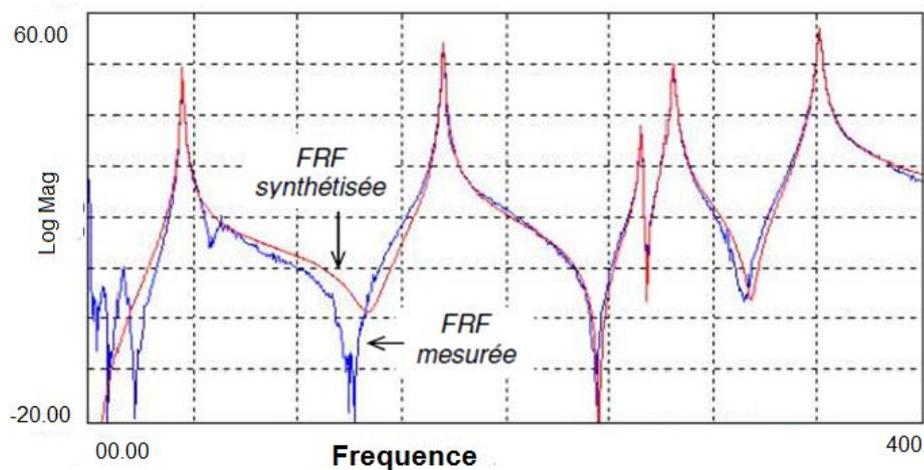


Figure 1.8 : Comparaison de la Frf mesurée et de son modèle obtenu par synthèse des modes identifiés.

##### - Méthode polynomiale orthogonale

Cette méthode est présentée en 1982 par Richardson et Formenti [34], elle consiste à l'ajustement du cercle de Nyquist par la méthode de moindré carré, elle est appliquée à la fonction de transfert en utilisant la formulation des polynômes orthogonaux.

### - Méthodes d'Identification des Systèmes des Paramètres Structuraux

Cette méthode est présentée par Link et Voillan en 1978, c'est la première méthode qui permet d'identifier un nombre élevé de modes avec troncature de la bande d'analyse à partir des essais Multi Input Multi Output (MIMO) [35].

#### 1.3.1.2.2. Méthodes temporelles

Ces méthodes sont basées sur la représentation du comportement à partir des réponses impulsionnelles modales.

##### 1.3.1.2.2.1. Méthode pour systèmes SDDL

###### - Méthode du décrétement logarithmique

Cette méthode du décrétement logarithmique est simple, elle consiste à mesurer le taux d'amortissement en utilisant la fonction de réponse aux impulsions, lorsque l'amplitude de cette fonction est représentée sur un axe logarithmique (Y), la gamme dynamique est améliorée, dans ce repère, la décroissance est représentée par une ligne droite.

L'amortissement est obtenu à partir de la pente de décroissance montrée sur la courbe de la fonction de réponse, on peut mesurer la fréquence de résonance comme étant l'inverse de la période de la fonction affichée, avec  $T_i = 1/\sigma_i$  est le temps mis par l'amplitude pour décroître d'un facteur de  $e=2.72$  (8.7 dB), et d'un facteur  $Q = \pi T_i f_i$  et  $\zeta_i = \sigma_i / \omega_i = 1/2Q$  [36].

##### 1.3.1.2.2.2. Méthodes pour les systèmes Multiples DOF

Les méthodes pour les systèmes à plusieurs ddl ont été développées principalement aux États-Unis et en Belgique et elles sont connues sous leur dénomination anglo-saxonne [36]. On trouvera dans la littérature la description détaillée de ces méthodes. On ne donnera ici que le principe des plus connues.

###### A. Méthode temporelle d'Ibrahim (*Ibrahim Time Domain Method*)

Les réponses sont obtenues en multi-excitation et les réponses impulsionnelles souvent calculées par transformée de Fourier inverse des fonctions de transfert.

### B. Méthode LSCE (*Least Square Complex Exponential*)

Cette méthode est basée également sur le développement modal de la réponse aux impulsions pour des réponses obtenues en multi-excitation. Un avantage de cette méthode est qu'elle permet d'identifier les fréquences propres indépendamment des vecteurs propres, les vecteurs propres étant identifiés par une méthode classique de lissage des fonctions de transfert [27].

### C. Méthode ERA (*Eigensystem Realization Algorithm method*)

Cette méthode est basée sur la représentation de la matrice de réponse impulsionnelle dans l'espace d'état à partir des données expérimentales, la méthode consiste à décomposer la matrice en deux, une matrice orthogonale et une autre diagonale, pour identifier les paramètres modaux à partir des valeurs propres et des vecteurs propres de la matrice [27].

## CHAPITRE 2

### METHODES D'IDENTIFICATION DES DOMMAGES BASEES SUR L'ANALYSE DES VIBRATIONS : ETAT DE L'ART

Le besoin de méthodes d'inspection adaptées pour le contrôle continu (monitoring) des systèmes mécaniques ont conduit au développement de méthodes examinant les changements des caractéristiques vibratoires.

L'accroissement des activités de recherche dans ce domaine est le résultat de plusieurs facteurs qui ont lien avec le vieillissement des installations, l'importance des coûts de réparation, les avances de la technologie du matériel de mesure et de l'outil informatique [45].

En général, les changements des propriétés modales sont causés par le changement des géométries et/ou des propriétés matérielles de la structure, et la réponse de la structure peut être toujours modélisée en utilisant les équations linéaires du mouvement. La réponse sera non linéaire, si la structure initialement élastique linéaire se comporte de façon non linéaire après que l'endommagement soit produit. Un exemple d'endommagement non linéaire est la formation d'une fissure de fatigue qui s'ouvre et se ferme sous l'environnement normal de vibration.

Dans le cadre de ce travail, on ne présente que les méthodes de détection des dommages linéaires, ces derniers représentent la majorité des dommages précoces des structures.

Dans la littérature, de nombreuses Techniques et méthodes d'Identification des Dommages Basées sur les Vibrations (TIDBVs) ont été présentées et ont été classées selon différents critères [37-40].

Rytter [7] a défini une classification des différentes méthodes de détection d'endommagement en quatre niveaux :

Niveau 1 : (existence de l'endommagement dommages) - Identification de la survenance du dommage,

Niveau 2 : (localisation de l'endommagement) - Identification de l'événement de l'endommagement, et la détermination de l'emplacement de dommages,

Niveau 3 : (quantification de l'endommagement) - Identification de l'événement, détermination de l'emplacement de dommages et quantification de la sévérité des dommages,

Niveau 4 : (prédiction de la durée de vie utile résiduelle et évaluation de la santé structurelle) détermination de l'emplacement et de la gravité des dommages, évaluation de l'impact des dommages sur la structure et l'estimation de la durée de vie résiduelle.

Le niveau 1 de la TIDBVs utilise simplement les changements dans les paramètres primaires de vibration telles que les fréquences naturelles, les déformées modales, les propriétés d'amortissement et les fonctions FRF pour identifier les changements structurels. Les algorithmes de détection de dommages sont nécessaires pour les niveaux 2 et 3, où les caractéristiques de vibration sont utilisées et analysées pour localiser et quantifier les dommages.

En conclusion, l'objectif final de l'installation du SSS est déterminer la sévérité des dommages que la structure subisse au moment d'évaluation de sa santé de sorte que la durée de vie restante peut être prédite. La prédiction de la durée de vie est effectuée par la mécanique de la rupture.

Worden et Dulieu-Barton [18] ont introduit un niveau intermédiaire à la classification de Rytter, ils ont défini cinq niveaux dans le processus de détection des dommages, qui sont les suivants :

Niveau 1: détection des dommages

Niveau 2: localisation des dommages

Niveau 3: classification et identification du type de dommage

Niveau 4: quantification des dommages

Niveau 5: prédiction et évaluation de la santé de la structure.

Les méthodes Non Basées sur Modèles sont classées aux niveaux 1 et 2. Les méthodes établies sur la base d'un modèle peuvent être classées au niveau 3. Les méthodes du niveau 4 utilisent la théorie de la mécanique de la rupture.

Lee, Karbhari et Sikorsky [37] classent les VBDITs en quatre grandes catégories en se basant sur les caractéristiques utilisées dans le processus de détection des dommages qui sont présentées dans le Tableau 2-1.

Bakhary [38] a classé les VBDITs en trois catégories, à savoir :

1. Méthodes directes,
2. Méthodes de validation des modèles,
3. Méthodes de réseau de neurones artificiels.

Il existe une autre méthode de classification des VBDITs en deux groupes qui est :

- basée sur des modèles analytiques ou numériques (élément finis) validés par des mesures expérimentales ou basée sur l'approche du réseau de neurones.
- non basée sur des modèles [4,39,40].

L'approche basée sur les réseaux de neurones artificiels utilise l'apprentissage des scénarios possibles en reliant les changements structurels à la réponse vibratoire de la structure. L'approche basée sur ce modèle est plus coûteuse et nécessite beaucoup de temps, et cela malgré qu'elle est la plus adaptée aux structures complexes [41]. Les autres inconvénients sont associés à la difficulté de prendre en compte les erreurs de mesure, et à l'incapacité à garantir la précision du modèle en raison des erreurs de la modélisation et des hypothèses de simplification [42, 43].

Les méthodes de détection des dommages non basées sur les modèles sont relativement simples, rapides et peu coûteuse. Elles sont basées sur les Indicateurs des Dommages [39,41,43]. Ces méthodes analysent les changements de la réponse de la structure entre deux états de santé de la structure de sorte que les dommages peuvent être identifiés. Ces méthodes ont l'aptitude à éviter les erreurs de modélisation et elles sont plus adaptées à la détection automatisée online de dommages. En outre, elles peuvent contenir du bruit de mesure [43].

Tableau 2.1 : Catégories de VBDIT [37]

Catégorie		Caractéristiques utilisées dans le processus de détection de dommages
Paramètres modaux	Fréquences naturelles	Changements des fréquences
	Déformées modales	1. Changements des déformées modales 2. Energie de déformation modale 4. Dérivées des déformées modales
Méthode matricielle	Basée sur la raideur	Techniques d'optimisation Modèle validé
	Basée sur la flexibilité	Mesure de la flexibilité dynamique
Apprentissage machine	Algorithme Génétique	1. Optimisation de la raideur 2. Minimisation de la fonction objective
	Réseau de Neurons Artificiel	Identification et formation du réseau de neurones
Autres techniques		Evaluation des Frf's Evolution de la Réponse temporelle

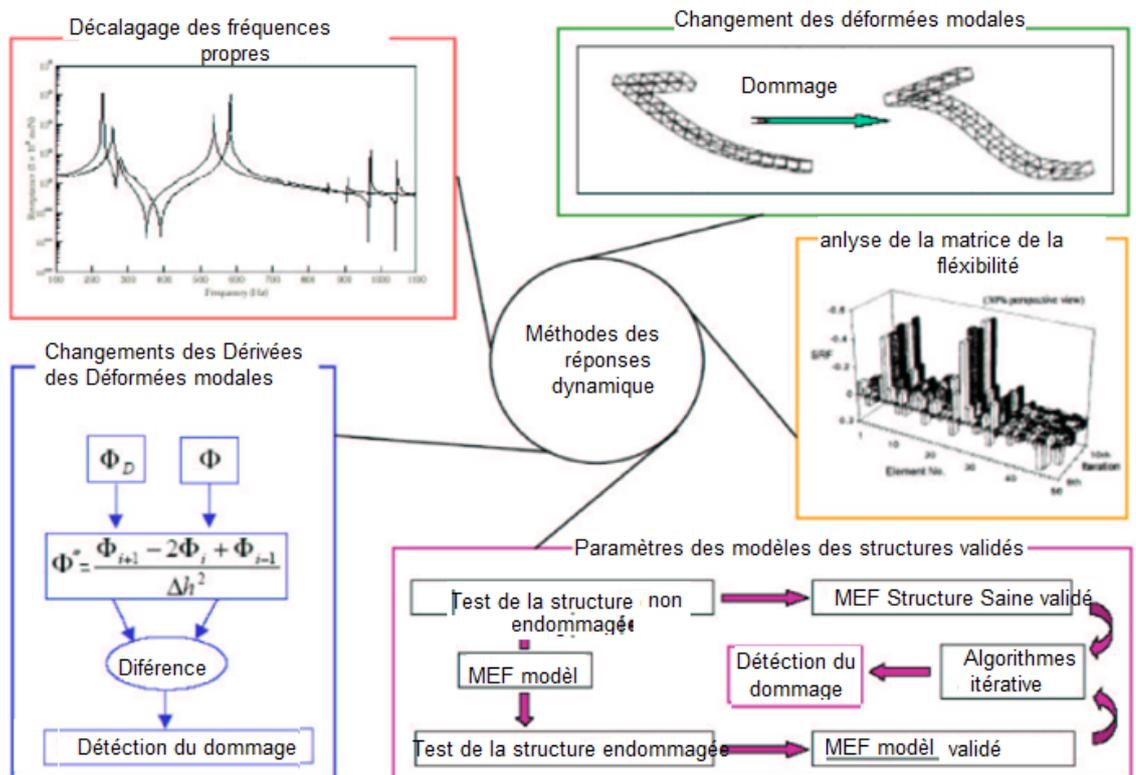


Figure 2.1 : Méthodes de détection des dommages par analyse modale [44].

## 2.1. Méthodes basées sur les indicateurs d'endommagement

Les méthodes basées sur les indices des dommages utilisent les changements survenus sur les propriétés de vibration entre deux situations de la structure. Ces indicateurs d'endommagement sont classés en deux groupes :

1. indicateurs d'endommagement basés sur les propriétés principales de vibration (fréquences, déformées modales, et facteur d'amortissement),
2. indicateurs d'endommagement basés sur les propriétés évoluées de vibration telles que les dérivés des déformées modales, la flexibilité, et l'énergie de déformation modale.

### 2.1.1. Méthodes basées sur le changement des paramètres modaux principaux

Les méthodes établies sur l'observation du changement des paramètres modaux principaux sont souvent classées comme Méthodes Non Basées sur Modèle [45], ces méthodes sont classées comme suit :

#### 2.1.1.1. Méthodes basées sur le changement des fréquences naturelles

Cette approche est basée sur l'identification des changements des fréquences propres du système ou des structures qui sont en général à l'origine d'une perte locale de rigidité ou de masse. Donc les fréquences sont prises comme indicatrices pour la surveillance de la santé des structures.

Dans les années 1970, Cawley et Adams [46] sont les premiers qui ont utilisé les changements des fréquences naturelles pour détecter les dommages. Depuis lors, plusieurs études ont été menées. Gudmundson [47] a mis en évidence que les fréquences modales diminuent plus lentement avec une fissure qui s'ouvre et qui se ferme qu'avec une fissure qui reste ouverte. Fox [16] a utilisé à la fois des résultats numériques et expérimentaux sur une poutre, et il a montré que le changement des fréquences propres est un indicateur peu sensible dans le cas d'une poutre fissurée à la scie, Srinivasan et Kot [48] sont parvenus à la même conclusion dans leur étude sur des plaques endommagées.

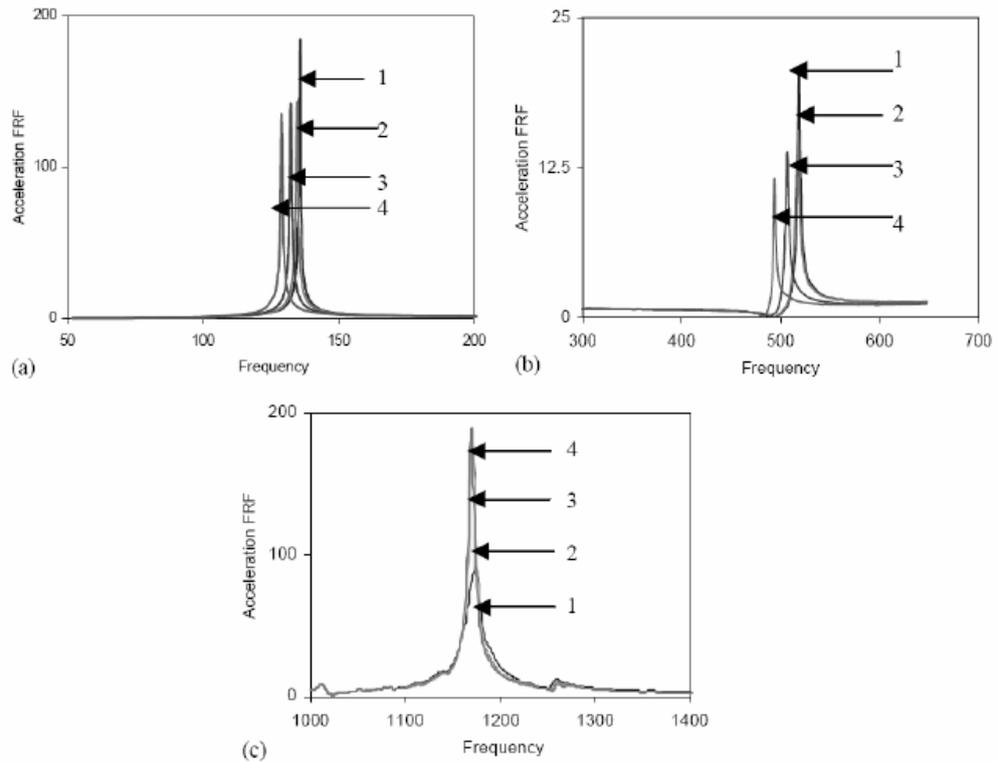


Figure 2.2 : Décalage des 03 premières fréquences et amplitudes des FRF [49]

Doebling et al. [3] ont remarqué que la méthode basée sur les changements de la fréquence est plus robuste avec les sources d'erreurs aléatoires que les autres paramètres modaux. Cependant, la capacité de détection des dommages à l'aide de changements de fréquence est limitée à de simples formes structurales. En outre, ils ont indiqué une faible sensibilité à la gravité des dégâts. Salawu [50] a présenté une étude revue sur l'utilisation des changements de fréquence pour la détection des dommages. Nandwana et Maiti [51] ont appliqué avec succès les changements de fréquence pour localiser et quantifier un seul dommage dans une barre encastrée-libre. Cette méthode a été appliquée avec succès pour détecter et localiser plusieurs fissures [52-54]. Dans la plupart des cas, le changement de fréquences a été utilisé comme une indication de la présence des dommages en raison de la nature globale de cette propriété [3,4, 38,50].

Xia et Hao [55] ont développé un algorithme statistique d'identification d'endommagement basé sur les changements de fréquence. Les paramètres structuraux dans les deux états sain et endommagé sont obtenus à partir du

modèle aux éléments finis. Cette technique a été appliquée sur un modèle numérique et sur un test réel de laboratoire d'une poutre encastree-libre. Les effets des différents niveaux de bruit et d'endommagement sur les résultats de la détection ont été discutés.

Toutes ces études ont mis en évidence et ont révélé que les fréquences modales diminuent plus lentement avec une fissure de fatigue qui s'ouvre et qui se ferme, qu'avec une fissure qui reste ouverte. Le changement des paramètres modaux ne peut pas être le même pour chaque mode; il dépend de la nature, de la localisation et de la sévérité de l'endommagement. La faible sensibilité des décalages fréquentiels à l'endommagement a été remarquée et on devrait donc recourir à des instrumentations de haute résolution ou à des niveaux de dommages très importants [56].

#### 2.1.1.2. Méthodes basées sur la modification d'amortissement

Salane et Baldwin [57] ont étudié l'influence d'endommagement sur le facteur d'amortissement de quelques structures. Leurs conclusions furent que ce facteur ne peut pas constituer un indicateur fiable parce qu'il est à la fois une variable non monotone quand l'endommagement progresse et il a une faible sensibilité à l'endommagement. D'autres études ont indiqué aussi que le facteur d'amortissement n'est pas sensible à la présence des dommages [58].

Cependant, d'autres études [59] tendent à confirmer l'utilité de l'amortissement comme un indicateur de l'intégrité de la structure. Des auteurs [60] ont utilisé l'amortissement pour développer une méthode de détection et de localisation de l'endommagement dans une structure composite. Ils ont montré dans des tests de décollement interne du composite que l'amortissement est plus sensible à l'endommagement que le paramètre de la fréquence naturelle. Keye et al. [61] ont développé une méthode basée sur une relation entre les changements de l'amortissement dû à un endommagement et la localisation de ce dernier dans la structure.

Les fréquences et les valeurs d'amortissement sont des propriétés globales des structures, pour cette raison, la capacité de détection d'endommagement des indicateurs des dommages basés sur ces propriétés est limitée à l'étape de

détection d'endommagement (niveau 1). Ces conclusions ont été largement divulguées et mises en évidence dans la littérature.

### 2.1.1.3. Méthodes basées sur le changement des déformées propres

Les déformées propres d'une structure mécanique sont souvent utilisées pour l'évaluation des endommagements, à travers le coefficient de corrélation entre les modes comme le coefficient MAC (Modal Assurance Criterion) [62]. Le coefficient MAC a été utilisé au début des années 1980 en tant que critère d'assurance de la qualité et pas comme un indice de localisation d'endommagement (Allemang et Brown [62], Allemang [63]). Ce critère fournit la mesure d'uniformité entre le vecteur modal estimé en état A (état non endommagé) et celui estimé en état B (état endommagé). Le calcul du MAC sert aussi comme une vérification de cohérence entre les deux vecteurs modaux.

Le coefficient de MAC change de 0 à 1, (0) pour aucune corrélation et (1) pour une corrélation parfaite. Les faibles valeurs du MAC (proche de zéro) indiquent que les vecteurs modaux ne sont pas compatibles, cela peut être dû à plusieurs raisons telles que, la non-linéarité du système, le bruit de mesure, les erreurs dans l'estimation des paramètres modaux. Les valeurs MAC proche de l'unité indiquent que les deux vecteurs modaux sont compatibles. L'évaluation de MAC pour des modes endommagés et non endommagés fournit un moyen d'évaluation de la déviation de la corrélation pour des déformées propres endommagées et intactes.

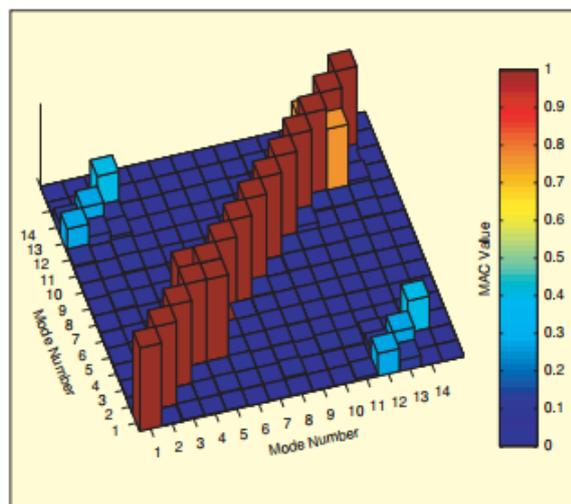


Figure 2.3 : Corrélation des déformées propres numériques et expérimentales

Un autre critère de déformée de mode qui s'appelle COMAC (Coordinate Modal Assurance Criterion), il est largement utilisé, il sert à comparer deux ensembles de déformée des modes à chaque degré de liberté ou à chaque nœud. Cependant, la cohérence des modes doivent être établies a priori en utilisant le MAC ou un critère similaire. Les exemples d'études et d'applications du MAC et du COMAC sont fournis par Yuen [63, 64, 20].

D'autres méthodes de détection d'endommagement basées sur les déformées propres de structure en tant que critères d'identification et surtout de localisation d'endommagement sont citées dans la littérature [65].

Les fréquences et les facteurs d'amortissement sont de nature plus globale. La localisation des dommages a été largement tentée avec les ID basés sur les déformées modales. La formulation la plus simple de l'indicateur du dommage est basé sur la variation absolue des valeurs de déformée modale entre deux états de la structure.

Fox [16] a discuté la détection et la localisation d'endommagement en utilisant les fréquences propres et les déformées propres d'une poutre libre – libre. L'auteur a présenté différentes manières de traiter les déformées propres, et il a effectué des comparaisons graphiques des variations relatives des déformées propres.

Contrairement à Salawu et Williams [20] qui ont noté que le changement des déformées propres est moins sensible aux endommagements que le changement fréquentiel. Certains chercheurs ont conclu que les déformées propres sont plus sensibles à la présence des dommages que les fréquences propres [19 ; 57].

Cependant, ces méthodes présentent quelques inconvénients, à savoir que les déformées propres ne sont pas facile à obtenir, particulièrement pour les grandes structures. Et il faut un nombre suffisant de capteurs pour assurer la détection d'endommagement [56].

### 2.1.2. Méthodes basées sur le changement d'indicateurs évolués

Pour surmonter les inconvénients des méthodes basées sur les paramètres modaux principaux, d'autres méthodes qui emploient le changement d'indicateurs

évolués tels que les dérivées des déformées modales et le paramètre de la flexibilité de la structure sont utilisés surtout pour le cas des petits dommages.

Les déformées propres et leurs dérivées ont été étudiées par plusieurs auteurs. L'idée de base est de trouver un rapport entre les changements des déformées propres et leurs dérivée et la position et le niveau de l'endommagement en supposant que l'endommagement structurel affecte la rigidité et pas la masse de la structure.

Les deux paramètres déformés modales et leurs dérivées obtenus à partir des essais modaux ont été utilisés par Ismail, Abdul Razak et Abdul Rahman [66] pour déterminer la position des dommages dans des poutres en béton armé ayant soit une simple fissure ou plusieurs fissures. La technique appliquée a eu des difficultés à détecter les dommages près des appuis, problèmes rencontrés dans la plupart des méthodes de détection basées sur les données vibratoires.

#### 2.1.2.1. Changement de la courbure des déformées propres

L'existence d'un endommagement dans une structure diminue la rigidité ( $EI$ ) de la structure fissurée. La diminution de la rigidité mène à l'augmentation de la courbure  $y''$ , et comme les changements de la courbure sont locaux et qu'ils dépendent du taux de réduction de la rigidité  $EI$ , le changement de courbure peut être utilisé pour la détection et la localisation des endommagements.

Avec l'hypothèse que des dommages structurels affectent uniquement la matrice de rigidité et pas la matrice de masse, certains auteurs [41, 43] ont mis en évidence que l'indicateur du dommage en fonction des changements de la courbure des déformées modales sont plus sensibles que les changements des déformées modales. D'autres études sur ce sujet ont été menées par Abdel Wahab et De Roeck [41] sur les ponts en béton précontraint pour déceler les dommages en simulant des dommages à différents endroits. Ils ont utilisé le facteur de courbure des déformées propres en tant qu'indicateur des dommages en combinant la différence dans la courbure des déformées modales de tous les modes.

Chance et al. [67] ont proposé d'utiliser les déformations au lieu de la mesure directe de la courbure, parce que le calcul de la courbure obtenu par des

déformées propres peut être abouti à des erreurs inacceptables. Avec cette nouvelle façon d'obtenir la courbure, les résultats se sont nettement améliorés.

Pandey et al. [69] ont suggéré un nouveau paramètre appelé la courbure de déformation propre comme indicateur de détection et de localisation d'endommagement. Les auteurs ont utilisé un modèle analytique d'une poutre, ils ont montré que les changements absolus de la courbure de déformée propres peuvent être utilisés pour la localisation et la quantification d'endommagement.

Dutta et Talukdar [68] ont étudié la variation de la courbure des déformées modales pour détecter et localiser de multiples dommages dans les tabliers de pont simplement appuyés en utilisant les cinq premiers modes. Les auteurs ont remarqué que les pics dans le changement de courbure des déformées modales arrivent au voisinage du lieu de dommage le long de la poutre dans les directions longitudinales et transversales. Alvandi et Cremona [56] ont montré de faibles probabilités de localisation des dommages avec des niveaux de bruit élevés dans les mesures en utilisant l'Indicateur de Dommage basé sur la courbure des déformées modales. Whalen [43] a évalué les ID en fonction des changements des quatre premières dérivées des déformées modales et il a souligné que les dérivées d'ordre supérieur sont les plus sensibles aux endommagements.

#### 2.1.2.2. Méthodes basées sur le changement de la flexibilité

La matrice de flexibilité est définie comme l'inverse de la matrice de rigidité. Ainsi, chaque colonne de la matrice de flexibilité représente le modèle de déplacement de la structure lié à une force unité appliquée au degré de liberté associé.

Les endommagements sont identifiés par la comparaison des matrices de flexibilité de la structure saine (qui peut être obtenue en utilisant la MEF) et des matrices de flexibilité des états endommagés. En raison de la relation inverse au carré des fréquences modales, la matrice de flexibilité est très sensible aux changements des modes d'ordres inférieurs, tandis que la matrice de rigidité est plus sensible aux modes d'ordres supérieurs.

Pandey et Biswas [69] ont étudié une approche basée sur le calcul des changements de la matrice de flexibilité de la structure en utilisant les paramètres

modaux identifiés. Ils ont montré que la flexibilité d'une structure converge rapidement avec l'augmentation de la fréquence et qu'une bonne évaluation de la matrice de flexibilité a été obtenue à partir des deux premiers modes. Une poutre sous trois types de conditions aux limites a été étudiée analytiquement et expérimentalement. Dans les deux cas, les auteurs ont prouvé d'une part que la flexibilité était assez sensible à l'endommagement, et d'autre part que la méthode proposée fonctionne mieux quand le changement structural se produit sur la section soumise à des grands moments de flexion.

Parc et al. [70] ont comparé trois méthodes pour obtenir la matrice de flexibilité pour la détection d'endommagement structural : une méthode sous structuration, une méthode basée sur la déformation et une méthode basée sur la contrainte. Ces méthodes ont été appliquées sur un bâtiment de dix étages, un pont et un moteur, les résultats ont suggéré que ces techniques pourraient correctement localiser les endommagements.

Pandey et Biswas [69] ont présenté une technique basée sur l'évolution de la flexibilité modale d'une structure pour étudier l'effet de dommages avec différentes conditions aux limites. Différentes modifications de la matrice de flexibilité modale ont été observées une fois des changements sont opérés au niveau des conditions aux limites. Patjawit et Kanok-Nukulchai [71] ont introduit un indicateur basé sur la flexibilité globale afin d'identifier l'état de santé d'un pont routier. Un état de vieillissement s'est révélé par l'augmentation progressive de cet indicateur.

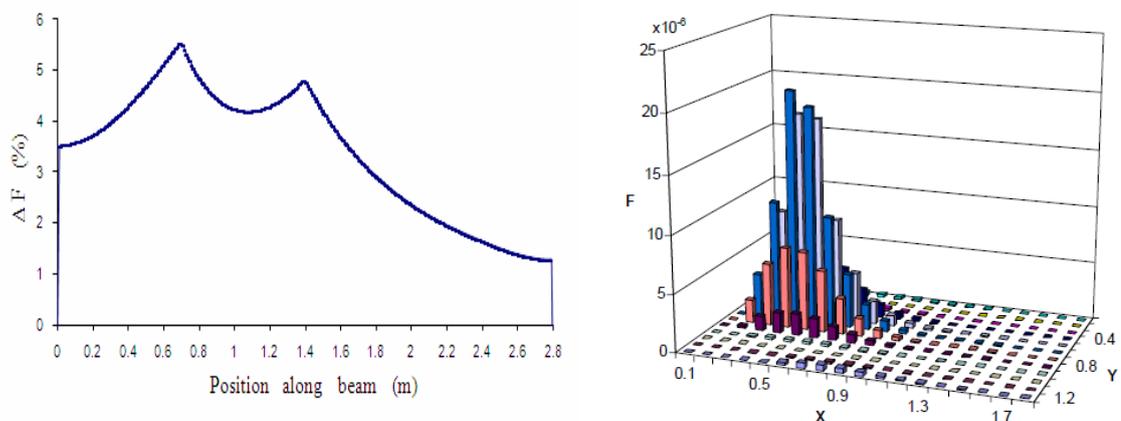


Figure 2.4 : Localisation du dommage par la flexibilité modale [72].

### 2.1.2.3. Méthodes basées sur l'Energie de Déformation Modale

Stubbs et al. [21] ont proposé le premier indice du dommage basé sur l'énergie de déformation modale (IDBEDM) pour les éléments 1D. Stubbs a confirmé l'applicabilité de cet indicateur, en détectant les dommages dans un pont en acier. Plus tard, Cornwell et al. [73] ont étendu l'IDBEDM pour les éléments structuraux 2D tels que des plaques.

Depuis 1992, différentes formules des IDBEDMs ont été présentées par Stubbs et al. [21], Cornwell et al. [73], Doebling et al. [2], Park et al. [70], et Shih, et al. [78].

Li et al. [74] a présenté une liste complète des recherches sur les méthodes à base d'énergie de déformation modales.

Alvandi et Crémone [75] ont présenté une étude comparative des indicateurs des dommages basés sur la méthode de courbure des déformées, la méthode de flexibilité, et sur la méthode d'énergie de déformation modale. Les résultats de cette étude ont indiqué que la méthode basée sur l'énergie de déformation modale a plus de stabilité dans la détection des dommages dans la présence du bruit de mesure.

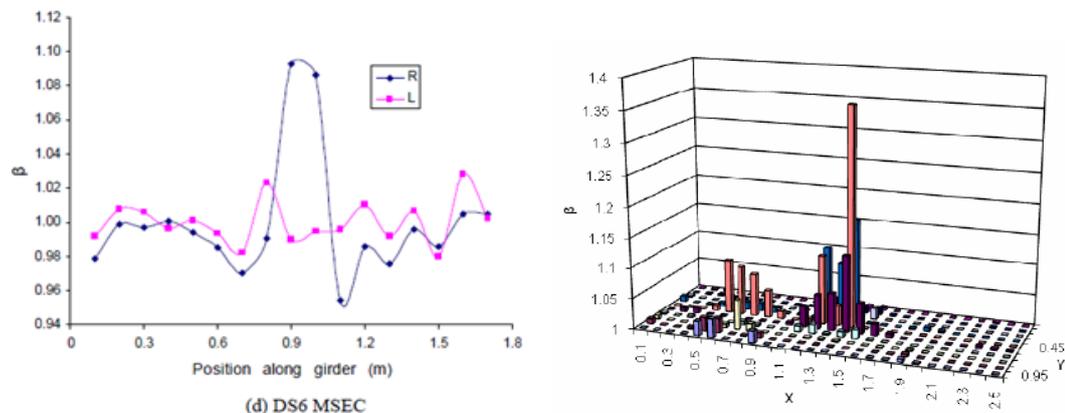


Figure 2.5 : Localisation du dommage par l'indicateur de l'énergie de déformation modale [72].

## CHAPITRE 3

### THEORIE ET EQUATIONS DES INDICATEURS D'ENDOMMAGEMENT BASES SUR L'ANALYSE VIBRATOIRE

Dans ce chapitre, plusieurs équations des méthodes basées sur l'analyse vibratoire pour le contrôle des changements structurels sont présentées en deux catégories : méthodes globales pour la détection et méthodes locales pour la localisation et la quantification de la taille du dommage.

La base théorique utilisée pour décrire le comportement de la flexion latérale des poutres en porte à faux régie par le modèle d'Euler-Bernoulli est exposée, et l'effet des changements structuraux sur les paramètres modaux est présenté.

Les indicateurs d'endommagement basés sur la variation des dérivées des déformées modales des structures endommagées sont présentés dans ce chapitre afin qu'ils soient appliqués dans l'analyse numérique et expérimentale du chapitre 4.

La section 3.3 de ce chapitre, présente les formules du taux de changement de la fréquence propre et le critère d'assurance modal (MAC). La section 3.4 donne les formules des indicateurs de dommage basés sur les déformées des modes et ses dérivées. Les indices des dommages basés sur la flexibilité et sur l'énergie de déformation modale sont discutés dans ce chapitre.

#### 3.1 Théorie de la flexion latérale des poutres (Modèle d'Euler-Bernoulli)

L'équation du mouvement, proposée pour une poutre de type Euler-Bernoulli et de section uniforme en vibration libre est exprimée par [10] :

$$m(x) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ EI(x) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right] = 0 \quad (3.1)$$

Où  $u(x,t)$  est le déplacement transversal qui est une fonction de temps  $t$  et de la position  $x$  le long de la longueur de la poutre (figure 3.1),  $m(x)$  est la masse par unité de longueur.

Pour la poutre régie par le modèle Euler-Bernoulli, la déformation due au cisaillement est généralement négligeable devant celle due à la flexion pure, et les sections droites restent alors orthogonales à la fibre neutre de la poutre [29].

La solution générale de l'équation (3.1) aura la forme suivante :

$$u(x, t) = \varphi(x)q(t) \quad (3.2)$$

Où  $\varphi(x)$  est une fonction des déformées modales, et  $q(t)$  est l'amplitude du mouvement.

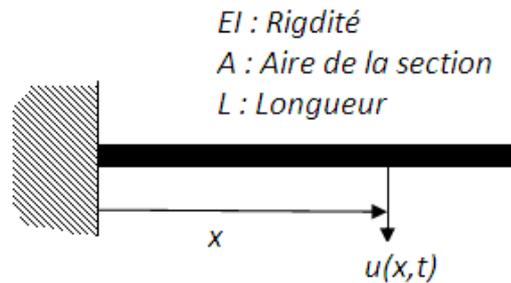


Figure 3.1 : Flexion transversale d'une poutre.

L'équation (3.1) ci-dessus peut être réécrite par l'équation :

$$m(x)\varphi(x)\ddot{q}(t) + q(t)[EI(x)\varphi''(x)]'' = 0 \quad (3.3)$$

Les deux variables sont séparées dans l'équation différentielle partielle ci-dessus, ce qui conduira aux deux équations différentielles ordinaires suivantes:

$$\ddot{q}(t) + \omega^2 q(t) = 0 \quad (3.4)$$

$$[EI(x)\varphi''(x)]'' - \omega^2 m(x)\varphi(x) = 0 \quad (3.5)$$

L'équation (3.5) définit le problème aux valeurs propres avec les conditions aux limites définies de la poutre. Pour une poutre de masse et rigidité uniforme, cette équation peut être simplifiée par :

$$\frac{\partial^4 \varphi(x)}{\partial x^4} - \beta^4 \varphi(x) = 0 \quad \text{où} \quad \beta^4 = \frac{\omega^2 m}{EI} \quad (3.6)$$

La solution générale de l'équation différentielle partielle peut s'exprimer par :

$$\varphi(x) = C_1 \sin\beta x + C_2 \cos\beta x + C_3 \sinh\beta x + C_4 \cosh\beta x \quad (3.7)$$

Où  $C_1, C_2, C_3$  et  $C_4$  sont des constantes à déterminer.

Dans le cas d'une poutre encastree libre, les conditions aux limites dans l'extrémité fixe et l'extrémité libre peuvent fournir les quatre équations supplémentaires suivantes:

$$\begin{cases} \varphi(x) = 0 \\ \frac{\partial \varphi(x)}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad \text{à } x = 0 \quad (3.8)$$

$$\begin{cases} M(x) = EI \frac{\partial^2 \varphi(x)}{\partial x^2} = 0 \\ V(x) = EI \frac{\partial^3 \varphi(x)}{\partial x^3} = 0 \end{cases} \quad \text{à } x = L \quad (3.9)$$

En substituant les équations de condition aux limites (Equations 3.8 et 3.9) dans la solution générale (Equation 3.7), on obtient les équations suivantes :

$$C_4 = -C_2 \quad \text{et} \quad C_3 = -C_1 \quad (3.10)$$

$$C_1(\sin \beta L + \sinh \beta L) + C_2(\cos \beta L + \cosh \beta L) = 0 \quad (3.11)$$

$$C_1(\cos \beta L + \cosh \beta L) + C_2(-\sin \beta L + \sinh \beta L) = 0 \quad (3.12)$$

$$\begin{bmatrix} \sin \beta L + \sinh \beta L & \cos \beta L + \cosh \beta L \\ \cos \beta L + \cosh \beta L & -\sin \beta L + \sinh \beta L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Pour une solution non triviale, le déterminant de la matrice (Equations 3.10 à 3.13) doit être égal à zéro, cela conduit à :

$$1 + \cos \beta L \cdot \cosh \beta L = 0 \quad (3.14)$$

Les solutions numériques qui satisfont à l'équation (3.14) sont les suivantes:

$$\beta_n = 1.8751, \quad 4.6941, \quad 7.8548 \quad \text{et} \quad 10.9960 \quad \text{pour } n = 1,2,3,4 \quad (3.15)$$

$$\beta_n \approx [2n - 1] \frac{\pi}{2} \quad \text{pour } n > 3 \quad (3.16)$$

Par la substitution des équations (3.15) et (3.16) dans l'équation (3.6), les fréquences naturelles  $\omega_n$  de la poutre peuvent être déterminées à partir de l'équation suivante :

$$\omega_n = \frac{(\beta_n)^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}, \quad n = 1,2,3, \dots \quad (3.17)$$

L'expression de la déformée modale correspondant à chaque fréquence naturelle peut également être développée en combinant les équations (3.7) et (3.10)-(3.13).

Les formes des différents modes sont données par l'équation suivante [10] :

$$\varphi_n(x) = C_1 \left[ \cosh \beta_n x - \cos \beta_n x - \frac{\cosh \beta_n L + \cos \beta_n L}{\sinh \beta_n L + \sin \beta_n L} (\sinh \beta_n x - \sin \beta_n x) \right] \quad (3.18)$$

Où  $C_1$  est une constante égale à l'amplitude de vibration à cette fréquence spécifique.

La fréquence propre de chacun des modes est inversement proportionnelle au carré de la longueur de la poutre et elle est directement proportionnelle aux valeurs de rigidité et de masse. Les fréquences propres sont :

$$f_n = \frac{(\beta_{nL})^2}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}} \quad (3.19)$$

$$f_1 = \frac{0.5595}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}, \quad \frac{f_n}{f_1} = 0.7(2n - 1)^2 \quad \text{pour } n > 1 \quad (3.20)$$

Le rapport des fréquences divisées par la première fréquence est :

$$\frac{f_2}{f_1} = 6.3 \quad \frac{f_3}{f_1} = 17.5 \quad \frac{f_4}{f_1} = 34.3 \quad (3.21)$$

Cette distribution de fréquences (6.3, 17.5, et 34.3) est une caractéristique d'une poutre encastree libre en flexion.

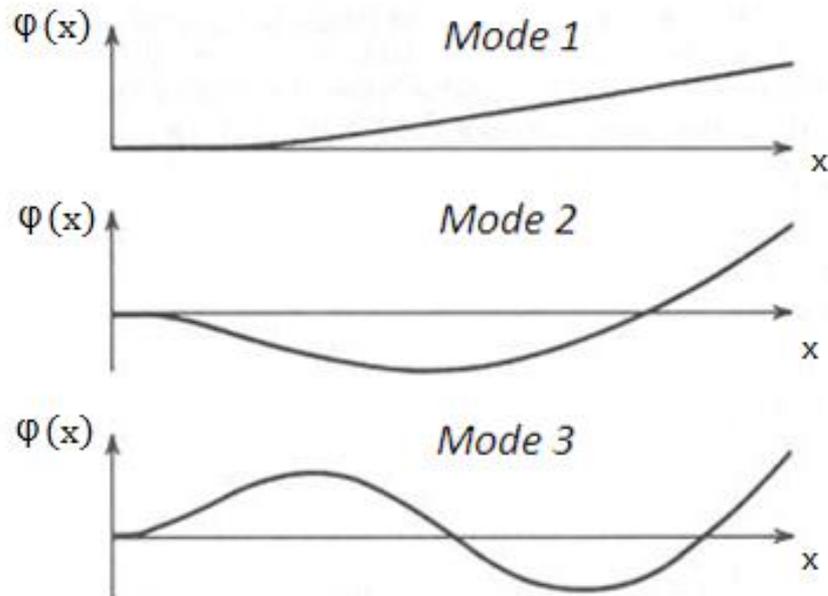


Figure 3.2 : 03 modes de vibration d'une poutre console.

### 3.2. Effet de l'endommagement sur les paramètres modaux

Lorsqu' une structure est endommagée, en subissant des fissures, ses propriétés mécaniques sont affectées, et sa rigidité globale est réduite. Une diminution de la rigidité se traduit par un changement des caractéristiques modales, à savoir les fréquences, les déformées modales et les coefficients d'amortissement. Si on considère le cas d'une poutre console non amortie, les fréquences et les déformées propres de cette poutre sont régies par l'équation des valeurs propres suivante :

$$([K] - \lambda[M])\{\Phi\} = 0 \quad (3.22)$$

Le système d'équations (3.22) devient après le changement de ses propriétés physiques suite à l'endommagement comme suit.

$$([K]^d - \lambda^d[M]^d)\{\Phi^d\} = 0 \quad (3.23)$$

$[K]^d$  est réécrit en fonction de  $[K]$ , en introduisant la variation de rigidité  $\delta K$  entre l'état intact et l'état endommagé tel que  $[K]^d = [K] + \delta[K]$ .

Et sachant que le dommage ne produit pas de variation de masse ( $\delta[M]=0$ ), l'équation (3.22) devient :

$$([(K] + \delta[K]) - (\lambda + \delta\lambda)[M])\{\Phi\} + \delta\{\Phi\} = 0 \quad (3.24)$$

et

$$([K] - [M]\lambda)\{\Phi\} + \delta\{\Phi\} + \delta[K]\{\Phi\} + \delta[K]\delta\{\Phi\} - \delta\lambda[M]\{\Phi\} - \delta\lambda[M]\delta\{\Phi\} = 0 \quad (3.25)$$

A partir de l'équation (3.22), pour une solution non triviale  $\Phi$ , on a :

$[K] - \lambda[M] = 0$ . En négligeant le terme en second ordre et en multipliant la partie gauche par  $\{\Phi\}^T$ , l'équation (3.25) devient :

$$\delta\lambda = \frac{\{\Phi\}^T \delta[K] \{\Phi\}}{\{\Phi\}^T [M] \{\Phi\} + \{\Phi\}^T [M] \delta\{\Phi\}} = \delta(\omega^2) = 2\omega\delta\omega \quad (3.26)$$

Et  $\delta\omega$  peut être exprimée par [10] :

$$\delta\omega = \frac{1}{2\omega} \frac{\{\Phi\}^T \delta[K] \{\Phi\}}{\{\Phi\}^T [M] \{\Phi\} + \{\Phi\}^T [M] \delta\{\Phi\}} \quad (3.27)$$

Pour un système à plusieurs ddl, le vecteur de fréquence et les matrices de rigidité et de masse sont :

$$\delta\omega = \begin{Bmatrix} \delta\omega_1 \\ \vdots \\ \delta\omega_n \end{Bmatrix}; \quad \{\Phi\}^T \delta[K] \{\Phi\} = \begin{bmatrix} \delta k_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \delta k_n \end{bmatrix}; \quad \{\Phi\}^T [M] \{\Phi\} = \begin{bmatrix} m_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & m_n \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

L'équation (3.27) montre que le changement de la rigidité est directement lié avec la variation de la fréquence et avec la variation de la déformée modale, et une diminution de la rigidité ( $\delta k < 0$ ) produit une diminution de la fréquence propre.

### 3.3. Méthodes globales de détection

#### 3.3.1. Taux de changement de la fréquence propre

L'équation (3.29) indique le taux de changement de la fréquence du  $i^{\text{ème}}$  mode FRQ (i), et  $\omega^u_i$ ,  $\omega^d_i$  sont respectivement les fréquences du  $i^{\text{ème}}$  mode entre l'état intact et l'état endommagé de la structure.

$$\text{FRQ}(i) = \left(1 - \frac{\omega^d(i)}{\omega^u(i)}\right) \times 100\% \quad (3.29)$$

#### 3.3.2. Critère d'assurance modale (MAC)

La valeur du critère d'assurance modale (Modal Assurance Criteria : MAC) est employée pour comparer la corrélation du  $i^{\text{ème}}$  mode au  $k^{\text{ème}}$  mode correspondant à deux états différents de la structure en l'occurrence état sain et état endommagé. Les valeurs plus élevées du MAC indiquent une corrélation plus élevée.

Si  $U_M$  et  $D_M$  sont le nombre de modes mesurés aux états intacts et endommagés de la structure, la matrice de MAC devient  $U_M \times D_M$ . L'élément pour l' $i^{\text{ème}}$  rangée et la  $k^{\text{ème}}$  colonne de la matrice  $[\text{MAC}]_{U_M \times D_M}$  est calculé par l'équation [62] :

$$\text{MAC}(i, k) = \frac{\left| \sum_{j=1}^{j=N} \{\phi_u(j,i) \times \phi_d(j,k)\} \right|^2}{\left( \sum_{j=1}^{j=N} |\phi_u(j,i)|^2 \right) \left( \sum_{j=1}^{j=N} |\phi_d(j,k)|^2 \right)} \quad (3.30)$$

#### 3.3.3. Valeur de sensibilité modale (MSV)

La valeur de MSV est employée pour mesurer le niveau de la sensibilité des différents modes au dommage [50]. La valeur de MSV pour le  $i^{\text{ème}}$  mode entre l'état intact et les états endommagés de la structure peut être exprimée par l'équation suivante :

$$\text{MSV}(1, i) = \frac{\frac{\left\{ \sum_{j=1}^{j=N} |\phi_d(j,i)|^2 \right\}^{0.5}}{|\omega_d(i)|^2} - \frac{\left\{ \sum_{j=1}^{j=N} |\phi_u(j,i)|^2 \right\}^{0.5}}{|\omega_u(i)|^2}}{\frac{\left\{ \sum_{j=1}^{j=N} |\phi_u(j,i)|^2 \right\}^{0.5}}{|\omega_u(i)|^2}} \quad (3.31)$$

### 3.3.4. Indicateur du dommage basé sur le changement de la déformée modale

L'équation (3.32) donne la variation de l'indice individuel des déformées modales pour le  $i^{\text{ème}}$  mode. L'indicateur en combinant un nombre "m" de modes est donné par l'équation (3.33).

$$\gamma_{(i)}(j, i) = |\phi_u(j, i)| - |\phi_d(j, i)| \quad (3.32)$$

$$\gamma_{c(1,m)}(j, 1) = \sum_{i=1}^{i=m} \gamma_{(i)}(j, i) \quad (3.33)$$

## 3.4. Méthodes locales de localisation et de quantification

### 3.4.1. Indicateur basé sur les dérivées des déformées propres des modes

Les équations (3.34)-(3.37) donnent l'indicateur de dommage par mode, tandis que les équations (3.38)-(3.41) donnent l'indicateur d'endommagement en combinant les "m" modes de vibration.

A titre d'exemple, les indicateurs des dommages sont donnés et présentés en utilisant les quatre premières dérivées des déformées modales.

$$\gamma_{(i)}^1(j, i) = |\phi'_u(j, i)| - |\phi'_d(j, i)| \quad (3.34)$$

$$\gamma_{(i)}^2(j, i) = |\phi''_u(j, i)| - |\phi''_d(j, i)| \quad (3.35)$$

$$\gamma_{(i)}^3(j, i) = |\phi'''_u(j, i)| - |\phi'''_d(j, i)| \quad (3.36)$$

$$\gamma_{(i)}^4(j, i) = |\phi''''_u(j, i)| - |\phi''''_d(j, i)| \quad (3.37)$$

$$\gamma_{c(1,m)}^1(j, 1) = \sum_{i=1}^{i=m} \gamma^1(j, i) \quad (3.38)$$

$$\gamma_{c(1,m)}^2(j, 1) = \sum_{i=1}^{i=m} \gamma^2(j, i) \quad (3.39)$$

$$\gamma_{c(1,m)}^4(j, 1) = \sum_{i=1}^{i=m} \gamma^3(j, i) \quad (3.40)$$

$$\gamma_{c(1,m)}^4(j, 1) = \sum_{i=1}^{i=m} \gamma^4(j, i) \quad (3.41)$$

### 3.4.2. Indicateur du dommage basé sur la flexibilité modale

Le changement de la flexibilité peut aussi être utilisé comme un indice d'intégrité de niveau 1 et niveau 2 d'une structure endommagée. Ainsi, si on mesure les paramètres modaux de la structure avant et après endommagement; la matrice de flexibilité modale [F] est obtenue en utilisant l'équation suivante [12] :

$$[F] = [\phi] \left[ \frac{1}{\omega^2} \right] [\phi]^T \quad (3.42)$$

Où  $[1/\omega^2]$  représente la matrice diagonale des fréquences propres.

Les quatre formes de l'indicateur basées sur le changement de flexibilité modale sont présentées par les équations (3.43) - (3.46).

$$\alpha 1_{(i)}(j, i) = F_d(j, i) - F_u(j, i) \quad (3.43)$$

$$\alpha 2_{(i)}(j, i) = \frac{F_d(j, i) - F_u(j, i)}{F_u(j, i)} \quad (3.44)$$

$$\alpha 3_{c(1:M)}(j, 1) = \sum_{i=1}^M \frac{F_d(j, i) - F_u(j, i)}{F_u(j, i)} \quad (3.45)$$

$$\alpha 4_{c(1,M)}(j, 1) = \frac{\sum_{i=1}^M F_d(j, i) - F_u(j, i)}{\sum_{i=1}^M F_u(j, i)} \quad (3.46)$$

### 3.4.3. Indicateur du dommage basé sur les méthodes basées sur le changement de la courbure des déformées modales

Les auteurs [62 , 69] qui ont travaillé sur le changement de la courbure des déformées modales, ont noté que le dommage provoque un changement de la courbure des déformées modales au niveau de la position du dommage, et que ce changement peut être considéré comme un bon indicateur pour détecter et localiser les dommages.

Selon la théorie des poutres, la courbure à la position  $x$  d'une poutre en flexion est :

$$y'' = \frac{M(x)}{EI} \quad (3.47)$$

Il est évident à partir de cette équation que toute réduction due aux dommages de la rigidité à la flexion ( $EI$ ) conduira à une augmentation de la courbure, et que la différence entre la courbure des déformées modales avant et après l'endommagement sera plus importante à l'endroit des dommages.

Les courbures calculées habituellement numériquement par le déplacement des formes de modes aux points de calcul également espacés, sont exprimées par :

$$\phi''_{i,j} = \frac{\phi_{(i+1),j} - 2\phi_{i,j} + \phi_{(i-1),j}}{\Delta l^2} \quad (3.48)$$

Où  $\phi''_{i,j}$  représente la courbure modale, le premier indice " $i$ " représente le numéro du nœud, et le deuxième indice " $j$ " indique l'ordre de la déformée modale,

$\Delta l$  est la longueur de l'élément de la poutre discrétisée en plusieurs éléments d'égale longueur (distance entre les nœuds).

L'emplacement des dommages est évalué par les plus grandes valeurs calculées de changements absolus des courbures des déformées modales de la structure endommagée.

$$MSC_i = \sum_{j=1}^M \Delta \phi''_{i,j} = \sum_{j=1}^M |(\phi''_{i,j}^d) - (\phi''_{i,j})| \quad (3.49)$$

#### 3.4.4. Indicateur du dommage basé sur le changement de l'énergie de déformation modale

##### 3.4.4.1 Energie de déformation modale

La méthode d'identification des dommages basée sur l'utilisation de la variation de l'énergie de déformation modale (EDM) des éléments d'une structure avant et après endommagement a été développée par Stubbs et al. [21].

Elle est utilisée juste après dans la surveillance de la santé des structures par Cornwell et al. [73].

La théorie de l'énergie de déformation modale est basée sur le fondement de l'énergie de déformation de flexion  $U$  d'une poutre Euler-Bernoulli qui est donnée par :

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L EI(x) \left( \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (3.50)$$

Dans l'analyse modale, le déplacement transversal  $z$  de la poutre peut être remplacé par la déformée modale, qui est habituellement mesurée par les accéléromètres. Pour une déformée modale donnée  $\Phi_i(x)$ , l'énergie modale associée est :

$$U_i = \frac{1}{2} \int_0^L EI(x) \left( \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (3.51)$$

Si la poutre est subdivisée en  $N$  éléments ou régions entre deux lieux  $(x_j, x_j + \Delta x_j)$ , comme il est montré dans la figure 3.3, l'énergie de déformation modale associée à chaque élément  $J$  et due au  $i^{\text{ème}}$  mode est donnée par :

$$U_{ij} = \frac{1}{2} \int_{x_j}^{x_{j+1}} EI(x) \left( \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (3.52)$$

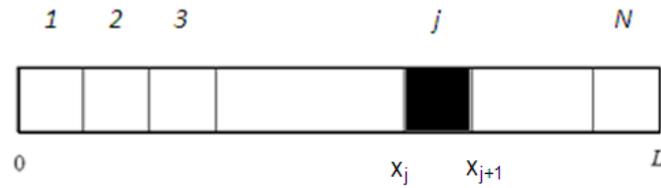


Figure 3.3 : Schéma de la poutre subdivisée en N éléments

#### 3.4.4.2 Indicateur énergétique de localisation d'endommagement

Il existe plusieurs méthodes de localisation d'endommagement dans les structures utilisant les déformées modales en considérant l'énergie de déformation modale avant et après endommagement.

Ces méthodes comme celles de Cornwell et al. [73] sont basées sur l'hypothèse que la poutre est de type Euler-Bernoulli et que la rigidité de flexion  $EI$  est constante pour un mode " i " et une déformée modale donnée  $\Phi_i$ .

$$U_i = \frac{1}{2} \int_0^L EI(x) \left( \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (3.53)$$

En considérant l'énergie de déformation de chaque élément "J" et l'énergie de déformation totale de la poutre pour le  $i^{\text{ème}}$  mode propre, la fraction d'énergie de déformation modale  $F_{ij}$  pour la structure saine s'écrit par :

$$F_{ij} = \frac{U_{ij}}{U_i} \quad \text{et} \quad \sum_{i=1}^{N_d} F_{ij} = 1 \quad (3.54)$$

De la même manière, la fraction d'énergie de déformation peut être définie pour la structure endommagée pour le  $i^{\text{ème}}$  mode propre par :

$$F_{ij}^d = \frac{U_{ij}^d}{U_i^d} \quad (3.55)$$

$$U_i^d = \frac{1}{2} \int_0^L EI^d(x) \left( \frac{\partial^2 \Phi_i^d}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad ; \quad U_{ij}^d = \frac{1}{2} \int_{x_j}^{x_{j+1}} EI^d(x) \left( \frac{\partial^2 \Phi_i^d}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (3.56)$$

La rigidité de flexion  $EI^d$  de la structure endommagée est inconnue pour l'analyse modale expérimentale, elle peut être remplacée par la rigidité de flexion avant endommagement  $EI$  dans le cas de petits endommagements. Et les éléments sélectionnés sont considérés ayant des dimensions relativement faibles.

Dans ces conditions où la rigidité de flexion  $EI_j$  du  $j^{\text{ème}}$  élément est supposée constante et le dommage est considéré petit et localisé, les deux fractions  $F_{ij}$  et  $F_{ij}^d$  sont supposées égaux :

$$F_{ij}^d = F_{ij} \quad (3.57)$$

On obtient donc :

$$1 = \frac{U_{ij}^d / U_i^d}{U_{ij} / U_i} = \frac{\int_{x_j}^{x_{j+1}} EI_j^d(x) \left( \frac{\partial^2 \phi_i^d}{\partial x^2} \right) dx / \int_0^L EI^d(x) \left( \frac{\partial^2 \phi_i^d}{\partial x^2} \right) dx}{\int_{x_j}^{x_{j+1}} EI_j(x) \left( \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x^2} \right) dx / \int_0^L EI(x) \left( \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x^2} \right) dx} \quad (3.58)$$

L'équation (3.58) peut être simplifiée comme suit:

$$\frac{EI_j}{EI_j^d} = \frac{\int_{x_j}^{x_{j+1}} \left( \frac{\partial^2 \phi_i^d}{\partial x^2} \right) dx / \int_0^L \left( \frac{\partial^2 \phi_i^d}{\partial x^2} \right) dx}{\int_{x_j}^{x_{j+1}} \left( \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x^2} \right) dx / \int_0^L \left( \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x^2} \right) dx} \quad (3.59)$$

En calculant la valeur moyenne de l'énergie modale pour un nombre de modes "m", on obtient l'indicateur de dommages  $\beta_j$  de la région j, où  $\hat{E}I_j$  et  $\hat{E}I_j^d$  sont les valeurs moyennes des rigidités associées aux m modes propres.

$$\beta_j = \frac{\hat{E}I_j}{\hat{E}I_j^d} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{\int_{x_j}^{x_{j+1}} \left( \frac{\partial^2 \phi_i^d}{\partial x^2} \right) dx / \int_0^L \left( \frac{\partial^2 \phi_i^d}{\partial x^2} \right) dx}{\int_{x_j}^{x_{j+1}} \left( \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x^2} \right) dx / \int_0^L \left( \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x^2} \right) dx} \quad (3.60)$$

Une autre manière d'écrire l'indicateur d'endommagement pour le j<sup>ème</sup> élément et le i<sup>ème</sup> mode est de calculer la différence entre la fraction d'énergie de déformation de la structure saine et celle de la structure endommagée, et de la normaliser ensuite par rapport à la plus grande valeur de cette différence, cette Indicateur  $\beta_{jII}$  s'écrit alors sous la forme suivante :

$$\beta_{jII} = \frac{(F_{ij} - F_{ij}^d)}{\max(F_{ij} - F_{ij}^d)} \quad (3.61)$$

Le dommage est indiqué au j<sup>ème</sup> élément si  $\beta_{jII} > 1$ .

#### 3.4.4.2.1. Formule des indicateurs énergétiques de dommages

##### Indice des dommages $\beta_1$ :

La fraction de l'énergie de déformation de la structure endommagée  $(F_{ij})_d$  à celle de la structure intacte  $(F_{ij})_h$  a été employée comme indicateur de l'endroit

de dommages par Cornwell et al [73]. Cet indicateur de localisation de dommages  $\beta_1$  calculé pour le mode " i " et de l'élément " J " est donné par :

$$(\beta_{ij})_1 = \frac{(F_{ij})_d}{(F_{ij})_h} \quad (3.62)$$

Où sous la forme explicite :

$$(\beta_{ij})_1 = \frac{\left( \int_{x_j}^{x_{j+1}} \left( \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x^2} \right)^2 dx \right)_d \times \left( \int_0^L \left( \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x^2} \right)^2 dx \right)_h}{\left( \int_0^L \left( \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x^2} \right)^2 dx \right)_d \times \left( \int_{x_j}^{x_{j+1}} \left( \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x^2} \right)^2 dx \right)_h} \quad (3.63)$$

Si les données des déformées modales pour plusieurs modes sont disponibles, l'indicateur de dommages peut être réécrit par :

$$(\beta_j)_1 = \frac{\sum_1^m (F_{ij})_d}{\sum_1^m (F_{ij})_h} \quad (3.64)$$

$$(\beta_j)_1 = \sum_{i=1}^m \frac{\left( \int_{x_j}^{x_{j+1}} \left( \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x^2} \right)^2 dx \right)_d}{\left( \int_0^L \left( \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x^2} \right)^2 dx \right)_d} \times \sum_{i=1}^m \frac{\left( \int_0^L \left( \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x^2} \right)^2 dx \right)_h}{\left( \int_{x_j}^{x_{j+1}} \left( \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x^2} \right)^2 dx \right)_h} \quad (3.65)$$

### Indice des dommages $\beta_2$ :

L'indicateur de dommages comme donné dans l'équation (3.65) indique parfois de fausses alertes surtout au voisinage des points nodaux des modes. Park et al. [76] ont donc modifié l'expression de  $\beta_{j,1}$  et ils ont donné l'indicateur ci-dessous.

$$(\beta_{ij})_2 = \frac{\left\{ \frac{(F_{ij})_d}{(F_{ij})_h} \right\}_{+1}}{2} \quad (3.66)$$

L'indicateur du dommage utilisant les premiers modes mesurés "m" peut être écrit par :

$$(\beta_j)_2 = \frac{\left\{ \frac{\sum_1^m (F_{ij})_d}{\sum_1^m (F_{ij})_h} \right\}_{+1}}{2} \quad (3.67)$$

Les valeurs maximales de l'indicateur de dommages supérieur à la valeur unité sont employées pour identifier les endroits de dommages.

### Indice des dommages $\beta_3$ :

Li et al. [77] et Shih et al. [78] ont également proposé un indicateur de dommages semblable à celui désigné ci-dessus. Les valeurs maximales de l'indicateur de dommages situées au dessus du niveau 1 indiquent les endroits de dommages.

$$(\beta_{ij})_3 = \frac{(F_{ij})_{d+1}}{(F_{ij})_{d+1}} \quad (3.68)$$

Dans le cas où un nombre de modes "m" est utilisé, l'indicateur du dommage  $\beta_j$  aura la forme:

$$(\beta_j)_3 = \frac{\sum_1^m \left[ \left( \int_{x_j}^{x_{j+1}} \left( \frac{\partial^2 \phi_j}{\partial x^2} \right)^2 dx \right)_d + \left( \int_0^L \left( \frac{\partial^2 \phi_j}{\partial x^2} \right)^2 dx \right)_d \right] \times \left[ \left( \int_0^L \left( \frac{\partial^2 \phi_j}{\partial x^2} \right)^2 dx \right)_H \right]}{\sum_1^m \left[ \left( \int_0^L \left( \frac{\partial^2 \phi_j}{\partial x^2} \right)^2 dx \right)_d \right] \times \left[ \left( \int_{x_j}^{x_{j+1}} \left( \frac{\partial^2 \phi_j}{\partial x^2} \right)^2 dx \right)_H + \left( \int_0^L \left( \frac{\partial^2 \phi_j}{\partial x^2} \right)^2 dx \right)_H \right]} \quad (3.69)$$

En développant cet indicateur de dommages, les valeurs du dénominateur et du numérateur sont calculées séparément pour chaque mode.

### Indicateur énergétique normalisé des dommages

Les indicateurs de dommages  $\beta_j$  sont des variables aléatoires distribuées sur un espace donné, ainsi les valeurs des indicateurs de dommages dans un espace normal standard sont proposées par l'indice de dommages normalisé  $z_j$  de Cornwell [73]:

$$z_j = \frac{\beta_j - \mu_{\beta_j}}{\sigma_{\beta_j}} \quad (3.70)$$

Où  $\mu_{\beta_j}$  est la moyenne des valeurs de  $\beta_j$  pour tous les éléments  $J=1$  à  $N$  et  $\sigma_{\beta_j}$  est l'écart type de  $\beta_j$  pour tous les éléments  $J=1$  à  $N$ .

Les indicateurs  $\beta_j$  et  $z_j$  sont calculés pour tous les éléments de la structure et pour un certain nombre de modes propres (les dix premiers modes pour des raisons de précision). Si un endommagement existe dans l'élément  $j=p$ , la valeur correspondante à ces indicateurs est la plus grande de tous les autres éléments ( $j \neq p$ ).

### 3.4.4.3. Théorie de l'indicateur d'estimation de la taille du dommage

Pour localiser l'endommagement, le concept de changement d'énergie de déformation modale est utilisé, la formulation de ce concept est présentée par une autre forme en considérant l'élément  $J$  en mode  $i$  entre deux lieux  $(x_j, x_j + \Delta x_j)$  avant (Equation 3.71) et après endommagement (Equation 3.72) d'une poutre subdivisée :

$$EDM_{ij} = \frac{1}{2} \left( \int_{x_j}^{x_{j+1}} E_j I_j [\{\phi\}_{ij}'' ]^2 dx \right) = \{\phi\}_{ij}^T [K]_j \{\phi\}_{ij} \quad (3.71)$$

$$EDM_{ij}^d = \frac{1}{2} \left( \int_{x_j}^{x_{j+1}} E_j^d I_j [\{\phi^d\}_{ij}'' ]^2 dx \right) = \{\phi^d\}_{ij}^T [K^d]_j \{\phi^d\}_{ij} \quad (3.72)$$

Dans l'expression  $EDM_{ij}^d = \{\phi^d\}_{ij}^T [K^d]_j \{\phi^d\}_{ij}$ , la rigidité  $[K^d]_j$  est remplacée par  $[K]_j$  pour la raison que la rigidité de l'élément endommagé est inconnue.

Le taux de changement d'énergie de déformation modale est défini par :

$$TCEDM_{ij} = \frac{|EDM_{ij}^d - EDM_{ij}|}{EDM_{ij}} \quad (3.73)$$

Pour la localisation du dommage par le calcul du taux  $TCEDM_{ij}$ , le numérateur est pris sans valeur absolue et cela a été prouvé plus approprié dans les travaux de Hsu et al. [80].

Une autre forme de l'indicateur de localisation peut être utilisée si un nombre de modes "m" est considéré en même temps. Cet indicateur représente le taux moyen et normalisé du changement des énergies de déformation modale pour le  $j^{\text{ème}}$  élément en considérant la plus grande valeur de  $TCEDM_{i,\max}$  pour chaque  $i^{\text{ème}}$  mode.

$$TCEDM_j = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{TCEDM_{ij}}{TCEDM_{i,\max}} \quad (3.74)$$

L'envergure de l'endommagement localisée dans un élément de la structure est estimée en considérant la théorie de la méthode de l'énergie de déformation modale croisée (Cross-Modal Strain Energy (CMSE)) développée par Hu et al. [79]. Cette méthode est basée sur les équations des valeurs propres qui sont écrites respectivement pour la structure saine pour le  $i^{\text{ème}}$  mode et endommagée pour le  $j^{\text{ème}}$  mode par :

$$[K]\{\phi\}_i = \lambda_i [M]\{\phi\}_i \quad (3.75)$$

$$[K]^d \{\phi\}_j^d = \lambda_j^d [M]^d \{\phi\}_j^d \quad (3.76)$$

En considérant que le dommage local induit une réduction de la rigidité de la structure avec la masse inchangée  $[M]^d = [M]$  et en multipliant l'équation (3.75) par  $\{\phi\}_j^{dT}$  et l'équation (3.76) par  $\{\phi\}_i^T$ , ce qui donne :

$$\{\phi\}_j^{dT} [K]\{\phi\}_i = \lambda_i \{\phi\}_j^{dT} [M]\{\phi\}_i \quad (3.77)$$

$$\{\phi\}_i^T [K]^d \{\phi\}_j^d = \lambda_j^d \{\phi\}_i^T [M]\{\phi\}_j^d \quad (3.78)$$

Divisant l'équation (3.77) sur l'équation (3.78) et utilisant les propriétés des matrices symétriques de  $[M]$  et  $[K]$  qui donnent  $\{\phi\}_j^{dT} [M]\{\phi\}_i = \{\phi\}_i^T [M]\{\phi\}_j^d$ , et  $\{\phi\}_j^{dT} [K]\{\phi\}_i = \{\phi\}_i^T [K]\{\phi\}_j^d$ , on aura :

$$\frac{\{\phi\}_i^T [K]^d \{\phi\}_j^d}{\{\phi\}_i^T [K]\{\phi\}_j^d} = \frac{\lambda_j^d}{\lambda_i} \quad (3.79)$$

La méthode suppose que le dommage n'affecte que la matrice de la raideur de la structure qui sera exprimée après l'endommagement par :

$$K^d = K + \sum_{j=1}^{Nd} \Delta K_j = K + \sum_{j=1}^{Nd} \alpha_j K_j \quad (3.80)$$

Où  $\alpha_j$  est le facteur de réduction de la rigidité de l'élément  $j$ , qui satisfait la relation  $-1 \leq \alpha_j \leq 0$ , pour lequel  $\alpha_j = 0$  signifie qu'il y a aucun dommage, et  $\alpha_j = -1$  signifie qu'il y a un endommagement total, et  $N_d$  est le nombre total d'éléments endommagés de la structure.

En remplaçant l'équation (3.80) dans l'équation (3.79), on aura :

$$\sum_{j=1}^{Nd} \alpha_j \{\phi\}_i^T K_j \{\phi\}_j^d = \left( \frac{\lambda_j^d}{\lambda_i} - 1 \right) \{\phi\}_i^T [K] \{\phi\}_j^d \quad (3.81)$$

L'énergie de déformation modale croisée entre le  $i^{\text{ème}}$  mode de la structure non endommagée et le  $j^{\text{ème}}$  mode de la structure endommagée est définie par [79] :

$$C_{ij} = \phi_i^T K \phi_j^d \quad (3.82)$$

L'énergie de déformation modale croisée élémentaire qui correspond à la matrice de rigidité  $K_{ln}$  de l'élément numéro  $l_n$  est définie comme suit :

$$C_{ln,ij} = \phi_i^T K_{ln} \phi_j^d \quad (3.83)$$

L'équation (3.81) sera réécrite comme suit :

$$\sum_{n=1}^{Nd} \alpha_n C_{ln,ij} = \left( \frac{\lambda_j^d}{\lambda_i} - 1 \right) C_{ij} \quad (3.84)$$

L'équation (3.84) peut être écrite comme suit :

$$\sum_{n=1}^{Nd} \alpha_n C_{n,ij} = b \quad \text{où} \quad b = \left( \frac{\lambda_j^d}{\lambda_i} - 1 \right) C_{ij} \quad (3.85)$$

Par conséquent, l'extension  $\alpha_n$  est calculée en résolvant l'équation (3.87), et qui est ensuite utilisée pour estimer la sévérité des dommages  $a_j$ .

L'équation (3.87) peut être exprimée par la forme matricielle suivante :

$$\begin{Bmatrix} b_{i1} \\ b_{i2} \\ \dots \\ b_{ij} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \dots & \beta_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_{j1} & \dots & \beta_{jp} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \dots \\ \alpha_p \end{Bmatrix} \quad (3.86)$$

Les éléments du vecteur  $b_{ij}$  représentent le changement d'énergie de déformation modale croisée de tous les éléments endommagés, qui sont calculés de l'équation (3.86) en utilisant les déformées modales expérimentales identifiées à l'état intact et à l'état endommagé de la structure ( $\phi_i^T$  et  $\phi_j^d$ ).

Les éléments  $\beta_{jp}$  (où  $p$  est le nombre des éléments suspectés d'être endommagés) sont calculés à partir de l'équation (3.86) par l'utilisation des déformées modales analytiques (ou numériques) de l'état intact de la structure.

## CHAPITRE 4

### IDENTIFICATION DU DOMMAGE DE STRUCTURES TYPE POUTRE : ANALYSE EXPERIMENTALE ET NUMERIQUE

Ce chapitre consiste en l'application des méthodes d'identification des dommages en employant des indices basés sur l'analyse modale expérimentale et numérique de deux poutres de type tube et de type barre prismatique. Dans la partie expérimentation, on travaille dans la première étape sur la préparation et le réglage de l'instrumentation et des équipements d'essai, dans la seconde étape, on réalise les tests de mesure de rigidité à la flexion et les tests d'analyse modale sur des poutres saines et fissurées.

L'objectif est de préparer une base de données des fréquences propres et des déformées modales pour les utiliser dans l'étude de la distribution des fréquences et de la variation des déformées modales et des énergies de déformation modale afin de trouver une méthode adéquate d'identification des problèmes de vieillissement dans les structures de type poutre.

Cette identification proposée dans le cadre de la thèse équivaut à détecter (niveau 1), localiser (niveau 2) et quantifier les dommages (niveau 3). Ces dommages provenant dans la plupart des cas du vieillissement sont de type fissure, c'est pour cela qu'ils sont simulés au niveau du laboratoire par une entaille de taille contrôlée (vieillissement accéléré).

#### 4.1. Modèles numériques et conditions expérimentales

##### 4.1.1. Paramètres des modèles numériques

Dans la partie numérique, le calcul modal par éléments finis des structures des poutres est effectué en utilisant le logiciel ANSYS. Cette analyse numérique vise à donner une approche de prédiction du comportement théorique des poutres endommagées et de réunir les meilleures conditions favorables à nos objectifs afin de définir une stratégie d'identification expérimentale.

Les figures 4.1 et 4.2 illustrent respectivement la modélisation numérique de la poutre tube et de la poutre prismatique (encastree libre) en présence d'une

entaille transversale. La fissure est simulée par la soustraction d'un volume parallélépipédique d'épaisseur 1 mm et de hauteur égale à la profondeur de la fissure.

L'élément de maillage utilisé est de type hexaédrique (Solid 186 à 20 nœuds) basé sur la théorie d'élasticité 3D. Un maillage fin est opéré à proximité de la fissure.

La barre prismatique est maillée en 7989 éléments (16021 nœuds) et le tube est discrétisé en 8840 éléments (16074 nœuds) (figure 4.1).

Les modèles sont validés en faisant en sorte que les fréquences propres numériques et les fréquences propres expérimentales soient aussi proches que possible. La comparaison des fréquences propres des deux modèles a montré une concordance acceptable des résultats (Tableau 4.1 et 4.2).

Tableau 4.1 : Comparaison des fréquences mesurées et des fréquences calculées pour la barre prismatique.

Taille		$f_1$ [Hz]		$f_2$ [Hz]		$f_3$ [Hz]	
a [mm]	Num	Exp	Num	Exp	Num	Exp	
0	20.45	20.98	127.92	112.8	357.10	337.61	
2	20.34	18.95	127.77	112.17	357.10	331.41	
4	20.07	17.99	127.36	112.11	357.10	331.30	
6	19.56	17.83	126.65	111.77	357.08	330.24	
8	18.65	17.65	125.44	110.00	357.03	330.00	
10	17.04	17.79	123.53	125.72	356.94	324.00	

Tableau 4.2 : Rapport des fréquences mesurées et celles calculées pour le tube sain.

Mode	$f_{mes}$ [Hz]	$f_{cal}$ [Hz]	$f_{cal}/f_{mes}$
1	32.94	33.81	1.02
2	228.64	210.69	0.92
3	582.09	588.26	1.01
4	1155.00	1301.90	1.13
5	2090.00	2152.12	1.03
	2880.00	3214.89	1.12

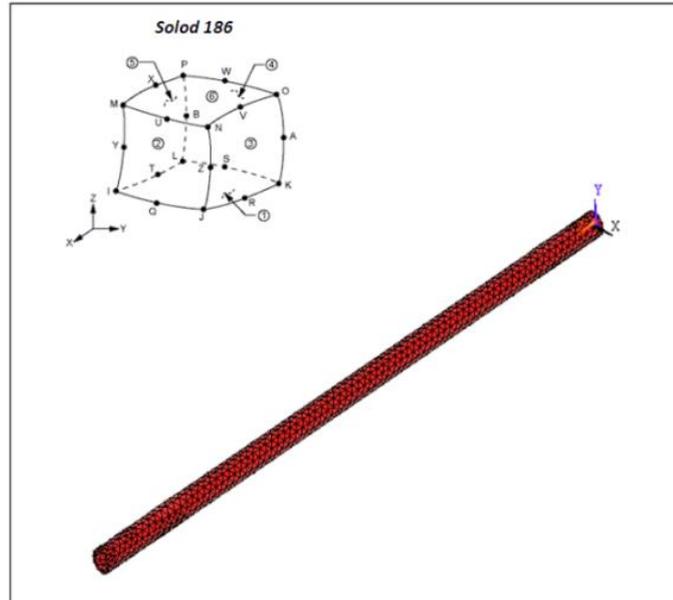


Figure 4.1 : Modèle en éléments finis de la poutre tubulaire.

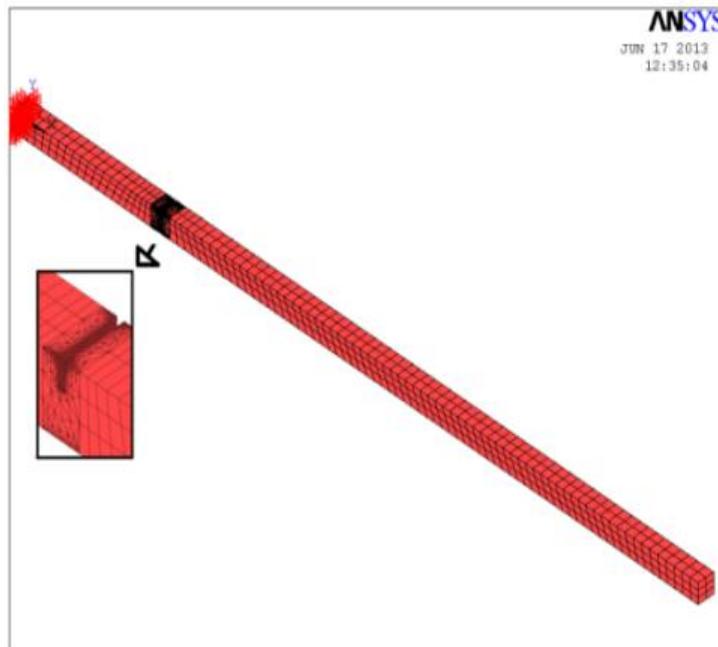


Figure 4.2 : Modèle en éléments finis de la poutre prismatique.

Les résultats numériques du calcul de l'effet des positions de la fissure sur les fréquences propres ainsi que les résultats des calculs de la distribution des énergies de déformation modales le long de la barre saine et endommagée seront présentés dans ce chapitre.

#### 4.1.2. Paramètres des modèles et des essais expérimentaux

Un programme expérimental a été entrepris pour étudier la faisabilité de l'utilisation des méthodes basées sur la variation des fréquences de résonance, sur la variation des déformées modales et sur la variation de l'énergie de déformation modale afin de développer une procédure adéquate et pratique pour détecter, situer l'endroit et quantifier les dommages structuraux dans les structures de type poutre.

Le programme expérimental a été mené en deux étapes; la première étape a été exécutée sur des poutres en acier munies d'une fissure de taille contrôlée. L'objectif est de déterminer l'effet de la fissure sur la rigidité statique à la flexion et sur le paramètre de la fréquence naturelle.

L'objectif de la deuxième étape du programme de test est de se prononcer sur la méthode la plus adéquate pour localiser et quantifier le dommage dans les structures de type poutre en étudiant la variation de la déformée modale et de l'énergie de déformation modale suite à la présence d'un dommage dans une poutre.

##### 4.1.2.1. Dispositif expérimental et chaîne de mesure

Pour atteindre les objectifs fixés, les moyens matériels existants au sein du laboratoire des vibrations du CRNB/COMENA ont été exploités. Ce laboratoire est équipé des moyens matériels et logiciels nécessaires pour mener à bien nos expériences.

Le matériel est composé de trois parties, le dispositif mécanique, l'alimentation électrique et la chaîne de mesure type Brüel & Kjær (figure 4.3).

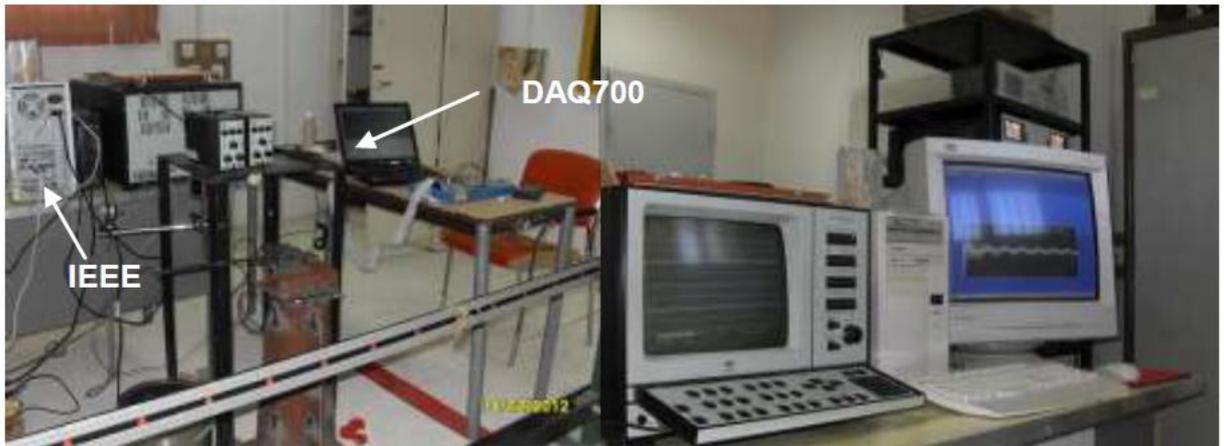


Figure 4.3 : Laboratoire de vibration (chaîne de mesure).

Le banc d'essai est conçu pour supporter des poutres de sections différentes selon plusieurs modes de fixation. Le support est d'une rigidité très supérieure à celle des éprouvettes.

L'équipement utilisé pour réaliser les mesures expérimentales consiste en une chaîne de mesure de vibration composée des éléments suivants (figure 4.4 et figure 4.5):

- Accéléromètre Brüel & Kjear Model 4384, très léger idéal pour les petites structures, masse : 0.011 Kg,
- 02 Amplificateurs Brüel & Kjear type 2635,
- Analyseur des spectres type B & K 2032 (2048 valeurs),
- Un générateur de signaux et amplificateur de puissance Brüel & Kjear 2707,
- Un excitateur muni d'un transducteur de force Brüel & Kjear model 8200.
- PC portable avec carte PCMCIA.

Avant d'entamer les mesures des Frf's des divers cas des poutres saines et endommagées, une série d'opérations de réglage et de calibration sont effectuées sur l'instrumentation et sur le banc d'essai afin de réunir les conditions expérimentales requises par l'essai, il s'agit de :

- Opérations de réglage du banc d'essai pour le test et réglage des paramètres des amplificateurs, analyseur 2032, analyseur DAQ700, amplificateur de

puissance, générateur de signaux et calibration des transducteurs de force et d'accélération.

- Opérations de préparations avant test : mesure du bruit, identification de la gamme des fréquences à mesurer, mesure de l'interaction éprouvette-support et isolation des fréquences propres du support.



Figure 4.4 : Chaîne de mesure utilisée (Laboratoire de vibration du CRNB) [82].

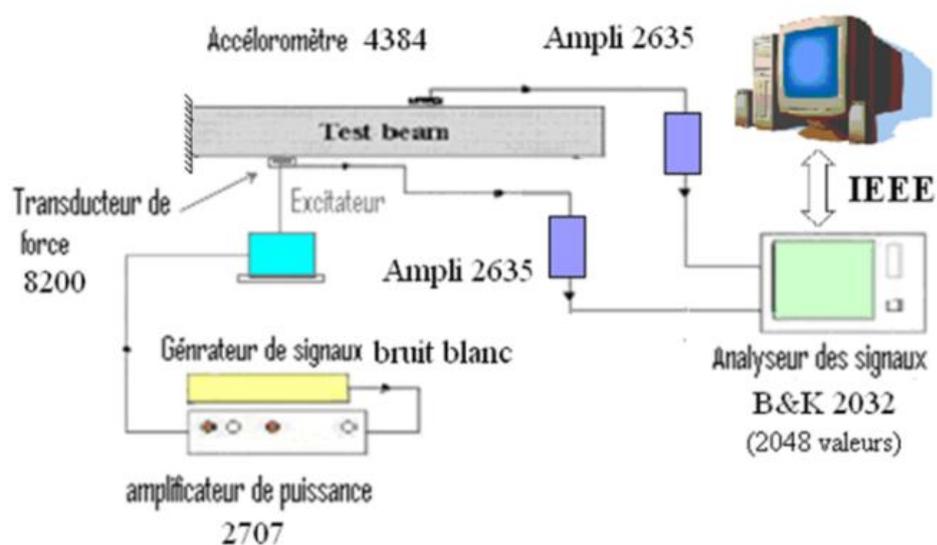


Figure 4.5 : Chaîne de mesure et montage expérimental.

La procédure des expériences faites dans le cadre de cette étude consiste en quelques points essentiels : mesure des propriétés modales initiales de référence des éprouvettes saines (méthode de balayage des fréquences), introduction étudiée de l'entaille dans l'éprouvette et mesure des propriétés modales modifiées. Les mesures sont effectuées sur une gamme de fréquences de 3.2 KHz en moyennant 200 spectres.

#### 4.1.2.2. Conditions expérimentales et mesure des fonctions de transfert (FRF)

Les poutres utilisées dans la phase "une" du travail sont de type tube de section (27x3mm) et poutre simple de section carrée (16x16mm), les deux poutres ont une longueur de 800 mm et sont sollicitées en flexion en configuration encastrée libre (figure 4.6). La seule entaille (fissure) est réalisée à la position  $c=50$  mm à partir de l'extrémité encastrée des deux poutres en utilisant une lame à scie à métaux [49].

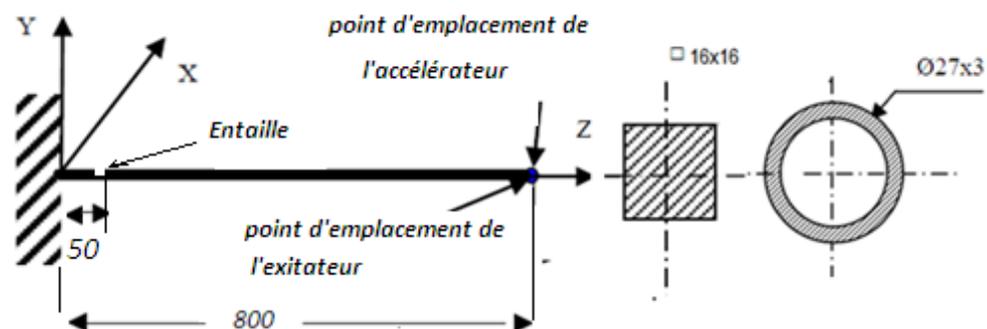


Figure 4.6 : Dimensions des éprouvettes de section carrée et tube.

Les essais modaux des poutres intacte et endommagée sont réalisés après les essais de rigidité locale à la flexion. Dans les essais modaux, le pot vibreur est fixé à l'extrémité libre de la poutre (tube ou barre prismatique) par le biais d'une tige rigide. Le capteur de force et l'accéléromètre sont placés dans la direction de la flexion transversale au point 8 de la poutre (figure 4.6).

Le point 8 qui est le point de mesure et le point d'impact est choisi de telle sorte qu'il ne soit pas un nœud de vibration de la poutre testée.

L'éprouvette est excitée à chaque fois par le pot vibreur par un signal de type bruit blanc produit par le générateur de puissance. Les réponses (FRF's) sont mesurées pour différents cas de la fissure, une par une, par l'analyseur des spectres à double canal via la chaîne de mesure (figure 4.4).

Dans la série de tests de la phase deux du programme, l'éprouvette utilisée est une barre en acier ordinaire de section carrée (16x16mm), d'une longueur de 0.7 m. Une entaille transversale de profondeur contrôlée (1, 2, 3mm, etc.) est réalisée à la position  $c=150$  mm ( $c/l=0,214$ ) à partir de l'extrémité encastrée (figure 4.7) [82].

Pour estimer les déformées modales à partir des fonctions de transfert FRF mesurées, la poutre est fractionnée en 07 divisions et marquée avec ruban adhésif afin de repérer les coordonnées du point de mesure (figure 4.8), la poutre est excitée en un point d'abscisse  $c=690$  mm et la réponse FRF est relevée en plaçant à chaque fois l'accélérateur dans les points d'abscisses 10, 100, 200, 300, 400, 500, 600 et 690mm [82]. Ces points sont choisis de telle sorte que ni le point de mesure, ni le point d'impact ne soient sur un nœud de vibration.

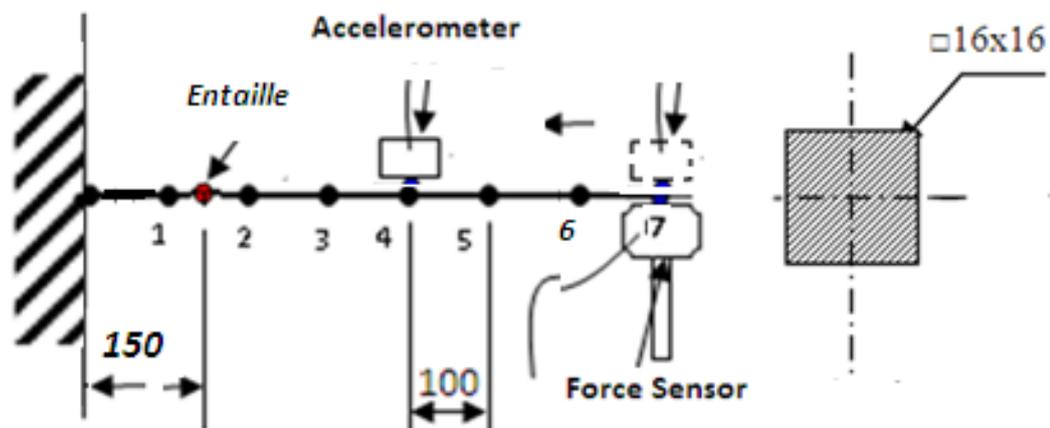


Figure 4.7 : Position de l'entaille et dimensions de la poutre.

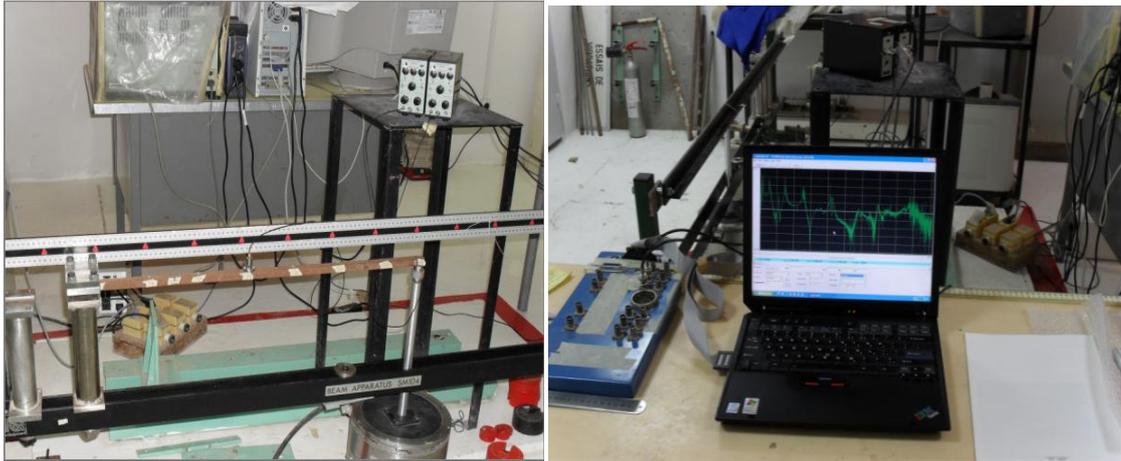


Figure 4.8 : Mesure des déformées modales.

L'analyseur ayant la résolution de 0.25Hz pour une bande de fréquence de 3200 Hz (PC portable avec carte PCMCIA) est utilisé et les spectres des FRF's sont lissés avec l'algorithme de Lagrange polynomiale (logiciel DAQ700) dans cette partie de l'expérimentation, l'objectif visé est d'augmenter la précision des résultats des fluctuations des fréquences propres et des variations des déformées modales [82] (figure 4.8 et 4.9).

Les mesures de réponses (FRF's) sont acquises pour les différents cas de la fissure, une par une. Les déformées modales sont alors estimées à partir des spectres de la partie imaginaire des FRF's en appliquant la méthode de Quadrature picking (figure 4.10).

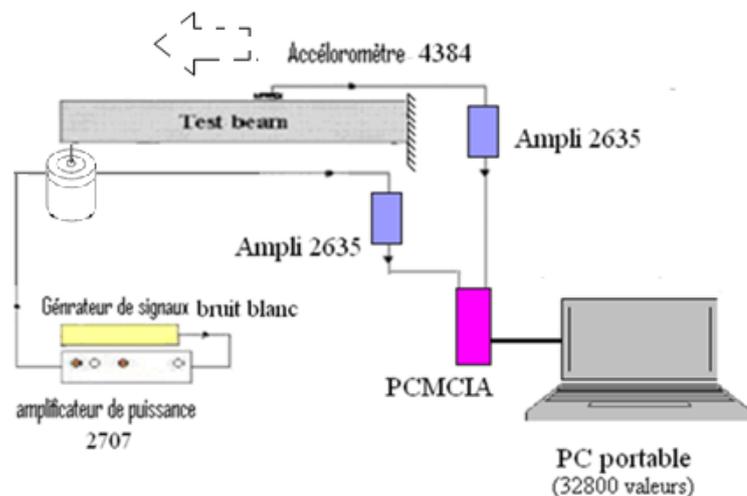


Figure 4.9 : Chaîne de mesure de vibration avec carte PCMCIA.

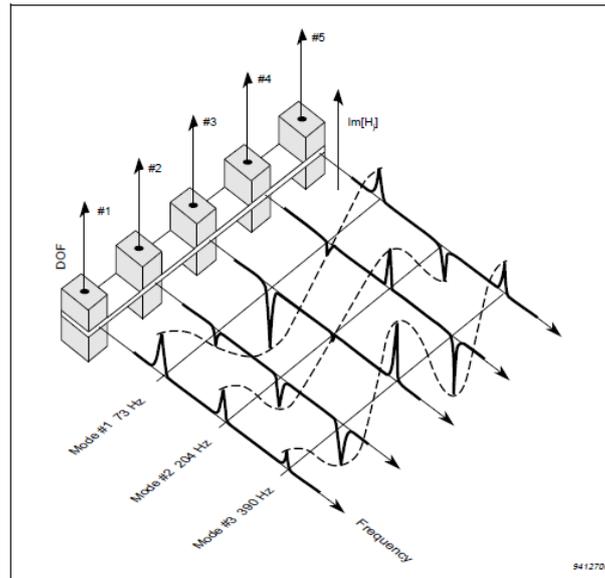


Figure 4.10 : Estimation de la déformée modale par la méthode de quadrature picking

La figure 4.11 donne un exemple de la transformée de Fourier de la réponse à une excitation de bruit blanc. Cette réponse fait apparaître les pics correspondant aux fréquences propres de vibration par un spectre lissé avec l'algorithme de Lagrange polynomiale.

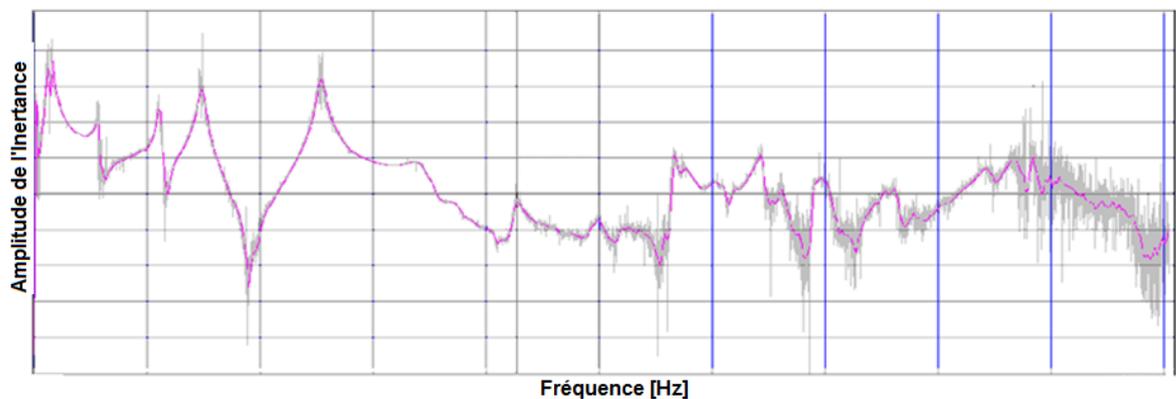


Figure 4.11 : FRF (0 - 3200 Hz) lissée avec l'algorithme de Lagrange polynomiale.

Dans le cadre des tests d'identification, l'analyse modale est réalisée en considérant seuls les modes de flexion et en assumant que la fissure reste ouverte pendant l'essai de vibration. Cette hypothèse est faite pour éviter les complexités qui résultent des caractéristiques non linéaires de la fissure de respiration [83, 84].

Le bruit dû à l'instrumentation et aux vibrations externes est minimisé par l'utilisation du bruit blanc comme signal d'excitation et de l'estimateur H1 qui donne des mesures moyennagées des rapports des signaux entrée/sortie [85].

Les paramètres géométriques hauteur et longueur de la poutre sont choisis de telle manière que la poutre répond au critère d'Euler-Bernoulli [86].

Les essais obtenus à partir d'une fissure artificiellement réalisée avec une épaisseur assez large (entaille d'épaisseur=1mm), éloignant ainsi les effets de contact unilatéral inter-lèvres de la fissure, cette approche est valable pour une caractérisation globale pour les structures non rotatives [90].

Le matériau des deux poutres prismatiques et tubulaires est un acier ordinaire qui a les propriétés suivantes : le Module de Young  $E : 2.10^{11} \text{ N/m}^2$ , la densité :  $7800 \text{ kg/m}^3$  et le coefficient de Poisson  $\nu : 0,33$ .

## 4.2. Résultats et discussions

### 4.2.1. Variation de la rigidité statique

Pour étudier la variation de la rigidité locale statique de la poutre suite à la présence d'une seule fissure, des essais de flexion statique sont réalisés. La rigidité locale  $K(i,j)$  est mesurée selon le schéma des positions illustré par la figure 4.12.

Divers masses correspondantes à la raideur mesurée sont suspendus à l'un des points ( $i = 1 \dots 8$ ) et le déplacement est mesuré au point  $j = 8$  ( $c=790\text{mm}$ ) par le biais du comparateur fixé au socle du banc d'essai (figure 4.13). Les résultats de la raideur statique mesurée pour les deux états du tube sain et fissuré (profondeur de fissure  $a=1\text{mm}$ ) sont présentés dans la figure 4.14.

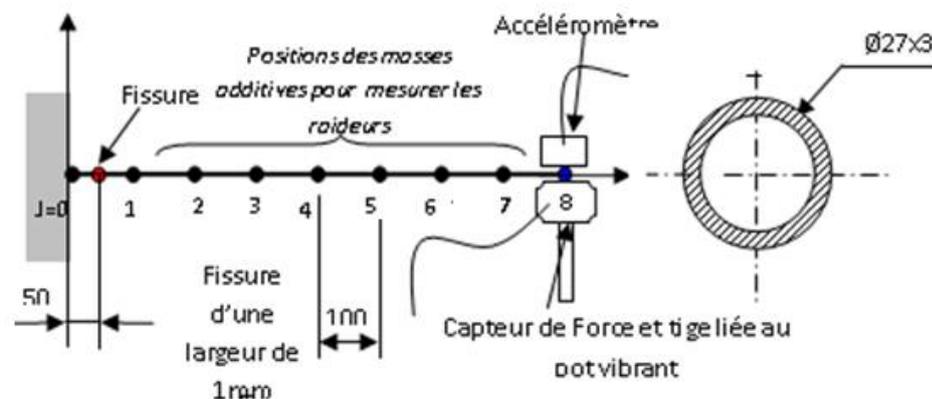


Figure 4.12 : Eprouvette tube de longueur 800 mm et points de mesures.

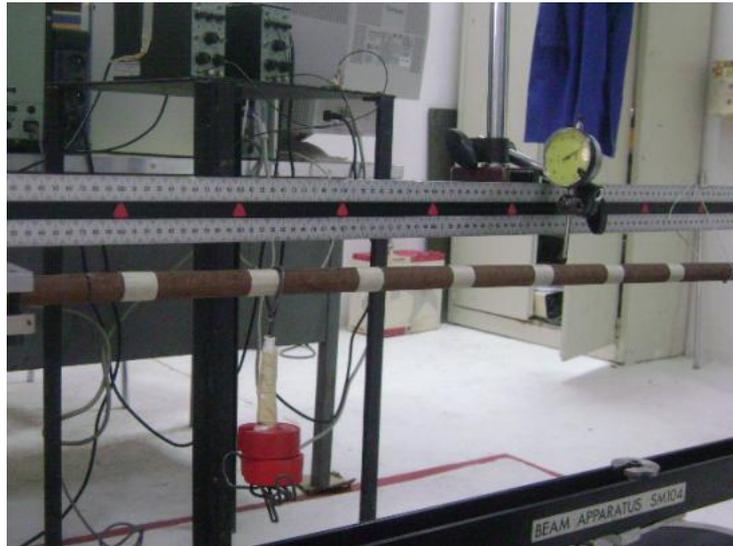


Figure 4.13 : Mesure de la rigidité statique du tube

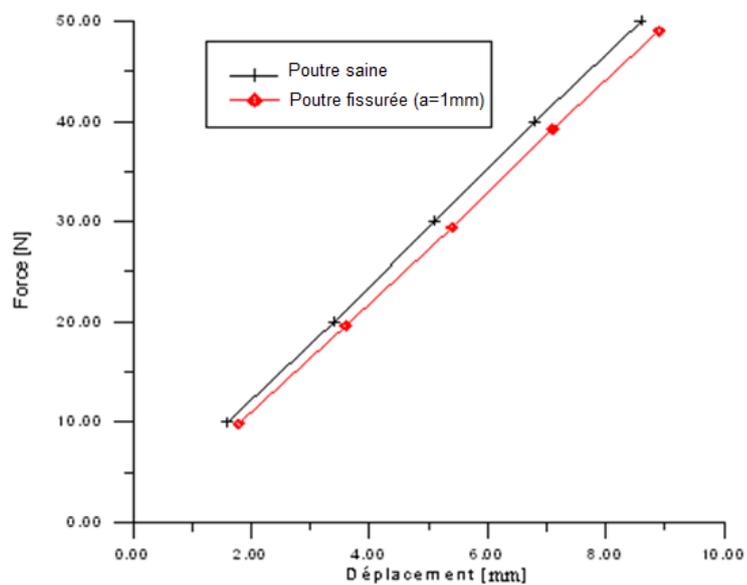


Figure 4.14: Variation de la rigidité du tube fissuré

La rigidité locale  $K(i,8)$  des cas de la poutre saine et fissurée est mesurée et la sensibilité de ces rigidités à la présence de la fissure est étudiée. Le terme sensibilité indique le taux de variation de rigidité à la flexion.

La figure 4.15 montre la réduction de la rigidité pour le cas où la fissure est proche de l'extrémité fixe de la poutre ( $c/l=0,0625$ :  $c/l$  indique le rapport de la position "c" de la fissure à la longueur de la poutre "l").

L'observation de la courbe de la figure 4.15 montre que la présence de la fissure provoque une diminution et une perte de rigidité d'autant plus prononcée que la profondeur de la fissure est importante.

A partir de la figure 4.16, il a été observé que la sensibilité de rigidité locale est bonne pour les  $K(i,j)$  mesurées au voisinage de la position de la fissure. La sensibilité de la raideur locale  $K(2,8)$  est de 10% pour la profondeur de la fissure  $a/D=13,5\%$  [82].

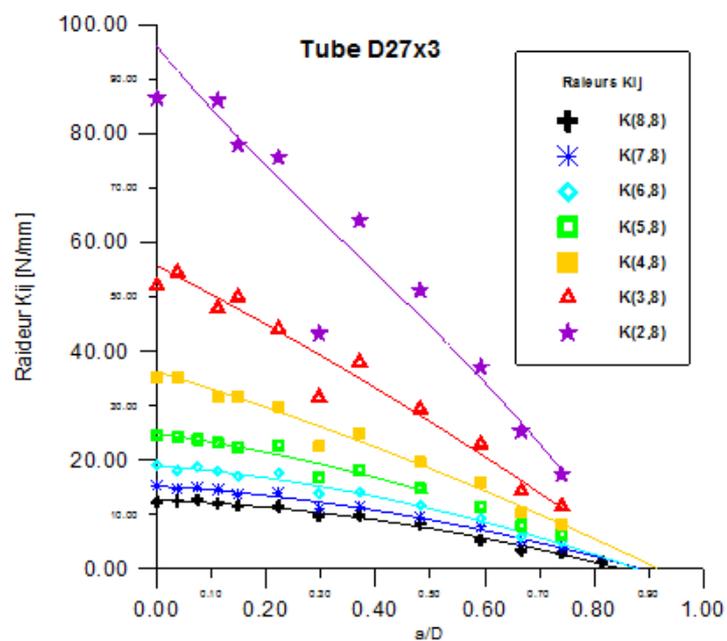


Figure 4.15: rigidité locale en fonction du rapport  $a/D$  [82]

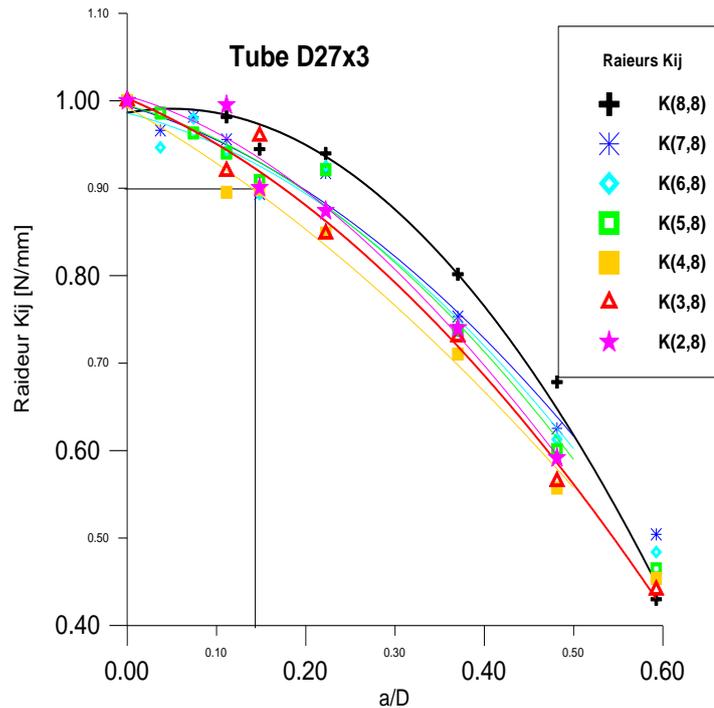


Figure 4.16: Variation de la sensibilité de la rigidité locale [82]

#### 4.2.2. Variation des fréquences propres

Les résultats expérimentaux des FRF's obtenus dans le cadre de l'étude de la variation des fréquences propres induite par le changement de la taille du dommage pour les deux poutres tube et barre prismatique de 0.8m de longueur sont représentés respectivement dans les figures 4.17 et 4.18. Dans ces figures, les résultats des spectres Frf présentent l'ensemble des inertances de tous les cas non endommagé et endommagé des deux poutres.

A partir des spectres affichés dans la gamme des fréquences variant entre 0 et 800 Hz, les premières fréquences propres des barres non fissurée et fissurée sont identifiées en utilisant la méthode de puissance spectrale.

Ces figures regroupent l'ensemble des évolutions des amplitudes des inertances de tous les cas expérimentaux du tube (entaille de profondeur variant de 0,1,2, 3,6,8,10,13 à 18 mm et localisée à la position  $c=50$  mm ( $c/l=1/16$ ) et les cas de la barre prismatique (dommage de profondeur 0, 1, 2 et 3 mm à la position  $c/l=1/16$ ) [82].

Les spectres superposés des Frf's des figures 4.17 et 4.18 montrent un décalage des fréquences vers la gauche suite à la diminution de la rigidité. Ils montrent aussi que la diminution des fréquences est autant plus significative que la fissure est plus importante. De la lecture de ces courbes, on remarque aussi

que les fréquences propres sont affectées de manière différente selon le mode de vibration considéré ce qui est confirmée par la littérature [87- 89].

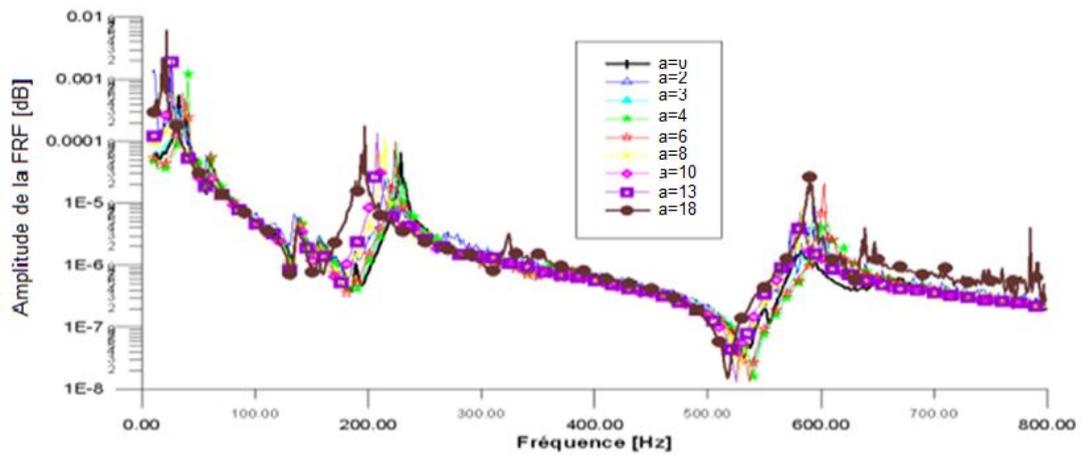


Figure 4.17 : Décalage des fréquences propres des cas du tube (échelle logarithmique) [82].

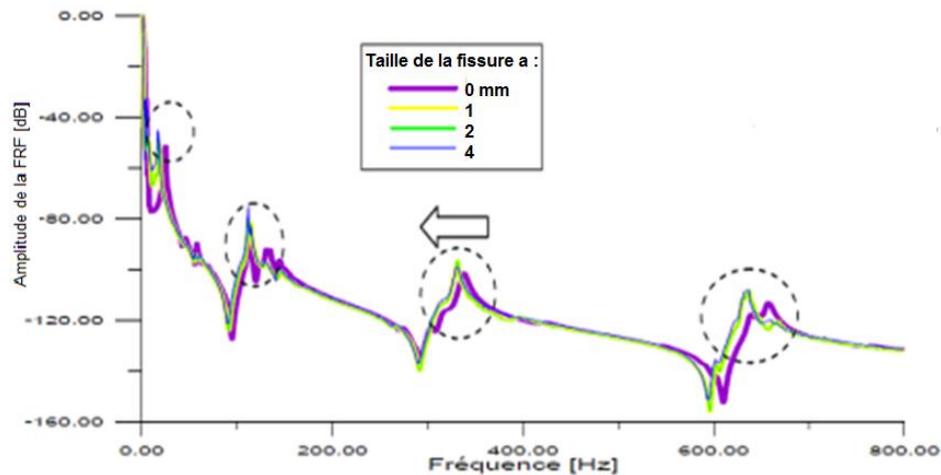


Figure 4.18 : Décalage des fréquences des modes des cas de la barre prismatique (échelle logarithmique) [82].

#### 4.2.2.1. Sensibilité des modes

La figure 4.19 présente l'évolution de la sensibilité ( $f/f_0$ ) des sept premiers modes de la poutre tube, elle montre bien que le premier mode est le plus influencé par la présence de la fissure, la sensibilité de ce mode est importante, elle atteint les 5% pour un rapport de profondeur du dommage atteignant les  $a/D=8\%$ . Pour le cas de la barre prismatique, la sensibilité du mode fondamental atteint 10% pour un rapport de profondeur de la fissure  $a/h = 40\%$  (figure 4.20).

Les résultats trouvés montrent que les deux premiers modes significatifs sont les plus influencés, les autres modes, d'ordre élevé, sont les moins affectés. Ils sont sensibles aux fissures de profondeur élevée. Le nombre de modes utilisés et l'utilisation des modes d'ordre élevé n'ont pas beaucoup d'influence sur les résultats d'identification basés sur la variation des fréquences propres [82].

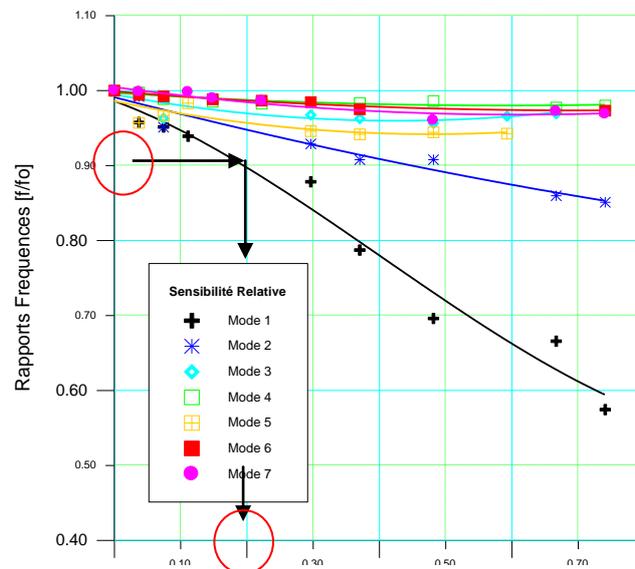


Figure 4.19 : Variation de la sensibilité des 07 premières fréquences propres du tube [82].

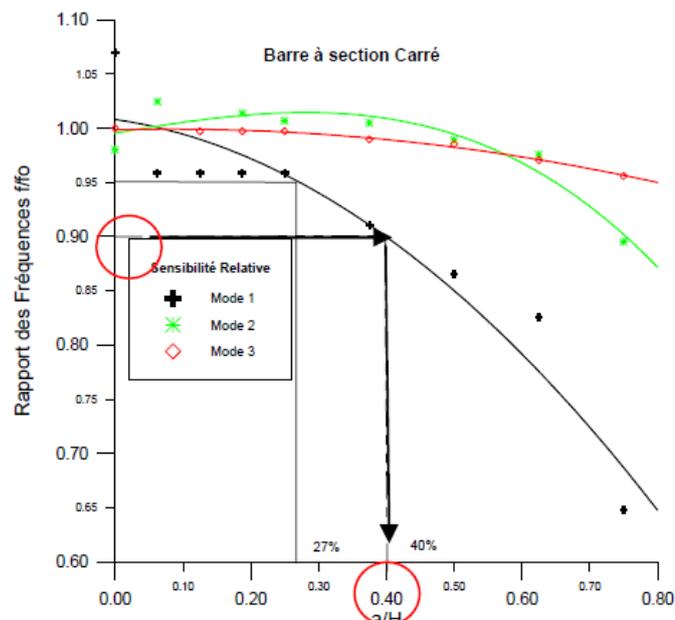


Figure 4.20 : Variation de la sensibilité des 03 premières fréquences propres de la poutre avec section carré [82].

#### 4.2.3. Investigation numérique de l'influence de la position de fissure $c/l$ sur les fréquences propres

L'analyse modale de la poutre pour chaque cas de la poutre saine et fissurée est effectuée en utilisant le modèle volumique. Dans ce calcul, on a considéré les profondeurs de la fissure variant de 1 à 4mm avec un pas de 1mm et de 6 à 8mm avec un pas de 2mm. Les positions de la fissure à partir de l'extrémité encastree pour chaque cas de la poutre sont : 50, 200, 400, 600 et 750mm.

Les fréquences propres normalisées du cas de la barre fissurée sont obtenues pour des fissures situées à la distance normalisée  $c/l$  de l'encastrement avec une profondeur normalisée  $a/h$  ( $c$  et  $a$  sont respectivement la position et la profondeur de la fissure,  $h$  et  $l$  sont respectivement la hauteur et la longueur de la barre). Les trois fréquences propres normalisées  $f_{n1}$ ,  $f_{n2}$ ,  $f_{n3}$  sont définies respectivement comme étant le rapport de la fréquence de la poutre fissurée  $f_i$  sur la fréquence propre de la poutre saine  $f_{i0}$  du premier, du deuxième et du troisième mode.

Les variations des fréquences  $f_{n1}$ ,  $f_{n2}$  et  $f_{n3}$  en fonction des rapports ( $a/h$ ) pour les différents rapports ( $c/l$ ) sont respectivement présentés dans les figures 4.21, 4.22 et 4.23.

En observant les figures 4.21(a) et 4.21(b), on remarque que le taux de décroissance de la fréquence du premier mode est maximum pour  $c/l = 0,0625$  et  $c/l = 0,25$ . La fréquence normalisée diminue rapidement quand  $c/l$  augmente de 0,25 à 0,75, et elle reste invariable pour les fissures situées aux alentours de l'extrémité libre ( $c/l = 0,9375$ ).

Dans les figures 4.22 (a) et 4.22 (b), on observe que la diminution du taux de décroissance de  $f_2$  est un peu significative quand l'entaille est localisée proche des points  $c=800\text{mm}$  ( $c/l = 0,9375$ ). Quand l'entaille est localisée près de l'extrémité encastree ( $c/l = 0,0625$ ), la fréquence  $f_2$  devient plus sensible et la diminution est plus significative, ce qui est confirmé par la littérature [49]. L'effet de l'entaille sur le mode 2 est plus significatif à  $c/l = 0,5$ , cela est dû au fait que le nœud du deuxième mode est situé au point ( $c/l = 0,783$ ) et le ventre de la déformée modale est situé au point  $c/l = 0,5$ .

L'effet de l'entaille est maximum au premier mode et dans la position  $c/l=0.0625$ . Ainsi, on peut conclure que le 1<sup>er</sup> mode est le plus sensible. La diminution de la fréquence fondamentale est importante quand la fissure est située près de l'encastrement (effet du moment de flexion).

Le mode 3 est moins affecté, il est presque insensible à l'existence de l'entaille au milieu de la poutre et à l'extrémité libre, il change rapidement quand la fissure est située aux alentours de 250mm et beaucoup plus aux environs de 640mm comme il est illustré dans les Figures 4.23 (a) et 4.23 (b).

A partir des résultats trouvés, on peut conclure que la diminution des fréquences est plus importante quand l'entaille est localisée dans les positions des ventres des déformées modales (figures. 4.24(a), 4.24(b) et 4.24(c)).

On peut déduire aussi que l'ampleur des variations des fréquences propres dépend à la fois de la profondeur de la fissure, du moment fléchissant maximal et de la position de la fissure par rapport à la position des nœuds modaux. Ainsi une fréquence propre mesurée ou calculée peut correspondre à une certaine profondeur et à un certain endroit de la fissure.

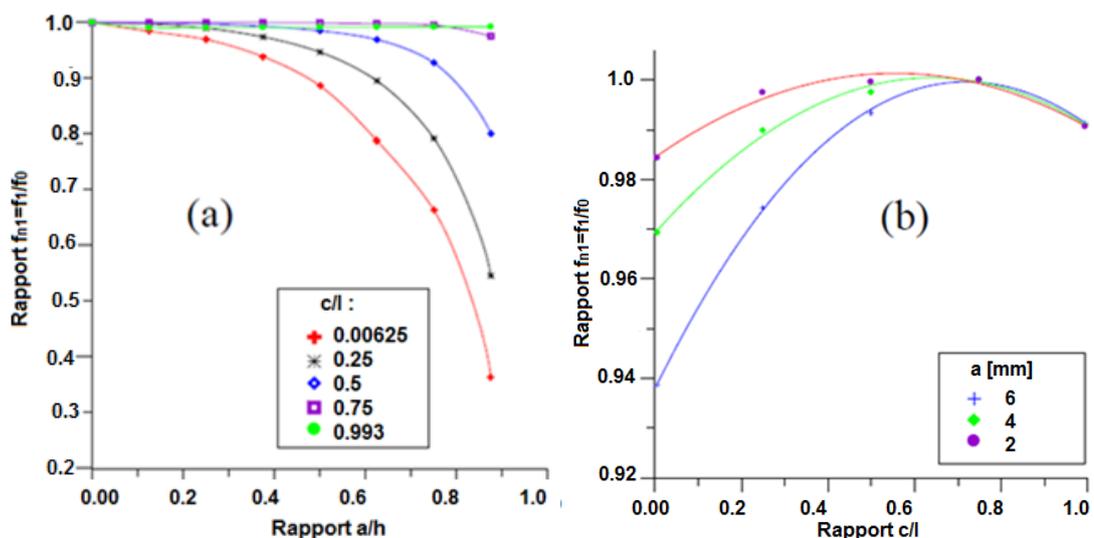


Figure 4.21 : Variation du rapport des fréquences (1<sup>er</sup> mode ) avec le rapport de profondeurs de la fissure (a) et avec le rapport de position de fissure (b).

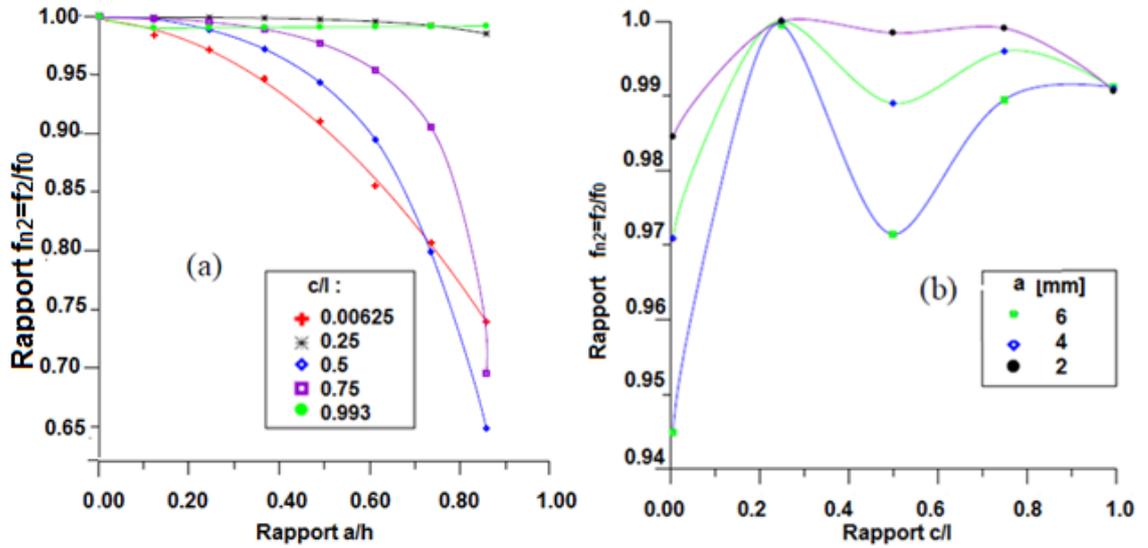


Figure 4.22 : Variation du rapport des fréquences (2<sup>e</sup> mode) avec le rapport de profondeurs de la fissure (a) et avec le rapport de position de fissure (b).

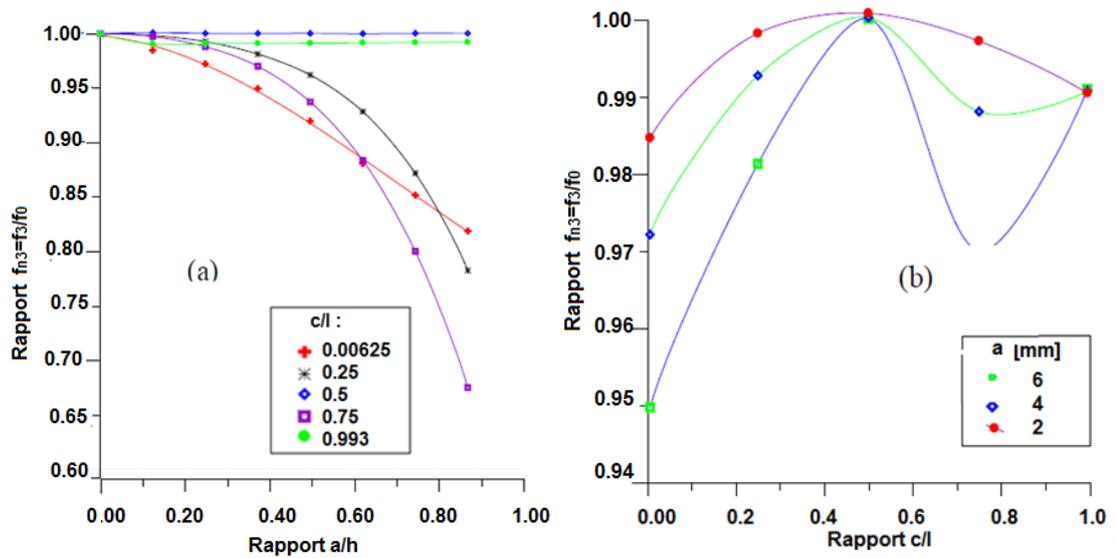


Figure 4.23 : Variation du rapport des fréquences (3<sup>e</sup> mode) avec le rapport de profondeurs de la fissure (a) et avec le rapport de position de fissure (b).

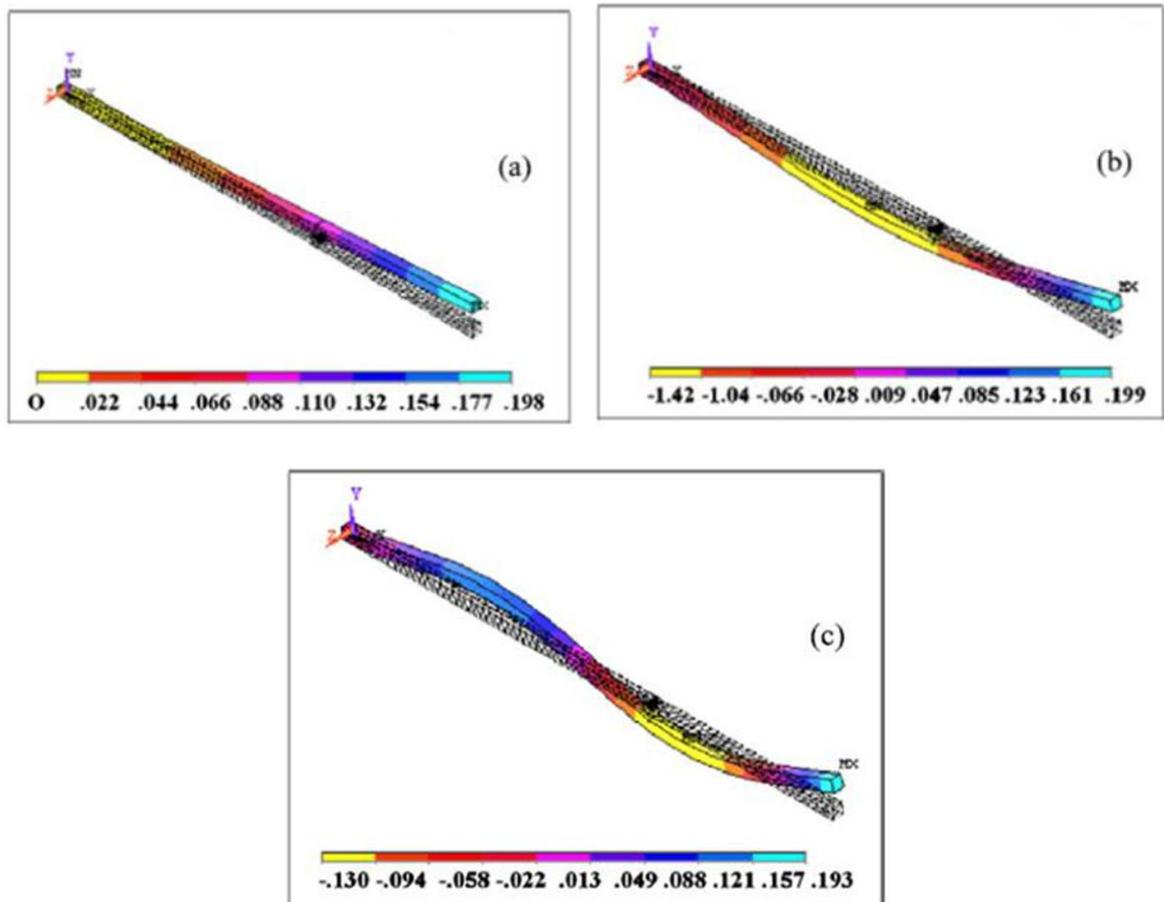


Figure 4.24 : Trois premiers modes de la barre de section carrée (encastée libre)  
: (a) 1<sup>er</sup> mode, (b) 2<sup>e</sup> mode, (c) 3<sup>e</sup> mode.

#### 4.2.4. Investigation expérimentale de l'influence de la position de fissure $c/l$ sur les fréquences propres

L'effet de la position des fissures sur les fréquences propres est étudié aussi par l'analyse des résultats expérimentaux, La figure 4.25 montre la variation des trois premiers rapports de fréquences propres normalisées ( $f_{n1}$ ,  $f_{n2}$  et  $f_{n3}$ ) en fonction des rapports de la profondeur de la fissure à deux positions de la fissure  $c/l=1/16$  et  $c/L=1/4,66$ . A partir de cette figure, on voit que la fréquence fondamentale diminue de manière significative dès que l'endroit de la fissure se délocalise vers l'extrémité encastée de la poutre, cette diminution est expliquée par l'effet du moment de flexion qui est plus élevé à cet endroit.

La deuxième fréquence naturelle est presque inchangée pour le cas de la fissure située à la position  $c/l=0,214$ , cette insensibilité est due au fait que la fissure est localisée près du nœud nodal du second mode. Pour le cas de la barre

ayant la fissure située à  $c/l = 0,0625$ , la troisième fréquence naturelle de la poutre a beaucoup changé, cela est due au fait que la fissure est située aux alentours de l'anti-node (ventre) du mode 3 [82].

Les résultats trouvés expérimentalement dévoilent donc que la diminution des fréquences est plus importante quand l'entaille est localisée dans les positions des ventres des déformées modales, et que le changement des fréquences est moins important dès que la position de la fissure sera proche des nœuds modaux. Ils démontrent aussi que certains modes sont plus sensibles que d'autres selon que la fissure se trouve proche ou non de ses ventres. Tout cela peut être expliqué par la relation d'une part entre la variation de la rigidité et l'ouverture de la fissure quand elle est localisée au voisinage du ventre du mode, et d'autre part entre la variation de la rigidité et la fermeture de cette dernière quand elle se retrouve proche du nœud modal.

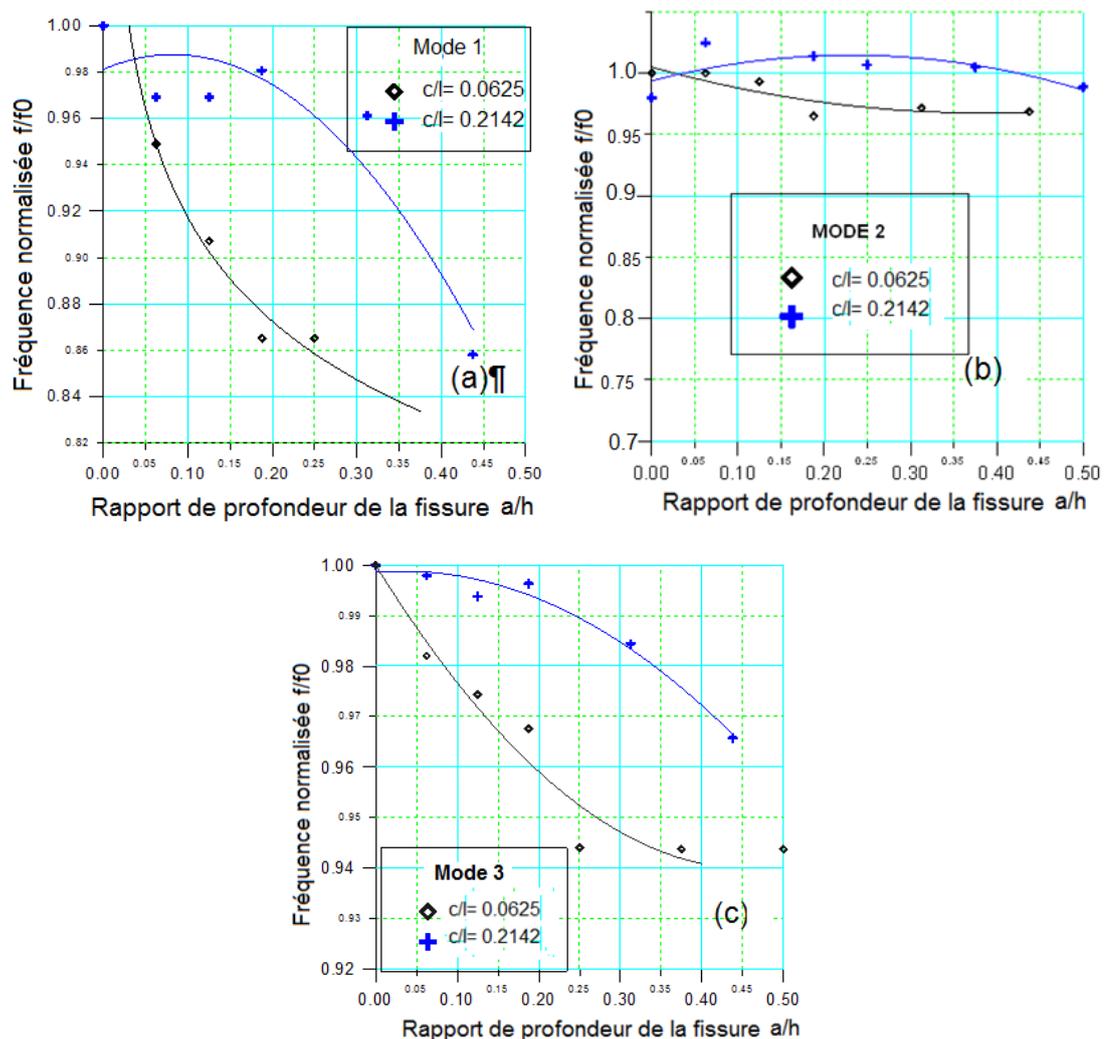


Figure 4.25 : Variation de la sensibilité des 03 premières fréquences naturelles avec le rapport  $a/h$  pour les deux positions de la fissure  $c/l = 0,0625$  et  $c/l = 0,214$ .

#### 4.2.5. Comparaison de la sensibilité des modes propres du tube et de la barre à section carrée

Les sensibilités des deux premiers modes à la présence d'une seule fissure, estimées pour les deux poutres barre de section carrée et poutre tubulaire sont comparées (figure 4.26).

Les résultats montrent que la sensibilité des fréquences naturelles du tube ( $l/A=73$ ) est la plus affectée par rapport à celle de la poutre prismatique ( $l/A=21.33$ ). On conclue donc, que la technique de détection basée sur l'indice de la sensibilité des fréquences est plus prometteuse pour des structures minces ayant un rapport  $l/A$  élevé [82].

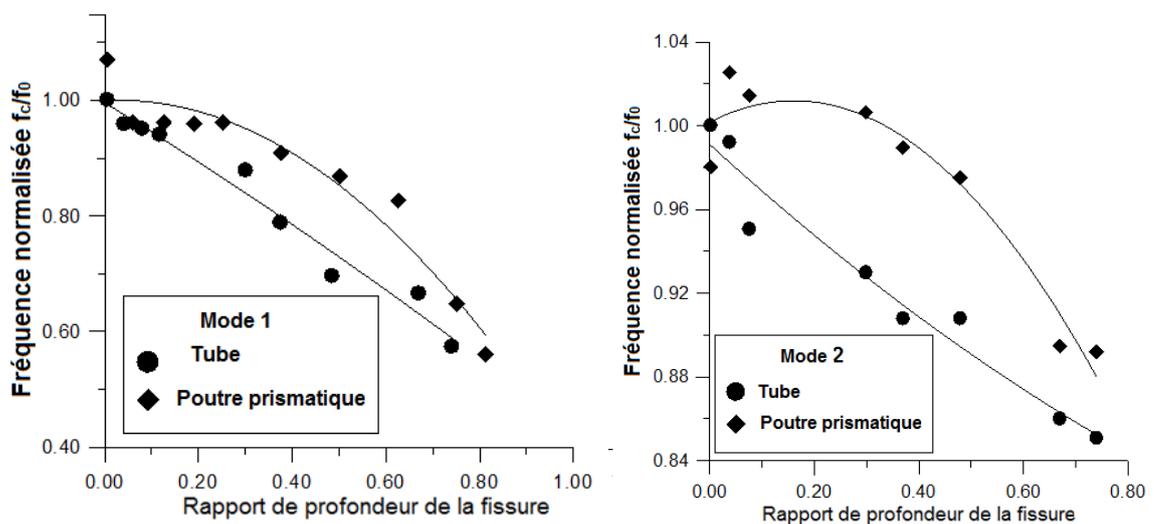


Figure 4.26 : Comparaison de la sensibilité des modes du tube et de la barre à section carrée [82].

#### 4.2.6. Amélioration de la sensibilité des fréquences naturelles

En se basant sur l'étude de la variation de la raideur locale et sur l'étude de l'effet de la position des fissures sur les modes propres, la sensibilité de la fréquence naturelle est améliorée par la mesure de la réponse FRF à des endroits spécifiques en changeant la position de l'accéléromètre sur toute la longueur de la poutre. L'objectif est de trouver une position optimale du capteur qui donne une meilleure sensibilité de la fréquence.

L'entaille est introduite à la position  $c/l=0,214$  de la barre prismatique ayant une longueur 0,7m (figure 4.7 et 4.8). Les mesures des FRF's ont été acquises

grâce à l'analyseur de signal ayant la résolution est 0.25 Hz pour une bande de fréquence de 3200 Hz. L'utilisation de l'équipement ordinateur portable avec carte PCMCIA a permis d'améliorer la précision des mesures et a contribué à la réduction du bruit de mesure. Les courbes des Frf's sont lissées avec l'algorithme polynomial de Lagrange (Software de DAQ 700).

Les résultats obtenus ont montré une amélioration relative de la sensibilité par rapport au cas de la position de l'accéléromètre est à  $p/L = 0,98$ . Les mesures acquises en mettant le capteur respectivement dans les positions  $p/L = 0,14$ ,  $p/L=0,28$  et  $p/L=0,85$ , ont montré que la sensibilité du mode 1 a eu une légère amélioration surtout pour le cas de la fissure ayant des profondeurs  $a/h < 0,20$  (figure 4.27 (a)), la sensibilité du mode 1 a eu une amélioration de 6% [82].

La sensibilité du mode 2 a également enregistré une amélioration de 5%. La variation de  $a/h$  est plus proche de 17% quand la position du capteur  $p/L = 0,43$  (la variation de  $a/h$  a été de l'ordre de 22% pour la position  $p/L = 0,98$ ) (figure 4.27 (b)) [82].

La sensibilité des autres modes a également amélioré, par exemple pour le mode 5, l'amélioration est de l'ordre de 4%.

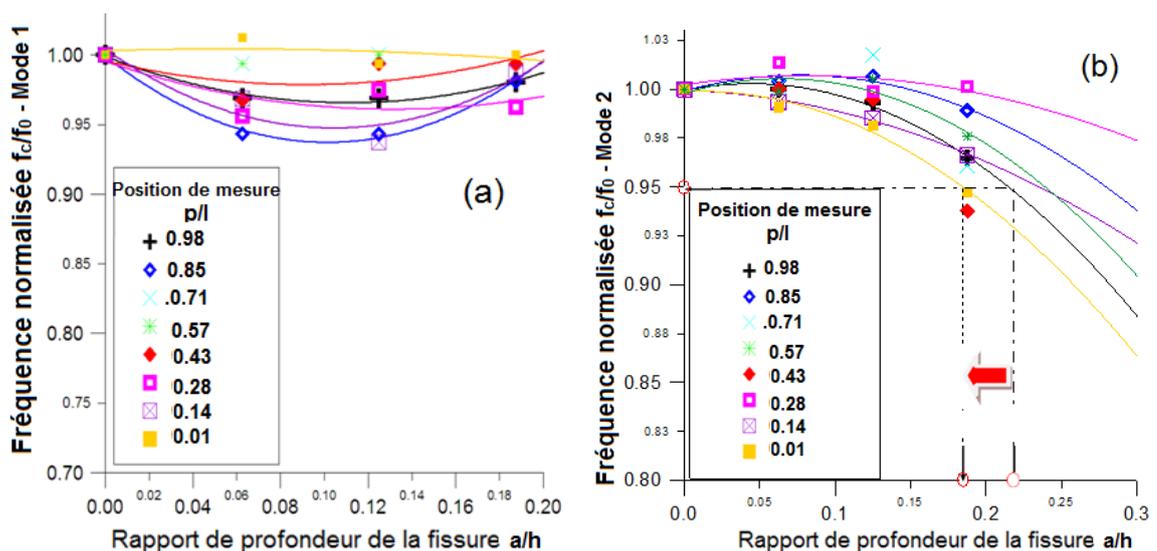


Figure 4.27 : Sensibilité de fréquence par rapport à la position du capteur pour le mode propre 1 et 2 [82].

#### 4.2.7. Fluctuation des fréquences naturelles

Les résultats des mesures des FRF's sur plusieurs positions de la poutre ont montré qu'il y a une fluctuation de fréquences propres. La fluctuation de la fréquence du deuxième et du quatrième mode des divers cas de la barre prismatique est illustrée par les courbes de la figure 4.28.

Pour la poutre saine, la fluctuation de la fréquence du mode 1 est d'environ 3,1% (1,25 Hz); la fluctuation du mode 2 est plus proche de 2,8%, elle est de 0,2% pour le mode 3, et elle est de l'ordre de 0,5% pour le mode 4.

Pour la barre endommagée, à titre d'exemple, quand l'entaille a une profondeur de 2 mm, la fluctuation de la fréquence du mode 1 augmente et devient proche de 8,4%. Elle est de 0,75% pour le mode 2. Mais, dès que la profondeur de la fissure augmente d'avantage, la fluctuation de ces modes (1 et 2) varie indépendamment de l'extension de la fissure. Pour le mode 3 et le mode 4, la fluctuation de la fréquence augmente et devient stable dès que la profondeur de la fissure augmente [82].

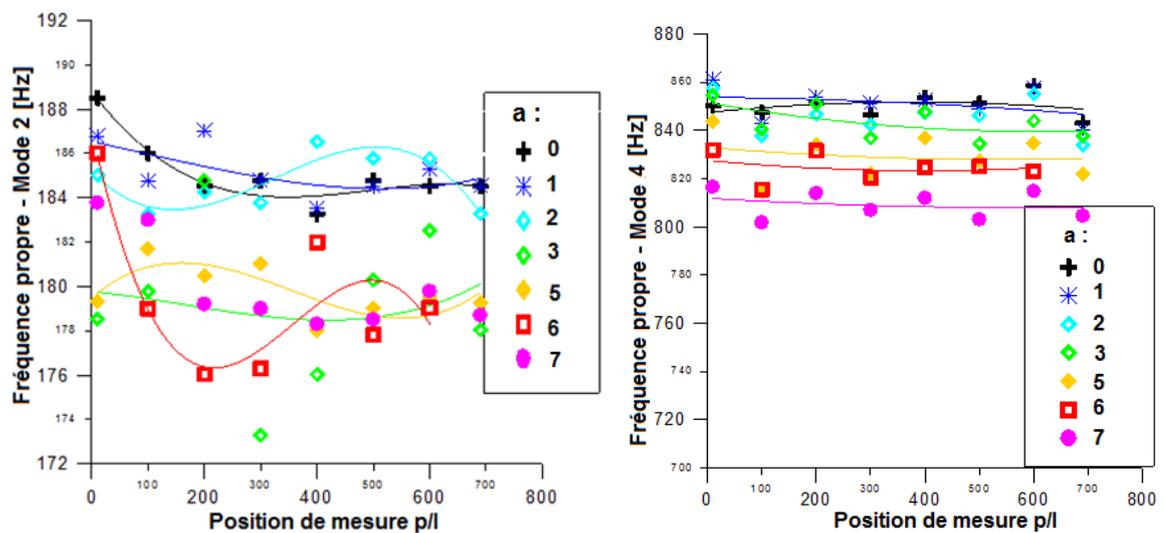


Figure 4.28 : Fluctuation des fréquences en fonction de la position de mesure pour les modes 2 et 4.

L'écart type (Déviation Standard) des données des fréquences propres mesurées indique que les valeurs de ces dernières sont regroupées autour de la moyenne des modes d'ordre basses (1, 2, 3 et 4) et cela quelque soit la profondeur de la fissure. L'écart type de la fréquence n'est donc pas sensible à l'extension de

la fissure (figure 4.29). L'écart type des modes 5, 6 et 7 montre une dépendance de ces modes avec l'extension de la fissure qui contribue à disperser les données de fréquences propres [82].

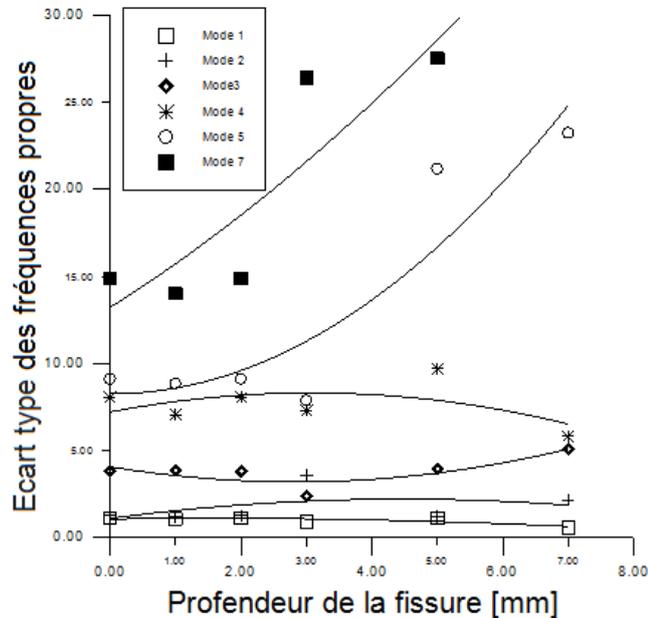


Figure 4.29 : Ecart type des fréquences propres 1, 2,3,4,5 et 7 en fonction de la profondeur de la fissure [82].

La fluctuation des fréquences est influencée par le rapprochement des points de mesure de la fissure, les raisons en sont imputables, d'une part, à la corrélation qui existe entre la déformée modale et les paramètres mesurés, et d'autre part, à la réduction de la distorsion du signal et à son absorption par la structure avant qu'il ne soit saisi par le capteur baladeur, ainsi qu'à l'effet de la masse du capteur qui joue le rôle d'une masse additionnelle [90].

#### 4.2.8. Localisation de la fissure par l'analyse de la distribution 2D des fréquences propres

La distribution des fréquences sur la longueur de la poutre est obtenue à partir des réponses  $Frf$ 's sur les 07 points de mesure, où chaque point est espacé de l'autre de 0.1m (figure 4.7 et 4.8). L'endroit de la fissure peut être localisé par la comparaison de la distribution 2D des fréquences de la barre endommagée par rapport à celle de la barre saine.

L'analyse de cette distribution qui est altérée par la présence de la fissure, a permis de percevoir que la fluctuation des fréquences atteint des maximums au

niveaux des nœuds modaux et des minimums au voisinage des ventres des modes étudiés.

L'entaille est localisée proche du ventre de la déformée modale du mode 3, on remarque donc à partir de sa distribution (figure 4.30) qu'il y a une diminution des fréquences qui peut indiquer l'endroit de la fissure entre les abscisses 100 et 200mm. La fissure est localisée aussi au voisinage du ventre du mode 4, on remarque à partir de la distribution de ce mode (figure 4.30) qu'il y a une grande diminution de la fréquence entre les endroits 100 et 150 mm, et cela pour la fissure ayant une profondeur de  $a=4.5\text{mm}$  ( $a/h=28\%$ ).

A partir de la distribution 2D des divers modes, on remarque que la fluctuation des fréquences augmente d'avantage au voisinage des nœuds modaux proches de la fissure. On remarque aussi que l'ampleur de cette fluctuation au voisinage des nœuds modaux dépend de l'ordre du mode et de l'extension de la fissure.

La comparaison des distributions des fréquences établies pour divers modes propres (1, 2,3 ...7) peut résoudre le problème d'interaction de l'effet des modes avec l'effet de la fissure, et peut ainsi indiquer l'endroit de la fissure.

La stratégie de localisation de fissure par la méthode de distribution consiste à trouver dans la distribution 2D de plusieurs fréquences, deux nœuds modaux successifs ayant subis de forte diminution, et conclure que la fissure existe entre ces deux nœuds modaux [82].

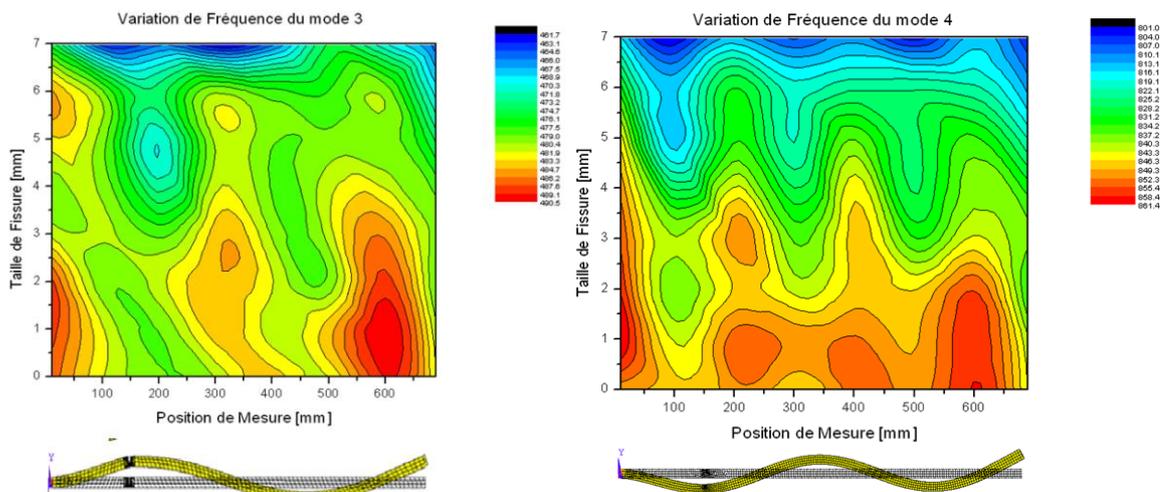


Figure 4.30 : Distribution des fréquences en 2D pour les modes propres 3 et 4.

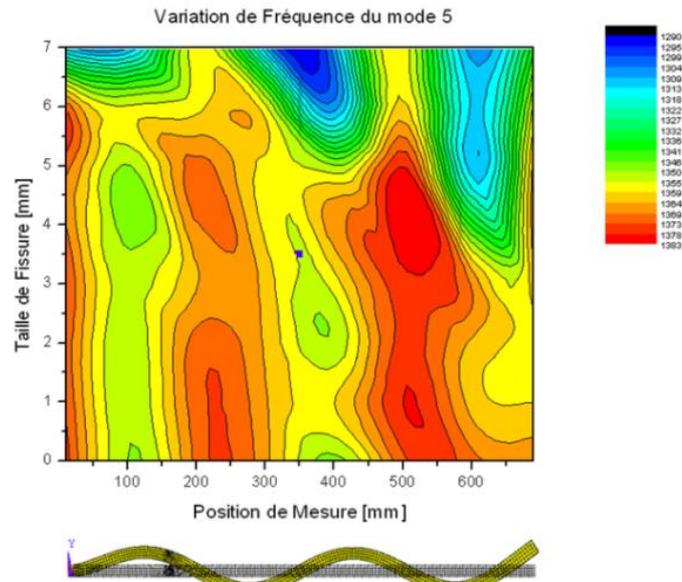


Figure 4.31 : Distribution des fréquences en 2D pour le mode propre 5 [82].

#### 4.2.9. Localisation numérique des fissures par le changement de la déformée modale propre

Dans cette partie de la thèse, la méthode d'identification du dommage utilisant l'indice basé sur la variation de la déformée modale numérique est étudiée en vue de l'appliquer sur un cas réel d'une poutre endommagée pour détecter et déterminer l'endroit du dommage. Pour ce faire, les huit déformées modales sont déterminées par l'analyse modale numérique pour un modèle d'une poutre endommagée avec une seule fissure, cette fissure est localisée à l'endroit  $c/l=0.214$ , et elle a une profondeur relative  $a/h$  variant successivement de 0% à 62.5% avec un pas de  $(\Delta a)/h=6.25\%$ .

Le modèle de la poutre établi par ANSYS est corrigé en faisant en sorte que les fréquences numériques et les fréquences expérimentales soient aussi proches que possible.

Les résultats présentés dans les figures 4.32 et 4.35, donnent les variations des modes en fonction de la sévérité du dommage  $a/h$ . La figure 4.32 indique que la variation du mode 1 se manifeste au niveau de la position de la fissure seulement lorsque la profondeur de la fissure  $a/h$  dépasse 62%. Le mode 1 indique l'endroit de la fissure avec une grande précision mais avec moins de sensibilité.

Le mode 2 est invariant et son changement ne peut être observé même pour les grandes sévérités de la fissure, il est donc insensible à la présence de la fissure (figure 4.32).

Le mode 3 situe mieux la position de la fissure à partir de  $a/h = 25\%$ . La déformée du mode 4 donne une meilleure indication de localisation que la déformée du mode 6. Le mode 4 est sensible dès que la profondeur de la fissure  $a/h$  égale à  $25\%$  (figure 4.32 et 4.33).

Les résultats obtenus démontrent que les déformées modales d'ordres élevés sont plus susceptibles d'indiquer l'endroit du dommage que celles d'ordres inférieurs, même pour un petit défaut.

La déformée du mode 7 indique la position de la fissure dès que la sévérité de cette dernière dépasse les  $12,5\%$ . Elle a donc une bonne sensibilité bien qu'elle n'est pas précise puisque sa variation est située sur toute la longueur de 0 à 200 mm (figure 4.33).

La déformée du mode 8 localise bien la fissure, sa sensibilité est inférieure à  $12,5\%$  (figure 4.34). Cela peut être expliqué par la relation entre la position de la fissure et le ventre du mode. Cette position par rapport au ventre du mode permet à la fissure d'être fermée ou d'être ouverte et permet ainsi aux propriétés modales d'être plus ou moins sensible à la sévérité de la fissure.

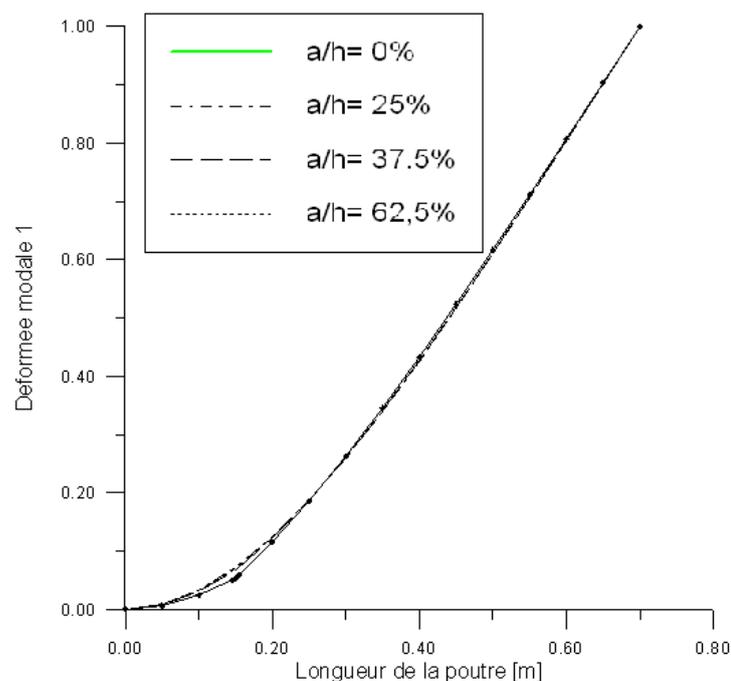


Figure 4.32 : MEF - Déformées modales 1 et 2 : Comparaison entre poutre saine et endommagée.

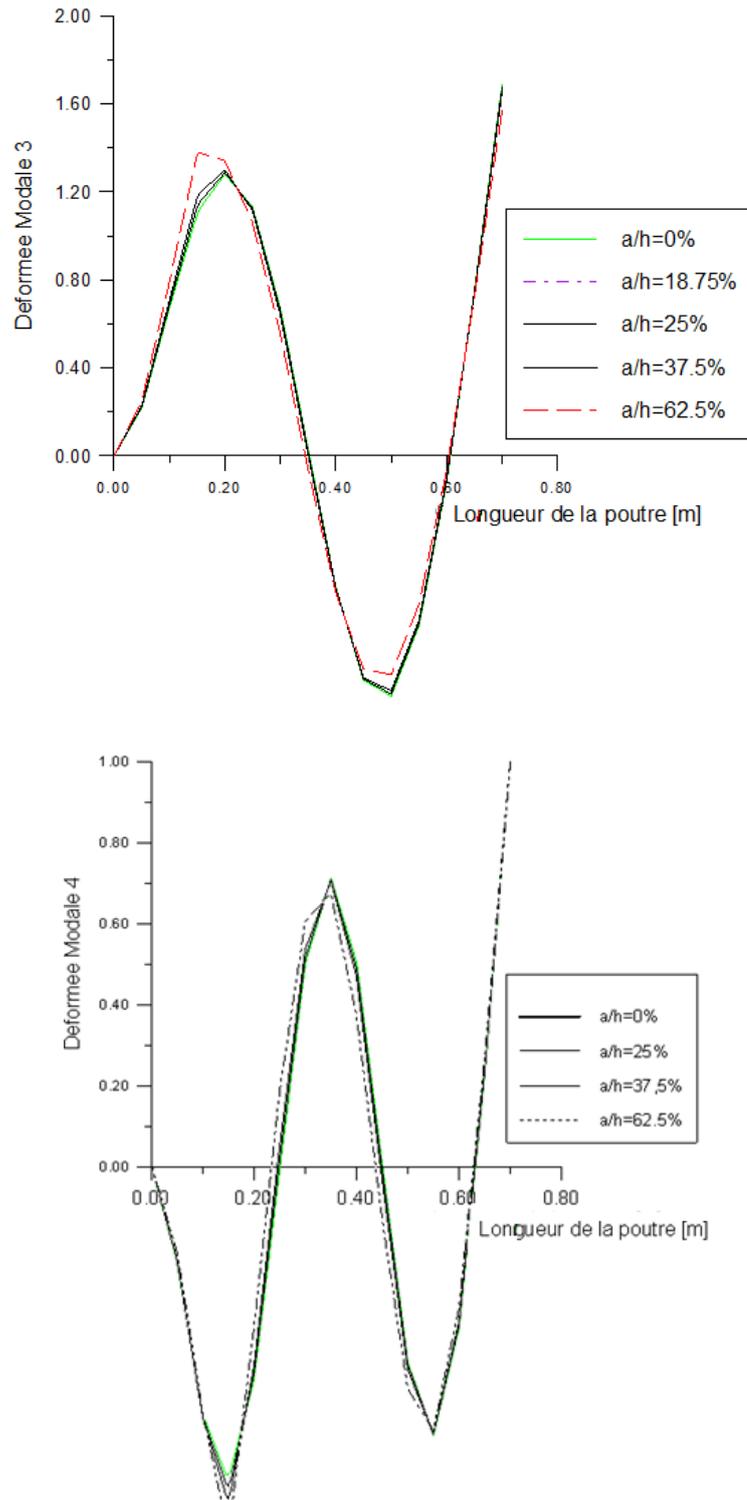


Figure.4.33 : MEF - Déformées modales 3 et 4: Comparaison entre poutre saine et endommagée.

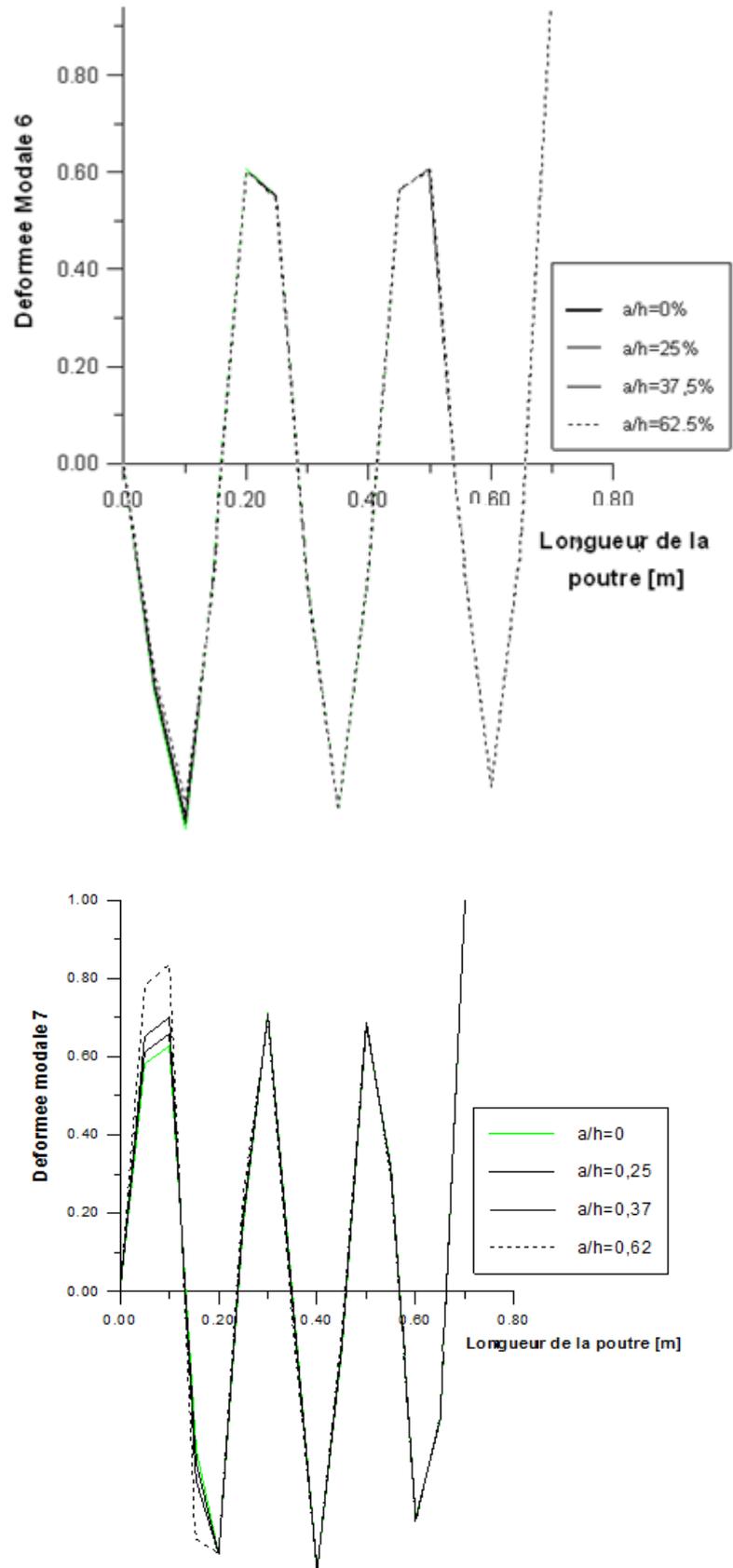


Figure 4.34 : MEF - Déformée modale 6 et 7 : Comparaison entre poutre saine et endommagée.

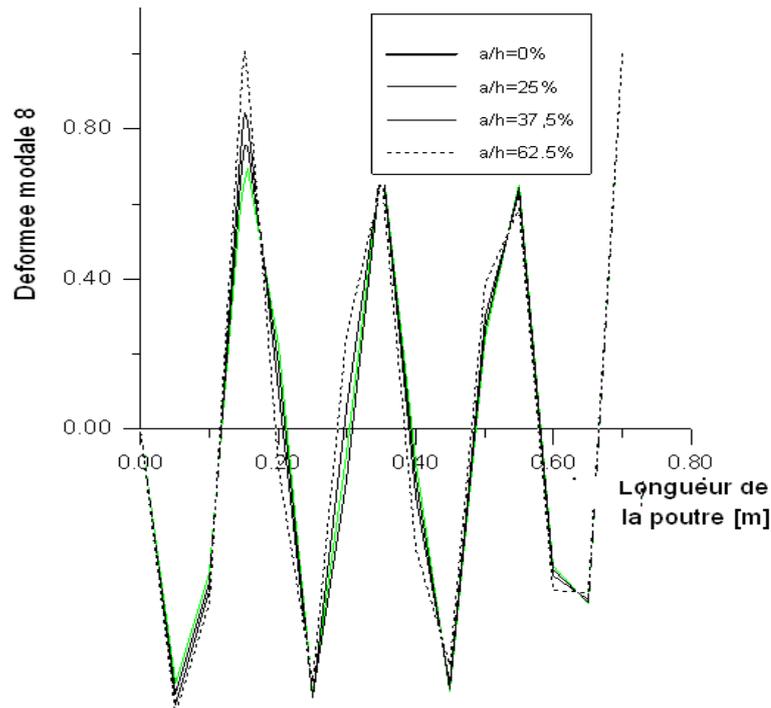


Figure 4.35 : MEF - Déformée modale 8 : Comparaison entre poutre saine et endommagée.

#### 4.2.10. Localisation expérimentale des fissures par la méthode basée sur le changement de la déformée modale propre

La figure 4.36 donne respectivement l'apparence et l'évolution de la déformée mesurée du deuxième et troisième mode de la barre prismatique endommagée en fonction des profondeurs de la fissure située à la position  $c=150\text{mm}$  ( $c/l=0,214$ ). Elle montre bien que le changement de la déformée des modes est difficile à utiliser même pour la fissure de grande taille. La seule information qu'on peut tirer est que la fissure est localisée dans l'une des deux parties gauche ou droite de la poutre [82].

Par conséquent, on peut conclure que la différence des déplacements modaux mesurés ne donne pas une bonne indication de localisation du dommage, et cela pour tous les scénarios de la poutre endommagée. Ces observations ont été également rapportées dans d'autres travaux de la littérature [91,75].

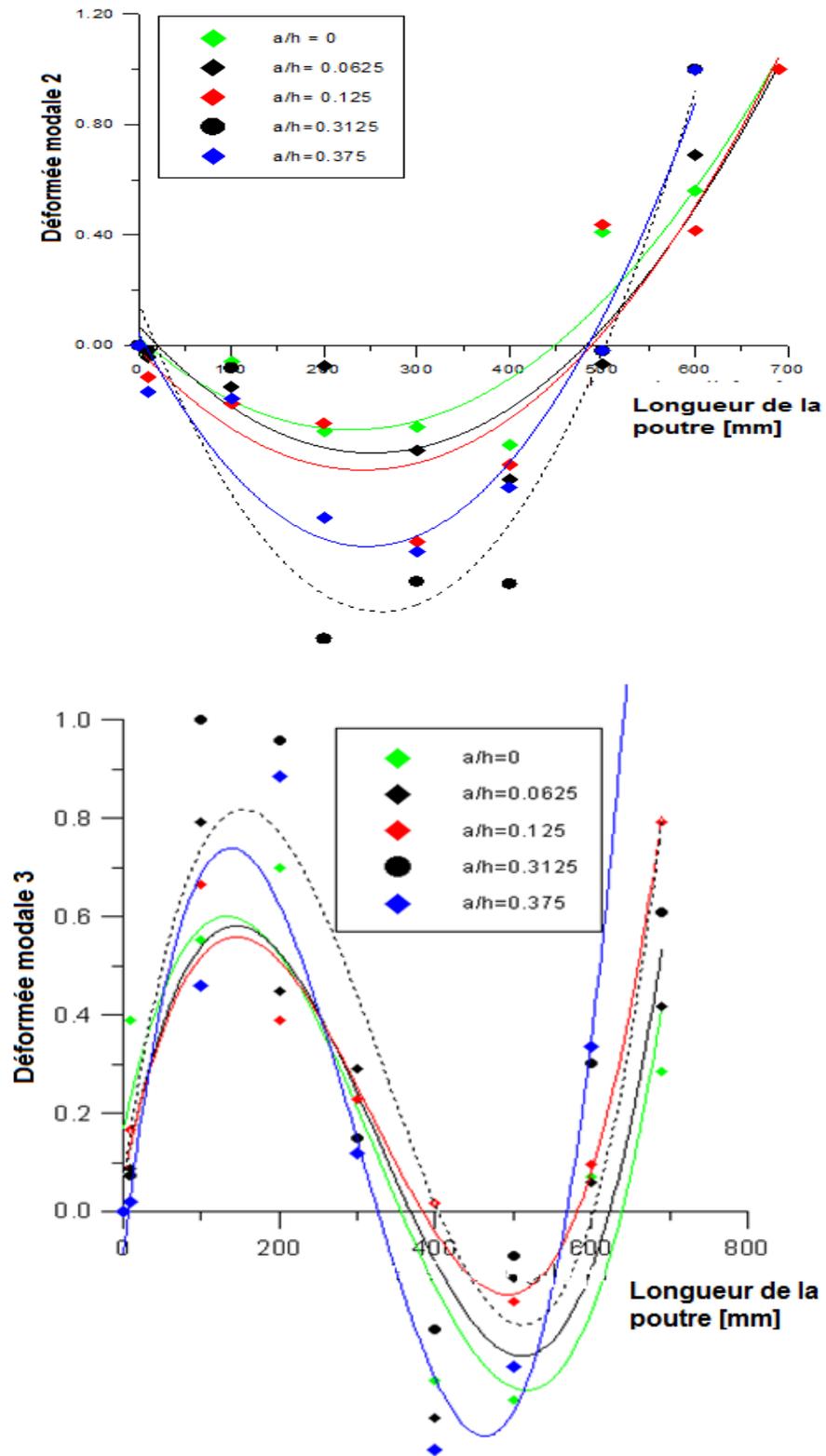


Figure 4.36 : Déformées mesurées des modes 2 et 3 : Comparaison entre poutre saine et endommagée.

#### 4.2.11. Localisation du dommage par l'analyse de la variation de l'énergie de déformation modale

L'étude menée antérieurement sur les méthodes basées sur le paramètre des fréquences propres a montré qu'il souffre d'un handicap sérieux car il n'a pas pu révéler l'endroit du dommage dans le cas du dommage d'envergure faible.

Les méthodes mis en œuvre sur les variations des déformées expérimentales utilisées dans les algorithmes de localisation ont montré des limites du fait qu'elles n'ont pas pu indiquer avec une grande précision la zone de dommage. Pour remédier à ces insuffisances, des améliorations ont été proposées et introduites dans les techniques utilisant les déformées propres et l'énergie de déformation modale qui est beaucoup plus sensible aux défauts structurels [92, 93].

Pour avoir une prédiction théorique du comportement de la poutre endommagée et pour obtenir les paramètres du programme du test modal afin de définir la stratégie de l'identification expérimentale, l'analyse modale numérique de la poutre partagée en 14 divisions est effectuée [82].

Les sept premières déformées des modes sont obtenues et utilisées pour calculer le taux de changement d'énergie de déformation modale (TCEDM) en appliquant l'équation (3.73).

Par exemple, le taux (TCEDM) calculé pour le mode 4 et pour la profondeur du dommage  $a/h = 0,25$  est présenté par l'histogramme de la figure 4.37. Les valeurs normalisées du taux pour divers tailles du dommage et pour chaque mode propre, dans la position de la fissure ( $c/l=0,214$ ), sont présentées dans le tableau 4.3. La valeur unité "1" de l'indice indique que l'emplacement du dommage réside dans la même division de la fissure réelle (division 3) [82].

Dans la figure 4.37, on observe que le pic de l'indice TCEDM est localisé au voisinage de l'emplacement du dommage, l'erreur de la localisation est proche de  $\pm 3,5\%$ . Mais, lorsque la profondeur du dommage dépasse 37,5%, l'erreur de localisation devient  $\pm 10,5\%$ .

Les courbes de l'indice TCEDM<sub>mij</sub> établies pour les modes propres 3, 5 et 7 montrent l'endroit du défaut avec une erreur de localisation de  $\pm 3,5\%$  pour le dommage ayant une profondeur  $a/h \leq 37,5\%$ .

A partir de ces résultats, on constate que l'indice TCEDM calculé pour le mode 3 et pour le mode 4 donne une bonne indication de localisation du dommage. Les résultats montrent aussi que l'indicateur TCEDM calculé pour le mode 1 et le mode 2 ne localise pas avec précision la zone du défaut dans la poutre et cela pour toutes les tailles du dommage (Figure 4.38 et Tableau 4.3). Le dommage est prévu être entre  $c/l = 0$  et  $c/l = 0,214$ , et l'erreur de localisation est de  $\pm 17,5\%$ .

La raison de cette déviation du pic de l'indice vers le côté de l'extrémité fixée de la poutre est dû à l'effet des conditions aux limites de la poutre et au fait que le mode fondamental (mode 1) possède une grande rigidité dans cette région.

Il est à noter que les résultats de la localisation sont moins précises lorsque la sévérité du dommage devient importante, la raison est due à la non validité de l'hypothèse de l'égalité de la rigidité de l'élément intact avec l'élément endommagé (équation 3.73).

L'effet de l'augmentation de la taille du dommage sur le taux de changement d'énergie de déformation modale est montré dans la figure 4.39, qui révèle que le pic du taux du mode 7, est localisé au voisinage du lieu du dommage, et que son amplitude augmente avec l'augmentation de la taille du dommage.

A partir des résultats du taux moyen et normalisé du changement de l'énergie de déformation modale (TMNCEDM) en appliquant l'équation (3.74), on trouve que ce taux ne localise pas avec précision la zone du dommage dans la poutre quand tous les modes ( $m = 1$  à 7) sont considérés à la fois et cela quelque soit la taille du dommage. La valeur maximale du taux est située dans la partie de l'extrémité fixée de la poutre, l'erreur de localisation est d'environ  $\pm 17,5\%$ .

Dans la figure 4.40, on constate que le TMNCEDM calculé avec les modes 2, 3,...7 (sans le mode 1), détermine avec précision l'endroit où la fissure existe (élément 3). La prédiction de la localisation de la fissure a donc une erreur de  $\pm$

3,5%. On conclue, dans le cas de la poutre encastree libre, que le mode 1 est un mode fauseur des resultats [82].

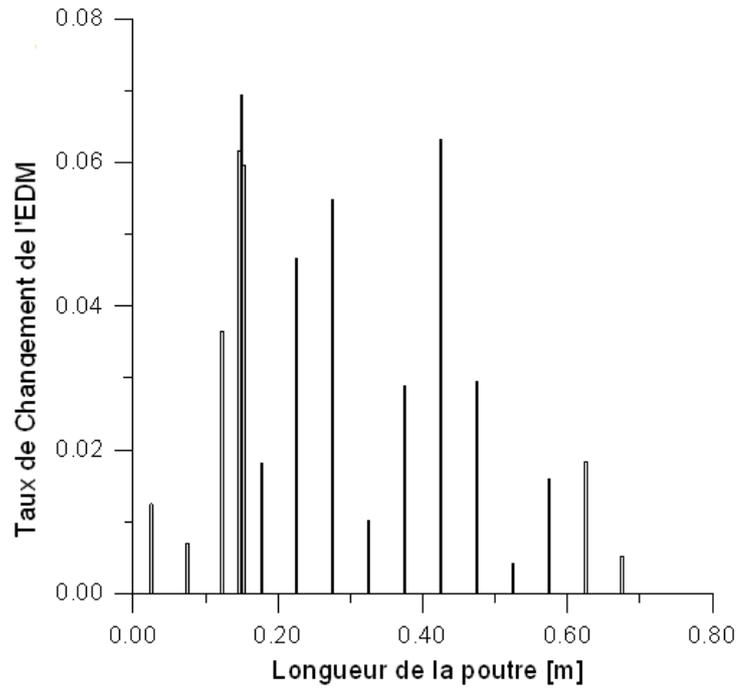


Figure 4.37 : MEF - TCEDM pour le mode propre 4 et  $a/h= 0,25$ .

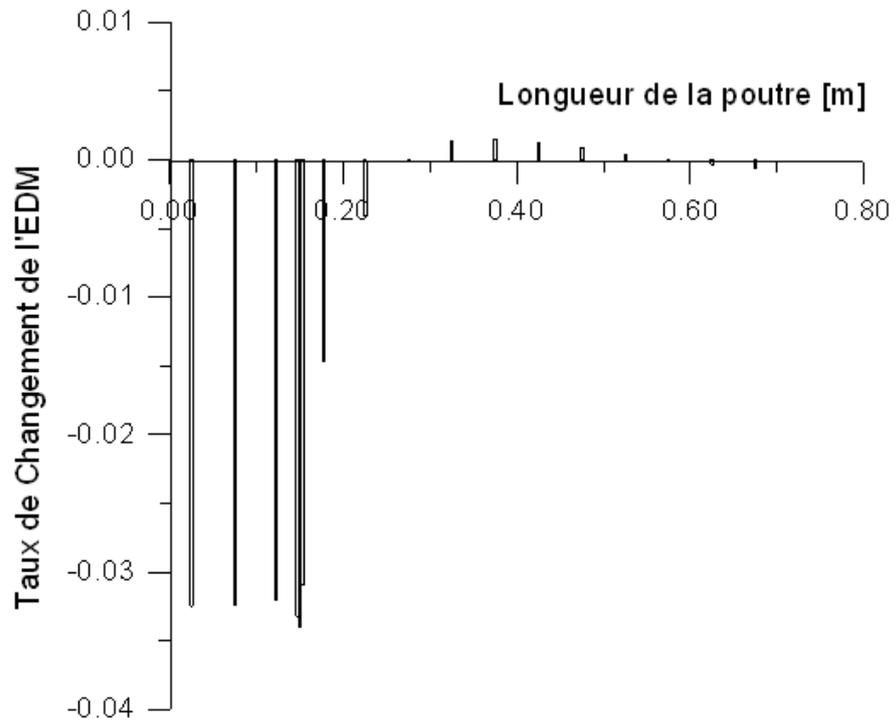


Figure 4.38 : MEF - TCEDM pour le mode propre 1 et  $a/h=0,187$ .

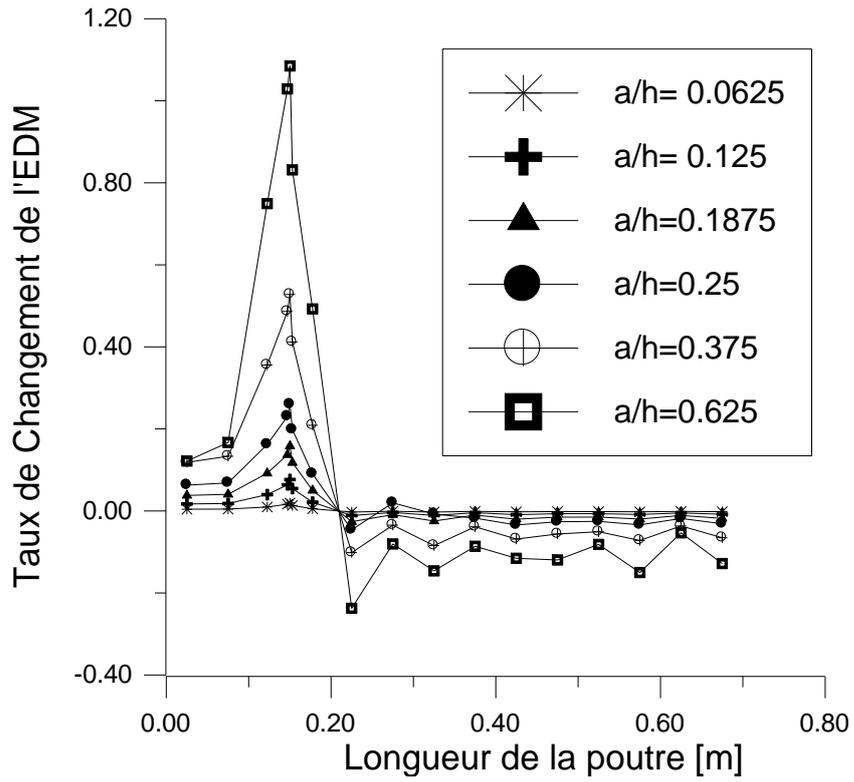


Figure 4.39 : MEF –TCEDM pour Mode 7 [82].

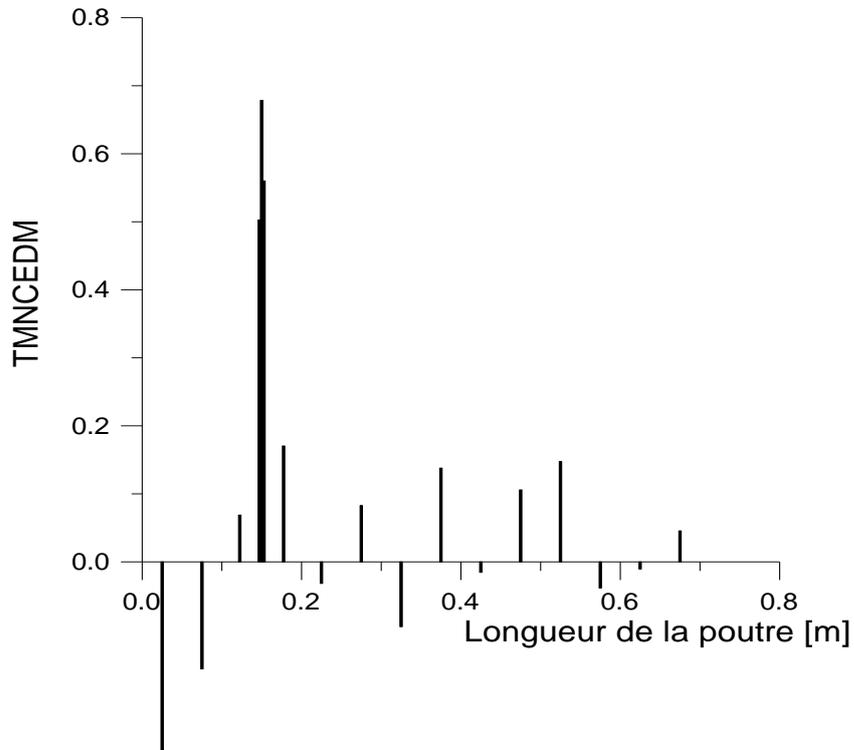


Figure 4.40. MEF – TMNCEDM pour a/h=0.187 [82].

Tableau 4.3 : Indice TCEDM - MEF

a/h	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4	Mode 5	Mode 6	Mode 7
0.0625	-22.451	-0.607	1	1	1	0.979	1
0.125	-22.627	-1.015	1	1	1	0.970	1
0.1875	-22.278	-1.214	1	1	1	0.964	1
0.25	-21.882	-1.509	-	1	1	0.961	1
0.375	-21.049	-2.311	1	1	0.819	0.977	-
0.625	-18.709	-3.298	1	0.649	0.0296	1	0.972

Les résultats expérimentaux de la prédiction de l'endroit de la fissure par l'utilisation de l'indice unitaire du dommage TCEDM en considérant les sept premiers modes sont représentés dans la figure 4.41, cette figure montre que lorsque le mode 4 est utilisé pour estimer le TCEDM, un pic de l'indice du dommage se produit au voisinage de la position de la fissure (division 2).

Le mode 4 donne une bonne prédiction du lieu de la fissure, l'erreur de localisation est égale à  $\pm 7\%$  pour une fissure ayant une sévérité  $a/h \leq 37.5\%$ . Le résultat performant de ce mode est due au fait qu'il a moins de fluctuation et donc moins de bruit, comme il est indiqué dans les figures 4.28 et 4.29.

La distribution du taux TCEDM sur la longueur de la poutre, en considérant individuellement les 07 premiers modes expérimentaux (sans le mode 4) [82], montre qu'il y a des petites valeurs de ce taux au voisinage de l'endroit réel de la fissure, alors que la valeur maximale du taux s'écarte un peu de la zone de la fissure, l'erreur de localisation est d'environ  $\pm 14\%$ . Cette non performance du TCEDM est dûe à l'effet combiné de l'encastrement de la poutre (effet des conditions aux limites), de la fissure et du bruit des mesures (Figure 4.41).

L'indice moyen et normalisé de localisation du dommage (TMNCEM) obtenu par la somme des indices unitaires est utilisé dans cette partie de travail expérimental afin de réduire l'effet du bruit aléatoire incluant dans les déformées modales utilisées dans les calculs des taux de changement des énergies de déformation modale avant et après endommagement.

Les figures 4.42 - 4.44 montrent la distribution de l'indice TMNCEM pour les sept premiers modes de vibration ( $m = 1, 2, \dots, 7$ ). Ces figures indiquent que l'indice TMNCEM présente un changement maximale (pic) au voisinage de la région locale de la fissure réelle (deuxième division de la poutre) pour toutes les extensions de la fissure s'étendant de  $a/h = 6,25\%$  à  $a/h=37,5\%$ , l'erreur de localisation est égale à  $\pm 7\%$ .

La localisation de la fissure de taille  $a/h= 6,25\%$  avec une incertitude acceptable, considérée comme une détection précoce du dommage, est un succès de l'application de la méthode de TMNCEM .

La localisation devient moins précise lorsque la profondeur de la fissure  $a/h$  dépasse  $37,5\%$ , l'incertitude de localisation est de  $\pm 14\%$  pour le cas de la fissure de taille  $a/h =43,75\%$  (Figure 4.45).

Il faut noter que la valeur de l'incertitude (erreur de localisation) peut être réduite en augmentant le nombre des points de mesure des déformées des modes de la poutre [82].

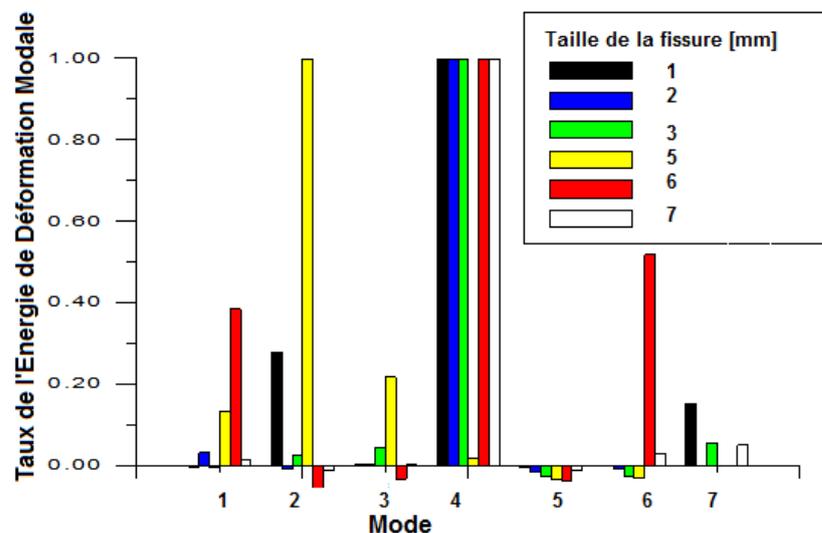


Figure 4.41 : TCEM en fonction de l'envergure du dommage [82].

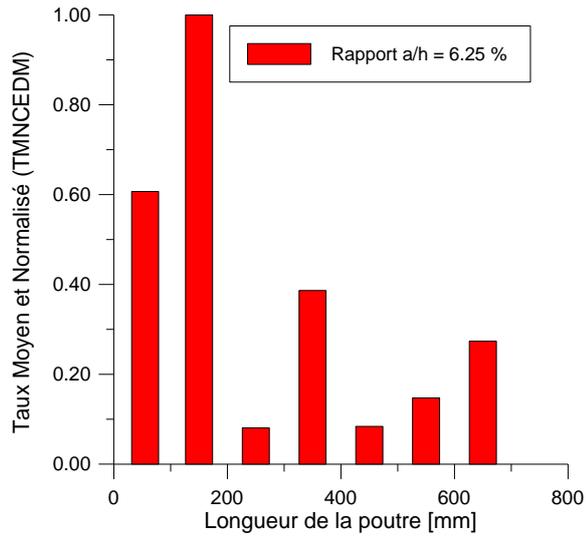


Figure 4.42 : Distribution du TMNCEDM - EMA pour le rapport du dommage 6.25%.

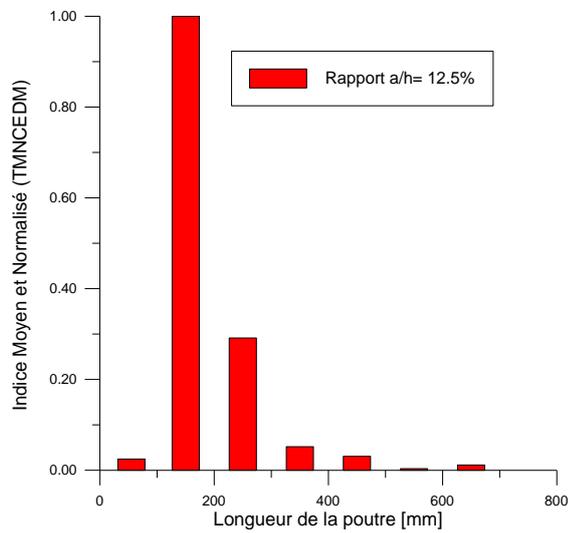


Figure 4.43 : Distribution du TMNCEDM EMA pour le rapport du dommage 12.5%.

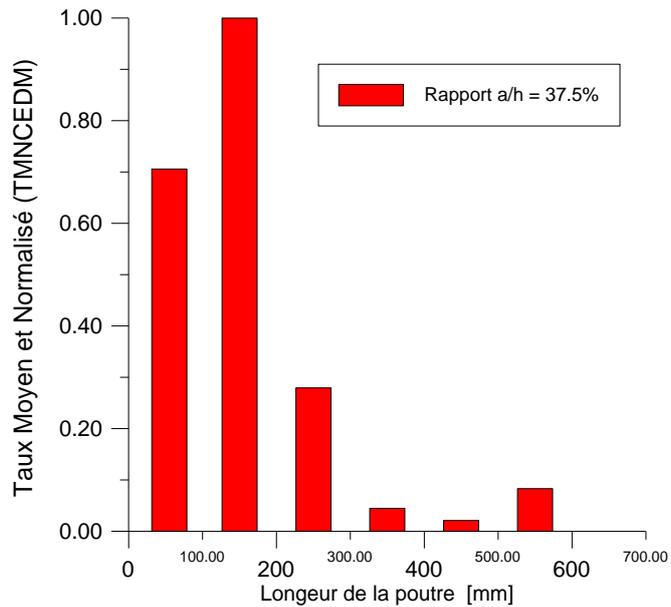


Figure 4.44 : Distribution du TMNCEDM expérimental pour le rapport du dommage 37.5%.

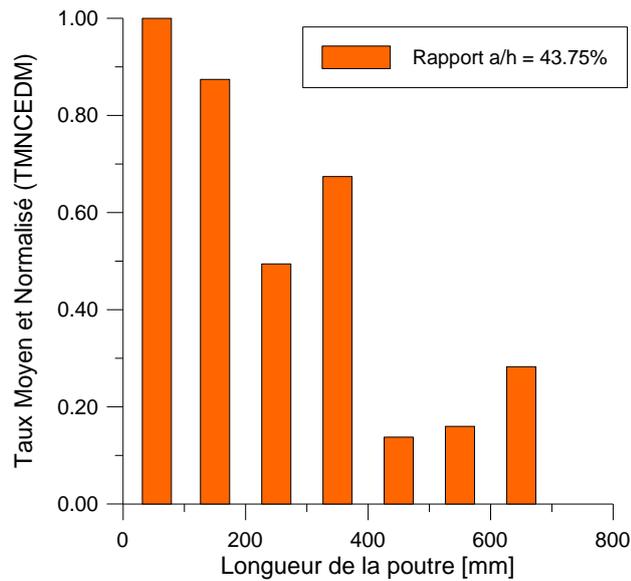


Figure 4.45 : Distribution du TMNCEDM expérimental pour le rapport du dommage 43.75% [82].

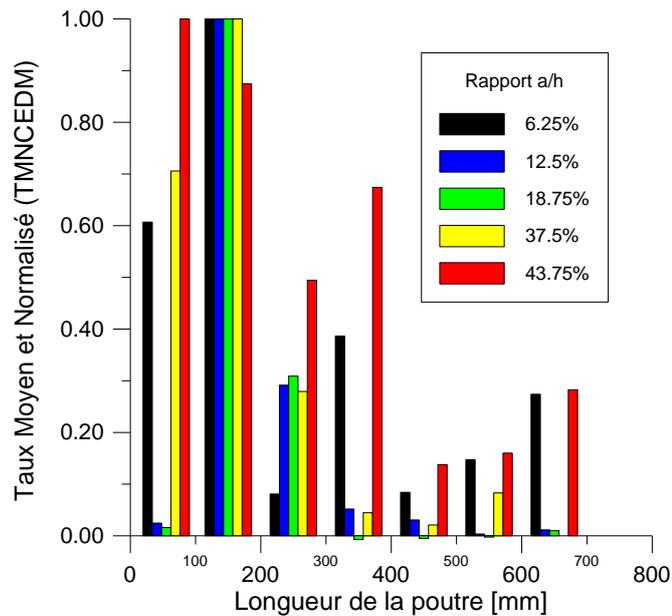


Figure 4.46 : Distribution du TMNCEDM expérimental en fonction des rapports du dommage [82].

#### 4.2.12. Quantification du dommage par l'analyse de la variation de l'énergie de déformation modale

##### 4.2.12.1. Estimation de la rigidité à la flexion

Pour valider la procédure de quantification du dommage en utilisant la méthode de l'énergie de déformation modale croisée (EDMC), un calcul de la rigidité à la flexion est effectué. La rigidité locale  $K(2,3)$  de l'élément endommagé

(élément 2) est estimée (figure 4.47), l'objectif est de déterminer la relation entre l'extension  $\alpha_i$  et la sévérité de la fissure "a", afin de comparer l'extension calculée de la fissure avec celle estimée avec la méthode proposée.

La figure 4.47 montre l'évolution de la rigidité de la poutre saine et endommagée par une fissure ayant une profondeur variant de 0 à  $a/h=0,625$ .

En général, dans le cas d'une poutre avec une seule fissure existante dans le  $n^{\text{ième}}$  élément, la rigidité de l'élément endommagé  $K_n$  est calculée en estimant le

$$\text{rapport : } K_n = \frac{F_n}{d_{n2} - d_{n1}} \quad (4.1)$$

Où  $d_{n1}$  et  $d_{n2}$  sont les déplacements des deux extrémités de l'élément suspect d'être endommagé,  $F_n = 50 \text{ N}$  est la force appliquée.

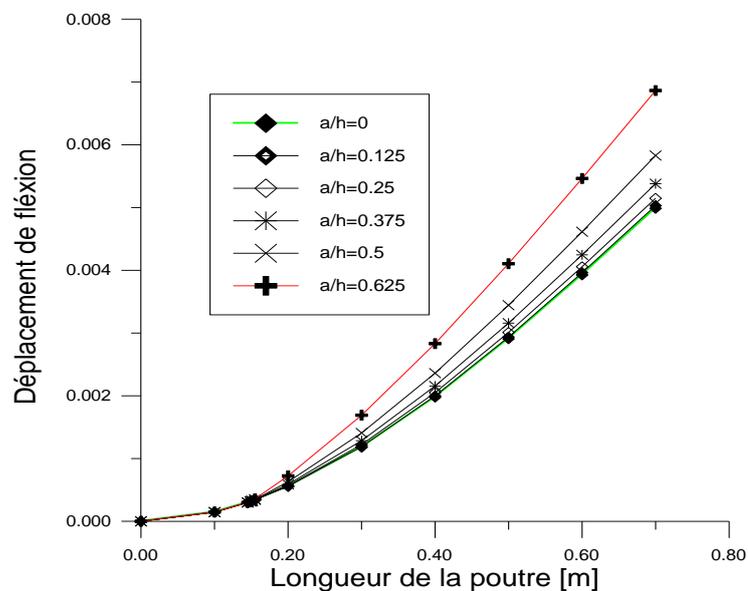


Figure 4.47 : Perte de la rigidité de la poutre endommagée.

Le coefficient  $\alpha_n$  appelé extension du dommage, définit la réduction fractionnaire de la rigidité du  $n^{\text{ième}}$  élément. Ce coefficient est lié à la sévérité du dommage pour le cas d'une seule fissure dans le  $n^{\text{ième}}$  élément par :

$$K^d = K + \alpha_n K_n \quad (4.2)$$

$$\text{Le coefficient } \alpha_n \text{ est estimée par : } \alpha_n = \frac{K^d - K}{K_n} \quad (4.3)$$

La figure 4.48 présente la courbe qui estime la profondeur de la fissure à partir de la valeur de l'extension  $\alpha_n$ .

Le coefficient  $\alpha_n$  calculé par la méthode énergétique (EDMC) pour les divers scénarios d'une seule fissure, est donné par l'expression :

$$\alpha_n = \frac{\left(\frac{\lambda_j^d}{\lambda_1} - 1\right) C_{ij}}{C_{n,ij}} = \frac{\left(\frac{\lambda_j^d}{\lambda_1} - 1\right) \phi_i^T K \phi_j^d}{\phi_i^T K_{In} \phi_j^d} \quad (4.4)$$

Après que le dommage est localisé par la détermination de l'élément endommagé (l'élément 2 dans l'investigation expérimentale), l'envergure du défaut ou du dommage sera estimée en utilisant la méthode de la variation de l'énergie de déformation modale croisée (EDMC). Plusieurs combinaisons des sept premiers modes de vibration de la poutre saine et endommagée sont considérées dans le calcul de l'indice de quantification du dommage  $\alpha_n$  en appliquant l'équation (4.4).

La sévérité du dommage de l'élément suspect d'être endommagé est estimée et les résultats des calculs sont résumés dans le tableau 4.4.

Les résultats numériques obtenus du modèle 3D de la poutre sain et endommagé en appliquant la méthode de l'énergie de déformation croisée, indiquent que l'utilisation des modes de vibration du même ordre (3,3) et (4,4) donne toujours de bonnes estimations de la taille du dommage, la précision de calcul est plus élevée comme il est résumé dans le tableau 4.4.

Lorsque l'ordre du mode considéré de la structure intacte est différent de celui de la structure endommagée (i.e. : (4,3), (2,1), (3,1)); l'envergure du dommage est sous-estimée ou surestimée.

Les combinaisons considérées des modes (1,1) et (2,2) ont donné des erreurs inacceptables.

A partir de l'investigation expérimentale, on observe que les combinaisons des différents modes, en appliquant la méthode de l'énergie de déformation modale croisée, donnent des résultats non favorables à la quantification du dommage. La méthode proposée est uniquement capable à estimer la gravité du dommage avec la combinaison des modes (2,2). Avec la combinaison des modes (3,3) et (4,4), l'estimation du dommage n'est bonne que lorsque le dommage est de petite taille ( $a \leq 3\text{mm}$ ).

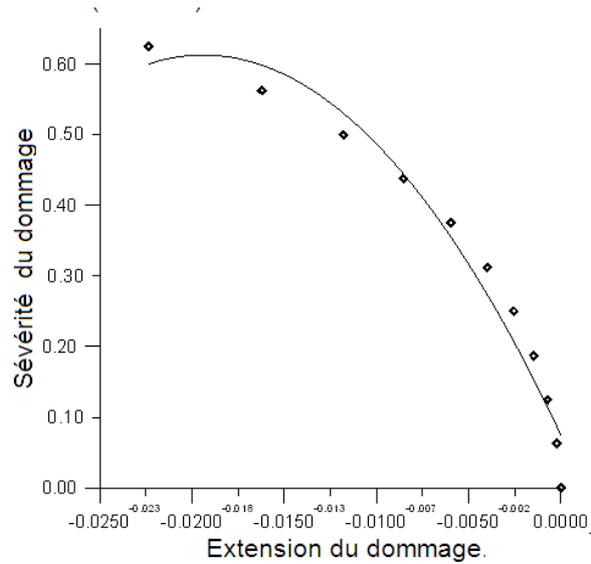


Figure 4.48 : Extension  $\alpha_n$  et sévérité du dommage.

Tableau 4.4 : Estimation numérique et expérimentale de la taille de la fissure.

	mode intact	mode endommagé	extension estimée du dommage $\alpha_n$	sévérité estimée du dommage [mm]	sévérité réelle du dommage [mm]
MEF	3	3	-0.000377	1~2	2
			-0,001395	3~4	4
			-0.011036	$\approx 8$	10
	4	4	-0.000925	2~3	2
			-0.00335	4~5	4
			-0.027823	10~11	10
MEA	2	2	-0,000349	1~ 2	1
			-0,003538	4~5	2
			-0,001446	3~4	3
			-0,004608	5~6	5
			-0,006098	6~7	7
	3	3	-9,4531E-06	$\sim 0$	1
			-5,9653E-05	$\sim 0$	2
			-2,8261E-05	$\sim 0$	3
			-0,000233	$\sim 1$	5
			-0,002866	4 ~ 5	7
	4	4	-0,000598	1~2	1
			-0,008098	2~3	2
			-0,040393	$\sim 8$	3
			-0,053718	>10	5
			-0,365354	>10	7

Les résultats numériques et expérimentaux démontrent que la méthode proposée localise l'endroit du dommage dans les structures de type poutre avec des incertitudes qui sont dues à de nombreux paramètres tels que la non linéarité liée à l'envergure du dommage, la position de la fissure par rapport à celle des noeuds modaux, les conditions aux limites des poutres, le nombre des modes de vibration utilisés dans le calcul des indices moyens et le nombre de divisions et des éléments de discrétisation de la poutre.

Dans l'investigation expérimentale, les résultats de la localisation du dommage sont moins précis que ceux de l'investigation numérique, cela est due au nombre limité des points de mesure et du bruit de mesure qui est inévitable dans les signaux de vibration.

Les résultats de localisation peuvent donc être améliorés par l'utilisation de plus de points de mesure toute en considérant un nombre suffisant de modes de vibration dans l'estimation du taux moyen et normalisé de localisation d'endommagement.

La sévérité du dommage de l'élément suspect d'être fissuré dans la poutre est estimée numériquement et expérimentalement en appliquant la méthode de l'énergie de déformation croisée, les résultats obtenus indiquent que l'utilisation des combinaisons des modes de vibration du même ordre (3,3) et (4,4) donne de bonnes estimations de la taille du dommage.

Les résultats performants des modes propres 3 et 4 sont dus au fait que les fréquences de ces modes ont moins de fluctuation et la position de la fissure est proche de leurs anti-nodes.

## CONCLUSION

Dans ce travail, de nombreux objectifs ont été ciblés. On cite, l'étude de faisabilité et l'élaboration d'une méthode expérimentale apte à être appliquée sur une installation industrielle pour contrôler l'intégrité et l'état de vieillissement de ses équipements. Pour ce, on a établi un programme constitué d'un certain nombre d'étapes, la première étape est vouée à l'étude théorique de la détection par analyse vibratoire (analyse modale) et la deuxième étape est consacrée aux investigations expérimentales et numériques des variations des paramètres modaux en vue de les utiliser comme des indicateurs de contrôle des endommagements.

L'étude rétrospective a permis de comparer les sensibilités des différents paramètres modaux et de confirmer les résultats d'autres auteurs. Ces résultats qui ont montré que le paramètre des fréquences propres, a une faible sensibilité pour les petites fissures néanmoins qu'il est plus simple à acquérir directement des mesures vibratoires.

Pour améliorer les performances des techniques de détection, une étude des fluctuations des fréquences mesurées a été menée, et une investigation a été faite par balayage des positions de mesures, une idée tirée des performances excellentes des raideurs locales et de la corrélation établie entre la position de la fissure et les endroits des différents nœuds modaux. Les résultats obtenus permettent d'améliorer manifestement la sensibilité des fréquences et même d'indiquer la zone fissurée en utilisant une méthode proposée de distribution des fréquences sur la longueur de la poutre à contrôler. Les résultats obtenus ont montré une amélioration de la sensibilité par rapport au cas de la position du capteur  $p/l=0,98$ ; la sensibilité du mode fondamental a enregistré une amélioration de 6%.

La méthode basée sur l'énergie de déformation modale se distingue par sa facilité d'application; elle nécessite seulement la connaissance du changement de quelques déformées modales. Cette méthode a été appliquée avec succès sur des données générées des modèles éléments finis et sur des données expérimentales sur de faibles tailles des dommages pour des modes propres

ayant des ventres proches à la position de la fissure. Le taux moyen et normalisé du changement de l'énergie de déformation modale est utilisé pour réduire l'impact du bruit aléatoire existant dans les déformées modales. Les résultats ont pu indiquer la position d'une fissure ayant une profondeur de 7% avec une incertitude de localisation de  $\pm 7\%$ .

Tout en estimant avoir atteint l'objectif tracé pour cette étude, on envisage de développer en premier lieu la méthode basée sur l'énergie de déformation modale sur des structures ayant plusieurs fissures et en deuxième lieu étendre cette méthode au contrôle des cuves et des réservoirs sous pression, organes sensibles de l'industrie et des installations nucléaires.

## REFERENCES

- [1] Stanislav, N. et Milan, P. "Vieillessement des centrales nucléaires et prolongation de leur durée utile: les problèmes de sûreté, Energie et sûreté nucléaires", AIEA BULLETIN. V. 4, (1987).
- [2] Doebling, S.W., Farrar, C.R. and Prime, M.B., "A summary review of vibration-based damage identification methods", *The Shock and Vibration Digest*, V. 30, n<sup>o</sup>. 2, (1998), 91-105.
- [3] Doebling, S.W., Farrar, C.R., Prime, M.B. and Shevitz, D.W., "*Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristics: A literature review*", Report LA-13070-MS, Los Alamos National Laboratory, New Mexico, (1996).
- [4] Farrar, C. R., Doebling, S. W., Cornwell, P. J. and Straser, E. G. "Variability of modal parameters measured on the Alamosa Canyon Bridge", *Proceedings-SPIE the international society for optical engineering*, (1997), 257-263.
- [5] Wang, L. and Chan, T.H.T., "Review of vibration based damage detection and condition assessment of bridge structures using structural health monitoring", the Second Conference Rethinking Urban Infrastructure, Queensland University of Technology, Brisbane, (2009).
- [6] Farrar, C. R., Doebling, S. W. and Nix, D. A., "Vibration-based structural damage identification", *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, (2001), 131-149.
- [7] Rytter, A., "Vibration based inspection of civil engineering structures", Ph. D thesis, Aalborg University, Denmark. (1993).
- [8] Chang, F., Markmiller, J. F., Ihn, J. and Cheng, K. Y., "A potential link from damage diagnostics to health prognostics of composites through built-in sensors", *Journal of vibration and*, V.6, (2007), 718-729.
- [9] Inman, D. J., Farrar, C. R., Junior, V. L. and Junior, V. S., "*Damage prognosis for aerospace, civil and mechanical systems*", Wiley, (2005).
- [10] Alaa H., "Detection and localization of changes in structure: experimental and numerical application : experimental and numerical application", Earth Sciences. Université de Grenoble, (2013).
- [11] Peeters, B. and Ventura, C., "Comparative study of modal analysis techniques for bridge dynamic characteristics", *Mechanical Systems and Signal Processing*, V.17, (2003), 965-988.
- [12] Clinton, J. F., Bradford, S. C., Heaton, T. H. and Favela, J., "The observed wander of the natural frequencies in a structure", *Bulletin of the Seismological Society of America*, V.1, (2006), 237-257.
- [13] Mikael, A., Gueguen, P., Bard, P., Roux, P. and Langlais, M., "The Analysis of Long-Term Frequency and Damping Wandering in Buildings Using the Random Decrement Technique", *Bulletin of the Seismological Society of America*, V.103, (2013), 236-246.
- [14] Creed, S., "Assessment of large engineering structures using data collected during in-service loading", *Structural Assessment: The Use of Full and Large Scale Testing*, (1988), 55-62.

- [15] Guo, T., Li, A. and Wang, H., "Influence of ambient temperature on the fatigue damage of welded bridge decks", *International Journal of Fatigue* V.30, n°6, (2008), 1092-1102.
- [16] Fox, C., "The location of defects in structures-A comparison of the use of natural frequency and mode shape data", 10th International Modal Analysis Conference, (1992), 522-528.
- [17] SRINIVASAN, M.G., and KOT, C.A., "Effect of damage on the modal parameters of cylindrical shell", Conference : 10 IMAC Sa n Diego, USA , (1992).
- [18] Worden, K., Manson, G. and Allman, D., "An experimental appraisal of the strain energy damage location method", *Key Engineering Materials*, V.204, (2001), 35-46.
- [19] Biswas, M., Pandey, A. and Samman, M., "Diagnostic experimental spectral /modal analysis of a highway bridge", *The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, V.5, n°1, (1990), 33-42.
- [20] Salawu, O. and Williams, C., "Review of full-scale dynamic testing of bridge structures", *Engineering Structures*, V.17, n°2, (1995), 113-121.
- [21] Stubbs, N., Kim, J. and Topole, K., "An efficient and robust algorithm for damage localization in offshore platforms", Proc. ASCE Tenth Structures Congress, (1992).
- [22] Humar, J., Bagchi, A. and Xu, H., "Performance of vibration-based techniques for the identification of structural damage", *Structural Health Monitoring*, V. 5, n° 3, (2006), 215-241.
- [23] Gmur, T., "Analyse modale numérique", Presses Polytechniques et Universitaires Romandes (PPUR), (2009).
- [24] Gatti, L., and Vittorio F., "Applied Structural and Mechanical Vibrations, Theory, methods and measuring instrumentation", New Fetter Lane, London, (1999).
- [25] Avitabile, "Experimental Modal Analysis", Mech. Eng. department, University of Massachusetts Lowell, USA, (2000).
- [26] Ewins, D.J., "*Modal testing: theory, practice and application*", Research Studies Press Ltd, England, V.2, (2000).
- [27] Jimin, H., and Zhi Fang, F., "Modal Analysis", Linacre House, Oxford OX2 8DP, (2001).
- [28] Guillaume, P., "Modal analysis", Department of Mechanical Engineering, Vrije Universiteit Brussel, Belgium, (2002).
- [29] Ole, D., "Structural testing, Mechanical mobility measurements", Part 1, Bruel & Bruel & Kjaer, instructions sur l'analyseur des signaux bi canaux type, V.1, (1984).
- [30] Dupuy, J.S., "Identification des propriétés mécaniques de matériaux composites par analyse vibratoire ", Thèse de doctorat, Université de Montpellier II, France, (2002).
- [31] Smail, M., "Identification des paramètres des structures vibrantes dans le domaine temporelle", Thèse de doctorat, Ecole Centrale Paris, France, (1993).
- [32] Prasad, R., et Seshu, "A study on dynamic characteristics of structural materials using modal analysis", National Institute of Technology, Warangal, Asian journal of civil engineering, (2008).
- [32] Ole, D., "Structural Testing, Modal analysis and simulation", Part 2, Bruel & Kjaer, (1989).

- [34] Richardson, M.H., et Formenti, D.L., "Parameter estimation from frequency response measurements using rational fraction polynomials", Proceedings of the 1<sup>st</sup> International Modal Analysis Conference, Florida, (1982).
- [35] Laurent, M., and Basseville, M., "Diagnostic vibratoire embarqué", 17<sup>ème</sup> colloque GRETSI, Vannes, (1999).
- [36] Piranda, J., "Analyse modale expérimentale", Techniques de l'Ingénieur, Mesures et Contrôle, V.6, (1980)..
- [37] Lee, L.S., Karbhari, VM. and Sikorsky, C., "Investigation of integrity and effectiveness of RC bridge deck rehabilitation with CFRP composites", Report no.08, Departement of Structural Engineering, University of California , San Diego, (2004).
- [38] Bakhary, N., "Structural condition monitoring and damage identification with artificial neural network." Phd diss., University of Western Australia. (2009).
- [39] Salesi, M., Ziaei, R., Ghayour, M. and Vaziry, M. A., " A non model based damage detection technique using dynamically measured flexibility matrix", IRANIAN Journal of science and technologie Transaction B Engineering 35 (M1) ; V.1, n°13, (2001).
- [40] Qindan, H., Gardoni, P. and Hurlebaus, S., "A probabilistic damage detection approach using vibration-based non-destructive testing", *Structural Safety*, V.38, (2012), 11–21.
- [41] Wahab, M.M. and Roeck, G., "Damage detection in bridges using modal curvatures: Application to a real damage scenario", *Journal of Sound and Vibration*, V.226, (1999), 217–235.
- [42] Frishwell, M.I. and Penny. J.E.T., "Is damage location using vibration measurements practical", proceeding of Euromech International Workshop Damas, U. of Sheffield, UK. (1997).
- [43] Whalen, M., "The behavior of higher order mode shape derivatives in damaged beam like structures", *Journal of Sound and Vibration*, V.309, n° 5, (2008), 26-6.
- [44] Morlier, J., "Méthodes d'analyse des déformés modales par traitement de signal pour le diagnostic in situ des structures", Thèse, Université de Bordeaux, (2005).
- [45] Maeck, J., "*Damage assessment of civil engineering structures by vibration monitoring*", Ph.D. thesis, K.U.Leuven, Belgium, (2003).
- [46] Cawley, P. and Adams, R.D., "The location of the defects in structures from measurements of natural frequencies", the journal of Strain analysis for Engineering Design, V.14, n° 2, (1979).
- [47] Gudmundson, P., "Eigenfrequency changes of structures due to cracks, notches or other geometrical changes", *J MECH. PHYS SOL*, V.30, n° 5, (1982), 339-352.
- [48] Srinivasan, M.G. and KOT, C.A., "Effect of damage on the modal parameters of cylindrical shell", Conference : 10 IMAC San Diego, USA, (1992).
- [49] Owolabi, G.M., "Crack detection in beams using changes in frequencies and amplitudes of frequency response functions", *Journal of sound and vibration*, (2002).
- [50] Salawu, O.S., "Detection of structural damage through changes in frequency ; a review", *Engineering structures*; V.19, n° 9, (1997), 718-723.
- [51] Nandwana, B.P. and Maiti, S.K., "Detection of the location and size of crack in stepped cantiliver beams based on measurements of natural frequencies", *Journal of Sound and Vibration*, V. 203, n°3, (1997), 35-446.
- [52] Chinchalkar, S., "Determination of crack location in beams using natural frequencies", *Journal of Sound and Vibration*, V. 247, n°3, (2001), 417-429.

- [53] Owolabi, G.M., Swamidas, A.S.J. and Seshadri, R., "Crack detection in beams using changes in frequencies and amplitudes of frequency response functions", *Journal of Sound and Vibration*, V. 265, n°1, (2003), 1-22.
- [54] Patil, D.P. and , S.K., "Experimental verification of a method of detection of multiple cracks in beams based on frequency measurements", *Journal of Sound and Vibration*, V. 281, n°1, (2005), 439-451.
- [55] Xia, Y. and Hao, H., "Statistical damage identification of structures with frequency changes", *Journal of sound and vibration*, V. 263, n°4, (2003), 853-870.
- [56] Alvandi, A., "Contribution à l'utilisation pratique de l'évaluation dynamique pour la détection d'endommagements dans les ponts", Thèse de Doctorat, École Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, France, (2003).
- [57] Salane, H. and Baldwin Jr, J., "Identification of modal properties of bridges", *Journal of Structural Engineering*, V.7, n°116, (1990), 2008-2021.
- [58] Salawu, O.S. and Williams, C., "Bridge assessment using forced vibration testing", *Journal of structural Engineering*, V121., n° 2, (1995), 161-173.
- [59] Curadelli, R.O., Ambrosini J.D.D. and Amani, M. G., "Damage detection by means of structural damping identification", *Engineering structures*, V. 30, n°12, (2008), 3497-3504.
- [60] Kyriazoglou, C., Le page, B. H. and Guild, F.J., "Vibration Damping for Crack detection in Composite Laminates", *Applied Sciences and Manufacturing*, V.35, (2004), 945-953.
- [61] Keye, S., Rose, M. and Sachau. D., "Localizing delamination damages in air craft panels from modal damping parameters", *IMAC-XIX : Conference on structural Dynamics*, Kissimmee, FL, 412-417, (2001).
- [62] Allemang, R.J. and Brown D.L., "A Correlation Coefficient for Modal Vector Analysis", *Proceedings of IMAC 1*, (1982).
- [63] Allemang, R.J., "The modal assurance criterion twenty years of use and abuse", *Journal of sound and vibration*, V.237, n°8, (2003), 14-23.
- [63] Yuen, M.M.F., "A numerical study of the eigen parameters of a damaged cantilever.", *Journal of Sound and Vibration*, V. 103, n°3, (1985), 301-310.
- [64] Rizos, P.F., Aspragathos, N. and Dimarogonas, A.D., "Identification of crack location and magnitude in a cantilever beam from the vibration modes", *Journal of Sound and Vibration*, V. 138, n°3, (1990), 381-388.
- [65] Alshafey, A.A., Marzouk, H. and Haddara, M.R., "Experimental damage identification using modified mode shape difference", *Journal of Marine Science and Application*, V. 10, n°2, (2011), 150-155.
- [66] Ismail, Z., Abdul Razak, H. and Abdul Rahman, A.G., "Determination of Damage Location in RC Beams using Mode Shape Derivatives", *Journal of Engineering Structures*, V.28, (2006), 1566-1573.
- [67] Chance, J., Tomlinson, G. and Worden, K., "A simplified approach to the numerical and experimental modeling of the dynamics of a cracked beam", *Proceeding SPIE the international society for optical engineering*, (1994), 778-778.
- [68] Dutta, A. and Talukdar. S., "Damage detection in bridges using accurate modal parameters", *Finite Elements analysis and design*, V. 40, n°3, (2004), 287-304.
- [69] Pandey, A.K. and Biswas. M., "Damage detection in structures using changes in flexibility", *Journal of Sound and vibration*, V. 169, n°1, (2004), 3-17.
- [70] Park, S., Kim, Y.B. and Stubbs, N., "Nondestructive damage detection in large structures via vibration monitoring", *Electronic Journal of structural Engineering*, V.2, (2002), 59-75.

- [71] Patjawit, A. and Kanok-Nukulchai, W., "Health monitoring of highway bridges based on a Global Flexibility Indicateur", *Engineering Structures*, V.27, n°9, (2005), 1385-1391.
- [72] CHAN, T.H.T., SHIH, H.W. and THAMBIRATNAM, D.P., "Case Studies on Vibration Based Damage", *IEEE Identification: Multi-criteria Approach*, (2009).
- [73] Cornwell, P.; Doebling, S.W. , Farrar, C.R. and Sohn, H., "Application of the strain energy damage detection method to plate-like structures", *Journal of Sound and Vibration*, V. 224, n°2, (1999.), 359-374.
- [74] Li, Y. Y., "Hypersensitivity of strain based indicators for structural damage identification : a review ", *Mechanical Systems and signal Processing*, V.24, n°3, (2010.), 653-664.
- [75] Alvandi, A. and Cremona. C., "Assessment of vibration based damage identification techniques ", *Journal of sound and vibration*, V.292, n°1, (2006), 179-202.
- [76] Park, S., Kim, Y. B. and Stubbs, N., "Nondestructive damage detection in large structures via vibration monitoring", *Electronic Journal of Structural Engineering*, V.2, (2002), 59-75.
- [77] Li, J., Choi, F. C., Samali, B. and Crews, K., "Damage localization and severity evaluation of a beam-like timber structure based on modal strain energy and flexibility approaches", *Journal of Building Appraisal*, V.4, n°2, (2007), 323- 334.
- [78] Shih, H. W., Thambiratnam, D.P. and Chan, T.H.T., "Vibration based structural damage detection in flexural members using multi-criteria approach", *Journal of Sound and Vibration*, V.323 (2009), 645 – 661.
- [79] Hu, S.L.J., Wang, S.Q. and Li, H.J., "Cross modal strain energy for estimating damage severity", *Journal of Engineering Mechanics*, V.132, n°4, (2006), 429-437.
- [80] Hsu, T.Y. and Loh, C.H., "Damage diagnosis of frame structures using modified modal strain energy change method", *J.Eng.Mech.*, n°134, (2008) 1000-1012.
- [81] Svend, G., Herlufsen, H. and Konstantin-Hansen, H., "Application note : How to Determine the Modal Parameters of Simple Structures", *Brüel&Kjær*, (1999).
- [82] Mellel, N., Ouali, M., Dougdag, M., and Mohamedi, B., "Experimental damage localization in beam by using natural frequency distribution and modal strain energy change ratio based methods", *Journal of Vibroengineering*, V. 17, Issue 3, (2015), 1203-1217.
- [83] Thomas, M., Lakis, A.A., Hamidi, L. and Massoud, M., "Rotor health monitoring by modal analysis", *Proceedings of the 20th Seminar on Machinery Vibration*, Canada, (2002), 420–429.
- [84] Kisa, M., Arif Gruel, M., "Modal analysis of multi-cracked beams with circular cross section", *Engineering Fracture Mechanic*, (2006), 963-977.
- [85] Hassani, H., Mahmoudv, R. and Yarmohammadi, M., "Filtering and denoising in linear regression analysis", *Fluctuation and Noise Letters*, V. 9, n°, (2010), 343-358.
- [86] Harris, C.M., Piersol, A.G., *Shock and Vibration Handbook*, Fifth Edition. McGraw-Hill, USA, (2002).
- [87] Batabyal, K., "Crack Detection in Cantilever Beam Using Vibration Response", *Springer Science Business Media B.V.*, (2008).
- [88] Owolabi, G.M., Swamidas, A.S.J., Seshadri, R., "Crack detection in beams using changes in frequencies and amplitudes of frequency response functions", *J.Sound Vib.*, V.265, (2003), 1–22.

- [89] El Mahi, A., Idriss, Assarar, M.M., El Guerjouma, R. and Dazel, O., "Effets de l'endommagement sur le comportement vibratoire des matériaux sandwichs endommagés", 19<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique Marseille, (2009).
- [90] Dougdag, M., Ouali, M., Mellel, N., Attari K., "Detection of cracks in steel beams: a new approach by scanning vibration measurements", *Comptes Rendus Mécanique*, V. 8, (2014), 437 - 449.
- [91] Guan, H., Karbhari, V. M., "Improved damage detection method based on element modal strain damage indicator using sparse measurement", *Journal of Sound and Vibration*, V. 309, (2008), 465-494.
- [92] YujinHun, L.L. and Wang, X. "Numerical methods for evaluating the sensitivity of element modal strain energy. *Finite Elements in Analysis and Design*", V.64, (2013), 13-23.
- [93] Seyedpoor, S.M. and Yazdanpanah, O., "An efficient indicator for structural damage localization using the change of strain energy based on static noisy data", *Applied Mathematical Modelling*, V.38, (2014), 2661-2672.