

UNIVERSITE DE BLIDA 1

Faculté de Technologie

Département de Génie Mécanique

MEMOIRE DE MAGISTER

Spécialité : Construction Mécanique

ETUDE DYNAMIQUE DES SYSTEMES ROBOTISES ET
APPLICATION AUX ROBOTS MEDICAUX

Par

Mosbah SEGHIR BOUALI

Devant le jury composé de:

M.OUALI	Professeur	Université de Blida	Président
A.BELAIDI	Maître de conférences (A)	Université de Boumerdes	Examineur
M.TEMMAR	Maître de conférences (A)	Université de Blida	Examineur
A. ALLALI	Maître de conférences (A)	Université de Blida	Rapporteur

Blida. 2014.

RESUME

La robotique médicale pouvait jouer un rôle important dans le développement de la chirurgie débutant par l'utilisation des robots industriels adaptés aux domaines médicaux.

Cet axe de recherche développe un modèle géométrique, cinématique et dynamique d'un robot médical, ce modèle vise à améliorer la précision et la reproductibilité du geste médical en saisissant l'influence des erreurs robotiques.

Une vérification des résultats théoriques obtenus a été réalisée par deux logiciels Solidworks et MatlabR2009a, nous a permis de valoriser qualitativement et de mettre en relief la pertinence du modèle étudié.

D'après les résultats obtenus pour la planification d'une trajectoire des différents degrés, que ce soit par le logiciel SolidWorks ou Matlab on observe clairement que toutes les conditions aux limites pour les deux liens sont respectées avec quelques erreurs pour le SolidWorks pour les déplacements angulaires qui influent directement sur les vitesses et les accélérations.

La conception d'un robot médical à l'aide d'un logiciel Solidworks nous a donné une image quasi-réelle afin de trouver des solutions rapides pour un choix judicieux des paramètres optimaux. Par ailleurs on peut l'utiliser pour simuler les mouvements souhaités du robot, avant qu'il soit opérationnel.

Notre travail permet de faciliter la conception et de minimiser le coût de fabrication en déterminant les paramètres cinématiques et dynamiques adéquats afin d'élaborer une future banque de données des robots médicaux avec une géométrie, une cinématique et une vérification dynamique optimales.

ABSTRACT

Medical robotics could play an important role in the development of surgery, beginning with the use of industrial robots adapted for medical use, until finding solutions dedicated to medical fields robotics design.

In this research, a model geometry, kinematic and dynamics of medical robot has been developed to take the influence robotic errors of design to improve the accuracy and reproducibility of the medical procedure.

The verification of theoretical results obtained was carried out by two software Solidworks and MatlabR2009a, allowed us to qualitatively enhance and highlight the relevance of model studied.

According to the results obtained for the planning of a trajectory of the various degrees is by SolidWorks or Matlab we observes clearly that all the boundary conditions for the two links are observed with some errors for SolidWorks for angular displacements which influence directly on speeds and accelerations.

The design of a medical robot using Solidworks software gave us a near real image in order to find solutions fast for a judicious choice of the optimal parameters. In addition we can use it to simulate the desired movements of the robot, before it is operational.

Determination of the parameters kinematics and dynamic adequate allowing to manage to work out a future bank of the data of the medical robots with an optimal geometry, kinematics and dynamic checking, in order to facilitate the design and to minimize the manufacturing cost.

ملخص

الروبوتات الطبية يمكن أن تلعب دورا هاما في تطوير العملية الجراحية، وهذا بدءا باستخدام الروبوتات الصناعية و تكييفها للاستعمال الطبي، حتى إيجاد حلول لتصميم الروبوتات الخاصة في المجالات الطبية. في هذا البحث، تم تطوير نموذج هندسي، حركي، وديناميكي، للروبوت طبي، مع الأخذ بعين الاعتبار تأثير أخطاء الروبوت وهذا لتحسين دقة الإجراء الطبي.

للتحقق من النتائج النظرية تم استخدام اثنين من البرمجيات MatlabR2009a و Solidworks سمحا لنا بتعزيز النوعية وتبسيط الضوء على أهمية النموذج المدروس.

و يلاحظ من خلال النتائج المتحصل عليها لمسار الروبوت بالاعتماد على MatlabR2009a و Solidworks ، احترام الشروط الحدية مع وجود بعض الأخطاء خاصة من طرف المبرمج الذي يؤثر على الانتقال الزاوي الذي يؤثر مباشرة على السرعة و التسارع الزاوي .

ولإيجاد حلول سريعة و حكيمة بأمتثل المعايير قدم لنا المبرمج Solidworks صورة قريبة من الواقع من اجل تصميم الروبوت الطبي بالإضافة الى ذلك يمكن استخدامه لمحاكاة مختلف حركات الروبوت.

دراسة النماذج الحركية و الهندسية و الديناميكية للروبوت الطبي تمكنا مستقبلا من تشكيل بنك بيانات، وسهولة تصميمه و الانجاز يكون بأقل تكلفة.

REMERCIEMENTS

Je remercie tout d'abord « ALLAH » le bon dieu, le tout puissant qui nous éclaire le bon chemin.

J'exprime toute ma profonde reconnaissance à mon encadreur Mr A. ALALLI et mon Co-promoteur BRAHIMI, pour avoir accepté de diriger ces travaux, ainsi que pour ses aides, ses orientations et ses précieux conseils.

Je tiens à remercier tous les membres du jury d'avoir accepté d'examiner mon travail, ainsi que pour leurs questions, remarques et critiques.

Je remercie fortement tout le personnel du département de génie mécanique à l'université de SAAD DAHLAB-BLIDA, en particulier les enseignants et le personnel de l'administration de post-graduation.

Je tiens infiniment à remercier aussi ma famille, mes frères, mes sœurs, en particulier ma fiancée, et tous ceux qui ont contribué à la réalisation de ce modeste travail.

Je souhaite exprimer ma gratitude envers tous ceux qui ont guidé mon parcours d'études.

..... *M. SEGHIR BOUALI.*

TABLE DES MATIERES

	Page
RESUME	01
REMERCIEMENTS	04
TABLE DES MATIERES	05
LISTE DES FIGURES	07
LISTE DES TABLEAUX	16
INTRODUCTION	17
1. GENERALITES SUR LES ROBOTS ET SES ERREURS	19
1.1. Introduction	19
1.2. Historique	19
1.3. Définitions générales	19
1.4. Mobilité du robot	20
1.5. Degré de la tâche	21
1.6. Notion de degrés de liberté	21
1.7. Caractéristiques générales des robots	21
1.8 Description des robots	24
1.9 Classification des robots	25
1.10 Caractéristiques générales des robots	27
1.11 Erreurs des robots	28
1.12 Conclusion	31
2. ETAT DE L'ART SUR LES ROBOTS MEDICAUX	32
2.1. Introduction	32
2.2. Historique	32
2.3. Propriété du robot médical	33
2.4. Classifications des robots médicaux	33
2.5. Structure mécanique	34
2.6. Robots utilisé dans le domaine médical	34
2.7. Robotique médicale non chirurgicale	44
2.8. Tumeur	47
2.9. Conclusion	49

3. MODELISATION GEOMETRIQUE ET CINEMATIQUE D'UN ROBOT MEDICAL	
3.1. Introduction	50
3.2. Modélisation des bras manipulateurs	50
3.3. Modélisation cinématique	52
3.4. Modélisation du bras d'un robot médical	53
3.5. Cinématique directe d'un robot médicale(SCARA)	53
3.6. Modèle cinématique inverse	56
3.7 Conclusion	62
4. DYNAMIQUE D'UN ROBOT MEDICAL	63
4.1. Introduction	63
4.2 Calcul les couples des articulations	63
4.3 Formalisme de Lagrange	63
4.4 Formalisme de Newton-Euler	65
4.5 Application sur un modèle d'un robot médical	68
4.6 Conclusion	77
5. GENERATION DE LA TRAJECTOIRE ET APPLICATIONS	78
5.1 Introduction	78
5.2 Génération en variables articulaires	78
5.3 Applications	84
5.3.1 Polynôme de degré trois	84
5.3.2 Polynôme de degré Cinq	101
5.3.3 Polynôme de degré sept	118
5.3.4 Polynôme des points séquencés	137
5.3.5 l'organe terminal	142
5.4 Conclusion	145
CONCLUSION GENERALE	146
APPENDICE	148
A. ABREVIATION	
B. PROGRAMMES DE MATLAB	
BIBLIOGRAPHIE	

LISTE DES FIGURES

	page	
Figure 1.1	Volumes de travail associés à différentes structures Mécaniques.	23
Figure 1.2	Robot à chaîne ouverte simple.	24
Figure 1.3	Robot à chaîne arborescente.	24
Figure 1.4	Robot à chaîne fermée.	25
Figure 1.5	Organigramme de classification des erreurs de robots.	29
Figure 2.1	Structures globales des robots médicaux.	34
Figure 2.2	Répartitions des structures globales des robots médicaux.	34
Figure 2.3	Robots de neurochirurgie (structure série).	35
Figure 2.4	Robots Roboscope. (Structure Parallèle).	36
Figure 2.5	Planifications du mouvement sur le crâne.	37
Figure 2.6	Cerveau, les points cibles et la trajectoire calculée.	37
Figure 2.7	Robot Robodoc.	38
Figure 2.8	Systèmes Robotisé pour un fraisage précis des cavités.	38
Figure 2.9	Robot Crigos.	39
Figure 2.10	Prothèses totale de hanche.	39
Figure 2.11	Le système Endoassist à gauche dans la salle d'opération, le système porte-endoscope à droite.	40
Figure 2.12	Porte endoscope.	40
Figure 2.13	L'endoscope de PECKER avec ces caractéristiques géométriques et cinématiques.	41
Figure 2.14	Instrument optimal : DRIMIS.	42
Figure 2.15	Le système de la téléchirurgie.	43
Figure 2.16	(a) Un système télé opéré ; (b) Les bras robotisés de la structure esclave.	43

Figure 2.17	Insertion de l'aiguille aidée par un robot.	45
Figure 2.18	Schéma du premier bras robotique.	45
Figure 2.19	Schéma du second bras robotique : Il assure les différents mouvements nécessaires aux positionnements de l'aiguille, et de leurs insertions subséquentes dans la veine.	46
Figure 2.20	Schéma du principe d'un système de télé-échographie robotisée.	47
Figure 2.21	Schématisation d'une coupe de crane et ses organes .	48
Figure 2.22	Localisation des tumeurs et des troubles.	48
Figure 3.1	Robot medical type SCARA (RRP).	53
Figure 3.2	Schéma du robot médical fait par un logiciel SOLIDWorks.	54
Figure 3.3	Schéma cinématique du robot.	54
Figure 3.4	Manipulateur à 3 chainons.	61
Figure 4.1	Le corps rigide actionné par une force F au centre de masse.	65
Figure 4.2	Le chainon de rotation ω et d'accélération $\dot{\omega}$.	66
Figure 4.3	Schéma des paramètres de chaque chainon du robot.	67
Figure 5.1	Génération de la trajectoire	78
Figure 5.2	Trajectoires cubiques. Variables articulaires, vitesses, accélérations.	79
Figure 5.3	a) Variations des déplacements, b) Vitesses du premier chainon, par Solidworks $0 \leq t \leq 0.5$.	85
Figure 5.4	Accélérations angulaires d'un polynôme de degré trois du premier chainon par Solidworks $0 \leq t \leq 0.5$.	85
Figure 5.5	Variations des déplacements, des vitesses, d'accélérations angulaires pour $0 \leq t \leq 0.5$ du premier chainon, par Matlab.	86
Figure 5.6	a) Variations des déplacements, b) Vitesses de deuxième chainon, par Solidworks $0 \leq t \leq 0.5$.	86
Figure 5.7	Accélérations angulaires d'un polynôme de troisième degré de	87

deuxième chaînon par Solidworks $0 \leq t \leq 0.5$.

Figure 5.8	Variations des déplacements, des vitesses, d'accélération angulaire pour $0 \leq t \leq 0.5$ de deuxième chaînon, par Matlab.	87
Figure 5.9	Trajectoire des mouvements par solidworks.	88
Figure 5.10	Trajectoire des mouvements par Matlab.	88
Figure 5.11	Energies cinétiques totales des chaînons 1 et 2.	89
Figure 5.12	Couple de la 1 ^{ère} articulation.	89
Figure 5.13	Couple de la 2 ^{ème} articulation.	89
Figure 5.14	Variations : a) déplacements angulaires, b) vitesses angulaires de premier chaînon.	90
Figure 5.15	Variations d'accélération angulaires.	91
Figure 5.16	Les courbes de variation des déplacements, des vitesses, et des accélérations angulaires par Matlab.	91
Figure 5.17	Variation de la vitesse et d'accélération angulaire du deuxième chaînon.	92
Figure 5.18	Variations des accélérations angulaires du deuxième chaînon.	92
Figure 5.19	Variations des déplacements, des vitesses et d'accélérations angulaires du deuxième chaînon par Matlab.	92
Figure 5.20	Trajectoire des mouvements par solidworks.	93
Figure 5.21	Trajectoire des mouvements par Matlab.	93
Figure 5.22	Energies cinétiques totales des chaînons 1 et 2.	94
Figure 5.23	Couple de la première articulation.	94
Figure 5.24	Couple de la deuxième articulation.	94
Figure 5.25	a) Variations des déplacements, b) Vitesses du premier chaînon, par Solidworks $0 \leq t \leq 1.5$.	95
Figure 5.26	Accélérations angulaires d'un polynôme de troisième degré du premier chaînon par Solidworks $0 \leq t \leq 1.5$.	96

Figure 5.27	Variations des déplacements, des vitesses, d'accélération angulaires pour $0 \leq t \leq 1.5$ du premier chainon par Matlab.	96
Figure 5.28	a) Variations des déplacements, b) Vitesses de deuxième chainon, par Solidworks $0 \leq t \leq 1.5$.	97
Figure 5.29	Accélération angulaire de deuxième chainon par Solidworks $0 \leq t \leq 1.5$.	97
Figure 5.30	Variations des déplacements, des vitesses, d'accélération angulaires pour $0 \leq t \leq 0.5$ de deuxième chainon, par Matlab.	98
Figure 5.31	Trajectoire des mouvements, par solidworks	98
Figure 5.32	Trajectoire des mouvements, par Matlab	99
Figure 5.33	Energies cinétiques totales des chainons 1 et 2.	99
Figure 5.34	Couple de la première articulation.	99
Figure 5.35	Couple de la deuxième articulation.	100
Figure 5.36	a) Variations des déplacements, b) Vitesses du premier chainon par Solidworks $0 \leq t \leq 0.5$.	101
Figure 5.37	Accélération angulaire d'un polynôme de degré cinq de première articulation par Solidworks $0 \leq t \leq 0.5$.	102
Figure 5.38	Jerk d'un polynôme de degré cinq de la première articulation, par Solidworks pour $0 \leq t \leq 0.5$.	102
Figure 5.39	Variations des déplacements, des vitesses, d'accélération et jerk angulaires pour $0 \leq t \leq 0.5$ de la première articulation par Matlab.	102
Figure 5.40	a) Variations des déplacements, b) Vitesses de deuxième articulation par Solidworks pour $0 \leq t \leq 0.5$.	103
Figure 5.41	Accélération angulaire de la deuxième articulation par Solidworks pour $0 \leq t \leq 0.5$.	103
Figure 5.42	Jerk d'un polynôme de degré cinq de la deuxième articulation, par Solidworks $0 \leq t \leq 0.5$.	103

Figure 5.43	Variations des déplacements, des vitesses, d'accélération et jerk angulaires pour $0 \leq t \leq 0.5$ de la deuxième articulation, par Matlab.	104
Figure 5.44	Trajectoire des mouvements par solidworks.	104
Figure 5.45	Trajectoire des mouvements par Matlab.	105
Figure 5.46	Energies cinétiques totales des chainons 1 et 2.	105
Figure 5.47	Couple de la première articulation.	105
Figure 5.48	Couple de la deuxième articulation.	106
Figure 5.49	a) Variations des déplacements, b) Vitesses, de la première articulation d'un polynôme de degré cinq par SolidWorks.	107
Figure 5.50	a) Accélération angulaire, b) Jerk de la première articulation d'un polynôme de degré cinq, par SolidWorks.	107
Figure 5.51	Variations des déplacements, Vitesses, Accélération, et Jerks de la première articulation d'un polynôme de degré (05) par Matlab.	108
Figure 5.52	a) Variations des déplacements, b) Vitesses de la deuxième articulation d'un polynôme de degré cinq (5), par SolidWorks.	108
Figure 5.53	a) Accélération angulaire, b) Jerks de la deuxième articulation d'un polynôme de degré cinq, par SolidWorks.	109
Figure 5.54	Variations des déplacements, vitesses, accélération, et jerks angulaires de la deuxième articulation d'un polynôme de (5) degré par Matlab.	109
Figure 5.55	Trajectoire d'un robot médical sur crane, correspondant à un polynôme de degré cinq, par Solidworks.	110
Figure 5.56	Trajectoire des mouvements sur crane, par Matlab.	110
Figure 5.57	Energies cinétiques totales des articulations 1 et 2.	111
Figure 5.58	Couple de la première articulation.	111
Figure 5.59	Couple de la deuxième articulation.	111
Figure 5.60	a) Variations des déplacements, b) Vitesses du premier	112

	chainon par Solidworks pour $0 \leq t \leq 1.5$.	
Figure 5.61	Accélérations angulaires d'un polynôme de degré cinq du premier chainon par Solidworks pour $0 \leq t \leq 1.5$.	113
Figure 5.62	Jerk d'un polynôme de degré cinq du premier chainon, par Solidworks $0 \leq t \leq 1.5$.	113
Figure 5.63	Variations des déplacements, des vitesses, d'accélérations et jerks angulaires pour $0 \leq t \leq 1.5$ du premier chainon, par Matlab.	113
Figure 5.64	a) Variations des déplacements, b) Vitesses du deuxième chainon par Solidworks pour $0 \leq t \leq 1.5$.	114
Figure 5.65	Accélérations angulaires d'un polynôme de degré cinq du deuxième chainon par Solidworks pour $0 \leq t \leq 1.5$.	114
Figure 5.66	Jerk d'un polynôme de degré cinq du deuxième chainon, par Solidworks $0 \leq t \leq 1.5$.	114
Figure 5.67	Variations des déplacements, des vitesses, d'accélérations et jerks angulaires pour $0 \leq t \leq 1.5$ du deuxième chainon par Matlabs	115
Figure 5.68	Trajectoire des mouvements par solidworks.	115
Figure 5.69	Trajectoire des mouvements par Matlab.	116
Figure 5.70	Energies cinétiques totales des chainons 1 et 2.	116
Figure 5.71	couple de la première articulation.	116
Figure 5.72	couple de deuxième articulation.	117
Figure 5.73	Variations : a) déplacements angulaires .b) vitesse du premier chainon par Solidworks $0 \leq t \leq 0.5$.	118
Figure 5.74	Accélérations angulaires d'un polynôme de degré sept du premier chainon par Solidworks $0 \leq t \leq 0.5$.	119
Figure 5.75	Jerk angulaire d'un polynôme de degré sept du premier chainon par Solidworks pour $0 \leq t \leq 0.5$.	119
Figure 5.76	Variations des déplacements, des vitesses, d'accélérations et jerks angulaires pour $0 \leq t \leq 0.5$ du premier chainon par	119

	Matlab.	
Figure 5.77	a) Variations des déplacements, b) Vitesse du deuxième chainon par Solidworks pour $0 \leq t \leq 0.5$.	120
Figure 5.78	Accélérations angulaires d'un polynôme de degré sept du deuxième chainon par Solidworks pour $0 \leq t \leq 0.5$.	120
Figure 5.79	Jerks angulaires d'un polynôme de degré sept du deuxième chainon par Solidworks $0 \leq t \leq 0.5$.	120
Figure 5.80	Variations des déplacements, des vitesses, d'accélérations et jerks angulaires pour $0 \leq t \leq 0.5$ du deuxième chainon par Matlab.	121
Figure 5.81	Trajectoire des mouvements par solidworks.	121
Figure 5.82	Trajectoire des mouvements par Matlab.	122
Figure 5.83	Energies cinétiques totales des chainons 1 et 2.	122
Figure 5.84	Couple de la première articulation.	123
Figure 5.85	Couple de la deuxième articulation.	123
Figure 5.86	a) Variations des déplacements, b) Vitesses du premier chainon par Solidworks.	124
Figure 5.87	Accélérations angulaires d'un polynôme de degré sept du premier chainon par Solidworks.	124
Figure 5.88	Jerks angulaires d'un polynôme de degré sept du premier chainon par Solidworks.	125
Figure 5.89	Variations des déplacements, vitesses, accélérations et jerks angulaires du premier chainon d'un polynôme de degré sept par Matlab.	125
Figure 5.90	a) Déplacements angulaires, b) vitesses, c) accélérations, d) jerks angulaires.	126
Figure 5.91	Variations des déplacements, vitesses, accélérations et jerks angulaires du deuxième chainon d'un polynôme de degré sept par Matlab.	126
Figure 5.92	Trajectoire des mouvements par Solidworks.	127
Figure 5.93	Trajectoire des mouvements par Matlab.	127

Figure 5.94	Energies cinétiques totales des chainons 1 et 2.	128
Figure 5.95	couple du chainon (01).	128
Figure 5.96	couple du chainon (02).	128
Figure 5.97	a) Variations des déplacements, b) Vitesses du premier chainon par Solidworks pour $0 \leq t \leq 1.5$.	129
Figure 5.98	Accélérations angulaires d'un polynôme de degré sept du premier chainon par Solidworks $0 \leq t \leq 1.5$.	130
Figure 5.99	Jerk d'un polynôme de degré sept du premier chainon par Solidworks pour $0 \leq t \leq 1.5$.	130
Figure 5.100	Variations des déplacements, des vitesses, d'accélérations et jerk angulaires pour $0 \leq t \leq 1.5$ du premier chainon par Matlab.	130
Figure 5.101	a) Variations des déplacements, b) Vitesses du deuxième chainon par Solidworks pour $0 \leq t \leq 1.5$.	131
Figure 5.102	Accélérations angulaires d'un polynôme de degré cinq du deuxième chainon par Solidworks pour $0 \leq t \leq 0.5$.	131
Figure 5.103	Jerk d'un polynôme de degré sept du deuxième chainon par Solidworks $0 \leq t \leq 1.5$.	131
Figure 5.104	Variations des déplacements, des vitesses, d'accélérations et jerk angulaires pour $0 \leq t \leq 1.5$ du deuxième chainon par Matlab.	132
Figure 5.105	Trajectoire des mouvements par solidworks.	132
Figure 5.106	Trajectoire des mouvements par Matlab.	133
Figure 5.107	Energies cinétiques totales des chainons 1 et 2.	133
Figure 5.108	Couple de la première articulation.	133
Figure 5.109	Couple de la deuxième articulation.	134

Figure 5.110	a) Variations des déplacements, b) Vitesses du premier chainon par Solidworks.	137
Figure 5.111	Accélérations angulaires du premier chainon par Solidworks.	138
Figure 5.112	Jerk d'un Polynôme des points séquencés du premier chainon par Solidworks.	138
Figure 5.113	La variation du déplacement, vitesse, accélération et jerk angulaire du premier chainon d'un polynôme des points séquencés par Matlab.	138
Figure 5.114	a) Variations des déplacements, b) Vitesses, du deuxième chainon d'un polynôme des points séquencés par SolidWorks.	139
Figure 5.115	Accélérations angulaires du deuxième chainon par Solidworks.	139
Figure 5.116	Jerk d'un Polynôme des points séquencés du deuxième chainon par Solidworks.	139
Figure 5.117	Variations des déplacements, vitesses, accélérations angulaires du deuxième chainon par Matlab.	140
Figure 5.118	Trajectoire des mouvements par solidworks.	140
Figure 5.119	Trajectoire des mouvements par Matlab.	141
Figure 5.120	Energies cinétiques totales des chainons 1 et 2.	141
Figure 5.121	Couple de la première articulation.	142
Figure 5.122	Couple de la deuxième articulation.	142
Figure 5.123	a) Variations des déplacements, b) Vitesses angulaires, par Solidworks.	143
Figure 5.124	Accélérations angulaires par Solidworks.	143
Figure 5.125	Jerk de l'organe terminal par Solidworks.	143
Figure 5.126	La variation du déplacement, vitesse, accélération et jerk angulaire par Matlab.	144
Figure 5.127	Trajectoire des mouvements par Solidworks.	144

LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau 1.1 Les différentes représentations des liaisons mécaniques.	26
Tableau 3.1 Paramètres du DH d'un robot médical SCARA.	55
Tableau 4.1 Paramètres de chaque lien à l'aide de logiciel Solidworks.	68
Tableau 5.1 Comparaison des résultats obtenus	135

INTRODUCTION

La robotique médicale est un domaine très actif de la recherche et les innovations continuent à apparaître, à savoir les spécialités chirurgicales sont les premières à bénéficier de ces progrès technologiques [1 et 2].

Le développement dans le domaine de la robotisation médicale est devenu aujourd'hui l'un des enjeux principaux des marchés économiques mondiaux. En effet, contrairement aux êtres humains, ces systèmes automatiques peuvent répéter inlassablement des mouvements de façon précise, rapide et sans fatigue. En soulageant ainsi l'être humain de tâches répétitives et lui permettant de contrôler ces opérations chirurgicales [3].

C'est pourquoi, les tâches nécessitant de la précision géométrique, comme dans le cas de la neurochirurgie stéréotaxique ou de l'orthopédie, ont été les premières pour lesquelles le concept industriel d'automatisation robotisée a été appliqué [4]. De plus, les erreurs humaines dans le domaine médical n'ont fait qu'augmenter au cours des dernières décennies [5].

Le but n'est donc pas de remplacer l'être humain et d'éliminer ces opportunités du travail, mais plutôt de l'aider dans ses tâches. Ainsi que et avec l'importance croissante de ces systèmes, la course à l'automatisation est devenue très rapide [6].

Le but de ce travail est la modélisation et la planification d'une trajectoire de mouvement d'un robot médical, afin d'exécuter une opération sur le crane d'homme. Une conception à été simulée en utilise deux logiciels MATLAB Simulink et Solidworks.

L'objectif principal de ce mémoire consiste à conduire une recherche dans le domaine des robots médicaux, prenant un cas simplifié pour la modélisation cinématique, à fournir aussi une riche bibliographie pour les étudiants qui veulent travailler sur un sujet semblable.

Hormis, l'introduction générale, le mémoire est subdivisé globalement en cinq chapitres :

Le premier chapitre présente une recherche bibliographique basée sur les notions nécessaires à la compréhension du domaine de la robotique, l'histoire de la robotique, ainsi que quelques notions sur les chaînes cinématiques, les degrés de liberté, les robots industriels redondants et les liaisons cinématiques, la définition de l'espace de travail ainsi que l'espace articulaire et les erreurs des robots industriels en générale.

Le deuxième chapitre présente un état de l'art sur la robotique médicale. Il montre la diversité des systèmes robotiques, l'intérêt d'une classification, L'architecture, le nombre de D.D.L et la description de leurs chaînes cinématiques. Ainsi que les domaines d'utilisation des robots médicaux.

Le troisième chapitre est consacré à une étude géométrique et cinématique directe et inverse. Particulièrement, la modélisation en utilisant le système de paramétrage de Denavit Hartenberg.

Le quatrième chapitre traite du modèle dynamique. Il exprime les équations mathématiques qui donnent la relation entre les couples appliqués aux actionneurs et les positions, les vitesses et les accélérations articulaires par deux formalismes et dans deux cas distincts.

Le cinquième chapitre est consacré à la présentation et la détermination des différentes trajectoires de mouvement puis les simuler sur notre robot à l'aide des deux logiciels Solidworks et Matlab.

La conclusion générale présente notre contribution et l'apport apporté par rapport aux recherches menés dans ce domaine et enfin les perspectives attendues pour compléter ce travail.

A la fin de document, outre la bibliographie regroupant les différentes références, le lecteur pourra trouver des annexes contenant les principaux rappels quant à certaines notions employées dans notre travail.

CHAPITRE 01

GENERALITES SUR LES ROBOTS ET SES ERREURS

1.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous nous limiterons aux généralités avec une brève présentation des systèmes mécaniques articulés, ainsi que la définition du terme «ROBOT». Nous présenterons également dans ce chapitre un aperçu général sur la morphologie, la description des systèmes mécaniques articulés avec la terminologie des termes couramment utilisés et une vue globale sur les erreurs robotiques probables.

1.2. Historique

Le terme robot vient du Tchèque, il signifie travail forcé le mot sous son acception moderne, fut introduit par l'auteur tchèque Karel Capek dans son ouvrage R.U.R .qui date de 1921 en anglais Rossum's Universal Robots [7,8 et 9]. Le concept de Robot industriel fut breveté en 1954, par G.C. Devol (Brevet U.S.N°=2988237) ; ce brevet décrit la réalisation d'un bras mécanique asservi, capable d'effectuer des tâches du caractère industriel.

1.3 Définitions générales

Le dictionnaire Robert propose comme définition : Mécanisme automatique pouvant se substituer à l'homme pour effectuer certaines opérations, et capable d'en modifier de lui même le cycle et d'exercer un certain choix, (par détection photoélectrique des "cerveaux" électroniques de servomoteurs etc.) [7, 8, 9, 10, 11 et 12].

La **J.I.R.A** (Japan industrial Robot Association), quand à elle met plus l'accent sur la notion d'automorphisme.

En donnant comme définition (1980), le dispositif versatile et flexible offrant des fonctions de déplacement similaires à celle des membres humains ou dont les fonctions de déplacement sont commandées par ses capteurs et ses moyens de reconnaissance.

La **R.I.A** (Robotic Industries Association) aux Etats Unis, insiste sur l'utilisation en proposant (1979) (manipulateur multifonction reprogrammable conçu pour déplacer des matériaux, des pièces, des outils ou des dispositifs spécialisés de déplacements variables et programmables pour accomplir diverses tâches).

L'**A.F.R.I** (Association Française de Robotique Industrielle) a de son côté renoncé à donner une définition générale. Pour se focaliser sur la définition de deux grandes classes (définition enregistrée par L'**A.F.N.O.R** NF.E61-100) on y trouve ainsi définis:

"**Le manipulateur** mécanisme généralement composé d'éléments en série articulés ou coulissants l'un par rapport à l'autre, dont le but est la saisie et le déplacement d'objets suivant plusieurs degrés de liberté.

Il est multifonctionnel et peut-être commandé directement par un opérateur humain ou par tout système logique (système à cames, logique pneumatique, logique électrique câblée ou programmée), et le Robot industriel (**Manipulateur automatique**) asservi en position, reprogrammable, polyvalent, capable de positionner et d'orienter des matériaux pièces, outils ou dispositif spécialisé au cours de mouvement variables et programmé pour l'exécution de tâches variées, il se présente souvent sous la forme d'un ou plusieurs bras se terminant par un poignet.

Son unité de commande utilise, notamment, un dispositif de mémoire et éventuellement de perception de l'environnement.

Ces machines polyvalentes sont généralement étudiées pour effectuer la même fonction de façon cyclique et peuvent être adaptées à d'autres fonctions sans modification permanente du matériel".

1.4. Mobilité du robot

C'est le nombre de variables indépendantes qui définissent la position du robot à un instant donné, la mobilité est également le nombre d'actionneurs du robot, c'est ce qu'on appelle le nombre d'axes de chaque actionneur commandant un axe, (m) est un nombre entier (en général $3 \leq m \leq 7$) [13 et 14].

1.5. Degré de la tâche

C'est le nombre de paramètres indépendants qui permettent de définir la tâche c'est à dire la situation possible de l'organe terminal (position et orientation) [14].

1.6. Notion de degrés de liberté

Un corps solide qui se déplace librement dans l'espace possède six degrés de liberté, l'interaction des éléments de couples cinématiques impose des contraintes à leurs mouvement relatif.

La nature et le niveau des contraintes dépendent du mode d'assemblage des éléments du couple [15 et 16].

Ces contraintes peuvent être interprétées comme condition de liaison imposée aux couples cinématiques [16].

1.7. Caractéristiques générales des robots

Un robot est caractérisé par une structure arborescente articulée simple ou multiple dont les segments sont mobiles les uns par rapport aux autres. Cet ensemble a pour objectif de mener l'organe terminal vers un lieu géométrique imposé par la tâche [17].

1.7.1 Espace généralisé

En général la configuration de la nième articulation d'un robot manipulateur ne possède qu'un degré de liberté correspondant à un mouvement de translation rectiligne ou de rotation entre deux corps successifs des robots, situés sur une chaîne qui joint la base de l'organe terminal [18 et 19].

A chacun de ces mouvements est associé une variable q_i ou $i = 1, 2, \dots, n$ dont l'ensemble constitue le vecteur $q = [q_1, \dots, q_n]^T$ des coordonnées articulaires (généralisées) qui est un élément de l'ensemble de configuration du robot [20, 21 et 22].

1.7.2. Espace opérationnel (géométrique)

Afin de caractériser et de mesurer la position de l'organe terminal, on définit un espace appelé espace opérationnel qui a pour référence un repère (Rop) orthonormé (o_1, x_1, y_1, z_1) lié généralement à la base du robot manipulateur, de même il est nécessaire d'introduire un autre repère (R_n) orthonormé (o_n, x_n, y_n, z_n)

lié à l'organe terminal afin de mieux définir la situation (position, orientation de l'organe terminal).

Les coordonnées associées sont donc appelées coordonnées opérationnelles.

Du point de vue théorique, six coordonnées opérationnelles suffisent dans le cas général pour définir la situation du repère (R_n) par rapport au repère (R_{op}) :

Dont trois définissent la position de l'organe terminal (O_n) et trois définissent son orientation.

1.7.3. Espace de travail

Une des caractéristiques importante du robot est son espace de travail, l'espace physique engendré par un point de l'organe terminal lorsque le robot est en mouvement (évolution relative aux variables articulaires) [12, 21 et 22].

Il est habituellement représenté par deux sections perpendiculaires choisies en fonction du type du robot manipulateur.

La forme de l'espace de travail est conditionnée par la configuration de la structure principale, c'est à dire le type d'articulations, leur orientation relative et la grandeur des liens [13,17et 18] (Figure.1.1).

- Figure.1.1(a) : Structure sphérique, à chaîne cinématique à course non limitée sur les axes 2 et 3.
- Figure.1.1 (b) : Structure sphérique à parallélogramme sur les axes 2 et 3.
- Figure.1.1 (c) : Structure sphérique à parallélogramme et vis à roulement sur les axes 2 et 3.
- Figure.1.1 (d) : Structure polaire.
- Figure.1.1 (e) : Structure cylindrique.
- Figure.1.1 (f): Structure type portique.

R : Plus grand rectangle.

E : Elongation maximale.

H : Plus grande horizontale radiale.

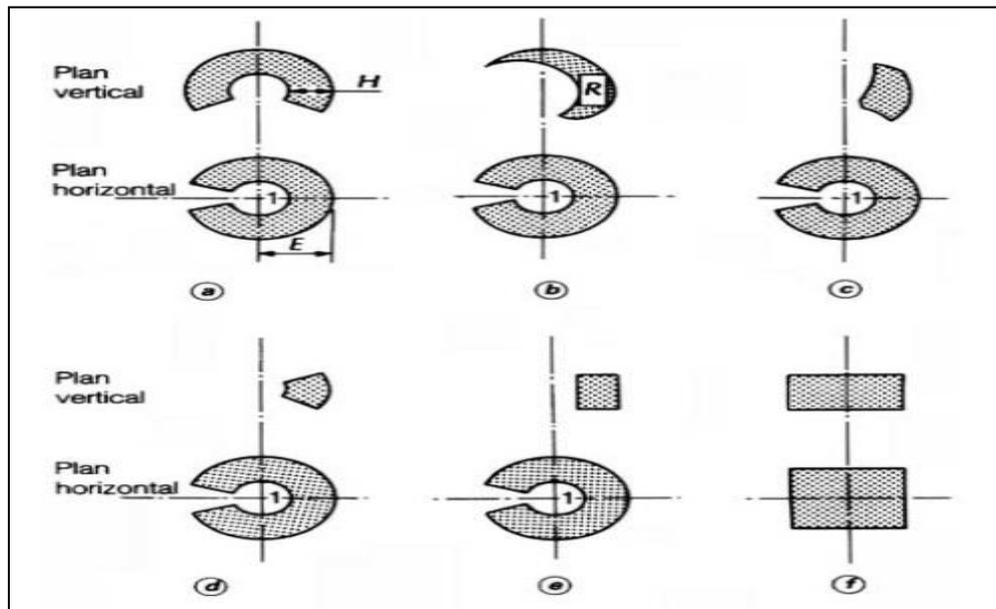


Figure.1.1 : Volumes de travail associés à différentes structures Mécaniques.

1.7.4 Redondance

Un robot est redondant quand le nombre de degrés de liberté de l'organe terminal est inférieur au nombre d'articulations motorisées. A titre d'exemple et pour les chaînes ouvertes simples, les combinaisons qui peuvent donner des structures redondantes sont comme suit [19] :

- Nombre d'articulations motorisées > 6 ,
- Nombre d'articulations rotoïdes d'axes concourants > 3 ,
- Nombre d'articulations rotoïdes d'axes parallèles > 3 ,
- Nombre d'articulations prismatiques > 3 .

Remarque : Pour une structure comportant plusieurs organes terminaux, on évalue la redondance pour chaque organe terminal. Pour le même organe terminal, on compare le nombre de degrés de liberté de l'espace articulaire avec celui de l'espace opérationnel

1.7.5 Configuration singulière

Pour tous les robots, qu'ils soient redondants ou non, il se peut que dans certaines configurations dites singulières, le nombre de degrés de liberté de l'organe terminal soit inférieur à la dimension de l'espace opérationnel [13].

La configuration singulière ou singularités se traduisent, physiquement, par la nullité du déterminant de la matrice Jacobéenne.

1.8 Description des robots

Une structure poly-articulée est un ensemble de corps liés les uns par rapport aux autres par des liaisons appelées articulations. Les articulations rencontrées dans la plupart des réalisations technologiques appartiennent à la classe cinq et sont de type: rotoïde ou prismatique [19].

1.8.1 Structures à chaînes ouvertes simples

Ce sont les plus répandues et peuvent être représentées par la figure (1.2).

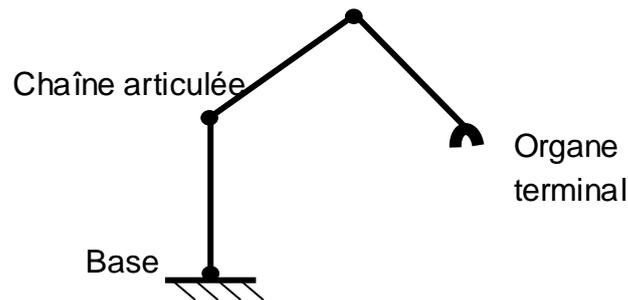


Figure 1.2 : Robot à chaîne ouverte simple.

1.8.2 Structure à chaînes arborescentes

Ces robots sont constitués de plusieurs robots à chaîne ouverte simple qui sont liées à une seule base comme le montre la figure (1.3) [20].

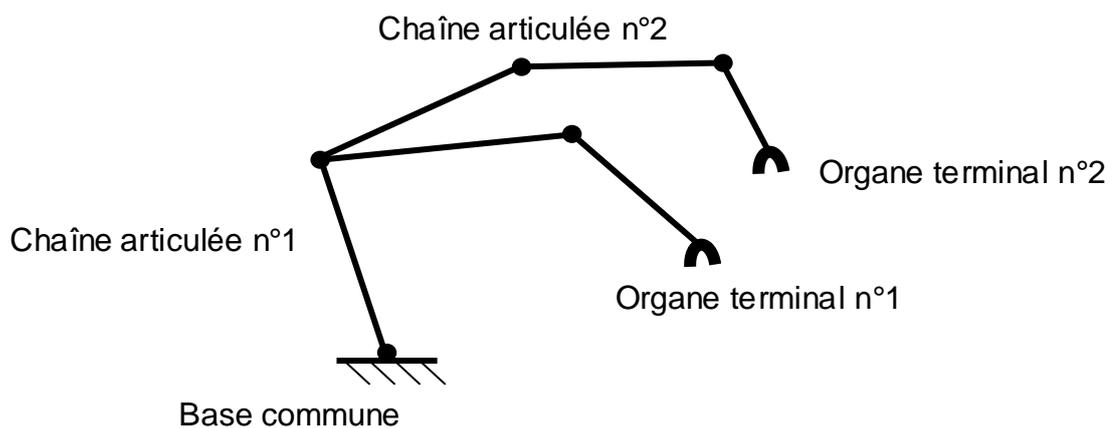


Figure 1.3 : Robot à chaîne arborescente.

1.8.3. Structure avec fermeture de chaîne

Dans cette catégorie, la structure des robots contient des boucles cinématiques qui ont pour avantage essentiel d'augmenter la rigidité ainsi que la précision.

Elles permettent en outre, un meilleur équilibrage statique [20]. Elles peuvent être représentées par le schéma suivant (figure 1.4) :

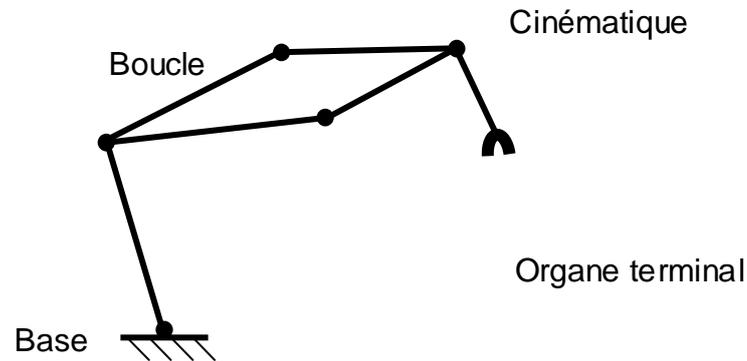


Figure 1.4 : Robot à chaîne fermée.

Les systèmes poly-articulés sont formés de deux (02) parties:

- Le porteur : représente la chaîne cinématique simple ou complexe. Cette chaîne est constituée d'un ensemble de segments reliés entre eux par des articulations ou des joints.
- L'organe terminal: dispositif servant à manipuler des objets (dispositifs de serrage, dispositifs magnétique,..., ect) ou à les transformer (outils, torche de soudage,..., ect), donc l'organe terminal est l'interface entre le robot et son environnement.

1.9. Classification des robots

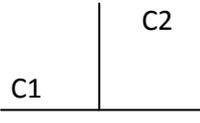
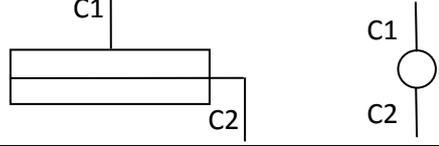
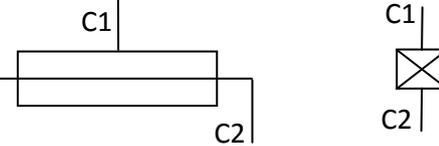
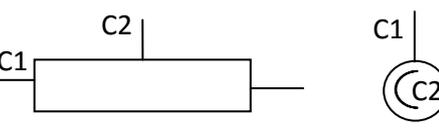
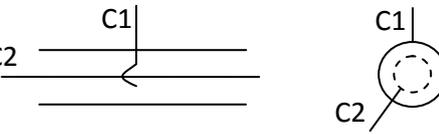
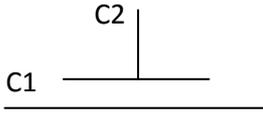
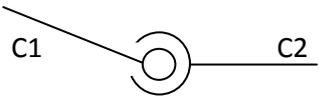
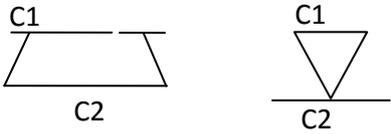
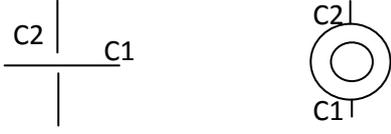
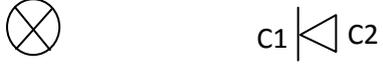
On peut aborder des classifications qui ne s'attachent qu'à un aspect particulier du robot [7]. C'est le cas du classement morphologique ou cinématique reconnu par la norme (I.S.O. 8373) qui ne porte attention là encore) [7], qu'aux robots manipulateurs industriels à poste fixe [7].

Cette norme propose le découpage du tableau (1.1).

On classe structurellement les robots en fonction des systèmes de coordonnées dans lesquels ils travaillent [21 et 22] :

- Cartésien : Trois axes de translation.
- Cylindrique : Deux axes de translation, un axe de rotation.
- Sphérique : Un axe de translation, deux axes de rotation.
- Articulé : Trois axes de rotation.

Tableau 1.1 : Les différentes représentations des liaisons mécaniques [7].

Nom de liaison	Mouvements relatifs	Nombre D.D.L	Symboles
Liaison encastrement	0 Rotation 0 Translation	0	 C1 : Corps 1 C2 : Corps 2
Liaison pivot	1 Rotation 0 Translation	1	
Liaison glissière	1 Rotation 0 Translation	1	
Liaison glissière hélicoïdale	1 Rotation 0 Translation conjuguées	1	
Liaison pivot glissant	1 Rotation 1 Translation	2	
Liaison appui plan	1 Rotation 2 Translation	3	
Liaison rotule	3 Rotation 0 Translation	3	
Liaison linéaire rectiligne	2 Rotation 2 Translation	4	
Liaison linéaire Annulaire	3 Rotation 1 Translation	4	
Liaison ponctuel	3 Rotation 2 Translation	5	

Quand on commande un robot, on a intérêt à pouvoir contrôler individuellement chaque articulation ou axe pour être bien maître de la trajectoire. C'est pourquoi on utilise principalement des liaisons pivot (articulations cylindriques). Elles ont par ailleurs l'avantage d'une réalisation pratique peu onéreuse comparée aux articulations à plusieurs degrés de liberté. On comprend qu'une combinaison d'articulations cylindriques et prismatiques permet de réaliser toutes les liaisons mécaniques autour de trois axes normaux concourants donnent une rotule à l'articulation rotoïde [7].

1.10 Caractéristiques générales des robots

Un robot est caractérisé par une structure arborescente articulée simple ou multiple dont les segments sont mobiles les uns par rapport aux autres [17]. Cet ensemble a pour objectif de mener l'organe terminal vers un lieu géométrique imposé par la tâche [17].

Les actions directes ne posent à priori pas de problèmes mathématiques spécifiques puisque les informations liées aux divers points de constitution des trajectoires sont mémorisées au fur et à mesure d'un apprentissage.

Dans le second cas, la description du but, ou sens géométrique par un système de décision est effectuée selon une méthode de représentation particulière par rapport à des références connues [17].

L'exécution de l'ordre se fait par des transformations successives dans divers espaces, reliés au robot vers l'espace de la tâche ou espace opérationnel par rapport à d'autres références.

- Description de la tâche en termes de position géométrique avec éventuellement des contraintes.
- Transformation de la description initiale dans l'espace des variables articulaires propres à chaque robot, chaque variable représente une mobilité du système mécanique [17].
- Déduction des couples moteurs à générer pour déplacer les articulations.
- Mouvement du système mécanique vers le but dans l'espace réel de la tâche.

1.11 Erreurs des robots

1.11.1 Introduction

Pour une planification de trajectoire précise, il faut tenir compte des erreurs des bras manipulateurs et apporter les corrections nécessaires dans les programmes qui automatisent la planification de trajectoire pour un robot donné [23 et 24].

Le positionnement réel d'un bras du robot, que ce soit en statique ou en dynamique (poursuite des trajectoires) s'écarte inévitablement et pour différentes causes, de sa position désirée.

La position de l'organe terminal par rapport au repère de référence R_0 dépend de plusieurs paramètres, tels que : les coordonnées généralisées θ_i , les longueurs des chaînons l_i , la disposition de la structure, la performance des organes mécaniques (jeux articulaire, usure, flexion...). Et étant donné que ces paramètres ne sont jamais connus de façon exacte, la position réelle de l'organe terminal sera toujours écartée par rapport à la position théorique souhaitée [20].

1.11.2 Classification des erreurs de robots

La classification des erreurs de robots est composée de deux (02) catégories lesquelles sont subdivisées en sous-catégories. Leur composition est la suivante :

1.11.2.1 Erreurs systématiques

- Erreurs de commande

Les erreurs de commande se divisent en erreurs de calcul et erreurs de commande des moteurs.

- Erreurs géométriques

Les erreurs géométriques contiennent les erreurs technologiques qui sont divisées en erreurs de fabrication, erreurs de réglage, erreurs dues au montage, erreurs de déformations thermiques, erreurs dues aux déformations mécaniques et erreurs de mise en place du robot.

- Erreurs dues aux efforts extérieurs

Les erreurs dues aux efforts extérieurs se composent des erreurs dues aux forces de gravité, aux erreurs dues aux forces de frottements et aux erreurs dues aux charges extérieures.

1.11.2.2 Erreurs aléatoires

- Erreurs dues aux jeux

Les erreurs dues aux jeux sont classées en erreurs dues aux jeux d'articulations, erreurs dues aux rotations libres, erreurs dues aux incertitudes des variables articulaires.

- Erreurs physiques

Les erreurs physiques se composent d'erreurs de répétitivité et d'exactitude et erreurs de réversibilité.

Une classification des erreurs des robots est résumée dans l'organigramme suivant (figure 1.5).

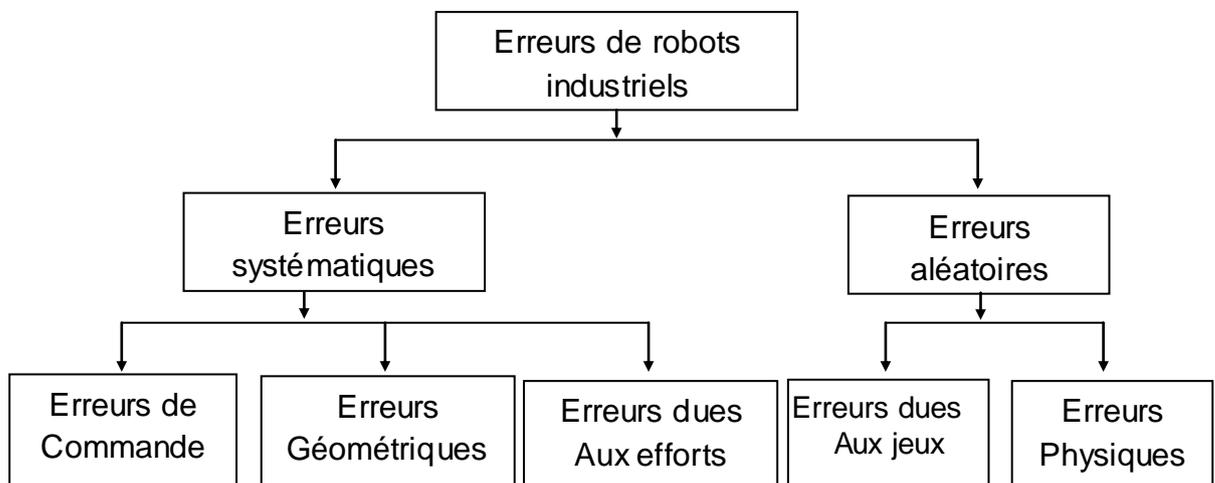


Figure 1.5 : Organigramme de classification des erreurs de robots.

1.11.3 . Analyse sommaire sur les erreurs

- Généralement, dans les applications robotique, les machines sont utilisées quand un équilibre thermique est atteint, ce qui est d'ailleurs préconisé pour les normalisations officielles [25].

- Chacune des articulations d'un robot peut tourner librement à l'intérieur d'une petite zone. Cette sorte de zone morte est due aux jeux au niveau des articulations. Ces jeux sont dues aux jeux de fonctionnement, qui est provoquée par les forces de frottement générées par les efforts extérieurs agissants sur les articulations [25].
- Le réglage et la calibration périodique par des services de maintenance limitent les erreurs dues à la température, à l'usure des pièces et aux jeux.

1.11.4 Modélisation des erreurs

Dans ce paragraphe, nous essayons de donner une forme mathématique de l'erreur de positionnement du repère terminal, et cela, en se basant sur les modèles différentiels et statiques du robot qui sont déjà étudiés.

Les erreurs systématiques (erreurs de commande, erreurs géométriques et erreurs dus aux efforts) apparaissent à chaque configuration du robot, tandis que les erreurs dues aux jeux d'articulation et aux jeux de rotation libre telles que les erreurs d'engrenage, sont des erreurs accidentelles qui peuvent apparaître dans certaines configurations, comme ne pas apparaître dans d'autres [25].

1.11.4.1 Modèle des erreurs systématiques

1.11.4.1.1 Erreurs de commande

Les erreurs de commande font intervenir les erreurs de calcul et de commande des moteurs.

- **Erreurs de calcul**
- **Erreurs de commande des moteurs**

1.11.4.1.2 Erreurs géométriques

Ces erreurs sont dues à celles des paramètres géométriques du robot, l'expression de l'erreur est déterminée directement du modèle différentiel direct.

1.11.4.1.3 Erreurs dues aux efforts

Les erreurs dues aux efforts extérieurs et intérieurs aux robots sont de deux types :

1. erreurs dues aux déformations des articulations.
2. erreurs dues aux phénomènes de flexion des corps articulés.

1.12 Conclusion

Les robots manipulateur sont une structure mécanique composée de plusieurs corps connectés les uns aux autres par des liaisons appelées articulations ou joints. Cette structure peut constituer une chaîne cinématique continue ouverte ou simple.

Pour les robots utilisés dans le domaine médical, il faut noter qu'il ya des structures cinématiques dédiées, un peu différentes par rapport aux celles employées dans l'industrie.

Ainsi, dans ce chapitre, nous avons élaboré une classification des erreurs des robots industriels. Nous avons donné les méthodes de modélisation de certaines erreurs systématiques et aléatoires, l'évaluation des erreurs de positionnement et les erreurs accidentelles d'un robot ainsi que les erreurs dues aux frottements.

CHAPITRE 02

ETAT DE L'ART SUR LES ROBOTS MEDICAUX

2.1. Introduction

La robotique médicale est une discipline récente qui a débuté à la fin des années 1970. Les structures robotiques ont évolué et se sont diversifiées pour satisfaire aux besoins et aux contraintes importantes du domaine médical [29 et 30].

Les premiers robots médicochirurgicaux qui ont été développés, vers la fin des années 80, étaient principalement conçus, et adaptés aux besoins médicaux particuliers, à partir de structures mécaniques largement répandues dans le milieu industriel [31].

Le robot médical doit avoir de bonnes capacités de manipulabilité dans son espace de travail obligatoire, pour le suivi du geste médical. Il doit respecter des contraintes d'encombrement sous des conditions de sécurité environnementales du robot [29].

Les contraintes de conception sont, dans la plupart des applications, l'accessibilité à l'espace de travail sans singularité et la limite imposée par les butées articulaires pour assurer la sécurité.

2.2. Historique

- Fin des années 80 : systèmes robotiques de la première génération [31]:
 - Transformation de robots industriels, conception inspirée de la robotique industrielle.
 - Utilisation des avantages des robots industriels.
 - Applications médicales principales : (Chirurgie osseuse, Neurochirurgie, Radiologie, radiothérapie).

- Les années 90 et début 2000 : Systèmes robotiques de la deuxième génération : Robots spécialement conçus pour dupliquer et améliorer les gestes médicaux chirurgicaux existants.
- Aujourd'hui et futur : Systèmes robotiques de la troisième génération : Robots spécialement conçus pour de nouveaux gestes médicaux chirurgicaux difficiles à réaliser autrement.

2.3. Propriété du robot médical

La sécurité : en aucun cas le robot ne doit pouvoir blesser le patient ou un membre du personnel soignant. Or les robots industriels sont par nature dangereux car très puissants et rapides [31].

L'encombrement : le robot ne doit pas gêner le travail du chirurgien en occupant une place trop importante dans la zone opératoire. Il doit donc avoir une structure légère et compacte [31].

La stérilité : pour la plupart des gestes médicaux, le système robotique doit respecter des contraintes de stérilité. Ceci implique d'avoir une structure particulière qui supporte les conditions de stérilisations (haute température ou produits chimiques) ou encore une structure qui peut-être protégée simplement par un système d'emballage plastique [31].

2.4. Classifications des robots médicaux

On distingue trois types différents de retour d'effort [32] :

- les robots asservis sur un effort de consigne selon un mode autonome (l'orthopédie, la Neurochirurgie),
- les systèmes de co-manipulation permettant la manipulation simultanée d'un outil par le robot et un opérateur (la chirurgie mini-invasive),
- les robots télé-manipulés offrant un retour d'effort à l'opérateur via un bras maître (chirurgie télé-manipulée).

2.5. Structure mécanique

On distingue trois structures globales des robots médicaux : sérielles, parallèles ou encore hybrides (Figure 2.1) [29].

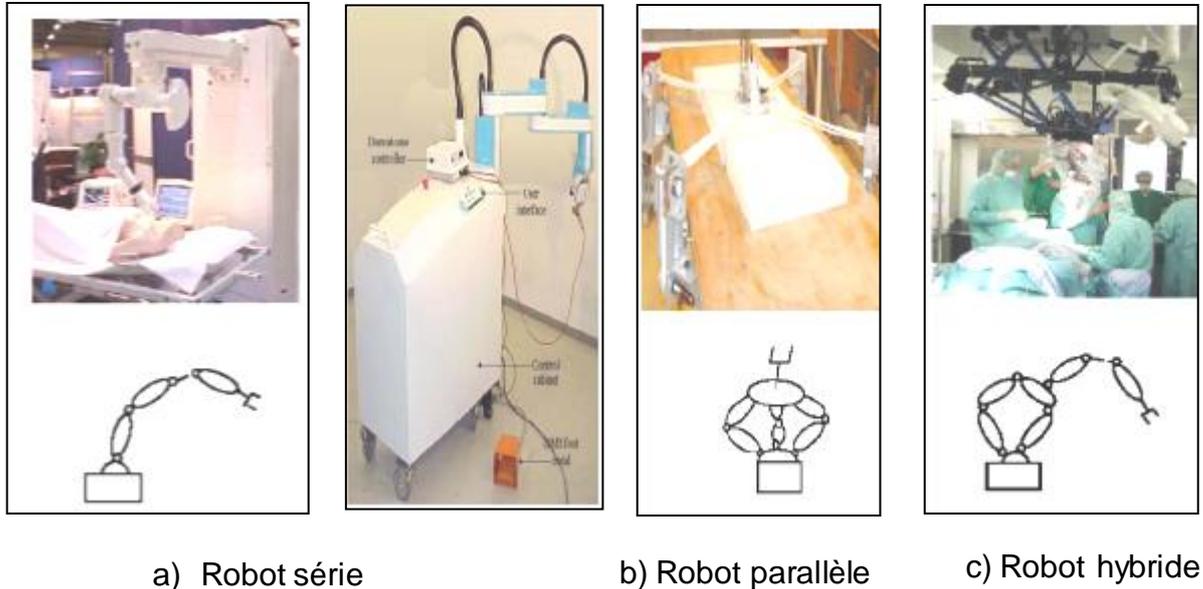


Figure 2. 1: Structure globale des robots médicaux.

Ainsi une étude sur la répartition des structures cinématiques étudié sur 33 robots, donne le résultat suivant (Figure 2.2).

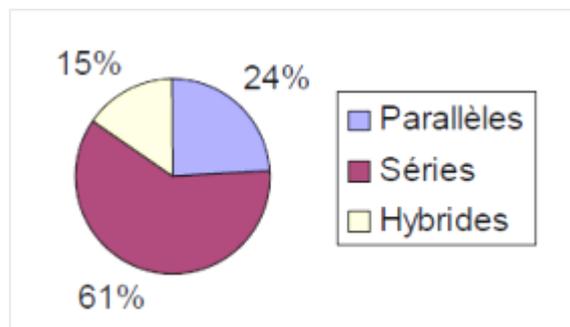


Figure 2. 2: Répartition des structures globales des robots médicaux.

2.6. Robots utilisé dans le domaine médical

Les différents robots rencontrés dans le domaine médical sont :

2.6.1 Robots de la neurochirurgie

L'utilisation de ces robots consiste à faire une opération sur crâne, insérer une aiguille autour du patient, déplacer précisément une source de rayonnement.

A partir d'une trajectoire définie préalablement avec précision [29,33 et 34].

Les précisions requises sont proches du millimètre, ce qui a amené les chercheurs à concevoir des appareils d'aide au geste très précis. Ils positionnent les sondes ou les instruments automatiquement en un point le long d'une trajectoire prédéfinie.

Les structures cinématiques existes dans le domaine de la neurochirurgie sont : les structures sérielles et les structures parallèles.

2.6.1.1. Structures Sérielles

Elles permettent de positionner très précisément l'instrument chirurgical. Cette structure a une particularité puisqu'elle est stéréotaxique: c'est-à-dire qu'elle se positionne par rapport à un casque fixé sur le patient, en l'occurrence ici, son crâne [28].

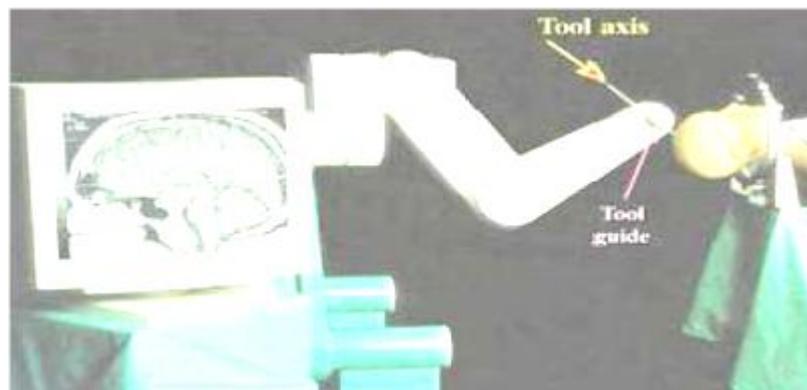


Figure 2. 3 : Robot de neurochirurgie (structure sérielle).

2.6.1.2. Structures parallèles

Cette architecture cinématique est peu utiliser en robotique médicale, due à son faible espace de travail. Les robots parallèles ont de nombreuses applications lorsqu'il est nécessaire d'obtenir simultanément une bonne précision absolue et une rigidité suffisante [34].

Application

Un robot delta qui a trois degrés de liberté en translations. Trois chaînes cinématiques identiques fournissent trois degrés de liberté en translation à une plateforme suspendue (Figure 2.4).

L'originalité de ce robot est qu'il est suspendu au plafond afin de ne pas encombrer la salle d'opération.

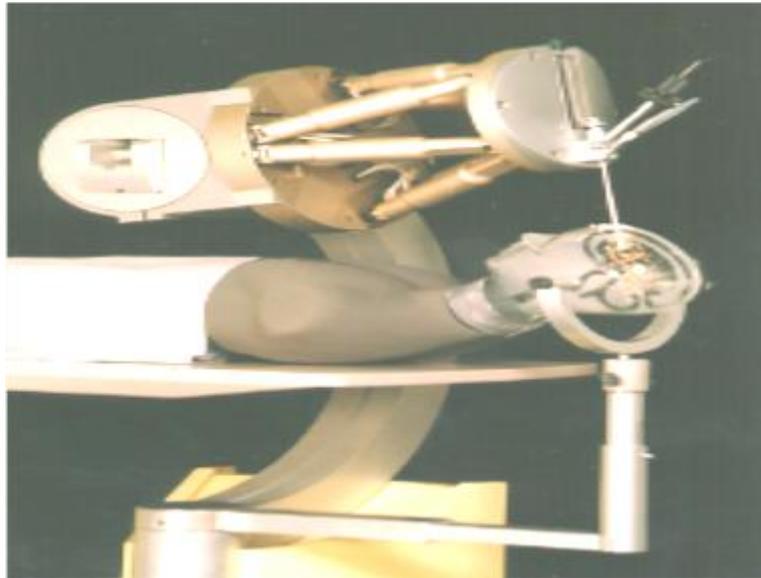


Figure 2. 4: Robot Roboscope. (Structure Parallèle).

- Planification du mouvement

Selon le protocole, la planification débute par la spécification dans les images des zones du cortex à stimuler, par le praticien. Une fois cette étape réalisée, la planification robotique débute [64], (voir figure 2.5).

Un logiciel à été développé pour l'interprétation des images obtenues par un scanner classique. Cet outil permet de dresser la cartographie 3D du corps de chaque patient. Il sera possible de localiser les tumeurs par exemple et de donner des indications de volume et de forme des organes [35].C'est un changement majeur, car le chirurgien se base sur la cartographie réelle du terrain et non sur une anatomie moyenne pour établir sa stratégie d'opération [35].

Il s'agit de déterminer la position des points de la trajectoire des mouvements du robot nécessaires pour stimuler au mieux les zones concernées. Une fois obtenus les points sur le crâne, la trajectoire est obtenue par interpolation à l'aide de spline, comme représenté sur la figure (2.6) [35].La trajectoire opérationnelle du robot est alors complètement définie.

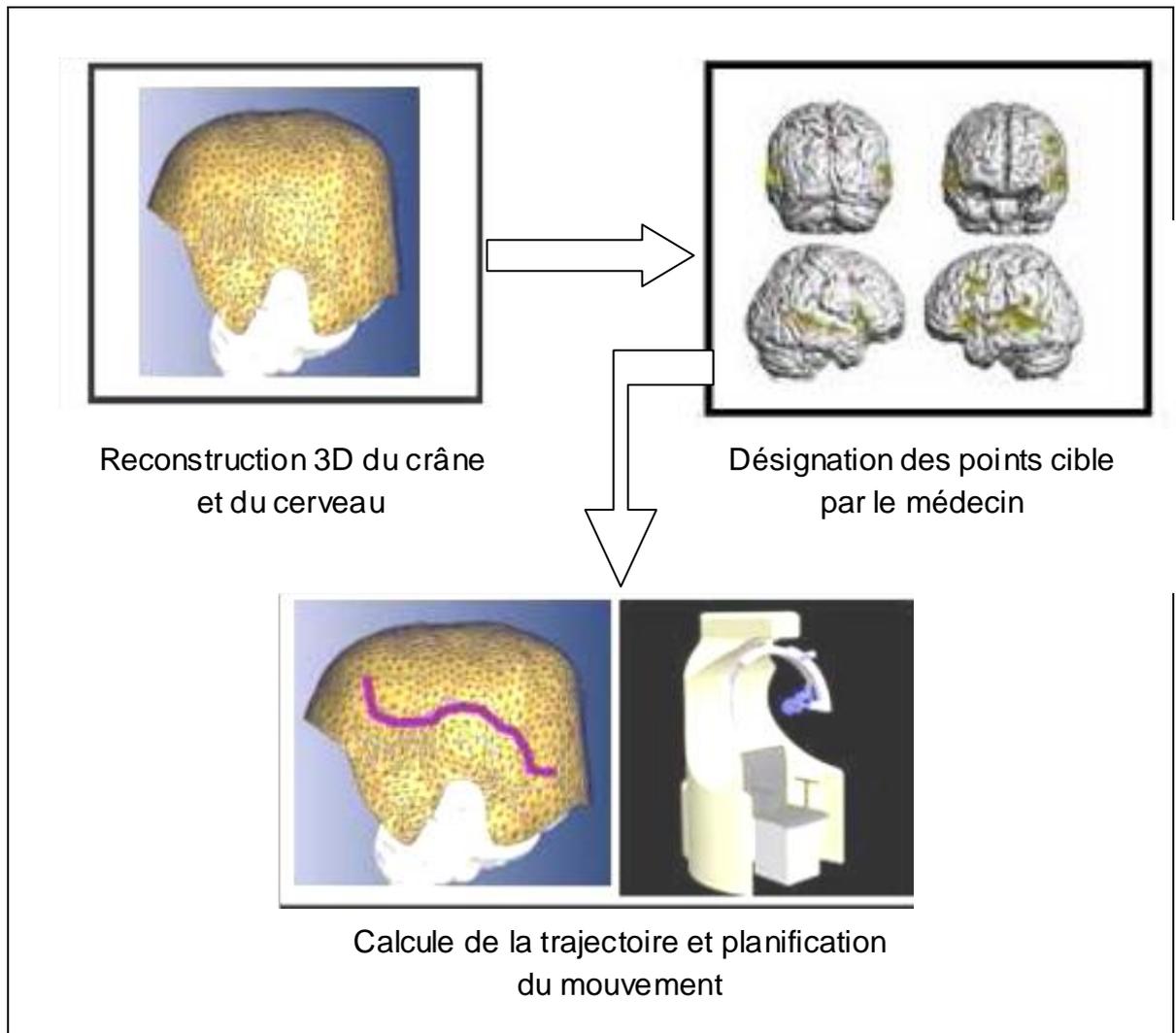


Figure 2. 5: Planification du mouvement sur le crâne.

La neurochirurgie demande une extrême précision et la moindre erreur de manipulation peut avoir des conséquences très graves pour le patient, c'est pourquoi l'utilisation d'outils augmentant la sécurité de manipulation est importante d'une efficacité hors du commun [36].



Figure 2. 6: Cerveau, les points cibles et la trajectoire calculée.

2.6.2 . Robots d'orthopédie

L'application considérée concerne l'orthopédie, elle consiste à fraiser une forme pré-définie dans l'os avant la pose d'un implant (exp : prothèse) [36], [29]. Les premiers robots pour l'orthopédie sont des robots industriels modifiés pour répondre à l'application médicale. En 1991, le robot Robodoc, est conçu avec une architecture industrielle de type SCARA (Selective Compliant Articulated Robot Arm) RRRP, à 3 articulations rotoïdes d'axes parallèles et une articulation prismatique (RRRP), (Figure 2.7).

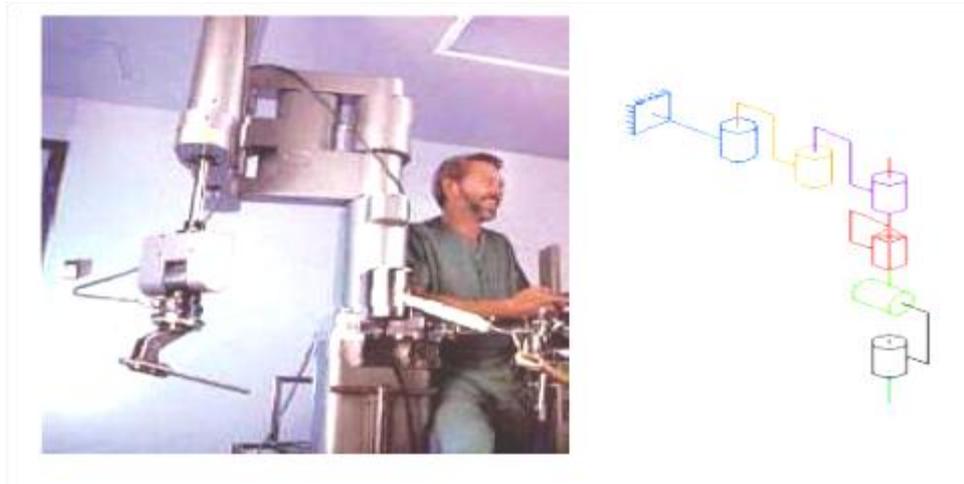


Figure 2. 7: Robot Robodoc.

Il est développé pour la mise en place de prothèse de hanche en orthopédie, il permet de réaliser, en autonomie après une phase de planification, le fraissage de la cavité qui doit recevoir l'implant [29], (Figure 2.8).

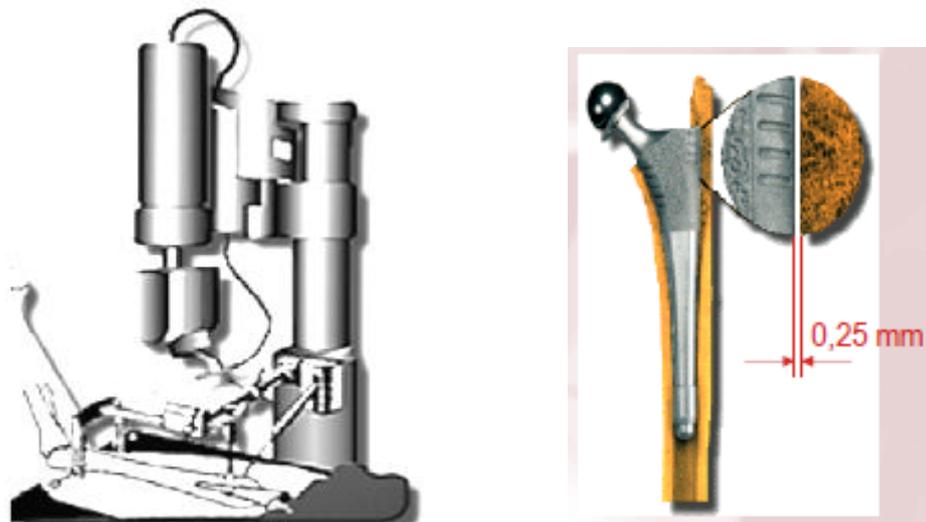


Figure 2. 8: Système Robotisé pour un fraissage précis des cavités .

Le robot Crigos a été développé avec une structure parallèle (voir figure 2.9). Il possède une structure à 6 degré de libertés (6DDL) de type plate-forme de Stewart surmontée de porte-outils spécifiques.

Il permet d'adapter l'espace de travail à la région réduite d'intervention.

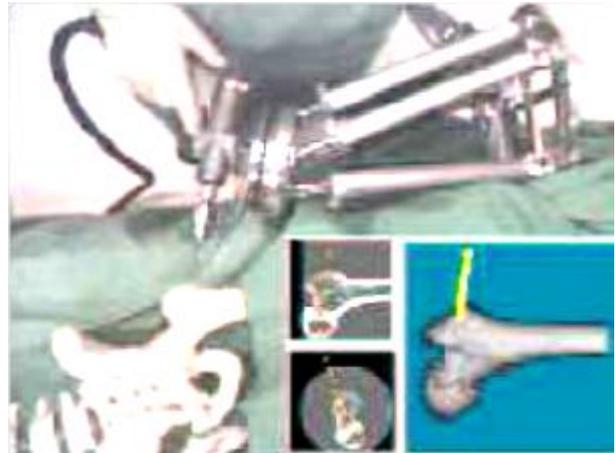


Figure 2. 9: Robot Crigos.

- Les prothèses orthopédiques

La prothèse orthopédique est un dispositif mécanique adapté de manière à reproduire la forme et autant que possible la fonction d'un membre perdu ou absent.

Le remplacement du membre par un substitut artificiel est réalisé par un chirurgien spécialisé [37] (Figure 2.10).

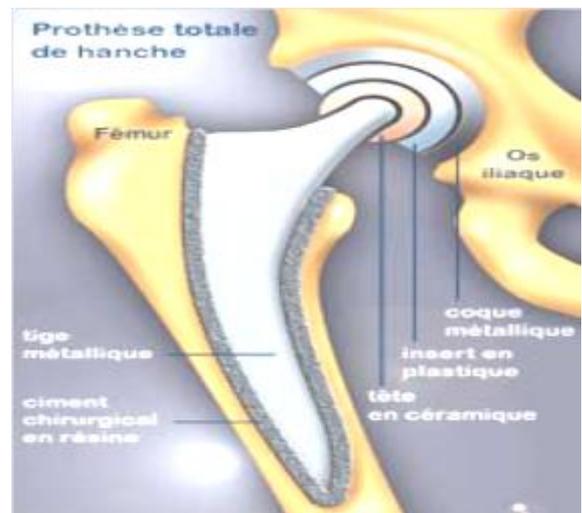


Figure 2.10: Prothèse totale de hanche.

2.6.3. Robots de la chirurgie mini-invasive

Opération chirurgicale pratiquée à travers des points d'incisions. Cette technique consiste à réaliser trois petites incisions dans le corps du patient [27]. Dans l'un d'eux passe un endoscope pour voir à l'intérieur du corps, dans les deux autres, les instruments chirurgicaux, (Figure 2.11). Cette chirurgie a apporté des avantages considérables pour le patient : petite cicatrice, durée de rétablissement et d'hospitalisations plus courtes [33, 44 et 38].



Figure 2.11: Le système Endoassist à gauche dans la salle d'opération, le système porte-endoscope à droite.

- Systèmes de positionnement d'endoscopes

En chirurgie endoscopique manuelle, puisque le chirurgien a généralement les deux mains occupées par les instruments, la caméra endoscopique est manipulée par un assistant [34]. Celui-ci a pour tâche de maintenir les instruments au centre de l'image endoscopique et de donner de nouveaux points de vue au chirurgien à sa demande. Cette tâche est fatigante pour de longues opérations, il est difficile pour l'assistant de ne pas bouger et la compréhension entre le chirurgien et l'assistant peut être délicate puis qu'ils ont des positions différentes par rapport au patient.

De plus, cette tâche demande une faible qualification médicale et occupe du personnel hospitalier [39]. Comme la caméra n'interagit pas directement avec les tissus, il semble intéressant de remplacer l'assistant par un robot porte-endoscope.

On supprime ainsi la fatigue, les tremblements de l'assistant et on renforce la stabilité des images endoscopiques.

Pour que le chirurgien puisse lui-même commander le robot, des interfaces lui permettant de ne pas lâcher les instruments ont été développés [39].

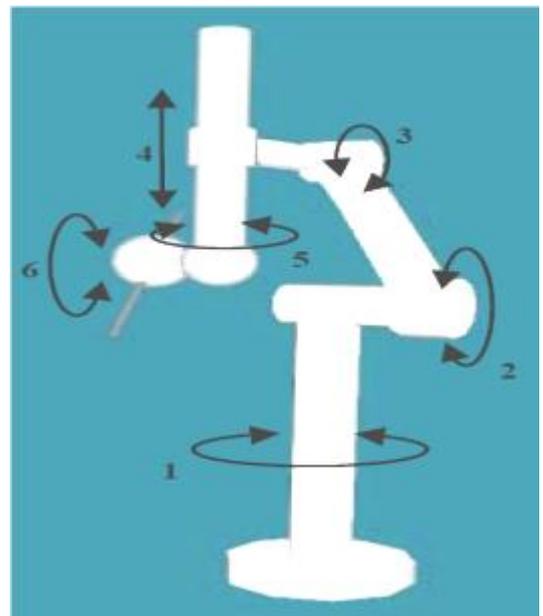


Figure 2.12 : Porte endoscope.

- Les porte-endoscopes

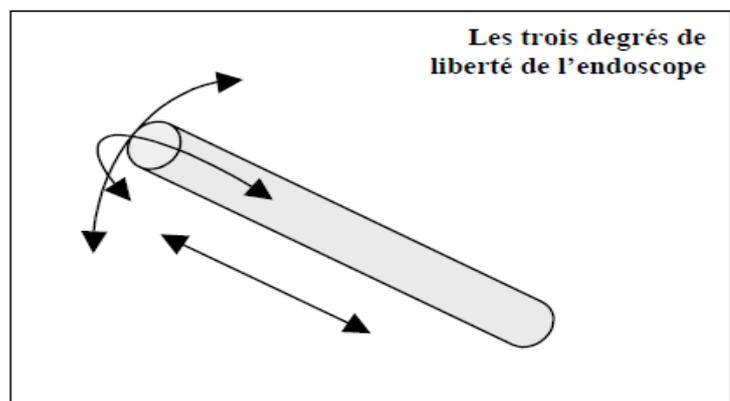
Les robots porte-endoscope qui permettent de guider l'optique et donc la vision du chirurgien, permettant de ne pas avoir recours à un aide pour cette tâche fastidieuse, (voir figure 2.12), [38,39 et 40].

La géométrie du robot est définie par une succession de segments articulés entre eux. L'expression des articulations selon le système de coordonnées de Denavit-Hartenberg permet de connaître la position spatiale de chaque articulation [39].

Le tube endoscope

Il s'agit d'un tube de 5 mm de diamètre pour 200 mm de long, contenant une caméra et un instrument de 1.5mm de diamètre. Les deux composantes de l'endoscope circulent dans le tube en translation, [38], (Figure 2.13).

L'endoscope lui-même possède trois degrés de liberté autour d'un point virtuel situé au milieu du tube. Ce point forme "remote center" du système, c'est-à-dire le point fixe autour duquel le robot, une fois positionné, va accomplir son travail. Le "remote center" doit être situé approximativement au milieu de l'endoscope afin de minimiser l'amplitude de déplacement du tube lors des mouvements de travail, et donc d'éviter les collisions [38].



Tube d'endoscope	Longueur 200 mm Diamètre 5 mm	Rotation 1 : $-2\pi/30$; $2\pi/30$ Rotation 2 : $-2\pi/30$; $2\pi/30$ Translation : - 50 mm ; +90 mm
Instrument	Longueur 100 mm Diamètre 1.5 mm	Translation : -10 mm ; 0 mm
caméra	Longueur 100 mm Diamètre 1.5 mm	Translation : -10 mm ; 0 mm

Figure 2.13: L'endoscope de PECKER avec ces caractéristiques géométriques et cinématiques.

Description cinématique

Un exemple de système robotique de chirurgie mini-invasive proposé est doté de 9 DDL : (4 DDL) fournis par le manipulateur externe et (5 DDL) intra-cavitaux [58]. Le schéma cinématique de ce système est illustré en (Figure 2.14), de même, une vue CAO de la partie intracavitaire de l'instrument [58].

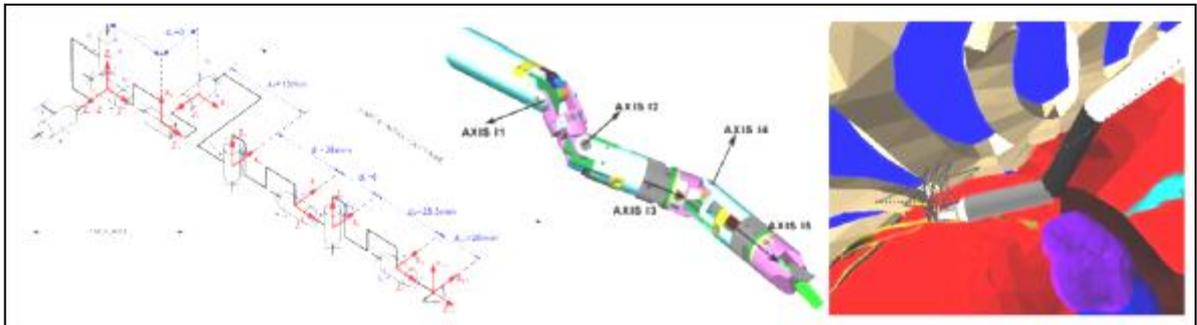


Figure 2.14: Instrument optimal : DRIMIS.

2.6.4. Téléchirurgie

Autre grand domaine de la robotique médicale, la téléchirurgie fait actuellement l'objet de nombreuses recherches et de plusieurs développements commerciaux. Voyages spatiaux, chirurgie de guerre, médecine humanitaire ; les terrains sont nombreux où la présence directe d'un chirurgien pourrait avantageusement être remplacée par un système robotisé commandé à distance. Plus simplement, la télé-chirurgie peut commencer à l'intérieur même de la salle d'opération. De nombreuses spécialités ont bénéficié, ces dernières années, des progrès de la chirurgie endoscopique a remplacé la chirurgie ouverte [41, 52, 53, 34 et 54].

Mais si cette technique permet un plus grand confort du patient en limitant le caractère invasif des interventions, elle prive le chirurgien de vision directe et limite ses mouvements à seulement quatre degrés de liberté. Cependant le praticien exerce son art à une très grande distance par exemple depuis son cabinet à terre, pour opérer un patient à bord d'un bateau en mer [32 et 33].

Le chirurgien est assis à la station de travail « maître », à quelques mètres de distance des bras opérateurs du robot « esclave », (Figure 2.15). Il ne s'agit pas ici de faire réaliser certains gestes de façon préprogrammée, mais bien d'une transmission des mouvements réalisés par le chirurgien [53 et 54].

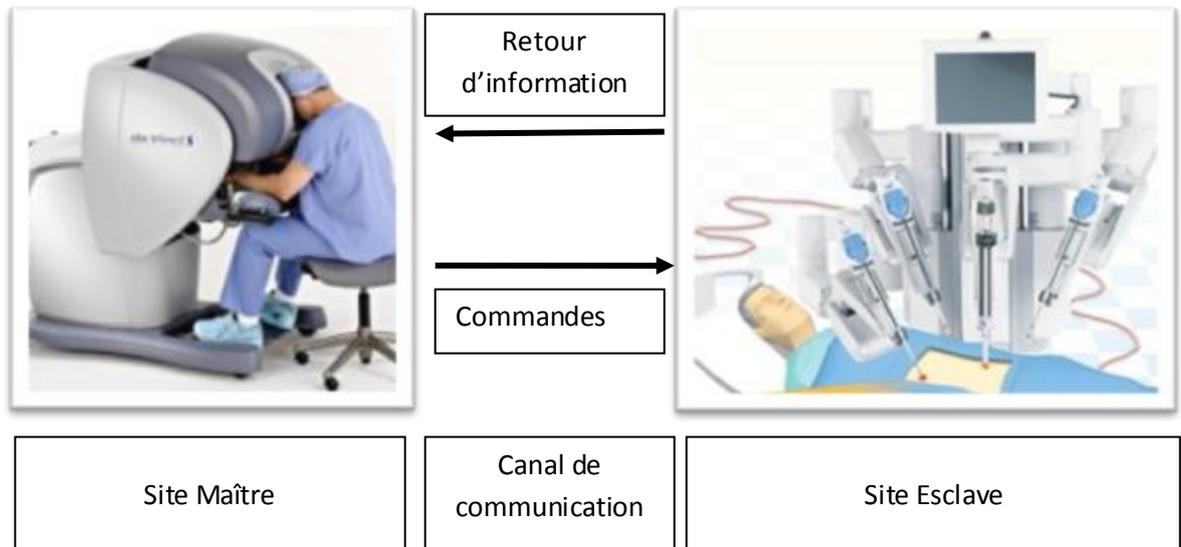


Figure 2.15: Le système de la téléchirurgie.

Ces systèmes ont comme caractéristique le fait que ça soit un être humain qui reste maître de l'intervention, ils sont de structure maître/esclave, puisque la console « maître » est pilotée par un opérateur humain et la structure « esclave » est représentée par le robot [54].

Le chirurgien est confortablement assis près de la table d'opération, et manipule les organes terminaux des bras articulés de la structure « maître » (figure 2.16.a).

Les mouvements qu'il effectue sont reproduits sur les bras robotisés de la structure esclave, qui est installée autour de la table d'opération. Il commande deux instruments endo-corporels (crochet coagulateur, ciseaux, pinces, porte-aiguille. . .) dont les extrémités sont articulées qui apporte sept degrés de liberté, reproduisant les degrés de liberté du membre supérieur humain), (Figure. 2.16.b).

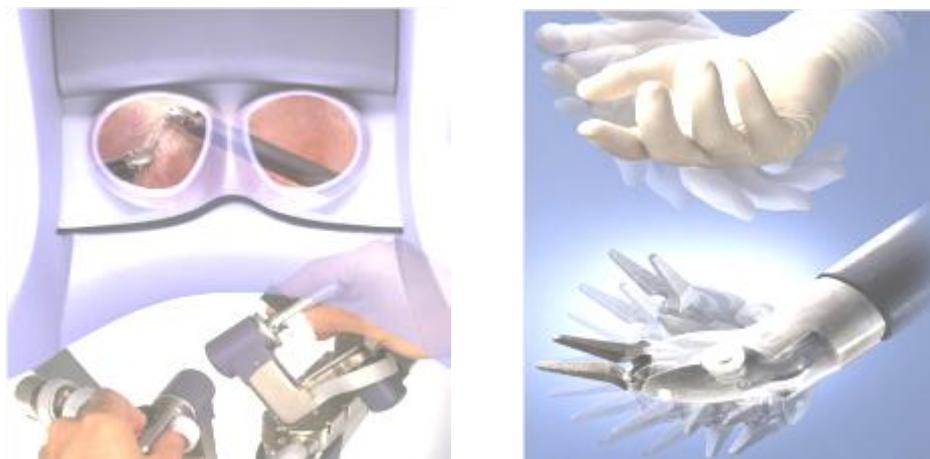


Figure 2.16: (a) Un système télé opéré ; (b) Les bras robotisés de la structure esclave

Pour le patient, la robotique apporte tous les avantages (petites cicatrices, douleur réduite, retour plus rapide à la vie active), un résultat probablement meilleur du fait de la précision accrue du geste [54].

2.7. Robotique médicale non chirurgicale

2.7.1. Anesthésie robotique

En anesthésie, l'administration de drogues anesthésiantes se fait par l'insertion de l'aiguille d'une seringue dans des veines de bras ou de la main [43]. Cette tâche d'insertion veineuse est généralement effectuée par des personnes appartenant au corps hospitalier, mais pas nécessairement au corps médical, tels que les infirmiers, paramédicaux, etc.

Ceux-ci ne garantissent pas la même qualité d'insertion qu'un médecin ou anesthésiste. De plus, les facteurs de risque (infections ou autres) présents pour un personnel non-qualifié sont assez élevés et la sécurité du personnel hospitalier et du patient est mise en jeu [43].

L'utilisation d'appareils à ultrasons permet de visualiser les veines lors des ponctions et offre une meilleure qualité d'insertion de veine, et ainsi une meilleure qualité de soins au patient.

Ainsi, et à la base de ces idées, un projet a été conçu pour automatiser cette partie initiale de l'anesthésie et offrir à l'anesthésiste le temps nécessaire pour se consacrer aux tâches importantes et faire un suivi de l'état du patient. Ainsi, la veine sera détectée par une analyse d'images enregistrées par des ultrasons pour transmettre les coordonnées correspondantes à un système facilitant l'insertion automatique de l'aiguille de la seringue dans la veine visée [43].

Par conséquent, les erreurs dues à la mauvaise détection visuelle de la veine et à une mauvaise insertion conséquente de l'aiguille seront largement minimisées et le processus manuel remplacé par un système automatique.

- Méthodologie

Un bras robotique effectue un balayage d'une sonde ultrasonique sur le bras. Cette vidéo est transférée à un ordinateur et des images fixes en sont analysées. La veine est détectée et ses coordonnées sont envoyées à un second bras robotique qui positionne une aiguille au-dessus du point d'insertion.

Résultats :

Deux bras robotiques sont construits : le premier effectue un balayage d'une sonde ultrasonique sur le site veineux ; et le second positionne l'aiguille au point d'insertion, puis y insère l'aiguille (Figure 2.17).



Figure 2.17: Insertion d'aiguille aidée par un robot.

Premier bras robotique

Pour assurer un mouvement automatique, il est nécessaire de construire un système de bras robotiques manipulés par les lois de cinématique [43].

Ce système, autonome en grande partie (l'anesthésiste devra quand même introduire des données et s'assurer de la sécurité et du fonctionnement correct), est mis en place pour différentes parties du corps humain et diverses applications dans le domaine de l'anesthésie.

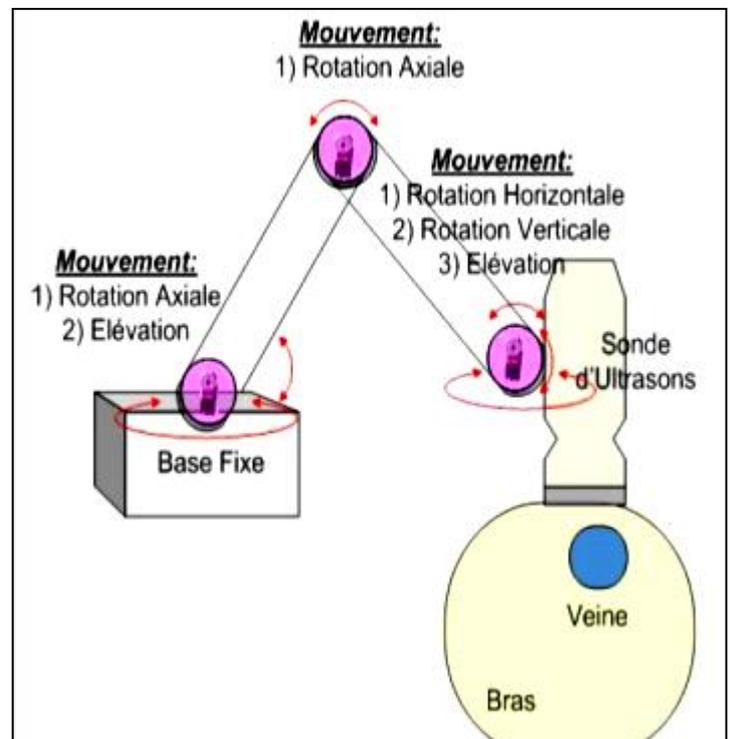


Figure 2.18: Schéma du premier bras robotique .

Ainsi, un premier bras robotique devra assurer le mouvement automatique de la sonde d'ultrasons, qui survolera le bras du patient afin de contrôler les différentes prises de coupes successives sur le site à opérer (Figure 2.18).

Second bras robotique

Avec un squelette similaire au premier, le second bras robotique est activé pour insérer l'aiguille dans la veine détectée. Par contre, ce bras robotique est gouverné par les lois de cinématique inverse. En se basant sur les coordonnées détectées auparavant, les positions respectives des moteurs composant le second bras robotique sont déterminées. À chaque position correspond un angle de rotation du moteur en question [43]. (figure 2.19).

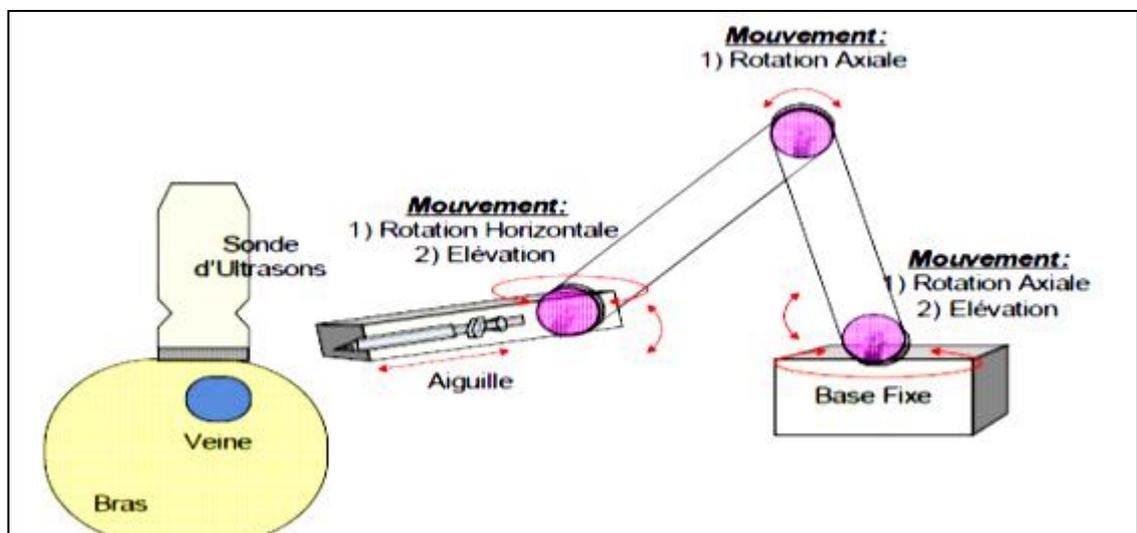


Figure 2.19: Schéma du second bras robotique : Il assure les différents mouvements nécessaires aux positionnements de l'aiguille, et de leurs insertions subséquentes dans la veine.

2.7.2. Robots médicaux pour l'échographie (télé-échographie robotisée)

Un système de *télé-échographie* permet de faire un examen d'échographie à distance ; le patient se trouve sur un site éloigné de celui de l'expert médical qui rend le diagnostic. Un assistant, parfois un médecin, se trouve à côté du patient. Il participe aux opérations d'acquisition et de transmission des images échographiques par des liens de communication [29,44 et 55].

L'expert médical consulte, sur son écran, les images échographiques envoyées du site patient et rend son diagnostic [44], Un robot de télé-échographie, permet à un spécialiste de pratiquer un examen à distance sur des sites manquant d'experts en échographie. C'est un système maître-esclave. L'expert est situé au

poste maître. Il pilote à l'aide d'une sonde fictive le robot porteur de la sonde échographique situé au poste esclave. L'expert reçoit en retour, sur un écran de contrôle, l'image échographique du patient distant, ce qui lui permet d'élaborer son diagnostic [44]. (Voir figure 2.20).

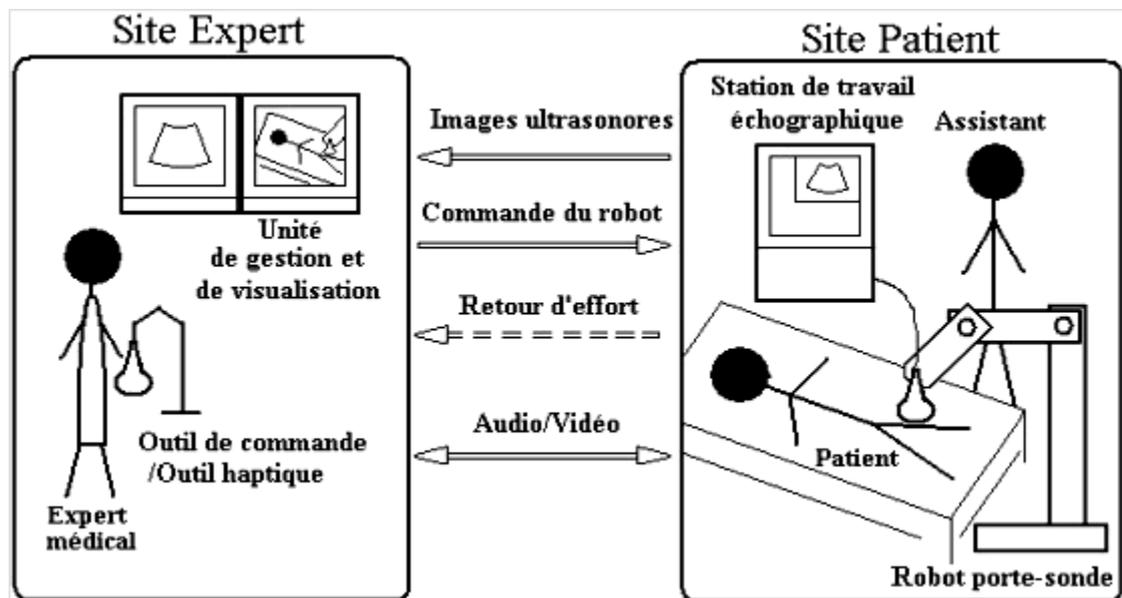


Figure 2. 20: Schéma du principe d'un système de télé-échographie robotisée.

Remarque : Plusieurs laboratoires de recherche et des industriels travaillent sur ce type de systèmes de télé-échographie robotisée.

Le robot médical doit avoir de bonnes capacités de parcourabilité et de manipulabilité dans son espace de travail obligatoire, pour le suivi du geste médical. Il doit respecter des contraintes d'encombrement sous des conditions de sécurité environnementales du robot.

2.8 Tumeur

Une tumeur est une masse plus ou moins volumineuse due à une multiplication anormale de cellules. La cellule est l'unité de base dont sont constitués tous les tissus des organismes vivants. Il en existe dans le corps plus de deux cents types différents : les cellules musculaires, nerveuses, osseuses, etc.

Chaque cellule a un rôle précis et une durée de vie limitée. En permanence, les cellules vieillissent, meurent et sont remplacées par d'autres.

Pour des raisons encore inconnues, il arrive que certaines cellules se modifient et continuent à se multiplier au lieu de disparaître naturellement.

Les cellules se multiplient alors jusqu'à former une tumeur.

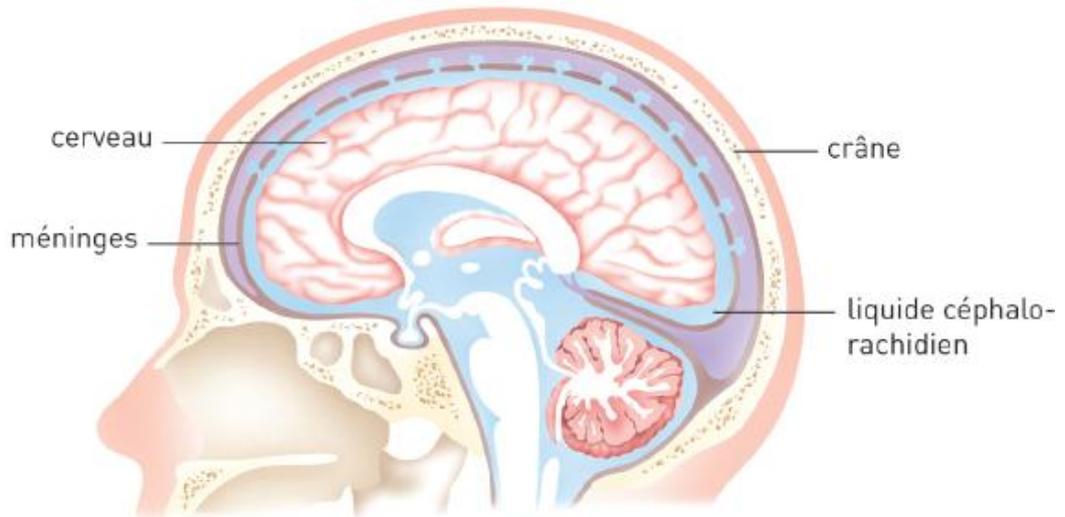


Figure 2. 21: Schématisation d'une coupe de crâne et ses organes.

D'une manière générale, il existe trois types de tumeurs :

- Les tumeurs non cancéreuses, appelées tumeurs bénignes. Elles se développent lentement et restent localisées. Une fois traitées, elles ne récidivent généralement pas.
- Les tumeurs cancéreuses, appelées tumeurs malignes. Elles se développent plus rapidement et ont tendance à envahir d'autres zones que celles où elles sont apparues au départ. Elles peuvent développer alors de nouvelles tumeurs appelées métastases. [44].
- Les tumeurs intermédiaires dites « atypiques » ou « évolutives ». Bénignes au début, elles peuvent se transformer en cancer dans un laps de temps variable.

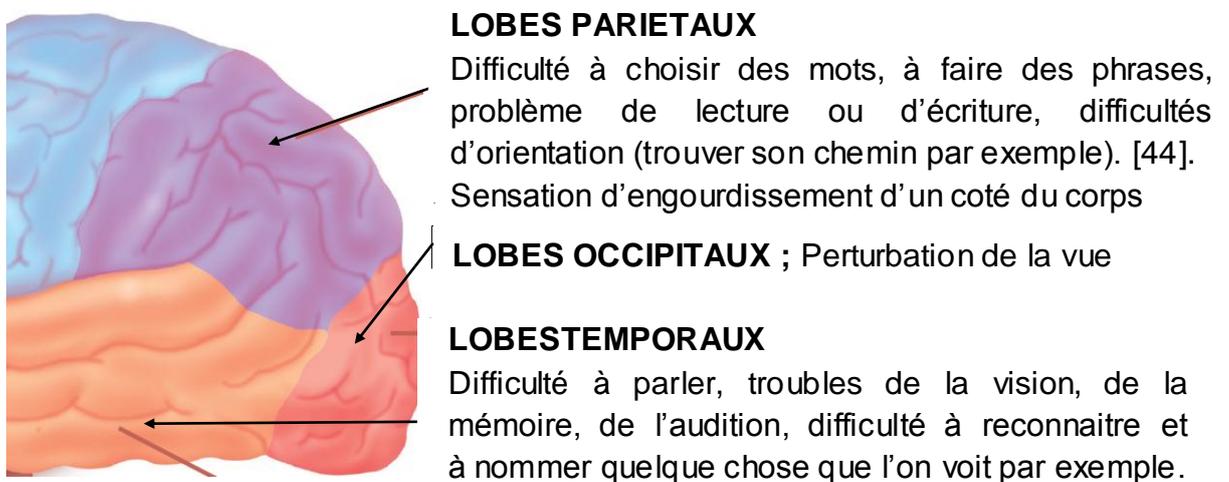


Figure 2. 22: Localisation des tumeurs et des troubles.

2.9. Conclusion

La robotique médicale n'est plus un rêve. Les utilisateurs, patients ou professionnels de la médecine, en ont clairement perçu l'intérêt. Certains industriels précurseurs et des laboratoires proposent des systèmes qui permettent de mieux soigner, de réduire le temps de convalescence et d'offrir des traitements mieux supportés par les patients.

La robotique médicale offre et promet un potentiel immense pour améliorer la précision et le travail du personnel médical au cours de diverses procédures.

L'idée de l'utilisation de robots pour prolonger la main du chirurgien est vieille de près de 30 ans. En médecine, comme dans beaucoup d'autres applications, les avantages potentiels d'un robot sont : sa précision, sa capacité à reproduire la même tâche indéfiniment, la possibilité de récupérer des données ou des informations d'un capteur, la capacité à opérer dans des environnements hostiles.

CHAPITRE 03

MODELISATION GEOMETRIQUE ET CINEMATIQUE D'UN ROBOT MEDICAL

3.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons les différents modèles utilisés en robotique médicale, nous introduisons brièvement les modèles géométriques direct et inverse qui donnent les différentes relations entre les grandeurs articulaires d'un robot médicale et la position et l'orientation de son organe terminal dans l'espace cartésien.

De même, nous présentons les modèles cinématiques direct et inverse du premier et second ordre qui fournissent les relations entre vitesses et accélérations de l'espace articulaire et l'espace cartésien.

3.2. Modélisation des bras manipulateurs

La conception et la commande des robots nécessitent le calcul de certains modèles mathématiques, tels que :

Les modèles de transformation entre l'espace opérationnel (dans lequel est définie la situation de l'organe terminal) et l'espace articulaire (dans lequel est définie la configuration du robot).

Parmi ces modèles, on distingue :

- Les modèles géométriques direct et inverse expriment la situation de l'organe terminal en fonction de la configuration du mécanisme et inversement,
- Les modèles cinématiques direct et inverse expriment la vitesse de l'organe terminal en fonction de la vitesse articulaire et inversement.

Définir les différentes tâches d'un robot réclame de pouvoir positionner l'organe terminal par rapport à un repère de référence.

3.2.1 Modélisation géométrique

3.2.1.1 Modèle géométrique direct (MGD)

C'est l'ensemble des relations qui permettent d'exprimer la situation de l'organe terminal en fonction des coordonnées articulaires. Ces variables sont définies par la matrice uni colonne $q = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T$. La situation de l'organe terminal est définie par la matrice uni-colonne formée de m coordonnées.

Telle que :

$$X = [X_1, X_2, \dots, X_m]^T \text{ avec : } m \leq 6$$

Le modèle géométrique direct est défini par l'équation :

$$X = F(q) \tag{3.1}$$

Si la structure est ouverte simple ou arborescente, le calcul de X implique celui de l'organe terminal. Si la structure est fermée, il faut ajouter les relations liant les variables articulaires pour la fermeture de chaîne.

3.2.1.2 Modèle géométrique inverse (MGI)

Le modèle géométrique inverse consiste à utiliser les coordonnées articulaires pour calculer les coordonnées opérationnelles (positions désirées de l'organe terminal). [43, 47, 48,49 et 50]. C'est l'inverse du MGD :

$$q = F^{-1}(X) \tag{3.2}$$

En général, il n'y a pas unicité de la solution au problème du MGI. En pratique, trois (03) cas peuvent se présenter :

1^{er} Cas : Lorsqu'on a limitation du nombre de degrés de liberté et de la dimension des segments, l'organe terminal ne pouvant pas accéder à une position désirée, alors, il n'y a pas de solution au problème.

2^{ème} Cas : Lorsque le robot se trouve dans une configuration singulière (redondance locale ou vis-à-vis de la tâche), l'organe terminal ne pouvant pas effectuer certaines tâches (limitation des déplacements et/ ou des rotations) alors, il perd un certain nombre de degrés de liberté et les solutions au problème sont infinies.

3^{ème} Cas : Les solutions à la forme explicite de l'équation $q = F^{-1}(X)$ sont en nombre fini.

En général, pour résoudre le MGI, il n'existe pas de méthodes analytiques mais d'autres formes de résolution adaptées à des classes cinématiques données, (méthode de PIEPER, méthode de PAUL, etc...) [49 et 50] Ce modèle présente un grand intérêt pour les robots programmés par apprentissage ou langage de haut niveau.

3.3. Modélisation cinématique

3.3.1. Modèle différentiel (cinématique) direct (MDD)

Il décrit les variations élémentaires des coordonnées opérationnelles en fonction des variations élémentaires des coordonnées articulaires :

$$dX = J(q)dq \quad (3.3)$$

Le terme $J(q)$ désigne le Jacobien (matrice de dimension $m \times n$) :

$$J(q) = \frac{\partial X}{\partial q} \quad (3.4)$$

Ce modèle permet de déterminer par itération les coordonnées opérationnelles en fonction des coordonnées articulaires. Si on remplace le calcul différentiel par le calcul des dérivées par rapport au temps, le MDD devient :

$$\dot{X} = J(q)\dot{q} \quad (3.5)$$

Où \dot{X} : représente les vitesses opérationnelles et \dot{q} les vitesses articulaires. Sous forme matricielle, l'équation devient :

$$[\dot{X}] = [J_{ij}][\dot{q}] \quad (3.6)$$

$$\text{Avec } J_{ij} = \frac{\partial F_i(q)}{\partial q_j} \quad i = (1, \dots, m) \quad \text{et} \quad j = (1, \dots, n)$$

3.3.2 Modèle différentiel (cinématique) inverse (MDI)

A partir d'une configuration q , on calcule la différentielle articulaire dq pour satisfaire une différentielle des coordonnées opérationnelles dX imposée. Si les différentielles sont remplacées par les dérivées par rapport au temps, on constitue le modèle cinématique inverse.

$$[\dot{q}] = [J_{ij}]^{-1}[\dot{X}] \quad (3.7)$$

Pour obtenir le modèle différentiel inverse, on peut soit dériver le modèle géométrique inverse (PAUL) (méthode analytique) soit inverser le modèle différentiel direct d'une manière plus générale (résolution analytique ou numérique).

3.4. Modélisation du bras d'un robot médical

L'objet est de trouver une relation entre les perspectives données dans l'espace opérationnel de la tâche et des postures des éléments du robot médicale dans l'espace articulaire.

L'étude cinématique et dynamique de notre robot médicale type SCARA se fait généralement sur des modèles simplifiés. En introduisant des hypothèses simplificatrices suivantes :

- chaque corps composant le robot est assimilé à un solide indéformable.
- Chaque articulation ayant qu'un seul degré de liberté

3.5. Cinématique directe d'un robot médicale(SCARA)

3.5.1. Paramètres de Denavit et Hartenberg (D et H)

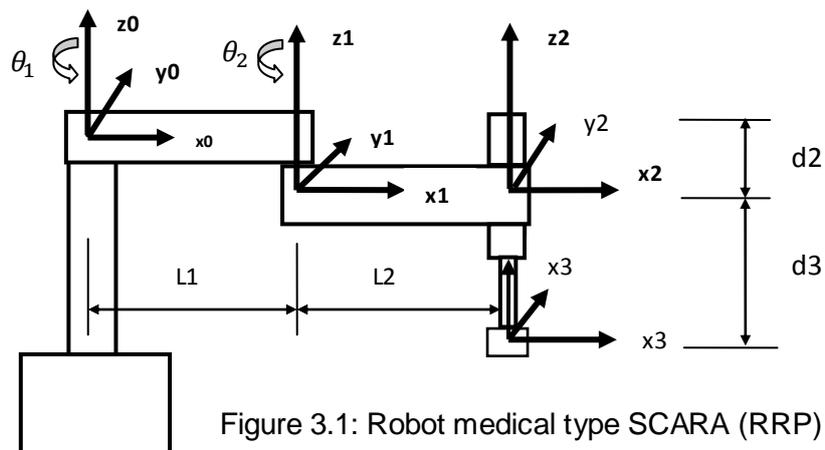


Figure 3.1: Robot medical type SCARA (RRP).

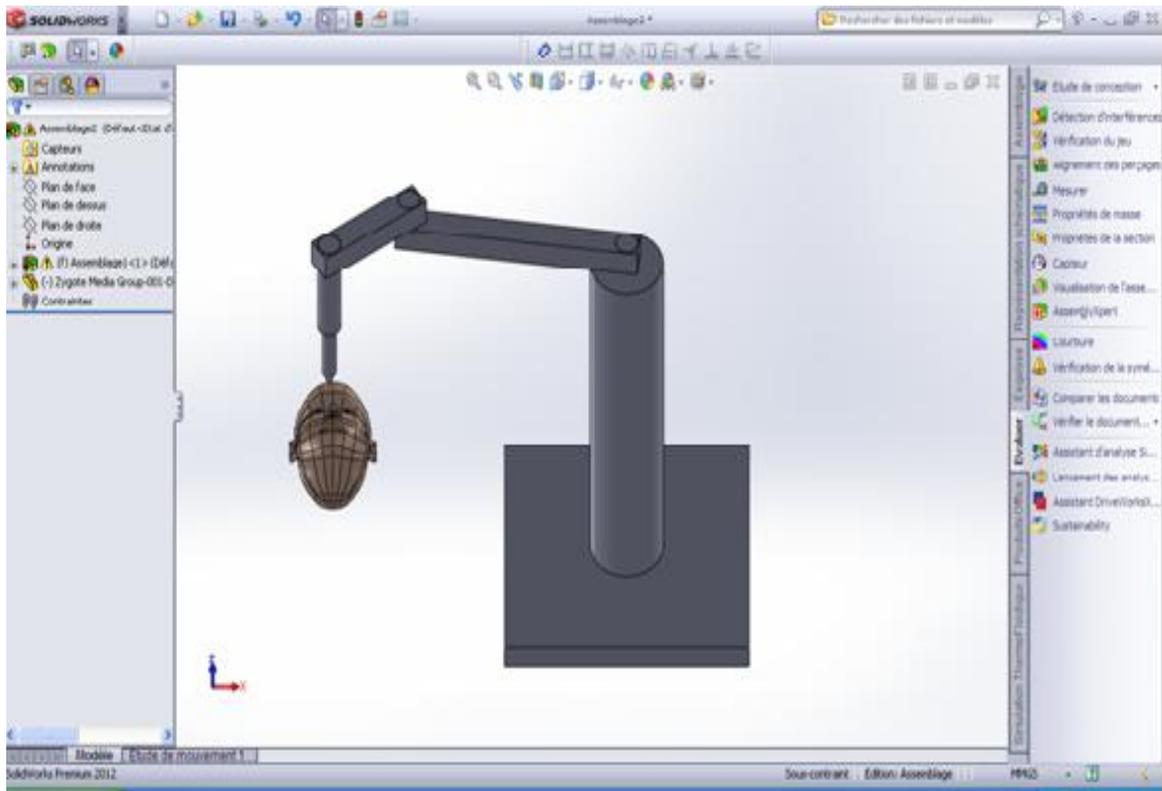


Figure 3.2 : Schéma du robot médical fait par un logiciel SOLIDWORKS.

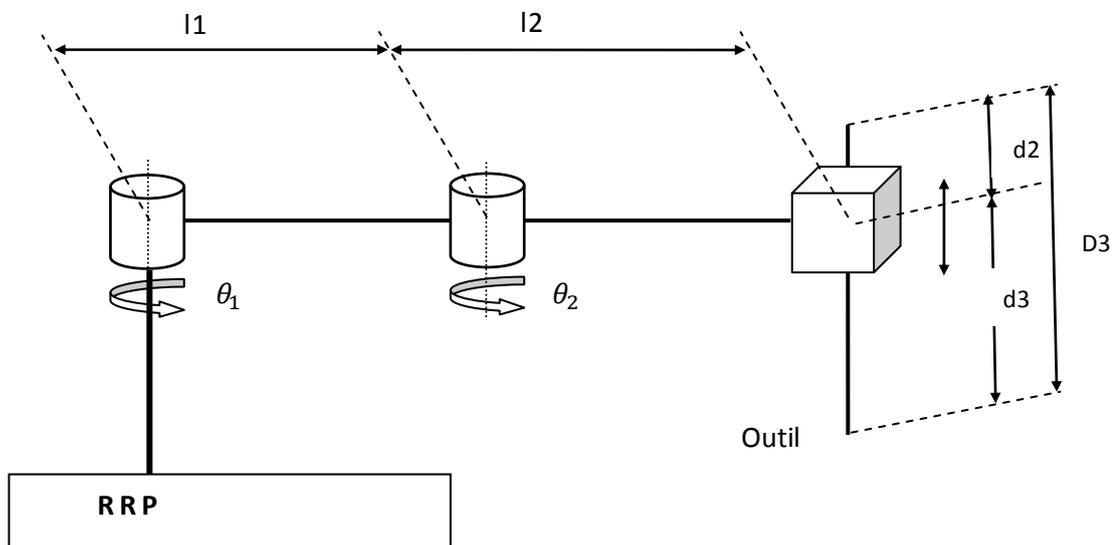


Figure 3.3 : Schéma cinématique du robot.

Tableau 3.1 : Paramètres de DH d'un robot médical SCARA

Axes	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	l_1	0	0	θ_1^*
2	l_2	0	d_2	θ_2^*
3	0	0	d_3^*	0

* Variables

3.5.2 Matrice de transformation homogène (TH):

3.5.2.1 Hypothèses

- Les rotations selon l'axe (Z)
- Les projections selon l'axe (X) et (Y)

On pose:

$$\sin \theta_1 = s_1 \quad (3.8)$$

$$\cos \theta_1 = c_1 \quad (3.9)$$

$$\sin \theta_2 = s_2 \quad (3.10)$$

$$\cos \theta_2 = c_2 \quad (3.11)$$

$$\cos(\theta_1 + \theta_2) = c_{12} \quad (3.12)$$

$$\sin(\theta_1 + \theta_2) = s_{12} \quad (3.13)$$

Donc les matrices de transformations de chaque chaînon sont :

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} c_1 & s_1 & 0 & l_1 c_1 \\ s_1 & c_1 & 0 & l_1 s_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

$$T_2^1 = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & l_2 c_2 \\ s_2 & c_2 & 0 & l_2 s_2 \\ 0 & 0 & 1 & -d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

$$T_3^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

$$T_4^3 = \begin{bmatrix} c_4 & s_4 & 0 & 0 \\ -s_4 & c_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Doc le modèle géométrique directe de notre robot s'écrit sous la forme :

$$T_4^0 = T_1^0 T_2^1 T_3^2 T_4^3 \quad (3.18)$$

A l'aide d'un programme Matlab on détermine la matrice T_4^0 (voir appendice)

$$T_4^0 = \begin{bmatrix} c_{124} & -s_{124} & 0 & l_1 c_1 + l_2 c_{12} \\ s_{124} & c_{124} & 0 & l_1 s_1 + l_2 s_{12} \\ 0 & 0 & 1 & -d_2 - d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

3.6. Modèle géométrique inverse

3.6.1. Variables articulaires du robot médical

Le but est de déterminer la position désirée qui est donnée par la matrice de transformation homogène T_H^R :

$$T_H^R = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

3.6.1.1 Calcul la variable articulaire (θ_2)

Par identification entre (3.19) et (3.20)

$$p_x = l_1 c_1 + l_2 c_{12} \quad (3.21)$$

$$p_y = l_1 s_1 + l_2 s_{12} \quad (3.22)$$

$$p_x^2 = l_1^2 c_1^2 + l_2^2 c_{12}^2 + 2l_1 l_2 c_1 c_{12} \quad (3.23)$$

$$p_y^2 = l_1^2 s_1^2 + l_2^2 s_{12}^2 + 2l_1 l_2 s_1 s_{12} \quad (3.24)$$

$$p_x^2 + p_y^2 = l_1^2 + l_2^2 + 2l_1 l_2 (c_1 c_{12} + s_1 s_{12}) \quad (3.25)$$

Avec :

$$c_1^2 + s_1^2 = 1 \quad (3.26)$$

$$c_{12}^2 + s_{12}^2 = 1 \quad (3.27)$$

$$c_{12} = c_1 c_2 - s_1 s_2 \quad (3.28)$$

$$s_{12} = s_1 c_2 + c_1 s_2 \quad (3.29)$$

On remplace (3.28) et (3.29) dans (3.26) on obtient :

$$p_x^2 + p_y^2 = l_1^2 + l_2^2 + 2l_1 l_2 c_2 \quad (3.30)$$

On tire c_2 :

$$c_2 = \frac{1}{2l_1 l_2} (p_x^2 + p_y^2 - l_1^2 - l_2^2) \quad (3.31)$$

$$s_2 = \pm \sqrt{(1 + c_2^2)} \quad (3.32)$$

$$\theta_2 = \pm \text{atan} \frac{s_2}{c_2} \quad (3.33)$$

3.6.1.2 Calcul de l'articulaire θ_1

En arrangeant les deux équations (3.21) et (3.22) et on applique les équations (3.28) et (3.29) on obtient :

$$p_x = (l_1 + l_2 c_2) c_1 - l_2 s_2 s_1 \quad (3.34)$$

$$p_y = l_2 s_2 c_1 + (l_1 + l_2 c_2) s_1 \quad (3.35)$$

On utilise la méthode de Kramer on obtient :

$$\Delta = \begin{bmatrix} l_1 + l_2 c_2 & -l_2 s_2 \\ l_2 s_2 & l_1 + l_2 c_2 \end{bmatrix} = (l_1 + l_2 c_2)^2 + (l_2 s_2)^2 \quad (3.36)$$

Et on a :

$$p_x^2 + p_y^2 = (l_1 + l_2 c_2)^2 + (l_2 s_2)^2 \quad (3.37)$$

On peut tirer :

$$\Delta s_1 = \begin{bmatrix} l_1 + l_2 c_2 & p_x \\ l_2 s_2 & p_y \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

$$\Delta c_1 = \begin{bmatrix} p_x & -l_2 s_2 \\ p_y & l_1 + l_2 c_2 \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

$$s_2 = \frac{\Delta s_1}{\Delta} = \frac{(l_1 + l_2 c_2)p_y - l_2 s_2 p_x}{p_x^2 + p_y^2} \quad (3.40)$$

$$c_2 = \frac{\Delta c_1}{\Delta} = \frac{(l_1 + l_2 c_2)p_x - l_2 s_2 p_y}{p_x^2 + p_y^2} \quad (3.41)$$

On tire θ_1 :

$$\text{On a } s_2 = \pm \sqrt{(1 + c_2^2)}$$

$$\theta_1 = \pm \operatorname{atan} \frac{s_1}{c_1} = \operatorname{atan} \frac{(l_1 + l_2 c_2)p_y \mp l_2 s_2 p_x}{(l_1 + l_2 c_2)p_x \pm l_2 s_2 p_y} \quad (3.42)$$

Le signe (\pm) indique coude haut et coude bas.

3.6.2. Equation du coude haut (elbow up)

$$\theta_2 = -\operatorname{atan} \frac{s_2}{c_2} \quad (3.43)$$

$$\theta_1 = \operatorname{atan} \frac{+p_x l_2 s_2 + p_y (l_1 + l_2 c_2)}{p_x (l_1 + l_2 c_2) - p_y l_2 s_2} \quad (3.44)$$

3.6.3. Equation du coude bas (elbow down)

$$\theta_2 = +\operatorname{atan} \frac{s_2}{c_2} \quad (3.45)$$

$$\theta_1 = \operatorname{atan} \frac{-p_x l_2 s_2 + p_y (l_1 + l_2 c_2)}{p_x (l_1 + l_2 c_2) + p_y l_2 s_2} \quad (3.46)$$

Et d'après la matrice de transformation homogène on tire :

$$-D_3 = -d_3 - d_2 = p_z \quad (3.47)$$

- Modèle cinématique

3.6.3.1. Calcul de la vitesse linéaire

$$\dot{p}_x = -l_1 s_1 \dot{\theta}_1 - l_2 s_{12} \dot{\theta}_{12} \quad (3.48)$$

$$\dot{p}_y = -l_1 c_1 \dot{\theta}_1 - l_2 c_{12} \dot{\theta}_{12} \quad (3.49)$$

- Calcule la vitesse angulaire

On utilise la méthode de Kramer pour tirer $\dot{\theta}_1$:

$$\dot{\theta}_1 = \frac{\dot{p}_x c_{12} + \dot{p}_y s_{12}}{l_2 s_{12}} \quad (3.50)$$

$$\dot{\theta}_2 = \frac{\dot{p}_x (l_1 c_1 + l_2 c_{12}) - \dot{p}_y (l_1 s_1 + l_2 s_{12})}{l_1 l_2 s_2} \quad (3.51)$$

3.6.3.2. Vitesse de translation

$$\dot{D}_3 = -\dot{p}_z \quad (3.52)$$

3.6.3.3 Calcul des accélérations angulaires

On dérive (3.50) par rapport au temps, on obtient :

$$\ddot{\theta}_1 = \frac{(-\ddot{p}_x s_{12} + \ddot{p}_y c_{12})\dot{\theta}_{12} + (\ddot{p}_x c_{12} + \ddot{p}_y s_{12}) - l_1 c_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2}{l_1 s_2} \quad (3.53)$$

On dérive (3.51) par rapport au temps, on obtient :

$$\ddot{\theta}_2 = -\frac{(\ddot{p}_y s_1 - \ddot{p}_x c_1)l_1 + (\ddot{p}_y s_{12} + \ddot{p}_x c_{12})l_2 + (\ddot{p}_y c_1 - \ddot{p}_x s_1)l_1 \dot{\theta}_1 + (\ddot{p}_x s_{12} + \ddot{p}_y c_{12})l_2 \dot{\theta}_{12} + l_1 l_2 c_2 \dot{\theta}_2^2}{l_1 l_2 s_2} \quad (3.54)$$

3.6.4. Matrice Jacobienne

L'outil principalement utilisé pour traiter le problème des modèles géométriques et cinématique des robots est « la matrice Jacobienne » .elle représente un opérateur permettant de lier les vitesses des corps d'un robot exprimées dans différents espaces vectoriels.

En considérant la fonction f définie comme suit [41] :

$$f : Q \rightarrow w \quad (3.55)$$

$$q \rightarrow x = f(Q) \quad (3.56)$$

Ou Q et w sont deux espaces vectoriels des dimensions (respectivement) m et n

Le dérivé de l'équation $x = f(Q)$ donne :

$$dx = \frac{\partial f}{\partial q} dq \quad (3.57)$$

Alors, la matrice Jacobienne est :

$$[J(q)] = \left[\frac{\partial f}{\partial q} \right] \quad (3.58)$$

L'Alliance des matrices Jacobienne angulaire et prismatique (linéaire)

$$J_V = [J_{V1}, J_{V2}, \dots, J_{Vn}]$$

Avec :

$$J_{V1} = \begin{bmatrix} z_{i-1}(o_n - o_{i-1}) & \text{pour chainon}(i)\text{rotoïde} \\ z_{i-1} & \text{pour chainon}(i)\text{prismatique} \end{bmatrix}$$

$$J_\omega = [J_{\omega1}, J_{\omega2}, \dots, J_{\omega n}]$$

Avec le $i^{\text{ème}}$ colonne du :

$$J_{\omega1} = \begin{bmatrix} z_{i-1} & \text{pour chainon}(i)\text{rotoïde} \\ 0 & \text{pour chainon}(i)\text{prismatique} \end{bmatrix}$$

Donc, le Jacobienne de n chainons de manipulateur est de la forme :

$$J = [J_1, J_2, \dots, J_n]$$

Avec le $i^{\text{ème}}$ colonne de J_i est :

$$J_i = \begin{bmatrix} z_{i-1}(o_n - o_{i-1}) \\ z_{i-1} \end{bmatrix}, \text{ si le chainon est rotoïdes}$$

$$J_i = \begin{bmatrix} z_{i-1} \\ 0 \end{bmatrix} \text{ si le chainon est prismatique}$$

3.6.5. Jacobienne pour un point arbitraire

Pour calculer la vitesse linéaire v et la vitesse angulaire ω du centre de masse c du chainon 2 comme représenté dans la figure (3.4). On considère un manipulateur de trois chainons [41,56 et 57]. :

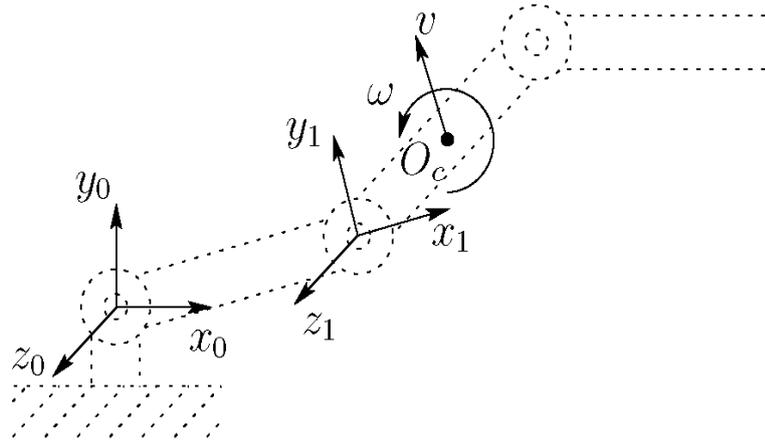


Figure 3.4 : Manipulateur à 3 chainons

La matrice jacobienne est sous la forme :

$$J(q) = \begin{bmatrix} z_0(o_c - o_0) & z_1(o_c - o_1) & 0 \\ z_0 & z_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.59)$$

Sachant que :

$$z_0 = z_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.60)$$

La matrice Jacobienne est sous la forme $6 \times n$; et n le nombre de chainons.

La matrice Jacobienne du robot SCARA :

Le Jacobien du robot SCARA qui possède trois articulations avec $(o_4 - o_3)$ est parallèle a z_3 donc $z_3(o_4 - o_3) = 0$

$$J = \begin{bmatrix} z_0(o_4 - o_0) & z_1(o_4 - o_1) & z_2 & 0 \\ z_0 & z_1 & 0 & z_3 \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

Avec:

$$o_1 = \begin{bmatrix} l_1 c_1 \\ l_1 s_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.62)$$

$$o_2 = \begin{bmatrix} l_1 c_1 + l_2 c_{12} \\ l_1 s_1 + l_2 s_{12} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.63)$$

$$o_3 = \begin{bmatrix} l_1 c_1 + l_2 c_{12} \\ l_1 s_1 + l_2 s_{12} \\ D_3 \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

$$o_4 = \begin{bmatrix} l_1 c_1 + l_2 c_{12} \\ l_1 s_1 + l_2 s_{12} \\ D_3 \end{bmatrix} \quad (3.65)$$

Avec :

$$z_0 = z_1 = z_2 = z_3 \quad (3.66)$$

Donc la matrice Jacobienne est :

$$J = \begin{bmatrix} -l_1 s_1 - l_2 s_{12} & -l_2 s_{12} & 0 & 0 \\ l_1 c_1 + l_2 c_{12} & l_2 c_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.67)$$

3.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons abordé les problèmes des modèles géométriques directes et inverse. Et qui expriment la situation de l'organe terminal en fonction de la configuration du mécanisme, après l'étude des modèles cinématiques qui permettent de contrôler les vitesses et les accélérations de déplacement du robot, afin de connaître la durée d'exécution d'une tâche. Le chapitre suivant est consacré à la modélisation mathématique de la dynamique d'un robot.

CHAPITRE 04

DYNAMIQUE D'UN ROBOT MEDICAL

4.1 Introduction

Dans ce chapitre on exprime les équations mathématiques qui donnent les relations entre : les couples appliqués aux actionneurs, les positions, les vitesses et les accélérations articulaires à l'aide de deux formalismes et dans deux cas distincts.

4.2 Calcul les couples des articulations

Pour obtenir le modèle dynamique des robots, on dispose de deux formalismes qui sont les plus souvent utilisés. Il s'agit de [41,56 et 57] :

- Formalisme de LAGRANGE,
- Formalisme de NEWTON-EULER.

4.3 Formalisme de Lagrange

Il décrit les équations en termes de travail et d'énergie du système qui donne ce qui suit quand l'effort extérieur sur l'organe terminal est supposé nul

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = \Gamma_i \quad (4.1)$$

$$L = K - V \quad (4.2)$$

K : Énergie cinétique de l'organe terminal.

V : Énergie potentielle de l'organe terminal.

Dés que l'énergie cinétique du système est une fonction quadratique des vitesses articulaires :

$$K = \frac{1}{2} \dot{q}^T M(q) \dot{q} \quad (4.3)$$

$M(q)$: Représente la matrice d'inertie symétrique définie positive ($n \times n$)

L'énergie potentielle du système est sous la forme :

$$V_i = -m_i g^T T_i^i \hat{S}_i \quad (4.4)$$

$g = [g_x, g_y, g_z]^T$: Vecteur des accélérations de la gravité exprimé dans R_0

Le modèle obtenu est mis sous la forme matricielle suivante :

$$\Gamma_i = M_{ij}(q)\ddot{q} + N(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) \quad (4.5)$$

Ou :

$$M_{ij} = \sum_{k=\max(i,j)}^n \text{tr} \left(\frac{\partial T_k}{\partial q_j} H_k \frac{\partial T_k^T}{\partial q_i} \right) \quad (4.6)$$

$$G(q) = \sum_{j=1}^n m_j g^T \frac{\partial T_j^j}{\partial q_i} \hat{S}_j \quad (4.7)$$

$M(q)$: Matrice d'inertie du manipulateur, symétrique et régulière définie positive [41,56 et 57].

$N(q, \dot{q})\dot{q}$: Vecteur des termes de Coriolis et centrifuges.

$G(q)$: Vecteur des actions de la gravité.

T_k : La matrice de transformation homogène.

${}^i\hat{S}_i = [{}^iS_{ix}, {}^iS_{iy}, {}^iS_{iz}]^T$: Position du centre de masse (m) du corps i exprimée en R_i

$H_i = \int {}^i r^i r^T dm_i$: Matrice des pseudo-inerties du corps i .

$$H_i = \begin{bmatrix} \frac{-{}^iI_{ixx} + {}^iI_{iyy} + {}^iI_{izz}}{2} & {}^iI_{ixy} & {}^iI_{ixz} & m_i \hat{S}_{ix} \\ {}^iI_{ixy} & \frac{{}^iI_{ixx} - {}^iI_{iyy} + {}^iI_{izz}}{2} & {}^iI_{iyz} & m_i \hat{S}_{iy} \\ {}^iI_{ixz} & {}^iI_{iyz} & \frac{{}^iI_{ixx} + {}^iI_{iyy} - {}^iI_{izz}}{2} & m_i \hat{S}_{iz} \\ m_i \hat{S}_{ix} & m_i \hat{S}_{iy} & m_i \hat{S}_{iz} & m_i \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Avec

$${}^iI_i = \begin{bmatrix} {}^iI_{ixx} & -{}^iI_{ixy} & -{}^iI_{ixz} \\ -{}^iI_{ixy} & {}^iI_{iyy} & -{}^iI_{iyz} \\ -{}^iI_{ixz} & -{}^iI_{iyz} & {}^iI_{izz} \end{bmatrix} : \text{Tenseur d'inertie du corps } i \text{ exprimé dans } R_i.$$

${}^iI_{ixx} = \int ({}^i r_y^2 + {}^i r_z^2) dm_i$: Moment d'inertie.

${}^i I_{ixy} = \int ({}^i r_x + {}^i r_y) dm_i$: Produit d'inertie.

4.4 Formalisme de Newton-Euler

Le schéma suivant montre un corps rigide dont le centre de masse accélère avec une accélération \dot{v}_c . Dans une telle situation, la force, F , agissant sur le centre de masse qui cause cette accélération est donnée par l'équation de NEWTON [1,7,41,56 et 57].:

$$F = m\dot{v}_c \quad (4.9)$$

Ou m : est la masse totale du corps

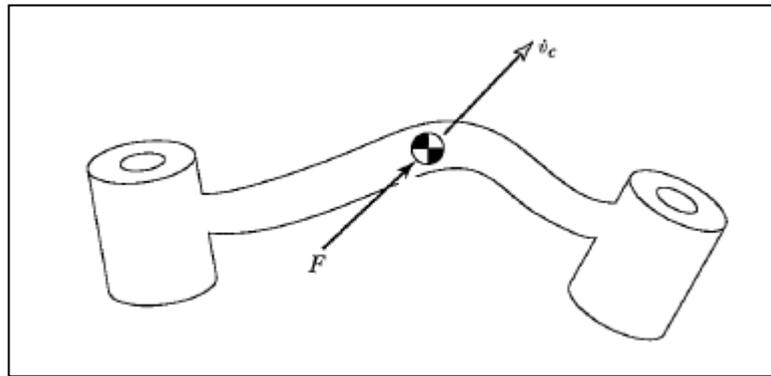


Figure 4.1 Le corps rigide actionné par une force F au centre de masse.

4.4.1 Equation d'Euler

Le schéma suivant montre un corps rigide tournant avec une vitesse angulaire ω et avec une accélération angulaire $\dot{\omega}$ dans une telle situation le moment N qui doit agir sur le corps pour causer ce mouvement, est indiqué par l'équation d'Euler.

$$N = I_c \dot{\omega} + \omega \times I_c \omega \quad (4.10)$$

I_c : est le tenseur d'inertie du corps dont l'origine est située au centre de la masse.

4.4.2 Formulation dynamique itérative de Newton-Euler

Considérons maintenant le problème de calculer des couples qui correspondent à une trajectoire donnée d'un manipulateur. Supposons que nous savons la position, la vitesse et l'accélération $(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta})$ des chainons, connaissons la cinématique et la distribution de masse du robot, nous pouvons calculer les couples qui provoquent ce mouvement.

4.4.3 Récurrence avant pour calculer les vitesses et les accélérations

Il est nécessaire de calculer les forces d'inertie agissant sur les chainons et de calculer la vitesse de rotation et l'accélération linéaire et de rotation du centre de la masse de chaque lien du manipulateur à n'importe quel instant donné.

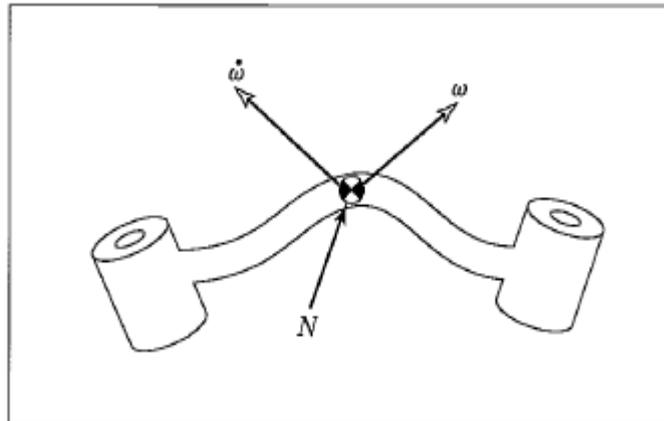


Figure 4.2 : Le chainon de rotation ω et d'accélération $\dot{\omega}$.

Ces calculs seront donnés dans une nature itérative commençant par le premier chainon et en déplaçant successivement chainon par chainon vers l'extérieur jusqu'au chainon n

La propagation de la vitesse de rotation du chainon vers chainon est donnée par la relation suivante :

Pour $(i+1)$ rotation;

$${}^{i+1}\omega_{i+1} = {}^{i+1}R^i \omega_i + \dot{\theta}_{i+1} Z_{i+1} \quad (4.11)$$

Les équations de transformation de l'accélération d'un chaînon à l'autre :

$${}^{i+1}\dot{\omega}_{i+1} = {}^{i+1}R^i \dot{\omega}_i + {}^{i+1}R^i \omega_i \times \dot{\theta}_{i+1}^{i+1} \hat{Z}_{i+1} + \ddot{\theta}_{i+1}^{i+1} \hat{Z}_{i+1} \quad (4.12)$$

Pour les chaînons prismatiques :

$${}^{i+1}\dot{\omega}_{i+1} = {}^{i+1}R^i \dot{\omega}_i \quad (4.13)$$

L'accélération linéaire de chaque chaînon :

$${}^{i+1}\dot{v}_{i+1} = {}^{i+1}R^i (\dot{\omega}_i \times {}^i P_{i+1} + \omega_i \times (\omega_i \times {}^i P_{i+1}) + \dot{v}_i) \quad (4.14)$$

Pour le chaînon (i+1) prismatique :

$$\begin{aligned} {}^{i+1}\dot{v}_{i+1} = & {}^{i+1}R^i (\dot{\omega}_i \times {}^i P_{i+1} + \omega_i \times (\omega_i \times {}^i P_{i+1}) + \dot{v}_i) + 2 {}^{i+1}\omega_{i+1} \times \dot{d}_{i+1}^{i+1} \hat{Z}_{i+1} \\ & + \ddot{d}_{i+1}^{i+1} \hat{Z}_{i+1} \end{aligned} \quad (4.15)$$

L'accélération linéaire du centre de masse des chaînons :

$${}^i \dot{v}_{ci} = \dot{\omega}_i \times {}^i P_{ci} + \omega_i \times (\omega_i \times {}^i P_{ci}) + \dot{v}_i \quad (4.16)$$

On note que l'application des équations de liaison est spécialement simple si :

$${}^o \omega_0 = {}^o \dot{\omega}_0 = 0 \quad (4.17)$$

4.4.4 Force et couple agissant sur un chaînon

Après avoir calculé les accélérations linéaires et angulaires du centre de masse de chaque chaînon, on peut appliquer les équations de Newton-Euler pour calculer la force d'inertie et le couple agissant au centre de masse de chaque chaînon.

4.4.5 Récurrence arrière pour calculer les forces et les couples

Après avoir calculé les forces et couples agissant sur chaque chaînon, maintenant il reste à calculer les couples de conjoints qui se traduiront par ces forces et les moments appliqués à chaque chaînon. [41,56 et 57].

f_i = Force exercée sur le chaînon i par le chaînon $i-1$

n_i = Couple exercée sur le chaînon i par le chaînon $i-1$.

4.5 Application sur un modèle d'un robot médical

Notre robot médical est schématisé à 2D comme suit :

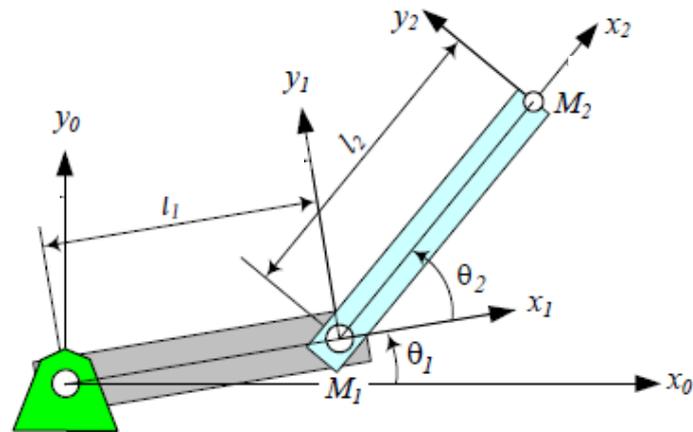


Figure 4.3 : Schéma des paramètres de chaque chaînon du robot.

4.5.1 Paramètres des chaînons :

Les paramètres de chaque chaînon obtenu à l'aide de logiciel Solidworks sont :

Tableau 4.1 : Paramètres de chaque chaînon à l'aide de logiciel Solidworks

Numéro Des chaïnons	Longueur (l) des chaïnons (m)	Masse (m) des chaïnons (Kg)	Position du centre de masse expriment au repère du chaînon (m)	Tenseur d'inertie des corps expriment au repère du chaînon (Kg.m ²)
1	0.25	8.60	(0.125, 0,0)	$\begin{bmatrix} 0.01 & 0.02 & 0.02 \\ 0.02 & 0.17 & 0 \\ 0.02 & 0 & 0.17 \end{bmatrix}$
2	0.50	20.47	(0.25, 0,0)	$\begin{bmatrix} 0.03 & 0.13 & 0.13 \\ 0.13 & 1,62 & 0 \\ 0.13 & 0 & 1,62 \end{bmatrix}$
3	0.35	8.03	(0, 0,0.07)	$\begin{bmatrix} 0.09 & 0 & 0 \\ 0 & 0,09 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

4.5.2 Détermine la matrice des pseudo-inerties du chaque corps

A partir du tableau (4.1) et de la figure (4.3). On applique la relation (4.8) on obtient :

$$H_1 = \begin{bmatrix} 0,16 & 0 & 0 & 1,07 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1,07 & 0 & 0 & 8,60 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} 1,6 & 0 & 0 & 5,11 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5,11 & 0 & 0 & 20,47 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

$$H_3 = \begin{bmatrix} 0,03 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,03 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0,03 & 0,56 \\ 0 & 0 & 0,56 & 8,03 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

Vecteurs des variables articulaires et des couples généralisés sont $q = \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{pmatrix}$ $\tau = \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{pmatrix}$

4.5.3 Détermine les couples des articulations

4. 5. 3.1 Sans la masse de l'organe terminale

On applique la méthode de la mécanique classique :

$$K_1 = \frac{1}{2} m_1 l_1^2 \dot{\theta}_1^2 \quad (4.21)$$

$$V_1 = m_1 g l_1 \sin \theta_1 \quad (4.22)$$

$$x_2 = l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \quad (4.23)$$

$$y_2 = l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \quad (4.24)$$

$$\dot{x}_2 = -l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 - l_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin(\theta_1 + \theta_2) \quad (4.25)$$

$$\dot{y}_2 = l_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 + l_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos(\theta_1 + \theta_2) \quad (4.26)$$

$$v_2^2 = \dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2 \quad (4.27)$$

$$v_2^2 = l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + l_2^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + 2l_1 l_2 (\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2) \cos \theta_2 \quad (4.28)$$

$$K_2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \quad (4.29)$$

$$K_2 = \frac{1}{2} m_2 l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 l_2^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + m_2 l_1 l_2 (\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2) \cos \theta_2 \quad (4.30)$$

$$V_2 = m_2 g y_2 = m_2 g [l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)] \quad (4.31)$$

$$L = K - V = K_1 + K_2 - V_1 - V_2 \quad (4.32)$$

$$L = \frac{1}{2} ((m_1 + m_2) l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + m_2 l_2^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2) + m_2 l_1 l_2 (\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2) \cos \theta_2 - m_2 g l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) - (m_1 + m_2) g l_1 \sin \theta_1 \quad (4.33)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} = (m_1 + m_2) l_1^2 \dot{\theta}_1 + m_2 l_1 l_2 (2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos \theta_2 + m_2 l_2^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \quad (4.34)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} = (m_1 + m_2) l_1^2 \ddot{\theta}_1 + m_2 l_2^2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) - m_2 l_1 l_2 (2\ddot{\theta}_1 + \dot{\theta}_1^2) \sin \theta_2 + m_2 l_1 l_2 (2\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) \cos \theta_2 \quad (4.35)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_1} = -(m_1 + m_2) g l_1 \cos \theta_1 - m_2 g l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \quad (4.36)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} = m_2 l_2^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) + m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \cos \theta_2 \quad (4.37)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} = m_2 l_2^2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) + m_2 l_1 l_2 \ddot{\theta}_1 \cos \theta_2 - m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 \quad (4.38)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_2} = -m_2 l_1 l_2 (\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2) \sin \theta_2 - m_2 g l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \quad (4.39)$$

$$\Gamma_1 = m_2 l_2^2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) + m_2 l_1 l_2 c_2 (2\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) + (m_1 + m_2) l_1^2 \ddot{\theta}_1 - m_2 l_1 l_2 s_2 \dot{\theta}_2^2 - 2m_2 l_1 l_2 s_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + m_2 l_2 g c_{12} + (m_1 + m_2) l_1 c_1 g \quad (4.40)$$

$$\Gamma_2 = m_2 l_2 (l_1 c_2 \ddot{\theta}_1 + l_1 s_2 \dot{\theta}_1^2 + g c_{12} + l_2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2)) \quad (4.41)$$

4.5.3.2 Avec la masse de l'organe terminal

Dans ce cas on prend la masse de l'organe terminal en considération et on applique la méthode de Newton-Euler de sorte que :

$${}^1R_0 = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

$${}^2R_1 = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 \\ s_2 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

$${}^3R_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

$${}^4R_3 = \begin{bmatrix} c_4 & -s_4 & 0 \\ s_4 & c_4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

$$P_1 = \begin{bmatrix} l_1 c_1 \\ l_1 s_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} l_2 c_{12} \\ l_2 s_{12} \\ -d_2 \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

$$P_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -d_3 \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

$$P_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

$${}^1R_0 \omega_1 = {}^1R_0 (\omega_0 + Z_0 \dot{\theta}_1) \quad (4.50)$$

$${}^1R_0 \omega_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \dot{\theta}_1 \quad (4.51)$$

$${}^2R_0 \omega_2 = {}^2R_1 ({}^1R_0 \omega_1 + Z_0 \dot{\theta}_2) \quad (4.52)$$

$${}^2R_0 \omega_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \quad (4.53)$$

$${}^3R_0 \omega_3 = {}^3R_2 ({}^2R_0 \omega_2) \quad (4.54)$$

$${}^3R \omega_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \quad (4.55)$$

$${}^4R \omega_4 = {}^4R ({}^3R \omega_3 + Z_0 \dot{\theta}_4) \quad (4.56)$$

$${}^4R \omega_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_4) \quad (4.57)$$

$${}^1R \dot{\omega}_1 = {}^1R (\dot{\omega}_0 + Z_0 \ddot{\theta}_1 + \omega_0 \times Z_0 \dot{\theta}_1) \quad (4.58)$$

$${}^1R \dot{\omega}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \quad (4.59)$$

$${}^2R \dot{\omega}_2 = {}^2R ({}^1R \dot{\omega}_1 + Z_0 \ddot{\theta}_2 + ({}^1R \omega_1) \times Z_0 \dot{\theta}_2) \quad (4.60)$$

$${}^2R \dot{\omega}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) \quad (4.61)$$

$${}^3R \dot{\omega}_3 = {}^3R ({}^2R \dot{\omega}_2) \quad (4.62)$$

$${}^3R \dot{\omega}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) \quad (4.63)$$

$${}^4R \dot{\omega}_4 = {}^4R ({}^3R \dot{\omega}_3 + Z_0 \ddot{\theta}_4 + ({}^3R \omega_3) \times Z_0 \dot{\theta}_4) \quad (4.64)$$

$${}^4R \dot{\omega}_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_4) \quad (4.65)$$

$${}^1R v_1 = ({}^1R \dot{\omega}_1) \times ({}^1R P_1) + ({}^1R \omega_1) \times [({}^1R \omega_1) \times ({}^1R P_1)] + {}^1R ({}^1R \dot{v}_0) \quad (4.66)$$

$${}^1R v_1 = \begin{bmatrix} -l_1 \dot{\theta}_1^2 \\ l_1 \ddot{\theta}_1 \\ g \end{bmatrix} \quad (4.67)$$

$${}^2R v_2 = ({}^2R \dot{\omega}_2) \times ({}^2R P_2) + ({}^2R \omega_2) \times [({}^2R \omega_2) \times ({}^2R P_2)] + {}^2R ({}^1R \dot{v}_1) \quad (4.68)$$

$${}^2R v_2 = \begin{bmatrix} l_1 \ddot{\theta}_1 S_2 - l_1 \dot{\theta}_1^2 C_2 - l_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \\ l_2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) + l_1 \dot{\theta}_1^2 S_2 + l_1 \ddot{\theta}_1 C_2 \\ g \end{bmatrix} \quad (4.69)$$

$${}^3R v_3 = {}^3R (Z_0 \ddot{\theta}_3 + {}^2R \dot{V}_2) + ({}^3R \dot{\omega}_3) \times ({}^3R P_3) + [2({}^3R \omega_3) \times ({}^3R Z_0 \dot{\theta}_3)] + ({}^3R \omega_3) \times [({}^3R \omega_3) \times ({}^3R P_3)] \quad (4.70)$$

$${}^3_0R v_3 = {}^3_2R ({}^2_0R \dot{v}_2) + ({}^3_0R \dot{\omega}_3) \times ({}^3_0R P_3) + ({}^3_0R \omega_3) \times [({}^3_0R \omega_3) \times ({}^3_0R P_3)] \quad (4.71)$$

$${}^3_0R v = \begin{bmatrix} l_1 \ddot{\theta}_1 S_2 - l_1 \dot{\theta}_1^2 C_2 - l_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \\ l_1 \ddot{\theta}_1 C_2 + l_1 \dot{\theta}_1^2 S_2 + l_2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) \\ g \end{bmatrix} \quad (4.72)$$

$${}^4_0R v_4 = ({}^4_0R \dot{\omega}_4) \times ({}^4_0R P_4) + ({}^4_0R \omega_4) \times [({}^4_0R \omega_4) \times ({}^4_0R P_4)] + {}^4_3R ({}^3_0R \dot{V}_3) \quad (4.73)$$

$${}^4_0R v_4 = \begin{bmatrix} l_1 \ddot{\theta}_1 S_{24} - l_1 \dot{\theta}_1^2 C_{24} - l_2 ((\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 C_4 - (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) S_4) \\ l_1 \ddot{\theta}_1 C_{24} + l_1 \dot{\theta}_1^2 S_{24} + l_2 ((\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 S_4 - (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) C_4) \\ g \end{bmatrix} \quad (4.74)$$

La position du centre de masse (e_i) de chaînon i par rapport au repère (X_i, Y_i, Z_i) est :

$$e_1 = \begin{bmatrix} \frac{-l_1 C_1}{2} \\ \frac{-l_1 S_1}{2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.75)$$

$$e_2 = \begin{bmatrix} \frac{-l_2 C_{12}}{2} \\ \frac{-l_2 S_{12}}{2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.76)$$

$$e_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{l_3}{2} \end{bmatrix} \quad (4.77)$$

$$e_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.78)$$

Calcul les accélérations linéaires (a_i) au centre de masse des chaînons d'un robot médical :

$${}^1_0R a_1 = ({}^1_0R \dot{\omega}_1) \times ({}^1_0R e_1) + ({}^1_0R \omega_1)[({}^1_0R \omega_1) \times ({}^1_0R e_1)] + ({}^1_0R \dot{v}_1) \quad (4.79)$$

$${}^1_0R a_1 = \begin{bmatrix} \frac{-l_1 \dot{\theta}_1^2}{2} \\ \frac{-l_1 \ddot{\theta}_1}{2} \\ g \end{bmatrix} \quad (4.80)$$

$${}^2_0R a_2 = ({}^2_0R \dot{\omega}_2) \times ({}^2_0R e_2) + ({}^2_0R \omega_2)[({}^2_0R \omega_2) \times ({}^2_0R e_2)] + ({}^2_0R \dot{v}_2) \quad (4.81)$$

$${}^2_0R a_2 = \begin{bmatrix} l_1 \ddot{\theta}_1 S_2 - l_1 \dot{\theta}_1^2 C_2 - \frac{l_2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2}{2} \\ l_1 \ddot{\theta}_1 C_2 + l_1 \dot{\theta}_1^2 S_2 + \frac{l_2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2}{2} \\ g \end{bmatrix} \quad (4.82)$$

$${}^3_0R a_3 = ({}^3_0R \dot{\omega}_3) \times ({}^3_0R e_3) + ({}^3_0R \omega_3)[({}^3_0R \omega_3) \times ({}^3_0R e_3)] + ({}^3_0R \dot{v}_3) \quad (4.83)$$

$${}^3_0R a_3 = \begin{bmatrix} l_1 \ddot{\theta}_1 S_2 - l_1 \dot{\theta}_1^2 C_2 - l_2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \\ l_1 \ddot{\theta}_1 C_2 + l_1 \dot{\theta}_1^2 S_2 + l_2(\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) \\ g \end{bmatrix} \quad (4.84)$$

$${}^4_0R a_4 = ({}^4_0R \dot{\omega}_4) \times ({}^4_0R e_4) + ({}^4_0R \omega_4)[({}^4_0R \omega_4) \times ({}^4_0R e_4)] + ({}^4_0R \dot{v}_4) \quad (4.85)$$

$${}^4_0R a_4 = ({}^4_0R \dot{v}_4) \quad (4.86)$$

$${}^4_0R a_4 = \begin{bmatrix} l_1 \ddot{\theta}_1 S_{24} - l_1 \dot{\theta}_1^2 C_{24} - l_2 \left((\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 C_4 - (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) S_4 \right) \\ l_1 \ddot{\theta}_1 C_{24} + l_1 \dot{\theta}_1^2 S_{24} + l_2 \left((\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 S_4 - (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) C_4 \right) \\ g \end{bmatrix} \quad (4.87)$$

Récurrance arrière

On a :

$$f_5 = 0 \text{ et } n_5 = 0 \quad (4.88)$$

Pour $i = 4$

$${}^4_0R f_4 = {}^4_5R ({}^5_0R f_5) + m_4 ({}^4_0R a_4) \quad (4.89)$$

Donc

$${}^4_0R f_4 = m_4 ({}^4_0R a_4) \quad (4.90)$$

$${}^4_0R f_4 = m_4 \begin{bmatrix} l_1 \ddot{\theta}_1 S_{24} - l_1 \dot{\theta}_1^2 C_{24} - l_2 \left((\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 C_4 - (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) S_4 \right) \\ l_1 \ddot{\theta}_1 C_{24} + l_1 \dot{\theta}_1^2 S_{24} + l_2 \left((\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 S_4 - (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) C_4 \right) \\ g \end{bmatrix} \quad (4.91)$$

$${}^3_0R f_3 = {}^3_4R ({}^4_0R f_4) + m_3 ({}^3_0R a_3) \quad (4.92)$$

$${}^3_0R f_3 = (m_3 + m_4) \begin{bmatrix} l_1 \ddot{\theta}_1 S_{24} - l_1 \dot{\theta}_1^2 C_{24} - l_2 ((\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 C_4 - (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) S_4) \\ l_1 \ddot{\theta}_1 C_{24} + l_1 \dot{\theta}_1^2 S_{24} + l_2 ((\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 S_4 - (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) C_4) \\ g \end{bmatrix} \quad (4.93)$$

$${}^2_0R f_2 = {}^2_3R({}^3_0R f_3) + m_2({}^2_0R a_2) \quad (4.94)$$

$${}^2_0R f_2 = \begin{bmatrix} (m_2 + m_3 + m_4) l_1 (\ddot{\theta}_1 S_2 - \dot{\theta}_1^2 C_2) - \left(\frac{m_2}{2} + m_3 + m_4\right) l_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \\ \left(\frac{m_2}{2} + m_3 + m_4\right) l_1 (\ddot{\theta}_1 C_2 + \dot{\theta}_1^2 S_2) + (m_2 + m_3 + m_4) l_2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) \\ (m_2 + m_3 + m_4) g \end{bmatrix} \quad (4.95)$$

$${}^1_0R f_1 = {}^1_2R({}^2_0R f_2) + m_1({}^1_0R a_1) \quad (4.96)$$

$${}^1_0R f_1 = \begin{bmatrix} -l_1 \dot{\theta}_1^2 \left(m_3 + m_4 + m_2 + \frac{m_1}{2}\right) - l_2 \left(\frac{m_2}{2} + m_3 + m_4\right) ((\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 C_2 + (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) S_2) \\ l_1 \ddot{\theta}_1 \left(m_3 + m_4 + m_2 + \frac{m_1}{2}\right) - l \left(\frac{m_2}{2} + m_3 + m_4\right) ((\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 S_2 + (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) C_2) \\ (m_1 + m_2 + m_3 + m_4) g \end{bmatrix}$$

Le moment appliqué aux chainons est calculé comme suit :

$${}^4_0R n_4 = {}^4_5R[({}^5_0R n_5) + ({}^5_0R p_4) \times ({}^5_0R f_5)] + (({}^4_0R p_4) + ({}^4_0R e_4)) \times m_4 {}^4_0R a_4 + j_4 ({}^4_0R \dot{\omega}_4) + [({}^4_0R \omega_4) \times j_4 ({}^4_0R \omega_4)] \quad (4.97)$$

Avec :

$$j_i = {}^i_0R I_i {}^0_iR \quad (4.98)$$

$$i = 1, 2, 3, 4 \quad (4.99)$$

$I_4 = 0$; Il est négligeable devant les moments d'inertie des autres chainons

$${}^4_0R n_4 = 0 \quad (4.100)$$

$${}^3_0R n_3 = {}^3_4R[({}^4_0R n_4) + ({}^4_0R p_3) \times ({}^4_0R f_4)] + (({}^3_0R p_3) + ({}^3_0R e_3)) \times m_3 {}^3_0R a_3 + j_3 ({}^3_0R \dot{\omega}_3) + [({}^3_0R \omega_3) \times j_3 ({}^3_0R \omega_3)] \quad (4.101)$$

$${}^3_0R n_3 = \begin{bmatrix} d_3 (m_2 + m_4) - \frac{l_3 m_3}{2} \times [l_1 \ddot{\theta}_1 C_2 + l_1 \dot{\theta}_1^2 S_2 + l_2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2)] \\ -l_1 \ddot{\theta}_1 S_2 + l_1 \dot{\theta}_1^2 C_2 + l_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.102)$$

$${}^2_0R n_2 = {}^2_3R [({}^2_0R n_3) + ({}^3_0R p_2) \times ({}^3_0R f_3)] + (({}^2_0R p_2) + ({}^2_0R e_2)) \times m_2 {}^2_0R a_2 + j_2 ({}^2_0R \dot{\omega}_2) + [({}^2_0R \omega_2) \times j_2 ({}^2_0R \omega_2)] \quad (4.103)$$

$${}^2_0R n_2 = \begin{bmatrix} \left(d_2(m_3 + m_4) + d_3(m_3 + m_4) - \frac{l_3 m_3}{2} \right) \left(l_1 \ddot{\theta}_1 C_2 + l_1 \dot{\theta}_1^2 S_2 + l_2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) \right) \\ \left(d_2(m_3 + m_4) + d_3(m_3 + m_4) - \frac{l_3 m_3}{2} \right) - l_1 \ddot{\theta}_1 S_2 + l_1 \dot{\theta}_1^2 C_2 + l_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 - l_2 g Q \\ l_2 Q \left(l_1 \ddot{\theta}_1 C_2 + l_1 \dot{\theta}_1^2 S_2 \right) + l_2^2 Q (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) \end{bmatrix}$$

Avec :

$$Q = \left(\frac{m_2}{2} + m_3 + m_4 \right) \quad (4.104)$$

$${}^1_0R n_1 = {}^1_2R [({}^1_0R n_2) + ({}^2_0R p_1) \times ({}^2_0R f_2)] + (({}^1_0R p_1) + ({}^1_0R e_1)) \times m_1 {}^1_0R a_1 + j_1 ({}^1_0R \dot{\omega}_1) + [({}^1_0R \omega_1) \times j_1 ({}^1_0R \omega_1)] \quad (4.105)$$

$${}^1_0R n_1 = \begin{bmatrix} \beta \left(l_1 \ddot{\theta}_1 + l_2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) C_2 - l_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 S_2 + l_2 g Q S_2 \right) \\ \beta \left(l_1 \dot{\theta}_1^2 + l_2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) S_2 - l_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 C_2 + l_2 g \left(\gamma + Q C_2 + \frac{m_1}{2} \right) \right) \\ \left(l_1^2 \left(\gamma + \frac{m_1}{3} \right) + l_2^2 Q + 2l_1 l_2 C_2 Q \right) \ddot{\theta}_1 + (l_2^2 \Lambda + l_1 l_2 C_2 Q) \ddot{\theta}_2 - l_1 l_2 S_2 Q \dot{\theta}_2 (2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \end{bmatrix} \quad (4.106)$$

Avec :

$$\beta = \left(d_2(m_3 + m_4) + d_3(m_3 + m_4) - \frac{l_3 m_3}{2} \right) \quad (4.107)$$

$$\gamma = m_2 + m_3 + m_4 \quad (4.108)$$

$$\Lambda = \left(\frac{m_2}{3} + m_3 + m_4 \right) \quad (4.109)$$

Donc le couple du premier chainon est :

$$\Gamma_1 = [{}^1_0R n_1] ({}^1_0R Z_0) \quad (4.110)$$

$$\Gamma_1 = \left(l_1^2 \left(\gamma + \frac{m_1}{3} \right) + l_2^2 Q + 2l_1 l_2 C_2 Q \right) \ddot{\theta}_1 + (l_2^2 \Lambda + l_1 l_2 C_2 Q) \ddot{\theta}_2 - l_1 l_2 S_2 Q \dot{\theta}_2 (2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)$$

Couple du deuxième chainon est :

$$\Gamma_2 = [{}^2_0R \ n_2]({}^2_1R \ Z_0) \quad (4.111)$$

$$\Gamma_2 = (l_1 l_2 Q C_2 + l_2^2 \Lambda \ddot{\theta}_2 + l_1 l_2 Q S_2 \dot{\theta}_1^2) \quad (4.112)$$

La force appliquée au troisième chainon est :

$$F_3 = [{}^3_0R \ n_3]({}^3_2R \ Z_0) \quad (4.113)$$

$$F_3 = (m_3 + m_4)g \quad (4.114)$$

5.6 Conclusion

Dans ce chapitre on a utilisé deux méthodes différentes ; la méthode de la mécanique classique et de Newton-Euler pour le calcul des couples des articulations de notre robot pour les deux cas distincts.

La configuration de notre robot montre qu'il n'y a pas un couplage entre le deuxième chainon et le troisième pour ça on peut ajouter la masse effective du troisième chainon au deuxième pendant la détermination des couples.

CHAPITRE 05

GENERATION DE LA TRAJECTOIRE ET APPLICATIONS

5.1 Introduction

Pour effectuer une tâche dans l'espace opérationnel (figure (5.1)), il est nécessaire d'effectuer une trajectoire à l'intérieur de l'espace de travail.

Du point de vue du manipulateur, ceci revient à définir l'évolution temporelle de la matrice de transformation homogène qui repère le poignet par rapport à la base des robots, [56, 58,59 et 60].

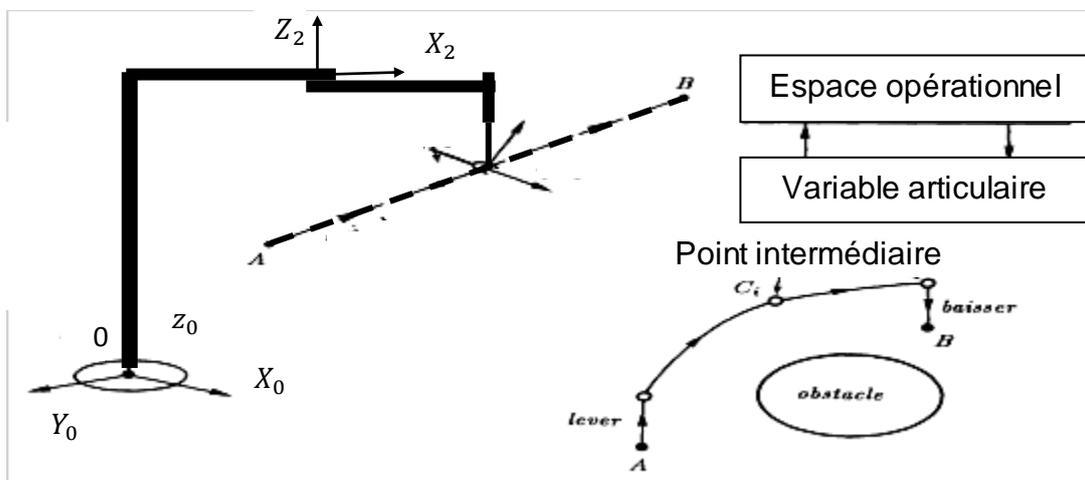


Figure 5. 1 Génération de la trajectoire

Nous allons mettre en évidence plusieurs méthodes pour planifier une trajectoire.

5.2 Génération en variables articulaires :

Soit une trajectoire reliant les points extrêmes A et B en passant par les points C_i (figure 5.1). Une fois ces points convertis dans l'espace des variables d'articulations, il faut relier les valeurs de chaque variable articulaire par une fonction adéquate, [55, 56, 60 et 61].

5.2.1. Trajectoire cubique

Commençons par le cas le plus simple d'une trajectoire définie seulement par ses extrémités A et B (voir figure 5. 2).

Chacune des variables d'articulations est alors soumise à quatre contraintes : $(\theta_A, \dot{\theta}_A), (\theta_B, \dot{\theta}_B)$ Les vitesses d'extrémités seront nulles si le manipulateur démarre et arrive au repos.

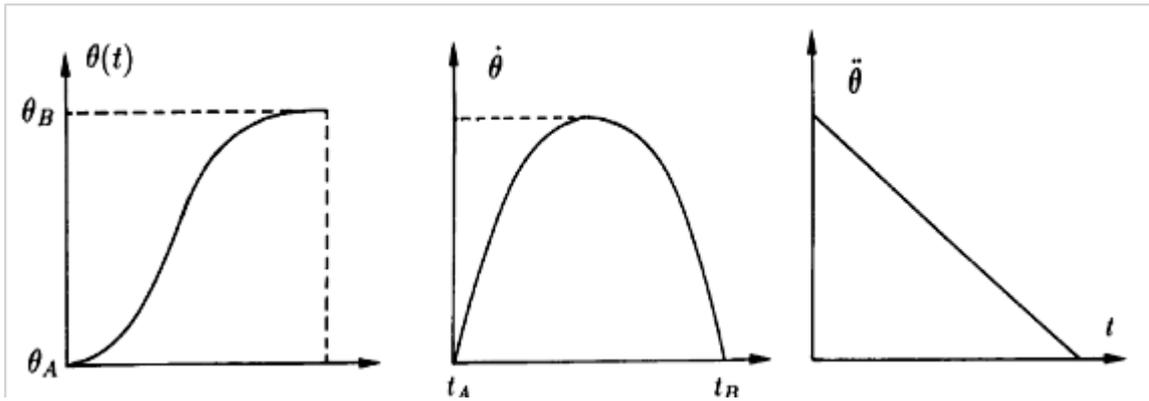


Figure 5.2 : Trajectoires cubiques. Variables articulaires, vitesses, accélérations.

Le polynôme de degré minimum satisfaisant ces quatre contraintes est du troisième degré :

5.2.2 Polynôme de degré n

Le nombre des conditions détermine le degré d'un polynôme, en général le polynôme $q = q(t)$ est de degré n et de $n + 1$ conditions

$$q(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 \dots + a_n t^n \quad (5.1)$$

On distingue deux types de conditions :

- La trajectoire doit passer par tous les points spécifiés.
- Position, vitesse, accélération, et jerk entre deux points seront nulles si le manipulateur démarre et arrive au repos.

5.2.3 Polynôme de degré trois (spline cubique)

Il possède quatre variables qui doivent satisfaire les conditions aux limites (initiales et finales) sont :

$$\begin{aligned} q(t_0) &= q_0 & \dot{q}(t_0) &= \dot{q}_0 \\ q(t_f) &= q_f & \dot{q}(t_f) &= \dot{q}_f \end{aligned} \quad (5.2)$$

Le polynôme $q(t)$ d'après (5.2) génère quatre équations

$$q(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 \quad (5.3)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & t_0 & t_0^2 & t_0^3 \\ 0 & 1 & 2t_0 & 3t_0^2 \\ 1 & t_f & t_f^2 & t_f^3 \\ 0 & 1 & 2t_f & 3t_f^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_0 \\ \dot{q}_0 \\ q_f \\ \dot{q}_f \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

5.2.4 Trajectoire cubique à vitesse constante au milieu

On exige une vitesse $\dot{q} = \dot{q}_c$ constante au milieu de la trajectoire pour que :

$$\begin{cases} t_1 \leq t \leq t_2 \\ t_0 \leq t_1 \leq t_2 \leq t_f \end{cases} \quad (5.5)$$

Les conditions aux limites sont :

$$\begin{aligned} q(t_0) &= q_0 & \dot{q}(t_0) &= \dot{q}_0 \\ \dot{q}(t) &= \dot{q}_c & t_1 \leq t \leq t_2 \\ q(t_f) &= q_f & \dot{q}(t_f) &= \dot{q}_f \end{aligned} \quad (5.6)$$

La trajectoire possède trois phases: phase de début, vitesse constante et phase finale.

➤ Pour $t_0 \leq t \leq t_1$

Les conditions aux limites sont :

$$q_1(0) = q_0 \quad \dot{q}_1(0) = 0 \quad \dot{q}_1(t_1) = \dot{q}_c \quad (5.7)$$

L'équation adéquate aux trois conditions est de degré deux :

$$q_1(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 \quad (5.8)$$

$$\dot{q}_1(t) = a_1 + 2a_2 t$$

On remplace (5.7) dans (5.8), on tire

$$q_0 = a_0 \quad 0 = a_1 \quad \dot{q}_c = 2a_2 t_1 \quad (5.9)$$

On remplace (5.10) dans (5.8) on obtient :

$$q_1(t) = q_0 + \frac{\dot{q}_c}{2t_1} t^2 \quad (5.10)$$

➤ Pour $t_1 \leq t \leq t_2$

Au milieu la vitesse est supposé constante

$$\dot{q}_2(t) = \dot{q}_c \quad (5.11)$$

$$q_2(t) = \dot{q}_c t + C1 \quad (5.12)$$

Détermine la constante C1

$$t = t_1$$

$$q_0 + \frac{\dot{q}_c}{2t_1} t_1^2 = \dot{q}_c t_1 + C1 \quad (5.13)$$

$$C1 = q_0 - \frac{\dot{q}_c}{2t_1} t_1 \quad (5.14)$$

On remplace (5.14) dans (5.12) on tire

$$q_2(t) = \dot{q}_c t + q_0 - \frac{\dot{q}_c}{2t_1} t_1 \quad (5.15)$$

➤ Pour $t_2 \leq t \leq t_f$

Les conditions aux limites sont :

$$q_3(t_f) = q_f$$

$$\dot{q}_3(t_f) = 0$$

$$q_3(t_2) = q_2(t_2) = q_2 = \dot{q}_c t_2 + q_0 - \frac{\dot{q}_c}{2t_1} t_1 \quad (5.16)$$

$$\dot{q}(t_2) = \dot{q}_2(t_2) = \dot{q}_c$$

L'équation adéquate à quatre conditions est de degré trois

$$q_3(t) = b_0 + b_1 t + b_2 t^2 + b_3 t^3 \quad (5.17)$$

$$\dot{q}_3(t) = b_1 + 2b_2 t + 3b_3 t^2 \quad (5.18)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & t_f & t_f^2 & t_f^3 \\ 0 & 1 & 2t_f & 3t_f^2 \\ 1 & t_0 & t_0^2 & t_0^3 \\ 0 & 1 & 2t_0 & 3t_0^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_f \\ 0 \\ \dot{q}_c t_2 + q_0 - \frac{1}{2} t_1 \dot{q}_c \\ \dot{q}_c \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

5.2.5 Trajectoire cubique à accélération constante

La trajectoire possède deux accélérations (a_c) positive et négative

$$|\ddot{q}(t_0)| = a_c \quad (5.20)$$

➤ Pour $0 \leq t \leq \frac{1}{2} t_f$

a_c : Positive

Les conditions aux limites sont :

$$q_1(0) = q_0 \quad \dot{q}_1(0) = 0 \quad (5.21)$$

Donc :

$$\dot{q}_1(t_0) = a_c t \quad (5.22)$$

$$q_1(t_0) = \frac{1}{2} a_c t^2 + q_0 \quad (5.23)$$

➤ Pour $\frac{1}{2} t_f \leq t \leq t_f$

Les conditions aux limites sont :

$$q_2(t_f) = q_f \quad \dot{q}_2(t_f) = 0 \quad q_1\left(\frac{t_f}{2}\right) = q_2\left(\frac{t_f}{2}\right) = \frac{1}{8} a_c t_f^2 + q_0 \quad (5.24)$$

Donc :

$$q_2(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 \quad (5.25)$$

On obtient :

$$\begin{bmatrix} 1 & t_f & t_f^2 \\ 0 & 1 & 2t_f \\ 1 & t_0 & t_0^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_f \\ 0 \\ q_0 + \frac{1}{8} a_c t_f^2 \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

5.2.6 Trajectoire des points séquencés

Les conditions aux limites sont :

$$\begin{aligned}
 q(t_0) &= q_0 & \dot{q}(t_0) &= 0 & \ddot{q}(t_0) &= 0 \\
 q(t_1) &= q_1 \\
 q(t_2) &= q_2 \\
 q(t_3) &= q_3 & \dot{q}(t_3) &= 0 & \ddot{q}(t_3) &= 0
 \end{aligned} \tag{5.27}$$

Un polynôme de degré sept peut satisfaire les neuf conditions (5.27).

$$\begin{bmatrix}
 1 & t_0 & t_0^2 & t_0^3 & t_0^4 & t_0^5 & t_0^6 & t_0^7 \\
 0 & 1 & 2t_0 & 3t_0^2 & 4t_0^3 & 5t_0^4 & 6t_0^5 & 7t_0^6 \\
 0 & 0 & 2 & 6t_0 & 12t_0^2 & 20t_0^3 & 30t_0^4 & 42t_0^5 \\
 1 & t_1 & t_1^2 & t_1^3 & t_1^4 & t_1^5 & t_1^6 & t_1^7 \\
 1 & t_2 & t_2^2 & t_2^3 & t_2^4 & t_2^5 & t_2^6 & t_2^7 \\
 1 & t_3 & t_3^2 & t_3^3 & t_3^4 & t_3^5 & t_3^6 & t_3^7 \\
 0 & 1 & 2t_3 & 3t_3^2 & 4t_3^3 & 5t_3^4 & 6t_3^5 & 7t_3^6 \\
 0 & 0 & 2 & 6t_3 & 12t_3^2 & 20t_3^3 & 30t_3^4 & 42t_3^5
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 a_0 \\
 a_1 \\
 a_2 \\
 a_3 \\
 a_4 \\
 a_5 \\
 a_6 \\
 a_7
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 q_0 \\
 0 \\
 0 \\
 q_1 \\
 q_2 \\
 q_3 \\
 0 \\
 0
 \end{bmatrix} \tag{5.28}$$

5.2.7 Polynôme de degré cinq (quintic path)

- Les conditions aux limites sont :

$$\begin{aligned}
 q(t_0) &= q_0 & \dot{q}(t_0) &= \dot{q}_0 & \ddot{q}(t_0) &= \ddot{q}_0 \\
 q(t_f) &= q_f & \dot{q}(t_f) &= \dot{q}_f & \ddot{q}(t_f) &= \ddot{q}_f
 \end{aligned} \tag{5.29}$$

Le polynôme de degré cinq doit satisfaire les six conditions (5.29)

$$q(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + a_5 t^5 \tag{5.30}$$

$$\begin{bmatrix}
 1 & t_0 & t_0^2 & t_0^3 & t_0^4 & t_0^5 \\
 0 & 1 & 2t_0 & 3t_0^2 & 4t_0^3 & 5t_0^4 \\
 0 & 0 & 2 & 6t_0 & 12t_0^2 & 20t_0^3 \\
 1 & t_f & t_f^2 & t_f^3 & t_f^4 & t_f^5 \\
 0 & 1 & 2t_f & 3t_f^2 & 4t_f^3 & 5t_f^4 \\
 0 & 0 & 2 & 6t_f & 12t_f^2 & 20t_f^3
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 a_0 \\
 a_1 \\
 a_2 \\
 a_3 \\
 a_4 \\
 a_5
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 q_0 \\
 \dot{q}_0 \\
 \ddot{q}_0 \\
 q_f \\
 \dot{q}_f \\
 \ddot{q}_f
 \end{bmatrix} \tag{5.31}$$

5.2.8 Polynôme de degré sept

Il possède huit conditions aux limites qui sont :

$$\begin{aligned} q(t_0) = q_0 \quad \dot{q}(t_0) = \dot{q}_0 \quad \ddot{q}(t_0) = \ddot{q}_0 \quad \ddot{\ddot{q}}(t_0) = \ddot{\ddot{q}}_0 \\ q(t_f) = q_f \quad \dot{q}(t_f) = \dot{q}_f \quad \ddot{q}(t_f) = \ddot{q}_f \quad \ddot{\ddot{q}}(t_f) = \ddot{\ddot{q}}_f \end{aligned} \quad (5.32)$$

Le polynôme de degré sept doit satisfaire les huit conditions (5.32)

$$q(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + a_5 t^5 + a_6 t^6 + a_7 t^7 \quad (5.33)$$

Sous forme matriciel

$$\begin{bmatrix} 1 & t_0 & t_0^2 & t_0^3 & t_0^4 & t_0^5 & t_0^6 & t_0^7 \\ 0 & 1 & 2t_0 & 3t_0^2 & 4t_0^3 & 5t_0^4 & 6t_0^5 & 7t_0^6 \\ 0 & 0 & 2 & 6t_0 & 12t_0^2 & 20t_0^3 & 30t_0^4 & 42t_0^5 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 24t_0 & 60t_0^2 & 120t_0^3 & 210t_0^4 \\ 1 & t_f & t_f^2 & t_f^3 & t_f^4 & t_f^5 & t_f^6 & t_f^7 \\ 0 & 1 & 2t_f & 3t_f^2 & 4t_f^3 & 5t_f^4 & 6t_f^5 & 7t_f^6 \\ 0 & 0 & 2 & 6t_f & 12t_f^2 & 20t_f^3 & 30t_f^4 & 42t_f^5 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 24t_f & 60t_f^2 & 120t_f^3 & 210t_f^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_0 \\ \dot{q}_0 \\ \ddot{q}_0 \\ \ddot{\ddot{q}}_0 \\ q_f \\ \dot{q}_f \\ \ddot{q}_f \\ \ddot{\ddot{q}}_f \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

5.3 Applications

5.3.1 Polynôme de degré trois

➤ **Pour $0 \leq t \leq 0.5$**

- Les conditions aux limites du premier chaînon sont :

$$\begin{aligned} \theta_1(0) = 30^\circ \quad \dot{\theta}_1(0) = 0 \\ \theta_1(0.5) = 50^\circ \quad \dot{\theta}_1(0.5) = 0 \end{aligned} \quad (5.35)$$

On remplace ((5.35) dans (5.19) et à l'aide d'un programme établi par Matlab (voir appendice (B)), on obtient :

$$\theta_1(t) = 30 + 240t^2 - 320t^3 \quad (5.36)$$

- Les conditions aux limites du deuxième chaînon sont :

$$\begin{aligned} \theta_2(0) &= 10^\circ & \dot{\theta}_2(0) &= 0 \\ \theta_2(0.5) &= 45^\circ & \dot{\theta}_2(0.5) &= 0 \end{aligned} \quad (5.37)$$

On remplace (5.37) dans (5.19) et à l'aide d'un programme établi par Matlab (voir appendice (B)), on obtient :

$$\theta_2(t) = 10 + 420t^2 - 560t^3 \quad (5.38)$$

Les graphes des déplacements, vitesses et accélérations du premier chaînon:

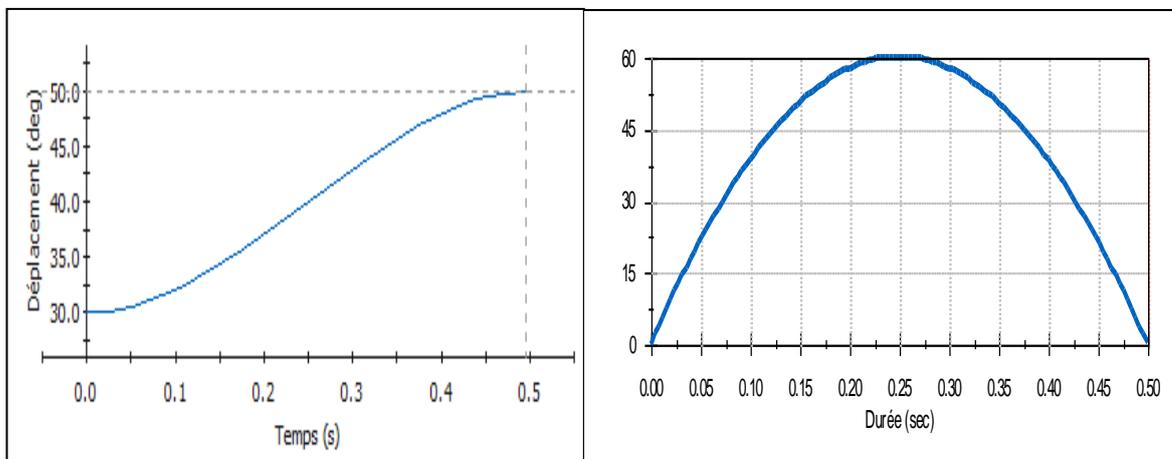


Figure 5.3: a) Variations des déplacements, b) Vitesses du premier chaînon, par Solidworks $0 \leq t \leq 0.5$.

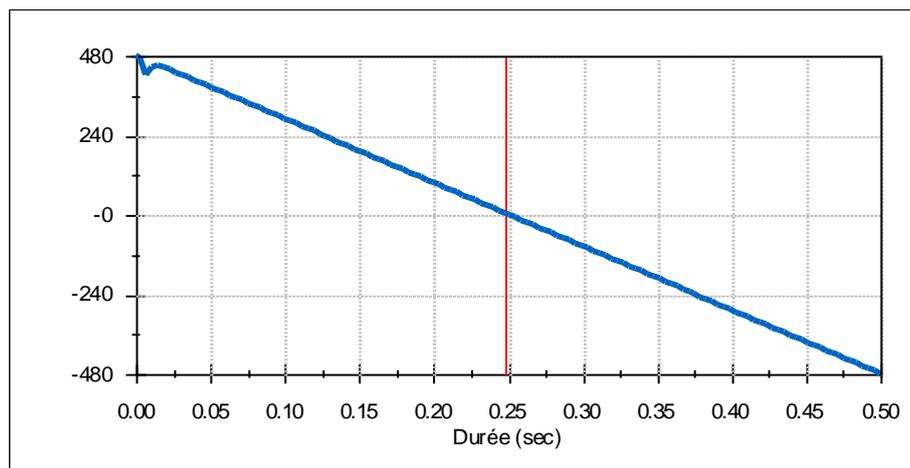


Figure 5.4 : Accélérations angulaires d'un polynôme de degré trois du premier chaînon par Solidworks $0 \leq t \leq 0.5$.

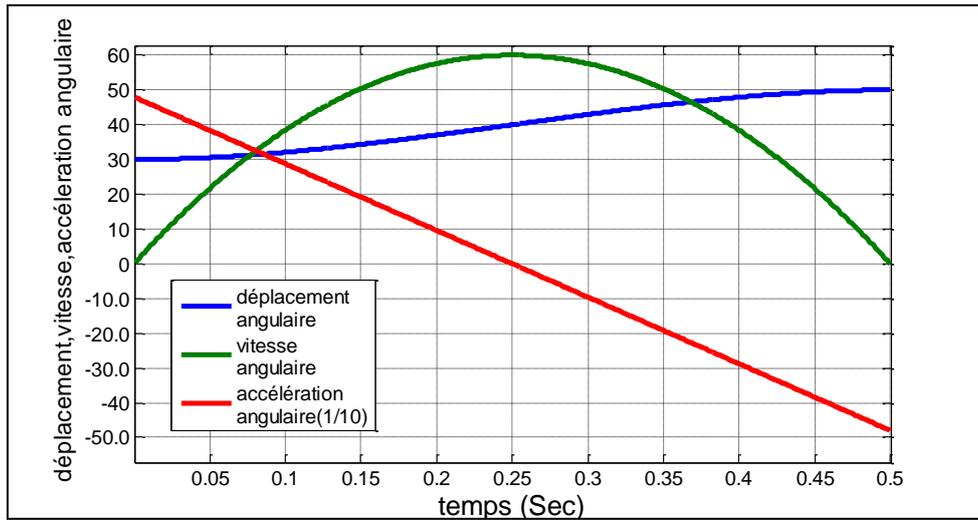


Figure 5.5: Variations des déplacements, des vitesses, d'accélérations angulaires pour $0 \leq t \leq 0.5$ du premier chainon, par Matlab.

Déplacement, vitesse, accélération de deuxième chainon:

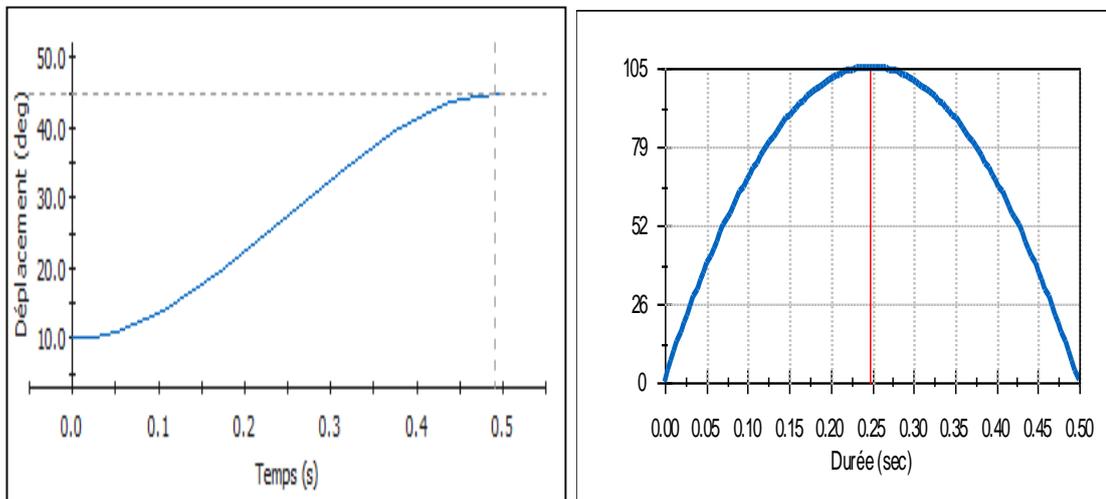


Figure 5.6 : a) Variations des déplacements, b) Vitesses de deuxième chainon, par Solidworks $0 \leq t \leq 0.5$.

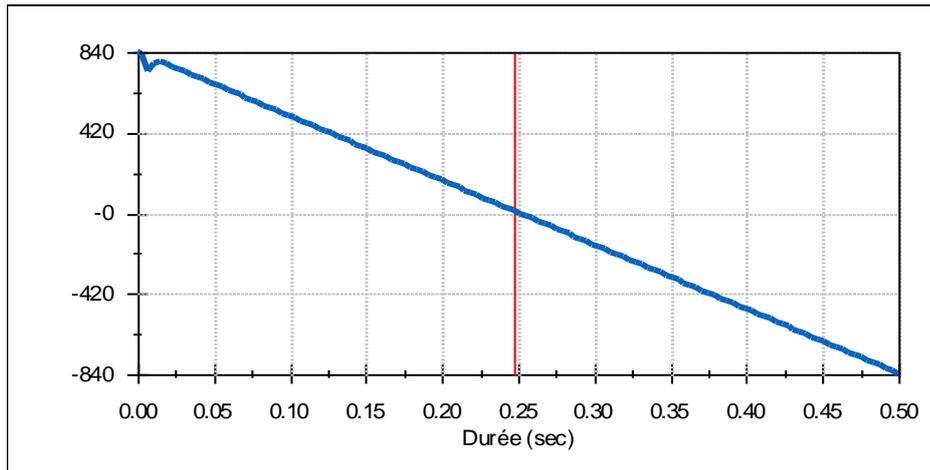


Figure 5.7: Accélérations angulaires d'un polynôme de troisième degré de deuxième chaînon par Solidworks $0 \leq t \leq 0.5$.

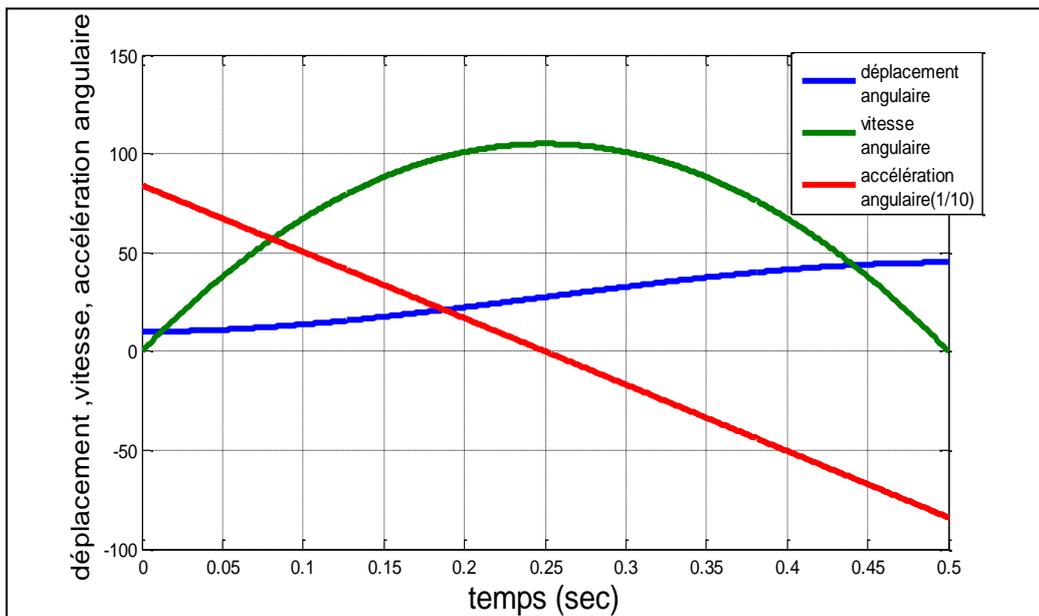


Figure 5.8 : Variations des déplacements, des vitesses, d'accélération angulaire pour $0 \leq t \leq 0.5$ de deuxième chaînon, par Matlab.

A l'aide de Solidworks, on obtient la trajectoire du mouvement sur le crane.

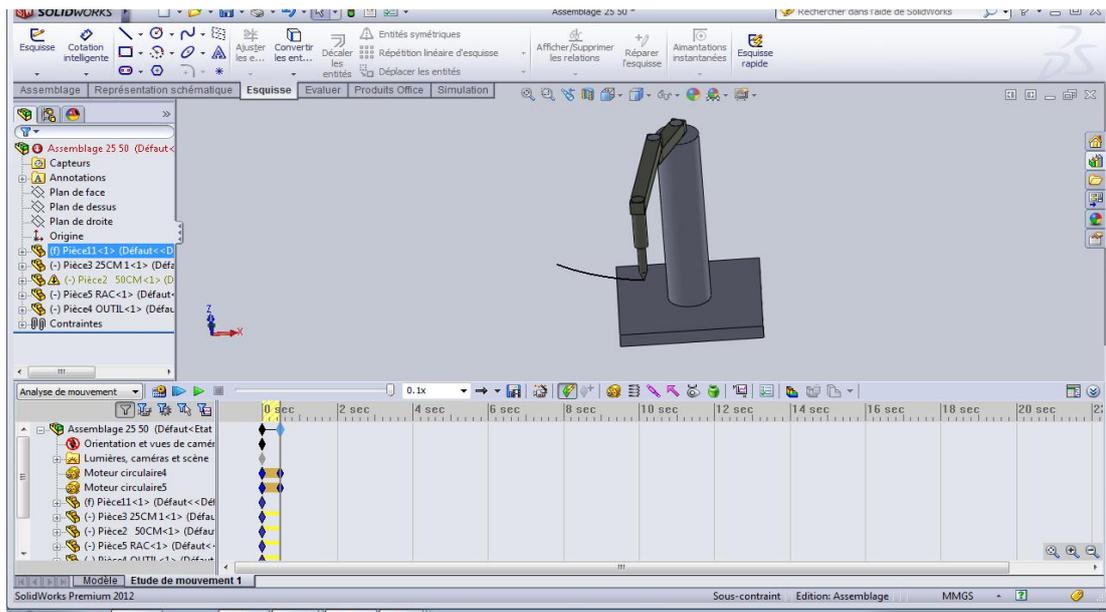


Figure 5.9 : Trajectoire des mouvements par solidworks.

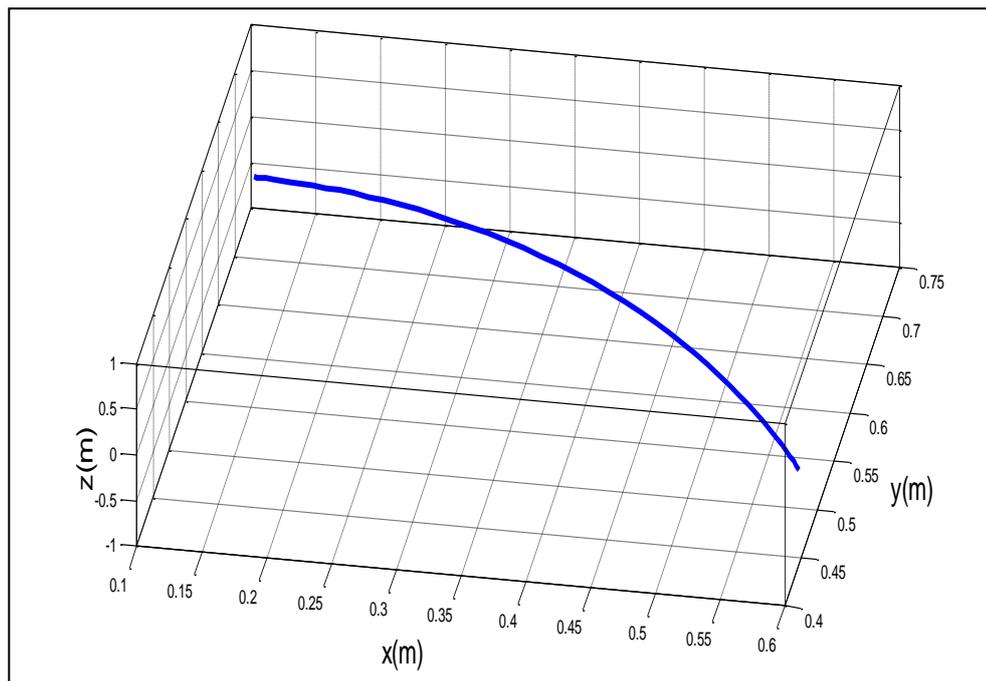


Figure 5. 10 : Trajectoire des mouvements par Matlab.

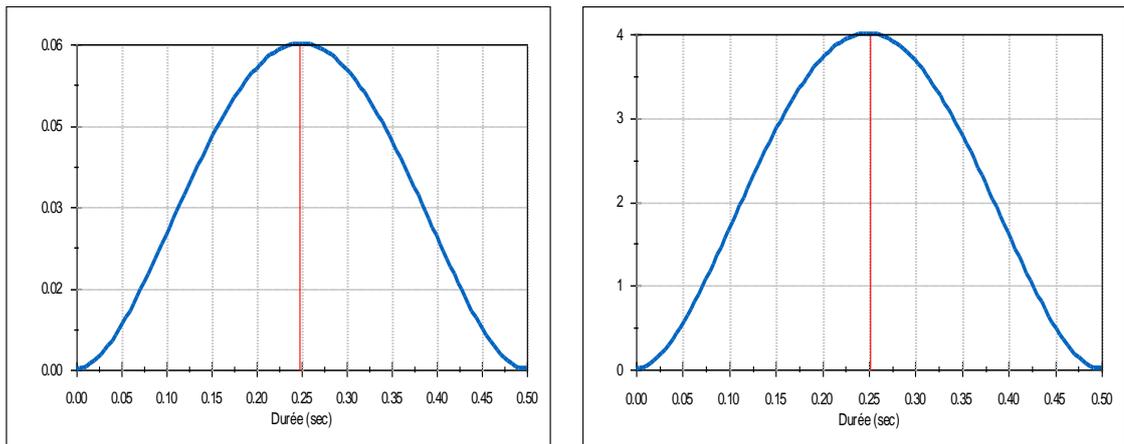


Figure 5.11 : Energies cinétiques totales des chainons 1 et 2.

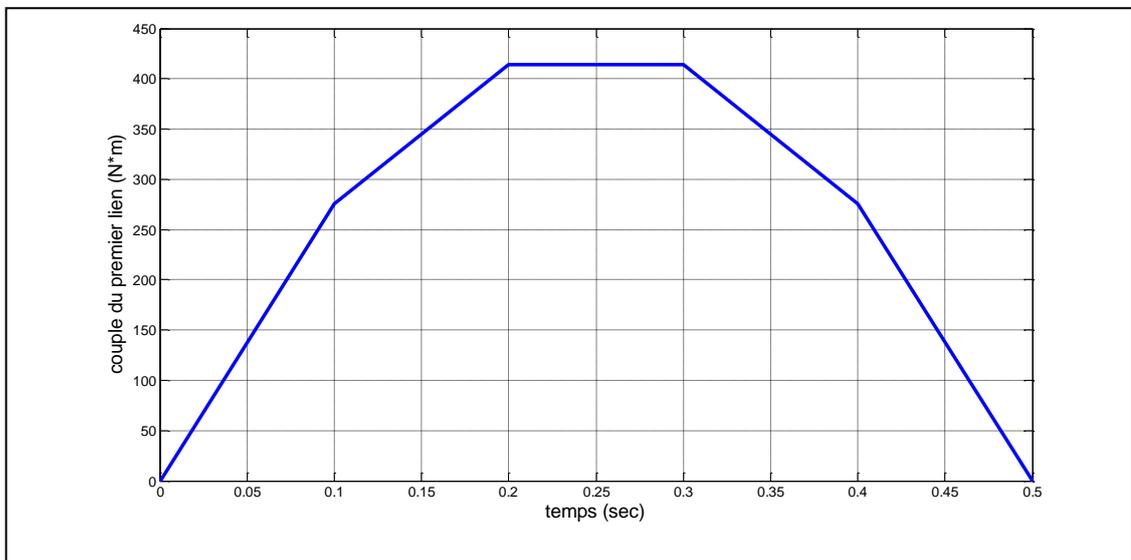


Figure 5.12 : couple de 1^{ère} articulation.

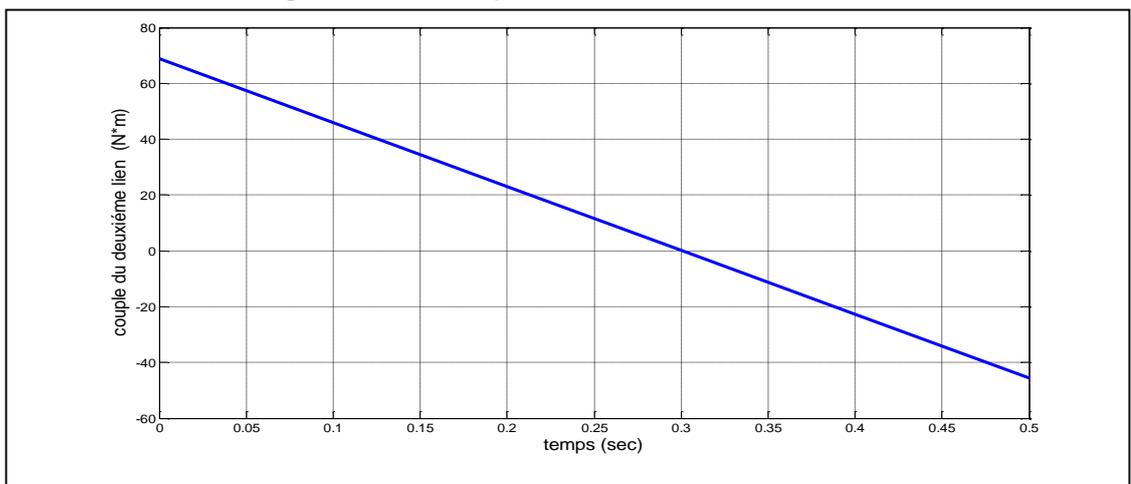


Figure 5.13 : couple de 2^{ème} articulation.

➤ **Pour $0 \leq t \leq 1$**

- Les conditions aux limites du premier chainon sont :

$$\begin{aligned} \theta_1(0) &= 30^\circ & \dot{\theta}_1(0) &= 0 \\ \theta_1(1) &= 50^\circ & \dot{\theta}_1(1) &= 0 \end{aligned} \quad (5.39)$$

On remplace ((5.39) dans (5.19) et à l'aide d'un programme établi par Matlab (voir appendice (B)), on obtient :

$$\theta_1(t) = 30 + 6t^2 - 40t^3 \quad (5.40)$$

- Les conditions aux limites du deuxième chainon sont :

$$\begin{aligned} \theta_2(0) &= 10^\circ & \dot{\theta}_2(0) &= 0 \\ \theta_2(1) &= 45^\circ & \dot{\theta}_2(1) &= 0 \end{aligned} \quad (5.41)$$

On remplace (5.41) dans (5.19) et a l'aide d'un programme établi par Matlab (voir appendice (B)), on obtient :

$$\theta_2(t) = 10 + 105t^2 - 70t^3 \quad (5.42)$$

Les graphes des déplacements, vitesses et accélérations du premier chainon

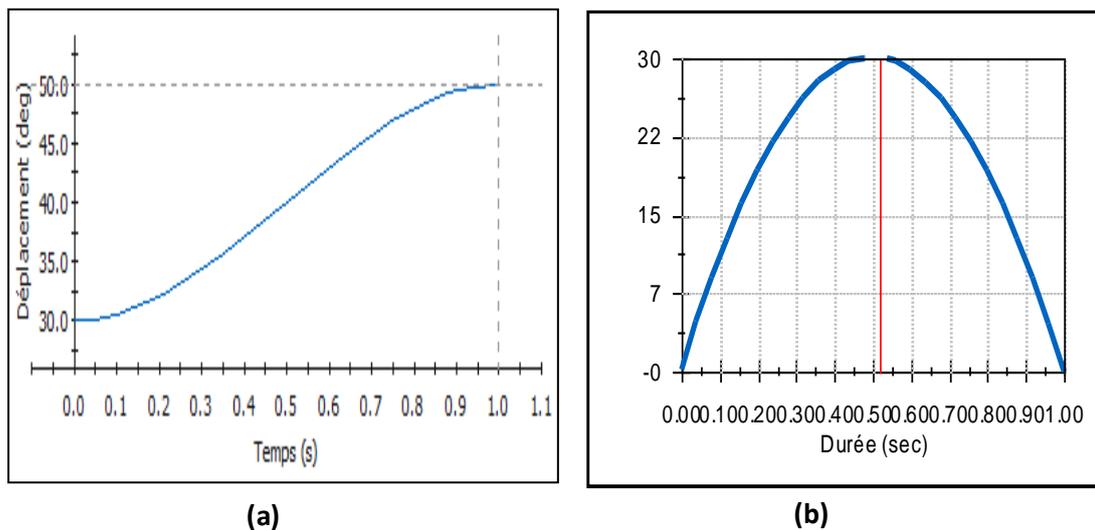


Figure 5.14 : Variations : **a)** déplacements angulaires, **b)** vitesses angulaires de premier chainon.

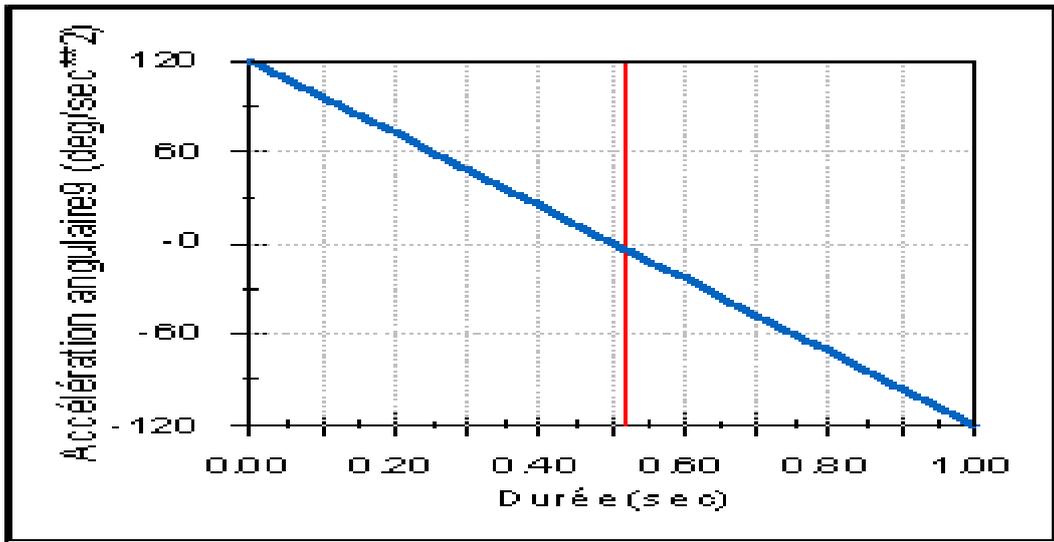


Figure 5.15 : Variations d'accélérations angulaires.

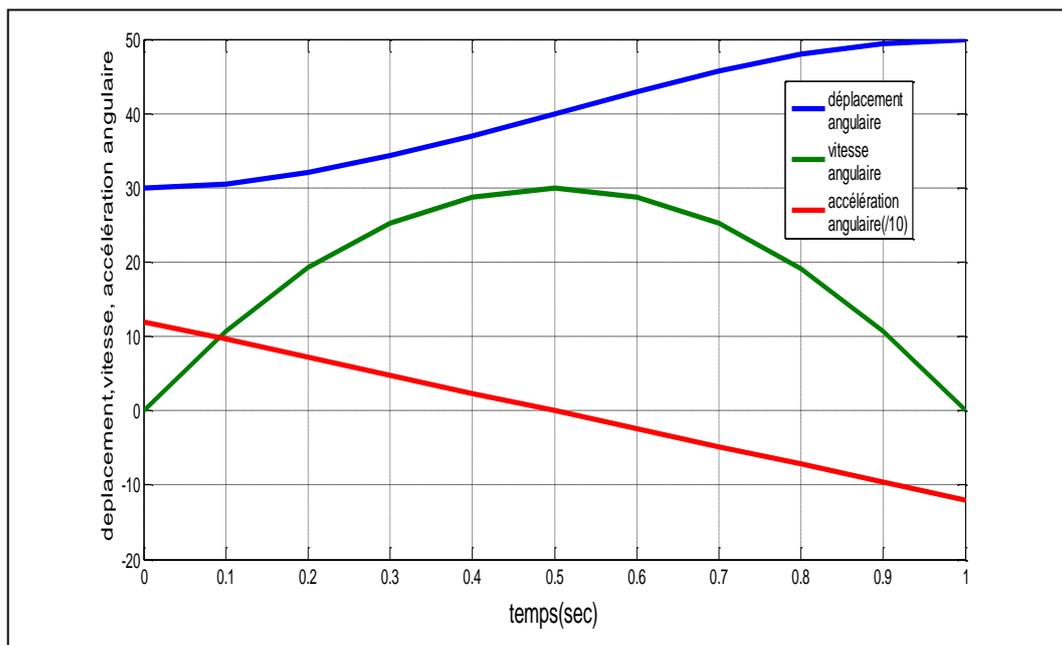


Figure 5.16 : Les courbes de variation des déplacements, des vitesses, et des accélérations angulaires par Matlab.

Les graphes des déplacements, vitesses et accélérations du deuxième chaînon

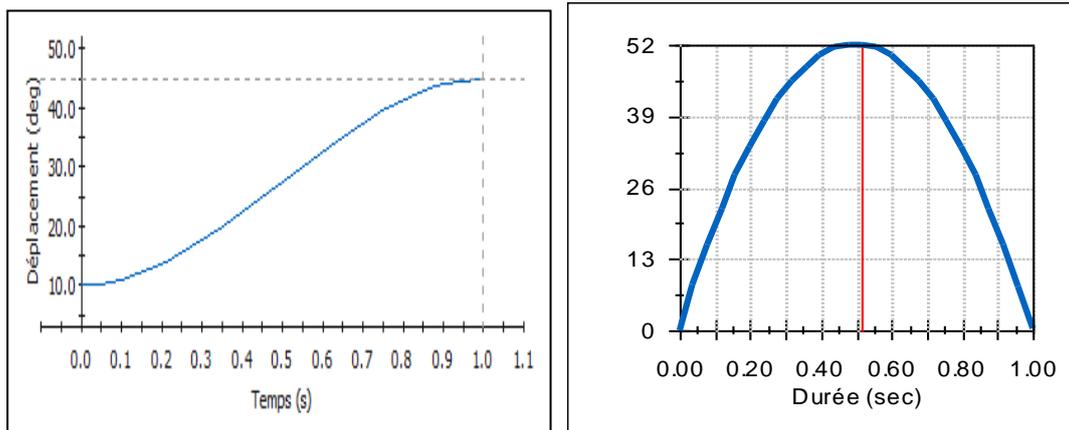


Figure 5.17 : Variation de la vitesse et d'accélération angulaire du deuxième chaînon.

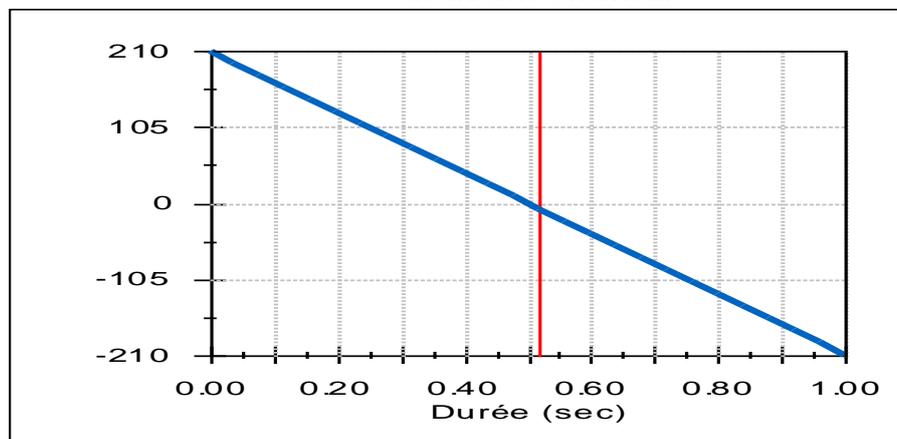


Figure 5.18 : Variations des accélérations angulaires du deuxième chaînon.

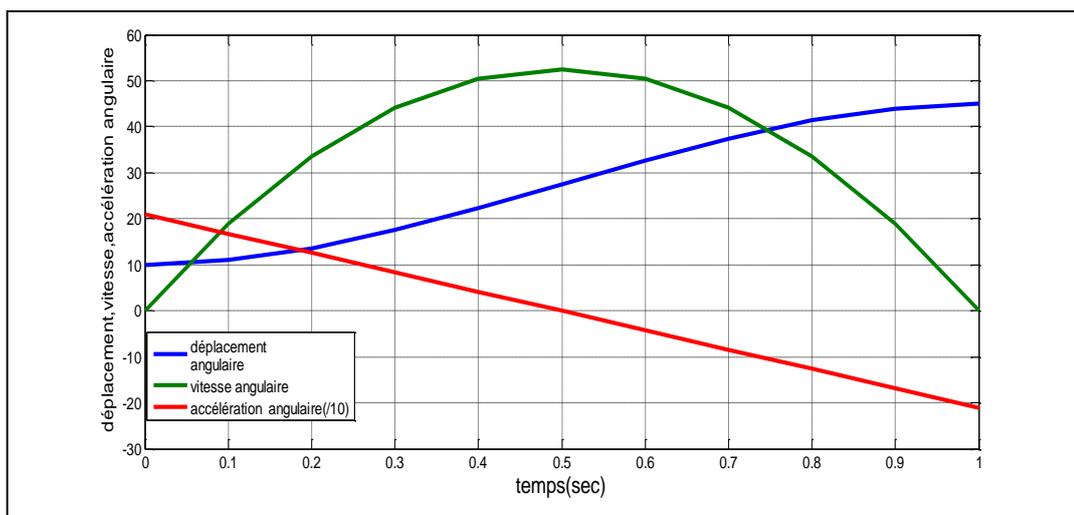


Figure 5.19 : Variations des déplacements, des vitesses et d'accélérations angulaires du deuxième chaînon par Matlab.

A l'aide de Solidworks, on tire la trajectoire du mouvement sur le crane.

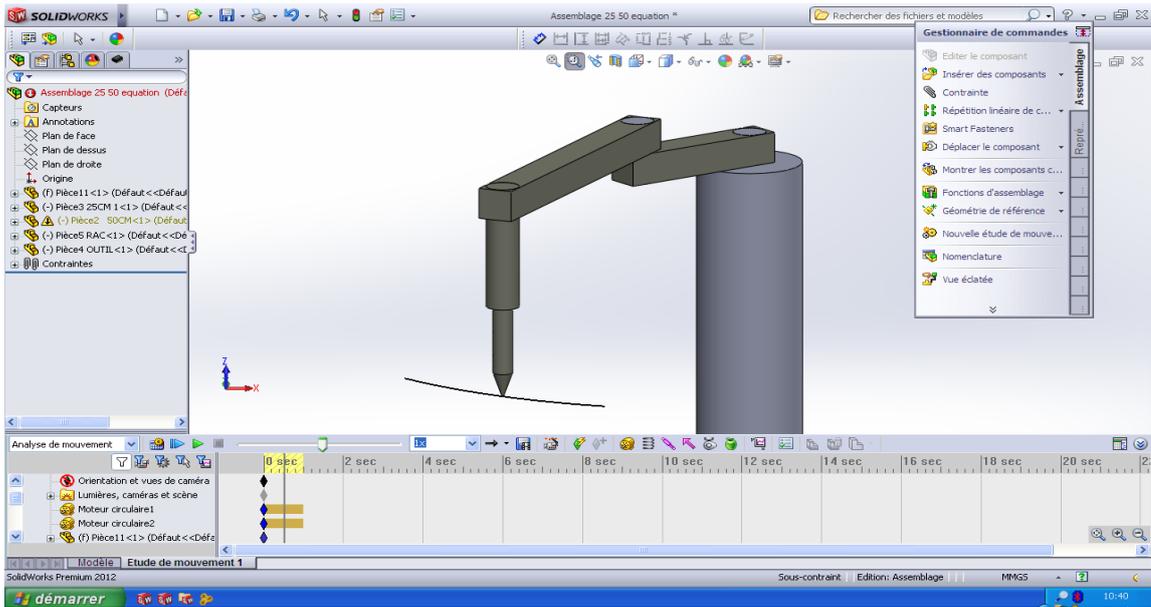


Figure 5.20 : Trajectoire des mouvements par solidworks.

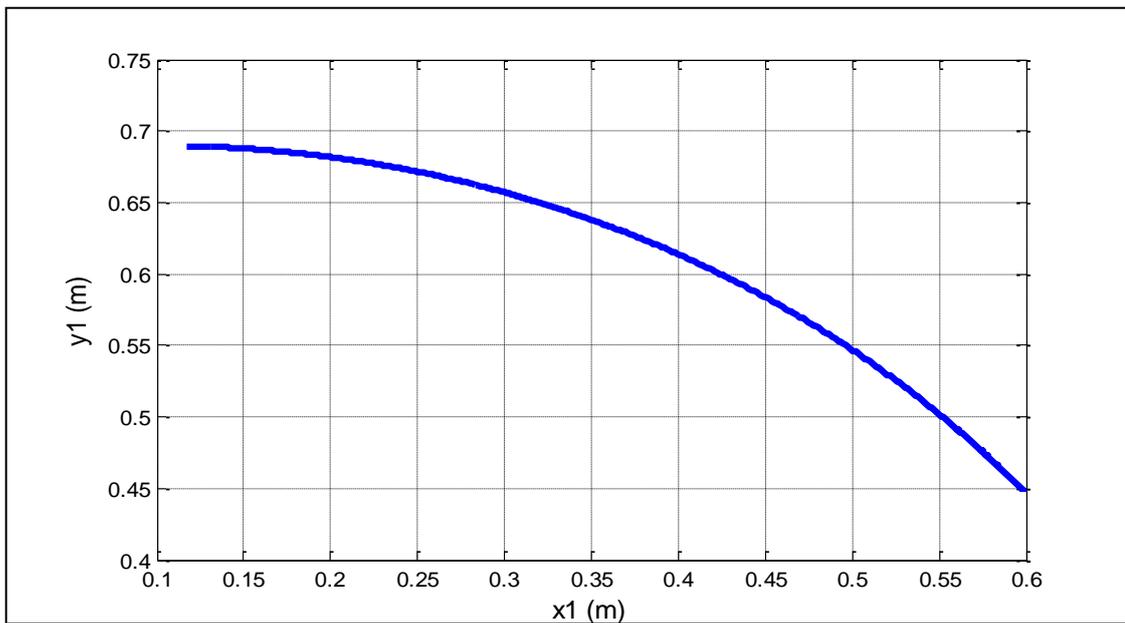


Figure 5. 21 : Trajectoire des mouvements par Matlab.

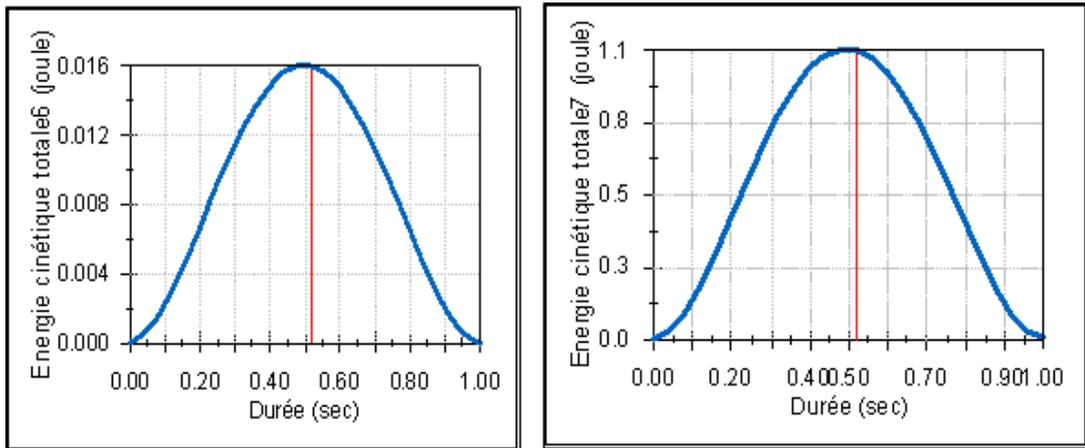


Figure 5.22 : Energies cinétiques totales des chainons 1 et 2.

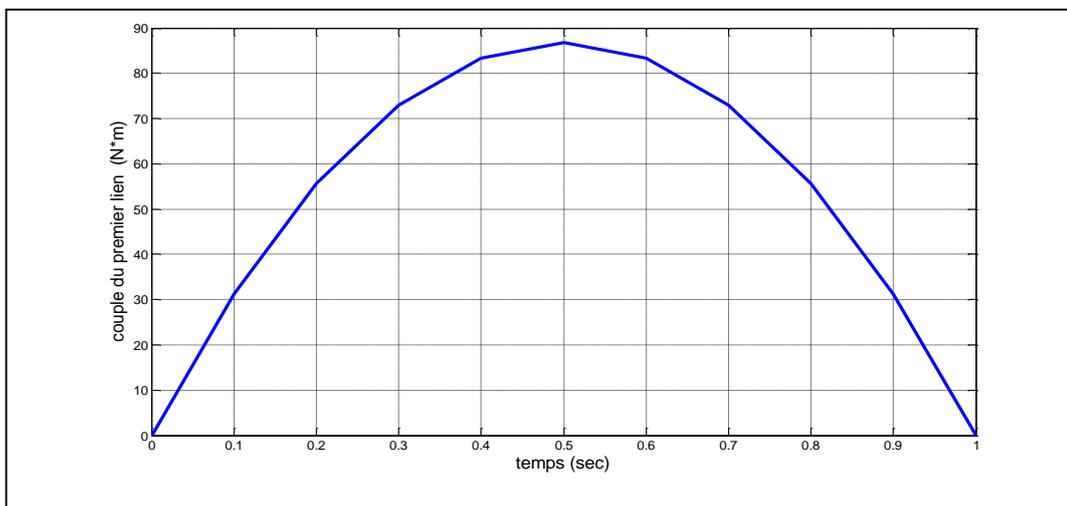


Figure 5.23 : Couple de la première articulation.

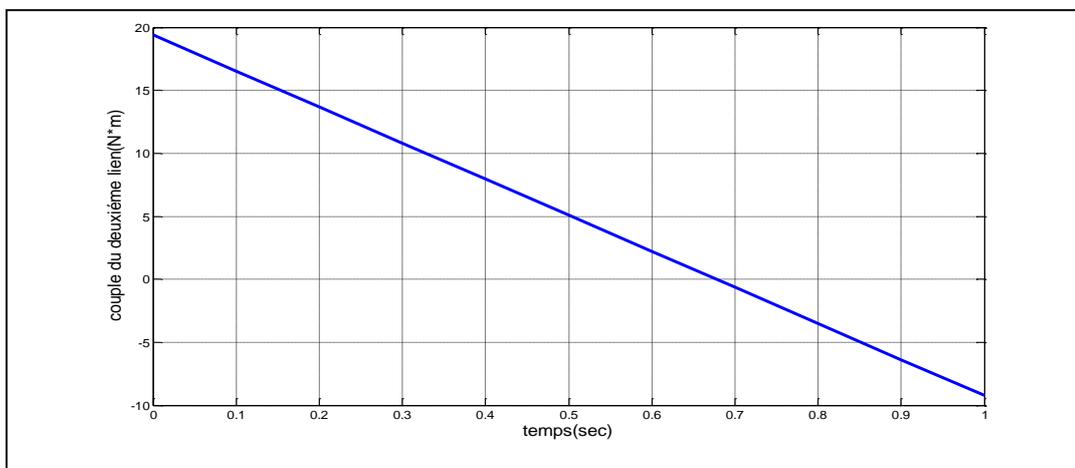


Figure 5.24 : Couple de la deuxième articulation.

➤ **Pour $0 \leq t \leq 1.5$**

- Les conditions aux limites du premier chainon sont :

$$\begin{aligned} \theta_1(0) &= 30^\circ & \dot{\theta}_1(0) &= 0 \\ \theta_1(1.5) &= 50^\circ & \dot{\theta}_1(1.5) &= 0 \end{aligned} \quad (5.43)$$

On remplace ((5.43) dans (5.19) et à l'aide d'un programme établi par Matlab (voir appendice (B)), on obtient :

$$\theta_1(t) = 30 + 26.66t^2 - 11.85t^3 \quad (5.44)$$

- Les conditions aux limites du deuxième chainon sont :

$$\begin{aligned} \theta_2(0) &= 10^\circ & \dot{\theta}_2(0) &= 0 \\ \theta_2(1.5) &= 45^\circ & \dot{\theta}_2(1.5) &= 0 \end{aligned} \quad (5.45)$$

On remplace (5.45) dans (5.19) et a l'aide d'un programme établi par Matlab (voir appendice (B)), on obtient :

$$\theta_2(t) = 10 + 46.6667t^2 - 20.7407t^3 \quad (5.46)$$

Les graphes des déplacements, vitesses et accélérations du premier chainon :

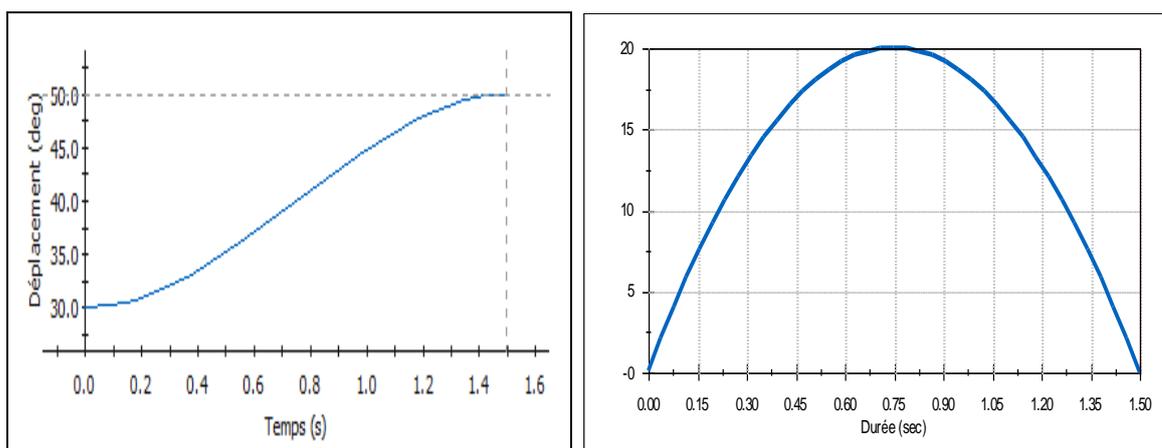


Figure 5.25 : a) Variations des déplacements, b) Vitesses du premier chainon, par Solidworks $0 \leq t \leq 1.5$.

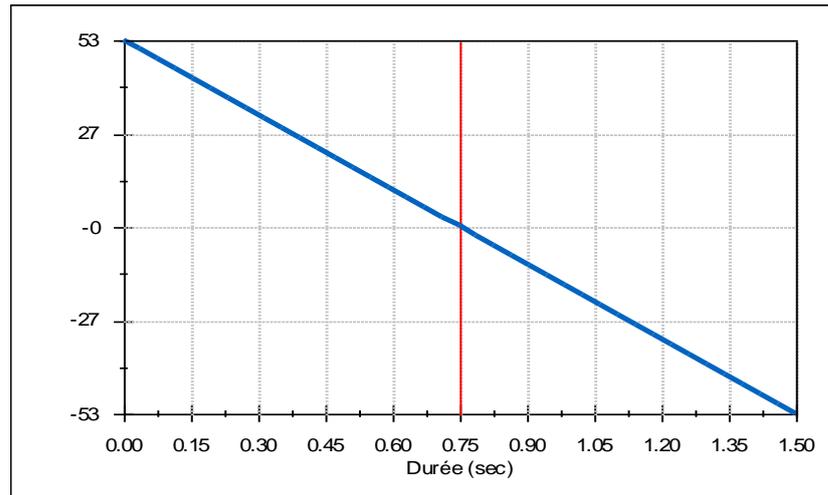


Figure 5.26: Accélérations angulaires d'un polynôme de troisième degré du premier chainon par Solidworks $0 \leq t \leq 1.5$.

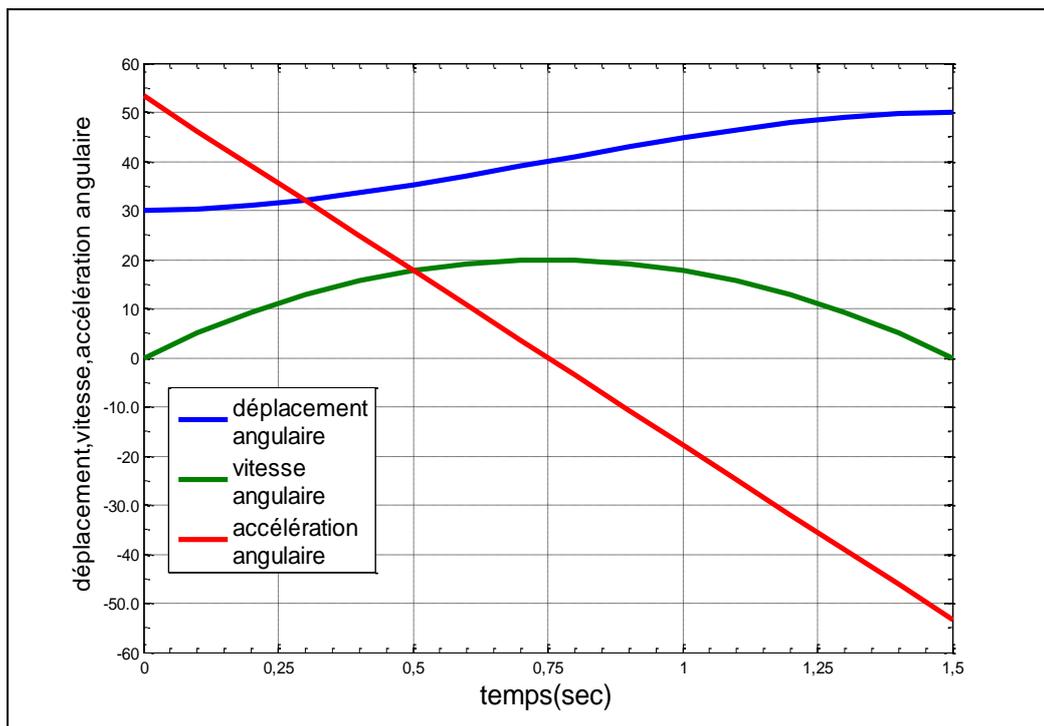


Figure 5.27 : Variations des déplacements, des vitesses, d'accélérations angulaires pour $0 \leq t \leq 1.5$ du premier chainon par Matlab.

Les graphes des déplacements, vitesses et accélérations du deuxième chaînon :

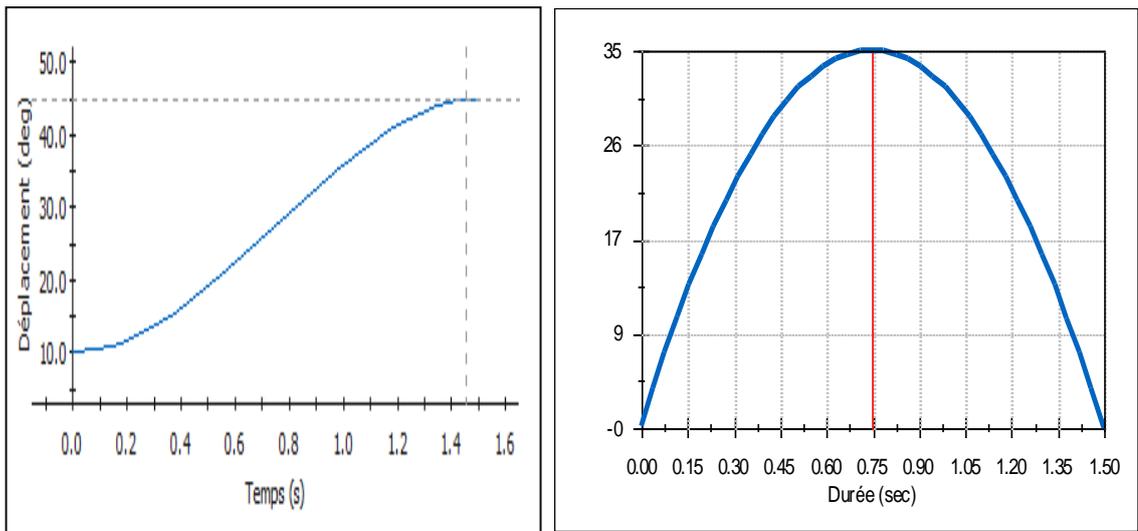


Figure 5.28 :a) Variations des déplacements, b) Vitesses de deuxième chaînon, par Solidworks $0 \leq t \leq 1.5$.

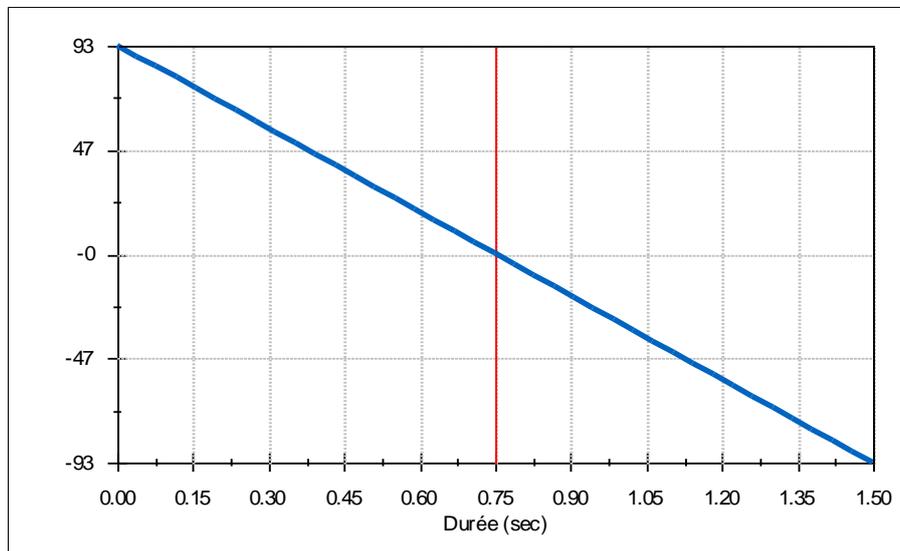


Figure 5.29 : Accélérations angulaires de deuxième chaînon par Solidworks $0 \leq t \leq 1.5$.

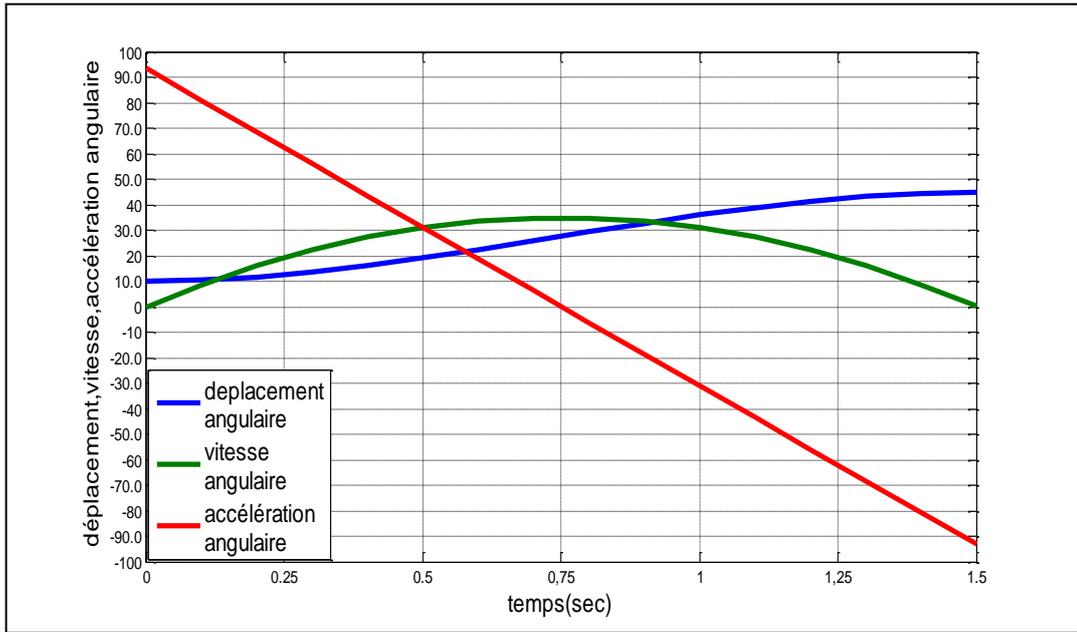


Figure 5.30 : Variations des déplacements, des vitesses, d'accélérations angulaires pour $0 \leq t \leq 0.5$ de deuxième chaînon, par Matlab.

A l'aide de Solidworks, on tire la trajectoire du mouvement sur le crane.

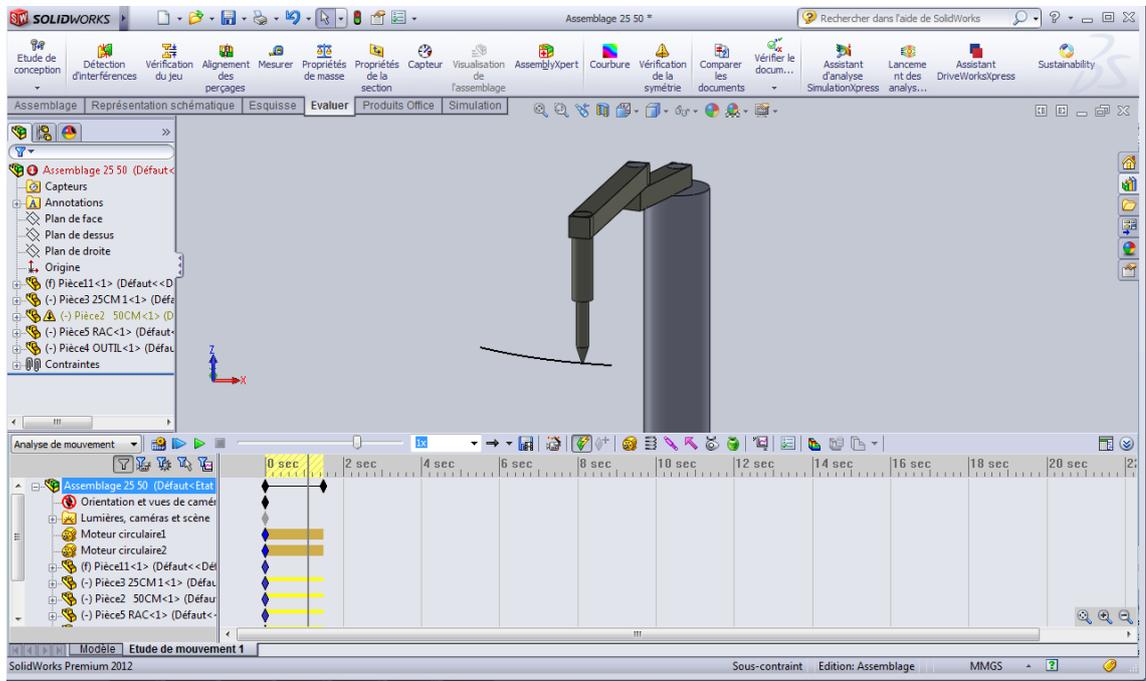


Figure 5.31 : Trajectoire des mouvements, par solidworks.

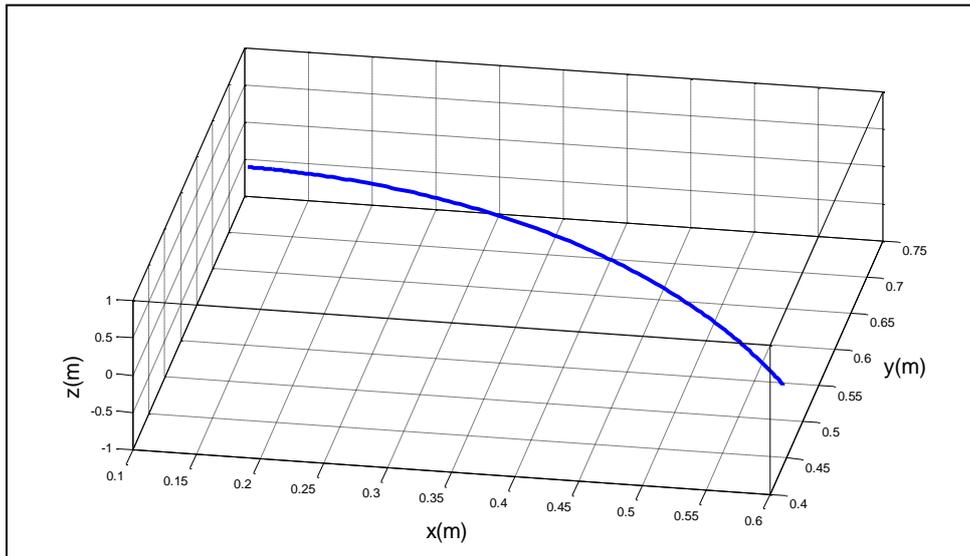


Figure 5. 32: Trajectoire des mouvements, par Matlab

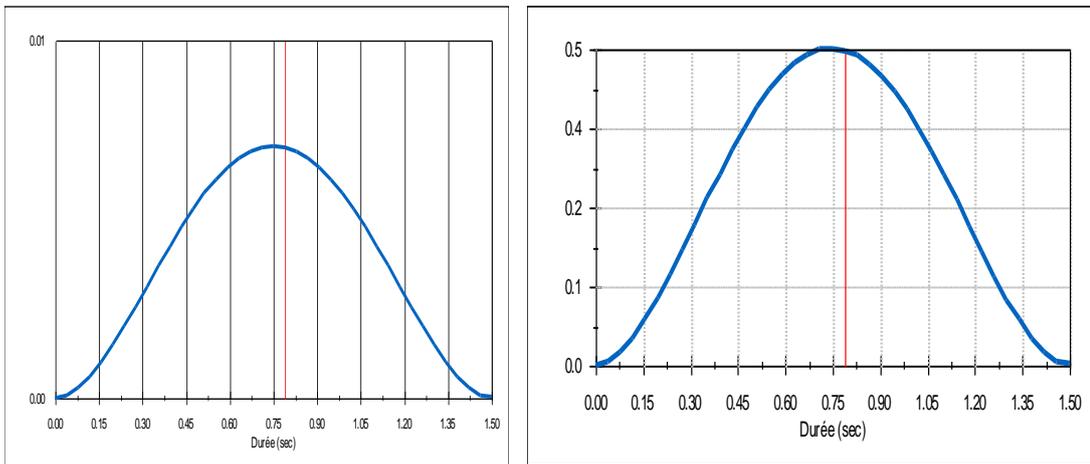


Figure 5.33 : Energies cinétiques totales des chainons 1 et 2.

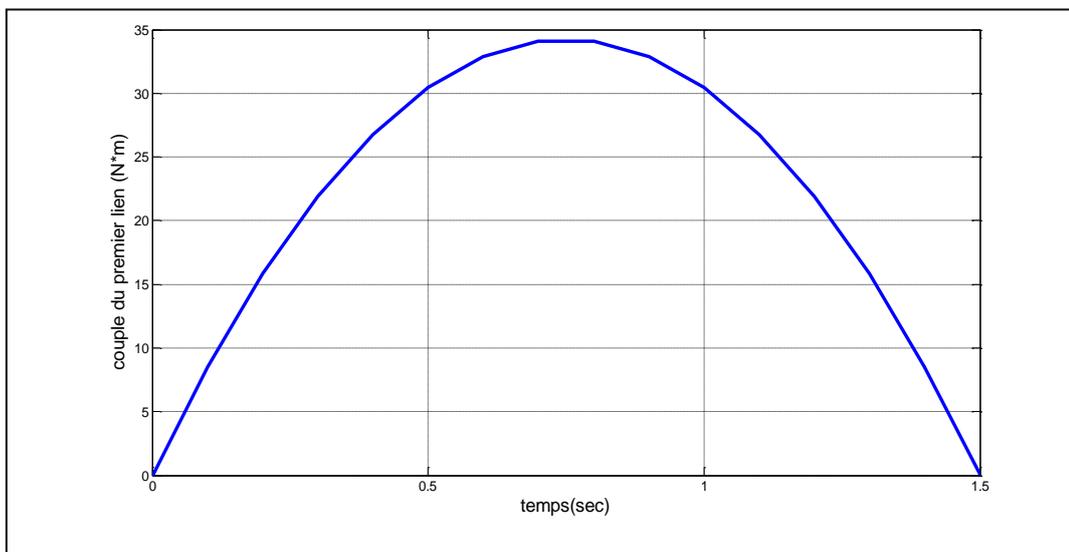


Figure 5.34 : Couple de la première articulation.

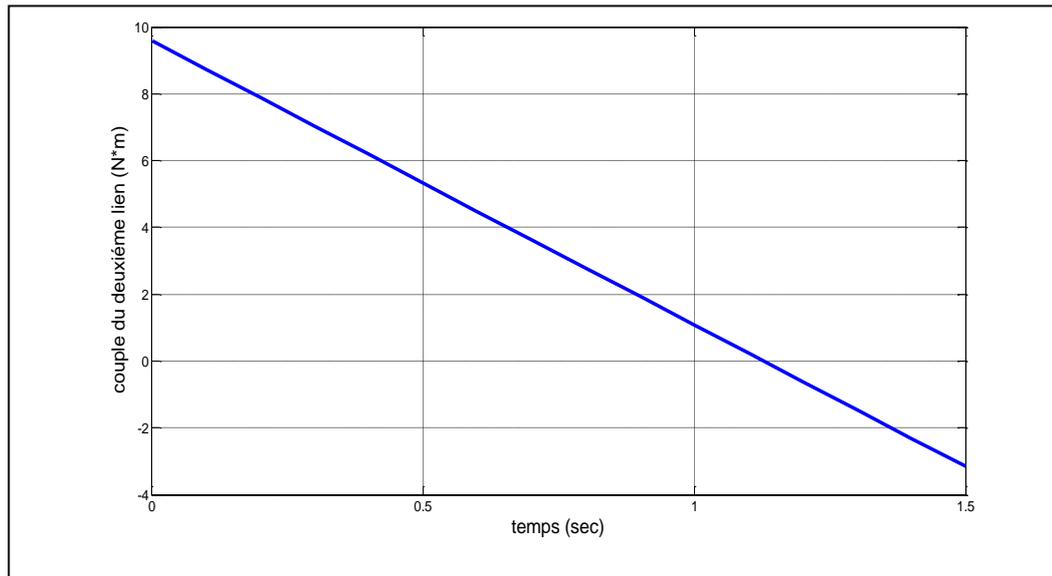


Figure 5.35 : Couple de la deuxième articulation.

Discussions des résultats

D'après les résultats obtenus pour la planification d'une trajectoire de degré trois soit par SolidWorks ou Matlab on remarque clairement que toutes les conditions aux limites pour les deux chainons sont respectées. On note qu'il y a quelques erreurs commises par le logiciel SolidWorks pour les déplacements angulaires, qui influent directement sur les vitesses et les accélérations.

Le polynôme de degré trois possède la particularité d'accélération constante.

5.3.2 Polynôme de degré Cinq

➤ Pour $0 \leq t \leq 0.5$

- Les conditions aux limites du premier chainon sont :

$$\begin{aligned} \theta_1(0) &= 30^\circ & \dot{\theta}_1(0) &= 0 & \ddot{\theta}_1(0) &= 0 \\ \theta_1(0.5) &= 50^\circ & \dot{\theta}_1(0.5) &= 0 & \ddot{\theta}_1(0.5) &= 0 \end{aligned} \quad (5.47)$$

On remplace (5.47) dans (5.31) et à l'aide d'un programme Matlab on obtient :

$$\theta_1(t) = 30 + 1600t^3 - 4800t^4 + 3840t^5 \quad (5.48)$$

- Les conditions aux limites du deuxième chainon sont :

$$\begin{aligned} \theta_2(0) &= 10^\circ & \dot{\theta}_2(0) &= 0 & \ddot{\theta}_2(0) &= 0 \\ \theta_2(0.5) &= 45^\circ & \dot{\theta}_2(0.5) &= 0 & \ddot{\theta}_2(0.5) &= 0 \end{aligned} \quad (5.49)$$

On remplace (5.49) dans (5.34) et a l'aide d'un programme voir appendice(B) on obtient :

$$\theta_2(t) = 10 + 2800t^3 - 8400t^4 + 6720t^5 \quad (5.50)$$

Les graphes des déplacements, vitesses, accélérations et jerk du premier chainon

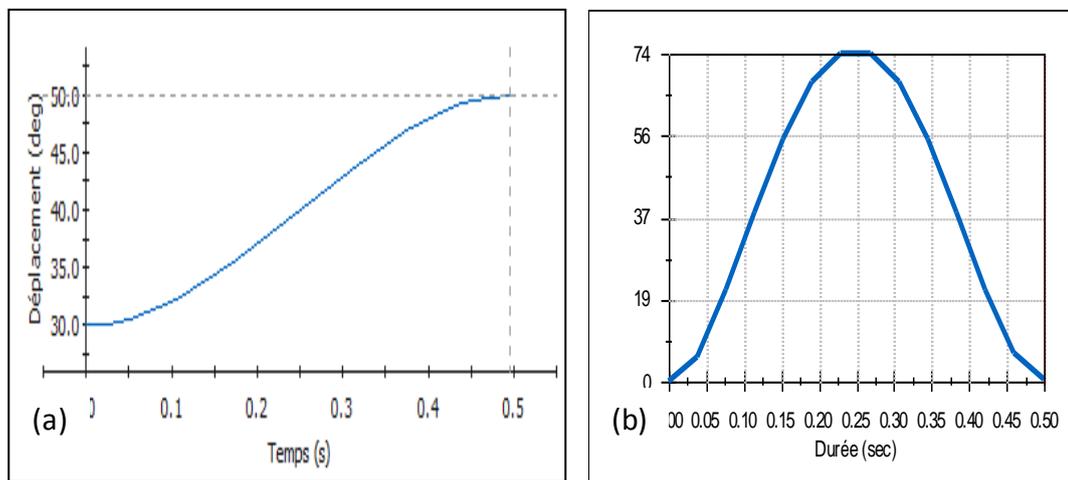


Figure 5.36 : a) Variations des déplacements, b) Vitesses du premier chainon par Solidworks $0 \leq t \leq 0.5$.

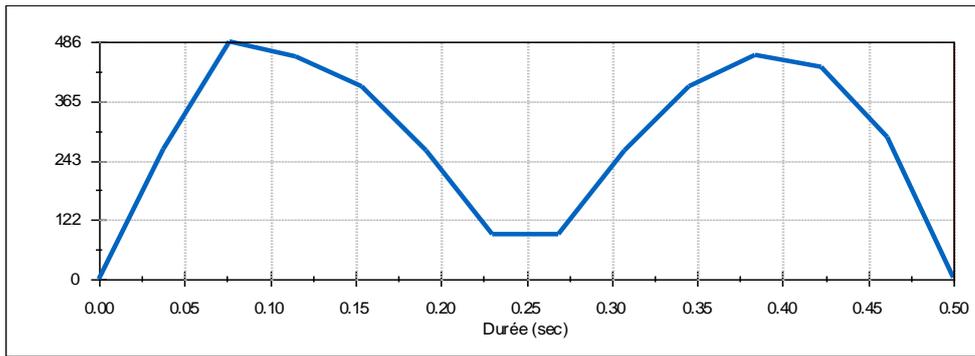


Figure 5.37 : Accélérations angulaires d'un polynôme de degré cinq du première articulation par Solidworks $0 \leq t \leq 0.5$.

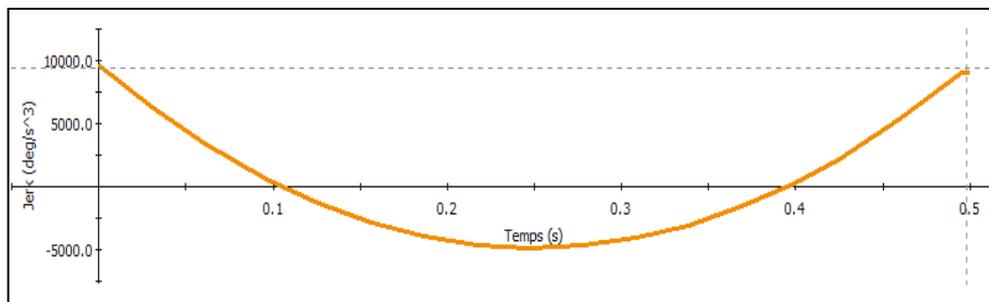


Figure 5.38 : Jerk d'un polynôme de degré cinq de la première articulation, par Solidworks pour $0 \leq t \leq 0.5$.

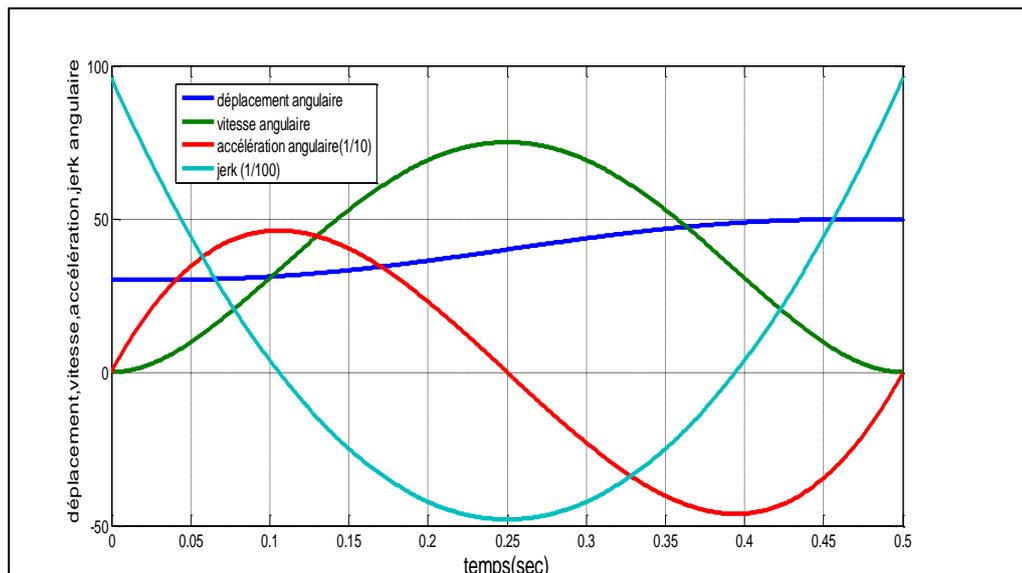


Figure 5.39 : Variations des déplacements, des vitesses, d'accélérations et jerk angulaires pour $0 \leq t \leq 0.5$ de la première articulation par Matlab.

Graphes des déplacements, vitesses, accélérations et jerk du deuxième chaînon

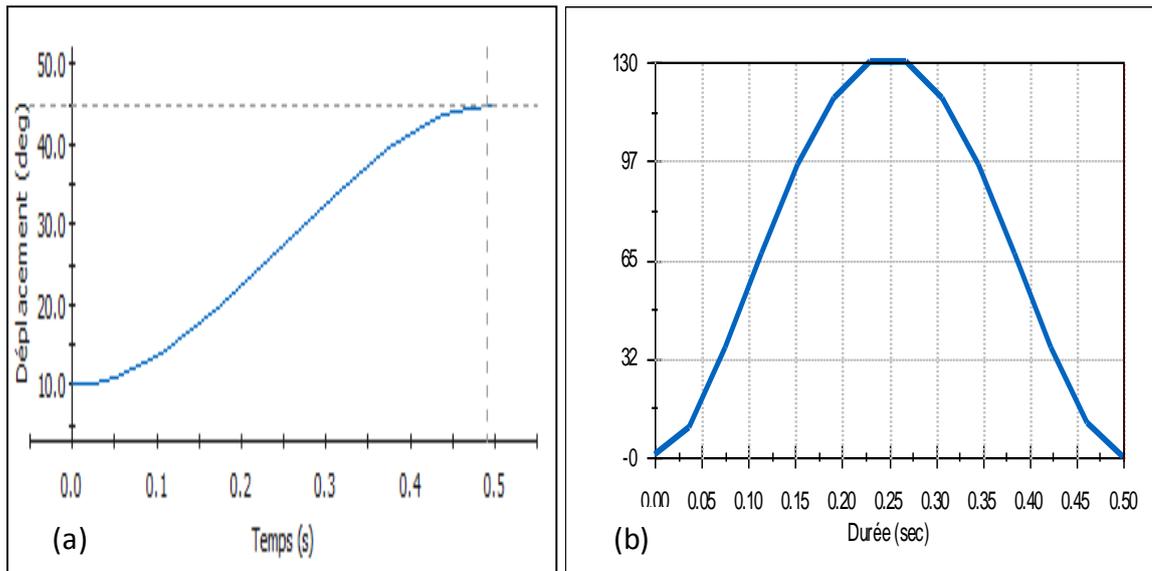


Figure 5.40 : a) Variations des déplacements, b) Vitesses du deuxième articulation par Solidworks pour $0 \leq t \leq 0.5$.

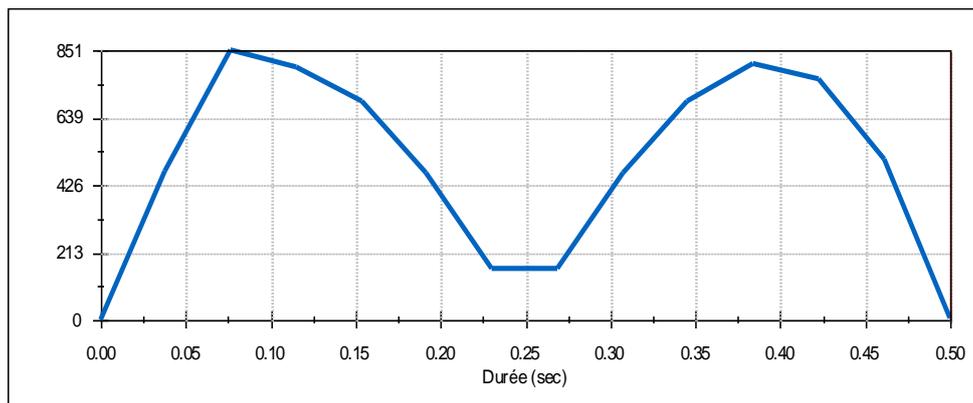


Figure 5.41 : Accélérations angulaires de la deuxième articulation par Solidworks pour $0 \leq t \leq 0.5$.

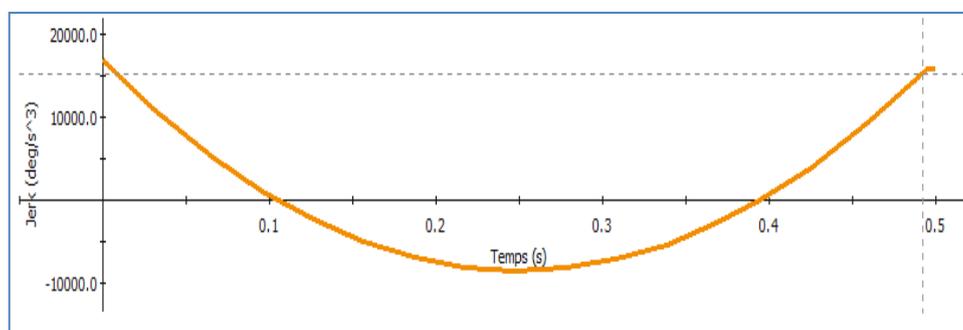


Figure 5.42 : Jerk d'un polynôme de degré cinq de la deuxième articulation, par Solidworks $0 \leq t \leq 0.5$.

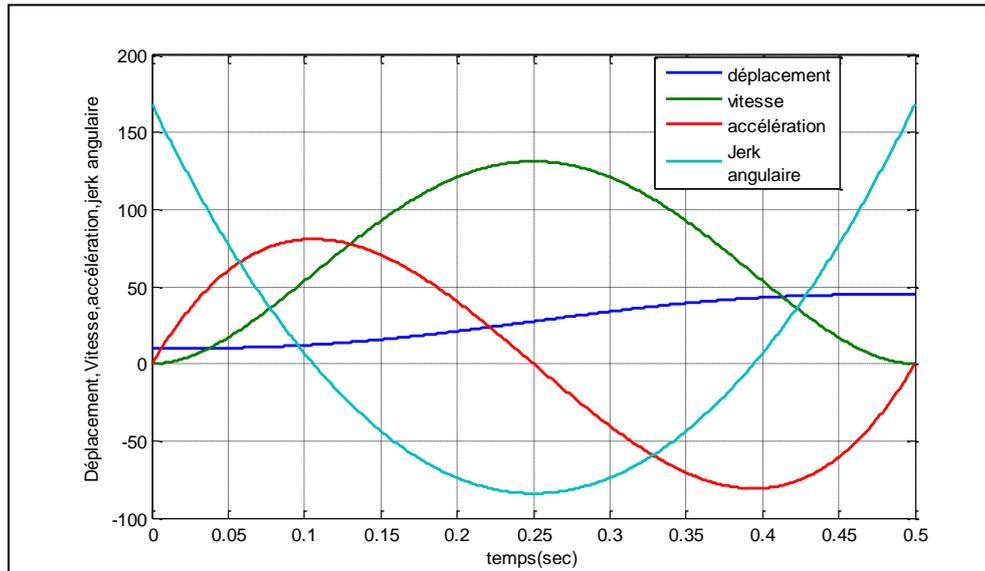


Figure 5.43 : Variations des déplacements, des vitesses, d'accélération et jerk angulaires pour $0 \leq t \leq 0.5$ de la deuxième articulation, par Matlab.

A l'aide de Solidworks, on tire la trajectoire du mouvement sur le crane. figure 5.44

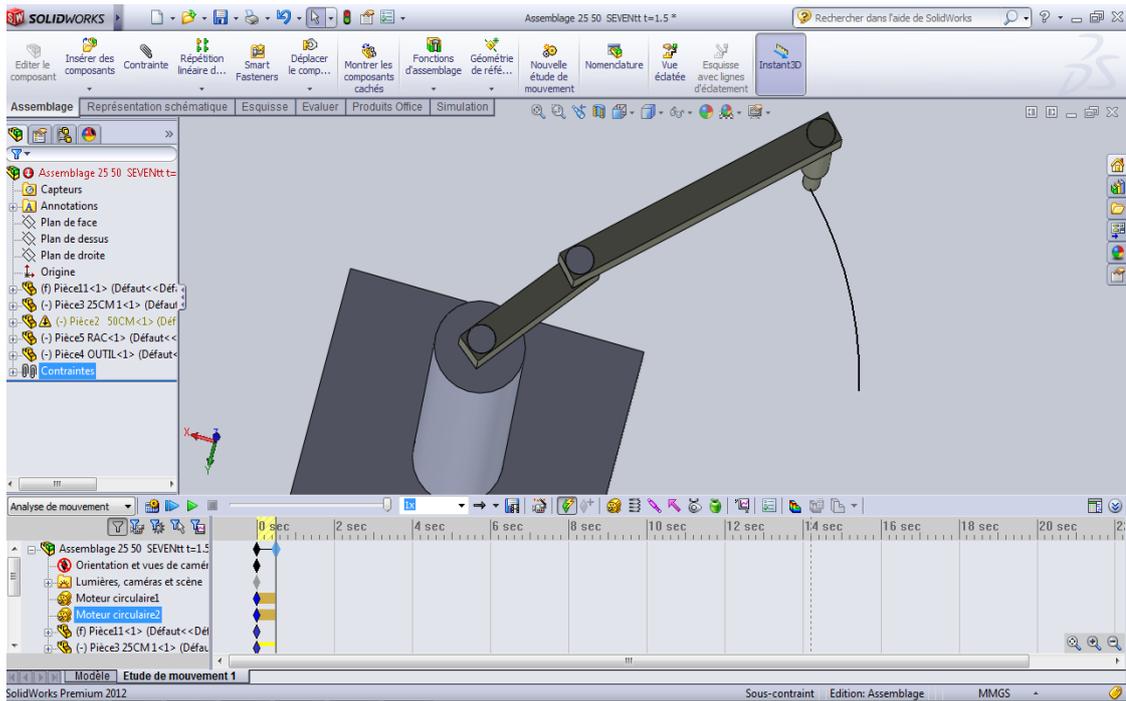


Figure 5.44 : Trajectoire des mouvements par solidworks.

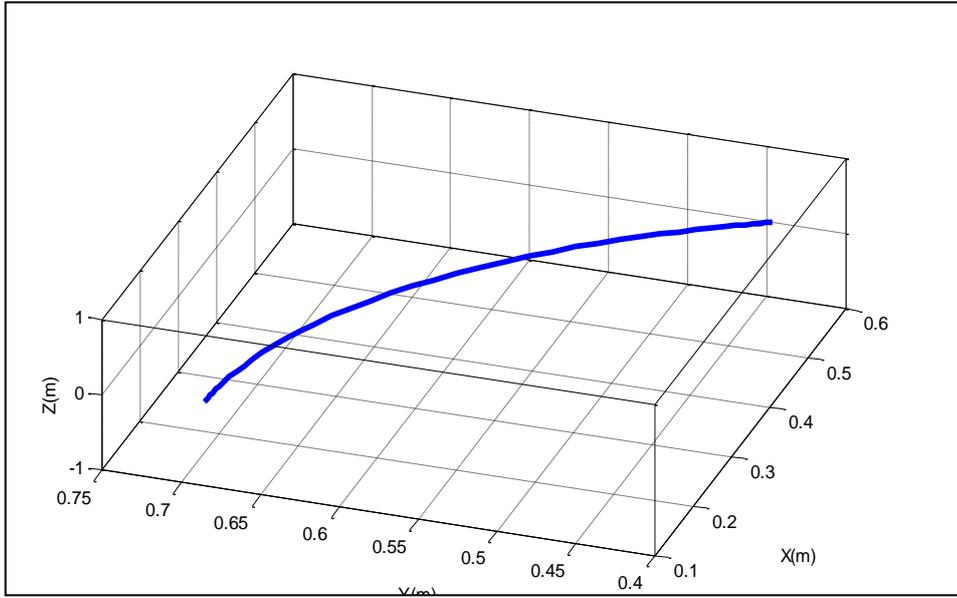


Figure 5. 45 : Trajectoire des mouvements par Matlab.

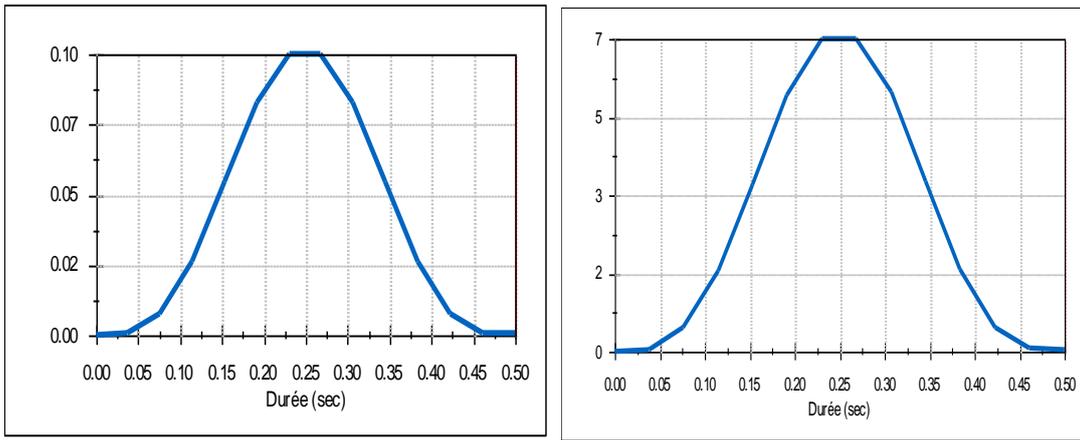


Figure 5.46 : Energies cinétiques totales des chainons1et 2.

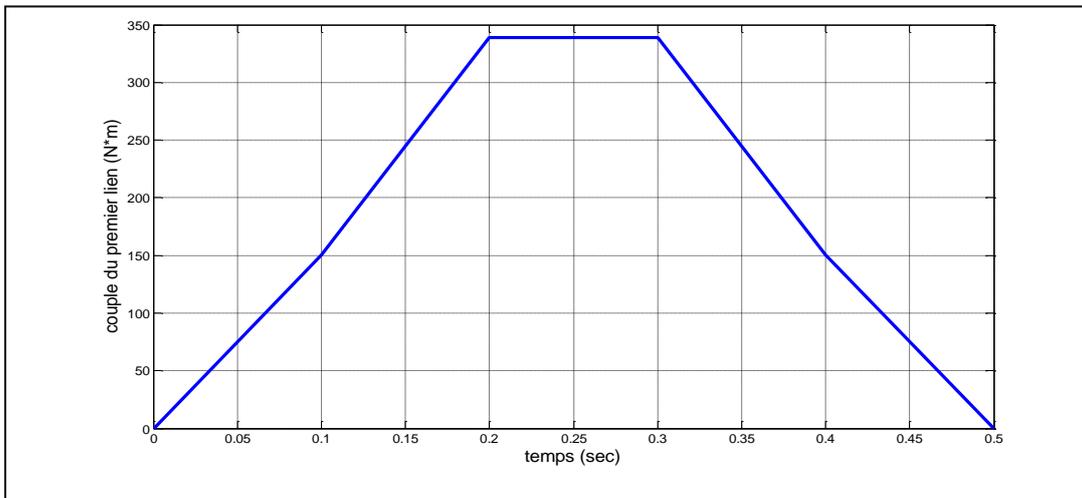


Figure 5.47 : Couple de la première articulation.

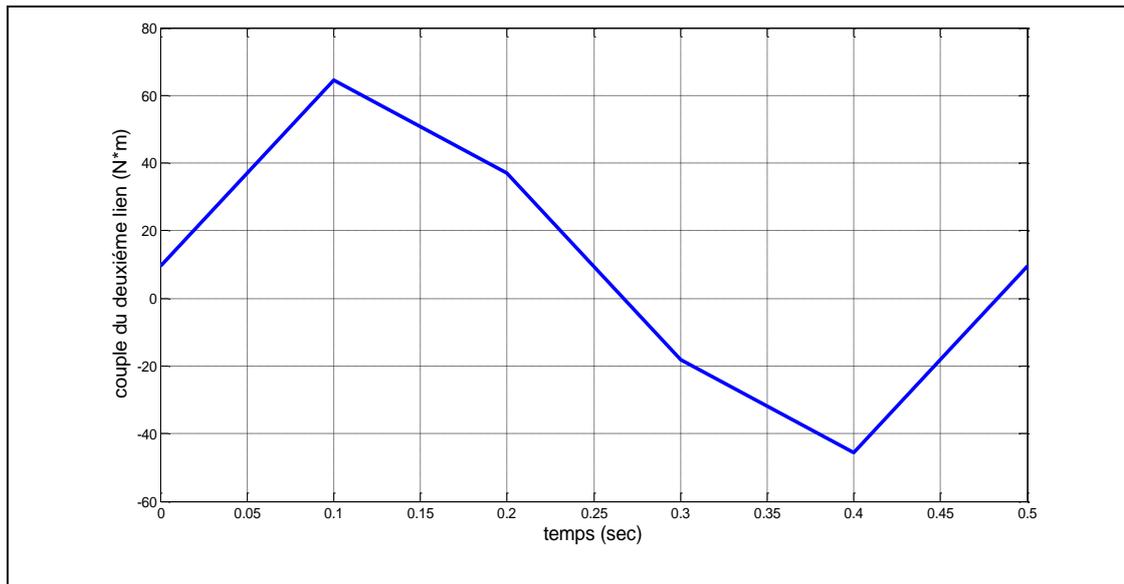


Figure 5.48 : Couple de la deuxième articulation.

➤ **Pour $0 \leq t \leq 1$**

- Les conditions aux limites du premier chainon sont :

$$\begin{aligned} \theta_1(0) &= 30^\circ & \dot{\theta}_1(0) &= 0 & \ddot{\theta}_1(0) &= 0 \\ \theta_1(1) &= 50^\circ & \dot{\theta}_1(1) &= 0 & \ddot{\theta}_1(1) &= 0 \end{aligned} \quad (5.51)$$

On remplace (5.51) dans (5.31) et à l'aide d'un programme Matlab on obtient :

$$\theta_1(t) = 30 + 200t^3 - 300t^4 + 120t^5 \quad (5.52)$$

- Les conditions aux limites du deuxième chainon sont :

$$\begin{aligned} \theta_2(0) &= 10^\circ & \dot{\theta}_2(0) &= 0 & \ddot{\theta}_2(0) &= 0 \\ \theta_2(1) &= 45^\circ & \dot{\theta}_2(1) &= 0 & \ddot{\theta}_2(1) &= 0 \end{aligned} \quad (5.53)$$

On remplace (5.39) dans (5.34) et à l'aide d'un programme Matlab voir appendice(B) on tire :

$$\theta_2(t) = 10 + 350t^3 - 525t^4 + 210t^5 \quad (5.54)$$

Graphes des déplacements, vitesses, accélérations et jerk du premier chaînon

A l'aide de logiciel Solidworks, on obtient les graphes suivants :

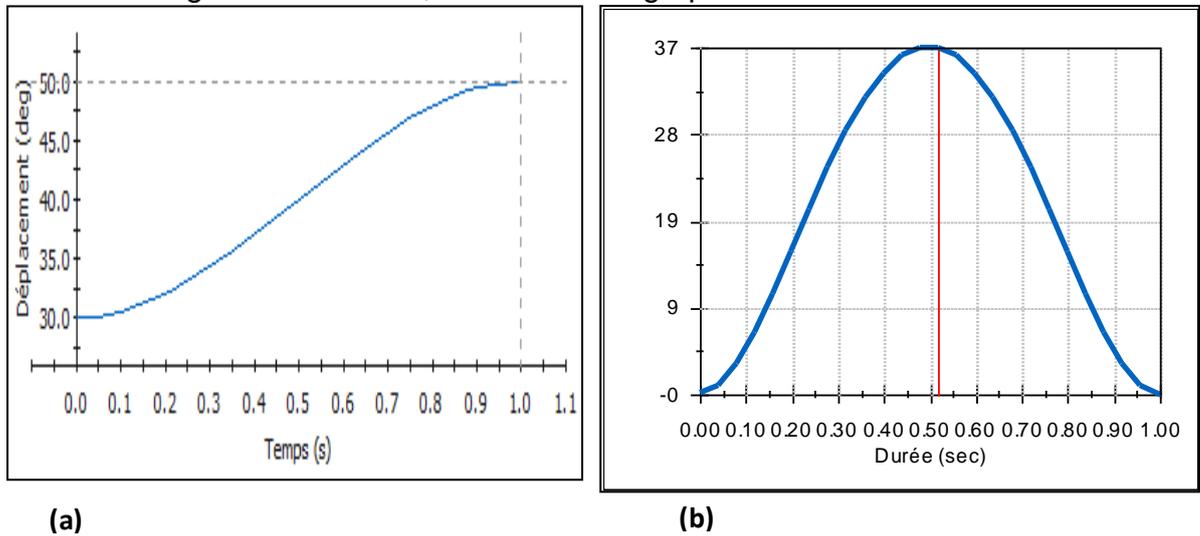


Figure 5.49 : a) Variations des déplacements, b) Vitesses, de la première articulation d'un polynôme de degré cinq par SolidWorks.

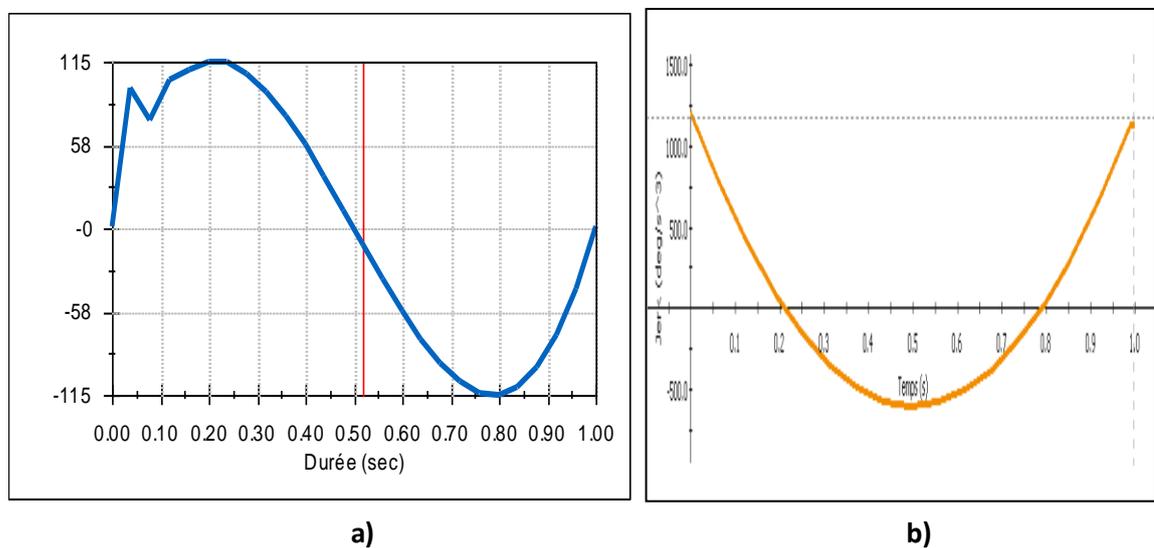


Figure 5.50: a) Accélérations angulaires, b) Jerk de la première articulation d'un polynôme de degré cinq, par SolidWorks.

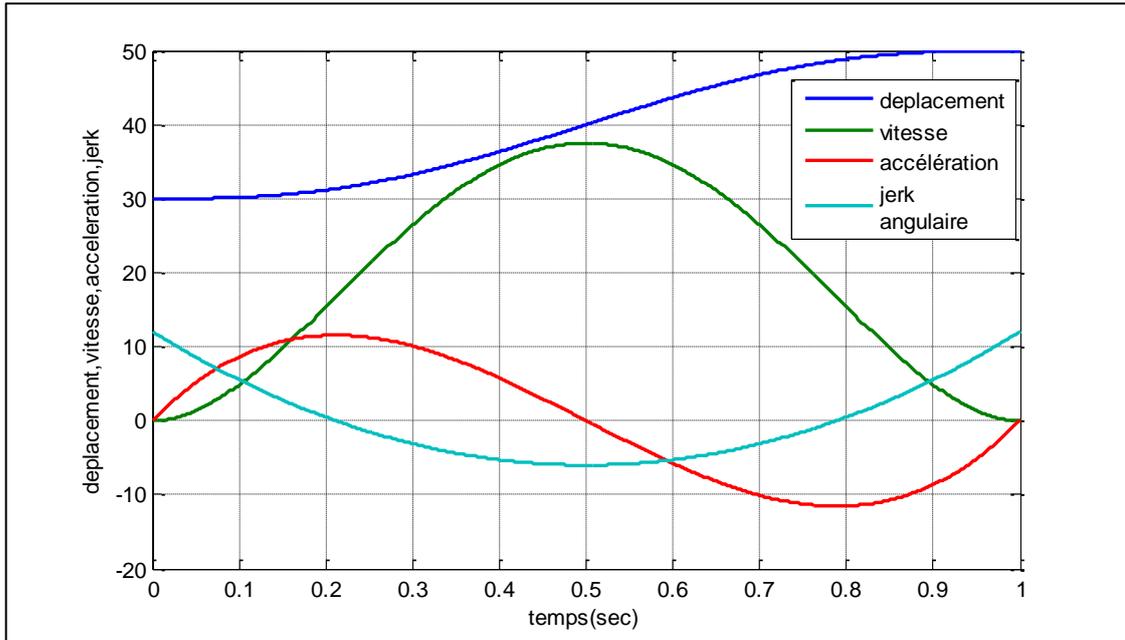


Figure 5.51 : Variations des déplacements, Vitesses, Accélérations, et Jerks de la première articulation d'un polynôme de degré (05) par Matlab.

Graphes des déplacements, vitesses, accélérations et jerk du deuxième chaînon

A l'aide de logiciel Solidworks, on tire les courbes des mouvements suivants :

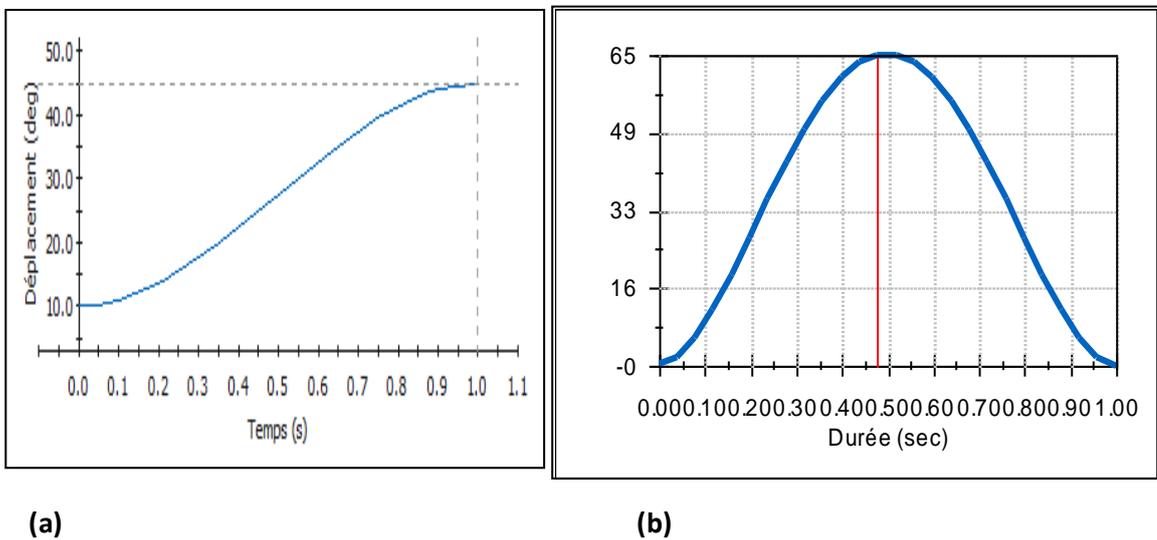


Figure 5.52 : a) Variations des déplacements, b) Vitesses de la deuxième articulation d'un polynôme de degré cinq (5), par SolidWorks.

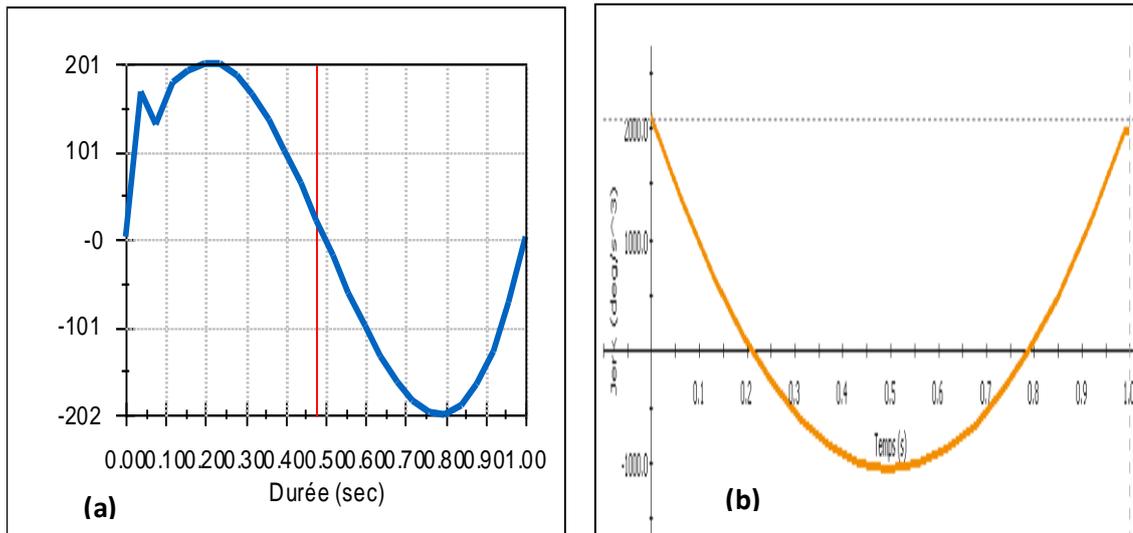


Figure 5.53 : a) Accélérations angulaires, b) Jerks de la deuxième articulation d'un polynôme de degré cinq, par SolidWorks.

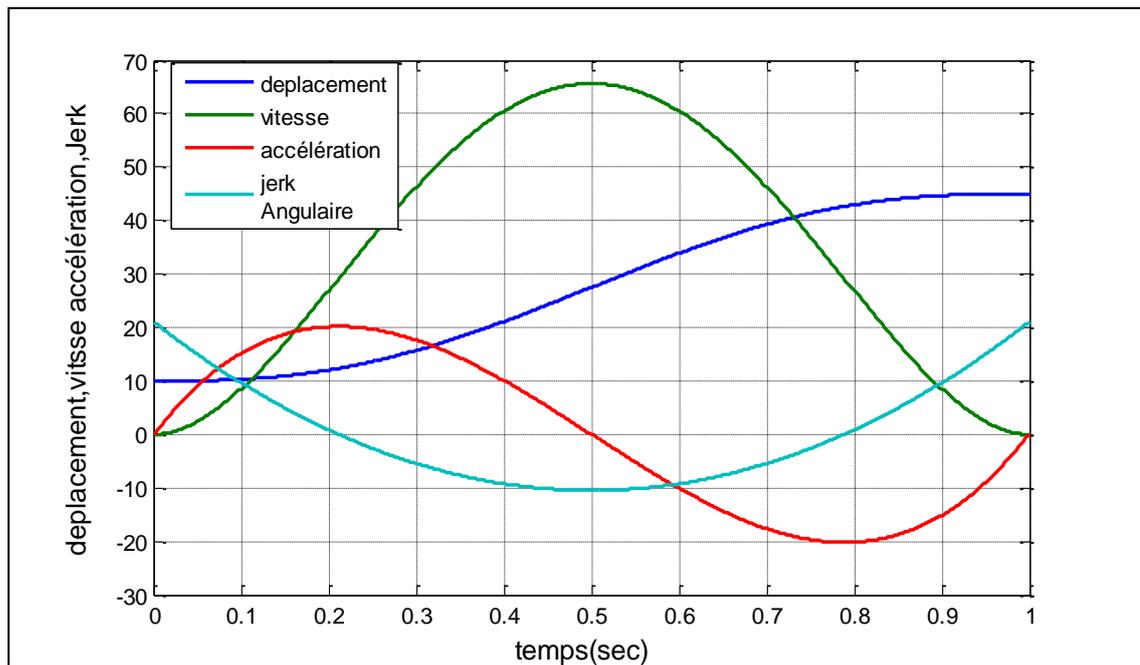


Figure 5.54 : Variations des déplacements, vitesses, accélérations, et jerks angulaires de la deuxième articulation d'un polynôme de (5) degré par logiciel Matlab.

Trajectoire d'un polynôme de cinq degrés

A l'aide de Solidworks, on tire la trajectoire d'un polynôme de cinq degrés d'un robot médical, voir figure (5.55).

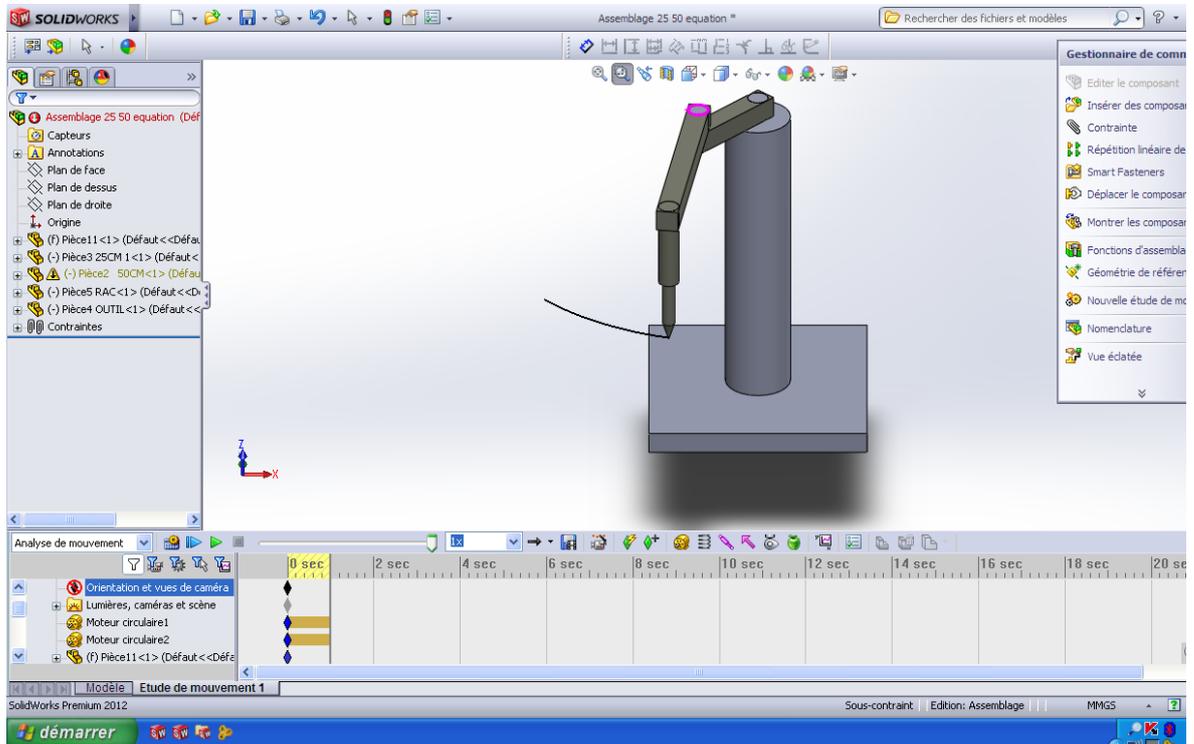


Figure 5.55 : Trajectoire d'un robot médical sur crane, correspondant à un polynôme de degré cinq, par Solidworks.

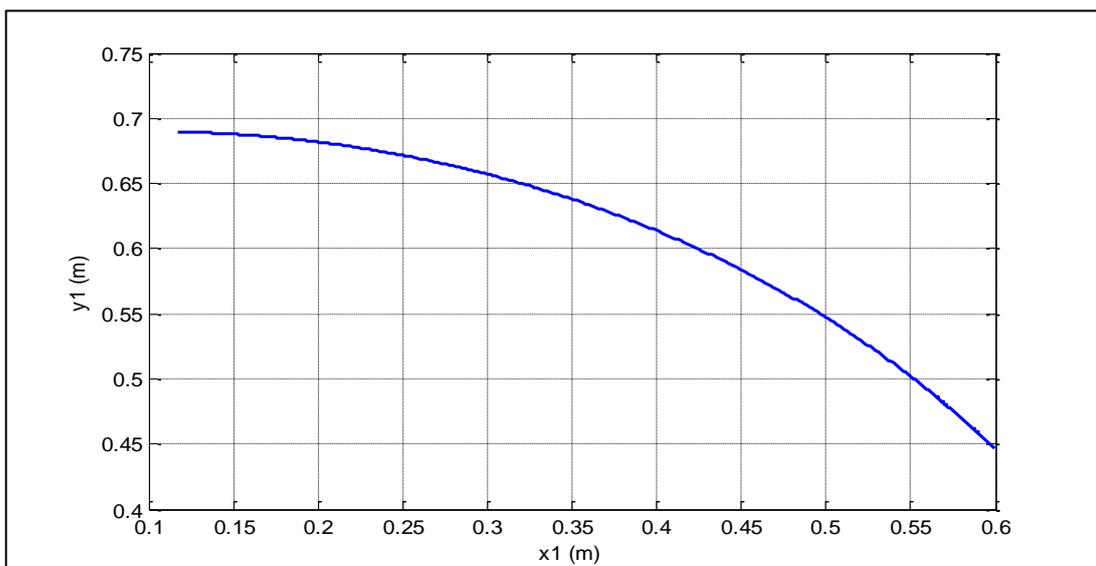


Figure 5.56 : Trajectoire des mouvements sur crane, par Matlab.

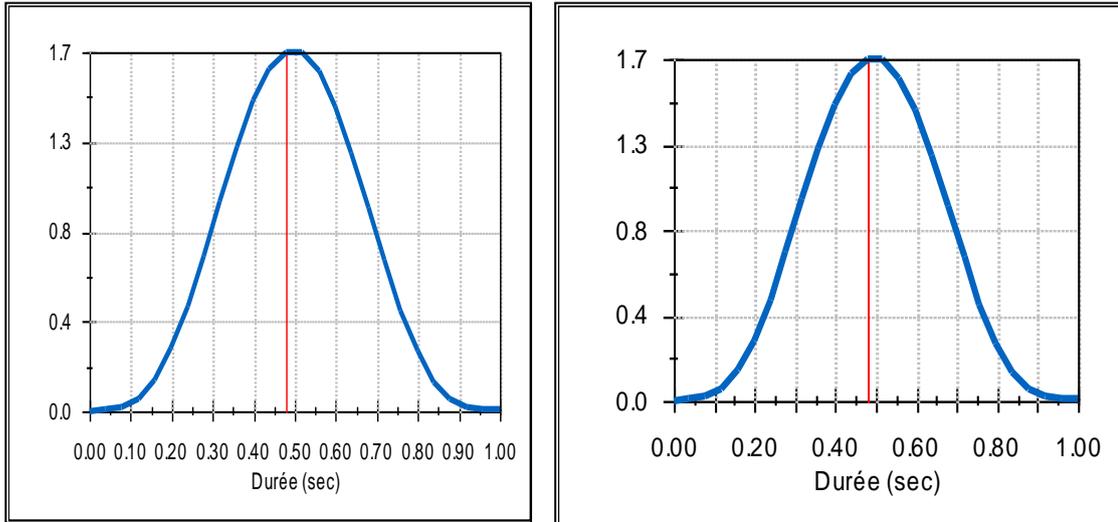


Figure 5.57 : Energies cinétiques totales des articulations 1 et 2.

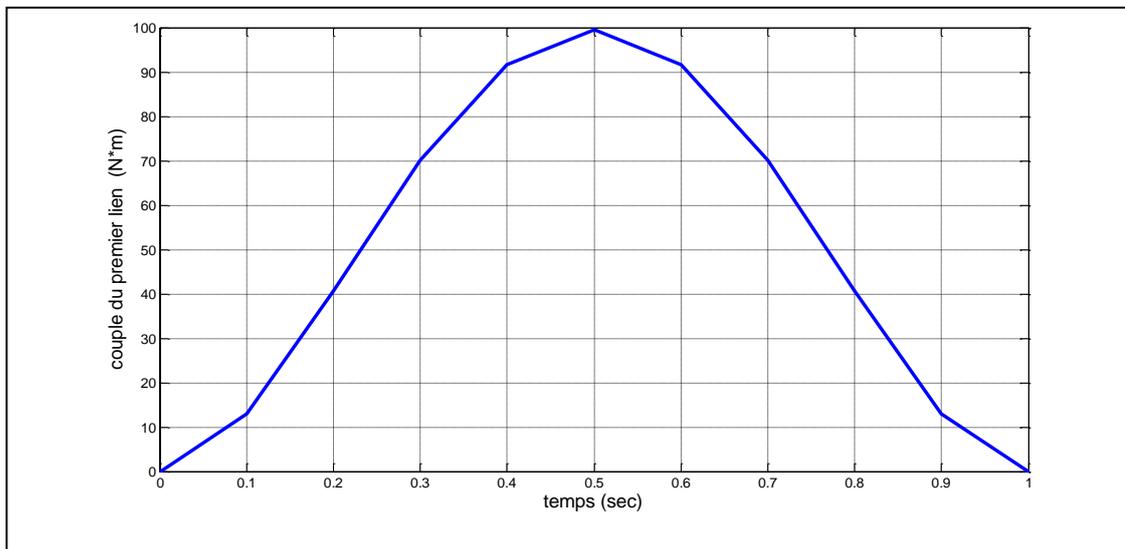


Figure 5.58 : Couple de la première articulation.

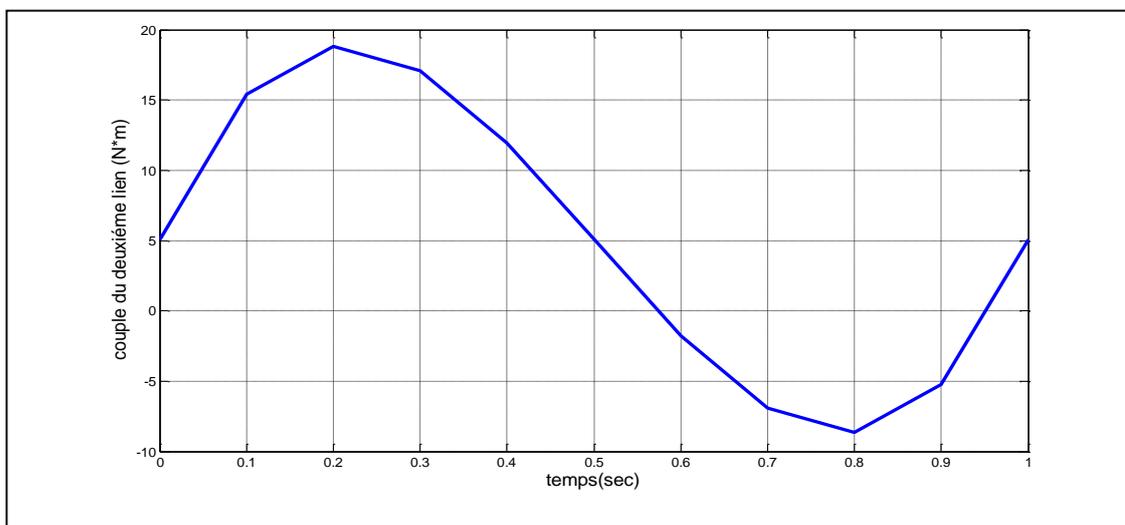


Figure 5.59 : Couple de la deuxième articulation.

➤ **Pour $0 \leq t \leq 1.5$**

- Les conditions aux limites du premier chainon sont :

$$\begin{aligned} \theta_1(0) &= 30^\circ & \dot{\theta}_1(0) &= 0 & \ddot{\theta}_1(0) &= 0 \\ \theta_1(1.5) &= 50^\circ & \dot{\theta}_1(1.5) &= 0 & \ddot{\theta}_1(1.5) &= 0 \end{aligned} \quad (5.59)$$

On remplace (5.59) dans (5.31) et à l'aide d'un programme Matlab on obtient :

$$\theta_1(t) = 30 + 59.2593t^3 - 59.2593t^4 + 15.8025t^5 \quad (5.60)$$

- Les conditions aux limites du deuxième chainon sont :

$$\begin{aligned} \theta_2(0) &= 10^\circ & \dot{\theta}_2(0) &= 0 & \ddot{\theta}_2(0) &= 0 \\ \theta_2(1.5) &= 45^\circ & \dot{\theta}_2(1.5) &= 0 & \ddot{\theta}_2(1.5) &= 0 \end{aligned} \quad (5.61)$$

On remplace (5.61) dans (5.34) et à l'aide d'un programme voir appendice(B) on obtient :

$$\theta_2(t) = 10 + 103.7037t^3 - 103.7037t^4 + 27.6543t^5 \quad (5.62)$$

Graphes des déplacements, vitesses, accélérations et jerk premier chainon

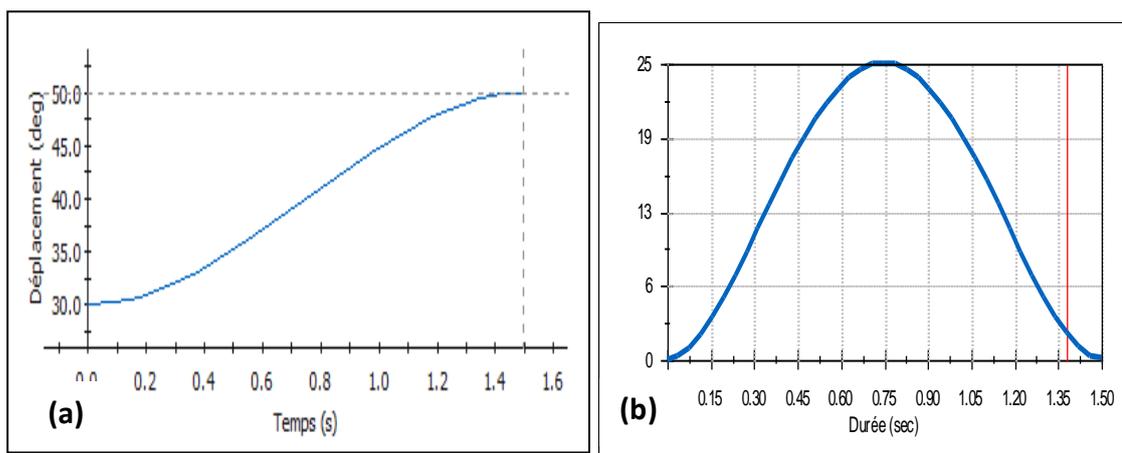


Figure 5.60 : a) Variations des déplacements, b) Vitesses du premier chainon par Solidworks pour $0 \leq t \leq 1.5$.

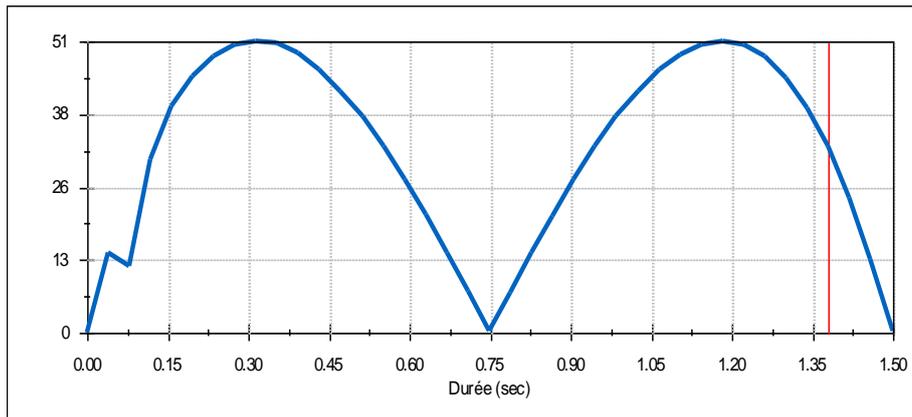


Figure 5.61 : Accélérations angulaires d'un polynôme de degré cinq du premier chaînon par Solidworks pour $0 \leq t \leq 1.5$.

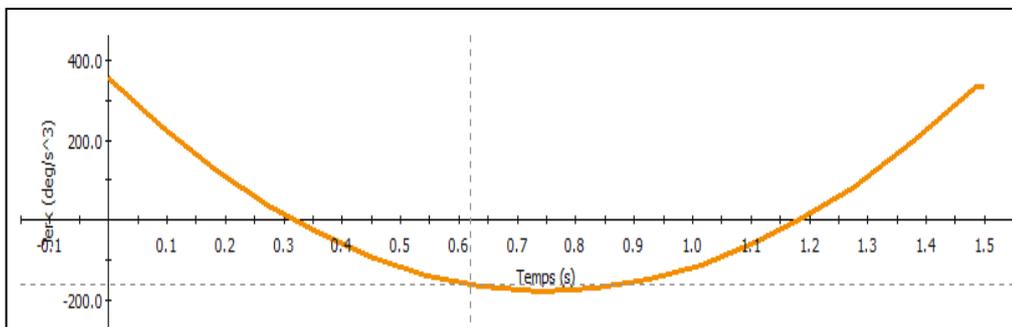


Figure 5.62 : Jerk d'un polynôme de degré cinq du premier chaînon, par Solidworks $0 \leq t \leq 1.5$.

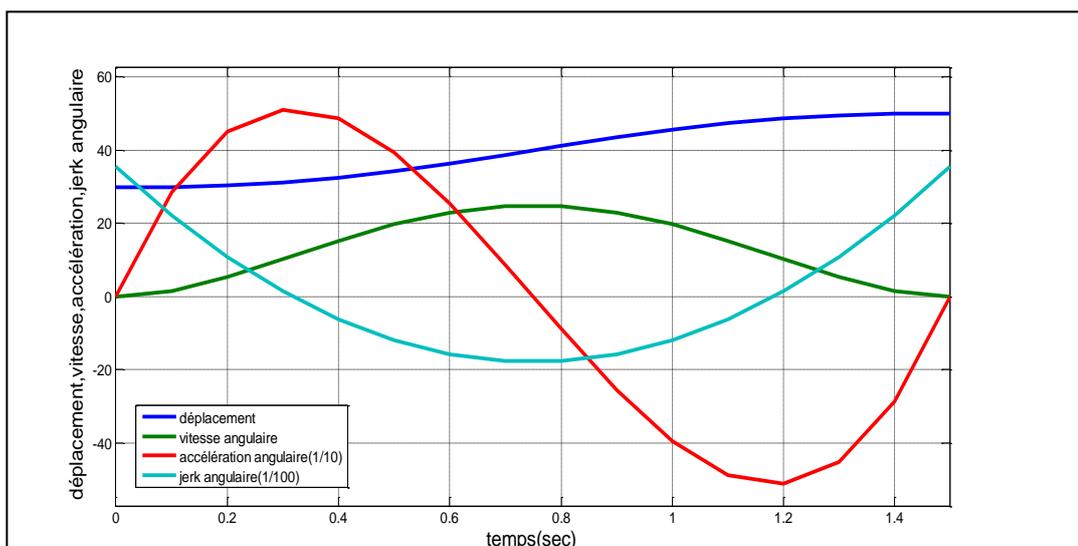


Figure 5.63 : Variations des déplacements, des vitesses, d'accélération et jerks angulaires pour $0 \leq t \leq 1.5$ du premier chaînon, par Matlab.

Graphes des déplacements, vitesses, accélérations et jerk du deuxième chaînon

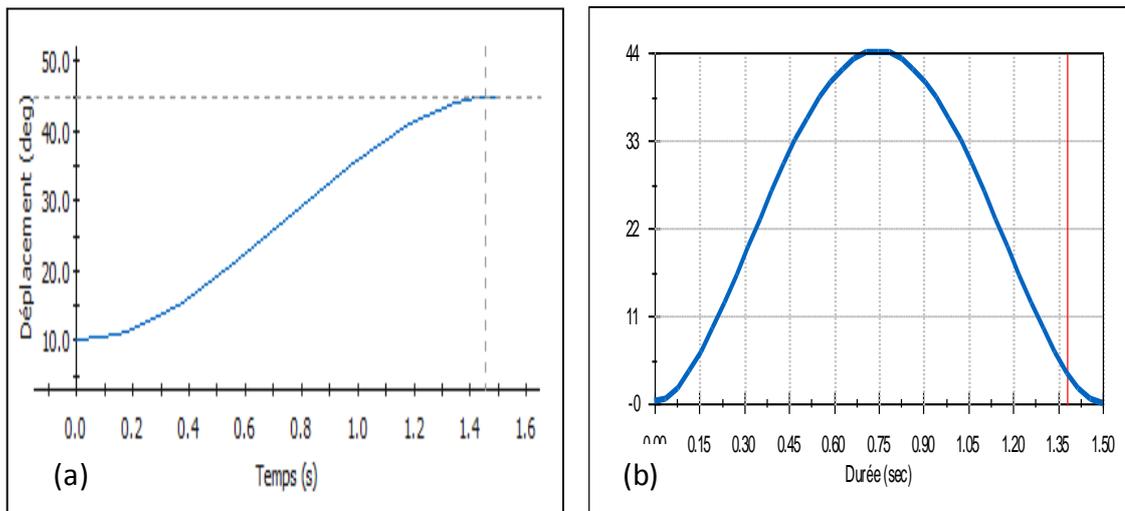


Figure 5.64 : a) Variation du déplacement, b) Vitesse du deuxième lien, obtenus par Solidworks pour $0 \leq t \leq 1.5$

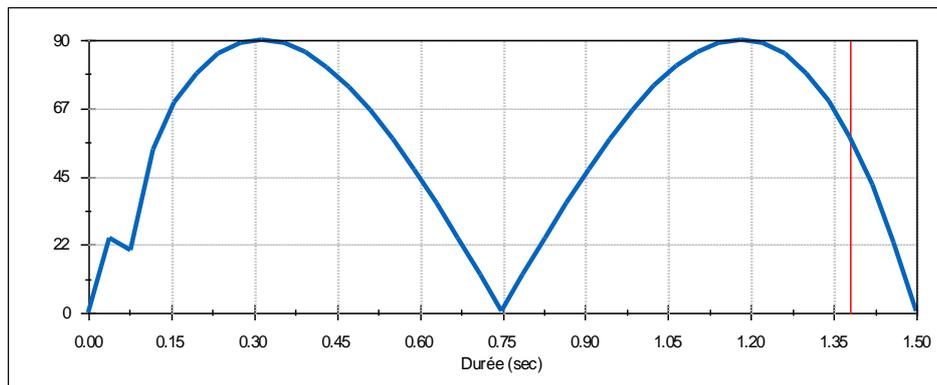


Figure 5.65 : Accélérations angulaires d'un polynôme de degré cinq du deuxième chaînon par Solidworks pour $0 \leq t \leq 1.5$.

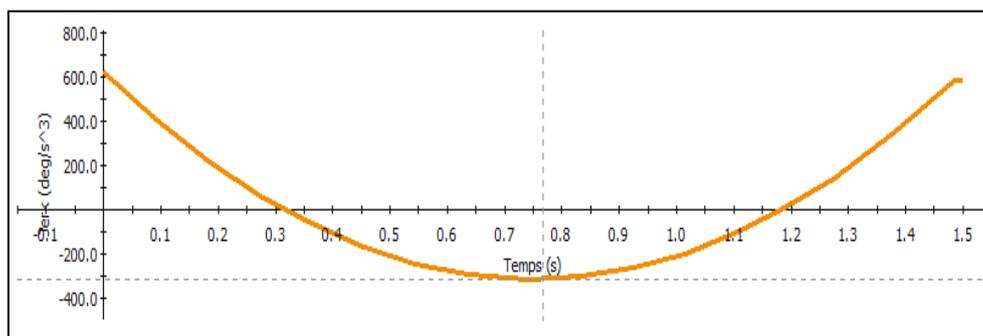


Figure 5.66 : Jerk d'un polynôme de degré cinq du deuxième chaînon, par Solidworks $0 \leq t \leq 1.5$.

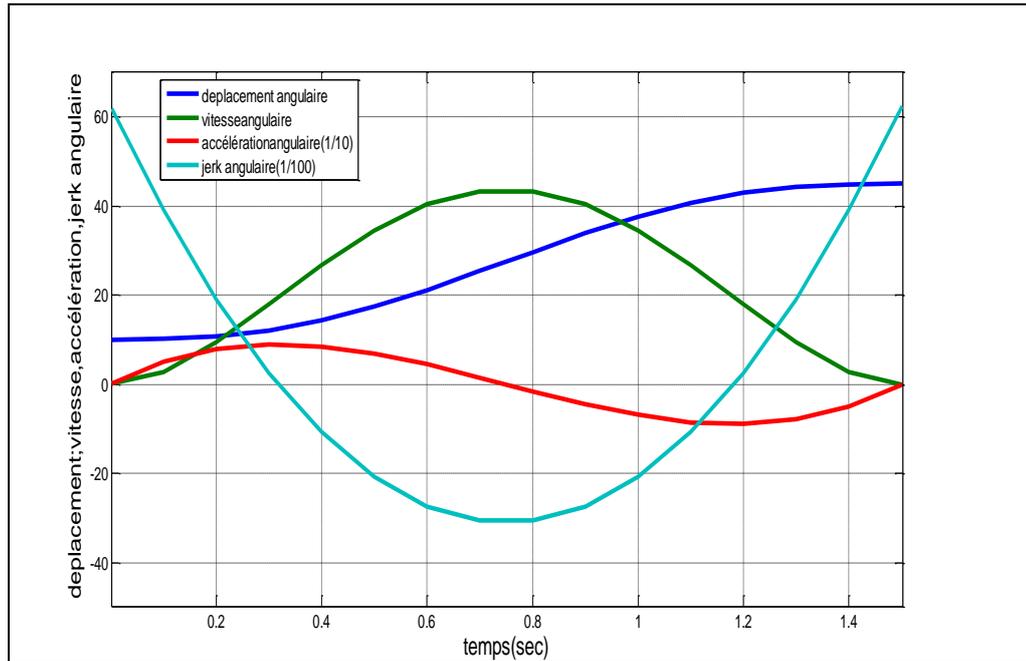


Figure 5.67 : Variations des déplacements, des vitesses, d'accélération et jerks angulaires pour $0 \leq t \leq 1.5$ du deuxième chaînon par Matlab.

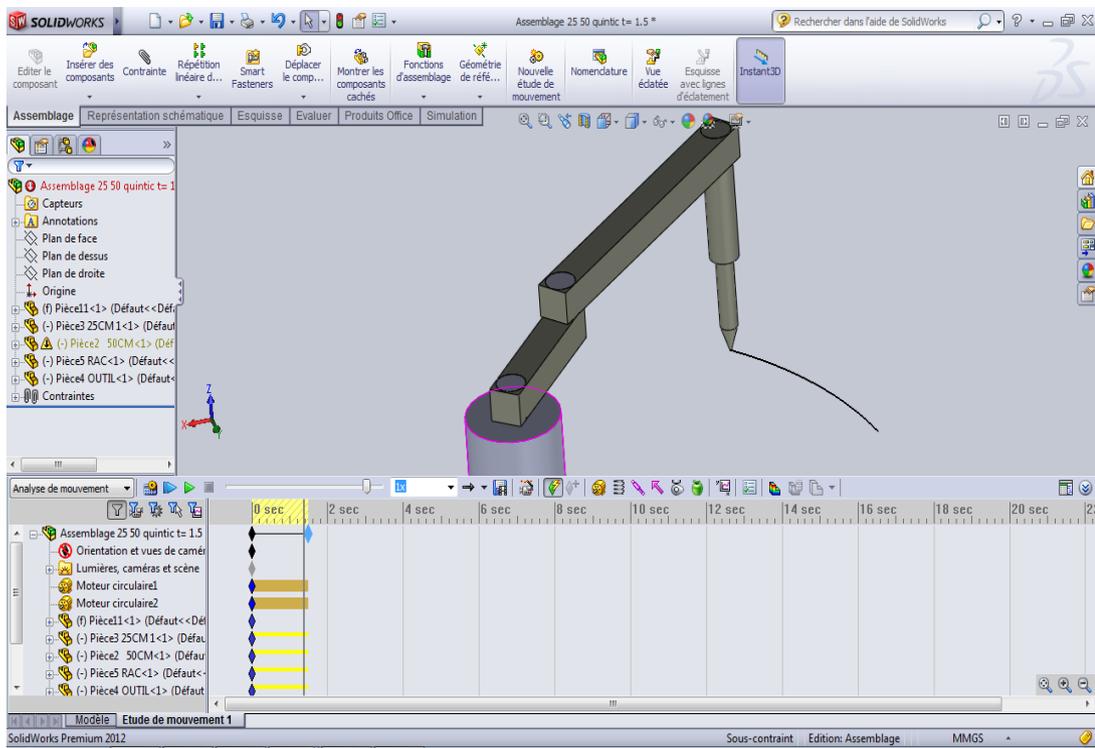


Figure 5.68 : Trajectoire des mouvements par solidworks.

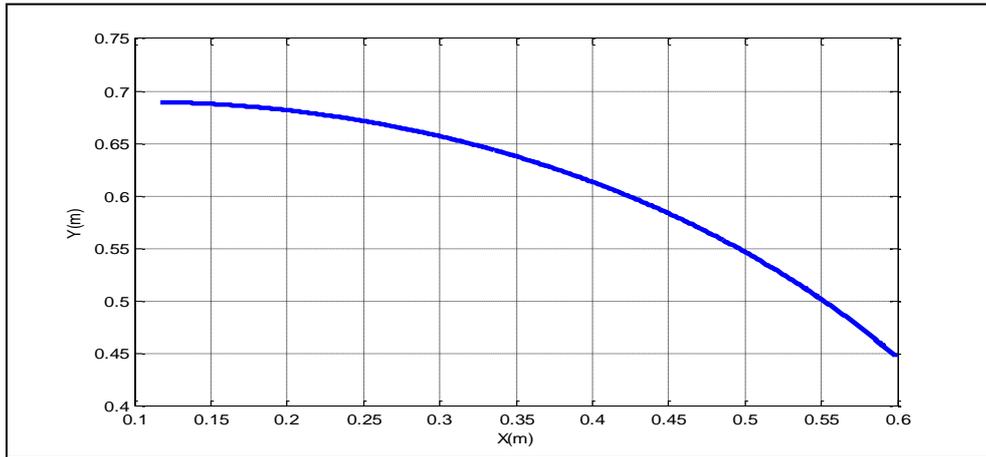


Figure 5.69 : Trajectoire des mouvements par Matlab.

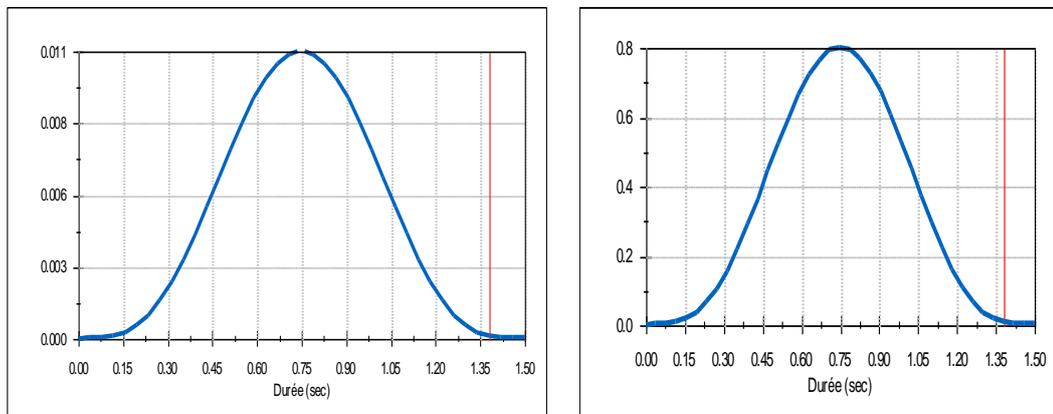


Figure 5.70: Energies cinétiques totales des chainons 1 et 2.

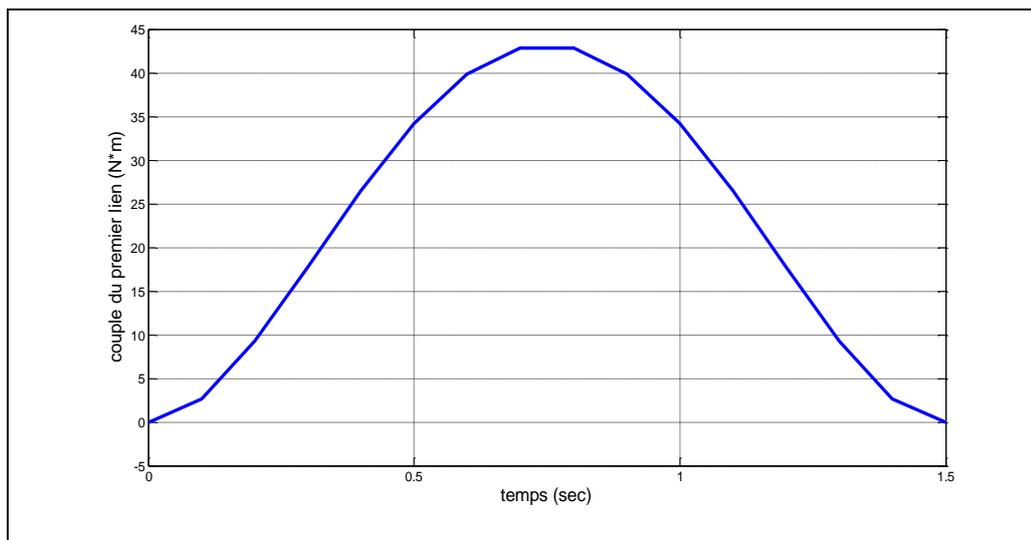


Figure 5.71 : Couple de la première articulation.

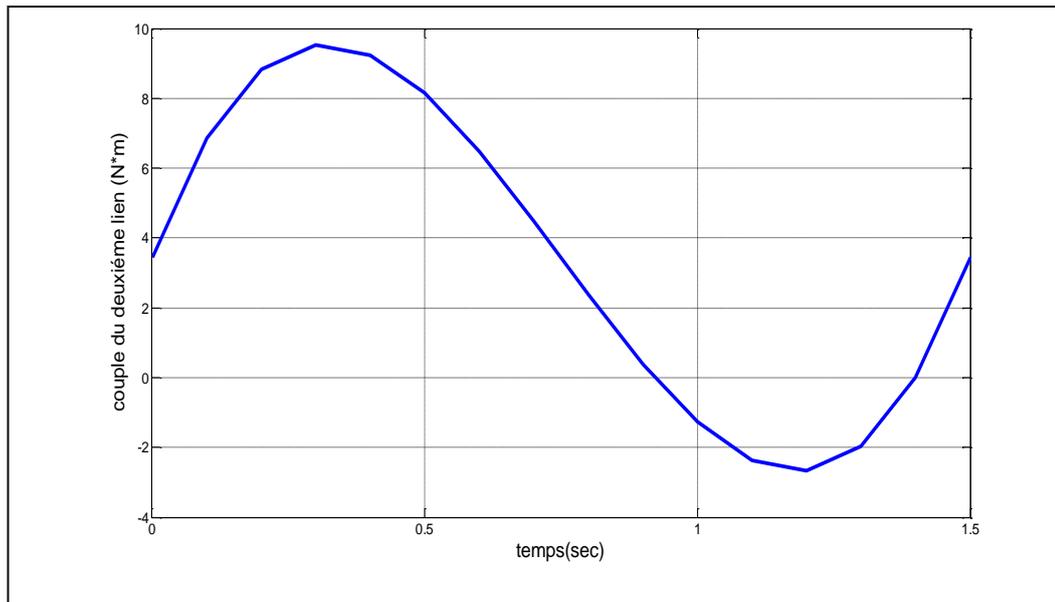


Figure 5.72 : Couple de la deuxième articulation.

Discussions des résultats

D'après les résultats obtenus pour la planification d'une trajectoire de degré cinq soit par les logiciels SolidWorks ou Matlab, on remarque clairement que toutes les conditions aux limites pour les deux chainons sont respectées.

La variation des temps à une influence directe sur les deux couples d'articulation.

Le polynôme de degré cinq possède la particularité de jerk tend vers l'infini à la fin du mouvement.

5.3.3. Polynôme de degré sept

➤ **Pour $0 \leq t \leq 0.5$**

- Les conditions aux limites du premier chaînon sont :

$$\begin{aligned} \theta_1(0) &= 30^\circ & \dot{\theta}_1(0) &= 0 & \ddot{\theta}_1(0) &= 0 \\ \theta_1(0.5) &= 50^\circ & \dot{\theta}_1(0.5) &= 0 & \ddot{\theta}_1(0.5) &= 0 \end{aligned} \quad (5.63)$$

On remplace (5.63) dans (5.34) et à l'aide d'un programme, voir appendice(B),
On obtient:

$$\theta_1(t) = 30 + 11200t^4 - 53760t^5 + 89600t^6 - 51200t^7 \quad (5.64)$$

- Les conditions aux limites du deuxième chaînon sont :

$$\begin{aligned} \theta_2(0) &= 10^\circ & \dot{\theta}_2(0) &= 0 & \ddot{\theta}_2(0) &= 0 \\ \theta_2(0.5) &= 45^\circ & \dot{\theta}_2(0.5) &= 0 & \ddot{\theta}_2(0.5) &= 0 \end{aligned} \quad (5.65)$$

On remplace (5.65) dans (5.34) et à l'aide d'un programme, voir appendice(B),
On obtient :

$$\theta_2(t) = 10 + 19600t^4 - 94080t^5 + 156800t^6 - 89600t^7 \quad (5.66)$$

Graphes des déplacements, vitesses, accélérations et jerk du premier chaînon

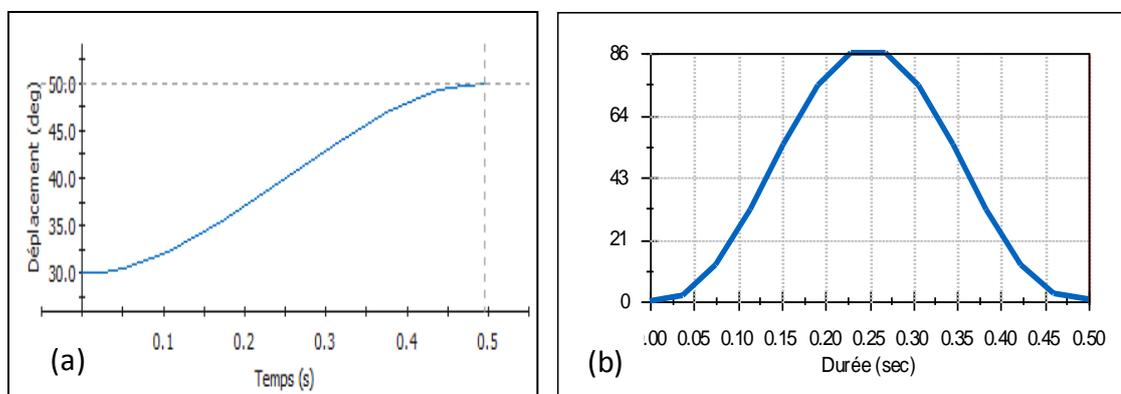


Figure 5.73 : Variations : **a)** déplacements angulaires **.b)** vitesse du premier chaînon par Solidworks $0 \leq t \leq 0.5$.

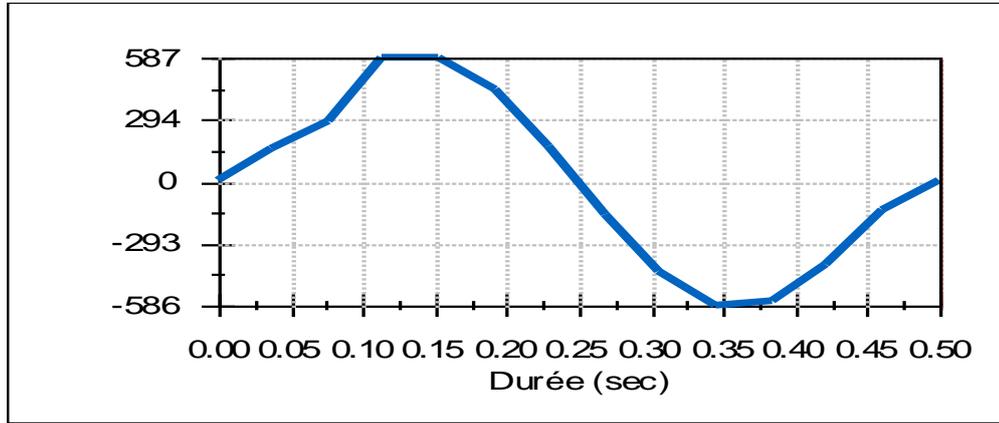


Figure 5.74 : Accélérations angulaires d'un polynôme de degré sept du premier chaînon par Solidworks $0 \leq t \leq 0.5$.

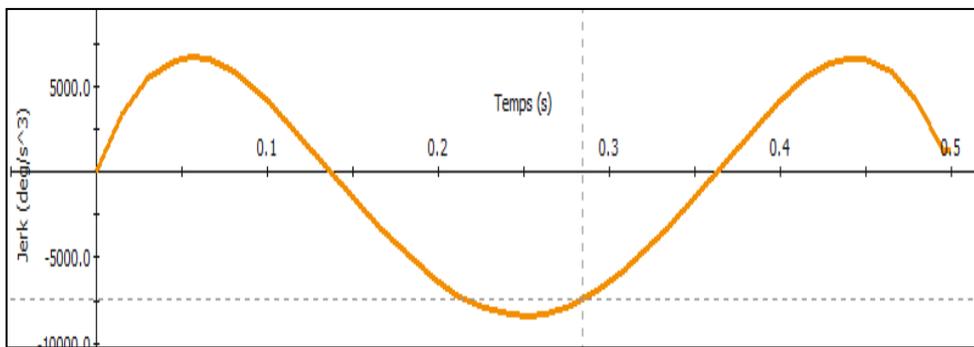


Figure 5.75 : Jerk angulaire d'un polynôme de degré sept du premier chaînon par Solidworks pour $0 \leq t \leq 0.5$.

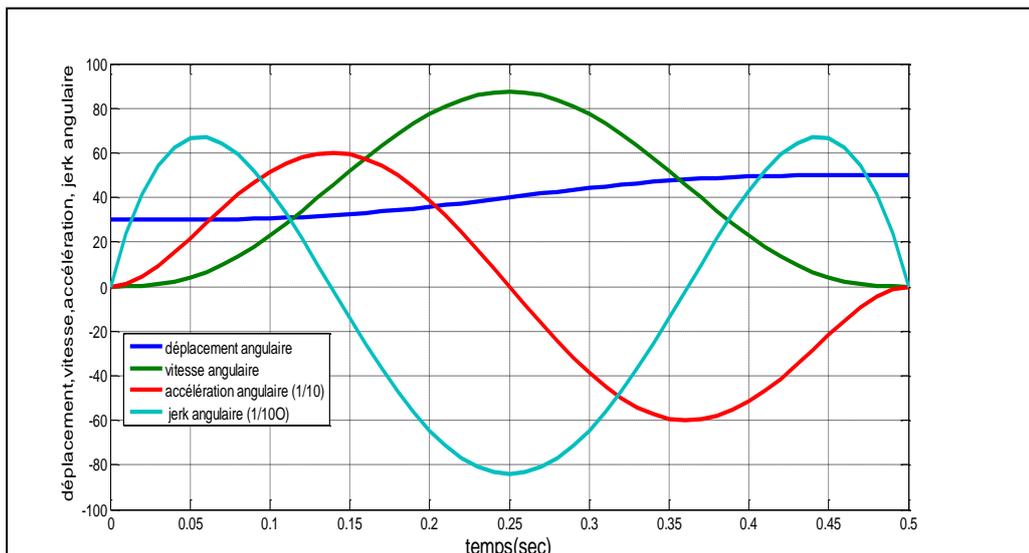


Figure 5.76 : Variations des déplacements, des vitesses, d'accélérations et jerks angulaires pour $0 \leq t \leq 0.5$ du premier chaînon par Matlab.

Graphes des déplacements, vitesses, accélérations et jerk du deuxième chaînon

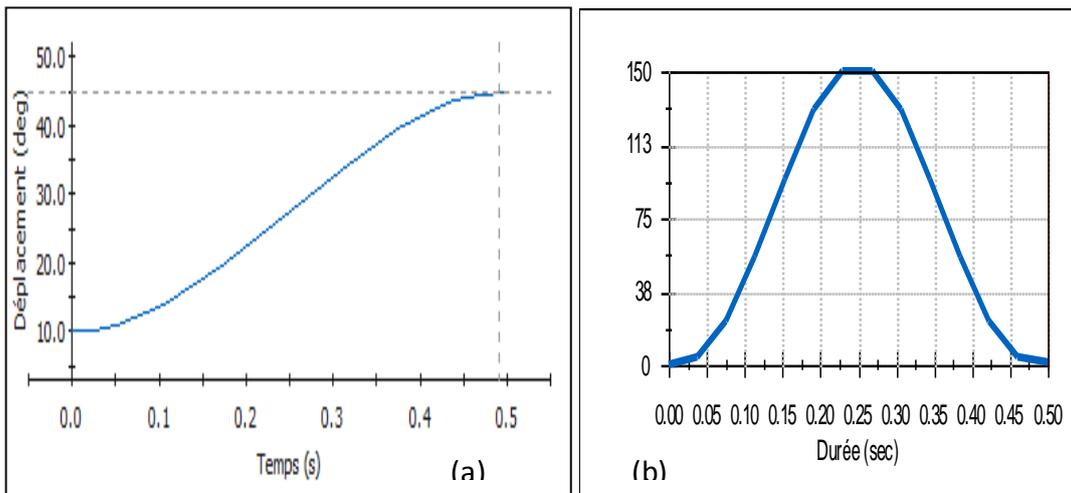


Figure 5.77 : a) Variations des déplacements, b) Vitesse du deuxième chaînon par Solidworks pour $0 \leq t \leq 0.5$.

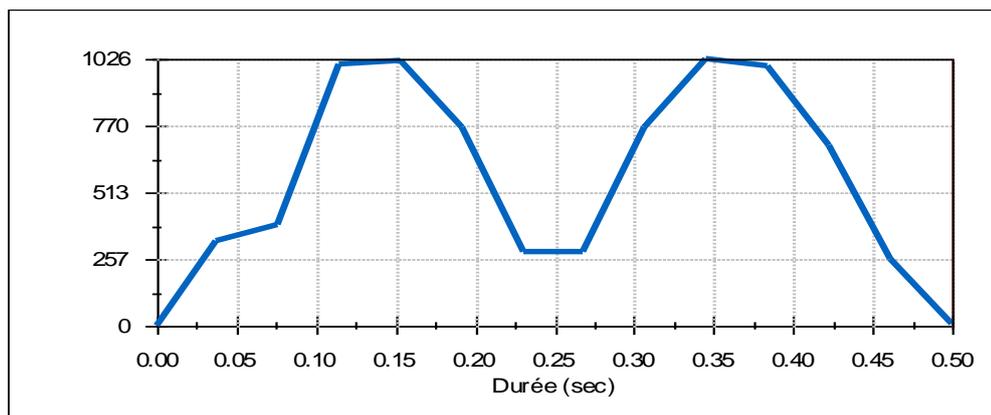


Figure 5.78 : Accélérations angulaires d'un polynôme de degré sept du deuxième chaînon par Solidworks pour $0 \leq t \leq 0.5$.

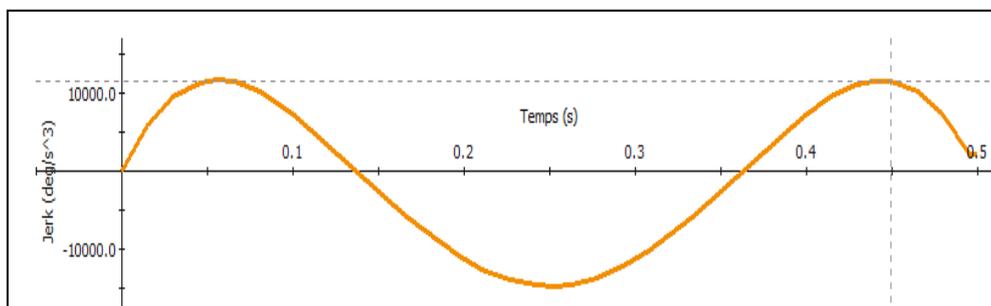


Figure 5.79 : Jerks angulaires d'un polynôme de degré sept du deuxième chaînon par Solidworks $0 \leq t \leq 0.5$.

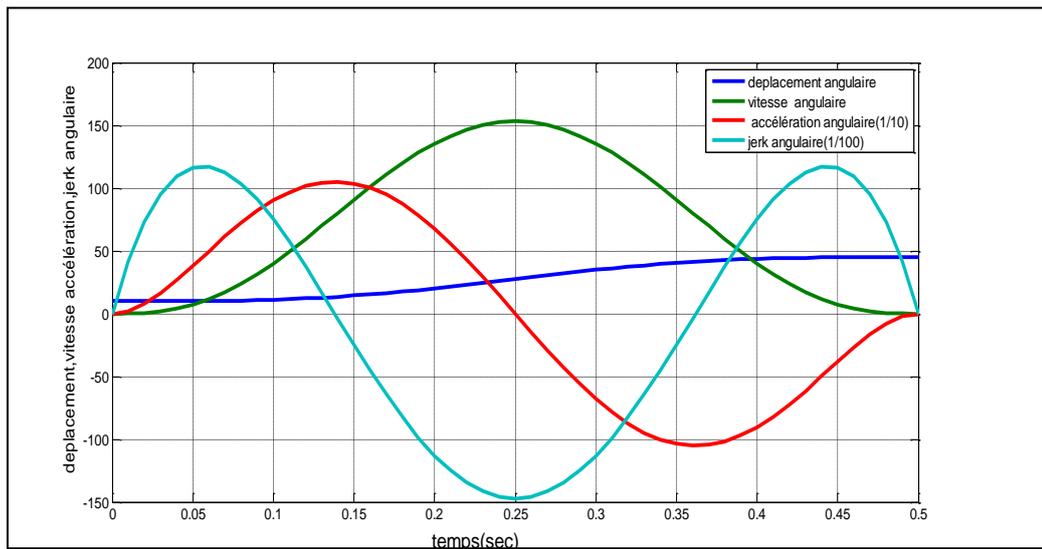


Figure 5.80 : Variations des déplacements, des vitesses, d'accélération et jerks angulaires pour $0 \leq t \leq 0.5$ du deuxième chaînon par Matlab.

A l'aide de Solidworks, on tire la trajectoire d'un polynôme de degrés sept d'un robot médical, voir figure5.81

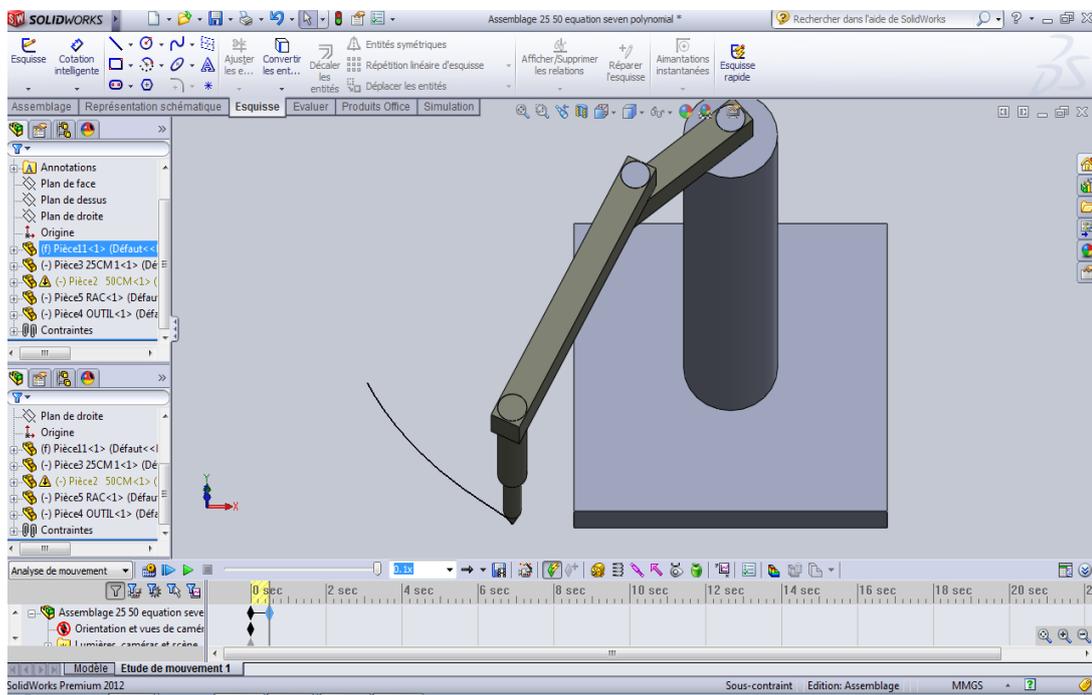


Figure 5.81 : Trajectoire des mouvements par Solidworks.

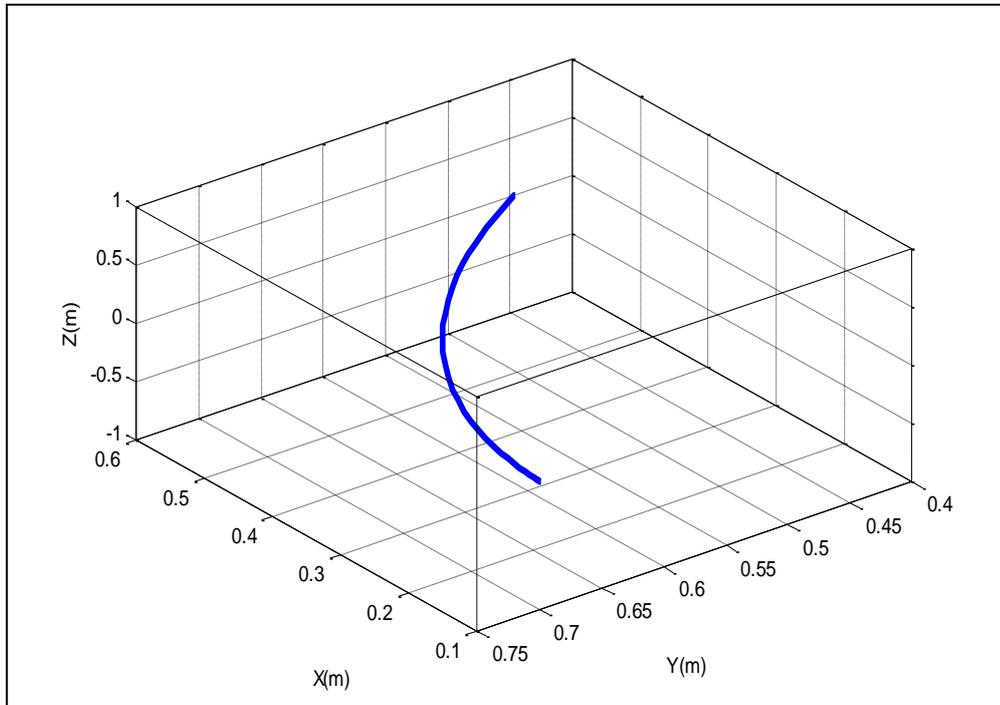


Figure 5. 82 : Trajectoire des mouvements par Matlab.

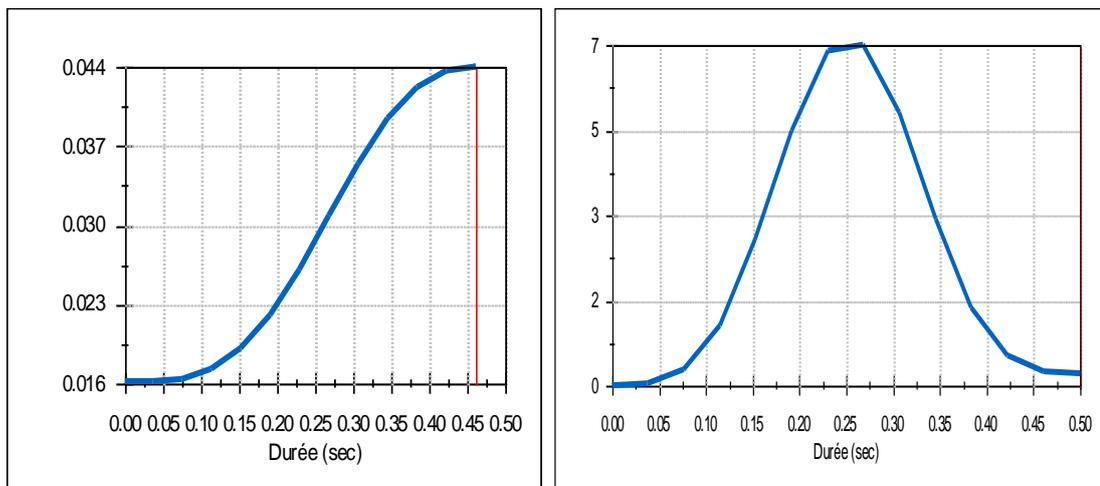


Figure 5.83 : Energies cinétiques totales des chainons 1 et 2.

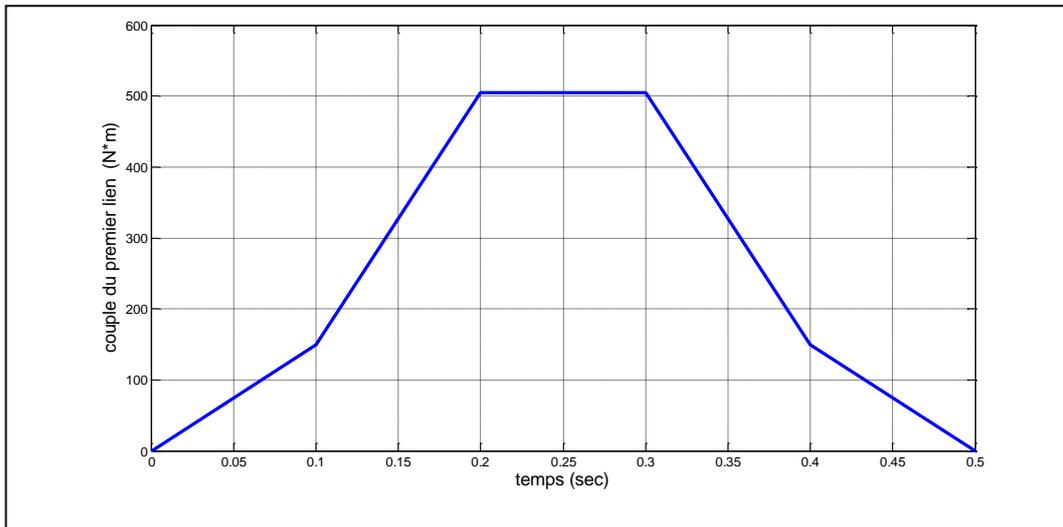


Figure 5.84 : Couple de la première articulation.

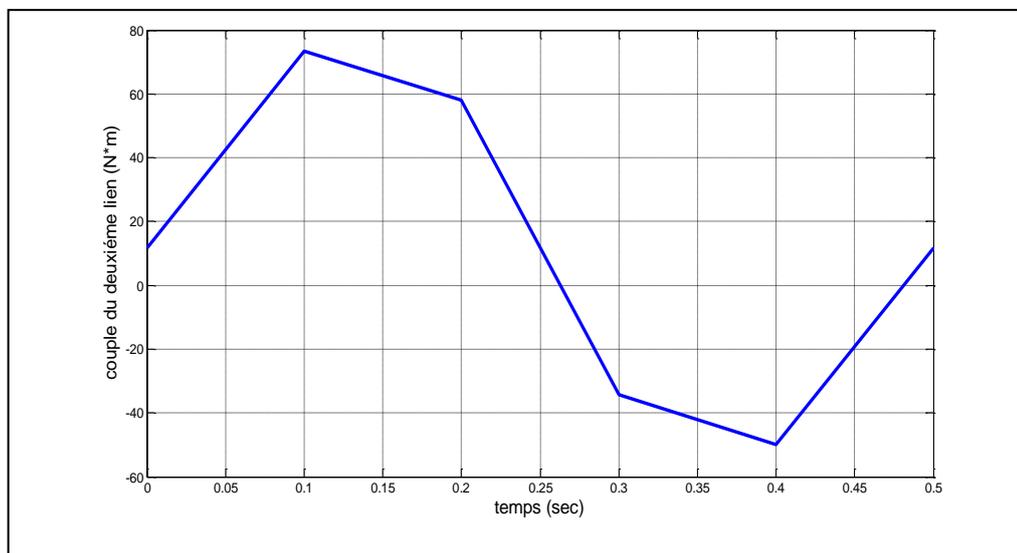


Figure 5.85 : Couple de la deuxième articulation.

➤ **Pour $0 \leq t \leq 1$**

- Les conditions aux limites du premier chaînon sont :

$$\theta_1(0) = 30^\circ \quad \dot{\theta}_1(0) = 0 \quad \ddot{\theta}_1(0) = 0 \quad \ddot{\theta}_1(0) = 0$$

$$\theta_1(1) = 50^\circ \quad \dot{\theta}_1(1) = 0 \quad \ddot{\theta}_1(1) = 0 \quad \ddot{\theta}_1(1) = 0 \quad (5.67)$$

On remplace (5.67) dans (5.34) et à l'aide d'un programme, voir appendice(B), On obtient :

$$\theta_1(t) = 30 + 700t^4 - 1680t^5 + 1400t^6 - 400t^7 \quad (5.68)$$

- Les conditions aux limites du deuxième chaînon sont :

$$\theta_2(0) = 10^\circ \quad \dot{\theta}_2(0) = 0 \quad \ddot{\theta}_2(0) = 0$$

$$\theta_2(1) = 45^\circ \quad \dot{\theta}_2(1) = 0 \quad \ddot{\theta}_2(1) = 0 \quad (5.69)$$

On remplace (5.69) dans (5.34) et à l'aide d'un programme, voir appendice(B),
On obtient :

$$\theta_2(t) = 10 + 1225t^4 - 2940t^5 + 2450t^6 - 700t^7 \quad (5.70)$$

Graphes des déplacements, vitesses, accélérations et jerk du premier lien

A l'aide du logiciel Solidworks, on obtient les graphes suivants :

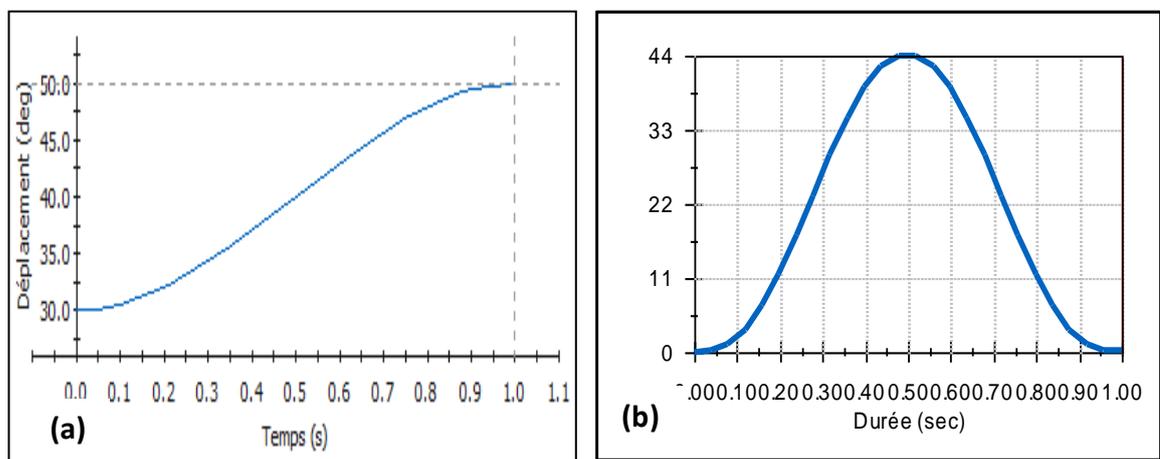


Figure 5.86 : a) Variations des déplacements, b) Vitesses du premier chaînon par Solidworks.

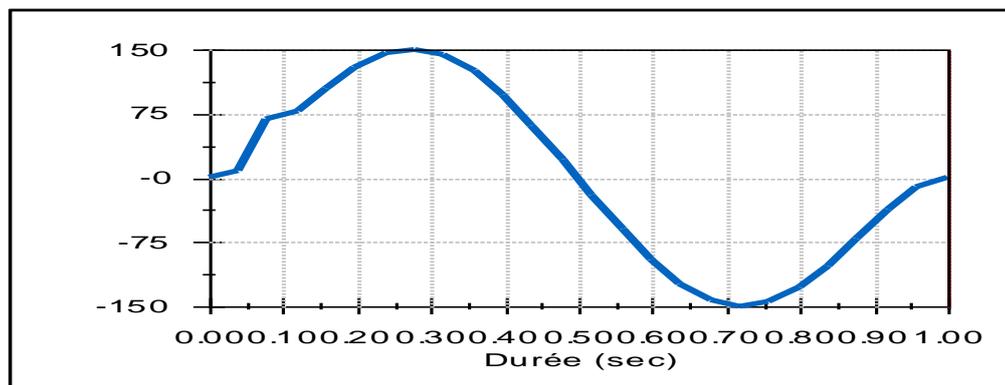


Figure 5.87 : Accélérations angulaires d'un polynôme de degré sept du premier chaînon par Solidworks.

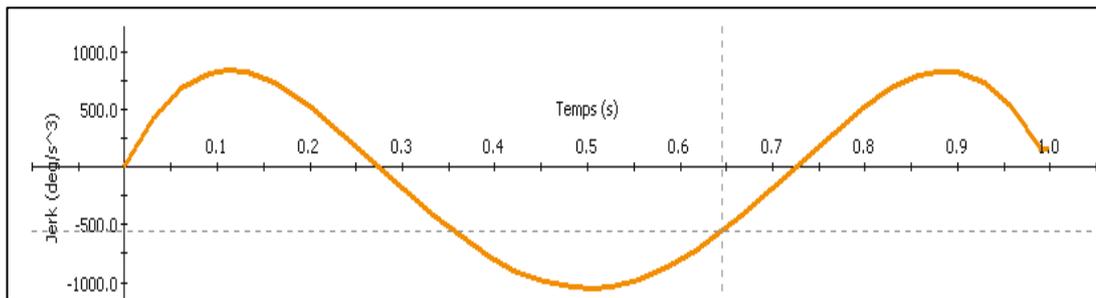


Figure 5.88 : Jerk angulaire d'un polynôme de degré sept du premier chaînon par Solidworks.

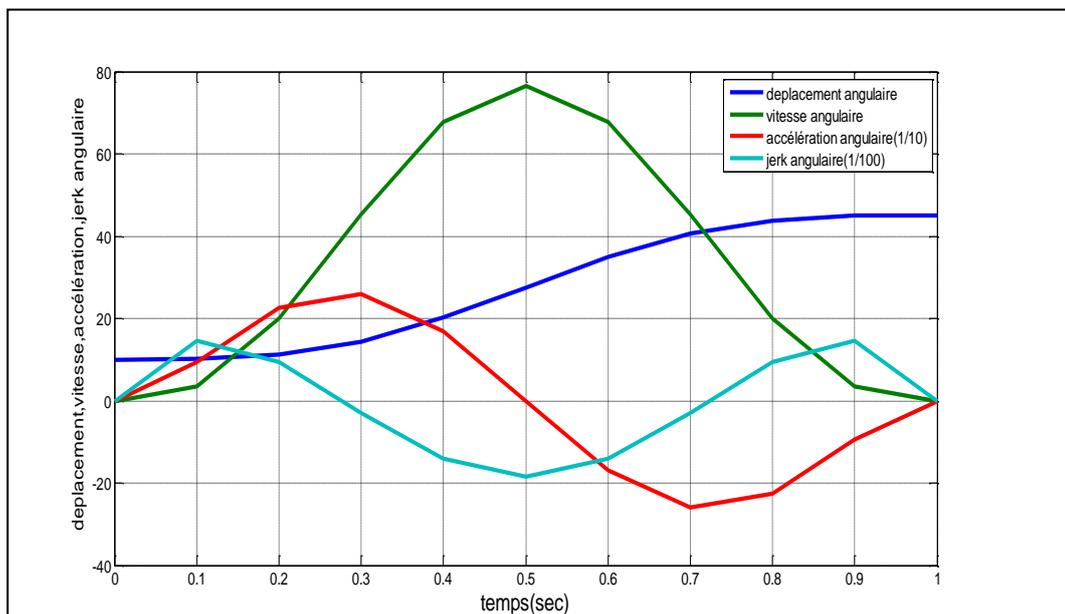


Figure 5.89 : Variations des déplacements, vitesses, accélérations et jerks angulaires du premier chaînon d'un polynôme de degré sept par Matlab.

Graphes des déplacements, vitesses, accélérations et jerk du deuxième chaînon

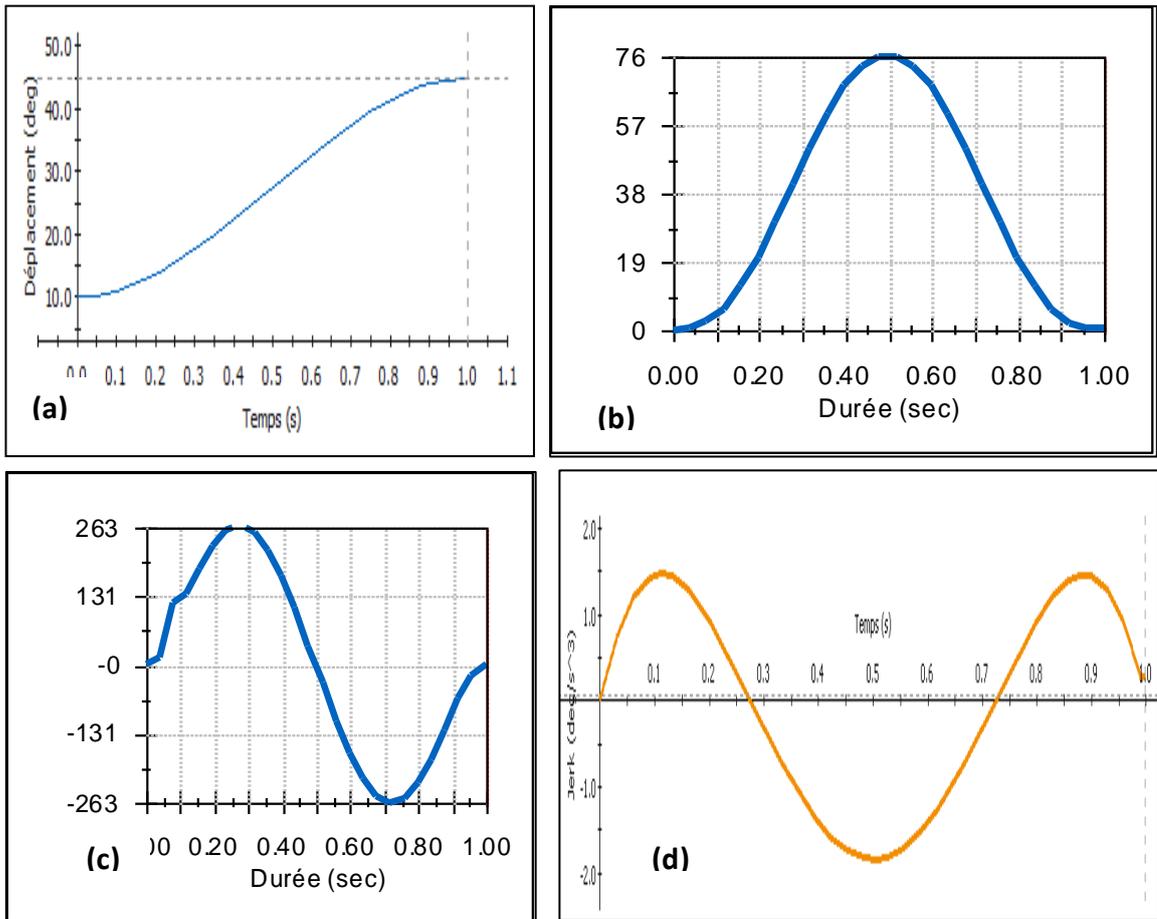


Figure 5.90 : a) Déplacements angulaires, b) vitesses, c) accélérations, d) jerk angulaires.

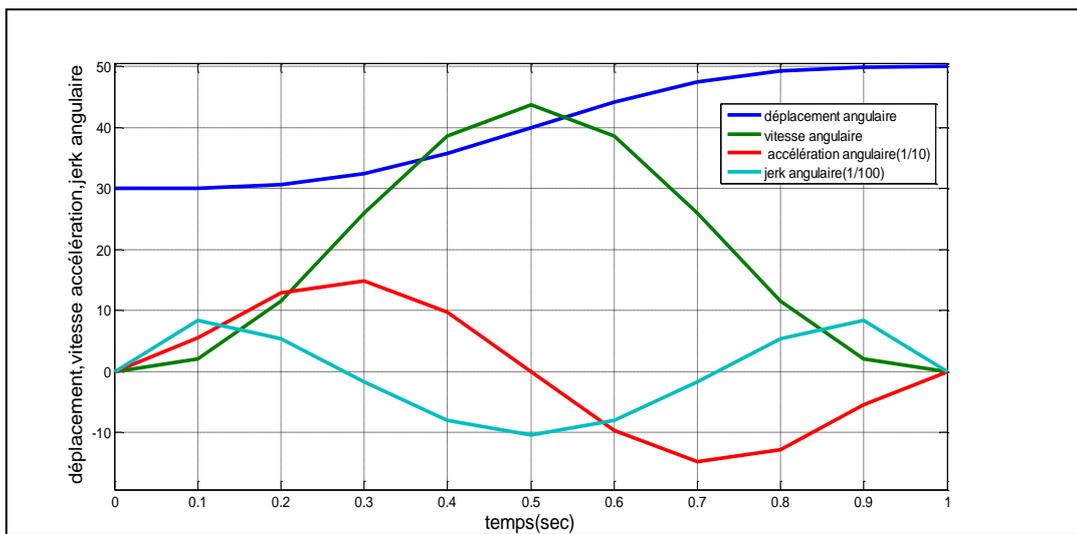


Figure 5. 91: Variations des déplacements, vitesses, accélérations et jerks angulaires du deuxième chaînon d'un polynôme de degré sept par Matlab.

Trajectoire d'un polynôme de degré sept

A l'aide de logiciel Solidworks, on ressort la trajectoire du mouvement (Figure 5.92).

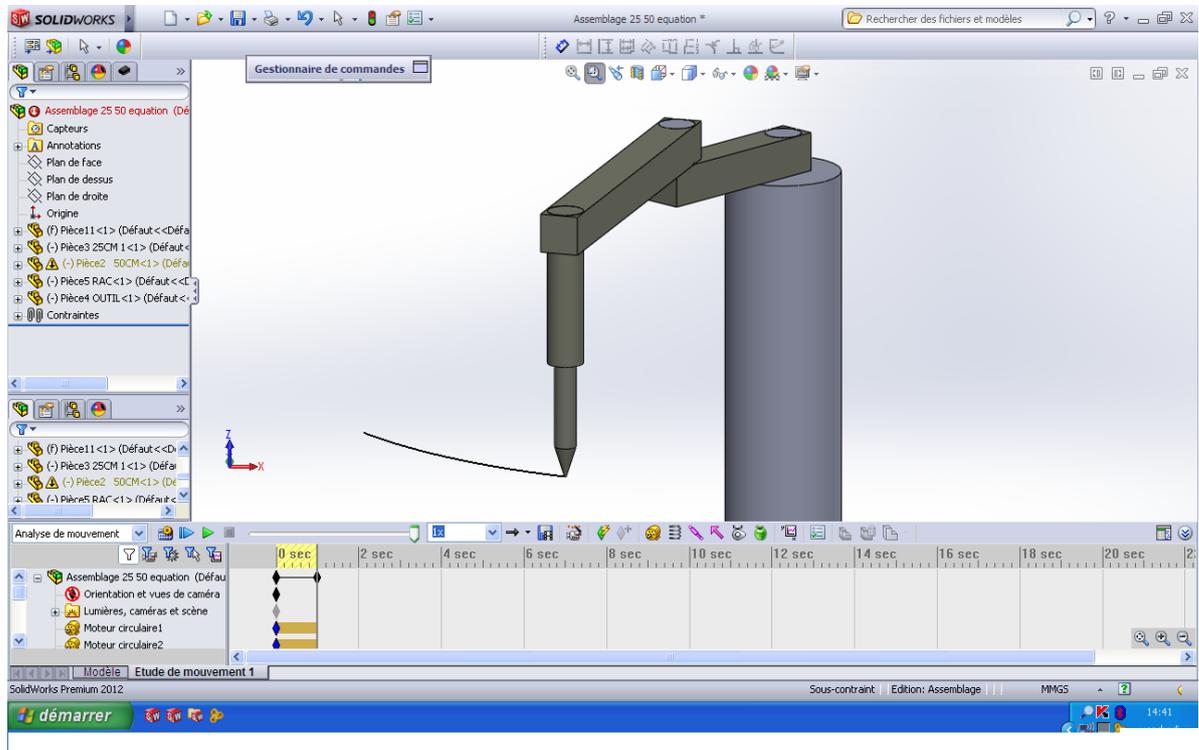


Figure 5.92 : Trajectoire des mouvements par Solidworks.

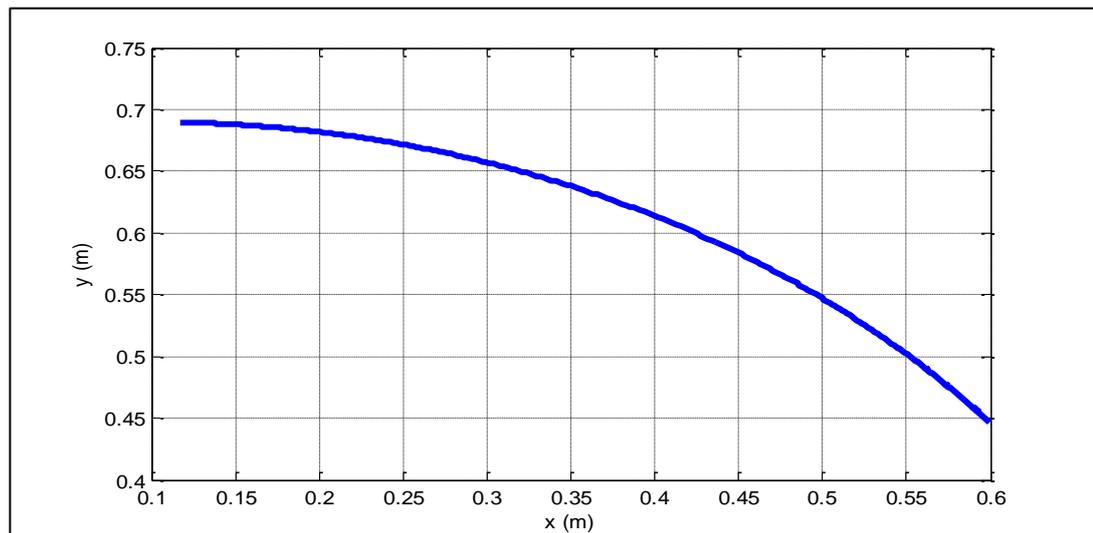


Figure 5. 93 : Trajectoire des mouvements par Mtlab.

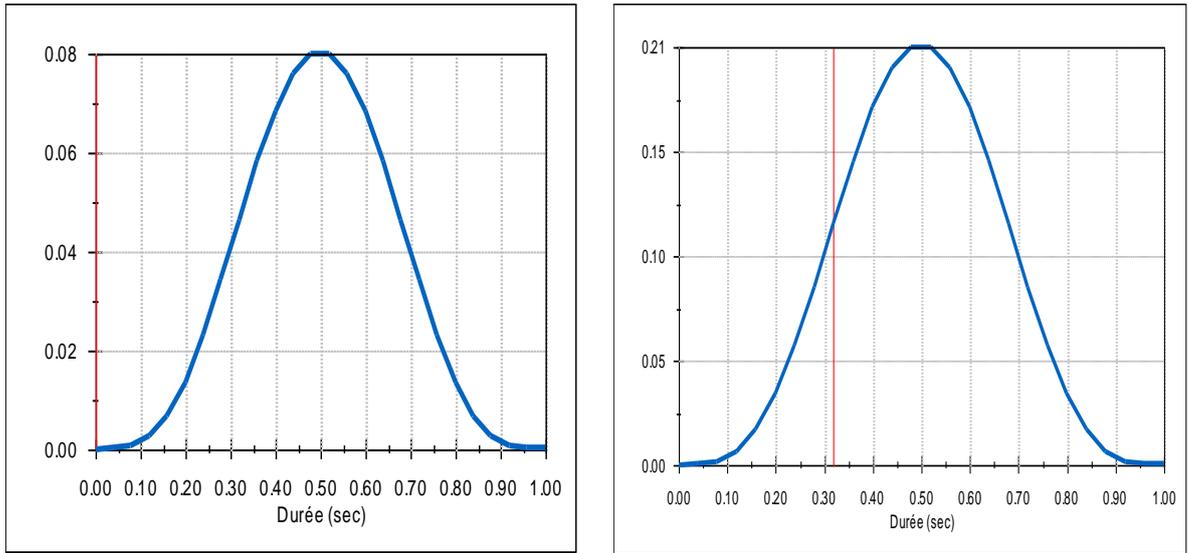


Figure 5.94 : Energies cinétiques totales des chainons1et 2.

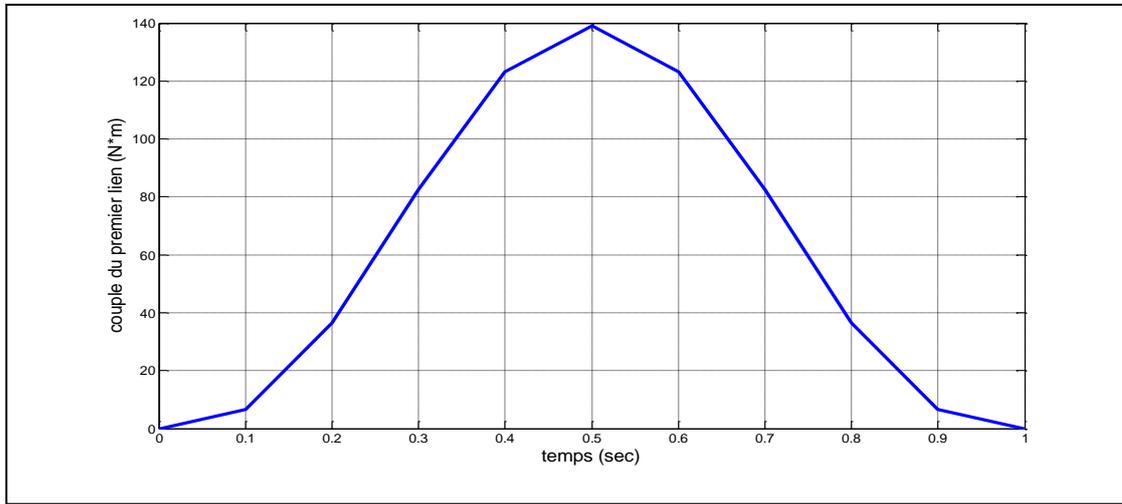


Figure 5.95 : couple du chainon (01).

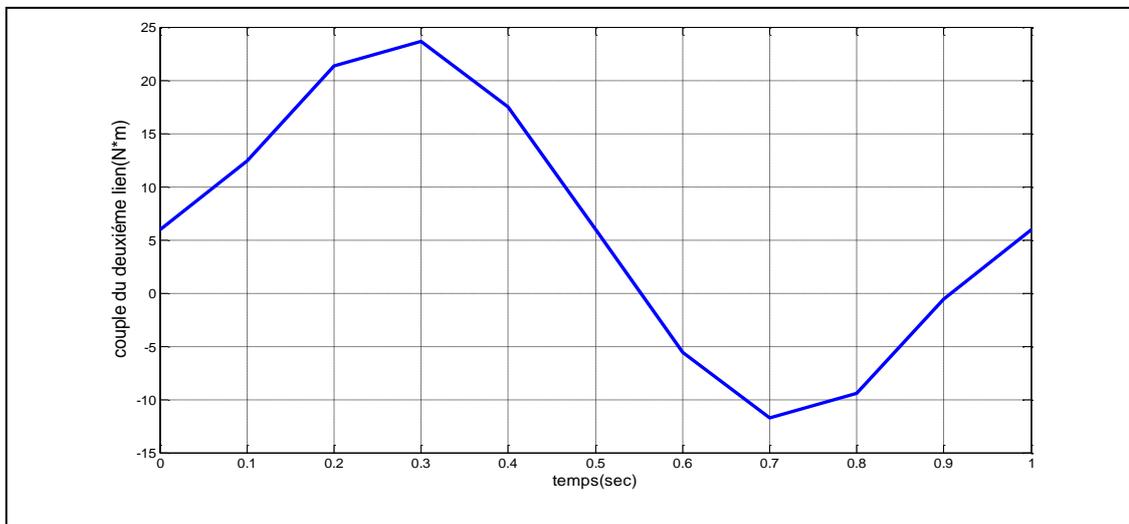


Figure 5.96 : couple du chainon (02).

➤ **Pour $0 \leq t \leq 1.5$**

- Les conditions aux limites du premier chainon sont :

$$\theta_1(0) = 30^\circ \quad \dot{\theta}_1(0) = 0 \quad \ddot{\theta}_1(0) = 0 \quad \dddot{\theta}_1(0) = 0$$

$$\theta_1(1.5) = 50^\circ \quad \dot{\theta}_1(1.5) = 0 \quad \ddot{\theta}_1(1.5) = 0 \quad \dddot{\theta}_1(1.5) = 0 \quad (5.71)$$

On remplace (5.71) dans (5.34) et à l'aide d'un programme, voir appendice(B),
On obtient :

$$\theta_1(t) = 30 + 138.2716t^4 - 221.2346t^5 + 122.9081t^6 - 23.4111t^7 \quad (5.72)$$

- Les conditions aux limites du deuxième chainon sont :

$$\theta_2(0) = 10^\circ \quad \dot{\theta}_2(0) = 0 \quad \ddot{\theta}_2(0) = 0$$

$$\theta_2(1.5) = 45^\circ \quad \dot{\theta}_2(1.5) = 0 \quad \ddot{\theta}_2(1.5) = 0 \quad (5.73)$$

On remplace (5.73) dans (5.34) et à l'aide d'un programme, voir appendice(B),
On obtient :

$$\theta_2(t) = 10 + 241.9753t^4 - 387.1605t^5 + 215.0892t^6 - 40.9694t^7 \quad (5.74)$$

Graphes des déplacements, vitesses, accélérations et jerk du premier chainon

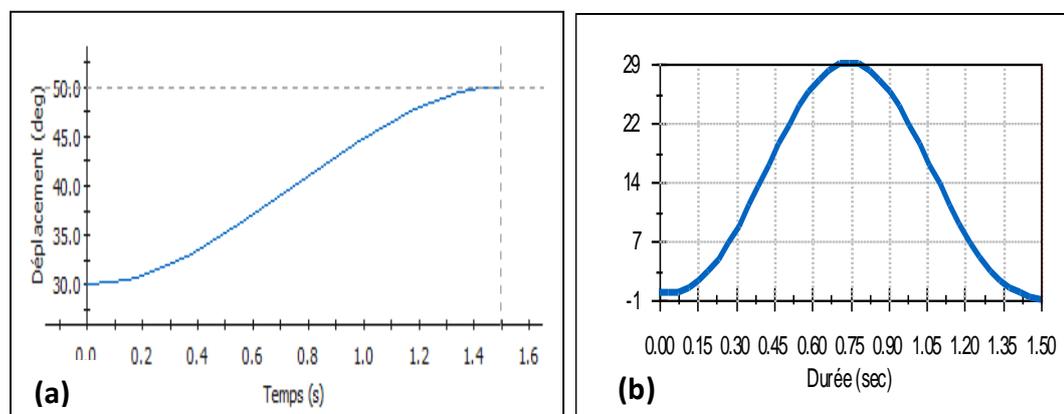


Figure 5.97 : a) Variations des déplacements, b) Vitesses du premier chainon par Solidworks pour $0 \leq t \leq 1.5$.

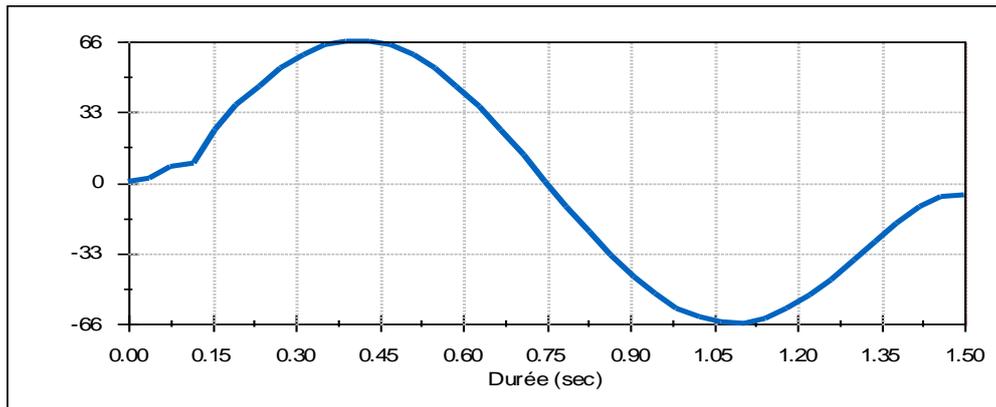


Figure 5.98 : Accélérations angulaires d'un polynôme de degré sept du premier chaînon par Solidworks $0 \leq t \leq 1.5$.

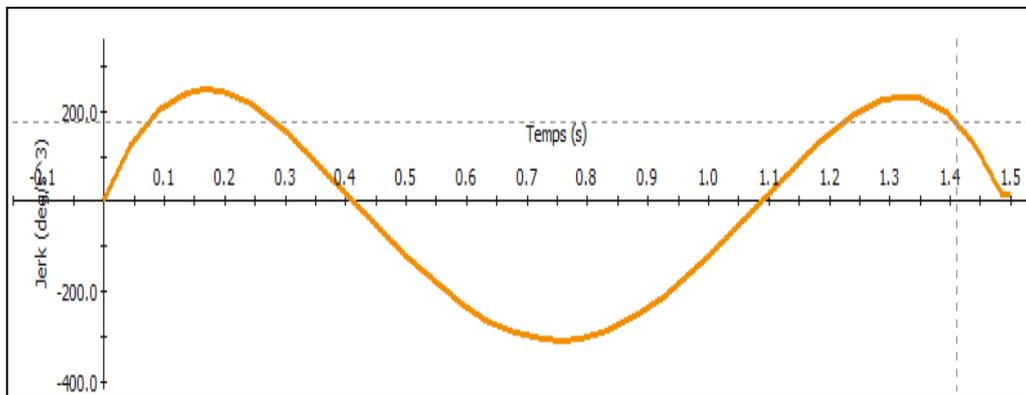


Figure 5.99 : Jerk d'un polynôme de degré sept du premier chaînon par Solidworks pour $0 \leq t \leq 1.5$.

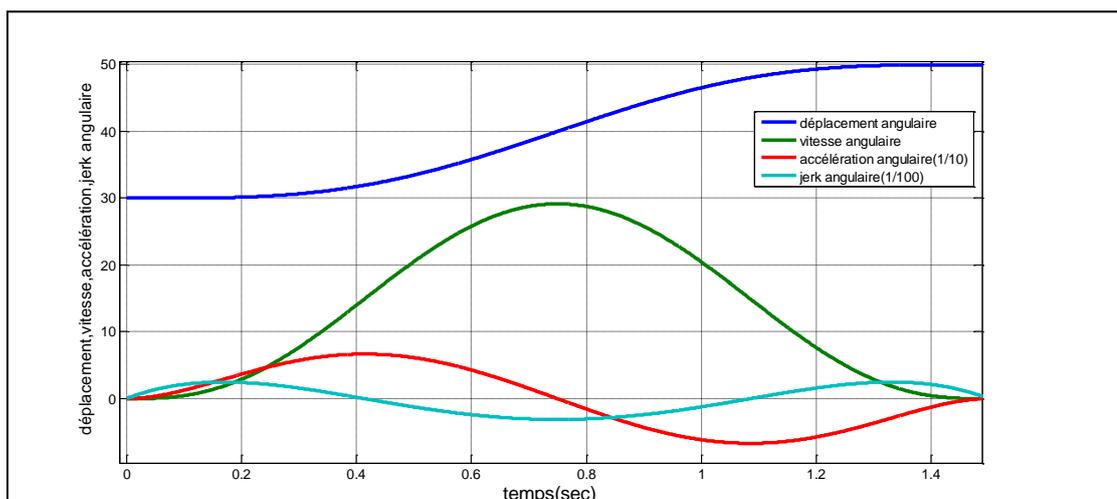


Figure 5.100 : Variations des déplacements, des vitesses, d'accélérations et jerk angulaires pour $0 \leq t \leq 1.5$ du premier chaînon par Matlab.

Graphes des déplacements, vitesses, accélérations et jerk du deuxième chaînon

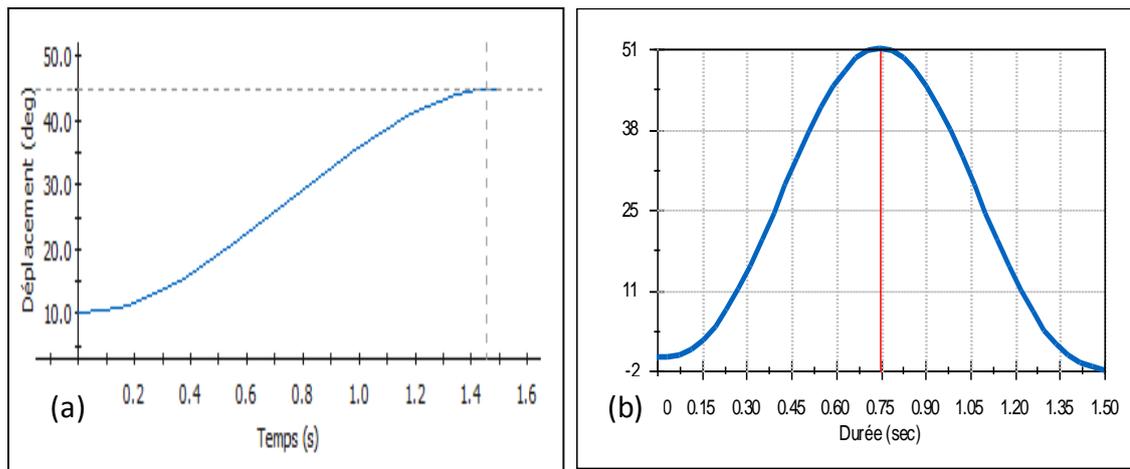


Figure 5.101 : a) Variations des déplacements, b) Vitesses du deuxième chaînon par Solidworks pour $0 \leq t \leq 1.5$.

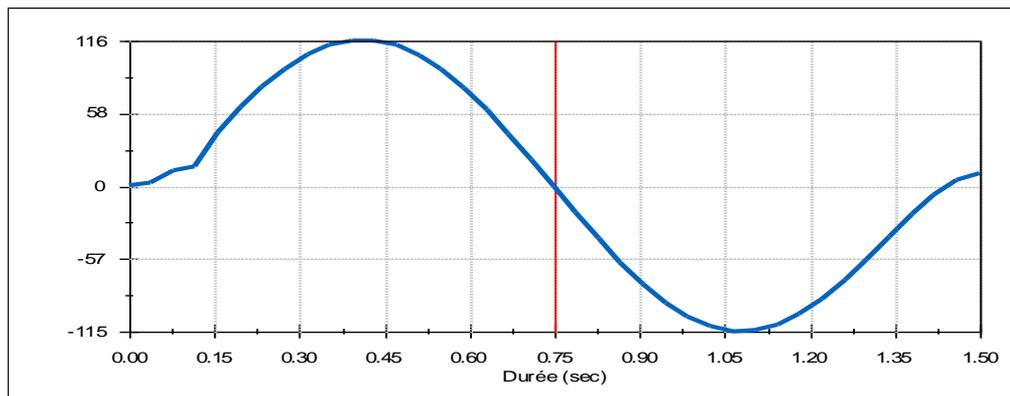


Figure 5.102 : Accélérations angulaires d'un polynôme de degré cinq du deuxième chaînon par Solidworks pour $0 \leq t \leq 0.5$.

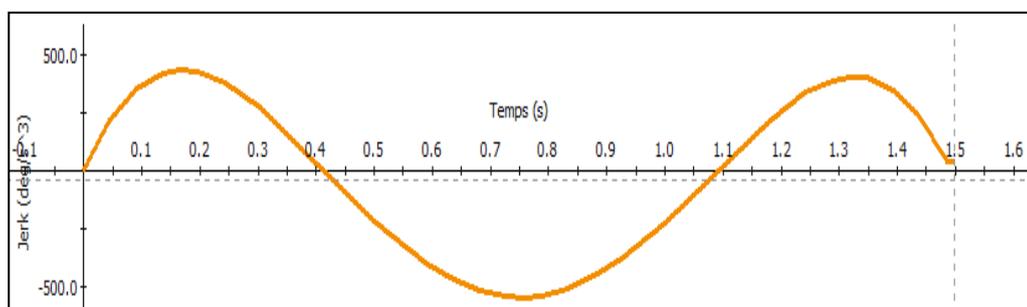


Figure 5.103 : Jerk d'un polynôme de degré sept du deuxième chaînon par Solidworks $0 \leq t \leq 1.5$.

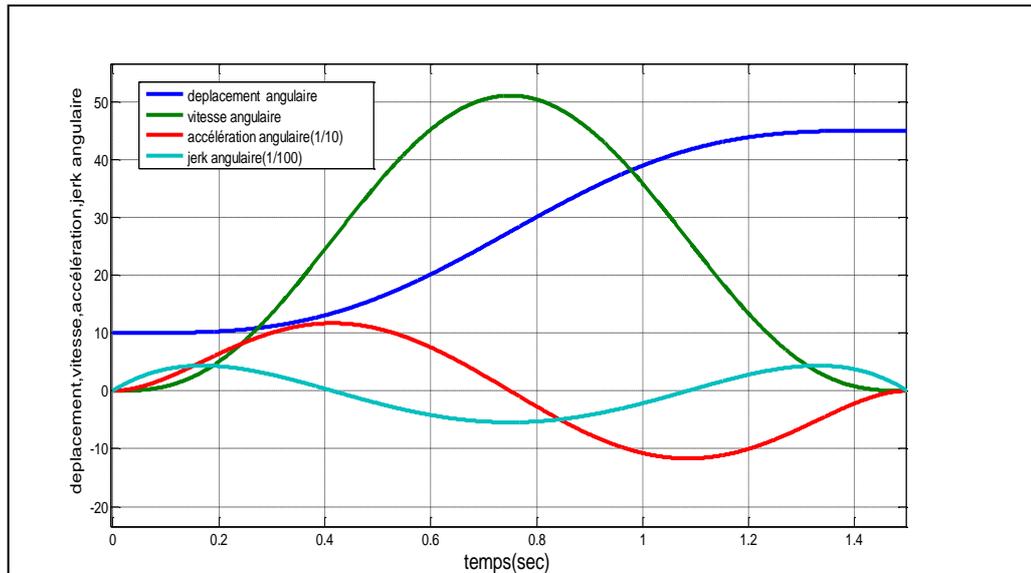


Figure 5.104 : Variations des déplacements, des vitesses, d'accélération et jerk angulaires pour $0 \leq t \leq 1.5$ du deuxième chaînon par Matlab.

A l'aide de Solidworks, on obtient la trajectoire d'un polynôme de degrés sept d'un robot médical, voir figure 5.105.

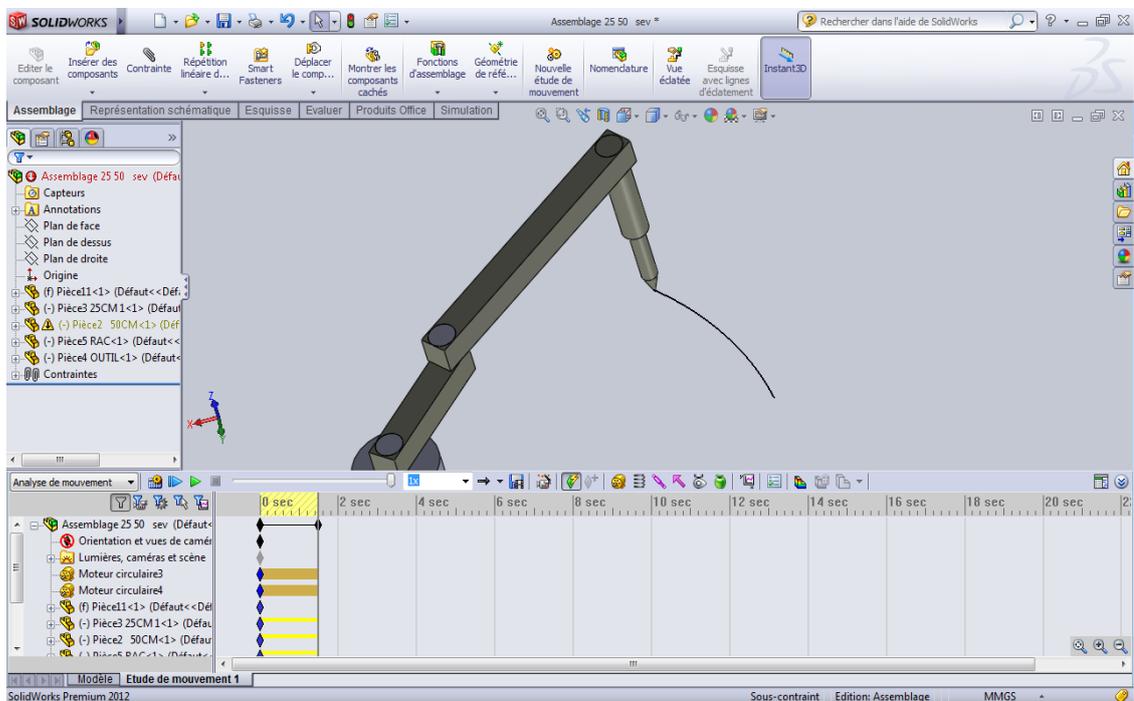


Figure 5.105 : Trajectoire des mouvements par Solidworks.

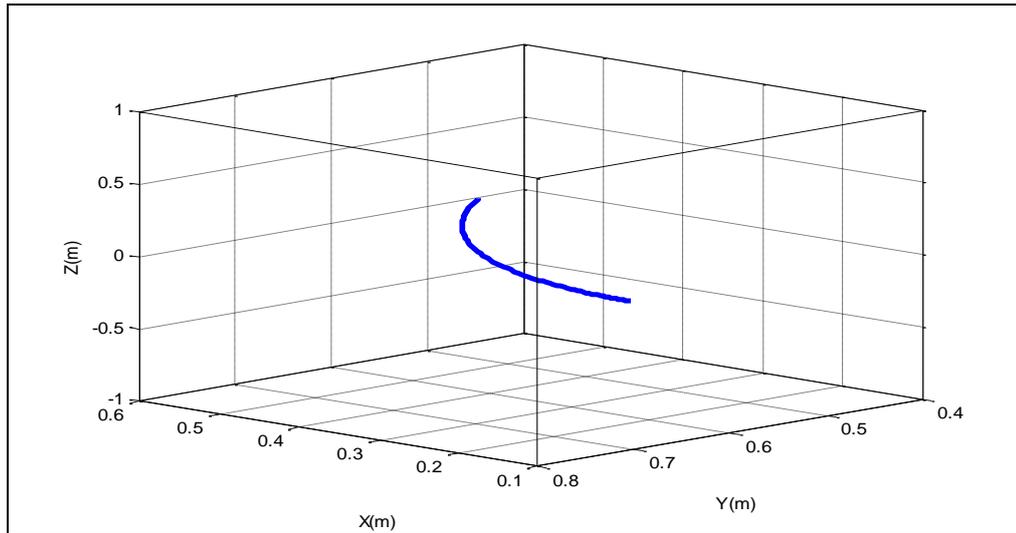


Figure 5. 106 : Trajectoire des mouvements par Matlab.

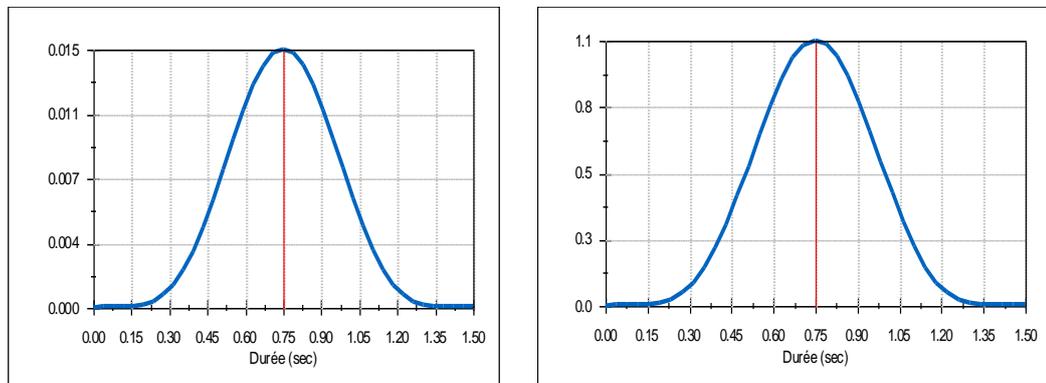


Figure 5.107 : Energies cinétiques totales des chainons 1 et 2.

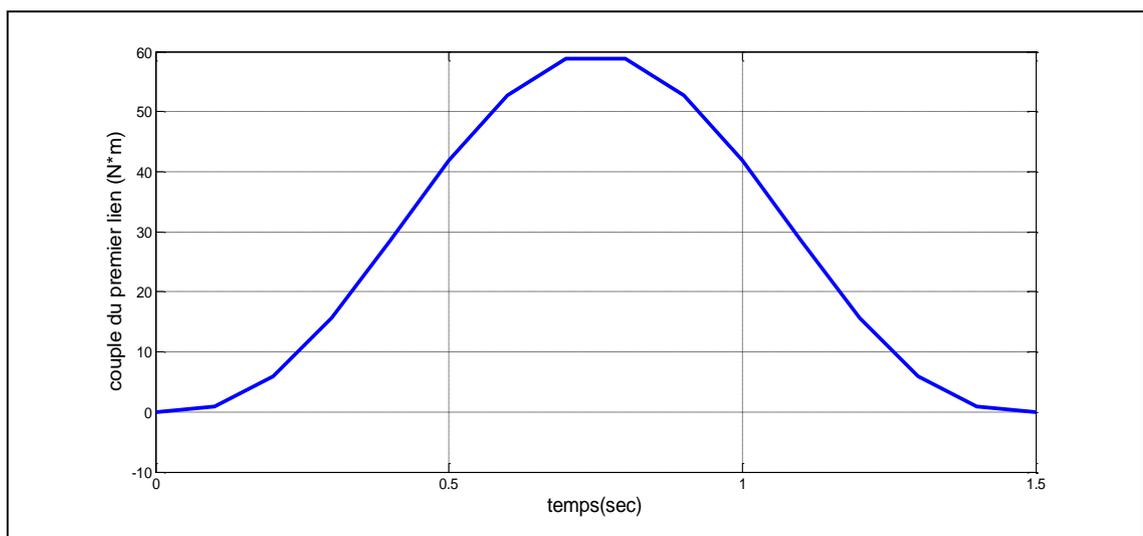


Figure 5.108 : Couple de la première articulation.

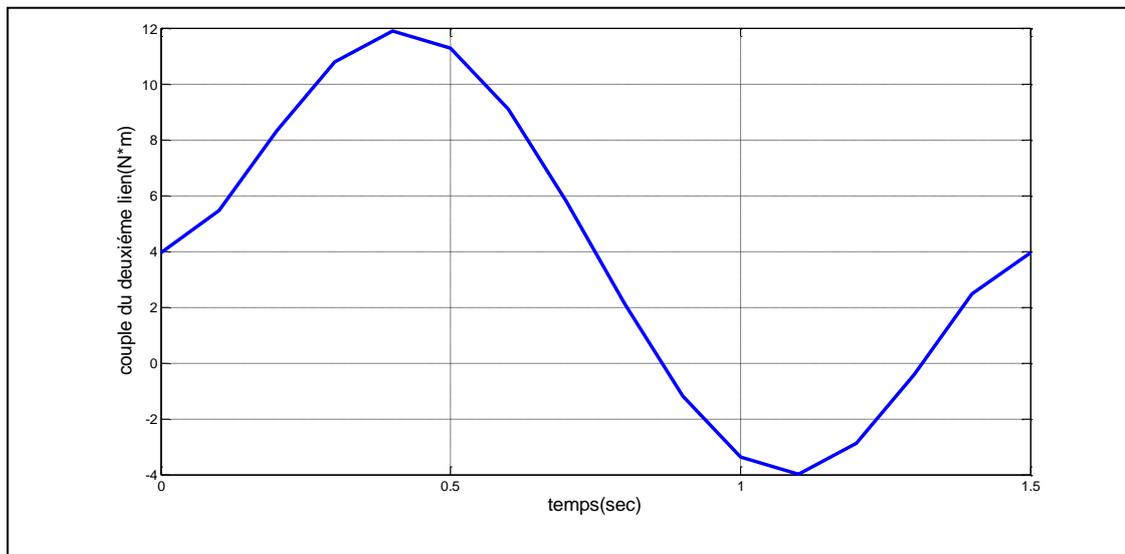


Figure 5.109 : Couple de la deuxième articulation.

Discussions des résultats

D'après les résultats obtenus soit par les deux logiciels SolidWorks et Matlab on remarque clairement que toutes les conditions aux limites pour les deux chainons sont respectées avec quelque erreurs pour le SolidWorks aussi la variation du temps a une influence sur les couples de chaque articulation.

Le polynôme de degré sept possède la particularité de jerk nul au début et à la fin d'un mouvement.

polynômes	Déplacement des chainons		Accélération des chainons		Jerk des chainons		Energie cinétique totale (Joule)		Couple des chainons	
	01	02			01	02	01	02	01	02
Degré trois $0 \leq t \leq 0.5s$ $\theta_2(t) = 10 + 420t^2 - 560t^3$	30° à 50°	10° à 45°	48 0 -48	840 0 -840	0 0 0	0 0 0	0 0.06 0	0 4 0	0 42 5 0	69 0 -45 0
Degré trois $0 \leq t \leq 1s$	30° à 50°	10° à 45°	120 0 -120		0 0 0	0 0 0	0 0.01 6 0	0 1.1 0 0	0 87 0 0	20 0 -8 0
Degré trois $0 \leq t \leq 1.5s$	30° à 50°	10° à 45°	53 0 -53	93 0 -93	0 0 0	0 0 0	0 0.07 0	0 0.5 0	0 0.3 4 0	9.8 0 -3.3 0
Degré Cinq $0 \leq t \leq 0.5s$	30° à 50°	10° à 45°	0 486 0	0 851 0	9800 0 -4900 9800	16000 0 -7000 16000	0 0.1 0	0 0.7 0	0 34 0 0	10 64 -45 10
Degré Cinq $0 \leq t \leq 1s$	30° à 50°	10° à 45°	0 115 0	0 201 0	12000 0 -700 2100	21000 0 -100 2100	0 17 0	0 1.7 0	0 10 0 0	5 17 -7 5
Degré Cinq $0 \leq t \leq 1.5s$	30° à 50°	10° à 45°	0 51 0	0 90 0	350 0 -180 350	610 0 -310 600	0 0.01 0	0 8 0	0 45 0 0	3.5 9.5 -2.8 3.5
Degré sept $0 \leq t \leq 0.5s$	30° à 50°	10° à 45°	0 600 0 -586 0	0 1026 0 -1026 0	0 6500 0 8300 0	0 10200 0 -15000 0	0 0.04 0	0 7 0	0 500 0 0	17 73 0 -50 17
Degré sept $0 \leq t \leq 1s$ $\theta_2(t) = 10 + 1225t^4 - 2940t^5 + 2450t^6 - 700t^7$	30° à 50°	10° à 45°	0 250 0 -250 0	0 263 0 -263 0	0 700 0 -800 0		0 0.08 0	0 0.21 0	0 140 0 0	0 24 0 -13 0
Degré sept $0 \leq t \leq 1.5s$	30° à 50°	10° à 45°	0 66 0 -66 0	0 116 0 -116 0	0 250 0 -250 0	0 450 0 -500 0	0 0.01 0	0 1.1 0	0 58 0 0	4 12 0 -4 4

- Discutions des résultats obtenus

D'après les résultats obtenus, on peut dire que :

- Toutes les particularités des polynômes à été respecté :
 - Le polynôme de degré trois possède une accélération constante.
 - Le polynôme de degré Cinq possède le jerk tend vers l'infini.
 - Le polynôme de degré sept possède le jerk nul au début et à la fin du mouvement.
- Le choix d'un polynôme soit de degré trois, cinq ou sept nous à permet de réaliser le mouvement souhaité.
- L'utilisation des polynômes de différents degrés par exemple : un polynôme de degré trois avec de degré cinq ou l'inverse aussi est possible.
- La variation de temps a une influence sur les couples d'articulations.
- Pour notre cas ou le choix final est basé sur le polynôme de degré sept pour les deux chainons ça revient à ces particularités et aux contraintes de travail (opération sur le crane).

5.3.4 Polynôme des points séquencés

Pour $0 \leq t \leq 1$

- Les conditions aux limites du premier chainon sont :

$$\begin{aligned} \theta(0) &= 30^\circ & \dot{\theta}(0) &= 0 & \ddot{\theta}(0) &= 0 \\ \theta(0.4) &= 35^\circ & & & & \\ \theta(0.7) &= 40^\circ & & & & \\ \theta(1) &= 50^\circ & \dot{\theta}(1) &= 0 & \ddot{\theta}(1) &= 0 \end{aligned} \quad (5.75)$$

On remplace (5.75) dans (5.28) et à l'aide d'un programme établis par Matlab, voir appendice (B), on obtient :

$$\theta_1(t) = 30 + 942.5t^3 - 4627.6t^4 + 8647.9t^5 - 7042.9t^6 + 2100.1t^7 \quad (5.76)$$

- Les conditions aux limites du deuxième chainon sont :

$$\begin{aligned} \theta(0) &= 10^\circ & \dot{\theta}(0) &= 0 & \ddot{\theta}(0) &= 0 \\ \theta(0.4) &= 20^\circ & & & & \\ \theta(0.7) &= 30^\circ & & & & \\ \theta(1) &= 45^\circ, & \dot{\theta}(1) &= 0, & \ddot{\theta}(1) &= 0 \end{aligned} \quad (5.77)$$

On remplace (5.77) dans (5.28) et à l'aide d'un programme de Matlab, voir appendice (B), on obtient :

$$\theta_2(t) = 10 + 1500.5t^3 - 7053t^4 + 12891t^5 - 10380t^6 + 3076.9t^7 \quad (5.78)$$

Graphes des Déplacements, vitesses, accélérations et jerk du premier chainon

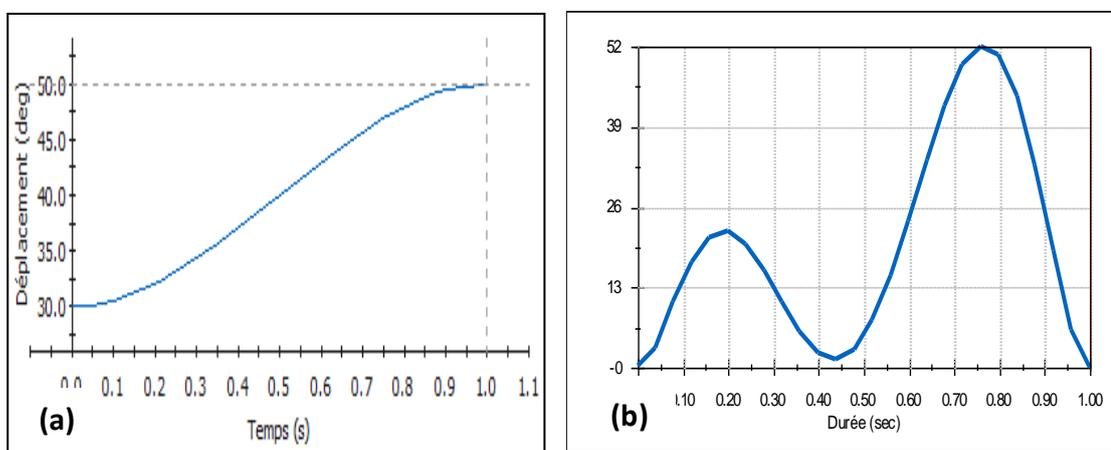


Figure 5.110 : a) Variations des déplacements, b) Vitesses du premier chainon par Solidworks.

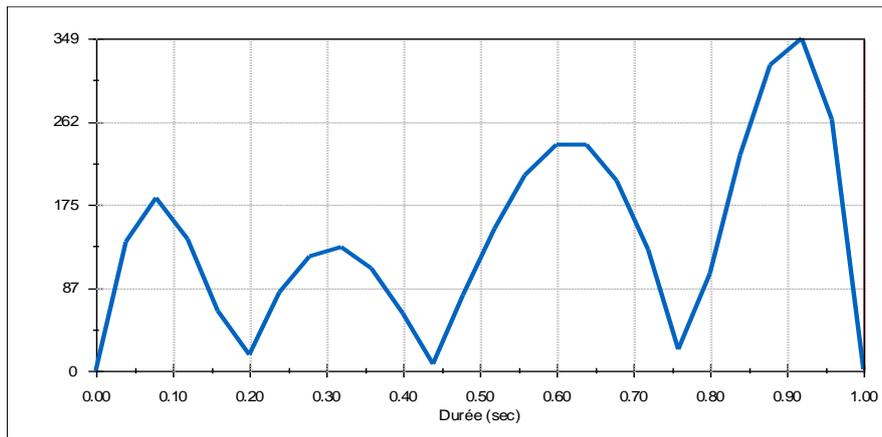


Figure 5.111 : Accélérations angulaires du premier chaînon par Solidworks.

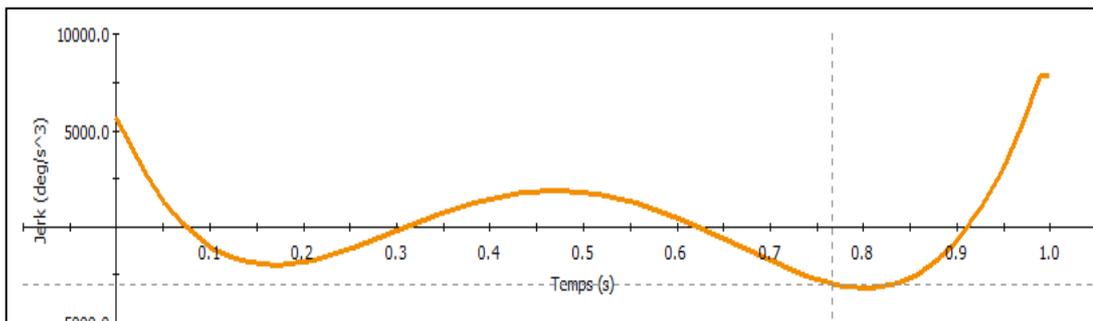


Figure 5.112 : Jerk d'un Polynôme des points séquencés du premier chaînon par Solidworks.

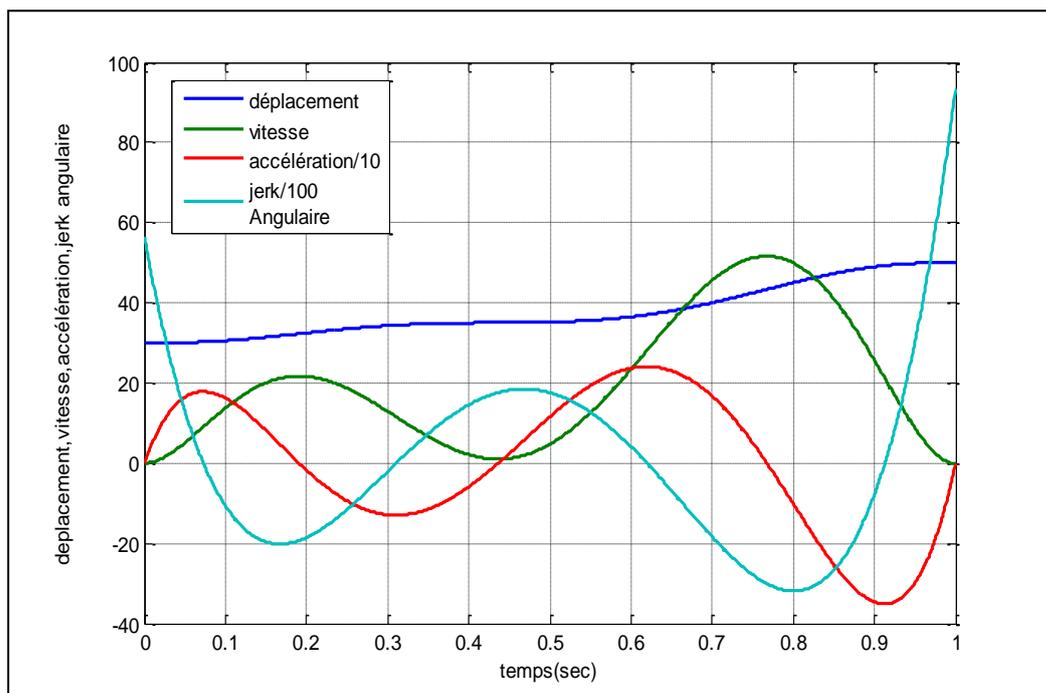


Figure 5.113 : La variation du déplacement, vitesse, accélération et jerk angulaire du premier chaînon d'un polynôme des points séquencés par Matlab.

Graphes des Déplacements, vitesses, accélérations et jerk du deuxième chaînon

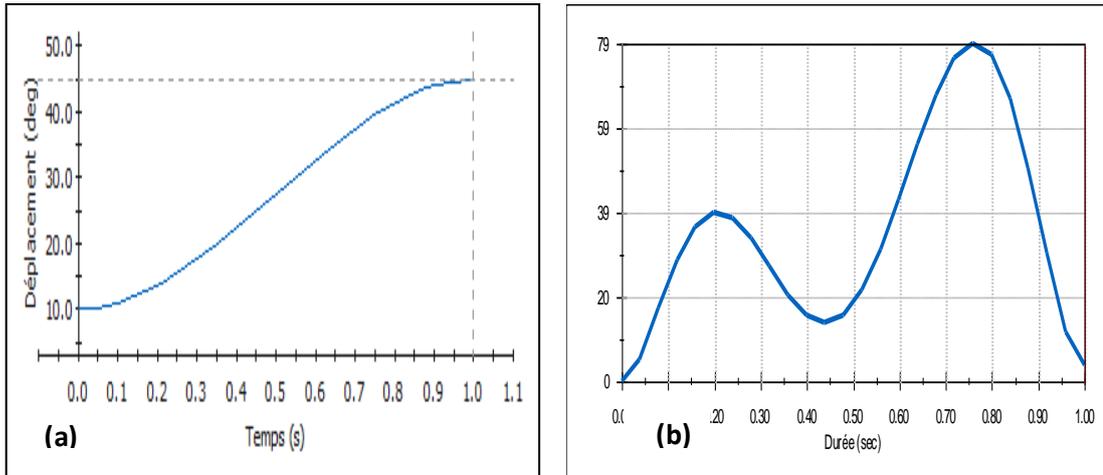


Figure 5.114 : a) Variations des déplacements, b) Vitesses, du deuxième chaînon d'un polynôme des points séquencés par SolidWorks.

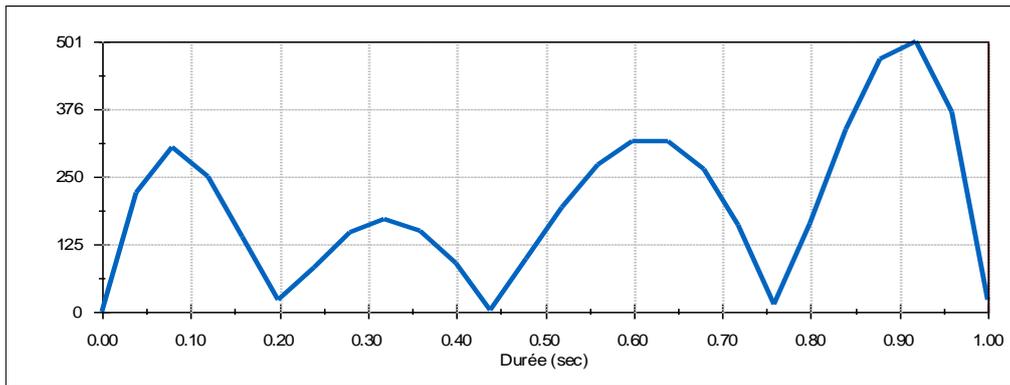


Figure 5.115 : Accélération angulaire du deuxième lien obtenu par Solidworks

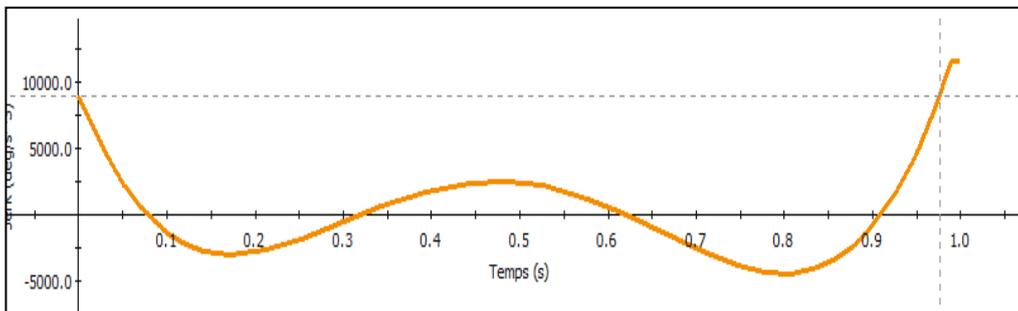


Figure 5.116: Jerk d'un Polynôme des points séquencés du deuxième chaînon par Solidworks.

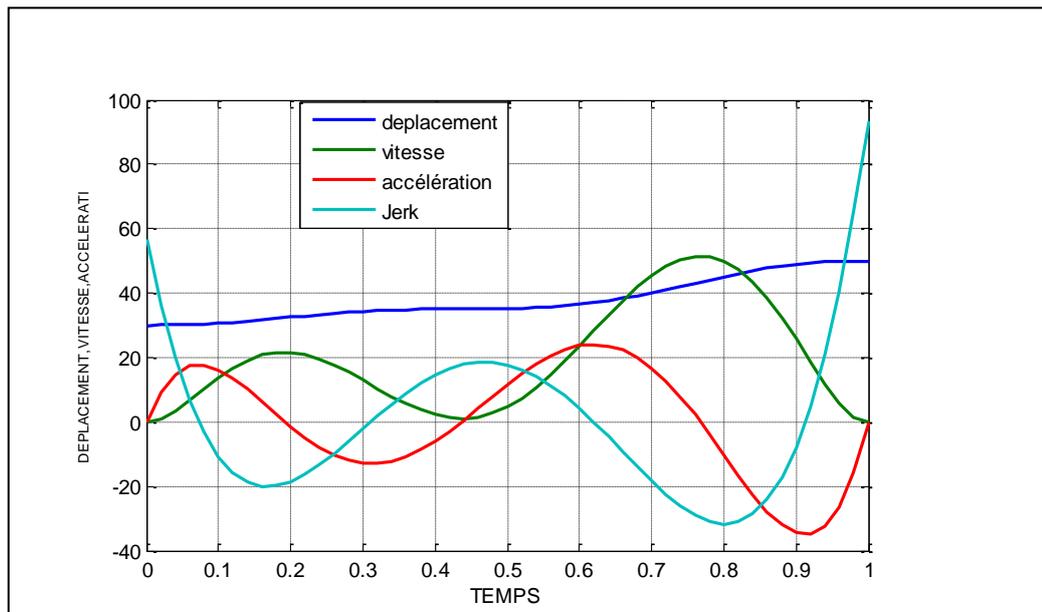


Figure 5.117 : Variations des déplacements, vitesses, accélérations angulaires du deuxième chaînon par Matlab.

Trajectoire d'un polynôme des points séquencés

A l'aide de logiciel Solidworks, on obtient la trajectoire d'un polynôme des points séquencés d'un robot médical, voir figure 5.118.

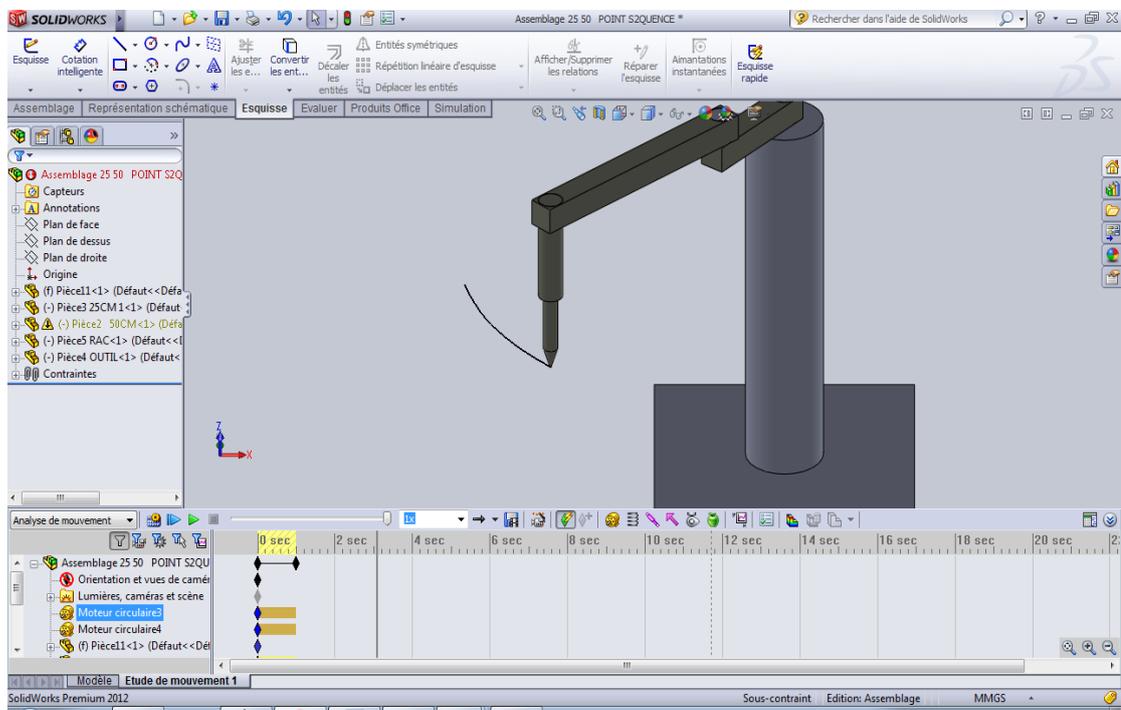


Figure 5.118 : Trajectoire des mouvements par Solidworks.

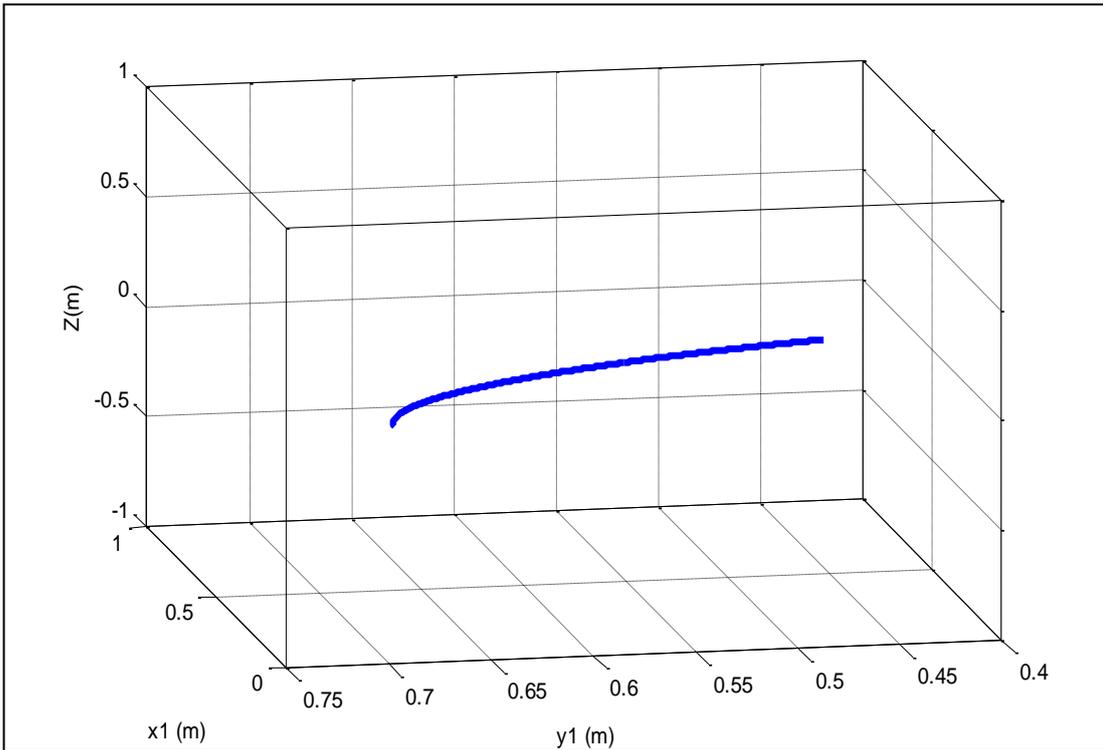


Figure 5. 119 : Trajectoire des mouvements par Matlab.

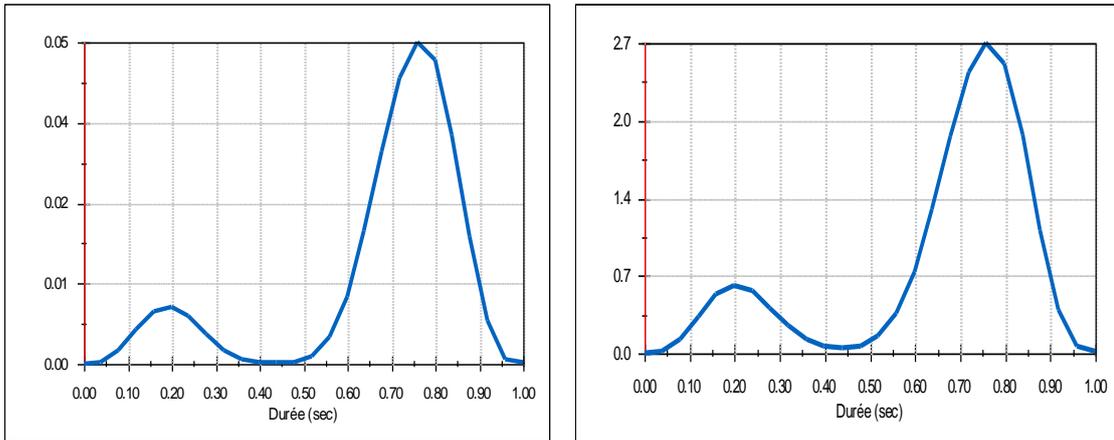


Figure 5.120 : Energies cinétiques totales des chainons1et 2.

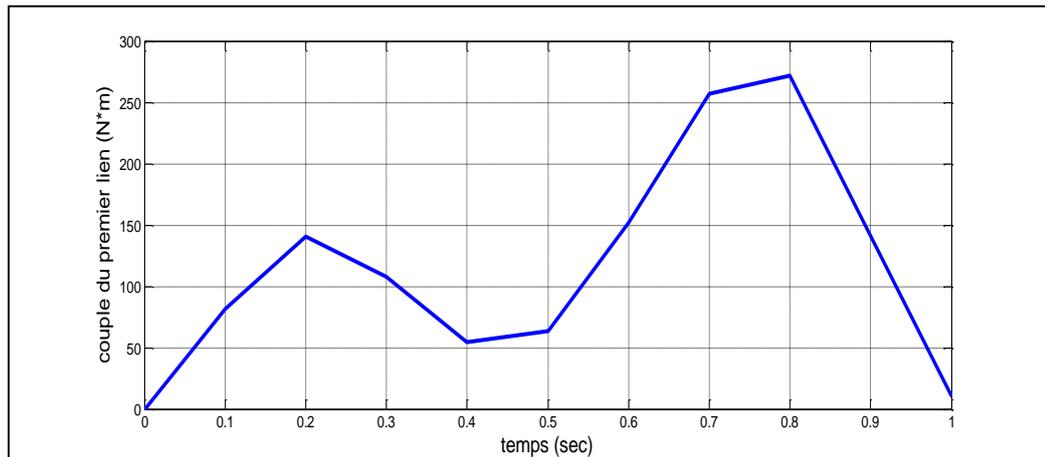


Figure 5.121 : Couple de la première articulation.

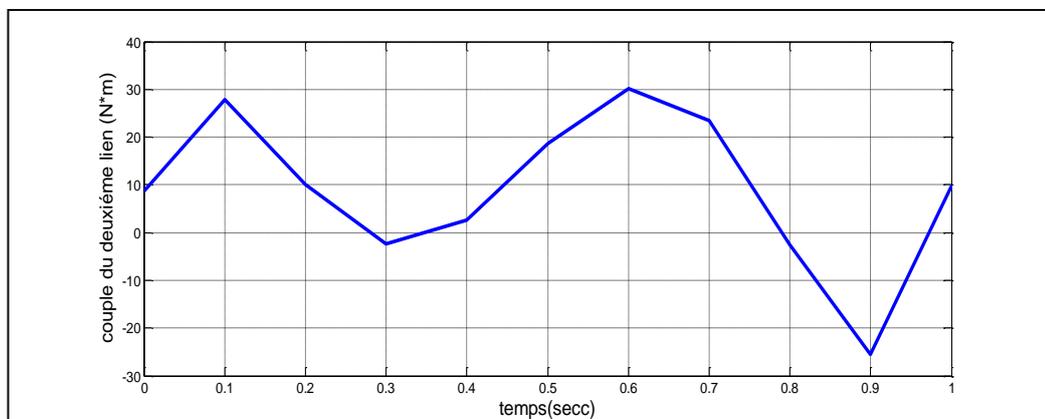


Figure 5.122 : Couple de la deuxième articulation.

5.3.5 L'organe terminal :

Pour $0 \leq t \leq 1$

- Les conditions aux limites sont :

$$X_1(0) = 1 \quad \dot{X}_1(0) = 0 \quad \ddot{X}_1(0) = 0$$

$$X_1(1) = 2 \quad \dot{X}_1(1) = 0 \quad \ddot{X}_1(1) = 0 \quad (5.79)$$

On obtient :

$$X_1(t) = 1 + 35t^4 - 84t^5 + 70t^6 - 20t^7 \quad (5.80)$$

Graphes des Déplacements, vitesses, accélérations et Jerk

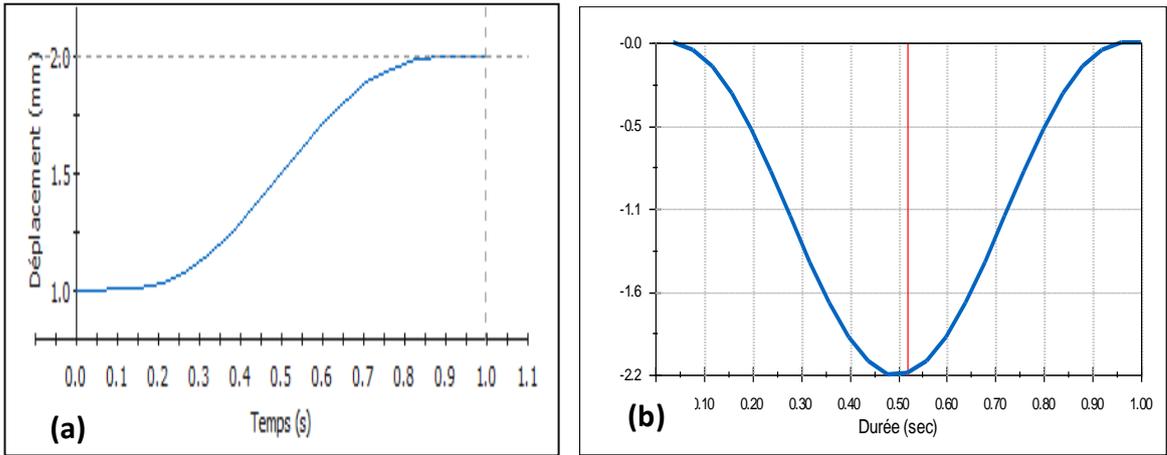


Figure 5.123 : a) Variations des déplacements, b) Vitesses angulaires, par Solidworks.

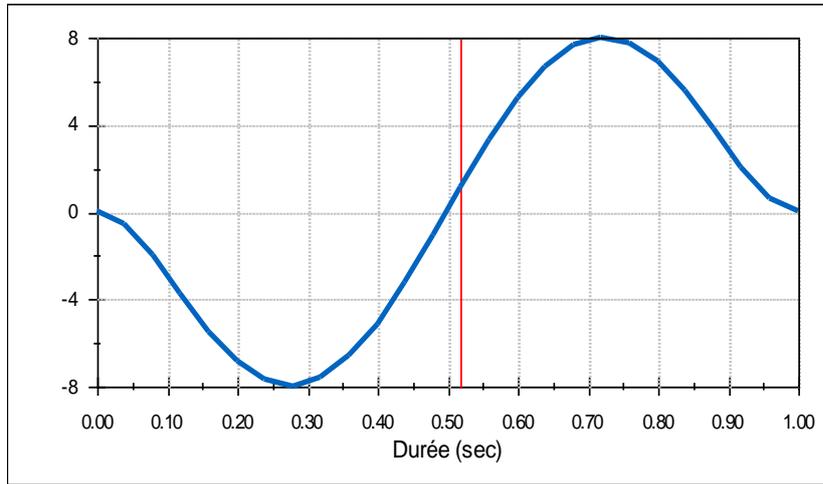


Figure 5.124 : Accélérations angulaires par Solidworks.

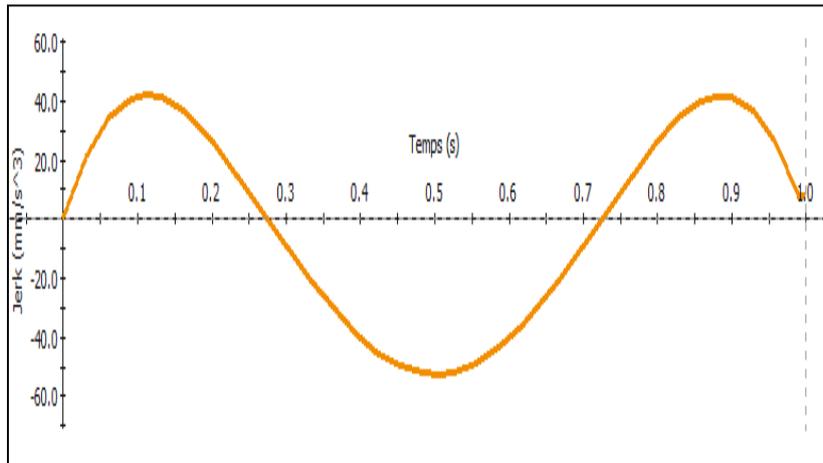


Figure 5.125 : Jerk de l'organe terminal par Solidworks.

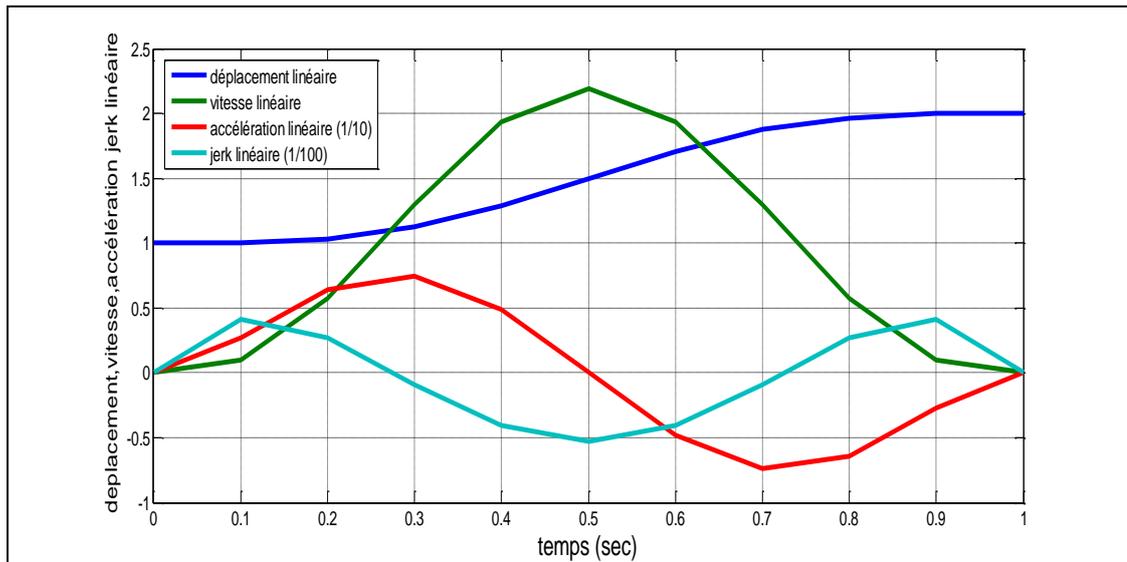


Figure 5.126 : La variation du déplacement, vitesse, accélération et jerk angulaire par Matlab.

A l'aide de logiciel Solidworks, on ressort la trajectoire du mouvement (Figure 5.127).

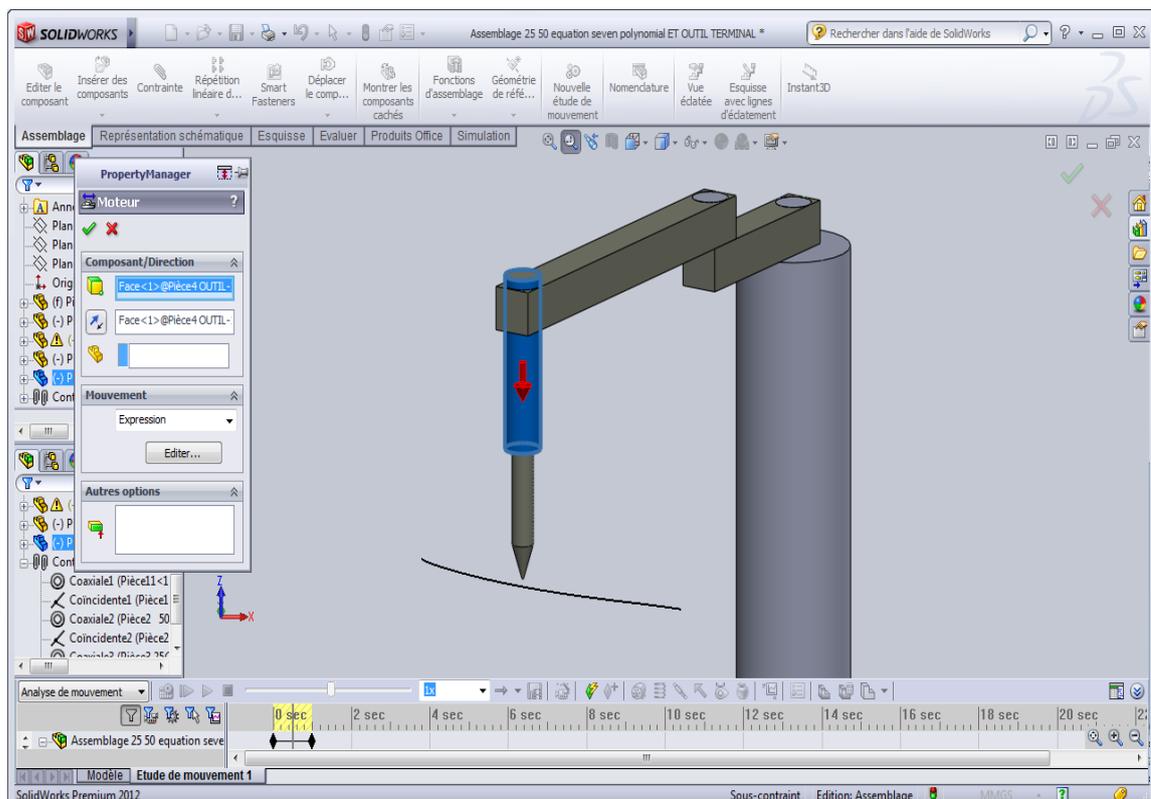


Figure 5.127 : Trajectoire des mouvements par Solidworks.

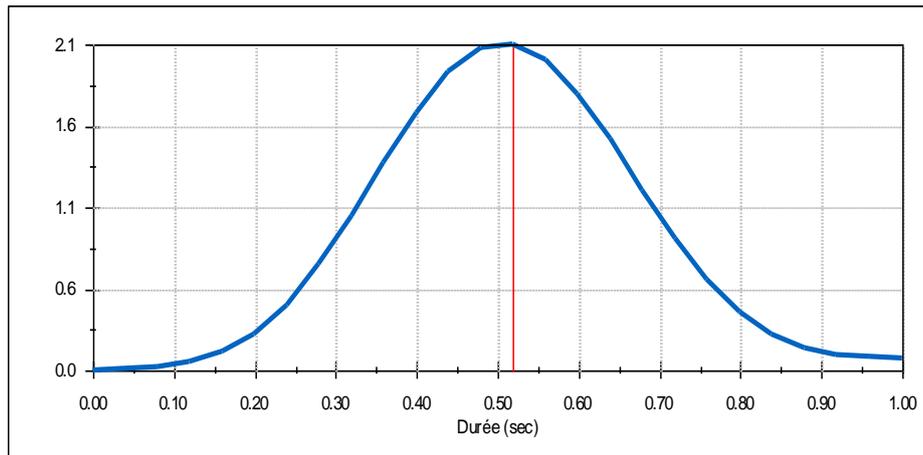


Figure 5. 128: Energie cinétique de translation

5.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une étude détaillée sur la planification et la détermination mathématique d'une trajectoire par des polynômes de différents degrés (sept, cinq et trois) appliqués aux différents cas.

D'après les résultats obtenus nous pouvons conclure que la planification d'une trajectoire par un polynôme de degré sept donne au robot médical une stabilité (jerk nul), surtout pour l'organe terminal (absence de secousse). Par conséquent, il peut être utilisé dans une intervention chirurgicale sur le crâne d'homme avec une grande précision.

CONCLUSION GENERALE

Le travail présenté dans ce mémoire est articulé autour de cinq grandes parties. Tout d'abord on a commencé par une généralité sur les robots industriels avec une brève présentation des systèmes mécaniques articulés, et la définition du terme «ROBOT» ainsi qu'un aperçu général sur la morphologie, la description des systèmes mécaniques articulés avec la terminologie des termes couramment utilisés et une vue globale sur les erreurs des robots industriels.

Ensuite on a donné un aperçu sur les robots médicaux, qui peuvent réaliser des tâches de plus en plus complexes, comme la téléopération, qui permet aux chirurgiens d'effectuer des interventions à distance grâce à un système de transmission du mouvement.

Afin d'étudier la cinématique et le dynamique d'un robot médical, une partie du mémoire a été consacrée à la représentation du comportement d'un robot médical sous une forme d'un modèle. En effet la modélisation d'un système consiste à gouverner ses sorties, il faut prévoir le comportement du système, sa réponse aux différentes excitations d'entrer qui pourront lui être appliquées. D'une manière générale, on recherche toujours le modèle le plus simple qui permet d'expliquer, de manière satisfaisante, le comportement du processus dans son domaine d'application.

Parmi les modèles de transformation entre l'espace opérationnel d'un robot (dans lequel est définie la situation de l'organe terminal) et l'espace articulaire. (dans lequel est définie la configuration du robot), on distingue :

- Les modèles géométriques qui expriment la situation de l'organe terminal en fonction de la configuration du mécanisme.
- Les modèles cinématiques permettent de contrôler la vitesse de déplacement du robot afin de connaître la durée d'exécution d'une tâche.
- les modèles dynamiques permettent de contrôler les forces et les couples agissant sur chaque articulation ainsi que sur l'organe terminal d'un robot.

Après avoir étudié les différents modèles (géométrique, cinématique et dynamique) d'un robot, et dans le but de trouver les paramètres du robot le plus approprié qui peut imiter d'une façon très précise les mouvements planifiés d'un médecin ou d'un chirurgien, nous avons explicité dans le dernier chapitre la génération et la planification des trajectoires. Nous avons constaté que la planification d'une trajectoire de degré sept avec ces conditions aux limites ou le jerk est conditionné nul pour éliminer les secousses de l'organe terminal.

La conception d'un robot médical à l'aide d'un logiciel Solidworks nous a donné une image quasi-réelle afin de trouver des solutions rapides. Par ailleurs on peut l'utiliser et de simuler aux mouvements souhaités du robot, avant qu'il soit opérationnel.

PERESPECTIVES :

- Un banc d'essai en vue d'une confrontation des résultats théorique et pratique.
- Utilisation de différents capteurs en vue de déterminer des résultats qui seront utilisés dans les différentes études de simulation.
- Faire des études structurales appliquées aux différents robots industriels.
- Analyser et simuler le reste des opérations non étudiées dans ce mémoire.
- Variations des robots avec des simulations adéquates en vue de les utiliser dans le domaine médical
- Constitution d'une banque des données de robots industriels...

APPENDICES

A. ABREVIATION

K : Énergie cinétique de l'organe terminal.

V : Énergie potentielle de l'organe terminal.

$M(q)$: Représente la matrice d'inertie symétrique définie positive ($n \times n$)

$N(q, \dot{q})\dot{q}$: Vecteur des termes de Coriolis et centrifuges

T : La matrice de transformation homogène

I_{ixx} : Moment d'inertie

${}^c I$: est le tenseur d'inertie du corps dont l'origine est située au centre de la masse

$(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta})$: Position, la vitesse, et l'accélération des chainons

\dot{v}_{ci} : L'accélération linéaire du centre de masse des chainons

f_i = Force exercée sur le chainon i par le chainon $i-1$

n_i = Couple exercée sur le chainon i par le chainon $i-1$.

H_i : La matrice des pseudo-inerties

$[C]$: Est une matrice dont sa diagonale contient les couples dans chaque articulation et nul pour les autres éléments.

$[1/K]$: Est le vecteur des constantes de rigidité des articulations.

${}^o J_n$: Est la matrice jacobienne associée au modèle différentiel $dX = {}^o J_n dq$

φ : Vecteur des rotations des repères

X_D : La situation instantanée de l'effecteur correspond à la configuration déformée du manipulateur.

X_R : La situation de l'effecteur correspond à la configuration non déformée du manipulateur.

φ_j : coordonnées généralisées.

P_n : représente la répartition surfacique normale,

P_t : est la répartition surfacique tangentielle,

\dot{X} : représente les vitesses opérationnelles

\dot{q} : Les vitesses articulaires

Q et w : deux espaces vectoriels de dimensions (respectivement) m et n

J : le Jacobienne

Γ : couple d'articulation

a_i : accélération linéaire au centre de masse des chaînons

$\Delta\varphi_j$: les erreurs angulaires

Δa_j : les erreurs dimensionnelles des chaînons

$n_1(M)$: la normale en M au solide 1,

$t_1(M)$: la tangente en M au solide

APPENDICES

B.PROGRAMMES

```

%*****la matrice de transformation homogène *****
syms l1
syms tita1
syms l2
syms tita2
syms d3
syms T13
syms tita12

T2=[cos(tita2) -sin(tita2) 0 l2*cos(tita2);
    sin(tita2) cos(tita2) 0 l2*sin(tita2);
    0 0 1 0; 0 0 0 1]

T1=[cos(tita1) -sin(tita1) 0 l1*cos(tita1);
    sin(tita1) cos(tita1) 0 l1*sin(tita1);
    0 0 1 0; 0 0 0 1]

T3=[1 0 0 0; 0 1 0 0 ;0 0 1 -d3;0 0 0 1]
fkine=T1*T2*T3
cos12=cos(tita1)*cos(tita2)-sin(tita1)*sin(tita2)
sin12=sin(tita1)*cos(tita2)+cos(tita1)*sin(tita2)
simple(fkine)
%*****calcul le jacobian et le jacobien inverse*****
syms tita1
syms tita2
syms l1
syms l2
c12=cos(tita1+tita2)
s12=sin(tita1+tita2)
c1=cos(tita1)
s1=sin(tita1)
c2=cos(tita2)
s2=sin(tita2)

jacob1=[-l1*s1+l2*s12  l2*s12  0  0;
        l1*c1+l2*c12  l2*c12  0  0;
        0  0  1  0; 1  1  0  1]

jacob1'

% *programme pour calculer la trajectoire du robot SCARA medicale
%*****polynome de degre sept ***seven polynomial*****
t= 0:0.002:1;
TEHTA1=(30+700*t.^4-1680*t.^5+1400*t.^6-400*t.^7)*(pi/180);
TEHTA2=(10+1225*t.^4-2940*t.^5+2450*t.^6-700*t.^7);
L1=0.25;
L2=0.5;
c1=cos(TEHTA1);
s1=sin(TEHTA1);
c2=cos(TEHTA2);
s2=sin(TEHTA2);

```

```

c12=cos(TEHTA1+TEHTA2);
s12=sin(TEHTA1+TEHTA2);
x1= L1*c1+L2*c12;
y1= L1*s1+L2*s12;
plot(x1,y1)
xlabel('x1 (m)')
ylabel('y1 (m)')
grid

% **programme pour calculer la trajectoir du robot SCARA medicale
% *****polynome de degre cinq*****QUINTIQUE PATH*****
t= 0:0.002:1;
TEHTA1=(30+200*t.^3-300*t.^4+120*t.^5)*(pi/180);
TEHTA2=(10+350*t.^3-525*t.^4+210*t.^5)*(pi/180);
L1=0.25;
L2=0.5;
c1=cos(TEHTA1);
s1=sin(TEHTA1);
c2=cos(TEHTA2);
s2=sin(TEHTA2);
c12=cos(TEHTA1+TEHTA2);
s12=sin(TEHTA1+TEHTA2);
x1= L1*c1+L2*c12;
y1= L1*s1+L2*s12;
plot(x1,y1)
xlabel('x1 (m)')
ylabel('y1 (m)')
grid
%*****couple du premier chainon *****
syms t01
syms theta1
syms theta2
syms ddtheta1
syms ddtheta2
t=0:0.00002:1
m1=8.60
m2=20.47
m3=8.3
m4=0.5
l1=0.25
l2=0.5
theta1=(30+700*t.^4-1680*t.^5+1400*t.^6-400*t.^7)*(pi/180);
theta2=(10+1225*t.^4-2940*t.^5+2450*t.^6-700*t.^7)*(pi/180);
dtheta2=(4*1225)*t.^3-(5*2940)*t.^4+(6*2450)*t.^5-(7*700)*t.^6
ddtheta2=(3*4*1225)*t.^2-(5*4*2940)*t.^3+(6*5*2450)*t.^4-
(7*6*700)*t.^5
dtheta1=(4*700)*t.^3-(5*1680)*t.^4+(6*1400)*t.^5-(7*400)*t.^6
ddtheta1=(3*4*700)*t.^2-(4*5*1680)*t.^3+(5*6*1400)*t.^4-
(6*7*400)*t.^5
t01=((l1.^2)*(m1+m3+m4+m1/3)+(l2.^2)*(m3+m4+m2/3)+
(2*l1*l2)*(m3+m4+m2/2)*cos(theta2))
tt01=t01*(ddtheta1)
ttt01=((l2.^2)*(m3+m4+m2/2)+(l1*l2)*(m3+m4+m2/2)*cos(theta2))
tt012=ttt01*ddtheta2

ttt02= tt012+tt01)-(l1*l2)*sin(theta2)*(m3+m4+m2/2)

```

```

ttt13=ttt02*(ddtheta2+2*dtheta1) '
ttt23=ttt13*(dtheta2)
plot(t,ttt23)
grid

syms t01
syms theta1
syms theta2
syms ddtheta1
syms ddtheta2

m1=8.60
m2=20.47
m3=8.3
m4=0.5
l1=0.25
l2=0.5
theta1=(30+700*t.^4-1680*t.^5+1400*t.^6-400*t.^7)*(pi/180);
theta2=(10+1225*t.^4-2940*t.^5+2450*t.^6-700*t.^7)*(pi/180);
dtheta2=(4*1225)*t.^3-(5*2940)*t.^4+(6*2450)*t.^5-(7*700)*t.^6
ddtheta2=(3*4*1225)*t.^2-(5*4*2940)*t.^3+(6*5*2450)*t.^4-
(7*6*700)*t.^5
dtheta1=(4*700)*t.^3-(5*1680)*t.^4+(6*1400)*t.^5-(7*400)*t.^6
ddtheta1=(3*4*700)*t.^2-(4*5*1680)*t.^3+(5*6*1400)*t.^4-
(6*7*400)*t.^5
to2=((l1*l2)*cos(theta2)*(m3+m4+m2/2)+(l2.^2)*(m3+m4+m2/3))
to22=to2*(ddtheta1) '
to21=(l1*l2)*(m3+m4+m2/2)*sin(theta2)*(dtheta1.^2) '
to23=to22+to21
to24=(l2.^2)*(m3+m4+m2/3)*(ddtheta2)
T02=to23+to24
plot(t,T02,t,ttt23)
grid
%*****couple du premier chainon cas polynôme de degré cinq
*****quintic path*****
syms t01
syms theta1
syms theta2
syms ddtheta1
syms ddtheta2
t=0:0.00002:1
m1=8.60
m2=20.47
m3=8.3
m4=0.5
l1=0.25
l2=0.5
t= 0:0.002:1;
theta1=(30+200*t.^3-300*t.^4+120*t.^5);
dtheta1=(3*200)*t.^2-(4*300)*(t.^3)+(5*120)*(t.^4);
ddtheta1=((2*3*200)*(t.^1))-((3*4*300)*(t.^2))+((4*5*120)*(t.^3));
dddtheta1=(2*3*200)-((2*3*4*300)*(t.^1))+((3*4*5*120)*(t.^2));
theta2=(10+350*t.^3-525*t.^4+210*t.^5);
dtheta2=(3*350)*t.^2-4*525*t.^3+5*210*t.^4;
ddtheta2=(2*3*350)*t.^1-(3*4*525)*t.^2+(4*5*210)*t.^3;
dddtheta2=(2*3*350)-(2*3*4*525*t.^1)+(3*4*5*210)*(t.^2);

```

```

tol=((l1.^2)*(m1+m3+m4+m1/3)+(l2.^2)*(m3+m4+m2/3)+
(2*l1*l2)*(m3+m4+m2/2)*cos(theta2))
tto1=tol*(ddtheta1)'
ttt01=((l2.^2)*(m3+m4+m2/2)+(l1*l2)*(m3+m4+m2/2)*cos(theta2))
tt012=ttt01*ddtheta2'
ttt02=( tt012+tto1)-(l1*l2)*sin(theta2)*(m3+m4+m2/2)
ttt13=ttt02*(ddtheta2+2*dtheta1)'
ttt23=ttt13*(dtheta2)
plot(t,ttt23)
grid
%***couple du premier chainon cas polynome de degre trois*****
syms tol
syms theta1
syms theta2
syms ddtheta1
syms ddtheta2
t=0:0.00002:1
m1=8.60
m2=20.47
m3=8.3
m4=0.5
l1=0.25
l2=0.5
t= 0:0.002:1;
theta1=(30+60*t.^2-40*t.^3);
dtheta1=(2*60*t.^1-3*40*t.^2);
ddtheta1=(2*60-2*3*40*t.^1);

theta2=(10+105*t.^2-70*t.^3);
dtheta2=(2*105*t.^1-3*70*t.^2);
ddtheta2=(2*105-2*3*70*t.^1);

tol=((l1.^2)*(m1+m3+m4+m1/3)+(l2.^2)*(m3+m4+m2/3)+
(2*l1*l2)*(m3+m4+m2/2)*cos(theta2))
tto1=tol*(ddtheta1)'
ttt01=((l2.^2)*(m3+m4+m2/2)+(l1*l2)*(m3+m4+m2/2)*cos(theta2))
tt012=ttt01*ddtheta2'

ttt02=( tt012+tto1)-(l1*l2)*sin(theta2)*(m3+m4+m2/2)
ttt13=ttt02*(ddtheta2+2*dtheta1)'
ttt23=ttt13*(dtheta2)
plot(t,ttt23)
grid

%***** trajectoire d'un polygone de degre trois*****
syms to
syms tf
syms t
syms a0
syms a1
syms a2
syms a3
to=0
tf=1
A=[1 to (to).^2 (to).^3 ;

```

```

    0 1 2*(to) 3*((to).^2) ;
    1 tf tf.^2 tf.^3 ;0 1 2*tf 3*(tf.^2) ]
inv(A)
a=[30 0 50 0]
a'
inv(A)*a'

% *****polynôme de degré cinq (QUINTIC PATH)*****
syms to
syms tf
syms t
syms a0
syms a1
syms a2
syms a3
to=0
tf=1
B=[1 to (to).^2 (to).^3 (to).^4 (to).^5 ;
    0 1 2*(to) 3*((to).^2) 4*((to).^3) 5*((to).^4);
    0 0 2 6*((to).^1) 12*((to).^2) 20*((to).^3)
    ; 1 tf tf.^2 tf.^3 tf.^4 tf.^5 ;
    0 1 2*tf 3*(tf.^2) 4*(tf.^3) 5*(tf.^4);
    0 0 2 6*(tf.^1) 12*(tf.^2) 20*(tf.^3) ]

inv(B)
a=[30 0 0 50 0 0]
a'
inv(B)*a'
%***courbes des (vitesse, accélération et déplacement angulaire)**
***** polynôme de degré trois *****
t= 0:0.002:1;
theta1=(30+60*t.^2-40*t.^3);
dtheta1=(2*60*t.^1-3*40*t.^2);
ddtheta1=(2*60-2*3*40*t.^1);
plot(t,theta1,t,dtheta1,t,ddtheta1/2)
grid
theta2=(10+105*t.^2-70*t.^3);
dtheta2=(2*105*t.^1-3*70*t.^2);
ddtheta2=(2*105-2*3*70*t.^1);
plot(t,theta2,t,dtheta2,t,ddtheta2/2)
grid
%***courbes des (vitesse, accélération et déplacement angulaire)**
***** polynôme de degré cinq *****
t= 0:0.002:1;
theta11=(30+200*t.^3-300*t.^4+120*t.^5);
dtheta11=(3*200)*t.^2-(4*300)*(t.^3)+(5*120)*(t.^4)
ddtheta11=((2*3*200)*(t.^1))-((3*4*300)*(t.^2))+((4*5*120)*(t.^3))
dddtheta11=(2*3*200)-((2*3*4*300)*(t.^1))+((3*4*5*120)*(t.^2))
plot(t,theta11,t,dtheta11,t,ddtheta11/10,t,dddtheta11/100)
theta2=(10+350*t.^3-525*t.^4+210*t.^5);
dtheta2=(3*350*t.^2-4*525*t.^3+5*210*t.^4);
ddtheta2=(2*3*350)*t.^1-(3*4*525)*t.^2+(4*5*210)*t.^3;
dddtheta2=(2*3*350)-(2*3*4*525*t.^1)+(3*4*5*210)*(t.^2);
plot(t,theta2,t,dtheta2,t,ddtheta2/10,t,dddtheta2/100)
grid

```

```

% *****PLYNOME DE DEGRE SPT ( SEVEN POLYNOMIAL)*****
syms to
syms tf
syms t
syms a0
syms a1
syms a2
syms a3
to=0
tf=1
G=[1 to (to).^2 (to).^3 (to).^4 (to).^5 (to).^6 (to).^7;
  0 1 2*(to) 3*((to).^2) 4*((to).^3) 5*((to).^4) 6*((to).^5)
  7*((to).^6)
  ;0 0 2 6*((to).^1) 12*((to).^2) 20*((to).^3) 30*((to).^4)
  42*((to).^5)
  ;0 0 0 6 24*((to).^1) 60*((to).^2) 120*((to).^3) 210*((to).^4)
  ; 1 tf (tf).^2 (tf).^3 (tf).^4 (tf).^5 (tf).^6 (tf).^7 ;
  0 1 2*tf 3*(tf.^2) 4*(tf.^3) 5*(tf.^4) 6*(tf.^5) 7*(tf.^6) ;
  0 0 2 6*(tf.^1) 12*(tf.^2) 20*(tf.^3) 30*((tf).^4)
  42*((tf).^5)
  ; 0 0 0 6 24*(tf.^1) 60*(tf.^2) 120*((tf).^3) 210*((tf).^4)]

inv(G)
e=[30 0 0 0 50 0 0 0]
e'
inv(G)*(e')
t=0:0.02:1;
theta2=(10+1225*t.^4-2940*t.^5+2450*t.^6-700*t.^7)
dtheta2= (4*1225)*t.^3-(5*2940)*t.^4+(6*2450)*t.^5-(7*700)*t.^6)
ddtheta2= (3*4*1225)*t.^2-(5*4*2940)*t.^3+(6*5*2450)*t.^4-
(7*6*700)*t.^5)
dddtheta2= (2*3*4*1225)*t.^1-(3*5*4*2940)*t.^2+(4*6*5*2450)*t.^3-
(5*7*6*700)*t.^4)
plot(t,theta2,t,dtheta2/1,t,ddtheta2/10,t,dddtheta2/100)
grid
theta1=30+700*t.^4-1680*t.^5+1400*t.^6-400*t.^7
dtheta1=(4*700)*t.^3-(5*1680)*t.^4+(6*1400)*t.^5-(7*400)*t.^6)
ddtheta1=(3*4*700)*t.^2-(4*5*1680)*t.^3+(5*6*1400)*t.^4-
(6*7*400)*t.^5)
dddtheta1=(2*3*4*700)*t.^1-(3*4*5*1680)*t.^2+(4*5*6*1400)*t.^3-
(5*6*7*400)*t.^4)
plot(t,theta1,t,dtheta1,t,ddtheta1/10,t,dddtheta1/100)
grid

% ****PLYNOME DE DEGRE SPT points séquencés (sequence path point)*
syms to
syms tf
syms t
syms a0
syms a1
syms a2
syms a3
to=0
t1=0.4
t2=0.7
t3=1

```

```

G=[1 to (to).^2 (to).^3 (to).^4 (to).^5 (to).^6 (to).^7;
    0 1 2*(to) 3*((to).^2) 4*((to).^3) 5*((to).^4) 6*((to).^5)
    7*((to).^6)
    ;0 0 2 6*((to).^1) 12*((to).^2) 20*((to).^3) 30*((to).^4)
    42*((to).^5)
    ;1 t1 (t1).^2 (t1).^3 (t1).^4 (t1).^5 (t1).^6 (t1).^7
    ; 1 t2 (t2).^2 (t2).^3 (t2).^4 (t2).^5 (t2).^6 (t2).^7 ;
    1 t3 (t3).^2 (t3).^3 (t3).^4 (t3).^5 (t3).^6 (t3).^7 ;
    0 1 2*t3 3*(t3.^2) 4*(t3.^3) 5*(t3.^4) 6*(t3.^5) 7*(t3.^6)
    ; 0 0 2 6*(t3.^1) 12*(t3.^2) 20*(t3.^3) 30*(t3.^4)
    42*(t3.^5)]

inv(G)
e=[10 0 0 20 30 45 0 0]
e'
inv(G)*(e')

% *****calculé : la vitesse, déplacement et accélérations*****
theta2=10+1500.5*t.^3-7053*t.^4+12891*t.^5-10380*t.^6+3076.9*t.^7
dtheta2=(3*1500.5)*t.^2-(4*7053)*t.^3+(5*12891)*t.^4-
(6*10380)*t.^5+(7*3076.9)*t.^6
ddtheta2=(2*3*1500.5)*t.^1-(3*4*7053)*t.^2+(4*5*12891)*t.^3-
(5*6*10380)*t.^4+(6*7*3076.9)*t.^5
dddtheta2=(2*3*1500.5)-(2*3*4*7053)*t.^1+(3*4*5*12891)*t.^2-
(4*5*6*10380)*t.^3+(5*6*7*3076.9)*t.^4

%*****Trajectoire d'un polynôme de degré trois*****
*****"POLYNOME DE DEGRE TROIS"*****
syms tf
syms q0
syms qf
syms qc
syms t1
syms t2
t1=0.4
t2=0.75
tf=1
qc=50
q0=0
qf=60

H=[1 tf tf.^2 tf.^3 ;
    0 1 2*tf 3*(tf.^2) ;
    1 t2 (t2).^2 (t2).^3 ;
    0 1 2*(t2) 3*((t2).^2)]
inv(H)

a=[qf 0 (qc*t2)+q0-(0.5*t1*qc) qc]
a'
inv(H)*a'
simplify(inv(H)*a')

D=2060-7360*t+8720*t.^2-3360*t.^3;
t=0:0.01:1;
plot(t,D)

```

BIBLIOGRAPHIE

01. Guillaume thoman, « Etat de l'art sur l'endoscopie industrielle la robotique chirurgicale la coloscopie » Thèse en robotique chirurgicale , Institut national des sciences appliquées de Lyon 2003
02. Virginie .P. Merlet, « les robots parallèles », Paris, Hermes Science Publishing, 367 p. (ISBN 978-2866015992) ,21 février 1997.
03. Pascal Chapman, T., Automation on the move, NATURE , Vol. 421, 2003.
04. ECCAMI.SPÉCIALITÉ TECHNOLOGIQUE : Robotique médicale / Université JosephFourie ; 2004.
05. Brennan, T.A., Leape, L.L., Laird, N.M., Incidence of adverse events and negligence in hospitalized patients, N Engl J Med;324:370–6,1991.
06. Taylor, R., Medical Robotics in Computer-Integrated Surgery, IEEE TRANSACTIONSON ROBOTICS AND AUTOMATION, Vol. 19, No. 5, 2003.
07. Toolbox Robotics : <http://www.cat.csiro.au/ict/staff/pic/robot/>
08. P. Andre ; J. M Kaufmann ; F. Lhote ; J. P. Taillard "Les robots : Tome 4 les constituants technologiques". Hermes 1983.
09. Barthly, D. Willis "Conception mécanique, cinématique et dynamique des robots". Revue française de mécanique N° 1995 - 4 Paris, Automne 1989.
10. T. J. Tarn ; A. K. Bejczy "Software elements". Journal of structural mechanics vol 15 PP 1198 - 1208 - 1992.
11. M. Hattali 'Logiciel de calcul de robots industriels, Application au robot de soudage ALG. SOUD. 1", Mémoire de Magistère, Département de Mécanique, Université Saad Dahleb de Blida, 13. 06. 2001.
12. M. Renand "Contribution à la modélisation et à la commande dynamique des robots manipulateurs". Thèse de doctorat d'état, université Paul Sabatier de Toulouse, septembre 1980.
Jean-Marc ALLENBACH, technique ferroviaire, Laboratoire de Machines
13. Mitsubishi "Cinématique inverse et étude dynamique d'un robot manipulateur à 7ddl". Système articulé MECA349. Edition 2006-2007.
14. G. R. Pennock and B. S. Ryuh, ASME Design Technology Conf., "The Design Automation" Conf., Advances in Design Automation, Boston, Mass., Vol. DE -

- 2, page 63(1987).
15. W. Khalil, J. F. Kleinfinger "A new geometric notation for open and closed looprobots" Proceeding of the IEEE int. conf. on robotics and automation. San Francisco 1986.
 16. J. Lenarcic "Kenematics". Journal of mechanism transmission and automation in design. Vol 10. septembre 1997.
 17. M. Gautier and P. Poignet. "Identification non linéaire continue en boucl fermée des parameters physiques de systèmes mécatroniques par modèle inverse et moindre carrés
 18. B. Bchenitng "Méthodes Numériques Dans les Problèmes D'extremum". Edition Mir 1977.
 19. A. Bouguerra "Contribution à la planification optimale des robots coopérants", Mémoire de Magister, Département de Mécanique, Université de Saad Dahleb de Blida, Janvier 2005
 20. F. Messaoud, K. Gasmi "Détermination des erreurs statiques de positionnement des robots industriels", Mémoire d'ingénieur d'état, Département de Mécanique, Université M'hamed Bouguera de Boumerdes, Juillet 1996.
 21. Jasinski, LEE et Sandor "Une méthode pour résoudre le problème des mécanismes plan" en 1971.
 22. Khelifi Fouad, Bouakrif Farah "Amélioration de la commande passive des robots manipulateurs en tenant compte des perturbations".
 23. Haddad. Moussa " Modélisation des déformations des bras manipulateurs par les concepts de base de la théorie des poutres évaluation et compensation des erreurs " Mémoire de Magister, © E. M. P. Bordj El Bahri, Alger, 1999.
 24. Parc Prifl « Les robots industriels : Caractéristiques performances et choix», AFNOR.
 25. S. Kechout "Modélisation des erreurs statiques des robots industriels", Mémoire d'ingénieur d'état, Département de Mécanique, Université M'hamed Bouguera de Boumerdes, Juin 1998.
 26. B. Mecheri, H. Mekhari "Les erreurs statiques et dynamiques d'un robot manipulateur", Mémoire d'ingénieur d'état, Département d'Aéronautique, Université Saad Dahleb de Blida, édition : 2006 - 2007

27. Artobolevski "Théorie des mécanismes et des machines", édition Mir, 2, Pervi Rijiski péréoulok, Moscou, 1-110, GSP, U.R.S.S.
28. M. Kbab, B. Bouzerzour "Influence de l'usure des pièces sur la précision de positionnement des robots industriels", Mémoire d'ingénieur d'état, Département de Mécanique, Université Saad Dahleb de Blida, promotion : 2004.
29. Laurence NOUAILLE, « Démarche de conception de robots médicaux Application à un robot de télé-échographie », Thèse Doctorat, ÉCOLE Doctorale Sciences Et Technologies Laboratoire Institut Prisme 2009.
30. Laurence NOUAILLE, « Démarche de conception de robots médicaux Application à un robot de télé-échographie », Thèse Doctorat, Ecole Doctorale Sciences Et Technologies Laboratoire Institut PRISME 2009.
31. Jacques GANGLOF « Mémoire Asservissements visuels et chirurgie robotisée » Mémoire pour l'obtention de l'Habilitation à diriger des recherches (Spécialité Robotique) / Université Louis Pasteur de Strasbourg Ecole doctorale Sciences Pour l'Ingénieur. décembre 2000.
32. Guillaume Morel & Jacques Gangloff. « Commande référencée capteurs en robotique médicale et chirurgicale ». In 5e Journées Nationales de la Recherche en Robotique, pages 131–142, France, octobre 2005
33. Michel de Mathelin, « Gestes Médico-Chirurgicaux Assistés par Ordinateur (GMCAO) », Master ISTI – spécialité PARI – parcours IRMC, Ecole Nationale Supérieure de Physique de Strasbourg. année 2006
34. Benjamin Maurin, « Conception et réalisation d'un robot d'insertion d'aiguille pour les procédures percutanées sous imageur scanner » Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur Strasbourg. 2005
35. Bernard BAYLE, « Contributions à la Commande et à la Conception des Systèmes de Manipulation » /Applications en Robotique Médicale /Habilitation à Diriger des Recherches de l'Université de Strasbourg Spécialité Robotique, 2009.
36. . G. Morel , J. Gangloff, « Commande référencée capteurs en robotique médicale et chirurgicale » 1LRP, Univ. Paris VI- FRE 2507 CNRS, 18, route du Panorama BP 61, 92265 Fontenay aux Roses Cedex. Octobre 2005
37. Pierre JANNIN « De la neurochirurgie guidée par l'image, au processus neurochirurgical assisté par la connaissance et l'information » Faculté de Médecine Université de Rennes 1, 2005.

38. Stéphane LITRICO « ASSISTANCE ROBOTIQUE A LA CHIRURGIE HYPOPHYSAIRE » DEA SIC Image Vision/Septembre 2001.
39. FLORENT NAGEOTTE, « Contribution à la structure assisté par Ordinateur en chirurgie Mini-invasive » / Thèse Doctorat / L'université Louis Pasteur Strasbourg, 2005.
40. TROCCAZ J. « La robotisation médicale en France ». Montpellier, 1999.
41. Guillaume thoman , « Etat de l'art _l'endoscopie industrielle_la robotique chérurgicale _la coloscopie » Thèse en robotique chérurgical ,Institut national des sciences appliquées de Lyon 2003.
42. J. Hubert/ La chirurgie robotique en urologie / Progrès en urologie 19, 244 247 /(2009).
43. Germain Aoun « ANESTHÉSIE ROBOTIQUE : INSERTION AUTOMATIQUE D'UN CATHÉTER VEINEUX GUIDÉE PAR ULTRASONNS » Mémoire de maîtrise en science appliquées (GÉNIE BIOMÉDICAL) Université de MONTRÉAL, 2010.
44. Andy Kar Wah YEN « ASSERVISSEMENT EN POSITION D'UN MANIPULATEUR ROBOTIQUE POUR L'ÉCHOGRAPHIE 3D DES ARTÈRES DES MEMBRES INFÉRIEURS »Mémoire de Maîtrise en génie de la production automatisée/École de technologie supérieure université du Québec. MONTRÉAL, Avril 2011.
45. Lama AL BASSIT « STRUCTURES MECANIKES A MODULES SPHERIQUES OPTIMISEES POUR UN ROBOT MEDICAL DE TELE-ECHOGRAPHIE MOBILE » Thèse pour obtenir le grade de Docteur de l'université d'orleans / UNIVERSITE D'ORLEANS, Soutenue le 12 Juillet 2005.
46. Guide publié en juin 2010la mise en oeuvre du plan cancer 2009-2013,France
47. Y. BAAZI, « Etude d'un Manipulateur à 3 Degrés de Liberté Application à la Fonction dePréhenseur », thèse de magister, Institut d'électronique, Université de Batna, 2000.
48. M .Renaud « Contribution à la modélisation et à la commande dynamique des robots manipulateurs ». Thèse de Doctorat d'Etat, Université Paul Sabatier de Toulouse, 15 septembre 1980.

49. S. MEGAHED « Définition des modèles géométrique, différentiel et dynamique directs et inverses des robots manipulateurs ayant une structure de chaîne cinématique simple-Application au robot manipulateur » ,RNUR, Toulouse, 1983.
50. BENMISRA Abdelkader « Programmation Des Robots Industriels Et Application Sur Le Robot Anipulateur » Mémoire de Magister, Université de Blida, 2007.
51. Damien SALLÉ, Philippe BIDAUD « Conception optimale de systèmes robotiques redondants pour la chirurgie mini-invasive » Laboratoire de Robotique de Paris (LRP) ; 17ème Congrès Français de Mécanique,2004.
52. Michelin, «Contribution à la commande de robots pour la chirurgie mini-invasive », Thèse de doctorat, LIRMM, Université Montpellier II, Montpellier, France, 2004.
53. S.Otman, «Télétravail Robotisé et Réalité Augmentée : Application à la Télé-opération via Internet », Thèse de Doctorat, Laboratoire des Systèmes Complexes du CEMIF (Centre d'Etude de Mécanique d'Ile de France), Université d'Evry-Val-d'Essonne, France, 2000.
54. W. Khalil et E. Dombre. « Modélisation, identification et commande des Robots ». Hermès, 1999.
55. J. Angeles, "Fundamentals of Robotic Mechanical Systems: Theory, Methods, and Algorithms," Second Edition, Springer-Verlag, USA, 2002.
56. Theory of Applied Robotics Kinematics, Dynamics, and Control, Second Edition, Reza N. Jazar.
57. . Introduction to Robotics, Mechanics and Control Third Edition
John J. Craig, © 2005 Pearson Education, Inc.
58. [DOMBRE 1999] Wissama .KHALIL & Etienne. DOMBRE, « Modélisation identification et commande des robots, édition hermès sciences.1999
59. Rachid BEKHTI /Génération de trajectoire pour le pick-and-place en robotique parallèle/ MASTER1 ELECTRONIQUE ELECTROTECHNIQUE AUTOMATIQUE
UNIVERSITÉ MONTPELLIER II/ Le 02 Avril 2010
60. M.H. Overmars, "*Recent developments in motion planning*", P.Sloot, C. Kenneth Tan, J.Dongarra, A. Hoekstra (Eds.): Computational Science - ICCS 2002, Part III, Springer-Verlag, LNCS 2331, 2002, pp. 3–13.