



UNIVERSITE DE BLIDA 1

Faculté de technologie

Département d'Electronique

MEMOIRE DE MAGISTER

en électronique

Spécialité : Signaux et systèmes

COMPARAISON D'UN MODELE LINEAIRE ET D'UN MODELE NONLINEAIRE DU QUADRI-ROTOR DE TYPE PARROT

Par

Belkacem AICHAOUI

devant le jury composé de :

A. Guessoum	Professeur, U. de Blida 1	Président
K. Kara	Professeur, U. de Blida 1	Examineur
M.S. Boucherit	Professeur, ENP, Alger	Examineur
H. Salhi	Professeur, U. de Blida 1	Promoteur

Blida, 2016

UNIVERSITE DE BLIDA 1

Faculté de technologie

Département d'Electronique

MEMOIRE DE MAGISTER

en électronique

Spécialité : Signaux et systèmes

COMPARAISON D'UN MODELE LINEAIRE ET D'UN MODELE NONLINEAIRE DU QUADRI-ROTOR DE TYPE PARROT

Par

Belkacem AICHAOUI

devant le jury composé de :

A. Guessoum	Professeur, U. de Blida 1	Président
K. Kara	Professeur, U. de Blida 1	Examineur
M.S. Boucherit	Professeur, ENP, Alger	Examineur
H. Salhi	Professeur, U. de Blida 1	Promoteur

Blida, 2016

RESUME

En effet les quadrirotors ont suscité l'intérêt de diverses recherches dans le domaine du contrôle et de l'automatique, en particulier leurs stratégies et algorithmes de contrôle appliqués. Ce mémoire a pour objectif de voir la performance des commandes linéaires (LQR et PID) sur un modèle nonlinéaire du quadrirotor. Ces commandes seront synthétisées à partir d'un modèle linéarisé. La stratégie de commandes découplées sera appliquée. Nous allons appliquer la commande en position et la commande en attitude au même temps. Une comparaison sera entre les trajectoires de position sur la base du modèle linéarisé et celle du modèle nonlinéaire pour un suivi de trajectoire globale en 3D. Les angles d'orientation seront aussi l'objet d'un comparatif en termes de stabilité et de précision. Enfin, d'après les résultats on devra conclure l'effet d'une commande linéaire sur un modèle non linéaire et désigner le meilleur contrôleur réalisable en pratique.

Mots clés : Quadrirotor, Commande linéaire (LQR, PID-SIMC), Modèle linéaire et non linéaire

ABSTRACT :

Indeed quadrotors have attracted the interest of various researches in the field of control and automation, especially their applied control strategies and algorithms. This memory to see the performance of the linear control (LQR and PID) on a nonlinear model quadrotor. These commands will be synthesized from a linearized model. The strategy of decoupled commands will be applied. We will apply the command in position and in attitude at the same time. A comparison will be between the position of trajectories based on the linearized model and that of the nonlinear model for tracking overall trajectory in 3D. The angles of orientation will be also the subject of a comparison in terms of stability and accuracy. Finally,

according to the results we will have to conclude the effect of a linear control on a nonlinear model and appoint the best achievable controller in practice.

Keywords: Quadrotor, Linear control (LQR, PID SIMC-tuning), Linear and non-linear model.

ملخص

تعتبر الهوائيات الطائرة من بين الأبحاث في مجال الرقابة و التحكم الآلي , خاصة إستراتيجيات السيطرة و خوارزميات التحكم المطبقة. يهدف هذا العمل إلى رؤية تأثير التحكم الخطي (الخطي التربيعي , تناسب- تكامل و مشتق) على النموذج الغير الخطي للنظام الهوائي الطائر, حيث تشكل هذه التحكمات إنطلاقا من نموذج خطي للنظام الهوائي الطائر. سيتم تطبيق إستراتيجية التحكمات المنفصلة, سوف نطبق تحكم القيادة و السيطرة في نفس الوقت. سوف نقارن بين بيانات مسارات الموضع إستنادا إلى نموذج خطي ونموذج غير خطي لنتبع المسار العام في معلم ثلاثي الأبعاد . نقارن أيضا بين زوايا التوجه من حيث الاستقرار والدقة . وأخيرا، وفقا للنتائج يتعين علينا أن نستنتج تأثير التحكم الخطي على نموذج غير الخطي وإمكانية تحقيقه عمليا.

كلمات مفتاحية: نظام هوائي طائر ذو أربع محركات , التحكم الخطي (الخطي التربيعي , تناسب- تكامل و مشتق) , النموذج الخطي و النموذج غير الخطي .

DEDICACES

Je dédie ce mémoire :

A mes chers parents,

A mes grands-pères, mes grands-mères, mes frères et mes sœurs,

A tout ma famille,

A tous mes enseignants de mon cursus scolaire,

A tous mes amis,

Et à tous ceux qui me connaissent de près ou de loin.

REMERCIEMENTS

Avant tout, je remercie DIEU le tout puissant qui nous a donné la force pour accomplir ce mémoire.

Je tiens à exprimer mes vifs remerciements à mon promoteur **M. SALHI Hassen**, professeur à l'université de Blida 1, pour avoir proposé et dirigé ce travail, pour sa disponibilité, son soutien, son aide pendant la durée de ce mémoire.

Mes vifs remerciements vont également au **M. GUESSOUM Abderrezak**, professeur à l'université de Blida 1, d'avoir bien voulu accepter la présidence du jury de ce mémoire, ainsi que **M. KARA Kamel**, professeur à l'université de Blida 1 et **M. BOUCHERIT Mohamed Seghir**, professeur à l'école nationale polytechnique d'Alger, en acceptant d'examiner notre travail et de l'enrichir par leurs propositions.

Enfin, je tiens également à remercier toutes les personnes qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

TABLE DES MATIERES

RESUME.....	2
DEDICACES.....	4
REMERCIEMENTS.....	5
TABLE DES MATIERES.....	6
LISTE DES ILLUSTRATIONS, GRAPHIQUES ET TABLEAUX.....	9
INTRODUCTION.....	13
1. DESCRIPTION ET PRESENTATION.....	16
1.1. Qu'est-ce qu'un quadrirotor ?.....	16
1.2. Sens de rotation des voilures tournantes.....	16
1.3. Principe de vol et les mouvements du quadrirotor.....	17
1.4. Histoire des quadrirotors.....	20
1.5. Applications possibles.....	24
1.6. Etat de l'art.....	24
1.6.1. Projets concernant les quadrirotors.....	24
1.6.2. Travaux sur les stratégies de contrôle des quadrirotors.....	30
1.7. Conclusion.....	33
2. MODELISATION DYNAMIQUE DU QUADRIROTOR.....	34
2.1. Introduction.....	34
2.2. Modèle dynamique du quadrirotor.....	35
2.2.1. Hypothèses du modèle.....	35
2.2.2. Equations dynamiques de translation.....	36
2.2.3. Equations dynamiques de rotation.....	37
2.2.4. Modèle d'état du système.....	42
2.2.5. Modèle dynamique des moteurs.....	45

2.3. Conclusion.....	47
3. COMMANDE PAR LQR ET PID.....	48
3.1. Introduction.....	48
3.2. Commande linéaire quadratique (Régulateur LQR).....	48
3.2.1. Modélisation et linéarisation du système quadrirotor pour le contrôler par LQR.....	51
3.2.2. Contrôle d'attitude d'un quadrirotor et détermination de la matrice de commande K_a	54
3.2.3. Contrôle d'altitude d'un quadrirotor et détermination de la matrice de commande K_z	57
3.2.4. Contrôle d'altitude de quadrirotor avec l'ajout de l'action intégrale et détermination de nouvelle matrice de commande \tilde{K}_z	58
3.2.5. Contrôle de position sur les axes x et y et détermination de K_{xy}	60
3.2.6. Contrôle de position sur les axes x et y avec l'ajout de l'intégrale et détermination de nouvelle matrice de commande augmenté \tilde{K}_{xy}	62
3.3. Commande par PID.....	63
3.3.1. Définition.....	63
3.3.2. Synthèse et détermination des paramètres des correcteurs PID.....	65
3.3.2.1. Contrôle d'altitude.....	67
3.3.2.2. Contrôle de position suivant les axes x et y	68
3.3.2.3. Contrôle d'attitude.....	68
3.4. Conclusion.....	70
4. APPLICATION ET SIMULATION.....	71
4.1. Introduction.....	71
4.2. Application de la commande LQR.....	71
4.2.1. Résultats de simulation en utilisant un modèle linéarisé.....	71
4.2.2. Résultats de simulation en utilisant un modèle complet non linéaire.....	76
4.3. Application de la commande PID.....	86
4.3.1. Résultats de simulation en utilisant un modèle linéarisé.....	86
4.3.2. Résultats de simulation en utilisant un modèle complet non linéaire.....	91
4.4. Comparaison avec contrôleurs non linéaires.....	101

4.5. Conclusion.....	104
CONCLUSION.....	106
APPENDICE.....	108
A. LISTE DES SYMBOLES ET DES ABREVIATIONS.....	108
B. TABLEAU DES PARAMETRES DE LA QUADRIROTOR.....	109
REFERENCES.....	110

LISTE DES ILLUSTRATIONS, GRAPHIQUES ET TABLEAUX

Figure 1.1 : Structure du quadrirotor.....	16
Figure 1.2 : Sens de rotation des hélices.....	17
Figure 1.3 : Les différents mouvements possibles du quadrirotor.....	18
Figure 1.4 : Moteurs agissant sur le roulis.....	19
Figure 1.5 : Moteurs agissant sur le tangage.....	19
Figure 1.6 : Moteurs agissant sur le lacet.....	20
Figure 1.7 : le premier concept de l'aviation à voilure tournante (toupie chinoise)	20
Figure 1.8 : Maquette de vis aérienne de Léonard de Vinci du musée des sciences et des techniques Léonard de Vinci à Milan.....	21
Figure 1.9 : Breguet- Richet Gyroplane n°1 1907.....	21
Figure 1.10 : Le quadrirotor d'Etienne Oemichen 1920.....	22
Figure 1.11 : Le quadrirotor de George de Bothezat 1922.....	22
Figure 1.12 : Le quadrirotor de Convertawings 1956.....	23
Figure 1.13 : L'utilisation des drones dans la guerre de Viet Nam.....	23
Figure 1.14 : La version assemblée du mesicopter (15 g).....	25
Figure 1.15 : Le "X-4 Flyer Mark II".....	26
Figure 1.16 : La dernière version de OS4.....	27
Figure 1.17 : Le quadrirotor Coriolis.....	28
Figure 1.18 : Le test du vol vertical du premier prototype.....	29
Figure 1.19 : Le quadrirotor de Bresciani (1Kg de masse).....	29
Figure 1.20 : Le quadrirotor Parrot AR.Drone avec carène.....	30

Figure 2.1 : Géométrie du quadrirotor.....	35
Figure 2.2 : Structure de la commande en position et en attitude.....	45
Figure 2.3 : Schéma-bloc Simulink de l'ensemble (modèle dynamique + moteurs).....	47
Figure 3 .1 : Schéma pour une configuration optimale.....	49
Figure 3.2 : Correcteur PID.....	63
Figure 3.3 : Bloc synoptique de commande PID pour chaque composant.....	65
Figure 3.4 : Bloc synoptique de commande PID pour composant z.....	67
Figure 3.5 : Bloc synoptique de commande PID pour chaque angle ϕ , θ et ψ	69
Figure 4.1 : Schéma synoptique de modèle linéarisé avec contrôleur LQR.....	72
Figure 4.2 : Trajectoires de positions suivant $(x, y$ et $z)$ et de lacet ψ et leurs références pour un modèle linéarisé du quadrirotor contrôlé par LQR...	73
Figure 4.3 : Trajectoires de roulis (ϕ) et de tangage (θ) et leurs références pour un modèle linéarisé du quadrirotor avec contrôleur LQR.....	74
Figure 4.4 : Les entrées de commandes U_z, u_2, u_3 et u_4 du modèle linéarisé de quadrirotor avec contrôleur LQR.....	75
Figure 4.5 : Évolution du quadrirotor le long de la trajectoire avec un modèle linéarisé et contrôleur LQR	76
Figure 4.6 : Schéma synoptique de système complet nonlinéaire avec contrôleur LQR.....	77
Figure 4.7 : Trajectoires de position selon $(x, y$ et $z)$ et de lacet ψ et leurs références pour un modèle nonlinéaire du quadrirotor contrôlé par LQR...	78
Figure 4.8 : Trajectoires de roulis (ϕ) et de tangage (θ) et leurs références pour Un modèle nonlinéaire du quadrirotor contrôlé par LQR.....	79
Figure 4.9 : Les entrées de commandes u_1, u_2, u_3 et u_4 du modèle nonlinéaire de quadrirotor avec contrôleur LQR.....	80

Figure 4.10 : Erreurs des trajectoires (x, y, z, ϕ, θ et ψ) en utilisant LQR.....	81
Figure 4.11 : Les vitesses de rotations des quatre moteurs du quadrirotor (modèle non linéaire + contrôleur LQR) au cours de temps.....	82
Figure 4.12 : Évolution du quadrirotor le long de la trajectoire hélicoïdale avec un modèle non linéaire et contrôleur LQR.....	83
Figure 4.13 : Trajectoires de position selon (x, y et z) pour des références en échelon en utilisant LQR.....	84
Figure 4.14 : Trajectoires de position selon (x, y et z) et d'attitude (ϕ, θ et ψ) dans le cas de présence de variations paramétriques en utilisant LQR .	85
Figure 4.15 : Trajectoire globale en 3D dans le cas de présence de variations paramétriques en utilisant LQR.....	86
Figure 4.16 : Schéma synoptique de modèle linéarisé avec contrôleurs PIDs.....	87
Figure 4.17 : Trajectoires de position selon (x, y et z) et de lacet ψ et leurs références pour un modèle linéarisé du quadrirotor contrôlé par PID....	88
Figure 4.18 : Trajectoires de roulis (ϕ) et de tangage (θ) et leurs références pour un modèle linéarisé du quadrirotor avec commande PID.....	89
Figure 4.19 : Les entrées de commandes U_z, u_2, u_3 et u_4 du modèle linéarisé de quadrirotor contrôlé par PIDs.....	90
Figure 4.20 : Évolution du quadrirotor le long de la trajectoire avec un modèle linéarisé et contrôleurs PIDs.....	91
Figure 4.21 : Schéma synoptique de modèle non linéaire avec contrôleurs PIDs	92
Figure 4.22 : Trajectoires de position selon (x, y et z) et de lacet ψ et leurs références pour un modèle non linéaire du quadrirotor contrôlé par PIDs...	93
Figure 4.23 : Trajectoires de roulis (ϕ) et de tangage (θ) et leurs références pour un modèle complet non linéaire du quadrirotor avec commande PID...	94

Figure 4.24 : Les entrées de commandes u_1, u_2, u_3 et u_4 du modèle complet non linéaire de quadrirotor contrôlé par PIDs.....	95
Figure 4.25 : Erreurs des trajectoires $(x, y, z, \phi, \theta$ et $\psi)$ en utilisant PID.....	96
Figure 4.26 : Les vitesses de rotations des quatre moteurs du quadrirotor (modèle non linéaire + contrôleurs PIDs) au cours de temps.....	97
Figure 4.27 : Trajectoire globale en 3D du quadrirotor avec un modèle non linéaire et contrôleurs PIDs.....	98
Figure 4.28 : Trajectoires de position selon $(x, y$ et $z)$ pour des références en échelon en utilisant PIDs.....	99
Figure 4.29 : Trajectoires de position selon $(x, y$ et $z)$ et d'attitude $(\phi, \theta$ et $\psi)$ dans le cas de présence de variations paramétriques en utilisant PID..	100
Figure 4.30 : Trajectoire globale en 3D dans le cas de présence de variations paramétriques en utilisant PID.....	101
Figure 4.31 : Résultats de la simulation des trajectoires $(x, y, z, \phi, \theta$ et $\psi)$ et les entrées de commandes u_1, u_2, u_3 et u_4 utilisant approche backstepping et mode glissant.....	102
Figure 4.32 : Résultats de la simulation des trajectoires $(x, y, z, \phi, \theta$ et $\psi)$ et les entrées de commandes u_1, u_2, u_3 et u_4 utilisant backstepping et mode glissant flou.....	103
Tableau 4.1 : Caractéristiques des quelques algorithmes de contrôle de quadrirotor.....	104

INTRODUCTION

Ces dernières années, le domaine de véhicules aériens est devenu très évolué, intéressant et très utilisé surtout en ce qui concerne les UAV (Unmanned Aerial Véhicul ou Drones). Ces derniers se décomposent principalement en deux catégories: drones a ailes fixes et drones a ailes tournantes. Parmi ces dernières, on trouve UAV à quatre-rotors qui s'appelle aussi quadrirotor. Cette évolution surtout pour le quadrirotor est dûe essentiellement au progrès de l'électronique, la technologie des capteurs et l'évolution des calculateurs.

Malgré tout cela, la configuration du quadrirotor induit une grande difficulté dans la conception de la commande, ce que montre que les quadrirotors ont suscité l'intérêt de diverses recherches dans le domaine du contrôle et de l'automatique. Les automaticiens essayent de chercher et d'appliquer plusieurs techniques de commande afin d'avoir de meilleurs résultats comme : le Backstepping, commande adaptative, PID, PD, mode glissant, LQR, logique floue, commande par retour d'état linéarisant, commande prédictiveetc.

Les drones en général et les quadrirotors à voilures tournantes en particulier sont des systèmes sous-actionnés, non linéaires, naturellement instables, contenant des couplages entre les différents axes et qui peuvent être soumis à des perturbations importantes (comme le vent par exemple). Cependant, ils peuvent être contrôlés par plusieurs stratégies de commandes linéaires comme (PID, PD, LQR, les méthodes d'optimisation H_2 et H_∞) et non-linéaires comme : Backstepping, mode glissant, commande utilisant le théorème de Lyapunov, commande adaptative, logique floue.....etc.

Ce mémoire a pour objectif de voir la performance et l'effet d'une commande linéaire (LQR, PID-série) sur un modèle nonlinéaire d'un quadrirotor. Nous allons contrôler un quadrirotor par deux stratégies de contrôles linéaires synthétisés à

partir d'un modèle linéarisé. Nous allons appliquer ces contrôleurs sur un modèle linéarisé et sur un autre complet nonlinéaire du quadrirotor.

Dans ce mémoire on trouve quatre chapitres :

1) Dans le chapitre 1, on parle de l'histoire de l'aviation, en particulier celle des quadrirotors. Nous donnons un bref historique sur la conception des quadrirotors, une description et le principe de fonctionnement du quadrirotor. On parle de l'état de l'art, dans laquelle nous présentons quelques travaux de recherches récents ont effectués sur le développement des techniques de commande sur les quadrirotors.

2) Dans le chapitre 2, qui est consacré à la modélisation du quadrirotor. Nous présenterons le modèle dynamique du quadrirotor, une étude détaillée de ce modèle, des hypothèses sont établies afin d'obtenir le modèle dynamique. On parle de la formule de Newton-Euler, de l'effet gyroscopique, de l'effet du sol, des effets aérodynamiques, de l'anti couple inertiel et les frottements aérodynamiques, du passage entre le repère inertie lié au sol et celui mobile lié au quadrirotor, des équations de modèle des moteurs, des équations de mouvements de translations et celles de rotations du quadrirotor, des entrées de commande du système quadrirotor. Finalement nous mettons en évidence le modèle d'état utilisé dans notre travail.

3) Dans le chapitre 3, on présente les stratégies de contrôle, la première est la commande linéaire quadratique « LQR ». L'application de cette dernière nécessite un modèle d'état linéaire, donc nous allons linéariser le modèle dynamique nonlinéaire du quadrirotor afin d'obtenir un modèle linéarisé. La linéarisation de modèle nonlinéaire est nécessaire pour déterminer les matrices de contrôle. La linéarisation est effectuée pour le point d'équilibre correspondant au vol stationnaire. La deuxième stratégie de contrôle linéaire est le correcteur PID-série, synthétisé et obtenu par la linéarisation d'un modèle simplifié, ses paramètres sont calculés à l'aide de la règle de réglage des paramètres d'un PID dénommée « SIMC ».

4) dans le chapitre 4, on trouve les résultats de ces stratégies de contrôle, des résultats de simulation seront présentés pour ces derniers suivis par des

interprétations et des commentaires. On trouve aussi l'application de LQR et le PID en utilisant deux modèles différents l'un linéarisé et l'autre complet non linéaire, et une comparaison et analyse entre elles. Différentes simulations seront effectuées pour voir la performance de ces contrôleurs linéaires lorsque en utilisant un système complet non linéaire. Enfin une étude comparative entre les différentes techniques de commande utilisées.

Enfin, nous terminerons par une conclusion générale sur le travail effectué et les résultats obtenus et nous évoquons quelques perspectives.

CHAPITRE 1

DESCRIPTION ET PRESENTATION

1.1. Qu'est-ce qu'un quadrirotor ?

Un quadrirotor est un appareil volant comportant quatre rotors pour sa sustentation, les quatre rotors sont généralement placés aux extrémités d'une croix (figure 1.1). Ce sont ces quatre rotors qui fournissent la force verticale (portance) qui permet à l'appareil de s'élever. L'électronique de contrôle est habituellement placé au centre de la croix. En vol, le quadrirotor peut orienter autour ses axes de roulis, tangage et lacet ainsi qu'en translation dans l'ensemble de ses axes de direction.

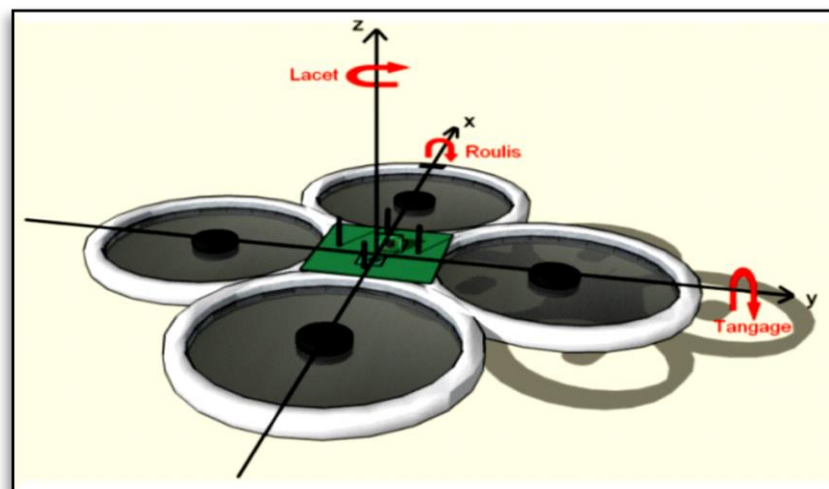


Figure 1.1 : Structure du quadrirotor

1.2. Sens de rotation des voilures tournantes

Afin d'éviter à l'appareil de tourner sur lui-même sur son axe de lacet, il est nécessaire que deux hélices tournent dans un sens, et les deux autres dans l'autre sens. Les moteurs un et trois tournent donc dans un sens opposé aux moteurs deux et quatre. Deux rotors du même axe (1 et 3), tournent dans le sens

horaire alors que les deux autres (2 et 4) tournent dans le sens antihoraire. Ce qui permet d'obtenir à vitesse égale un couple d'anti-rotation nul et pour compenser le couple créé par les rotors sur l'armature, afin que le quadrirotor ne tourne pas dans le plan horizontale (x, y) .

Ainsi, Pour pouvoir diriger l'appareil, il est nécessaire que chaque couple d'hélices soit placé aux extrémités opposées d'une branche de la croix tournant dans le même sens. (figure 1.2).

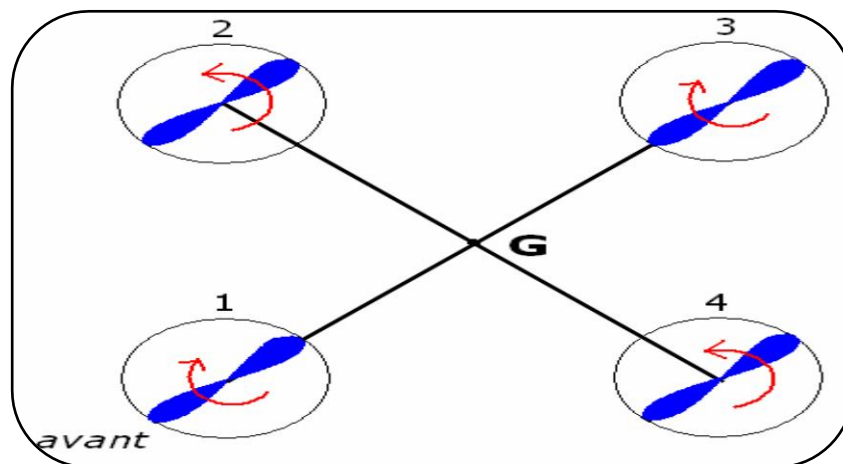


Figure 1.2 : Sens de rotation des hélices

1.3. Principe de vol et les mouvements du quadrirotor

Le fonctionnement d'un quadrirotor est assez particulier, son mouvement est contrôlé par la variation de vitesse de chaque rotor pour changer la force de portance et le couple créé par chacun.

Le quadrirotor a six mouvements principaux :

- Mouvement de roulis,
- Mouvement de tangage,
- Mouvement de lacet,
- Mouvement vertical suivant z ,
- Mouvement suivant x ,
- Mouvement suivant y .

En effet, comme son nom l'indique, c'est un drone muni de quatre rotors définis dans l'espace par six degrés de liberté, trois mouvements de rotation et trois mouvements de translation, ces six degrés doivent être commandés à l'aide de quatre entrées de commande seulement ; donc c'est un système sous actionné (le nombre des entrées est inférieur au nombre des sorties).

Le mouvement vertical de montée et de descente est assuré par les quatre (04) rotors à la fois (commande simultanée des quatre moteurs) (voir figures 1.3.e et 1.3.f). La différence de poussée entre les moteurs avant et arrière produit un couple de tangage qui contrôle le mouvement de translation (avant / arrière) (figures 1.3.a et 1.3.b). Le déplacement gauche / droite, quand à lui, est assuré par la différence de poussée entre les rotors situés sur la gauche et sur la droite (figures 1.3.c et 1.3.d). Enfin pour le contrôle en lacet du système, c'est la somme des anti-couples produits par les quatre rotors; qui définit le sens de rotation (figures 1.3.g et 1.3.h).

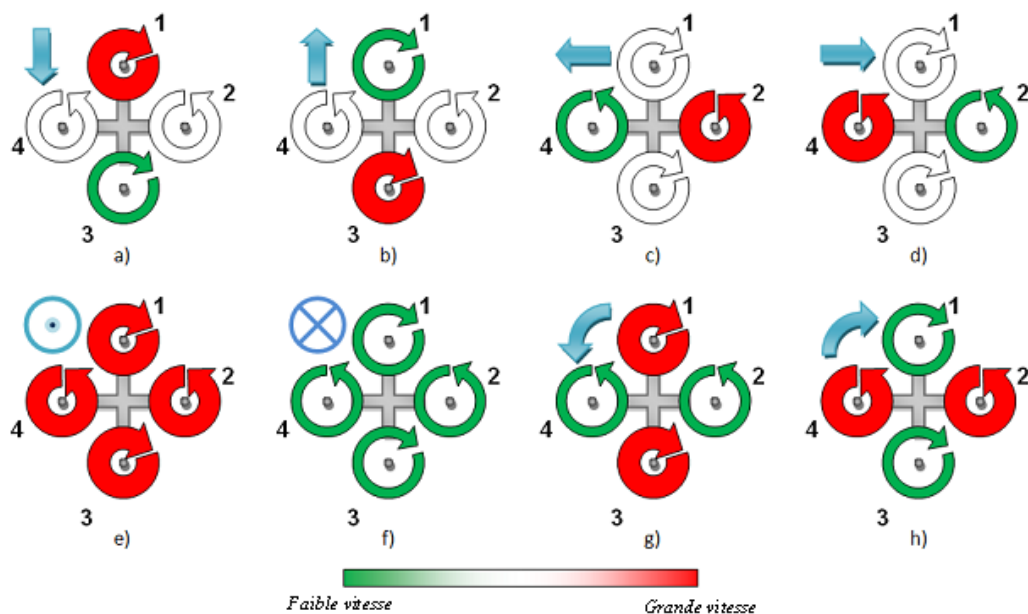


Figure 1.3 : Les différents mouvements possibles du quadrirotor

Pour arriver à stabiliser le quadrirotor, les quatre moteurs sont commandés de la manière suivante :

- **Axe de roulis** : La rotation autour de l'axe x est appelée roulis en aéronautique. En agissant sur les moteurs gauche et droit, on peut maintenir l'horizontalité. Par

exemple, si le quadrirotor penche à gauche, on augmente la vitesse du moteur gauche tout en diminuant la vitesse du moteur droit (figure 1.4).

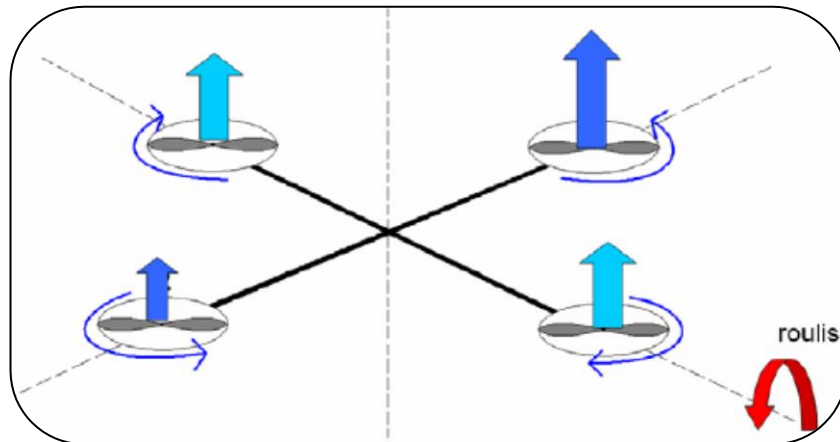


Figure 1.4 : Moteurs agissant sur le roulis

- **Axe de Tangage** : La rotation autour de l'axe y est appelée tangage en aéronautique. Les moteurs avant et arrière permettent de garder l'horizontalité sur cet axe. Si le quadrirotor est orienté vers l'arrière, il faut donner plus de vitesse au moteur arrière et baisser celle du moteur avant (figure 1.5).

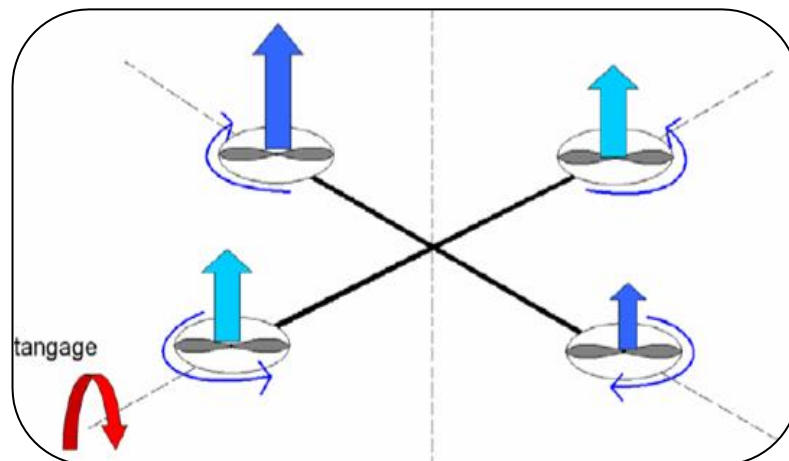


Figure 1.5 : Moteurs agissant sur le tangage

- **Axe de lacet** : La rotation autour de l'axe z est appelée lacet en aéronautique. L'engin doit d'être stable sur son axe de lacet. On réalise cela en agissant sur les moteurs par paires : on augmente la vitesse de rotation de deux moteurs face à

face (avant et arrière) et on diminue la vitesse des deux autres (gauche et droite) (figure 1.6).

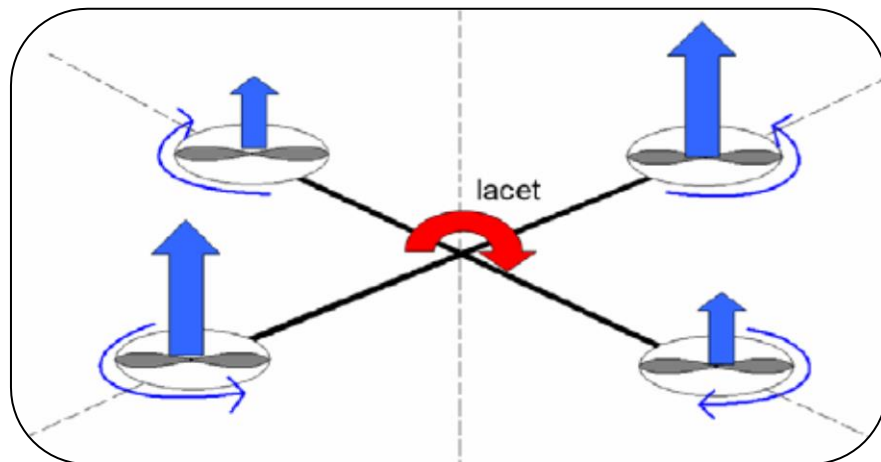


Figure 1.6 : Moteurs agissant sur le lacet

- **L'altitude :** le mouvement vertical est réalisé, en jouant sur la vitesse de rotation de l'ensemble des quatre moteurs. On diminue la vitesse des quatre moteurs pour faire descendre le quadrirotor tandis qu'on l'augmente pour le faire monter.

1.4. Histoire des quadrirotors

Le rêve de vol est très ancien; la légende d'Icare et de Dédale le confirme, "La chute d'Icare", XVII^{ème} siècle. En réalité, l'idée de vol vertical revient à un jouet chinois inventé vers 400 av.J.C.. Les premières versions en sont composées de plumes fixées au bout d'un bâton, qui doit être rapidement filé entre les mains pour produire de la portance, et puis relâché dans un vol libre (figure 1.7).

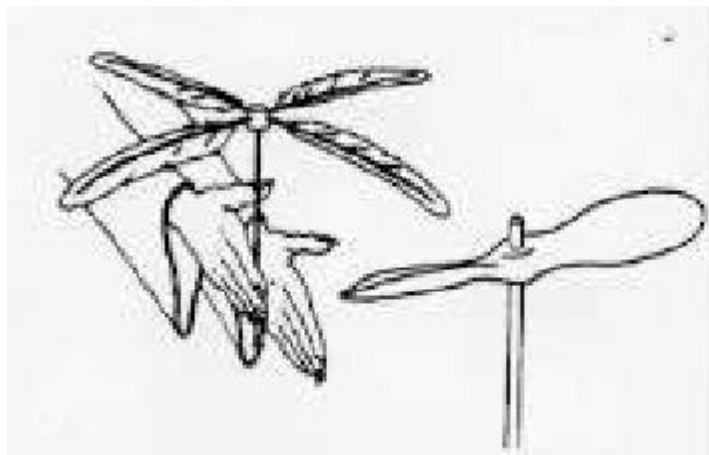


Figure 1.7: Le premier concept de l'aviation à voilure tournante (toupie chinoise)

Entre 1487 et 1490 Léonard de Vinci a dessiné dans un de ses carnets le plan d'une machine appelée " Vis aérienne", dont la voilure tournait autour d'un axe vertical. Il s'agit d'un aéronef à hélice à vol vertical (figure 1.8) [1].



Figure 1.8: Maquette de vis aérienne de Léonard de Vinci du musée des sciences et des techniques Léonard de Vinci à Milan

En effet, le britannique George Cayley (1773-1857), est le véritable précurseur de l'aviation, en comprenant que le poids et la traînée sont les deux forces qu'il faut vaincre.

En 1907, le premier véritable décollage au monde d'un hélicoptère est réussi. Louis Breguet et Charles Richet réussissent à construire leur premier hélicoptère qu'ils ont appelé " Breguet- Richet Gyroplane n°1", c'était le premier quadrirotor, c'était un quadrirotor Formé de quatre hélices de 8.1 m de diamètre (figure 1.9). Un an plus tard, un autre quadrirotor « Gyroplane n°2 » a été construit. Le Gyroplane n°2 est équipé d'un moteur Renault, plus puissant, qui atteint 55 CV. L'aéronef a détruit lors d'un atterrissage. Le quadrirotor a été réparé mais, les essais des frères Breguet ne donnaient aucun résultat significatif.

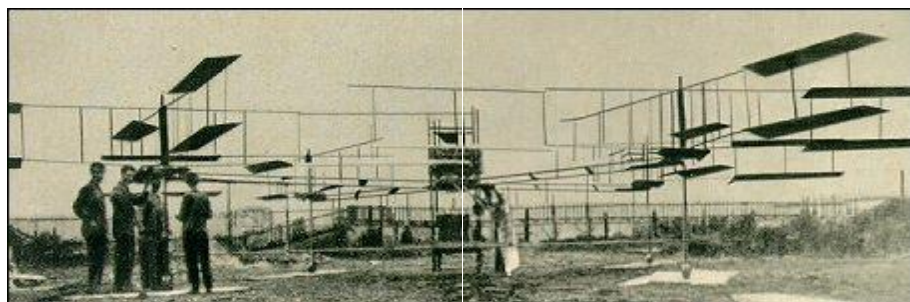


Figure 1.9: Breguet- Richet Gyroplane n°1, 1907

En 1920, l'ingénieur français Etienne Oemichen a commencé ses expériences sur les modèles de conception des aéronefs à voilures tournantes. Il a construit un quadrirotor de 800 Kg (figure 1.10), avec quatre rotors (deux rotors de diamètres 7.6 m et deux autres de diamètres 6.4 m) et huit hélices tournées par un seul moteur. Ce quadrirotor a réussi à voler en 1924.

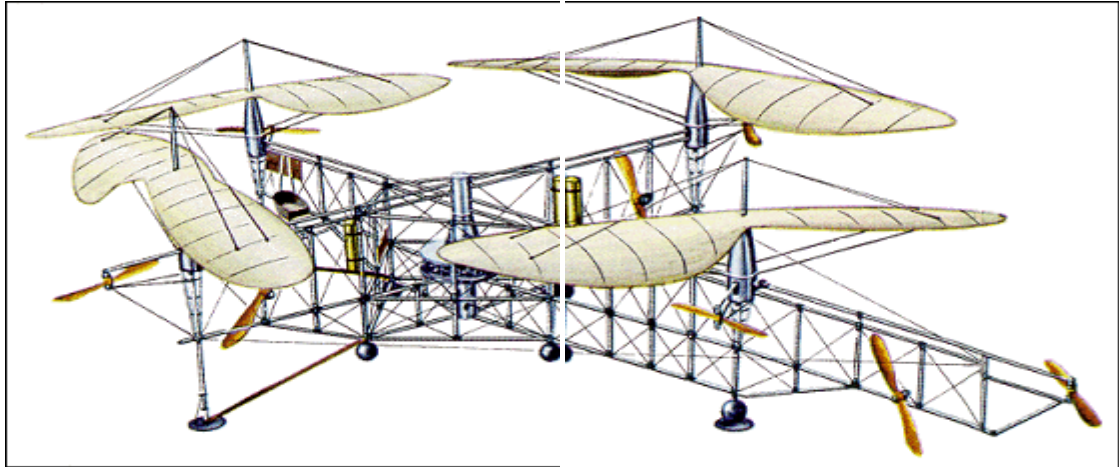


Figure 1.10: Le quadrirotor d'Etienne Oemichen 1920

En Janvier 1921, à Dayton, suite à un contrat engagé par l'armée américaine, l'ingénieur américain George de Bothezat a construit un vol vertical pour le service aérien de l'armée américaine. Ce quadrirotor a réussi à voler en 1922. C'était un quadrirotor de 1678Kg d'une structure en croix portant six hélices de diamètre 8.1m sur chaque axe de longueur 9m (figure 1.11). [1][4].

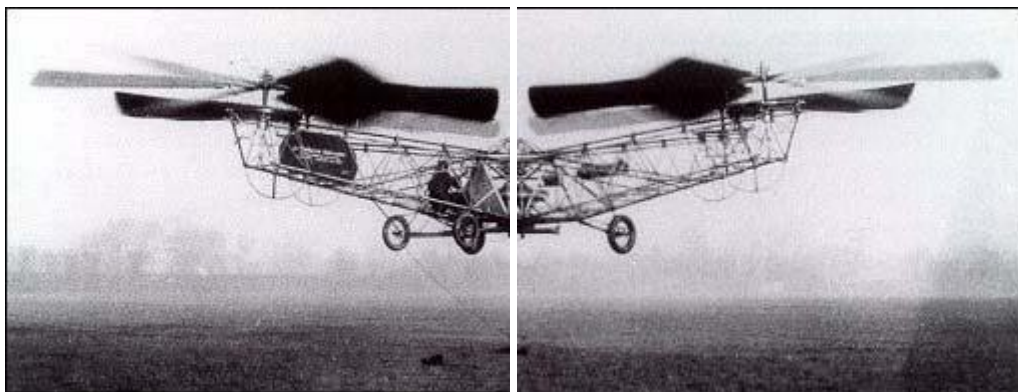


Figure 1.11: Le quadrirotor de George de Bothezat 1922

En 1955, à la suite des travaux de développement de modèle de Convertawings. A Amityville (New York), Convertawings a construit un quadrirotor de 998 Kg

contenant des rotors de diamètre 5.92 m et deux moteurs "continental" de 90 CV. L'aéronef a été commandé en variant la poussée entre les rotors. En 1956, le quadrirotor de Convertawings a été piloté avec succès, mais à cause de l'absence d'intérêt commercial pour ces avions, la production a été arrêtée [4].

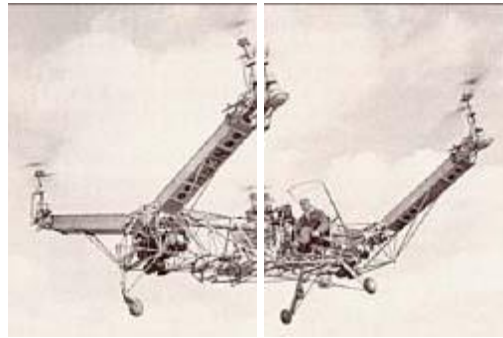


Figure 1.12: Le quadrirotor de Convertawings 1956

Le quadrirotor n'a pas obtenu beaucoup d'attention jusqu'au début des années 80. Depuis, plusieurs chercheurs ont commencé à s'intéresser à la configuration «Quadrirotor» dans des applications mini drones à cause de sa simplicité, sa capacité à supporter une charge utile accrue et son coût réduit. Un drone ou UAV (Unmanned Aerial Vehicle) est un aéronef commandé à distance, destiné à des missions de surveillance, de renseignement, de combat ou de transport.

Les drones datent de la guerre froide et de la guerre du Viet Nam. Les États-Unis en particulier, réalisaient près de 3000 missions de reconnaissance photographique au Viet Nam, montrant l'importance stratégique de l'utilisation de drones.



🇻🇳 Vietnam, mars 1967 : l'AQM-34N Firebee, voué à la reconnaissance photo, est le premier drone opérationnel. Il mènera 138 missions. Mais l'appareil est difficile à récupérer, ce qui conduit à son abandon en juillet 1971.

Figure 1.13: L'utilisation des drones dans la guerre de Viet Nam

Aussi, La police britannique a fait l'acquisition d'hélico-robots de la même catégorie que le quadrirotor. Ces drones embarquent une caméra vidéo et un appareil photo pour collecter des preuves si des comportements antisociaux sont détectés.

1.5. Applications possibles

Ce genre de réalisation est très à la mode en ce moment, car il permet de répondre à des problématiques de facilité, de pilotage et d'autonomie.

Séduite par ces qualités, l'armée est très intéressée par ce genre d'engin. Aujourd'hui, les drones jouent un rôle essentiel dans le domaine militaire, des centaines de frappes sont réalisés sur les territoires de quelques pays. L'usage de drones permet d'éviter la mort de militaires au combat. En outre, leur capacité à surveiller de manière permanente leur cible et son environnement est, en principe, propice à des frappes précises et discriminées. On peut facilement imaginer qu'ils peuvent être utiles pour explorer des zones dangereuses ou inaccessibles par l'homme.

C'est très probable, dans le domaine civil, que les drones sont appelés à jouer le plus grand rôle au futur. La palette des applications potentielles est presque illimitée, débutant par les études scientifiques (de l'atmosphère, des océans, les prévisions météorologiques), la surveillance d'urgence (cas des incendies de forêts, des volcans...), la surveillance du trafic routier et du transport de matières dangereuses, arrivant aux missions dangereuses (détection de gaz toxiques, radiations..), la recherche et le sauvetage (mer, montagnes, désert...) ainsi que de nombreuses autres missions.

Enfin, le marché du jouet n'est pas à oublier. De nombreux fans de modélisme sont passionnés par le quadrirotor et s'amuse à en fabriquer ou à en faire l'acquisition auprès des nombreuses sociétés spécialisées qui le distribuent.

1.6. Etat de l'art

1.6.1. Projets concernant les quadrirotors

Pendant la dernière décennie, le domaine des quadrirotors était le sujet d'un nombre assez important de projets de recherches. Il a attiré aussi l'attention des compagnies de jeux, afin de développer des drones pour ceux qui sont intéressés à ce loisir.

*Le projet Mesicopter de l'université de Stanford, qui a débuté en 1999, et s'est terminé en 2001, sous la supervision de M. Ilan Kroo. Ce projet, financé par la National Aeronautics and Space Administration (NASA), avait comme thématique principale la conception de quadrirotor de très faible taille, ayant environ 10 cm de diamètre. L'objectif du projet était d'étudier les problématiques liées à la conception et la faisabilité de systèmes volants miniatures, de développer des méthodes de fabrication et d'améliorer les connaissances aérodynamiques où la valeur du nombre de Reynolds est petite. L'application de ce projet était la mise en place, sur de grandes surfaces ou des planètes, d'un grand nombre de micro-véhicules pour fournir des données atmosphériques et météorologiques [36].

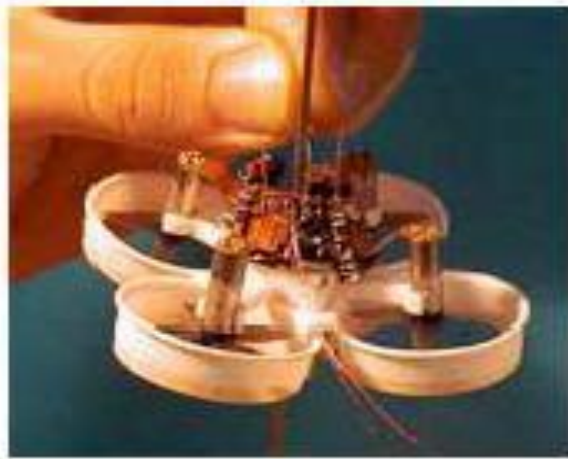


Figure 1.14: La version assemblée du mesicopter (15 g)

*Le projet X-4 Flyer Mark II, réalisé à l'université nationale d'Australie, dirigé par P. Pounds et Robert Manhony a débuté en 2002, est un quadrirotor de 4 Kg de masse pouvant soulever jusqu'à 1kg d'équipement, présentant des lames aéroélastiques dans la conception. Les objectifs principaux de ce projet étaient, premièrement, de générer suffisamment de force de portance, à l'aide du groupe de propulsion, pour soulever l'appareil et, deuxièmement, de stabiliser celui-ci en vol. Pour réaliser ces objectifs, l'équipe de projet a choisi de concevoir un prototype de châssis et d'hélice. Ces recherches, basées sur les théories de commandes linéaires, leur ont permis de tirer plusieurs conclusions, notamment que l'utilisation d'hélices rigides devrait être privilégiée (Pounds et al, 2002). En effet, celles-ci avancent que la dynamique du quadrirotor en déplacement latéral à moyenne et haute vitesse est affectée par un effet appelé de battement d'hélice. Pour cela, Le drone comprend également une plaque tournante suspendue du

rotor, qui permet l'ajustement des caractéristiques de battement des pales. Cet effet est aussi introduit dans le modèle dynamique, modélisé par (Prouty, 2002). Les résultats expérimentaux montrent que le battement des pales a un intérêt significatif sur la stabilité du drone. Un contrôleur PID est proposé pour contrôler l'attitude dans des conditions près du vol stationnaire. Ils soulignent que ce type de contrôleur est intéressant compte tenu de sa simplicité et de sa robustesse face aux variations de paramètres. Ils obtiennent de bons résultats en régime stationnaire ou quasi stationnaire avec des erreurs de $\pm 1\%$.

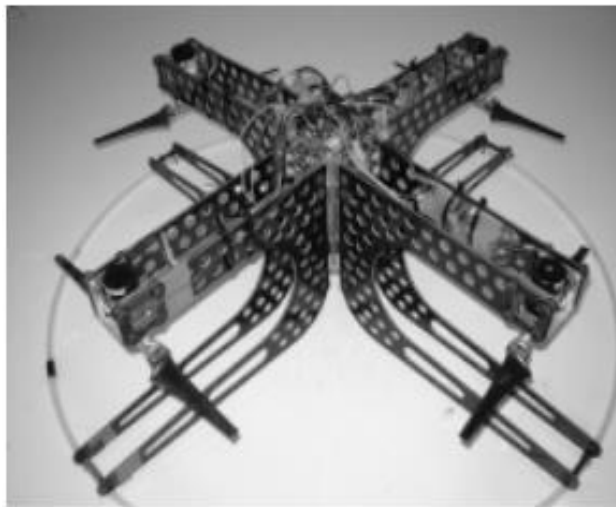


Figure 1.15: Le "X-4 Flyer Mark II"

*Le projet OS4, réalisé par Samir Bouabdallah, en 2007 à l'École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), porte sur la conception et le contrôle de quadrirotors. Ce projet est documenté par plusieurs articles rédigés pendant le projet ainsi que par la thèse de doctorat de M. Bouabdallah présentée à l'École Polytechnique Fédérale de Lausanne. Celle-ci présente la méthodologie de conception d'un quadrirotor en utilisant les informations provenant du poids total voulu, de la poussée générée par les moteurs ainsi que la capacité de la batterie. Bouabdallah simplifie le modèle à l'aide de l'hypothèse des petits angles d'attitude. Cette approximation permet de découpler le modèle du quadrirotor pour obtenir une forme bien adaptée pour appliquer plusieurs méthodes de contrôle. Ce modèle fut largement utilisé dans la littérature par la suite, et a été vérifiée par différents travaux. Ainsi, Bouabdallah a fait la comparaison de la performance de différentes méthodologies de commande appliquées au quadrirotor. Plusieurs stratégies de contrôle ont été simulés et testées sur un banc d'essai : deux

contrôleurs linéaires, soit le PID et LQ(linear quadratic), et trois contrôleurs non linéaires , soit la méthode « Lyapunov Redesign », le backstepping et le contrôle en mode glissant. Suite à l'analyse de toutes ces méthodes, Bouabdallah conclut que la robustesse de l'action intégrale du PID face aux incertitudes du modèle et la capacité du contrôleur backstepping d'éliminer les perturbations sont les deux éléments essentiels pour obtenir un bon contrôle. Il propose donc de combiner les deux méthodes pour obtenir un contrôleur de type backstepping intégral. Les résultats obtenus sont bons, ce qui lui permet d'implémenter le contrôleur pour tous les degrés de liberté (Bouabdallah, 2007). Le contrôle de position selon les axes x et y ne fut expérimenté qu'en simulation seulement. Cependant, des sonars ont été installés aux quatre extrémités des bras, permettant d'implémenter un algorithme d'évitement d'obstacle. Le quadrirotor OS4 possède une caméra qui capte un dessin sur sol de la trajectoire à suivre. C'est le premier quadrirotor capable pratiquement d'une manoeuvre d'évitement de collision [7].



Figure 1.16: La dernière version de OS4

*Le projet de fin d'études Coriolis à l'école centrale d'électronique à Paris, en 2010, dont le but était la réalisation d'un drone quadrirotor se stabilisant de manière autonome en vol. Le corps de quadrirotor est fabriqué en fibre de carbone. Le drone contient une centrale inertielle munie d'accéléromètres et de gyromètres. Ils sont utilisés pour déterminer les angles de tangage, roulis et lacet du véhicule ainsi que sa position dans l'espace. Il contient aussi deux télémètres ultrason pour détecter le sol et les obstacles. Ensuite, un calculateur estime les vitesses de rotation à affecter à chaque moteur pour corriger l'assiette du véhicule.

Ces données sont transmises à une station au sol. La communication entre le drone et la station sol, est réalisée par deux modules Xbee. Le quadrirotor réalisé est stable en angle et vitesse angulaire, contrôlable en tangage ou roulis, mais non contrôlable en position et trajectoire. Le contrôle est réalisé par le correcteur PID, les coefficients K_P , K_I et K_D sont déterminés par une simulation sur Simulink-Matlab et puis corrigés sur un banc d'essai [50].



Figure 1.17: Le quadrirotor Coriolis

*En 2009 le Concours International de Robotique aérienne tient sa 5^{ème} mission 19 ans après sa création. L'université de Virginia, département de génie aérospatiale, a formé une équipe d'étudiants pour participer à la compétition. Son but est de créer un robot aérien autonome, capable de voler et naviguer dans un environnement confiné, en particulier à l'intérieur d'un bâtiment.

Le robot doit être capable d'entrer dans ce bâtiment, chercher le cible tout en évitant les obstacles. Le groupe a choisi le quadrirotor parmi les différentes possibilités de robots volants, suite à une comparaison au niveau de la stabilité, la contrôlabilité. Il a réalisé deux prototypes, le premier comme un banc d'essai (figure 1.18), et a utilisé l'aluminium et la fibre de carbone pour le deuxième prototype de 1.37 Kg de masse. Le projet représente une stratégie complète pour la conception d'un quadrirotor et des expériences sur les hélices (portance produite et interférence aérodynamique entre les hélices). Le contrôle des angles

et de l'altitude est basé sur le correcteur PID. Mais malheureusement le projet n'est pas terminé.



Figure 1.18: Le test du vol vertical du premier prototype

*En 2008 Tommaso Bresciani a réalisé un quadrirotor à l'université Lund, département du contrôle automatique. C'est un projet qui contient le modèle dynamique basé sur les théories de l'aérodynamique, le modèle d'un moteur DC, la stratégie de contrôle basé sur la méthode PID, un calcul détaillé des constantes, des expériences pour trouver par exemple la relation entre la portance produite par l'hélice et sa vitesse angulaire et une énumération des composantes électriques et des capteurs [14].

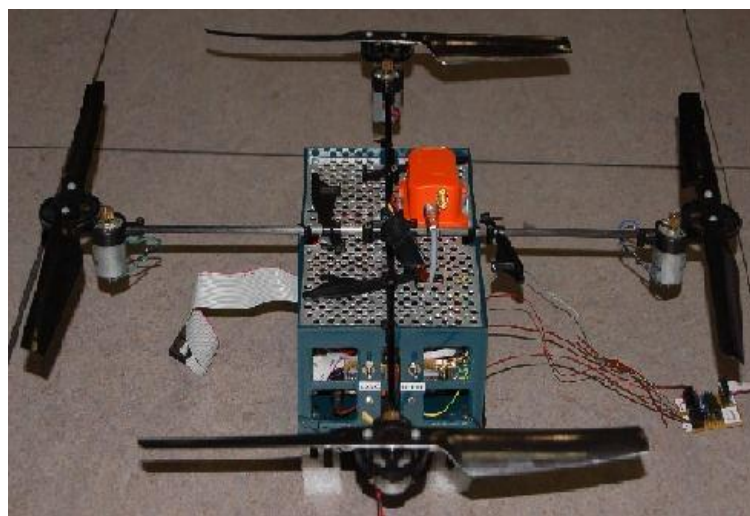


Figure 1.19: Le quadrirotor de Bresciani (1Kg de masse)

*Le quadrirotor Parrot AR. Drone : L'AR. Drone de la société Parrot, est le premier quadrirotor piloté par un iPhone/iPod-Touch/iPad ainsi que par la plupart des appareils mobiles Wi-Fi basé sur Android, en utilisant le principe de l'accéléromètre afin d'envoyer les angles de tangage et de roulis voulus, par une communication "wireless". L'AR. Drone n'est pas simplement un quadrirotor télécommandé, c'est aussi le cœur d'une plate-forme de jeu à réalité augmentée multijoueur. Ce quadrirotor possède de bonnes propriétés aérodynamiques, ayant une masse totale de 420 g. Il renferme deux caméras, une frontale et l'autre verticale, pour envoyer l'image vers l'utilisateur pendant le vol. La masse faible du drone ne lui permet pas de résister à de grandes perturbations dans l'environnement. Il est capable finalement de voler pour un duré court.



Figure 1.20: Le quadrirotor Parrot AR.Drone avec carène

1.6.2. Travaux sur les stratégies de contrôle des quadrirotors

Plusieurs travaux sont effectués sur la configuration des quadrirotors pour les applications de drones. Plusieurs architectures et techniques de contrôle ont été développées sur cette plateforme.

Ces travaux proposent et développent des stratégies de contrôle ou comparent les performances de quelques-uns d'entre eux. Nous présentons quelques différentes techniques dans la littérature, portant sur la commande:

- 1) Commande basée sur l'utilisation du théorème de Lyapunov : selon cette technique de commande, il est possible d'assurer sous certaines conditions, que le quadricoptère est asymptotiquement stable [8] [9] [19] [37].
- 2) Commande non linéaire par Backstepping : la commande par l'approche de backstepping est une procédure récursive basée sur la théorie de la stabilité de Lyapunov pour concevoir les lois de commande pour stabiliser le système non-linéaire du véhicule aérien et assurer la convergence asymptotique de l'erreur de poursuite. Le processus de backstepping commence en construisant à chaque itération une fonction de stockage qui intègre l'écart entre les sorties régulées du système et les objectifs de commande. La convergence de cet écart vers zéro est garantie lorsque la dérivée de la fonction de stockage soit définie ou semi-définie négative. L'avantage de la technique du backstepping est sa flexibilité pour le choix des fonctions stabilisantes qui sont choisies simplement sans éliminer tous les termes non-linéaires afin de rendre la fonction de stockage définie ou semi-définie négative. Cependant, en présence de perturbations et d'incertitudes de modèle, la méthode de backstepping ne peut pas garantir la stabilité du système en boucle fermée. Cette technique de commande a été renforcée par la suite dans les travaux de [7] par l'ajout de l'action intégrale. Cette technique a été validée sur OS4 dans diverses expériences de vol. Autres travaux basés sur cette technique de commande ont été développés et testés sur un grand nombre de plateformes expérimentales comme l'hélicoptère [41] et les birotors dans [42] [43] et le quadricoptère dans [20] [22] [44].
- 3) Commande non linéaire par mode glissant : la commande par mode glissant est une technique de commande robuste plus utilisée pour le contrôle des systèmes non-linéaires en raison de ses caractéristiques attrayantes de convergence en temps fini, de leur robustesse aux incertitudes paramétriques et aux perturbations et de leur relative simplicité d'élaboration. Cette technique de commande a été testée avec succès sur un grand nombre de plateformes comme le quadricoptère [5] [11] [12].
- 4) Le contrôleur de structure PD^2 en boucle fermée : ce contrôleur en boucle fermée a été utilisé pour la stabilisation de l'attitude en quaternion d'un décollage et atterrissage vertical du robot aérien à quatre rotors. Ce contrôleur réside sur la convergence exponentielle. Il est basé sur la compensation des moments

de Coriolis et des moments gyroscopiques et l'utilisation d'une structure de contrôle PD² en boucle fermée, où l'action proportionnelle est en termes du vecteur de quaternion et les deux actions dérivées sont en fonction de la vitesse angulaire et le vecteur de vitesse de quaternion [25].

- 5) Le contrôleur PID : cette commande classique est très simple à mettre en œuvre. Cette approche a été testée avec succès sur un grand nombre de plateformes expérimentales comme l'hélicoptère Yamaha Rmax-50 [13], le quadrirotor OS4 dans les travaux de Samir Bouabdallah, André Noth et Roland Siegwart [10], et le Micro-véhicule aérien (MAV) "ISTAR9" [38].
- 6) La commande LQR (Linear Quadratic Regulator) : c'est une méthode optimale, linéaire, l'idée est de placer les valeurs propres du système en boucle fermée afin qu'un critère de performance quadratique soit minimisé. Cette commande a été utilisée dans les travaux de Samir Bouabdallah, André Noth et Roland Siegwart dans la stabilisation d'attitude du quadrirotor OS4, et les résultats obtenus ont été comparés avec ceux obtenus par le contrôleur PID [10]. L'avantage principal de cette technique est que la loi de commande optimale est obtenue par un retour d'état complet (en résolvant l'équation de Ricatti). Autrement, la solution analytique de l'équation de Ricatti est difficile à calculer.
- 7) La commande adaptative : la commande adaptative est née du besoin de contrôler des systèmes inconnus et des systèmes variant dans le temps. Donc, c'est un moyen d'adaptation en temps réel de la loi de commande pour tenir en compte des incertitudes. Cette technique offre de bonnes performances, notamment avec la dynamique non modélisable et l'incertitude des paramètres [14] [39].
- 8) La commande par retour d'état linéarisant : cette commande est développée par Fliess et Kupka en 1983. Elle est basée sur la transformation du système en boucle fermée en sous-systèmes linéaires découplés et contrôlables. Cette commande a été appliquée dans quelques projets sur le quadrirotor dans les littératures [21][15][45].
- 9) La commande prédictive : l'idée de la commande prédictive est d'utiliser un modèle dynamique du système au sein de la commande dans le but d'anticiper le comportement du procédé sur un intervalle de temps donné, l'horizon de prédiction. Il devient alors possible de générer, sur cet horizon, la séquence de

commande qui optimise cette prédiction de comportement vis-à-vis de la consigne [48] [49].

- 10) La commande visuelle : cette technique est basée sur la commande visuelle utilisant une caméra embarquée dans le quadrirotor, ou une caméra externe. Le principe de cette commande consiste à utiliser des informations visuelles extraites des images acquises par une ou plusieurs caméra(s) pour reconstituer les paramètres définissant la position de la caméra par rapport à son environnement. Ces informations visuelles sont alors utilisées dans la commande [16] [46].

D'autres techniques de commande et guidage existent dans la littérature, nous citons la commande par logique floue [47], les réseaux de neurones [17].

1.7. Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous avons présenté l'histoire de l'aviation, en particulier celle des quadrirotors et des drones. Nous avons également vu leurs conceptions, leurs principes de fonctionnement et leurs applications. Ensuite, nous avons présenté un état de l'art des projets et des travaux de recherche concernant les techniques de commandes rencontrées dans la littérature pour ce type d'engins. Il a connu ces dernières années un intérêt croissant dans la communauté scientifique, un grand nombre de travaux ont été effectués sur le développement des stratégies de commandes sur les quadrirotors. Il a attiré aussi l'attention des compagnies de jeux, afin de développer des drones pour ceux qui sont intéressés à loisir. Le monde des drones en général et en particulier celui des quadrirotors est très à la mode en ce moment, car il permet de répondre à des problématiques de pilotage et d'autonomie. Cependant, les chercheurs sont toujours contraints à respecter les difficultés et les contraintes imposées par les phénomènes atmosphériques et les effets aérodynamiques qui sont généralement difficiles à estimer et à modéliser sans oublier la complexité du problème de navigation autonome.

CHAPITRE 2

MODELISATION DYNAMIQUE DU QUADRIROTOR

2.1. Introduction

La modélisation est une phase préliminaire importante, pour bien connaître le comportement dynamique du système physique et de son environnement. Elle permet d'analyser tous les systèmes et de répondre à un certain nombre d'objectifs, à savoir la mise en place d'une stratégie de diagnostic ou la synthèse d'une loi de commande.

La modélisation des véhicules aériens autonomes est relativement complexe et requiert la connaissance de l'aérodynamique du véhicule étudié, de ses caractéristiques mécaniques ainsi que de la dynamique des actionneurs. Le quadrirotor est classé dans la catégorie des systèmes volants (UAV) les plus complexes, subit d'effets physiques à savoir les effets aérodynamiques, la gravité, les effets gyroscopiques, les frottements et les moments d'inertie qui affectent sa dynamique [18] [19].

Pour concevoir un contrôleur de vol, on doit d'abord comprendre profondément les mouvements de véhicule aérien, sa dynamique et par conséquent ses équations dynamiques. Cette compréhension est nécessaire non seulement pour la conception du contrôleur, mais aussi pour s'assurer que les simulations du comportement du véhicule sont plus proches que possible de la réalité lorsque la commande est appliquée.

Dans ce chapitre, nous présenterons le modèle dynamique du système quadrirotor, et nous mettons en évidence le modèle d'état utilisé dans notre travail.

2.2. Modèle dynamique du quadrirotor

2.2.1. Hypothèses du modèle

En réalité, le quadrirotor subit de plusieurs phénomènes physiques lors de son vol. Mais, pour simplifier les calculs, nous devons négliger les phénomènes de plus faible importance. Pour cela, quelques hypothèses seront supposées pour établir le modèle dynamique de celui-ci.

Plusieurs modèles dynamiques sont proposés dans la littérature, ces modèles prennent en considération ces effets physiques selon la tâche réalisée [8] [10] [18] [23] [46].

Pour établir le modèle dynamique d'un quadrirotor, nous supposons que [10][18] :

- Le quadrirotor est une structure rigide et les hélices sont supposées rigides,
- La structure est supposée parfaitement symétrique (c.à.d. sa matrice d'inertie est diagonale),
- Le repère lié à cette structure est généralement supposé confondu avec son centre de gravité,
- Les forces et les moments aérodynamiques provoqués par le mouvement de rotation des quatre rotors sont supposés proportionnels au carré de la vitesse de rotation de ces rotors.

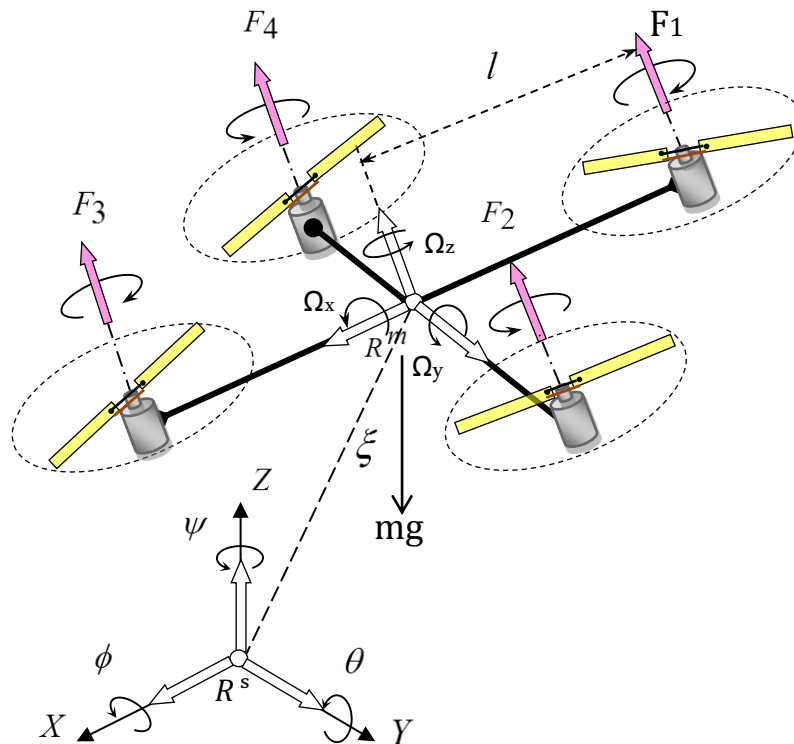


Figure 2.1 : Géométrie du quadrirotor

La dynamique du véhicule est décrite dans l'espace par six degrés de liberté relatifs au référentiel fixe lié à la terre R^s . Ces six degrés de liberté sont la position absolue du centre de gravité du quadrirotor, qui est représentée par le vecteur $\xi = [x, y, z]^T$ et l'attitude du quadrirotor, qui est décrite généralement par les angles d'Euler $\alpha = [\phi, \theta, \psi]^T$. Ces angles sont respectivement l'angle de roulis, l'angle de tangage et l'angle de lacet.

Au début le repère mobile R^m est coïncide avec le repère fixe R^s , après le repère mobile fait un mouvement de rotation autour de l'axe x d'un angle de roulis

$$\left(-\frac{\pi}{2} \leq \phi < \frac{\pi}{2}\right), \text{ suivi d'une rotation autour de l'axe } y \text{ d'un angle de tangage}$$

$$\left(-\frac{\pi}{2} \leq \theta < \frac{\pi}{2}\right), \text{ suivi d'une rotation autour de l'axe } z \text{ d'angle de lacet } (-\pi \leq \psi < \pi).$$

Donc la matrice de transformation R entre le repère mobile R^m lié au quadrirotor et le repère inertiel R^s lié à la terre est donnée par :

$$R = Rot_z(\psi)Rot_y(\theta)Rot_x(\phi) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

On obtient alors :

$$R = \begin{bmatrix} \cos(\psi) \cos(\theta) & \sin(\phi) \sin(\theta) \cos(\psi) - \sin(\psi) \cos(\phi) & \cos(\phi) \sin(\theta) \cos(\psi) + \sin(\psi) \sin(\phi) \\ \sin(\psi) \cos(\theta) & \sin(\phi) \sin(\theta) \sin(\psi) + \cos(\psi) \cos(\phi) & \cos(\phi) \sin(\theta) \sin(\psi) - \sin(\phi) \cos(\psi) \\ -\sin(\theta) & \sin(\phi) \cos(\theta) & \cos(\phi) \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

2.2.2. Equations dynamiques de translation

La stabilisation du quadrirotor peut être définie comme une réalisation d'équilibre de forces et de couples. Un vol stationnaire est réalisé lorsque la somme des forces agissantes sur tous les degrés de liberté est nulle, la moindre force produit alors une accélération linéaire du système.

Le mouvement du quadrirotor est contrôlé par trois sources de forces à savoir : la force de la gravité, l'inertie et la traînée d'air. La force de gravité s'oppose au mouvement vertical tandis que la traînée d'air crée un amortissement sur le mouvement linéaire et la rotation.

En appliquant la loi de Newton sur le mouvement de translation nous obtenons l'équation suivante [18][23] :

$$F_f - F_{dt} - F_G = m\ddot{\xi} \quad (2.3)$$

avec m est la masse du quadrirotor.

F_f , F_{dt} et F_G sont respectivement les forces générées par les moteurs, la force de trainée, et la force de gravité, tel que :

Les forces $F_f = [F_x \ F_y \ F_z]_{/R^s}$ générées par les moteurs du quadrirotor décrites dans le repère fixe lié au sol R^s , sont données par l'équation suivante :

$$F_f = R \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sum_{i=1}^4 F_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi \\ \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi \\ \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \sum_{i=1}^4 F_i \quad (2.4)$$

Dans cette équation, F_i est la force de portance générée par le rotor i , proportionnelle au carré de la vitesse angulaire ω_i tel que [23]:

$$F_i = b \omega_i^2 \quad (2.5)$$

où b est le coefficient de portance, dépend de la densité de l'air ρ , de la constante de portance C_z , de la surface des pales S , et des caractéristiques des pales (forme, nombre, diamètre,...), il est donné par :

$$b = \frac{1}{2} \rho S C_z \quad (2.6)$$

La force de trainée F_{dt} est donnée par :

$$F_{dt} = K_{dt} \dot{\xi} \quad (2.7)$$

Où $K_{dt} = \text{diag}(K_{dtx}, K_{dty}, K_{dtz})$ est la matrice des coefficients de trainée de translation.

La force de gravité F_G est donnée par :

$$F_G = mG \quad (2.8)$$

où $G = [0, 0, g]^T$ est le vecteur de gravité.

L'équation dynamique de translation (2.3) devient :

$$m \ddot{\xi} = F_f - K_{dt} \dot{\xi} - mG \quad (2.9)$$

On remplace chaque force par sa formule, on obtient :

$$m \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi \\ \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi \\ \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \sum_{i=1}^4 F_i - \begin{bmatrix} K_{dtx} \dot{x} \\ K_{dty} \dot{y} \\ K_{dtz} \dot{z} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Donc, les équations différentielles du mouvement de translation sont :

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{1}{m} (\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) (\sum_{i=1}^4 F_i) - \frac{K_{dtx}}{m} \dot{x} \\ \ddot{y} = \frac{1}{m} (\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) (\sum_{i=1}^4 F_i) - \frac{K_{dty}}{m} \dot{y} \\ \ddot{z} = \frac{1}{m} (\cos \phi \cos \theta) (\sum_{i=1}^4 F_i) - g - \frac{K_{dtz}}{m} \dot{z} \end{cases} \quad (2.11)$$

2.2.3. Equations dynamiques de rotation

Les principaux effets physiques agissants sur le quadricoptère sont : les effets aérodynamiques, l'anti couple inertiel, les frottements aérodynamiques et les effets gyroscopiques.

En utilisant la loi de Newton sur le mouvement de rotation, la somme des moments est donnée par [18] [23] :

$$M_f - M_a - M_g = J \dot{\Omega} + \Omega \wedge J \Omega \quad (2.12)$$

Avec \wedge représente le produit vectoriel et $J = \text{diag}(I_x, I_y, I_z)$ est la matrice d'inertie diagonale (structure du quadricoptère symétrique).

Ω : La vitesse angulaire exprimée dans le repère fixe R^s en fonction des vitesses de rotations $\dot{\alpha} = [\dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T$ dans le repère mobile lié au corps du quadricoptère est [23]:

$$\Omega = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & \cos(\phi) & \sin(\phi) \cos(\theta) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi) \cos(\theta) \end{bmatrix} \dot{\alpha} \quad (2.13)$$

Il y a plusieurs moments agissants sur le quadrirotor, ces moments sont dus aux forces de poussée et de traînée et aux effets gyroscopiques.

❖ **Moments dus aux forces de poussée :**

- La rotation autour de l'axe x : elle est due au moment créé par la différence entre les forces de portance des rotors 2 et 4, ce moment est donné par la relation suivante :

$$M_x = l(F_4 - F_2) = bl(\omega_4^2 - \omega_2^2) \quad (2.14)$$

Avec l est la distance entre le centre de gravité du quadrirotor et l'axe de rotation des hélices.

- La rotation autour de l'axe y : elle est due au moment créé par la différence entre les forces de portance des rotors 1 et 3, ce moment est donné par la relation suivante :

$$M_y = l(F_3 - F_1) = bl(\omega_3^2 - \omega_1^2) \quad (2.15)$$

❖ **Moments dus aux forces de traînée :**

- La rotation autour de l'axe z : elle est due à un couple réactif provoqué par les couples de traînée dans chaque hélice, ce moment est donné par la relation suivante

$$M_z = M_1 - M_2 + M_3 - M_4 \quad (2.16)$$

Avec $M_i = d\omega_i^2$, où $i = \{1,2,3,4\}$, et d est le coefficient de traînée de rotation.

Donc :

$$M_f = \begin{bmatrix} l(F_4 - F_2) \\ l(F_3 - F_1) \\ M_1 - M_2 + M_3 - M_4 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

M_f : est le moment provoqué par les forces de poussée et de traînée.

M_a : est le moment résultant des frottements aérodynamiques, il est donné par :

$$M_a = K_{fa} \Omega^2 \quad (2.18)$$

Avec $K_{fa} = \text{diag}(K_{f_{ax}}, K_{f_{ay}}, K_{f_{az}})$ la matrice des coefficients des frottements aérodynamique et Ω est la vitesse angulaire.

❖ **effet gyroscopique :**

Les axes des rotors sont parallèles à l'axe z de la plate-forme. Lorsque le quadrirotor effectue un roulis ou un tangage, il change la direction du vecteur moment des quatre rotors ce qui produit un couple gyroscopique qui tente de tourner les axes des rotors de sorte qu'ils s'alignent avec la rotation autour de l'axe z.

Il y a deux moments gyroscopiques, le premier est le moment gyroscopique des hélices, l'autre est le moment gyroscopique dû aux mouvements de quadrirotor.

Le moment gyroscopique des hélices est donné par la formule suivante :

$$M_g = \sum_{i=1}^4 \Omega \wedge I_r [0 \quad 0 \quad (-1)^{i+1} \omega_i]^T \quad (2.19)$$

I_r est l'inertie des rotors.

Le moment gyroscopique dû aux mouvements de quadrirotor est donné par la relation suivante :

$$M_{gm} = \Omega \wedge J \Omega \quad (2.20)$$

En utilisant l'équation (2.12), l'équation dynamique de rotation devient :

$$J \dot{\Omega} = -\Omega \wedge J \Omega + M_f - M_a - M_g \quad (2.21)$$

Si le quadrirotor fait des petites rotations, on a : $\Omega = \dot{\alpha} = [\dot{\phi} \quad \dot{\theta} \quad \dot{\psi}]^T$

On remplace chaque moment par son formule correspondant, on trouve :

$$\begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \wedge \left(\begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} lb(\omega_4^2 - \omega_2^2) \\ lb(\omega_3^2 - \omega_1^2) \\ d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K_{fax} \dot{\phi}^2 \\ K_{fay} \dot{\theta}^2 \\ K_{faz} \dot{\psi}^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} I_r(\omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4) \dot{\phi} \\ -I_r(\omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4) \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Donc, les équations différentielles du mouvement de rotation sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{\phi} = \frac{(I_y - I_z)}{I_x} \dot{\theta} \dot{\psi} - \frac{I_r \Omega_r}{I_x} \dot{\theta} - \frac{K_{afx}}{I_x} \dot{\phi}^2 + \frac{lb(\omega_4^2 - \omega_2^2)}{I_x} \\ \ddot{\theta} = \frac{(I_z - I_x)}{I_y} \dot{\phi} \dot{\psi} + \frac{I_r \Omega_r}{I_y} \dot{\phi} - \frac{K_{afy}}{I_y} \dot{\theta}^2 + \frac{lb(\omega_3^2 - \omega_1^2)}{I_y} \\ \ddot{\psi} = \frac{(I_x - I_y)}{I_z} \dot{\theta} \dot{\phi} - \frac{K_{afz}}{I_z} \dot{\psi}^2 + \frac{d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2)}{I_z} \end{array} \right. \quad (2.23)$$

$$\text{Avec : } \Omega_r = \omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4 \quad (2.24)$$

Donc, le modèle dynamique complet du quadrirotor qui gère les translations et les rotations est le suivant:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{\phi} = \frac{(I_y - I_z)}{I_x} \dot{\theta} \dot{\psi} - \frac{I_r \Omega_r}{I_x} \dot{\theta} - \frac{K_{afx}}{I_x} \dot{\phi}^2 + \frac{u_2}{I_x} \\ \ddot{\theta} = \frac{(I_z - I_x)}{I_y} \dot{\phi} \dot{\psi} + \frac{I_r \Omega_r}{I_y} \dot{\phi} - \frac{K_{afy}}{I_y} \dot{\theta}^2 + \frac{u_3}{I_y} \\ \ddot{\psi} = \frac{(I_x - I_y)}{I_z} \dot{\theta} \dot{\phi} - \frac{K_{afz}}{I_z} \dot{\psi}^2 + \frac{u_4}{I_z} \\ \ddot{x} = \frac{(\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi)}{m} u_1 - \frac{K_{dtx}}{m} \dot{x} \\ \ddot{y} = \frac{(\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi)}{m} u_1 - \frac{K_{dty}}{m} \dot{y} \\ \ddot{z} = -g + \frac{(\cos \phi \cos \theta)}{m} u_1 - \frac{K_{dtz}}{m} \dot{z} \end{array} \right. \quad (2.25)$$

En négligeant les termes de frottement aérodynamique, le système peut être simplifié de manière suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \ddot{\phi} = \frac{(I_y - I_z)}{I_x} \dot{\theta} \dot{\psi} - \frac{I_r \Omega_r}{I_x} \dot{\theta} + \frac{u_2}{I_x} \\
 \ddot{\theta} = \frac{(I_z - I_x)}{I_y} \dot{\phi} \dot{\psi} + \frac{I_r \Omega_r}{I_y} \dot{\phi} + \frac{u_3}{I_y} \\
 \ddot{\psi} = \frac{(I_x - I_y)}{I_z} \dot{\theta} \dot{\phi} + \frac{u_4}{I_z} \\
 \ddot{x} = \frac{(\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi)}{m} u_1 \\
 \ddot{y} = \frac{(\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi)}{m} u_1 \\
 \ddot{z} = -g + \frac{(\cos \phi \cos \theta)}{m} u_1
 \end{array} \right. \quad (2.26)$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 u_1 = b(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) \\
 u_2 = bl(\omega_4^2 - \omega_2^2) \\
 u_3 = bl(\omega_3^2 - \omega_1^2) \\
 u_4 = d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2)
 \end{array} \right. \quad (2.27)$$

Alors les limites sont : $0 < u_1 < 4b\omega_{\max}^2$; $-lb\omega_{\max}^2 < u_2 < lb\omega_{\max}^2$;

$-lb\omega_{\max}^2 < u_3 < lb\omega_{\max}^2$; $-2d\omega_{\max}^2 < u_4 < 2d\omega_{\max}^2$.

u_1, u_2, u_3 et u_4 : sont les entrées du système.

2.2.4. Modèle d'état du système

Pour un système physique il existe une multitude de représentations d'état, dans notre cas on choisit le vecteur d'état comme suit :

$$\begin{aligned}
 X &= [x \dot{x} y \dot{y} z \dot{z} \phi \dot{\phi} \theta \dot{\theta} \psi \dot{\psi}]^T \\
 &= [x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 x_6 x_7 x_8 x_9 x_{10} x_{11} x_{12}]^T
 \end{aligned} \quad (2.28)$$

Le modèle (2.26) décrit les équations différentielles du système, celui-ci peut être réécrit dans l'espace d'état non linéaire sous forme :

$$\dot{X} = f(X, U) \quad (2.29)$$

Où :

$$U = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4]^T \quad (2.30)$$

Le modèle d'état non linéaire que nous obtenons est le suivant :

$$\dot{X} = \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \dot{y}_3 \\ \ddot{y}_4 \\ \dot{z}_5 \\ \ddot{z}_6 \\ \dot{\phi}_7 \\ \ddot{\phi}_8 \\ \dot{\theta}_9 \\ \ddot{\theta}_{10} \\ \dot{\psi}_{11} \\ \ddot{\psi}_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \\ \dot{x}_7 \\ \dot{x}_8 \\ \dot{x}_9 \\ \dot{x}_{10} \\ \dot{x}_{11} \\ \dot{x}_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{x_2}{\cos(x_{11}) \sin(x_9) \cos(x_7) + \sin(x_{11}) \sin(x_7)} u_1 \\ \frac{x_4}{\sin(x_{11}) \sin(x_9) \cos(x_7) - \sin(x_7) \cos(x_{11})} u_1 \\ \frac{x_6}{m} \left(-g + \frac{\cos(x_7) \cos(x_9)}{m} u_1 \right) \\ \frac{(I_y - I_z)}{I_x} x_{10} x_{12} - \frac{I_r \Omega_r}{I_x} x_{10} + \frac{u_2}{I_x} \\ \frac{(I_z - I_x)}{I_y} x_8 x_{12} + \frac{I_r \Omega_r}{I_y} x_8 + \frac{u_3}{I_y} \\ \frac{(I_x - I_y)}{I_z} x_8 x_{10} + \frac{u_4}{I_z} \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

Les notations suivantes sont introduites :

$$U_x = \cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi \quad (2.32)$$

$$U_y = \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi \quad (2.33)$$

Le modèle (2.31) devient comme suit :

$$\dot{X} = \begin{pmatrix} x_2 \\ \frac{U_x}{m} u_1 \\ x_4 \\ \frac{U_y}{m} u_1 \\ x_6 \\ -g + \frac{\cos(x_7) \cos(x_9)}{m} u_1 \\ x_8 \\ \frac{(I_y - I_z)}{I_x} x_{10} x_{12} - \frac{I_r \Omega_r}{I_x} x_{10} + \frac{u_2}{I_x} \\ x_{10} \\ \frac{(I_z - I_x)}{I_y} x_8 x_{12} + \frac{I_r \Omega_r}{I_y} x_8 + \frac{u_3}{I_y} \\ x_{12} \\ \frac{(I_x - I_y)}{I_z} x_8 x_{10} + \frac{u_4}{I_z} \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

✚ Ce modèle est non linéaire et sous actionné.

Ce modèle peut être divisé en deux sous-systèmes: un pour translation (x, y, z) et l'autre pour une rotation (ϕ, θ et ψ). On remarque que les angles et leurs dérivées temporelles sont indépendants des composants de la translation. Toutefois, cette dernière dépend clairement sur les éléments de rotation.

On propose la structure de contrôle en position et en attitude présenté à la figure 2.2. Dans laquelle un contrôleur d'altitude pour contrôler la hauteur de quadricoptère, fournira le variable de contrôle, u_1 , qui est la poussée totale. Le dispositif de commande des positions x et y calcule les angles de roulis et de tangage souhaités (ϕ_d et θ_d) en fonction des valeurs de consignes de mouvement selon x et y . Ces angles, avec l'angle de lacet désiré ψ_d sont introduits dans le dispositif de commande d'attitude pour stabiliser le quadricoptère au voisin de l'état stationnaire au moyen des entrées de commandes u_2, u_3 et u_4 .

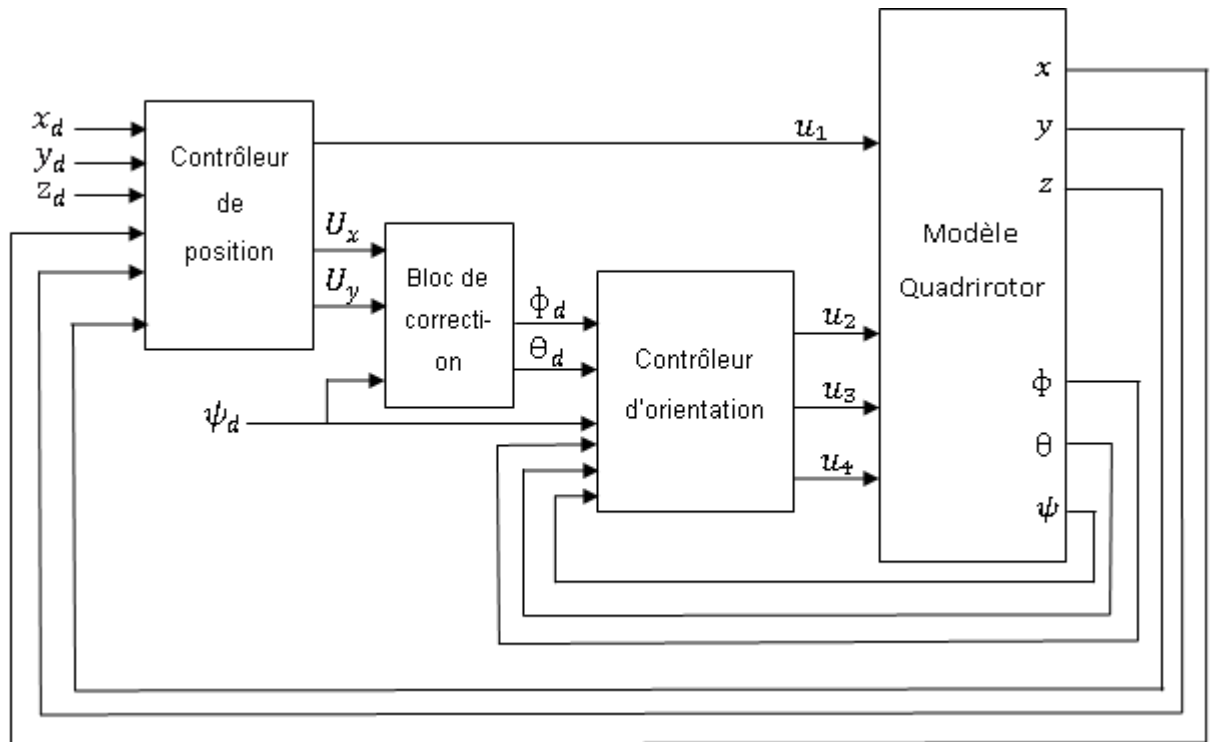


Figure 2.2 : Structure de la commande en position et en attitude

Les variables de contrôle U_x et U_y peuvent être considérés comme des commandes virtuelles qui tournent le vecteur de poussée u_1 de telle sorte que le mouvement de translation désirée $x - y$ est réalisé.

A partir d'équations (2.32) et (2.33), les expressions d'angles de roulis et de tangage désirés (ϕ_d et θ_d), générés automatiquement sont donnés par :

$$\phi_d = \arcsin(\sin(\psi_d)U_x - \cos(\psi_d)U_y), \quad (2.35)$$

$$\theta_d = \arcsin\left(\frac{\cos(\psi_d)U_x + \sin(\psi_d)U_y}{\cos(\phi_d)}\right). \quad (2.36)$$

2.2.5. Modèle dynamique des moteurs

Généralement les moteurs utilisés dans les quadrirotors sont des moteurs à courant continu (DC motor). Le couple du moteur à courant continu est donné par l'équation suivante [23] :

$$\Gamma_m = I_r \dot{\omega} + \Gamma_r + C_s \quad (2.37)$$

$$\Gamma_r = k_r \omega^2 \quad (2.38)$$

I_r , ω , k_r , C_s , Γ_m et Γ_r sont respectivement l'inertie des rotors, la vitesse angulaire des rotors, la constant du couple de charge, le frottement sec, le couple, et le couple de charge du moteur.

En réalité le quadrirotor est commandé par les tensions d'alimentation de ces quatre moteurs. Pour cela il faut trouver la relation qui relie les couples et les tensions d'alimentation des moteurs.

La tension d'entrée du moteur est donné par :

$$V = R_m I_s + L \frac{dI_s}{dt} + k_e \omega \quad (2.39)$$

R_m , L , I_s , k_e et ω sont respectivement la résistance du moteur, l'inductance, le courant statorique, la constante du couple électrique et la vitesse du moteur.

L'équation du couple de moteur est donnée par :

$$\Gamma_m = k_m I_s \quad (2.40)$$

Avec k_m est la constante du couple mécanique.

En remplaçant (2.40) dans (2.39) on obtient la tension du moteur en fonction de la vitesse angulaire du rotor et le couple du moteur:

$$V = \frac{L}{k_m} \frac{d\Gamma_m}{dt} + \frac{R_m}{k_m} \Gamma_m + k_e \omega \quad (2.41)$$

La dynamique des quatre moteurs est donnée par :

$$\begin{cases} \Gamma_m = I_r \dot{\omega} + \Gamma_r + C_s \\ V = \frac{L}{k_m} \frac{d\Gamma_m}{dt} + \frac{R_m}{k_m} \Gamma_m + k_e \omega \end{cases} \quad (2.42)$$

La tension d'entrée du moteur i en fonction de la vitesse angulaire du rotor i est donnée par :

$$V_i = \frac{L I_r}{k_m} \ddot{\omega}_i + \left(\frac{R_m I_r}{k_m} + 2 \frac{L k_r}{k_m} \omega_i \right) \dot{\omega}_i + \frac{R_m k_r}{k_m} \omega_i^2 + k_e \omega_i + \frac{R_m C_s}{K_m} , i \in \{1, 2, 3, 4\} \quad (2.43)$$

On néglige l'inductance des armatures, l'équation (2.43) devient :

$$V_i = \frac{R_m I_r}{k_m} \dot{\omega}_i + \frac{R_m k_r}{k_m} \omega_i^2 + k_e \omega_i + \frac{R_m C_s}{K_m} , i \in \{1, 2, 3, 4\} \quad (2.44)$$

Connaissant la fonction de transfert des quatre moteurs et le modèle dynamique du quadrirotor (modèle (2.26)) on peut établir un schéma-bloc du quadrirotor sous Simulink.

Ci-dessous le schéma-bloc de l'ensemble (modèle dynamique + moteurs) du quadrirotor sous Simulink (figure 2.3) :

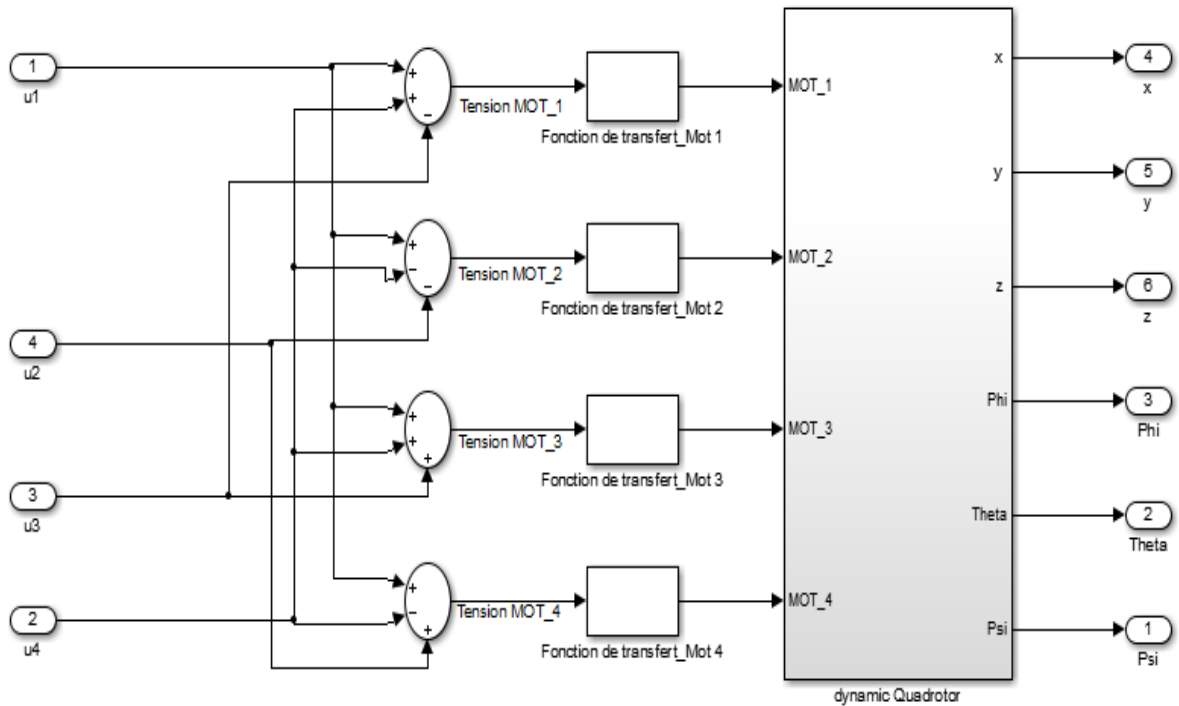


Figure 2.3 : Schéma-bloc Simulink de l'ensemble (modèle dynamique + moteurs)

2.3. Conclusion

Ce chapitre montre que Le quadrirotor est un système régi par plusieurs équations dynamiques. Nous avons modélisé ces équations grâce au formalisme de Newton-Euler. A partir du modèle obtenu, nous concluons que le quadrirotor est un système sous actionné et fortement non linéaire. L'interaction entre les états du système et la complexité peuvent se voir clairement dans le modèle. Nous avons établi le modèle dynamique de translation du quadrirotor, ensuite son modèle dynamique de rotation et finalement un modèle d'état complet qui gère les translations et les rotations. Ce dernier modèle sera utilisé ultérieurement pour le commander et le stabiliser par deux stratégies de contrôle linéaire à savoir LQR et PID.

CHAPITRE 3

COMMANDE PAR LQR ET PID

3.1. Introduction

Dans ce chapitre nous allons étudier deux commandes qui permettent de contrôler et stabiliser notre système (Quadrirotor). Ces commandes sont la commande LQR et le PID de structure série. Nous allons présenter dans la première partie la commande LQR ensuite, nous présenterons dans la deuxième partie la commande PID.

3.2. Commande linéaire quadratique (Régulateur LQR)

Dans cette partie, nous allons présenter la régulation par la théorie du contrôle optimal qui s'appelle commande linéaire quadratique « LQR ».

Si le système d'équations différentielles est un système linéaire ou linéarisé autour d'un point de fonctionnement, on peut le représenter sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + BU \\ Y = CX + DU \end{cases} \quad (3.1)$$

Dans ce modèle, encore appelé système dans l'espace d'état on considère que les variables d'état $X \in \mathbb{R}^n$ et que les variables de contrôle $U \in \mathbb{R}^p$ quant aux variables $Y \in \mathbb{R}^m$, elles représentent les mesures réalisées sur le système à contrôler.

Les matrices A,B,C,D, définissant le système dans l'espace d'état, sont des matrices réelles de dimension respectivement $n \times n$, $n \times p$, $m \times n$ et $m \times p$

La synthèse linéaire quadratique dénommée LQR (Linear Quadratic regulator) consiste à la recherche d'une matrice de commande K_c par retour d'état telle que la loi de commande U en boucle fermée est :

$$U = -K_c X \quad (3.2)$$

Pour stabiliser le système, on minimise le critère quadratique suivant [26] :

$$J = \int_0^{\infty} (X^T Q X + U^T R U) dt \quad (3.3)$$

Où Q et R sont des matrices de pondérations satisfont :

$$Q = Q^T \geq 0 \text{ et } R = R^T \geq 0$$

Le choix des matrices de pondérations Q et R est crucial et très délicat mais il est déterminant pour le comportement du système commandé. Il n'existe pas de règle précise pour leur dimensionnement.

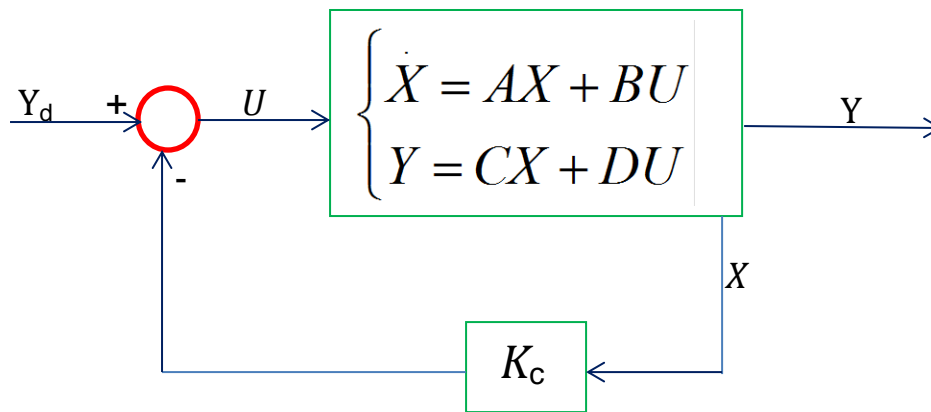


Figure 3 .1 : Schéma pour une configuration optimale

Dans ce cas précis, la condition nécessaire d'optimalité de la dérivée nulle de la fonction Hamiltonienne amène à la solution suivante [26] :

$$K_c = R^{-1} B^T P \quad (3.4)$$

Où P est la solution de l'équation de Riccati suivante :

$$-PA - A^T P + PBR^{-1}B^T P - Q = \dot{P} \quad (3.5)$$

En régime permanent, P est la solution de l'équation suivante :

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (3.6)$$

- **Résolution de l'équation de Riccati**

Le problème qui survient maintenant consiste à résoudre une équation de Riccati. A partir de l'équation de Riccati générale (où les matrices A_r , B_r , C_r , D_r

sont respectivement de dimensions $n \times n$, $n \times m$, $m \times n$ et $m \times m$ tandis que la solution X est de dimensions $m \times n$):

$$XB_rX + XA_r - D_rX - C_r = 0 \quad (3.7)$$

La matrice Hamiltonienne de l'équation (3.7) est donnée par :

$$H = \begin{bmatrix} A_r & B_r \\ C_r & D_r \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

En appliquant ceci à l'équation (3.6), on a :

$$H = \begin{bmatrix} A & -BR^{-1}B^T \\ -Q & -A^T \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

L'équation (3.6) peut s'écrire aussi :

$$\begin{bmatrix} P & -I_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & -BR^{-1}B^T \\ -Q & -A^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_n \\ P \end{bmatrix} = 0 \quad (3.10)$$

$H = \begin{bmatrix} A & -BR^{-1}B^T \\ -Q & -A^T \end{bmatrix}$ est appelée la matrice Hamiltonienne associée à l'équation de Riccati (3.6).

Les $2n$ valeurs propres de H sont :

- les n valeurs propres stables de la boucle fermée de la matrice $(A - BKc)$,
- les n valeurs propres opposées par rapport à l'axe imaginaire (donc instables).

Soit Λ la matrice $n \times n$ des n valeurs propres stables $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$ et soit T la matrice des vecteurs propres de H associés à Λ , T est de dimension $2n \times n$. on a donc :

$$HT = T\Lambda \quad (3.11)$$

Si l'on partitionne T en deux sous matrices T_1 et T_2 de dimension $n \times n$:

$$T = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Alors on peut écrire:

$$\begin{bmatrix} A & -BR^{-1}B^T \\ -Q & -A^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_n \\ T_2 T_1^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_n \\ T_2 T_1^T \end{bmatrix} T_1 \Lambda T_1^{-1} \quad (3.13)$$

On a donc :

$$P = T_2 T_1^{-1} \quad (3.14)$$

P est unique car il n'existe qu'un seul ensemble de n valeurs propres stables de H , P vérifie l'équation de Riccati (3.6).

Pour utiliser la synthèse linéaire quadratique, il est nécessaire de mettre le système sous la forme linéaire : $\dot{X} = AX + BU$.

Les étapes de conception peuvent être déclarées comme suit:

1. Résoudre l'équation (3.6), pour trouver la matrice P .
2. En remplaçant la matrice P dans l'équation $K_c = R^{-1} * B * P$.

Le résultant K_c matrice de contrôle, est la matrice optimale. En MATLAB en utilisant la fonction `lqr` pour obtenir le contrôleur optimal « $K_c = \text{lqr}(A, B, Q, R)$ ». Les deux matrices Q et R sont choisies pour établir un équilibre entre l'importance relative de l'entrée et l'état de la fonction, pour parvenir à l'optimisation.

- **La contrôlabilité**

Avant de concevoir le contrôleur pour le modèle espace d'état, il doit être vérifié la contrôlabilité. Ceci est faite en utilisant la matrice de contrôlabilité, ce qui donnée par : $C = [B \quad AB \quad \dots \quad A^{n-1}B]$, Le système est contrôlable si la matrice C est de rang n .

- **L'observabilité**

Chaque variable d'état x_i va influencer de la sortie y . Le système est observable si la matrice $O = [C \quad CA \quad CA^2 \dots \quad CA^{n-1}]$ est de rang n . La matrice O est la matrice d'observabilité.

3.2.1. Modélisation et linéarisation de système du quadrirotor pour le contrôler par LQR

Afin d'utiliser la synthèse linéaire quadratique, il est nécessaire de mettre le système sous la forme linéaire :

$$\dot{X} = AX + BU \quad (3.15)$$

La première approche consiste à linéariser autour du point d'équilibre comme suit

$$\frac{d}{dt} \delta x = J_x(x_0, u_0) \delta x + J_u(x_0, u_0) \delta u \quad (3.16)$$

Avec :

$$J_x(x_0, u_0) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \cdot & & \cdot \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

et

$$J_u(x_0, u_0) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial u_m} \\ \cdot & & \cdot \\ \frac{\partial f_n}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial u_m} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

$J_x(x_0, u_0)$ et $J_u(x_0, u_0)$ sont Les Jacobiens.

Le système (3.19) suivant comprend l'attitude du quadrirotor :

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{\phi} = \frac{(I_y - I_z)}{I_x} \dot{\theta} \dot{\psi} - \frac{I_r \Omega_r}{I_x} \dot{\theta} + \frac{u_2}{I_x} \\ \ddot{\theta} = \frac{(I_z - I_x)}{I_y} \dot{\phi} \dot{\psi} + \frac{I_r \Omega_r}{I_y} \dot{\phi} + \frac{u_3}{I_y} \\ \ddot{\psi} = \frac{(I_x - I_y)}{I_z} \dot{\theta} \dot{\phi} + \frac{u_4}{I_z} \end{array} \right. \quad (3.19)$$

Ce système est linéarisé autour de l'état stationnaire qui correspond à $\phi = \theta = \psi = 0 \text{ rad}$ et $\dot{\phi} = \dot{\theta} = \dot{\psi} = 0 \text{ rad/s}$. Le résultat peut être voir ci-dessous:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{\phi} = \frac{u_2}{I_x} \\ \ddot{\theta} = \frac{u_3}{I_y} \\ \ddot{\psi} = \frac{u_4}{I_z} \end{array} \right. \quad (3.20)$$

Le système (3.21) suivant, qui est obtenu à partir de (2.16) à l'aide de U_x et U_y , comprend les équations du modèle dynamique des positions suivant x et y :

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{x} = \frac{U_x}{m} u_1 \\ \ddot{y} = \frac{U_y}{m} u_1 \end{array} \right. \quad (3.21)$$

Ainsi:

$$\ddot{z} = -g + \frac{\cos\phi \cos\theta}{m} u_1, \quad (3.22)$$

Où la variable de contrôle u_1 (lié de poussée totale) doit être déterminée afin de stabiliser la dynamique ci-dessus et de suivre une référence z_d .

$\phi=\theta=\psi=0$ rad on a :

$$\ddot{z} = -g + \frac{1}{m} u_1. \quad (3.23)$$

En outre, au vol stationnaire $\ddot{z} = 0$. Il en résulte que:

$$\frac{1}{m} u_1 = g, \quad (3.24)$$

$$\text{qui donne: } u_1 = mg \quad (3.25)$$

Ainsi, le système présenté précédemment est ajusté à l'état stationnaire suivant:

$$\begin{cases} \ddot{x} = U_x g \\ \ddot{y} = U_y g \end{cases} \quad (3.26)$$

En ce qui concerne l'équation du modèle dynamique (2.16) liée à l'altitude, l'entrée de commande virtuelle suivant est introduit:

$$U_z = -g + \frac{\cos\phi \cos\theta}{m} u_1 \quad (3.27)$$

$$\text{Donc : } \ddot{z} = U_z \quad (3.28)$$

Cependant, U_z est juste une entrée de commande virtuelle. En remplaçant (3.28) dans l'équation (3.22), l'entrée de commande réelle est obtenue:

$$u_1 = \frac{m(U_z + g)}{\cos\phi \cos\theta} \quad (3.29)$$

Le modèle dynamique linéarisé simplifié devient:

$$\begin{cases} \ddot{x} = U_x g \\ \ddot{y} = U_y g \\ \ddot{z} = U_z \\ \ddot{\phi} = \frac{u_2}{I_x} \\ \ddot{\theta} = \frac{u_3}{I_y} \\ \ddot{\psi} = \frac{u_4}{I_z} \end{cases} \quad (3.30)$$

3.2.2. Contrôle d'attitude d'un quadrirotor et détermination de la matrice de commande K_a

Nous allons définir le vecteur d'état d'attitude X_a comme suit :

$$X_a = \begin{bmatrix} x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \\ x_{11} \\ x_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi \\ \dot{\Phi} \\ \Theta \\ \dot{\Theta} \\ \Psi \\ \dot{\Psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_7 \\ \cdot \\ x_7 \\ x_9 \\ \cdot \\ x_9 \\ x_{11} \\ \cdot \\ x_{11} \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

A partir du système dynamique d'attitude linéarisé de (3.30), le système d'attitude peut être écrit sous forme d'espace d'état comme suit :

$$\begin{bmatrix} \cdot \\ x_7 \\ \cdot \\ x_8 \\ \cdot \\ x_9 \\ \cdot \\ x_{10} \\ \cdot \\ x_{11} \\ \cdot \\ x_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \\ x_{11} \\ x_{12} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1/I_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/I_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

Où :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1/I_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/I_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/I_z \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

A et B désignent la matrice d'état et la matrice d'entrée respectivement, et $U_a = [u_2 \ u_3 \ u_4]$ désigne le vecteur d'entrée. Compte tenu du système linéaire à temps continu $\dot{X}_a = AX_a + BU_a$, le but est de trouver la loi de commande en boucle fermée $U_a = -K_a X_a$ qui minimise la critère quadratique suivante:

$$J_a = \int_0^{\infty} (X_a^T Q_a X_a + U_a^T R_a U_a) dt, \quad (3.35)$$

Où $Q_a \geq 0$ et $R_a > 0$ sont des matrices de pondération de dimensions appropriées. Le choix des matrices Q_a et R_a est un problème important, il est en fonction des performances souhaitées et les capacités disponibles.

Comme point de départ, la règle de Bryson peut être appliquée. La règle de Bryson affirme que Q et R peuvent être choisis en diagonale comme suit [27] :

$$Q_{i,i} = \frac{1}{\text{valeur maximale acceptable de } X_{ai}^2}, \quad i = \overline{1,6}, \quad (3.36)$$

$$R_{j,j} = \frac{1}{\text{valeur maximale acceptable de } u_j^2}, \quad j = \overline{1,3}. \quad (3.37)$$

Puis, les matrices Q_a et R_a peuvent être affinées par un processus itératif d'essai-erreur jusqu'à ce que les caractéristiques de réponses désirées soient obtenues.

K_a se définit comme: $K_a = R_a^{-1} B_a^T P_a$,

tandis que P_a représente la solution de l'équation algébrique de Riccati suivante :

$$P_a A_a + A_a^T P_a - P_a B_a R_a^{-1} B_a^T P_a + Q_a = 0 \quad (3.38)$$

Soit : $e = X_a - X_{ad}$. (3.39)

où $e = X_a - X_{ad}$ représente l'erreur de suivi.

On obtient alors:

$$\dot{e} = Ae + BU_a, \quad (3.40)$$

La solution du problème quadratique linéaire pour le système ci-dessus est :

$$U_a = -K_a(X_a - X_{ad}) \quad (3.41)$$

Lorsque les valeurs d'état (X_{ad}) souhaitées sont imposées, la loi de commande en boucle fermée prend la forme: $U_a = -K_a(X_a - X_{ad})$.

On choisit les matrices Q_a et R_a , et on calcule la solution de l'équation algébrique de Riccati et en remplaçant dans la formule de K_a correspondant on trouve :

$$K_a = \begin{bmatrix} 11.8322 & 5.1690 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 24.4949 & 12.4507 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5.7735 & 11.5689 \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

3.2.3. Contrôle d'altitude de quadricoptère et détermination de la matrice de commande K_z

Dans ce cas, le vecteur d'état est choisi comme suit:

$$X_z = \begin{bmatrix} x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_5 \\ \dot{x}_5 \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

Le système d'altitude est écrit sous forme d'espace d'état comme suit:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} U_z, \quad (3.44)$$

Où

$$A_z = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ est la matrice d'état,} \quad (3.45)$$

$$B_z = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ désigne la matrice d'entrée.} \quad (3.46)$$

Et U_z est l'entrée. Compte tenu du système linéaire à temps continu $\dot{X}_z = A_z X_z + B_z U_z$ le but est de trouver la loi de commande en boucle fermée $U_z = -K_z X_z$, qui minimise la fonction suivante:

$$J_z = \int_0^{\infty} (X_z^T Q_z X_z + U_z^T R_z U_z) dt, \quad (3.47)$$

où $Q_z \geq 0$ et $R_z > 0$ sont des matrices de pondération de dimensions appropriées.

Le premier terme correspond à l'énergie du signal de sortie contrôlé, tandis que le second terme correspond à l'énergie du signal de commande.

K_z est défini comme:

$$K_z = R_z^{-1} B_z^T P_z, \quad (3.48)$$

tandis que P_z représente la solution de stabilisation de l'équation algébrique de Riccati :

$$P_z A_z + A_z^T P_z - P_z B_z R_z^{-1} B_z^T P_z + Q_z = 0 \quad (3.49)$$

Lorsque les valeurs de l'état souhaités (X_{zd}) sont imposées, la loi de commande en boucle fermée prend la forme suivante:

$$U_z = -K_z(X_z - X_{zd}) \quad (3.50)$$

On calcul la solution de l'équation algébrique de Riccati et en remplaçant dans la formule de K_z correspondant.

3.2.4. Contrôle d'altitude de quadrirotor avec l'ajout de l'action intégrale et détermination de nouvelle matrice de commande \tilde{K}_z

Avant d'utiliser cette approche pour le contrôle de l'altitude du quadrirotor, nous citons quelques remarques.

Considérons le système linéaire suivant:

$$\dot{X} = AX + BU \quad (3.51)$$

Où le couple (A, B) est supposé être contrôlable.

La sortie régulée du système est:

$$y = CX \quad (3.52)$$

l'erreur de suivi de la référence r est définie comme :

$$e=CX-r \quad (3.53)$$

Ensuite, le système augmenté avec l'action intégrale sont les équations de l'espace d'état suivantes [26]:

$$\dot{X} = AX + BU \quad (3.54)$$

$$\dot{z}=CX \quad (3.55)$$

de manière équivalente,

$$\dot{\tilde{X}} = \tilde{A}\tilde{X} + \tilde{B}U \quad (3.56)$$

Où $\tilde{X} = \begin{bmatrix} X \\ z \end{bmatrix}$, $\tilde{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix}$ et $\tilde{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}$.

La solution du problème quadratique linéaire associé au nouveau système (système augmenté) est donnée par:

$$U = -\tilde{R}^{-1}\tilde{B}^T\tilde{P}\tilde{X}, \quad (3.57)$$

Où \tilde{P} désigne la solution de l'équation algébrique de Riccati :

$$\tilde{P}\tilde{A} + \tilde{A}^T\tilde{P} - \tilde{P}\tilde{B}\tilde{R}^{-1}\tilde{B}^T\tilde{P} + \tilde{Q} = 0, \quad (3.58)$$

Où $\tilde{Q} \geq 0$ et $\tilde{R} > 0$ sont les matrices de pondérations pour l'état augmentée \tilde{X} et pour le contrôle U , respectivement.

Pour le contrôle d'altitude augmenté :

Soit que : $\dot{x}_{5i} = e_5$, où $e_5 = x_5 - x_{5d}$.

Le vecteur de l'état augmenté dans ce cas est:

$$\tilde{X}_z = \begin{bmatrix} e_5 \\ x_6 \\ x_{5i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_5 \\ \dot{x}_5 \\ x_{5i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_5 - x_{5d} \\ \dot{z} \\ \int_0^t e_5(\zeta) d\zeta \end{bmatrix}. \quad (3.59)$$

Le système peut être écrit sous forme d'espace d'état comme suit:

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_5 \\ \dot{x}_6 \\ \dot{x}_{5i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_5 \\ x_6 \\ x_{5i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} U_z, \quad (3.60)$$

$$\text{Où } \tilde{A}_z = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

$$\text{Et } \tilde{B}_z = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.62)$$

désignent la matrice d'état et la matrice d'entrée, respectivement et U_z est l'entrée de contrôle d'altitude.

Compte tenu du système augmenté linéaire à temps continu $\dot{\tilde{X}}_z = \tilde{A}_z \tilde{X}_z + \tilde{B}_z U_z$ le but est de trouver la loi de commande en boucle fermée $U_z = -\tilde{K}_z \tilde{X}_z$ qui minimise la critère quadratique suivante:

$$J_z = \int_0^{\infty} (\tilde{X}_z^T \tilde{Q}_z \tilde{X}_z + U_z^T \tilde{R}_z U_z) dt, \quad (3.63)$$

\tilde{K}_z étant égal à:

$$\tilde{K}_z = \tilde{R}_z^{-1} \tilde{B}_z^T \tilde{P}_z, \quad (3.64)$$

tandis que \tilde{P}_z représente la solution de l'équation algébrique de Riccati suivante:

$$\tilde{P}_z \tilde{A}_z + \tilde{A}_z^T \tilde{P}_z - \tilde{P}_z \tilde{B}_z \tilde{R}_z^{-1} \tilde{B}_z^T \tilde{P}_z + \tilde{Q}_z = 0 \quad (3.65)$$

Après le calcul de la solution de l'équation algébrique de Riccati et en remplaçant dans la formule de \tilde{K}_z , on trouve :

$$\tilde{K}_z = [12.5844 \quad 9.2287 \quad 3.1623]. \quad (3.66)$$

3.2.5. Contrôle de position sur les axes x et y et détermination de K_{xy}

Pour le contrôle de la position sur les axes x et y le vecteur d'état est choisi comme ci-dessous:

$$X_{xy} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ y \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \cdot \\ x_1 \\ x_3 \\ \cdot \\ x_3 \end{bmatrix}. \quad (3.67)$$

Les équations de l'espace d'état correspondant sont:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ g & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_x \\ U_y \end{bmatrix}, \quad (3.68)$$

où

$$A_{xy} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ est la matrice d'état,} \quad (3.69)$$

$$B_{xy} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ g & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & g \end{bmatrix} \text{ est la matrice d'entrée} \quad (3.70)$$

$$\text{Et } U_{xy} = \begin{bmatrix} U_x \\ U_y \end{bmatrix} \text{ est le vecteur d'entrée.} \quad (3.71)$$

Pour un système linéaire à temps continu $\dot{X}_{xy} = A_{xy}X_{xy} + B_{xy}U_{xy}$, le problème de contrôle optimal consiste à trouver la loi d'asservissement $U_{xy} = -K_{xy}X_{xy}$, qui minimise la fonction suivante:

$$J_{xy} = \int_0^{\infty} (X_{xy}^T Q_{xy} X_{xy} + U_{xy}^T R_{xy} U_{xy}) dt, \quad (3.73)$$

Où $Q_{xy} \geq 0$ et $R_{xy} > 0$ sont des matrices de pondération et K_{xy} est défini comme:

$$K_{xy} = R_{xy}^{-1} B_{xy}^T P_{xy}, \quad (3.74)$$

tandis que P_{xy} est obtenue en résolvant l'équation algébrique de Riccati de temps continu:

$$P_{xy} A_{xy} + A_{xy}^T P_{xy} - P_{xy} B_{xy} R_{xy}^{-1} B_{xy}^T P_{xy} + Q_{xy} = 0 \quad (3.75)$$

Lorsque les valeurs de l'Etat désirées (X_{xyd}) sont imposées, la loi de commande en boucle fermé prend la forme suivante:

$$U_{xy} = -K_{xy}(X_{xy} - X_{xyd}) \quad (3.76)$$

3.2.6. Contrôle de position sur les axes x et y avec l'ajout de l'intégrale et détermination de nouvelle matrice de commande augmenté \tilde{K}_{xy}

L'action intégrale dans une configuration de contrôle est nécessaire pour assurer mieux le suivi d'une référence désirée.

Pour le contrôle de la position sur les axes x et y le vecteur d'état augmenté est choisi comme:

$$\tilde{X}_{xy} = \begin{bmatrix} e_1 \\ x_2 \\ e_3 \\ x_4 \\ x_{1i} \\ x_{3i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_1 \\ \dot{x}_1 \\ e_3 \\ \dot{x}_3 \\ x_{1i} \\ x_{3i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 - x_{1d} \\ \dot{x} \\ x_3 - x_{3d} \\ \dot{y} \\ \int_0^t e_1(\zeta) d\zeta \\ \int_0^t e_3(\zeta) d\zeta \end{bmatrix}. \quad (3.77)$$

Le système est écrit sous forme d'espace d'état comme suit:

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{e}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_{1i} \\ \dot{x}_{3i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ x_2 \\ e_3 \\ x_4 \\ x_{1i} \\ x_{3i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ g & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & g \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_x \\ U_y \end{bmatrix}, \quad (3.78)$$

$$\text{Où } \tilde{A}_{xy} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.79)$$

$$\text{Et } \tilde{B}_{xy} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ g & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & g \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.80)$$

Pour le système augmenté linéaire à temps continu $\dot{\tilde{X}}_{xy} = \tilde{A}_{xy}\tilde{X}_{xy} + \tilde{B}_{xy}\tilde{U}_{xy}$, la loi de contrôle optimal $\tilde{U}_{xy} = -\tilde{K}_{xy}\tilde{X}_{xy}$ correspond à la minimisation de la fonction suivante:

$$J_{xy} = \int_0^{\infty} (\tilde{X}_{xy}^T \tilde{Q}_{xy} \tilde{X}_{xy} + \tilde{U}_{xy}^T \tilde{R}_{xy} \tilde{U}_{xy}) dt, \quad (3.81)$$

\tilde{K}_{xy} étant égale:

$$\tilde{K}_{xy} = \tilde{R}_{xy}^{-1} \tilde{B}_{xy}^T \tilde{P}_{xy}, \quad (3.82)$$

\tilde{P}_{xy} représente la solution de l'équation algébrique de Riccati suivante:

$$\tilde{P}_{xy} \tilde{A}_{xy} + \tilde{A}_{xy}^T \tilde{P}_{xy} - \tilde{P}_{xy} \tilde{B}_{xy} \tilde{R}_{xy}^{-1} \tilde{B}_{xy}^T \tilde{P}_{xy} + \tilde{Q}_{xy} = 0 \quad (3.83)$$

On calcul la solution de l'équation algébrique de Riccati et en remplaçant dans la formule de \tilde{K}_{xy} correspondant on trouve:

$$\tilde{K}_{xy} = \begin{bmatrix} 0.5028 & 0.5188 & 0.0000 & 0.0000 & 0.1633 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.5028 & 0.5188 & 0.0000 & 0.1633 \end{bmatrix}. \quad (3.84)$$

3.3. Commande par PID

3.3.1. Définition

Le PID est un correcteur utilisé en automatique afin de contrôler des procédés automatisés. Le PID est une stratégie de contrôle très populaire dans l'industrie, car elle possède une structure simple, un réglage simple, un coût bas et des performances très acceptables.

Afin d'appliquer un PID, on observe l'écart entre la valeur de la consigne et la valeur réelle observée sur le système. On appelle cet écart l'erreur.

Voici un schéma pour résumer l'action du PID sur le système :

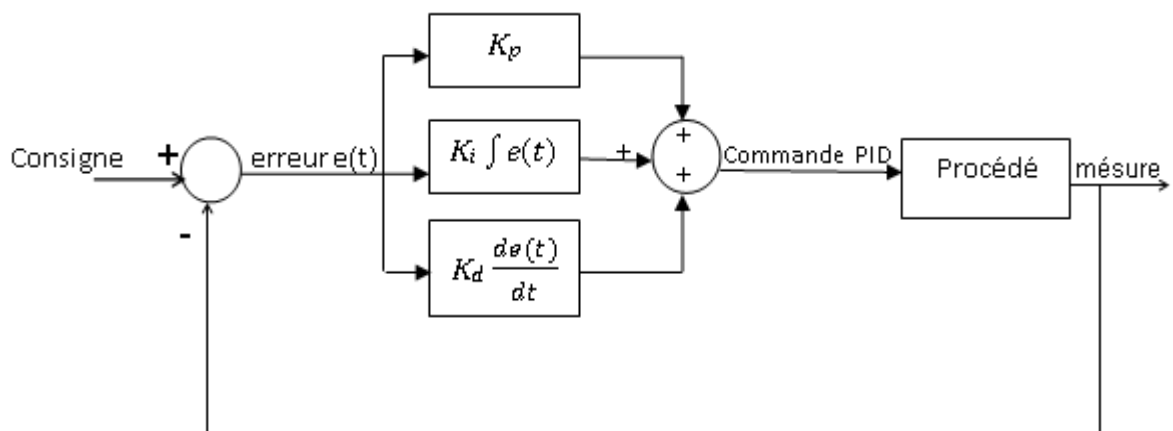


Figure 3.2 : Correcteur PID

La composante proportionnelle (P) du correcteur PID produit un signal qui est directement proportionnel à l'erreur. L'action intégrale (I) produit une action qui est proportionnelle à la somme du signal d'erreur dans le temps. Le terme intégral permet de compenser l'erreur statique et fournit par conséquent un système plus stable en régime permanent, plus k_i est élevé, plus l'erreur statique est corrigée. l'action dérivée (D) elle répond au taux de variation auquel la variable commandée approche le but. Celui-ci consiste à dériver l'erreur entre la consigne et la mesure par rapport au temps et le multiplier par une constante k_d .

La commande PID appliquée sur le système est donnée par :

$$\text{PID} = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(\tau) d\tau + k_d \frac{de(t)}{dt} \quad (3.85)$$

Avec k_p, k_i, k_d sont respectivement le gain proportionnel, le gain intégral et le gain dérivée.

Le réglage d'un PID consiste à déterminer les coefficients k_p, k_i et k_d pour que le système soit stable, rapide et précise.

Pour cela on utilise les règles "simples" :

- Quand k_p augmente : montée plus rapide mais plus de dépassement, c.à.d:
 - La stabilité diminue ;
 - La rapidité augmente ;
 - La précision augmente.
- Quand T_i augmente c.à.d. k_i diminue :
 - La stabilité augmente ;
 - La rapidité diminue ;
 - La précision reste parfaite.
- Quand k_d augmente : diminue le dépassement et le temps d'établissement du régime stationnaire, mais augmente la sensibilité au bruit, c.à.d :
 - La stabilité augmente ;
 - La rapidité augmente ;
 - La précision ne bouge pas.

3.3.2. Synthèse et détermination des paramètres des correcteurs PID

Les variables à contrôler sont: la commande virtuel d'altitude U_z où s'inclut la force u_1 , les moments (u_2, u_3 et u_4) et les commandes virtuels de position U_x et U_y .

Comme montre le modèle linéarisé du quadrirotor (3.33) développé dans la section (3.2.1) et en utilisant la transformée de Laplace, les fonctions de transfert de x, y, z, ϕ, θ et ψ sont des fonctions de second ordre de deux pôles à l'origine : $G_i(s) = \frac{K_i}{s^2}$ avec $\{i = x, y, z, \phi, \theta \text{ et } \psi\}$, ça montre que le système est intrinsèquement instable. Ces fonctions de transfert représentent un modèle linéaire simplifié obtenu à partir des équations de mouvement. A partir de ce modèle linéaire, il est possible d'utiliser l'approche SISO pour contrôler les composants du système x, y, z, ϕ, θ et ψ . Ces composants sont directement affectés par six entrées désirés $x_d, y_d, z_d, \phi_d, \theta_d$ et ψ_d . Une stratégie de contrôle par PID peut introduire pour contrôler les composants du système.

La figure 3.3 montre le schéma synoptique de commande qui peut être utilisé pour chaque de ces composants.

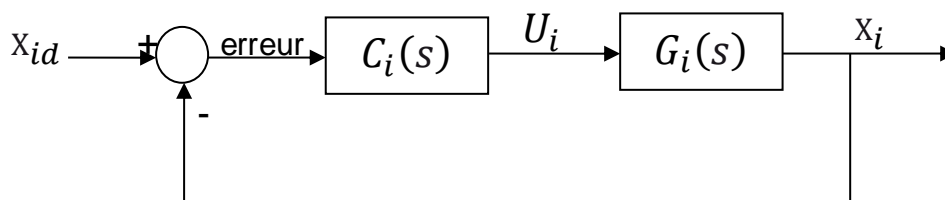


Figure 3.3 : bloc synoptique de commande PID pour chaque composant

Les contrôleurs PID, $C_i(s)$ seront conçus pour stabiliser et contrôler le système de quadrirotor.

Pour déterminer les paramètres d'un PID, de très nombreuses méthodes existent en fonction du cahier des charges. Citons à titre d'exemple, les méthodes expérimentales telles que (la méthode de Ziegler Nichols, la méthode de Chien-Hrones-Reswick, auto ajustement d'un régulateur PID), les méthodes à base de modèle (Réglage par modèle de référence, la méthode de Naslin, la méthode du modèle interne (IMC)), les méthodes d'optimisation d'un critère intégral telles que (IAE, ISE, ITAE, ITSE) et les méthodes avancées (logique floue, réseaux de neurones etc..). Nombreuses méthodes ont été proposées jusqu'à présent

essaient d'accomplir la tâche en faisant l'usage de différentes représentations des aspects essentiels du comportement des processus.

Les paramètres du contrôleur sont généralement réglés de telle sorte que le système en boucle fermée répond aux trois objectifs suivants:

- 1) La stabilité ;
- 2) la réponse transitoire, y compris le temps de montée, le dépassement et le temps de stabilisation;
- 3) la précision en régime statique.

Pour le système de la figure 3.3, la réponse du système en boucle fermée est donné par :

$$\frac{X_i}{X_{id}} = \frac{C_i(s)G_i(s)}{1+C_i(s)G_i(s)} \quad (3.86)$$

$$\text{Donc : } C_i(s) = \frac{1}{G_i(s)} \frac{\left(\frac{X_i}{X_{id}}\right)}{1 - \left(\frac{X_i}{X_{id}}\right)} = \frac{1}{G_i(s)} \frac{1}{\frac{1}{(X_i/X_{id})} - 1} \quad (3.87)$$

L'idée de synthèse est de préciser la réponse de système désirée en boucle fermée $(X_i/X_{id})_{désirée}$, l'équation de contrôleur PID, $C_i(s)$ correspondant est :

$$C_i(s) = \frac{1}{G_i(s)} \frac{1}{\frac{1}{(X_i/X_{id})_{désirée}} - 1} \quad (3.88)$$

Si on prend la réponse de système désirée en boucle fermée est de premier ordre de constante de temps en boucle fermée τ_i comme suit:

$$\left(\frac{X_i}{X_{id}}\right)_{désirée} = \frac{1}{1+\tau_i s} \quad (3.89)$$

τ_i : est le seul paramètre de réglage pour synthétiser le régulateur $C_i(s)$.

Si $G_i(s)$ est une fonction de transfert de second ordre comme suit :

$$G_i(s) = \frac{K_i}{(1+\tau_1 s)(1+\tau_2 s)} \quad (3.90)$$

On remplace l'équation (3.89) et (3.90) dans l'équation (3.88) on trouve :

$$C_i(s) = \frac{(1+\tau_1 s)(1+\tau_2 s)}{K_i} \frac{1}{\tau_i s} \quad (3.91)$$

Si le régulateur PID, $C_i(s)$ est de structure série comme suit :

$$C_i(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right) (1 + T_d s) \quad (3.92)$$

Par l'analogie de l'équation (3.92) avec l'équation (3.91) on trouve :

$$\begin{cases} k_p = \frac{\tau_1}{K_i \tau_i} \\ T_i = \tau_1 \\ T_d = \tau_2 \end{cases} \quad (3.93)$$

Dans notre cas les fonctions de transfert $G_i(s)$ du système de quadrirotor sont des fonctions de double intégrale de deux pôles à l'origine τ_1 et $\tau_2 \rightarrow +\infty$,

$$G_i(s) = \frac{K_i}{s^2}, \quad \text{avec } \{ i = x, y, z, \phi, \theta \text{ et } \psi \} \quad (3.94)$$

En utilisant la règle de détermination des paramètres d'un PID «SIMC-Tuning» [51][52] pour un processus de double intégrale, les paramètres de PID-série sont :

$$\begin{cases} k_p = \frac{1}{K_i} \frac{1}{4(\tau_i)^2} \\ T_i = 4\tau_i \\ T_d = 4\tau_i \end{cases} \quad (3.95)$$

$$\text{Donc : } C_i(s) = \frac{1}{K_i} \frac{1}{4(\tau_i)^2} \left(1 + \frac{1}{4\tau_i} \frac{1}{s}\right) (1 + 4\tau_i s). \quad (3.96)$$

3.3.2.1. Contrôle d'altitude

Le schéma synoptique de commande utilisé pour le composant z est le suivant :

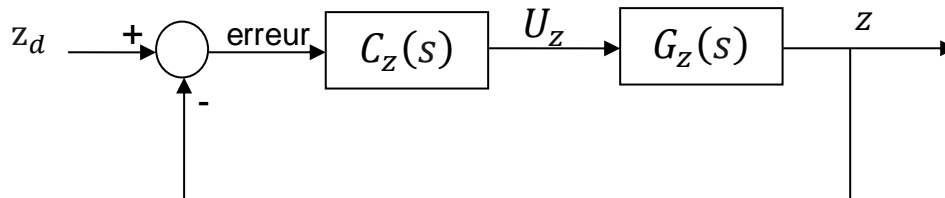


Figure 3.4 : bloc synoptique de commande PID pour composant z

Nous savons que :

$$\ddot{z} = U_z = -g + \frac{\cos\phi \cos\theta}{m} u_1, \quad (3.97)$$

Donc :

$$u_1 = m \frac{\ddot{z} + g}{\cos\phi \cos\theta} = m \frac{U_z + g}{\cos\phi \cos\theta}, \quad (3.98)$$

$$\text{La fonction de transfert du composant z est : } G_z(s) = \frac{1}{s^2} \quad (3.99)$$

La fonction de transfert désirée du système en boucle fermée est :

$$\left(\frac{z}{z_d}\right)_{désirée} = \frac{1}{1+\tau_z s} \quad (3.100)$$

Le correcteur PID-série donc est le suivant :

$$C_z(s) = \frac{1}{4(\tau_z)^2} \left(1 + \frac{1}{4\tau_z} \frac{1}{s}\right) (1 + 4\tau_z s) \quad (3.101)$$

3.3.2.2. Contrôle de position suivant les axes x et y

On a :

$$\begin{cases} \ddot{x} = U_x g \\ \ddot{y} = U_y g \end{cases} \quad (3.102)$$

Donc :

$$G_x(s) = \frac{g}{s^2} \quad \text{et} \quad G_y(s) = \frac{g}{s^2} \quad (3.103)$$

Les fonctions de transfert désirées des composants x et y en boucle fermée sont respectivement :

$$\left(\frac{x}{x_d}\right)_{désirée} = \frac{1}{1+\tau_x s} \quad \text{et} \quad \left(\frac{y}{y_d}\right)_{désirée} = \frac{1}{1+\tau_y s} \quad (3.104)$$

Les correcteurs PIDs-série des composants x et y sont respectivement :

$$C_x(s) = \frac{1}{g} \frac{1}{4(\tau_x)^2} \left(1 + \frac{1}{4\tau_x} \frac{1}{s}\right) (1 + 4\tau_x s) \quad (3.105)$$

$$C_y(s) = \frac{1}{g} \frac{1}{4(\tau_y)^2} \left(1 + \frac{1}{4\tau_y} \frac{1}{s}\right) (1 + 4\tau_y s) \quad (3.106)$$

3.3.2.3. Contrôle d'attitude

Le schéma de commande pour chaque angle d'orientation ϕ , θ et ψ est donné ci-après :

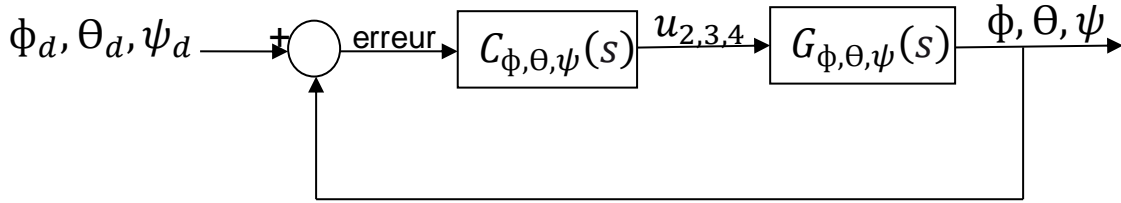


Figure 3.5 : bloc synoptique de commande PID pour chaque angle ϕ , θ et ψ

On a aussi :

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{\phi} = \frac{u_2}{I_x} \\ \ddot{\theta} = \frac{u_3}{I_y} \\ \ddot{\psi} = \frac{u_4}{I_z} \end{array} \right. \quad (3.107)$$

Donc :

$$G_\phi(s) = \frac{1}{I_x} \frac{1}{s^2}, \quad G_\theta(s) = \frac{1}{I_y} \frac{1}{s^2} \quad \text{et} \quad G_\psi(s) = \frac{1}{I_z} \frac{1}{s^2} \quad (3.108)$$

Les fonctions de transfert désirées des composants ϕ , θ et ψ en boucle fermée sont respectivement :

$$\left(\frac{\phi}{\phi_d} \right)_{\text{désirée}} = \frac{1}{1 + \tau_\phi s}, \quad \left(\frac{\theta}{\theta_d} \right)_{\text{désirée}} = \frac{1}{1 + \tau_\theta s} \quad \text{et} \quad \left(\frac{\psi}{\psi_d} \right)_{\text{désirée}} = \frac{1}{1 + \tau_\psi s} \quad (3.109)$$

Les correcteurs PIDs-série des composants ϕ , θ et ψ sont respectivement :

$$C_\phi(s) = I_x \frac{1}{4(\tau_\phi)^2} \left(1 + \frac{1}{4\tau_\phi} \frac{1}{s} \right) (1 + 4\tau_\phi s) \quad (3.110)$$

$$C_\theta(s) = I_y \frac{1}{4(\tau_\theta)^2} \left(1 + \frac{1}{4\tau_\theta} \frac{1}{s} \right) (1 + 4\tau_\theta s) \quad (3.111)$$

$$C_\psi(s) = I_z \frac{1}{4(\tau_\psi)^2} \left(1 + \frac{1}{4\tau_\psi} \frac{1}{s} \right) (1 + 4\tau_\psi s) \quad (3.112)$$

3.3.4. Conclusion

Nous avons étudié dans ce chapitre deux contrôleurs linéaires, qui sont la commande linéaire quadratique (LQR) du control optimal et le contrôleur PID de structure série ajusté par la règle "SIMC" pour la détermination de ses paramètres. Ces deux contrôleurs linéaires sont obtenus par la linéarisation d'un modèle complet du quadrirotor. La linéarisation est effectuée pour le point d'équilibre correspondant au vol stationnaire. Nous avons expliqué aussi le principe de contrôle pour chaque méthode. On passe dans le prochain chapitre de voir les résultats de simulation lorsque nous appliquons ces méthodes linéaires en utilisant un modèle linéarisé simplifié et un autre complet non linéaire, ce dernier qui est le système d'origine du quadrirotor, ainsi que de voir la performance de ces régulateurs linéaires pour un système d'origine non linéaire du quadrirotor de type PARROT.

CHAPITRE 4

APPLICATION ET SIMULATION

4.1. Introduction

Dans ce chapitre nous allons voir les résultats de la simulation sur MATLAB/Simulink pour les régulateurs linéaires LQR et PID appliqués sur un modèle linéarisé et un autre complet nonlinéaire du quadrirotor de type PARROT.

Nous ferons une interprétation à la fin de chaque simulation. Nous donnerons aussi un état de comparaisons entre les résultats de contrôleurs linéaires pour les deux systèmes (système linéaire et celui nonlinéaire), ainsi un état de comparaison entre les deux contrôleurs linéaires PID-série et LQR appliqués sur un modèle complet nonlinéaire du quadrirotor.

Les paramètres du système utilisés lors de nos simulations sont donnés dans le tableau d'annexe B.

4.2. Application de la commande LQR

4.2.1. Résultats de simulation en utilisant un modèle linéarisé

Nous allons appliquer maintenant la commande LQR en utilisant un modèle linéarisé comme le montré dans le schéma synoptique de la figure 4.1 suivante :

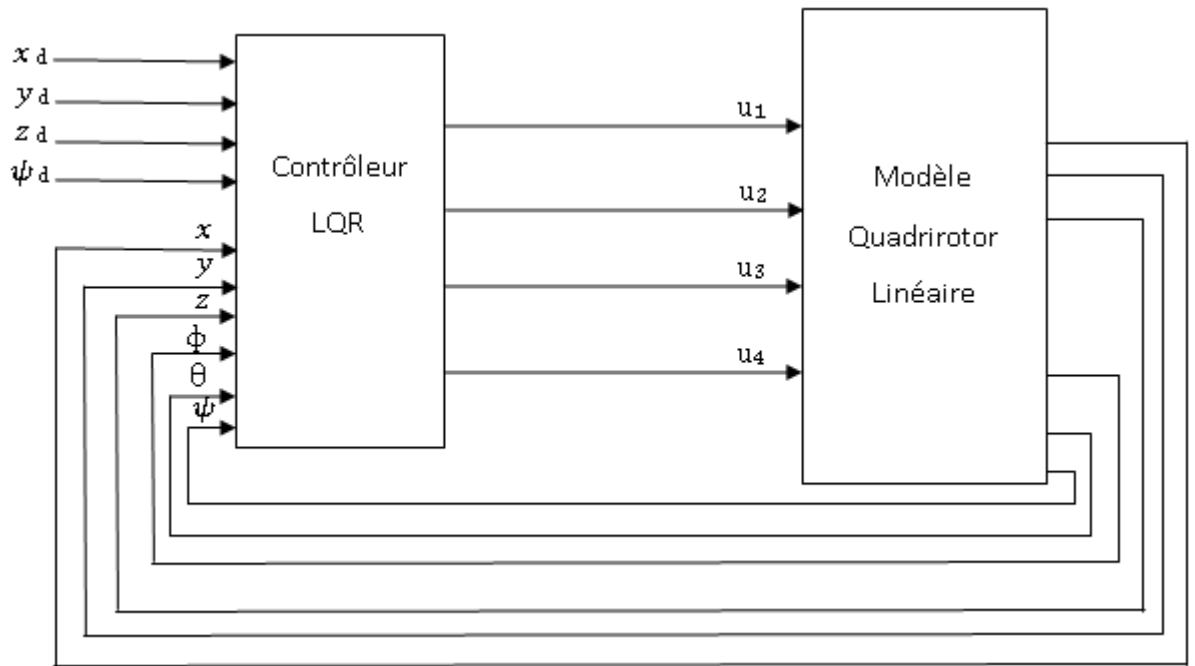


Figure 4.1 : Schéma synoptique de modèle linéarisé avec contrôleur LQR

Avant d'évaluer l'efficacité de la commande LQR, quelques résultats de simulations sont présentés pour le contrôle en position et en attitude du quadrirotor.

Les valeurs initiales sont définies comme suit : $[x(0); y(0); z(0)]^T = [0; 0; 0]^T$ m et $[\phi(0); \theta(0); \psi(0)]^T = [0; 0; 0]^T$ rad.

La figure 4.2 suivante représente l'évolution des trajectoires de positions selon les axes (x, y et z) et de l'angle de lacet ψ avec leurs références qui sont une fonction cosinus de période $T=50$ s décalé en bas par un pour l'entrée désiré x_d ($x_d = \cos(\omega^*t) - 1$), une fonction sinus de période $T=50$ s pour l'entrée désiré y_d ($y_d = \sin(\omega^*t)$), une fonction rampe pour l'entrée désiré z_d ($z_d = t$) et une constante nulle pour l'entrée désiré ψ_d ($\psi_d = 0$).

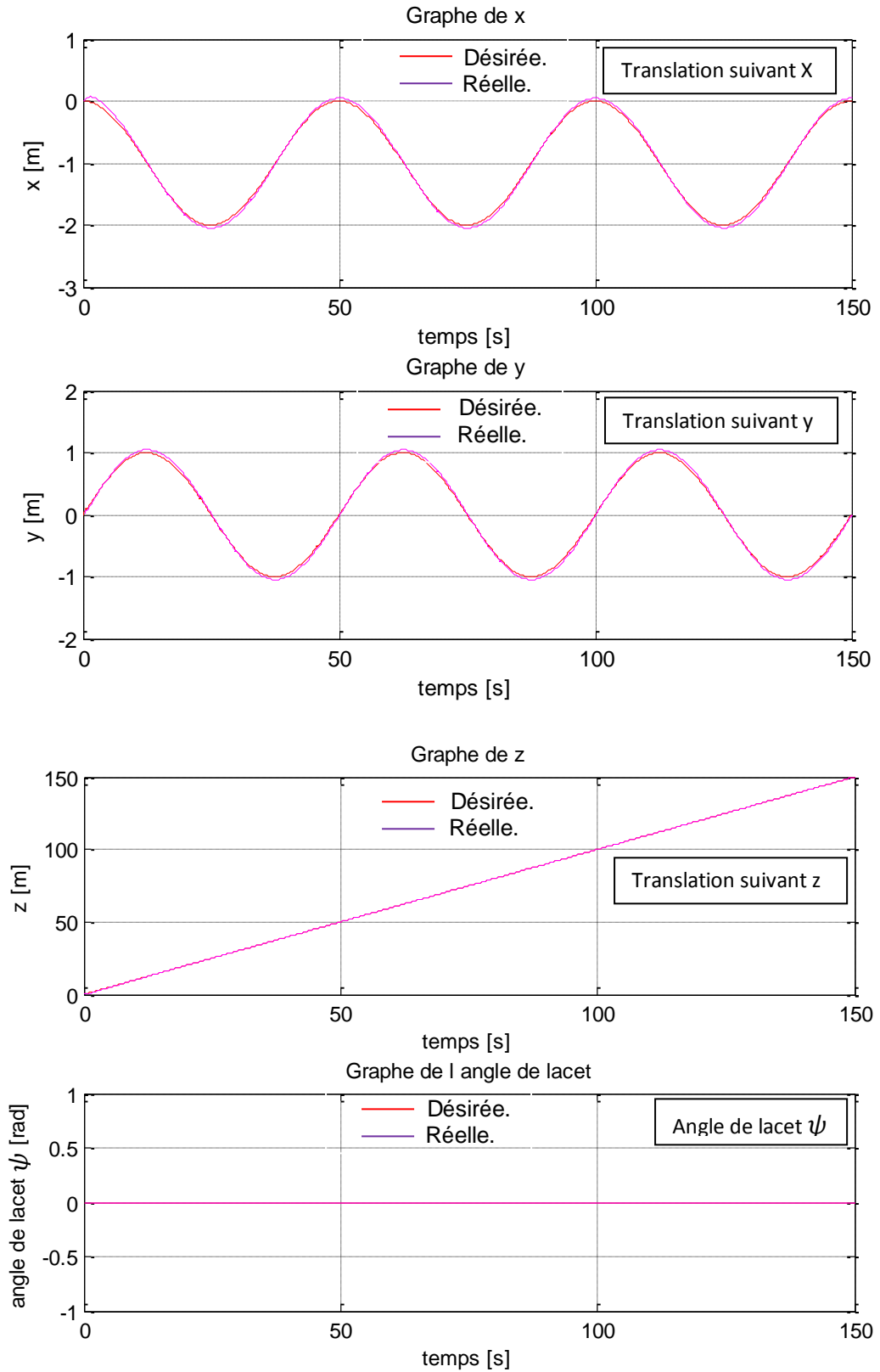


Figure 4.2 : Trajectoires de positions suivant (x , y et z) et de lacet ψ et leurs références pour un modèle linéarisé du quadrirotor contrôlé par LQR

On a représenté sur la figure 4.2 l'évolution des positions de translations suivant les axes (x, y et z) et de l'angle de lacet au cours du temps. Nous remarquons que le quadrirotor suit les trajectoires de référence selon (x, y, z et ψ).

L'évolution des trajectoires de roulis et de tangage sont représentées sur la figure 4.3.

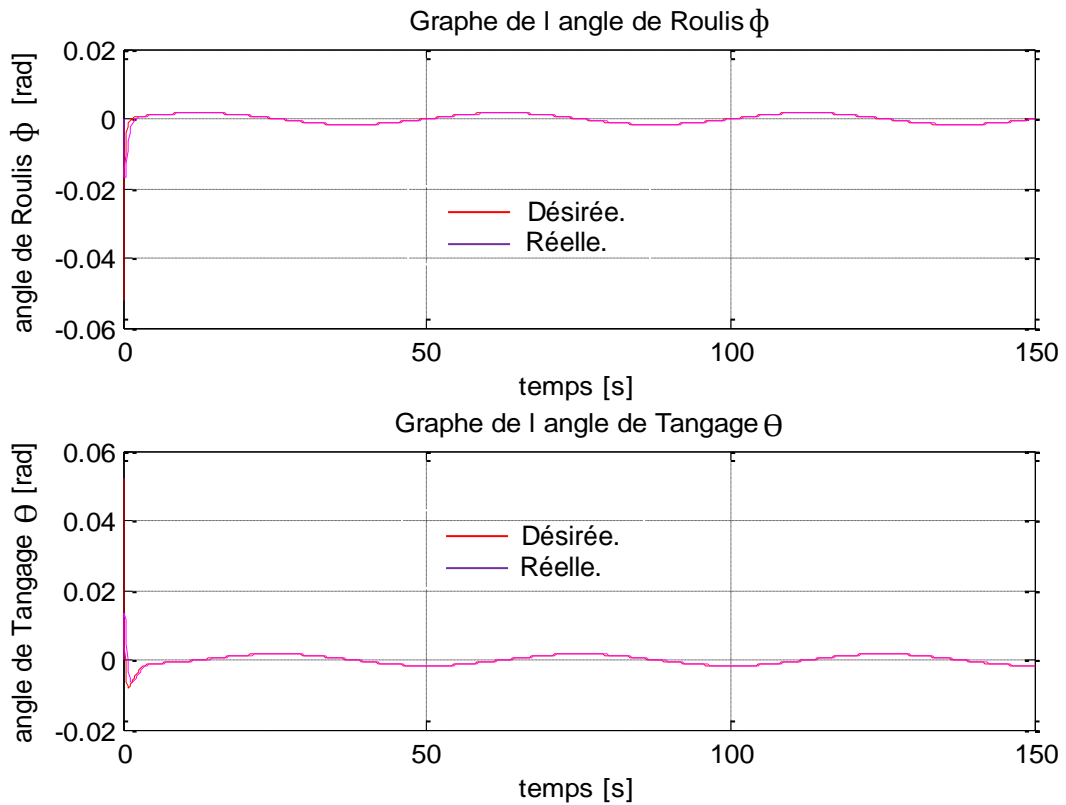


Figure 4.3 : Trajectoires de roulis (ϕ) et de tangage (θ) et leurs références pour un modèle linéarisé du quadrirotor avec contrôleur LQR

Les références de roulis et de tangage désirées (ϕ_d et θ_d) qui sont représentés sur la figure 4.3 en couleur rouge sont générées automatiquement par le contrôleur latéral et longitudinal (x et y), cela montre l'efficacité de la stratégie de contrôle en position proposée (voir figure 2.2). Nous remarquons que les sorties de roulis (ϕ) et de tangage (θ) en couleur violet sont suivies des références générées automatiquement à l'équilibre de stabilité (point zéro).

Les entrées de commande du système sont représentées sur la figure 4.4.

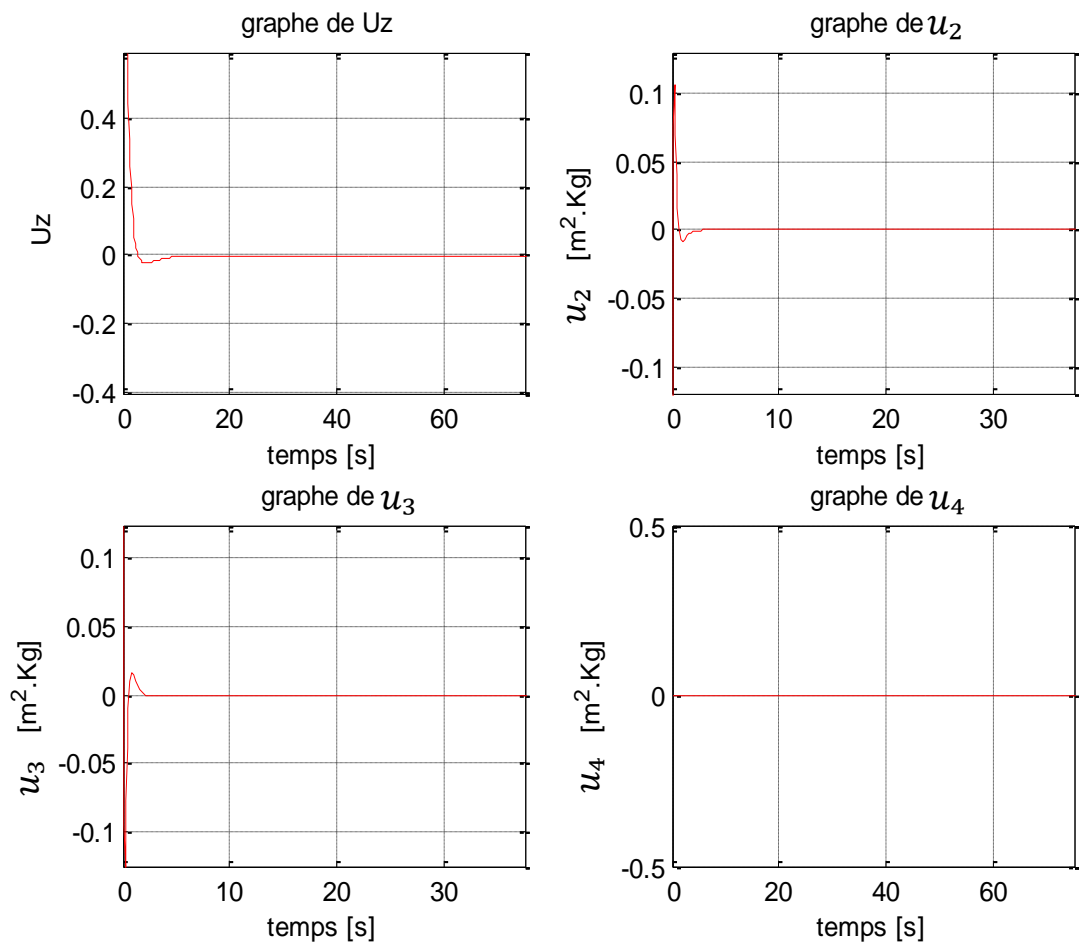


Figure 4.4 : Les entrées de commandes U_z, u_2, u_3 et u_4 du modèle linéarisé de quadrirotor avec contrôleur LQR

La figure 4.5 suivante représente une poursuite d'une trajectoire du quadrirotor en 3D

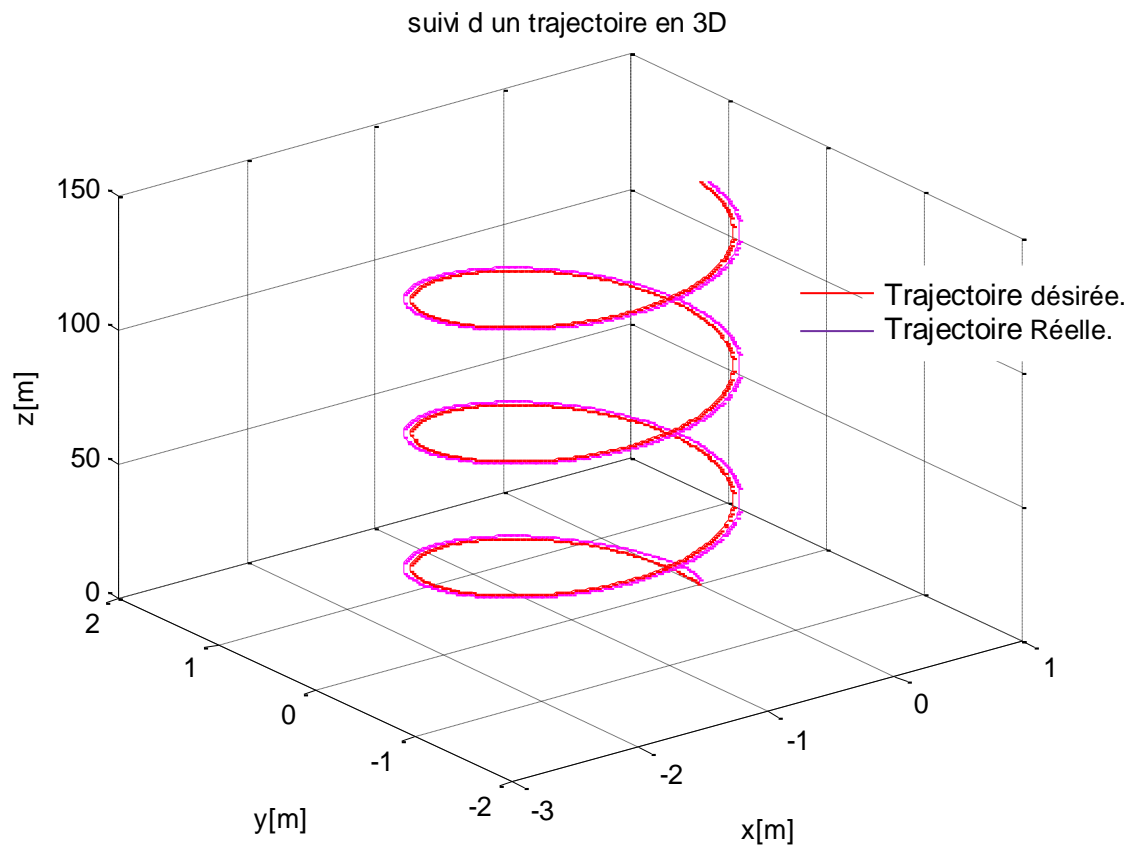


Figure 4.5 : Évolution du quadrirotor le long de la trajectoire avec un modèle linéarisé et contrôleur LQR

4.2.2. Résultats de simulation en utilisant un modèle complet non linéaire

Dans cette partie, Nous allons appliquer la commande LQR, mais en utilisant un modèle non linéaire comme montré dans le schéma synoptique de la figure 4.6 suivante :

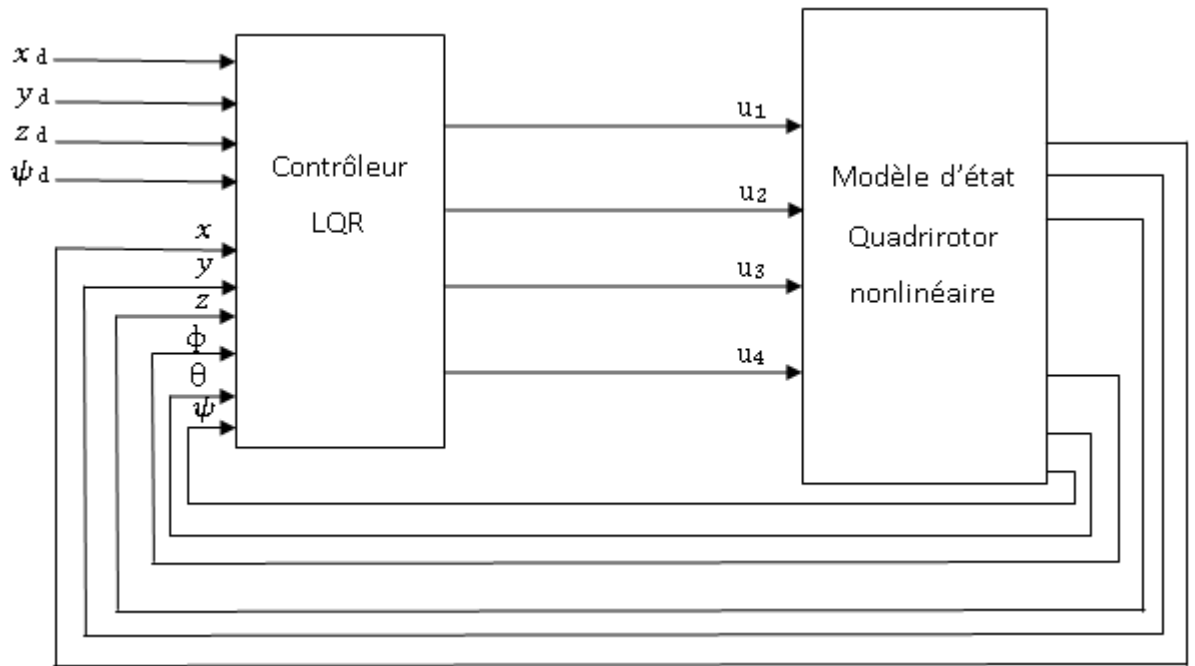


Figure 4.6 : Schéma synoptique de système complet non linéaire avec contrôleur LQR

On va présenter ci-après les résultats de simulations pour un contrôle en position et en attitude du quadrirotor. Les valeurs initiales sont définies comme suit : $[x(0); y(0); z(0)]^T = [0; 0; 0]^T$ m et $[\phi(0); \theta(0); \psi(0)]^T = [0; 0; 0]^T$ rad.

On prend les mêmes fonctions désirées x_d , y_d , z_d et ψ_d définies précédemment, on voit dans la figure 4.7 ci-dessous l'évolution des trajectoires x , y , z et ψ au cours du temps avec leurs fonctions de consignes désirés.

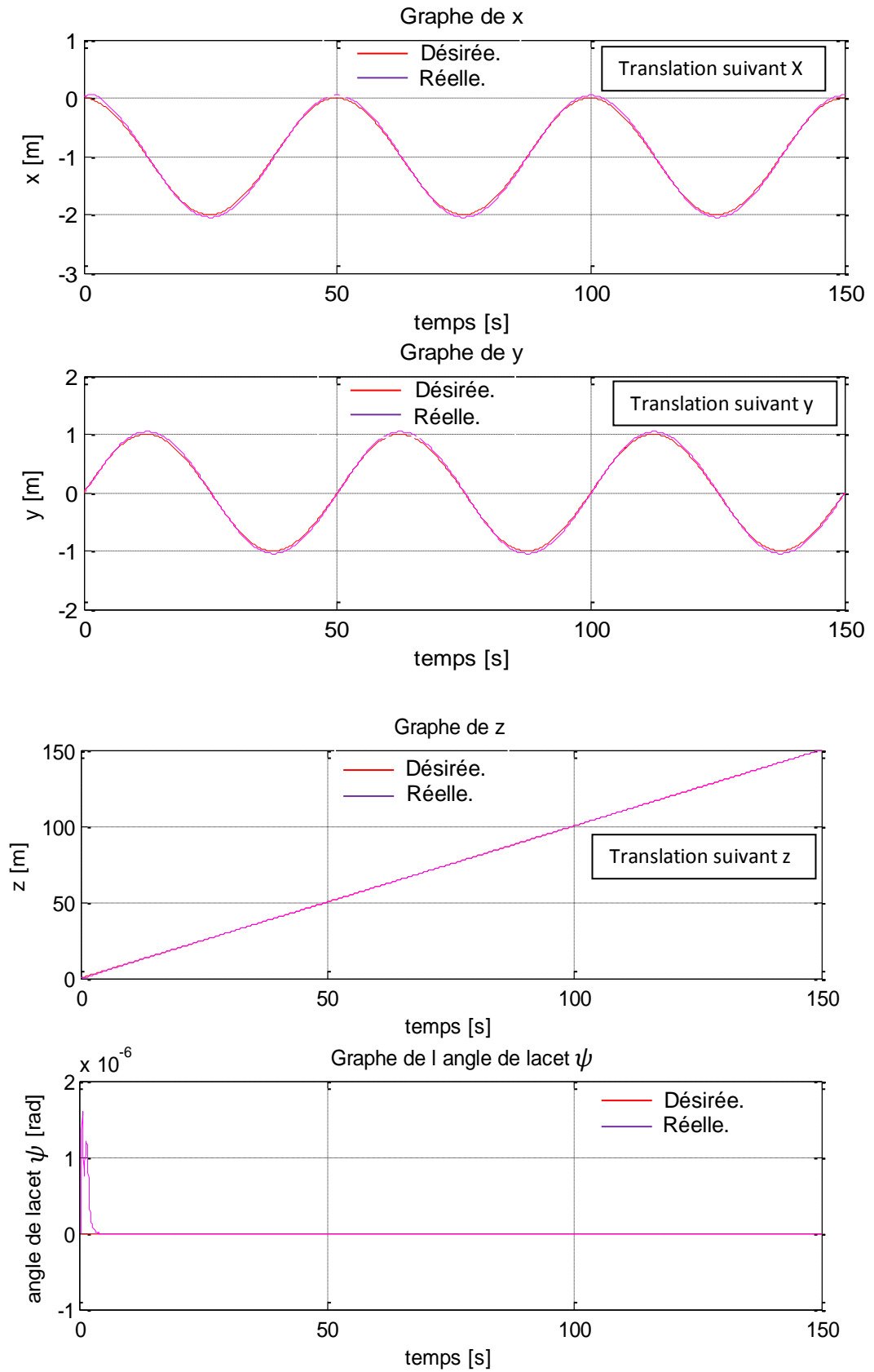


Figure 4.7 : Trajectoires de position selon (x, y et z) et de lacet ψ et leurs références pour un modèle non linéaire du quadrirotor contrôlé par LQR

On a représenté sur la figure 4.7 l'évolution de la position de translation suivant les axes $(x, y \text{ et } z)$ et de l'angle de lacet (ψ) au cours du temps. Nous remarquons que le quadrirotor suit les trajectoires de référence selon $(x, y, z \text{ et } \psi)$. La figure 4.7 montre que aucune différence significative entre les deux modèles pour $(x, y \text{ et } z)$ lorsque ceux-ci sont excités par des mêmes fonctions désirées x_d, y_d et z_d . pour l'angle de lacet ψ , il ya un peu différence s'apparaître dans le régime transitoire avant la convergence vers la consigne de stabilité $(\psi_d=0)$.

L'évolution des trajectoires de roulis et de tangage sont représentés sur la figure 4.8.

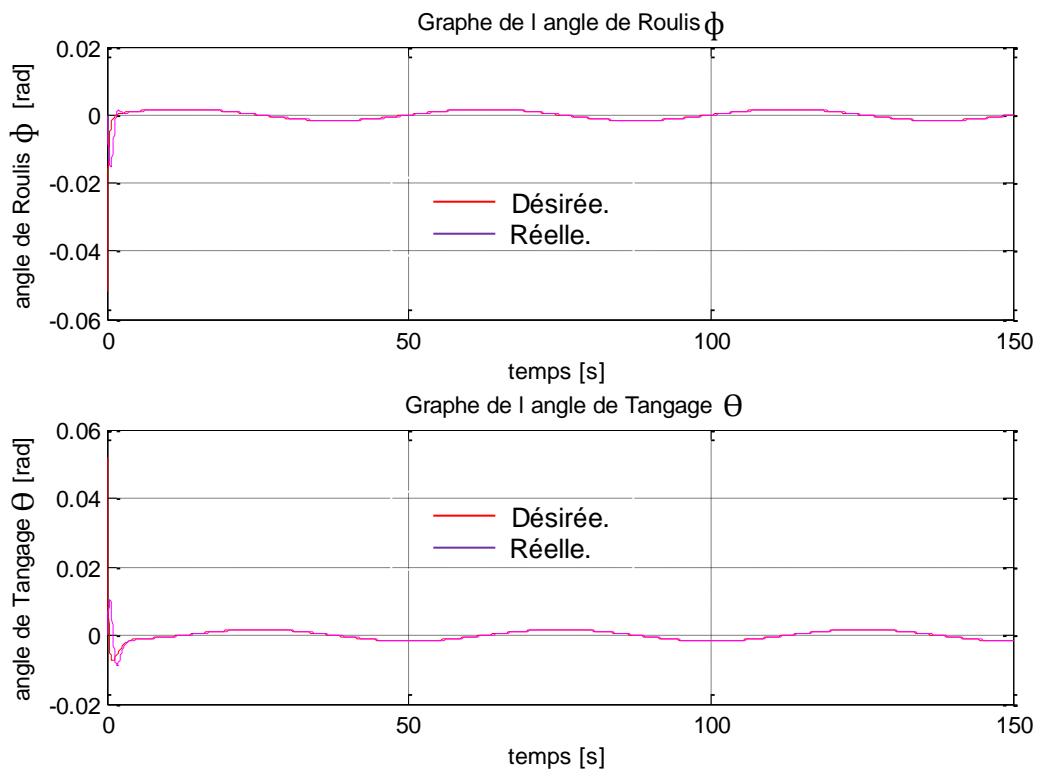


Figure 4.8 : Trajectoires de roulis (ϕ) et de tangage (θ) et leurs références pour un modèle nonlinéaire du quadrirotor contrôlé par LQR

De même façon, les références de roulis et de tangage (ϕ_d et θ_d), qui sont représentés sur la figure 4.8 en couleur rouge, sont générées automatiquement par le contrôleur latéral et longitudinal $(x \text{ et } y)$. Nous remarquons que les sorties de roulis (ϕ) et de tangage (θ) sont suit les références générées automatiquement à l'équilibre de stabilité (point zéro), nous voyons aussi que il ya

aucune différence remarquable entre le modèle linéarisé et celle non linéaire concernant les trajectoires de roulis (ϕ) et de tangage (θ).

Les entrées de commande du modèle non linéaire de quadrirotor sont représentées sur la figure 4.9

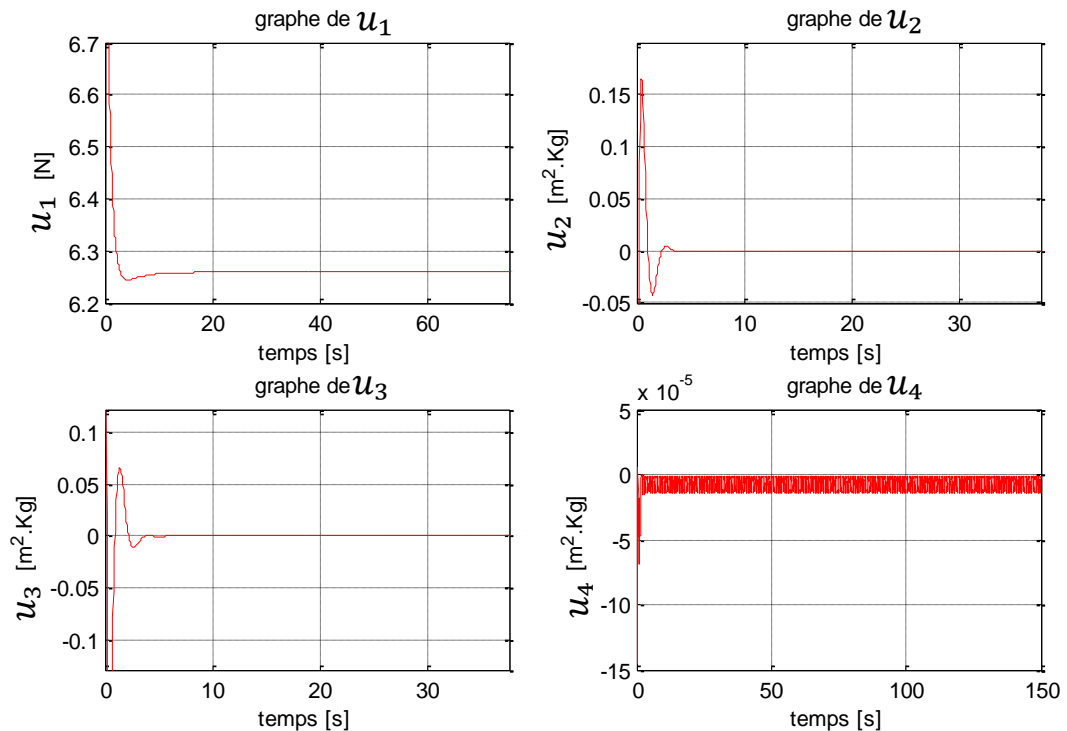


Figure 4.9 : Les entrées de commandes u_1, u_2, u_3 et u_4 du modèle non linéaire de quadrirotor avec contrôleur LQR

La figure 4.9 présente les entrées de commandes u_1, u_2, u_3 et u_4 du modèle non linéaire de quadrirotor. On remarque que dans le modèle non linéaire l'entrée réel u_1 (la poussée totale) s'apparait, il doit compenser le poids du véhicule ($m \cdot g = 6.2588N$) et de prendre celui-ci à la hauteur de référence, ça signifie qu'il existe une réponse transitoire et une condition non-nulle à l'arrêt. D'autre part lorsque le modèle non linéaire est linéarisé, le terme en raison de la gravité (le poids de quadrirotor) disparaît, on besoins directement l'entrée virtuel U_z pour contrôler l'altitude z .

Nous remarquons aussi que il ya une différence entre les entrées de commandes u_2, u_3 et u_4 de modèle non linéaire et de celle linéarisé dans la phase transitoire, puis elles prennent des valeurs nulles tandis que les réponses atteint les

références désirées dans les deux modèles sauf pour l'entrée u_4 du modèle nonlinéaire qui restera un peu moins stable au voisin de zéro.

u_2, u_3 et u_4 sont respectivement le moment de roulis, moment de tangage et moment de lacet. Ils doivent prendre des valeurs nulles en régime permanent, tandis que les réponses atteignent les références désirées.

Nous allons voir dans la figure 4.10 ci-après les erreurs des trajectoires (x, y, z, ϕ, θ et ψ).

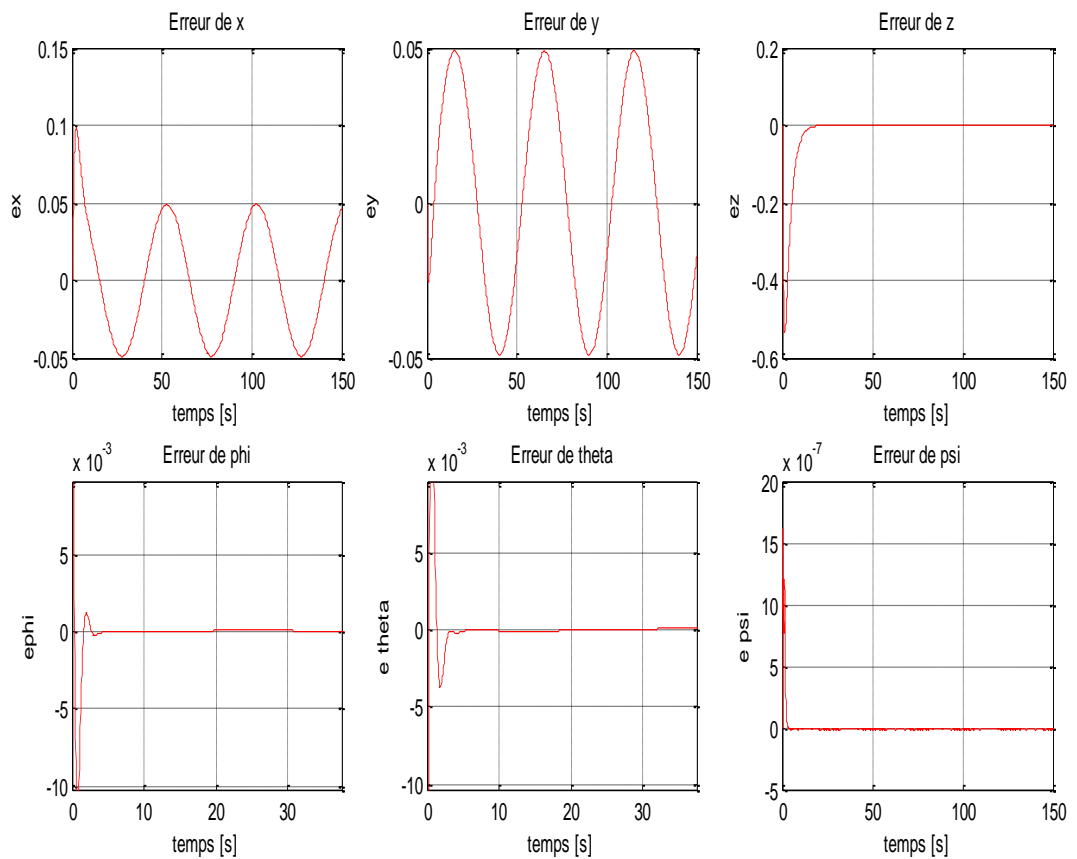


Figure 4.10 : Erreurs des trajectoires (x, y, z, ϕ, θ et ψ) en utilisant LQR

A partir de la figure 4.10, nous remarquons que il ya une erreur de l'ordre de 0.05 apparait pour les trajectoires (x et y). Pour les autres trajectoires les erreurs sont nulles en régime permanent.

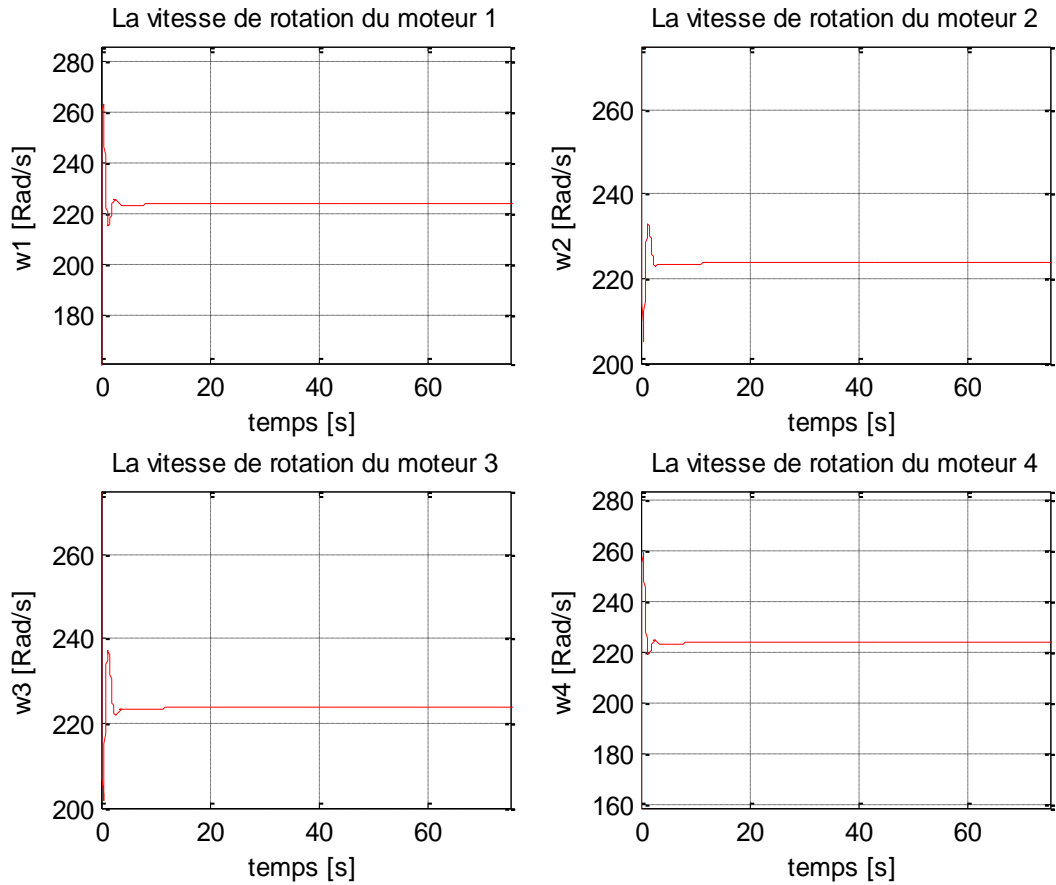


Figure 4.11 : Les vitesses de rotations des quatre moteurs du quadrirotor (modèle non linéaire + contrôleur LQR) au cours de temps

D'après la figure 4.11, les vitesses angulaires des quatre rotors sont stables et constantes.

Nous allons voir dans la figure 4.12 ci-après l'évolution du quadrirotor le long de trajectoire globale en 3D.

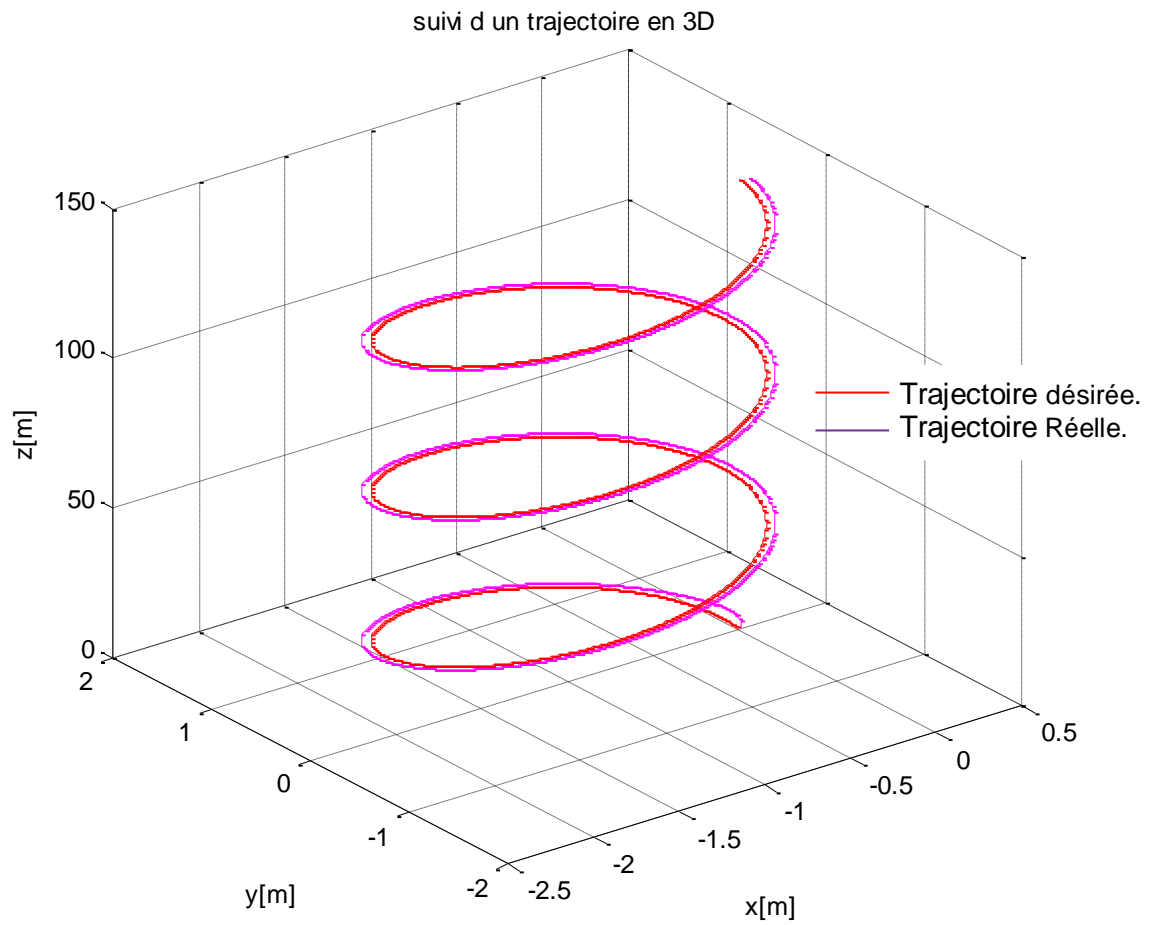


Figure 4.12 : Évolution du quadrirotor le long de la trajectoire hélicoïdale avec un modèle nonlinéaire et contrôleur LQR

Le quadrirotor est suit la trajectoire désiré (trajectoire en couleur rouge).

❖ **Cas des trajectoires en échelon**

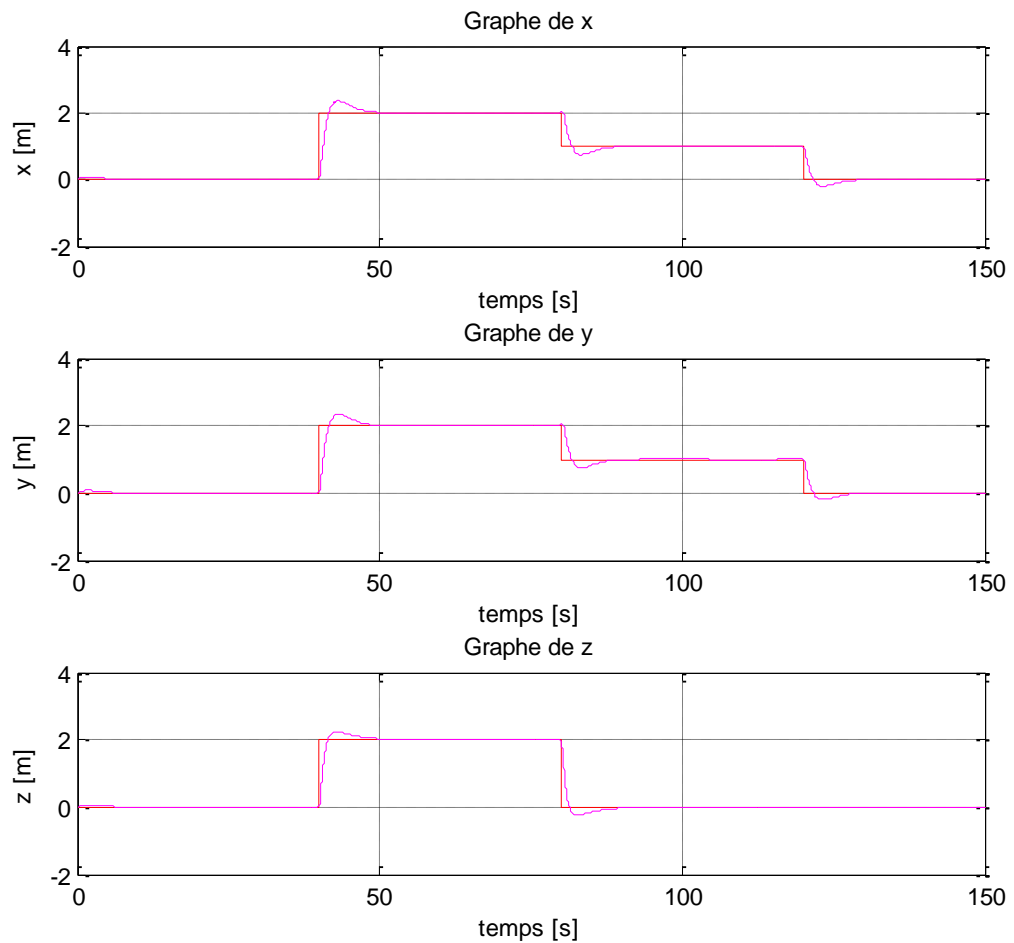


Figure 4.13 : Trajectoires de position selon (x, y et z) pour des références en échelon en utilisant LQR

❖ Cas de présence d'incertitudes du modèle et des perturbations

Nous appliquons maintenant la commande LQR dans le cas de présence d'incertitudes ou de variations paramétriques du modèle comme la variation de la masse (on prend $m=1\text{Kg}$). Nous prenons aussi les termes de frottement aérodynamique en considération. On voit le résultat dans les figures 4.14 et 4.15 ci-après.

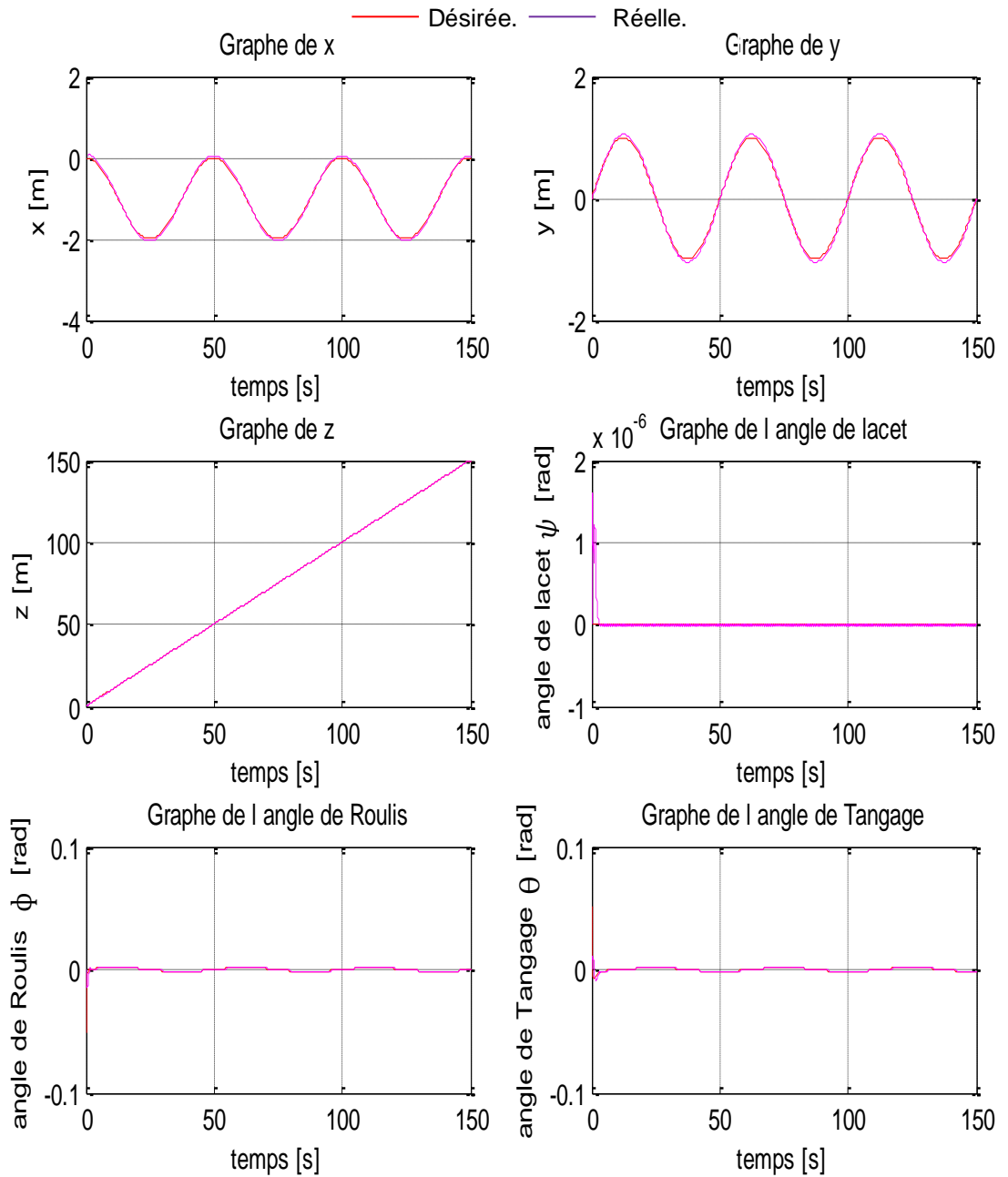


Figure 4.14 : Trajectoires de position selon (x, y et z) et d'attitude (ϕ, θ et ψ) dans le cas de présence de variations paramétriques en utilisant LQR

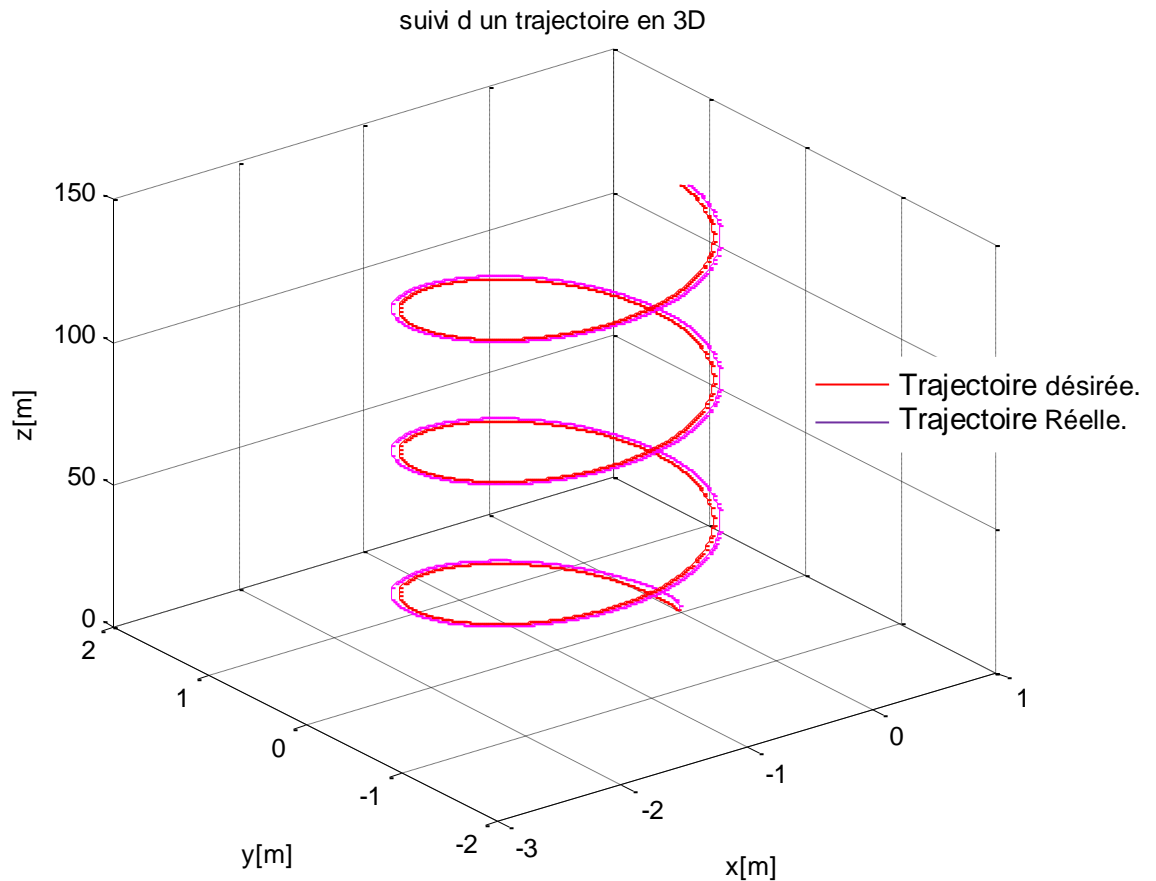


Figure 4.15 : Trajectoire global en 3D dans le cas de présence de variations paramétriques en utilisant LQR

Nous avons ajouté une charge au quadrirotor, nous avons aussi pris en considérations les termes de frottement aérodynamique, et d'après les figures 4.14 et 4.15 nous remarquons que la commande reste performante.

4.3. Application de la commande PID

4.3.1. Résultats de simulation en utilisant un modèle linéarisé

En utilisant un modèle linéarisé de quadrirotor, nous allons appliquer une commande PID-série pour contrôler ce dernier. On place sur le logiciel Matlab/Simulink six blocs de PIDs-série, deux pour la translation suivant (x et y), un pour l'altitude et trois pour les angles d'orientations (ϕ , θ et ψ). La figure 4.16 suivante indique ce modèle avec contrôleurs PIDs.

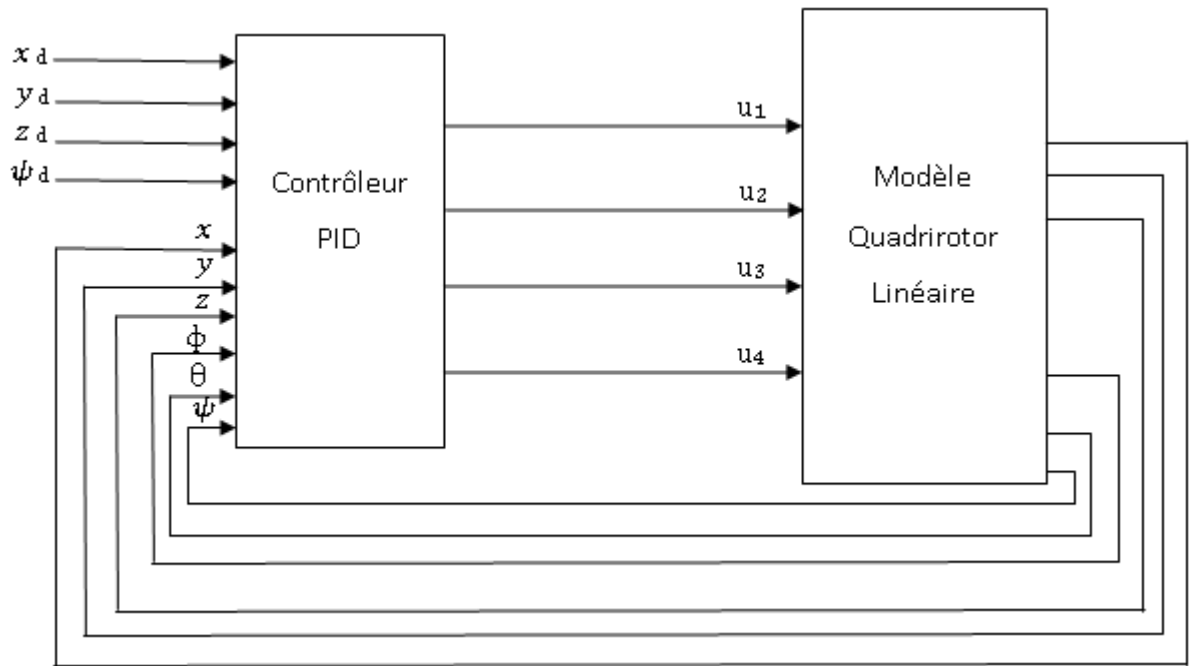


Figure 4.16 : Schéma synoptique de modèle linéarisé avec contrôleurs PIDs

Les résultats de simulation de la commande sont les suivantes :

La figure 4.17 ci-dessous présente les trajectoires de position selon (x, y et z) et de lacet ψ et leurs références pour un modèle linéarisé du quadrirotor contrôlé par PID.

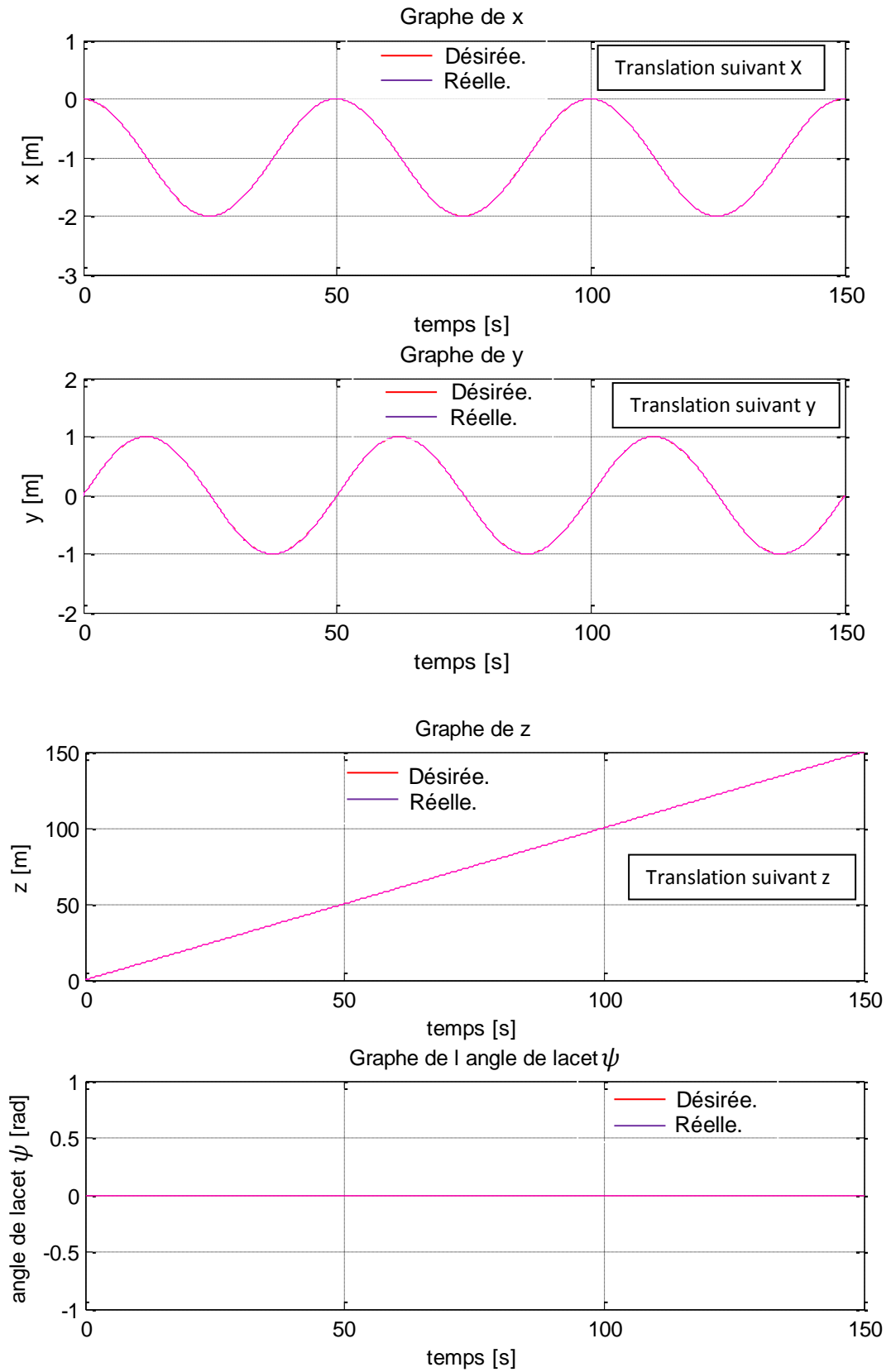


Figure 4.17 : Trajectoires de position selon (x, y et z) et de lacet ψ et leurs références pour un modèle linéarisé du quadrirotor contrôlé par PID

D'après la figure 4.17, nous remarquons que le quadrirotor suit les trajectoires de référence selon $(x, y, z$ et $\psi)$.

L'évolution des trajectoires de roulis et de tangage sont représentés sur la figure 4.18.

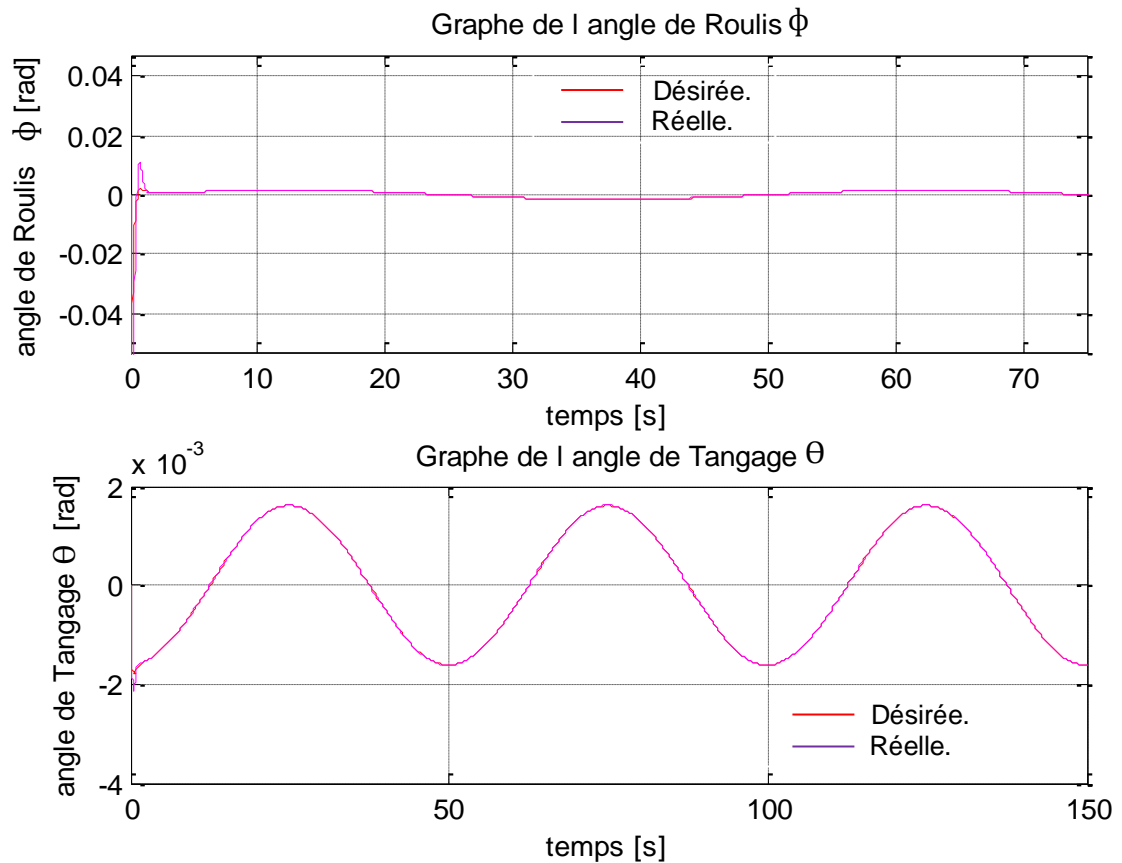


Figure 4.18 : Trajectoires de roulis (ϕ) et de tangage (θ) et leurs références pour un modèle linéarisé du quadrirotor avec commande PID

A partir des trajectoires de la figure 4.18, nous remarquons que les sorties de roulis (ϕ) et de tangage (θ) en couleur violet sont suivies des références générées automatiquement autour de l'équilibre de stabilité (point zéro).

Les entrées de commande du système linéarisé du quadrirotor sont représentées sur la figure 4.19.

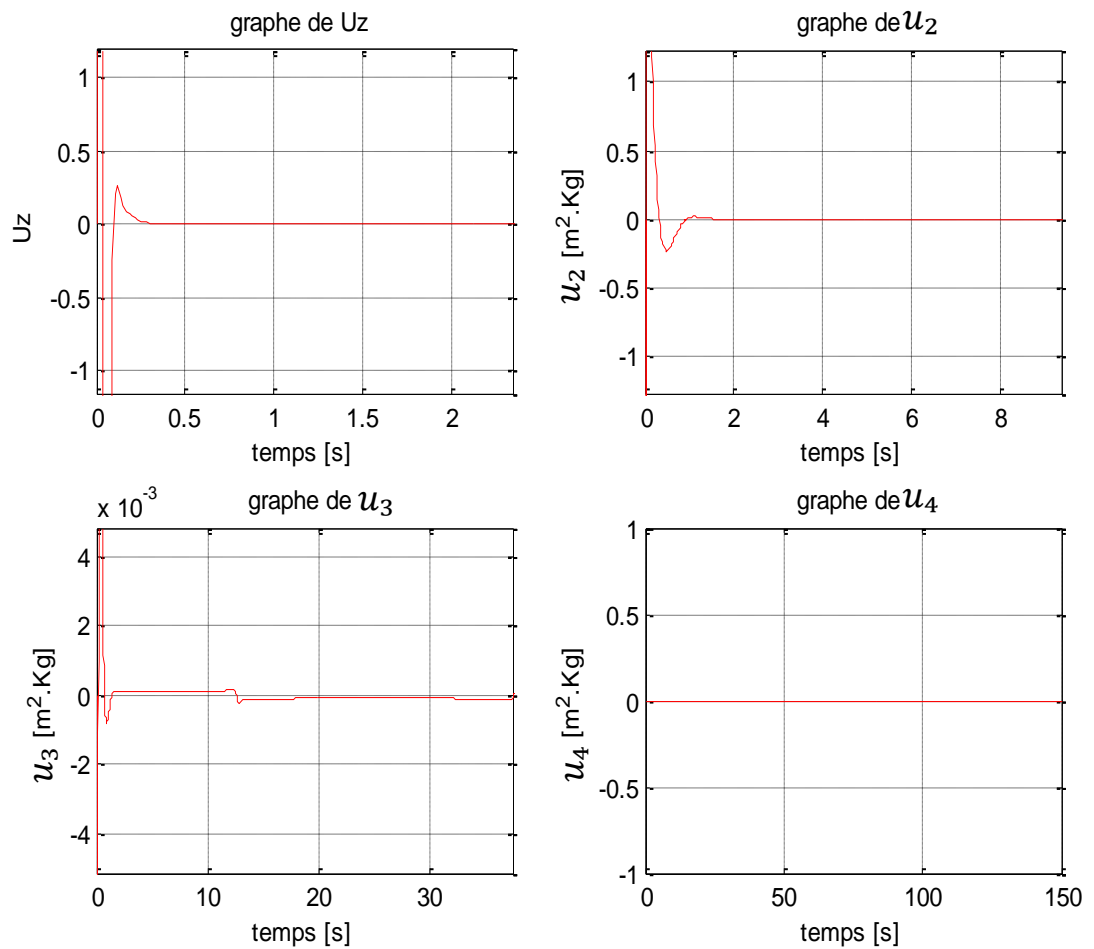


Figure 4.19 : Les entrées de commandes U_z, u_2, u_3 et u_4 du modèle linéarisé de quadrirotor contrôlé par PIDs

La figure 4.19 présente les entrées de commandes U_z, u_2, u_3 et u_4 du modèle linéarisé de quadrirotor. On remarque que lorsque le modèle du quadrirotor est linéarisé, le terme en raison de la gravité (le poids de quadrirotor) disparaît, nous besoins directement l'entré virtuel U_z pour contrôler l'altitude z .

Les entrées de commandes U_z, u_2, u_3 et u_4 du modèle linéarisé de quadrirotor prennent des valeurs nulles tandis que les réponses atteignent les références désirées.

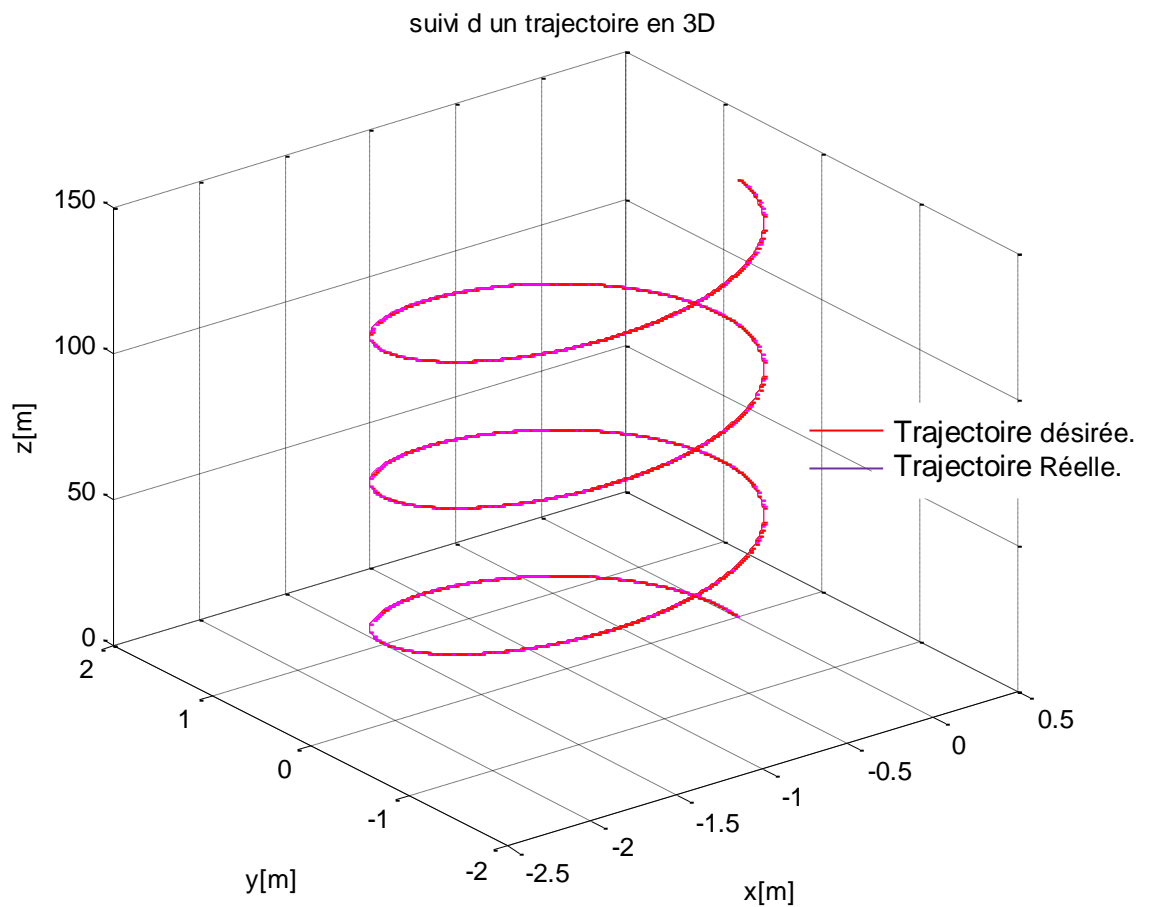


Figure 4.20 : Évolution du quadrirotor le long de la trajectoire avec un modèle linéarisé et contrôleurs PIDs

4.3.2. Résultats de simulation en utilisant un modèle complet nonlinéaire

En utilisant maintenant un modèle nonlinéaire de quadrirotor et on place sur le logiciel Matlab/ Simulink les mêmes blocs des contrôleurs PIDs utilisés lorsque nous utilisons un modèle linéarisé, deux blocs des contrôleurs pour la translation suivant (x et y), un pour l'altitude et trois pour les angles d'orientations (ϕ , θ et ψ). La figure 4.19 ci-dessous indique ce modèle complet nonlinéaire du quadrirotor avec des contrôleurs PIDs. La stratégie de contrôle est en position et en attitude du quadrirotor.

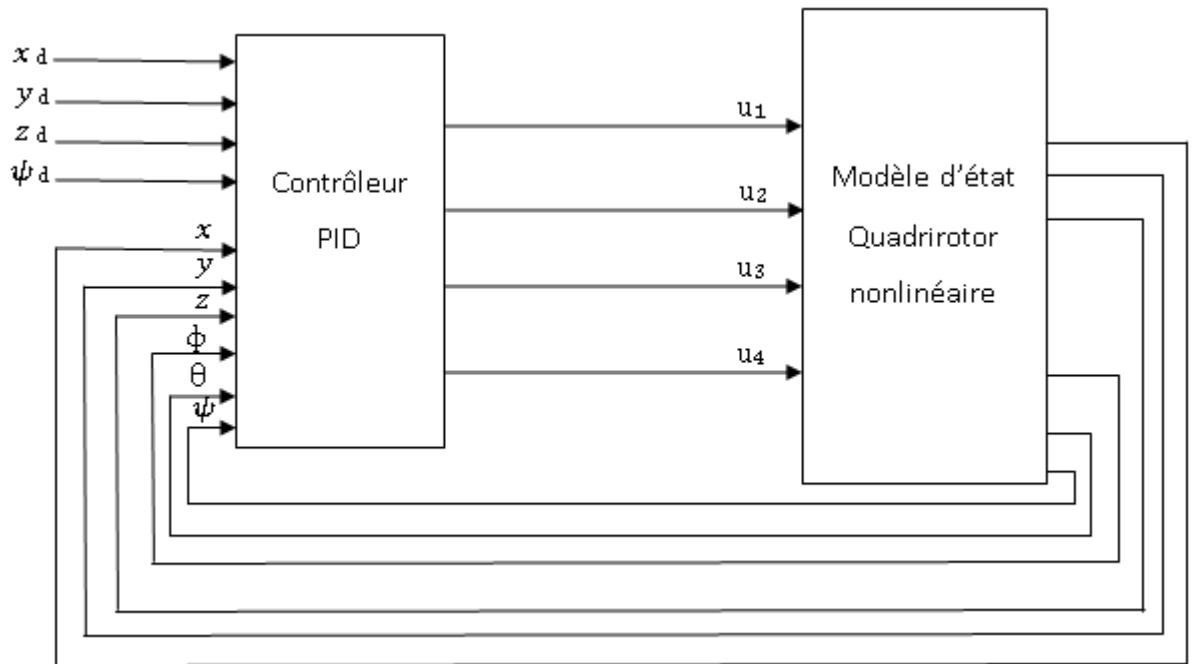


Figure 4.21 : Schéma synoptique de modèle non linéaire avec contrôleurs PIDs

On va présenter ci-après les résultats de simulations pour un contrôle en position et en attitude du quadrirotor. Les valeurs initiales sont: $[x(0); y(0); z(0)]^T = [0; 0; 0]^T$ m et $[\phi(0); \theta(0); \psi(0)]^T = [0; 0; 0]^T$ rad.

On prend les mêmes fonctions désirées x_d , y_d , z_d et ψ_d [$x_d = \cos(w \cdot t) - 1$, $y_d = \sin(w \cdot t)$, $z_d = t$ et $\psi_d = 0$], on voit dans la figure 4.22 ci-dessous l'évolution des trajectoires x , y , z et ψ au cours du temps avec leurs trajectoires désirés.

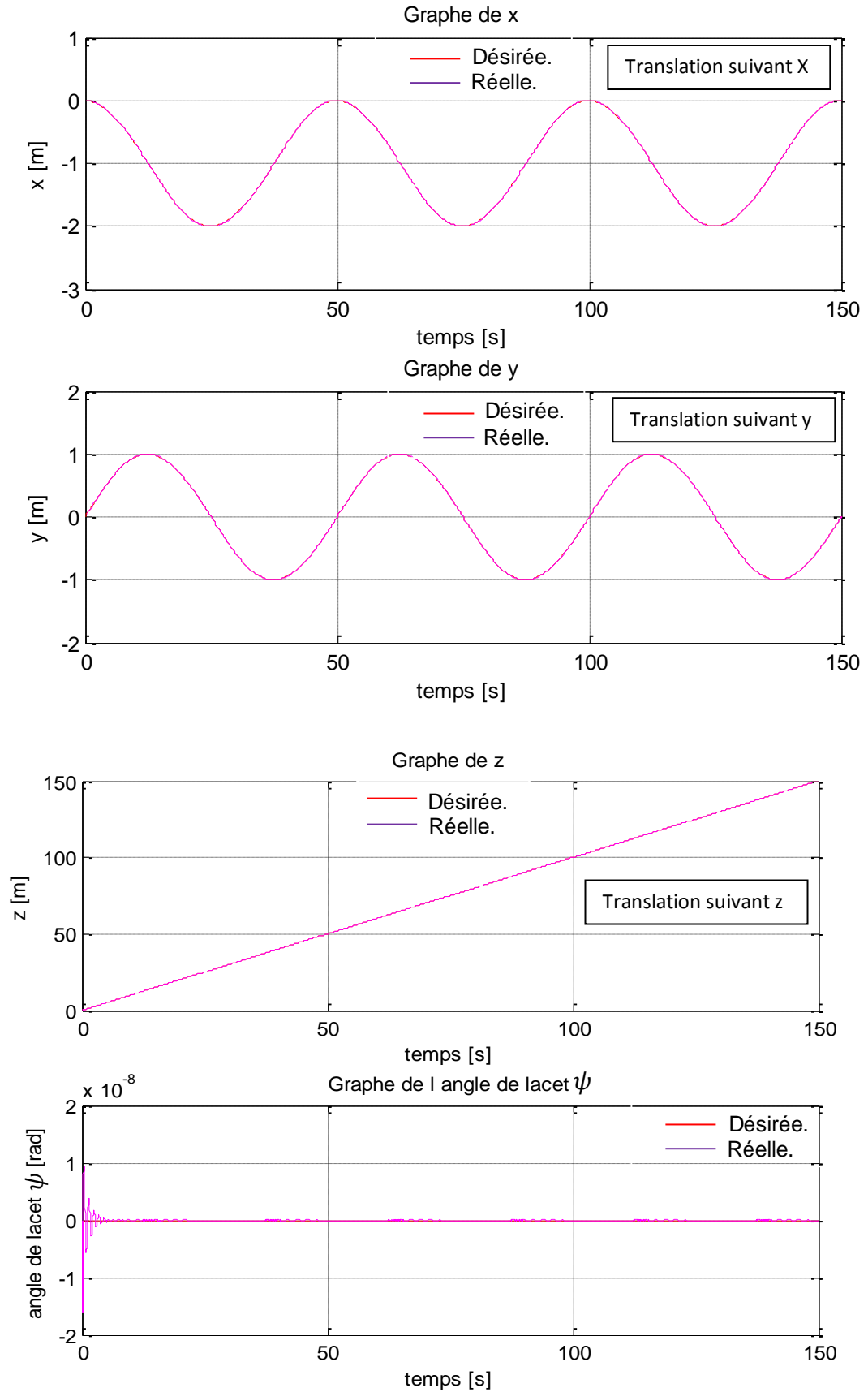


Figure 4.22 : Trajectoires de position selon (x , y et z) et de lacet ψ et leurs références pour un modèle non linéaire du quadrirotor contrôlé par PIDs

La figure 4.22 représente l'évolution de la position de translation suivant les axes (x, y et z) et de l'angle de lacet (ψ) au cours du temps. Nous remarquons que les trajectoires des positions (x, y et z) et de lacet ψ sont suit les trajectoires de références selon (x, y, z et ψ). Il ya aucune différence significative entre les deux modèles (linéarisé et non linéaire) pour (x, y et z) lorsque nous utilisons des mêmes fonctions désirées x_d, y_d et z_d . pour l'angle de lacet ψ , la différence apparait dans la phase transitoire entre les deux modèles, puis elle suit la consigne désiré ($\psi_d=0$). Nous remarquons aussi pour l'angle de lacet ψ que le contrôle par PID donne un résultat mieux que le contrôle par LQR.

L'évolution des trajectoires de roulis et de tangage sont représentés sur la figure 4.23.

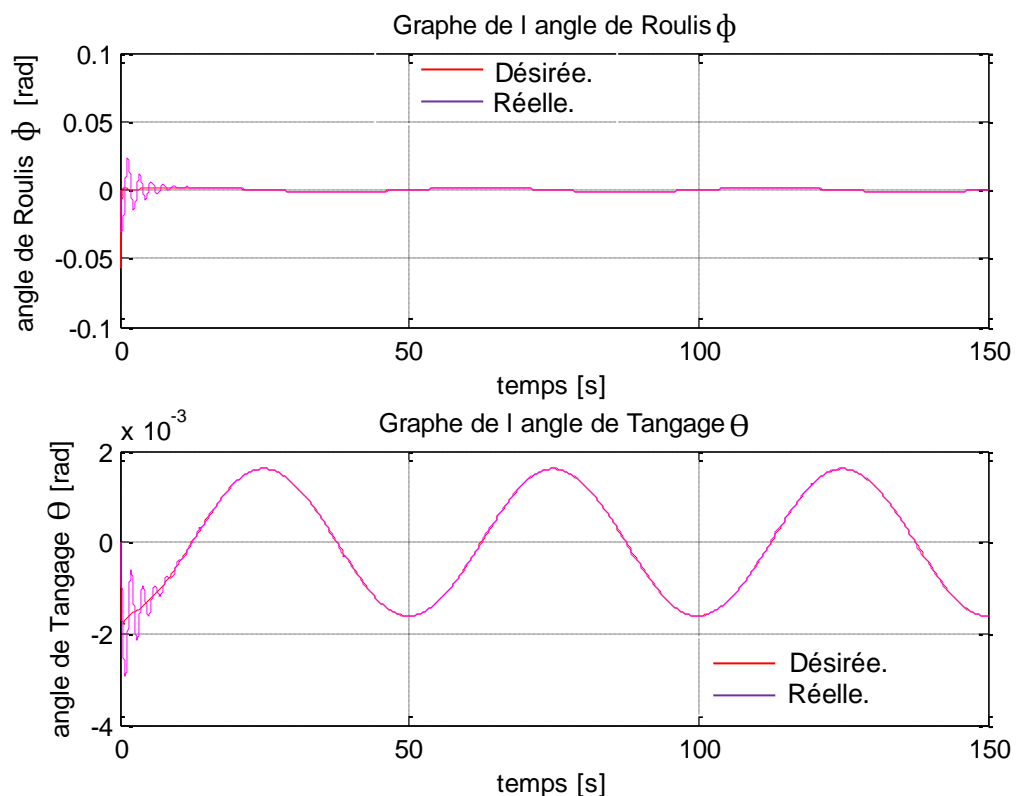


Figure 4.23 : Trajectoires de roulis (ϕ) et de tangage (θ) et leurs références pour un modèle complet non linéaire du quadrirotor avec commande PID

Les consignes de roulis et de tangage (ϕ_d et θ_d), qui sont représentés sur la figure 4.23 en couleur rouge, sont générées automatiquement par le contrôleur latéral et longitudinal (x et y). On voit que les sorties de roulis (ϕ) et de tangage

(θ) en couleur violet sont suivies des références en couleur rouge autour de l'équilibre de stabilité (point zéro). Nous remarquons aussi que il n'y a pas une différence remarquable et significative entre le modèle linéarisé et celui non linéaire concernant les trajectoires de roulis (ϕ) et de tangage (θ).

pour la stabilisation de l'angle de tangage (θ), nous remarquons que le contrôle par LQR donne un résultat mieux que le contrôle par PID.

Les entrées des commandes du modèle non linéaire de quadrirotor sont représentées sur la figure 4.24.

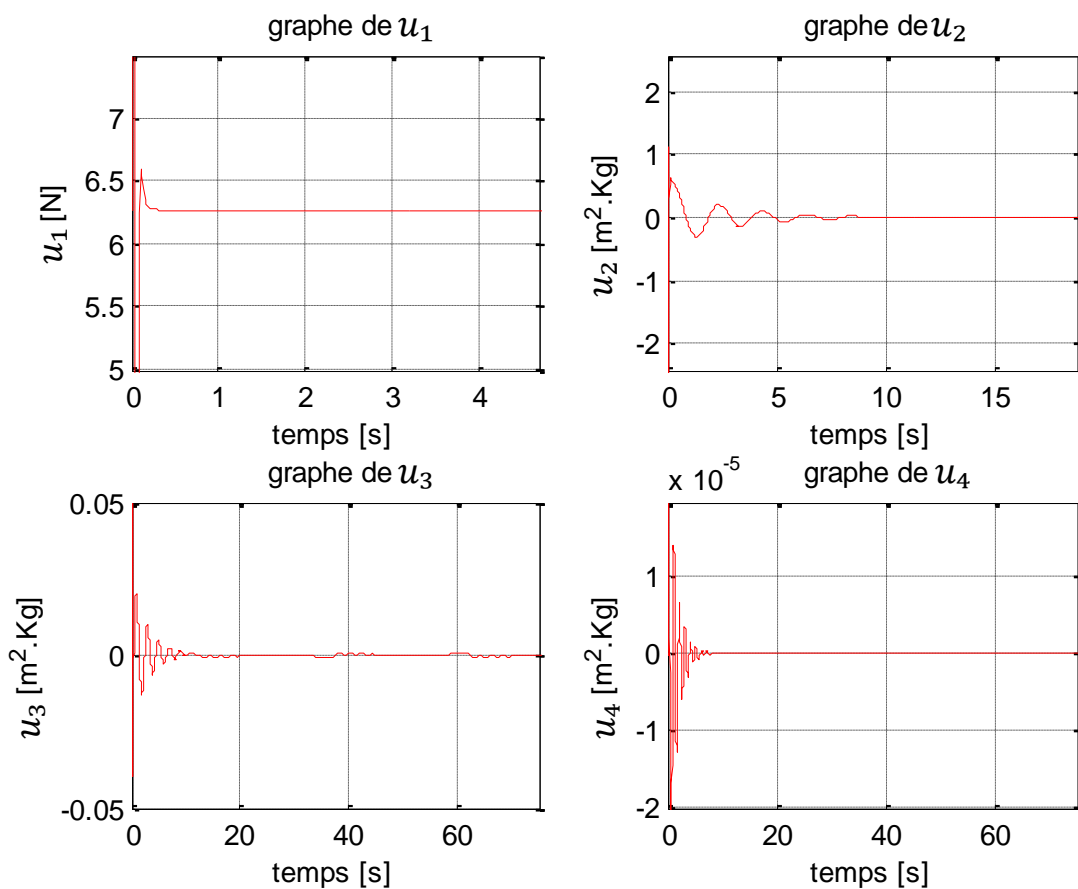


Figure 4.24 : Les entrées de commandes u_1 , u_2 , u_3 et u_4 du modèle non linéaire de quadrirotor contrôlé par PIDs

La figure 4.24 présente les entrées de commandes u_1 , u_2 , u_3 et u_4 du modèle non linéaire de quadrirotor avec contrôleurs PIDs. De même chose, comme dans la commande LQR, On remarque que l'entrée réel u_1 (la poussée totale) apparait, il doit compenser le poids du véhicule ($m \cdot g = 6.2588\text{N}$) et de prendre celui-ci à la

hauteur de référence. D'autre part lorsque le modèle est linéarisé, on besoins directement l'entré virtuel U_z pour le contrôle d'altitude suivant z .

On voit aussi que il ya une différence entre les entrées de commandes u_2, u_3 et u_4 de modèle non linéaire et de celui linéarisé dans la phase transitoire, après elles prennent des valeurs nulles tandis que les réponses atteint les consignes désirées dans les deux modèles. En plus pour l'entrée de commande u_4 de l'angle de lacet ψ du modèle non linéaire, nous remarquons que le contrôle par PID donne un résultat mieux que le contrôle par LQR.

u_2, u_3 et u_4 sont respectivement le moment de roulis, moment de tangage et moment de lacet. Ils doivent prendre des valeurs nulles en régime permanant, tandis que les réponses atteignent les références désirées.

Nous allons voir dans la figure 4.25 ci-dessus les erreurs des trajectoires $(x, y, z, \phi, \theta$ et $\psi)$.

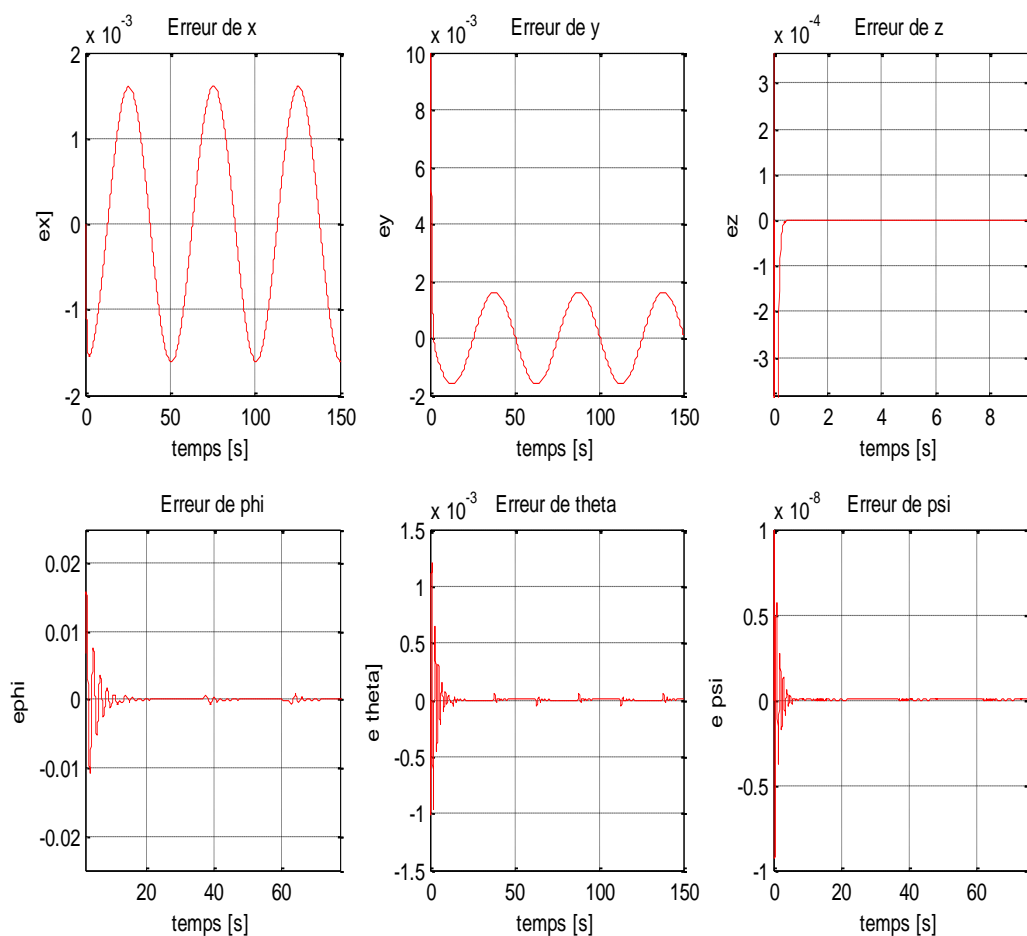


Figure 4.25 : Erreurs des trajectoires $(x, y, z, \phi, \theta$ et $\psi)$ en utilisant PID

A partir de la figure 4.25, nous remarquons que il ya une erreur de l'ordre de 1.5×10^{-3} apparait pour les trajectoires (x et y). Le contrôleur PID donne un résultat mieux et une erreur inférieure de celle donnée par le contrôleur LQR. Pour les autres trajectoires les erreurs sont nulles en régime permanent.

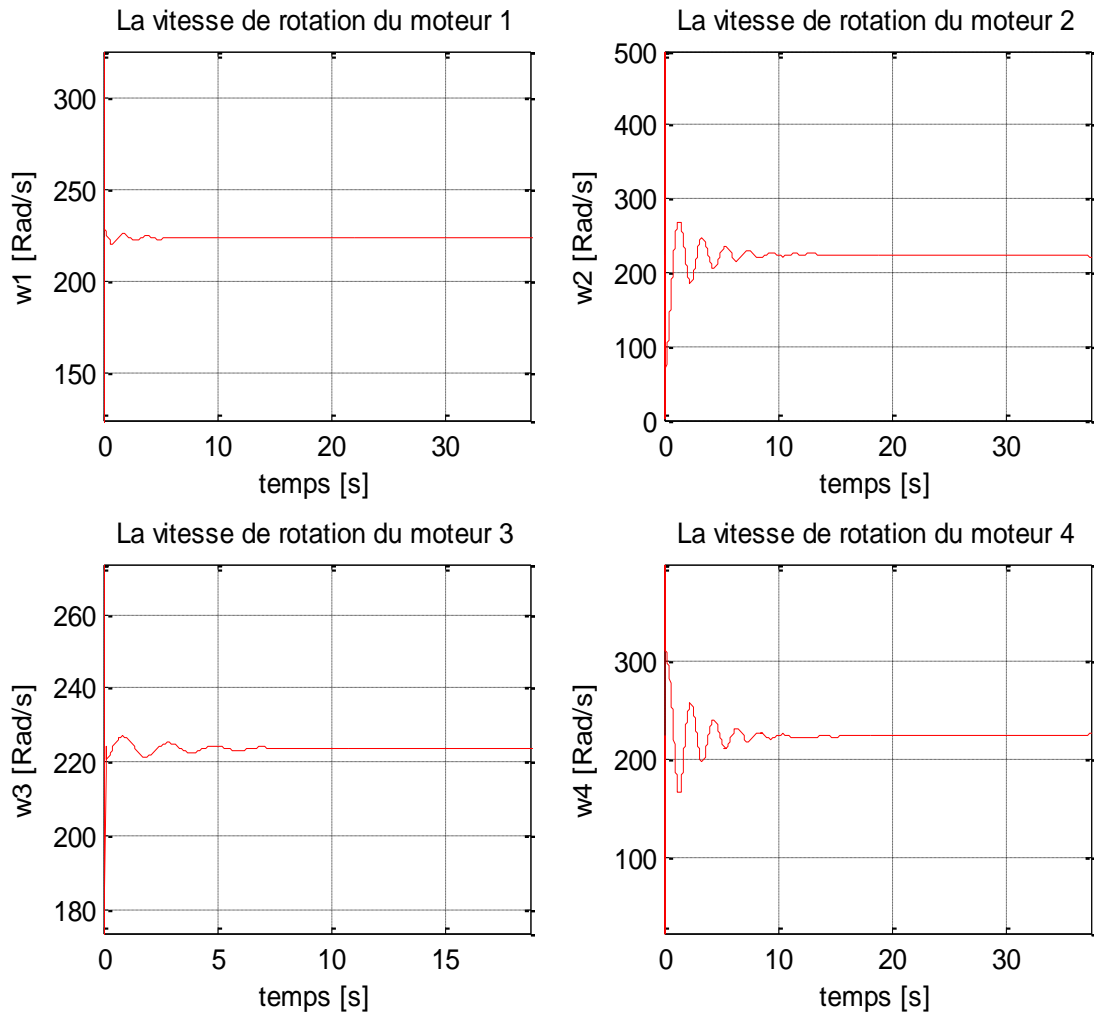


Figure 4.26 : Les vitesses de rotations des quatre moteurs du quadrirotor (modèle non linéaire + contrôleurs PIDs) au cours de temps

D'après la figure ci-dessus, on voit que les vitesses de rotation des quatre rotors sont stables et constantes.

Dans la figure 4.27 ci-après, nous allons voir l'évolution du véhicule quadrirotor le long de la trajectoire globale en 3D.

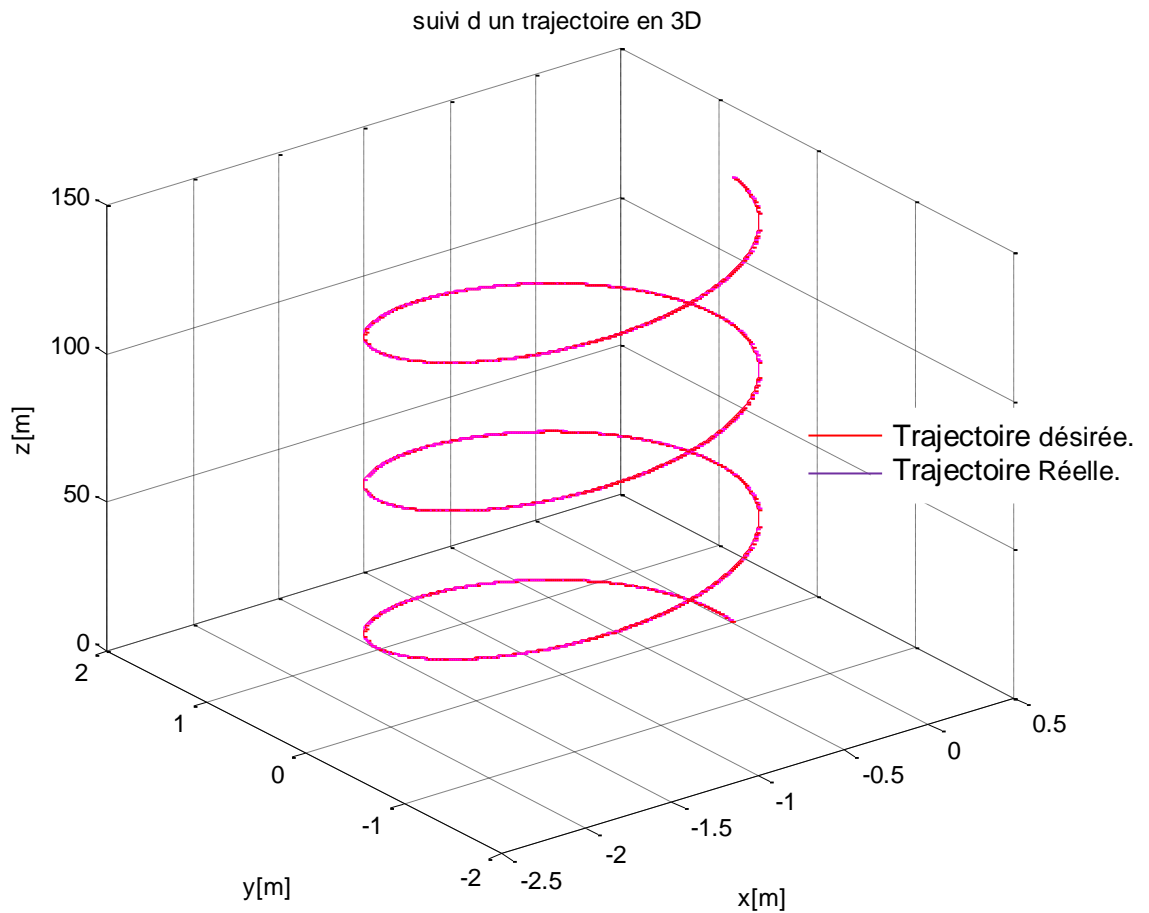


Figure 4.27 : Trajectoire globale en 3D du quadrirotor avec un modèle nonlinéaire et contrôleurs PIDs

La figure 4.27 montre que le quadrirotor est suit aussi la trajectoire désiré (la trajectoire en couleur rouge). Nous remarquons que la commande PID donne un résultat mieux que la commande LQR pour le suivi de trajectoire globale en 3D.

❖ **Cas de trajectoires en échelon**

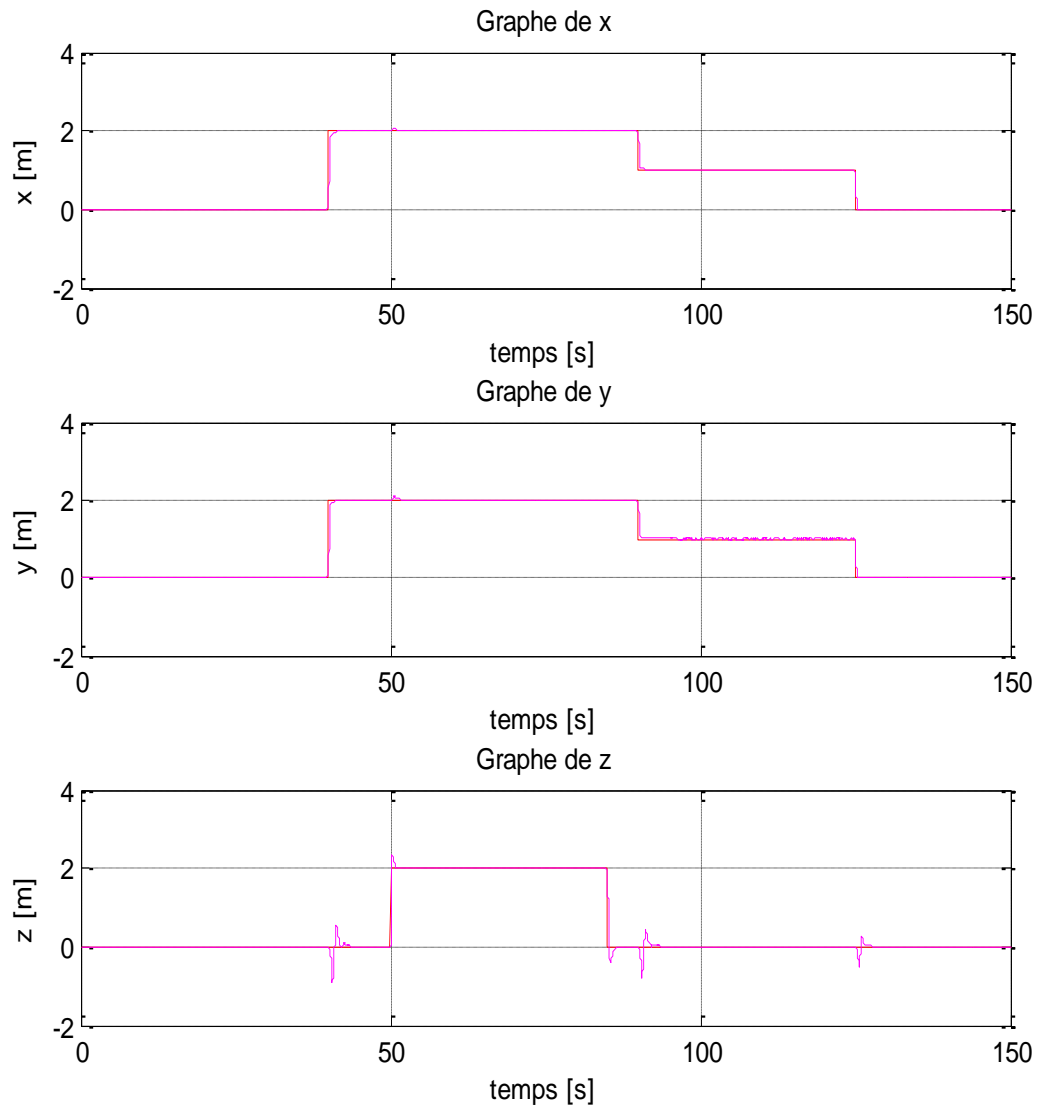


Figure 4.28 : Trajectoires de position selon (x, y et z) pour des références en échelon en utilisant PIDs

❖ **Cas de présence d'incertitudes du modèle et des perturbations**

Maintenant, on applique la commande PID dans le cas de présence d'incertitudes ou de variations paramétriques du modèle comme la variation de la masse (on prend $m=1\text{Kg}$). Nous prenons aussi en considération les termes de frottement aérodynamique. On voit le résultat dans les figures 4.29 et 4.30 ci-après.

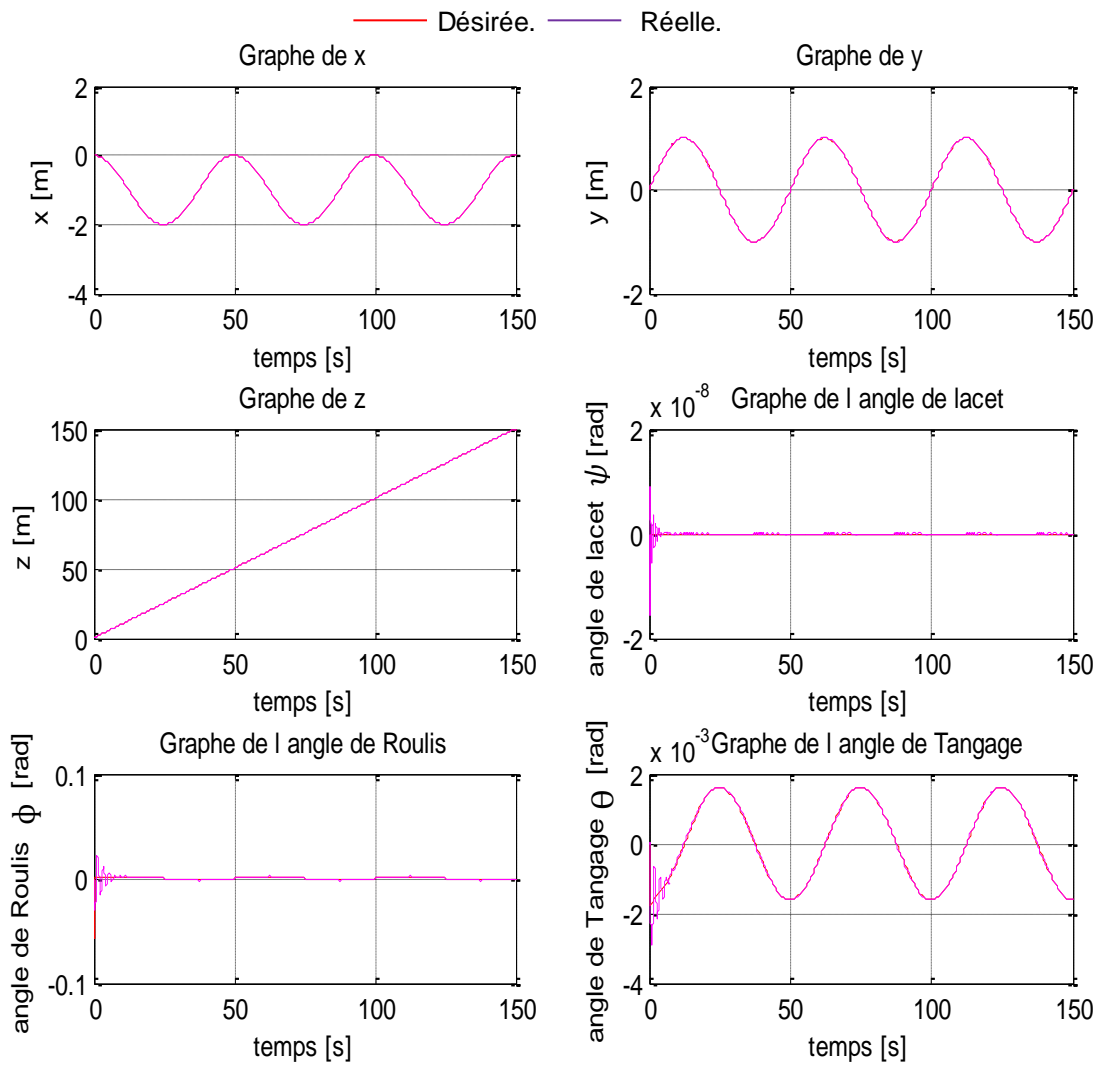


Figure 4.29 : Trajectoires de position selon (x, y et z) et d'attitude (ϕ, θ et ψ) dans le cas de présence de variations paramétriques en utilisant PID

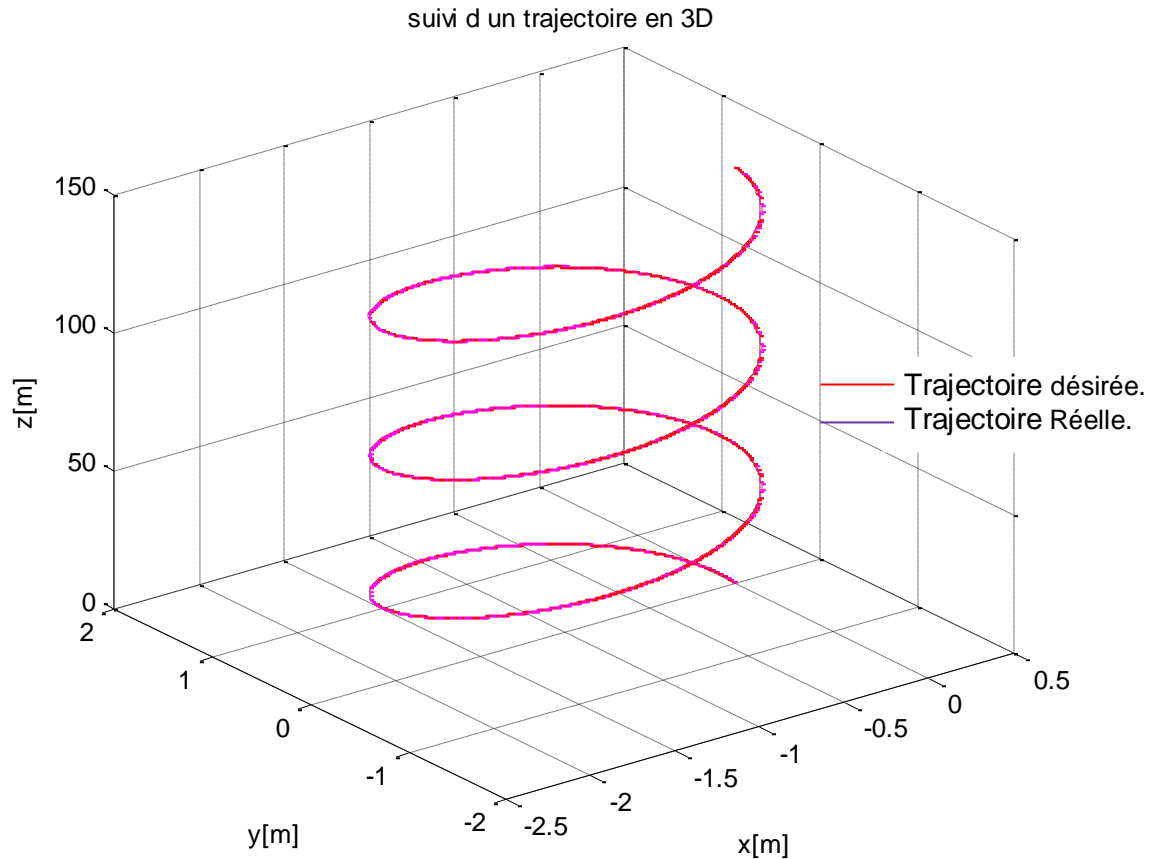


Figure 4.30 : Trajectoire global en 3D dans le cas de présence de variations paramétriques en utilisant PID

D'après les figures 4.29 et 4.30 nous remarquons que la commande PID reste performante malgré de la variation paramétrique du modèle.

4.4. Comparaison avec contrôleurs non linéaires

Nous allons donner maintenant quelques résultats utilisant des contrôleurs non linéaires (backstepping et mode glissant, backstepping et mode glissant flou), et nous faisons une comparaison avec nos contrôleurs linéaires (PID et LQR), appliquées sur un modèle complet non linéaire du véhicule arien.

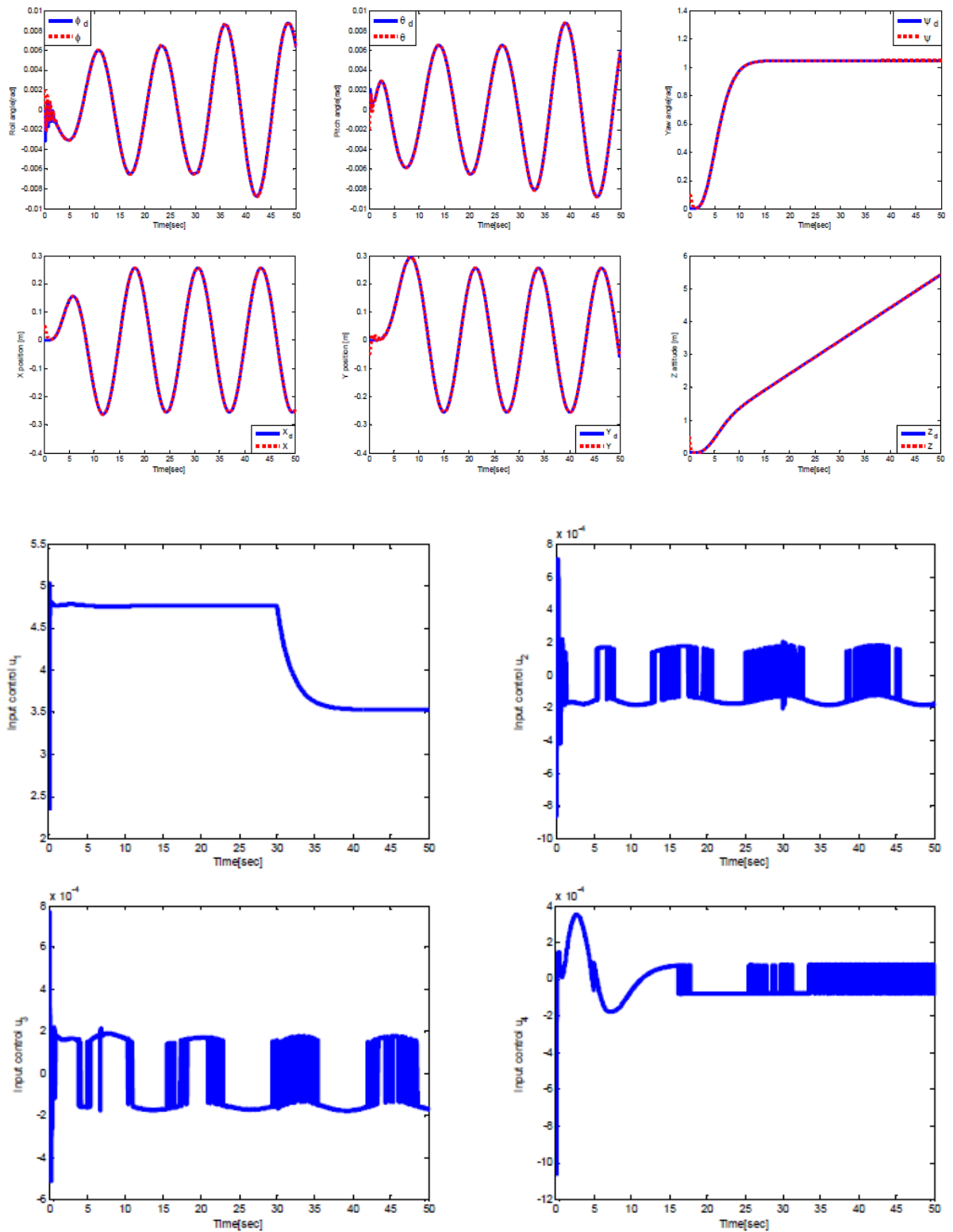


Figure 4.31 : résultats de la simulation des trajectoires $(x, y, z, \phi, \theta$ et $\psi)$ et les entrées de commandes u_1, u_2, u_3 et u_4 utilisant approche backstepping et mode glissant [55].

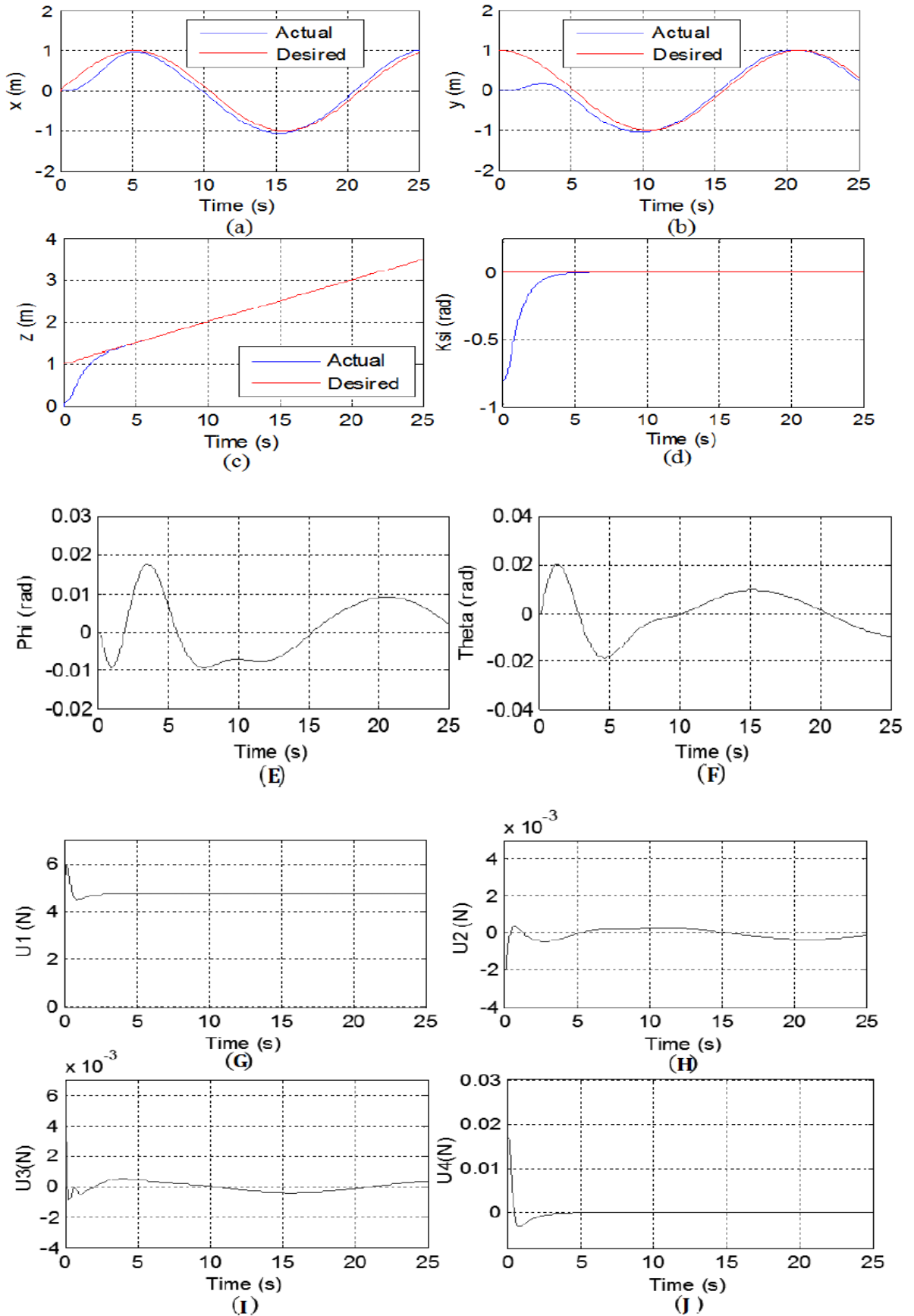


Figure 4.32 : résultats de la simulation des trajectoires (x, y, z, ϕ, θ et ψ) et les entrées de commandes u_1, u_2, u_3 et u_4 utilisant backstepping et mode glissant flou [54].

Nous voyons que les contrôleurs linéaires (LQR, PID) ont donné des résultats similaires de celles des contrôleurs non linéaires (backstepping-mode glissant, backstepping-mode glissant flou) avec une amélioration apparue dans le suivi de la trajectoire et la stabilisation des angles d'attitude, ainsi que la stabilisation des entrées de commandes.

Le tableau 4.1 ci-après donne quelques caractéristiques des différents contrôleurs du quadrirotor.

Contrôleur Caractéristique	PID	LQR	Backstepping	Mode glissant
Robuste	1	0	0	1
optimal	0	1	0	1
capacité de suivi	1	1	1	1
précision	1	1	1	1
la convergence rapide de réponse	1	1	1	1
simplicité	2	1	0	1
Réglage manuel	2	1	0	0
Chattering / perte d'énergie	0	0	0	2

0 : faible ou nulle ; 1 : moyenne → Bon ; 2 : haute

Tableau 4.1 : Caractéristiques des quelques algorithmes de contrôle de quadrirotor.

4.5. Conclusion

D'après les résultats obtenus, nous résumons les performances de nos contrôleurs linéaires (LQR, PID) comme suit :

✚ Pour la commande LQR :

- Bonne poursuite suivant l'axe d'altitude z ,
- Bonne poursuite suivant les axes des positions (x et y),
- Bonne poursuite de la trajectoire globale en 3D,
- moyennement stabilisation de lacet,
- Bonne stabilisation des angles d'inclinaison (ϕ et θ),

- Aucune différence significative lorsque en utilisant le modèle d'origine nonlinéaire et celui linéarisé.

✚ Pour la commande PID :

- Bonne poursuite suivant les axes des positions (x, y et z),
- Bonne poursuite de la trajectoire globale en 3D,
- Bonne stabilisation de lacet,
- Bonne stabilisation des angles d'inclinaison (ϕ et θ).

CONCLUSION

Ce mémoire a montré qu'une modélisation mathématique linéaire du système de quadrirotor peut donner des résultats satisfaisants lorsque nous utilisons des stratégies de contrôle linéaires, qui sont dans notre travail LQR et le PID de structure série dont leurs paramètres sont déterminées à l'aide de la règle SIMC, appliquées en utilisant un modèle complet du quadrirotor, ce modèle est d'origine fortement non linéaire.

La commande LQR « Linear Quadratic Regulator » est parmi les commandes linéaires (car ses matrices de contrôle sont déterminées à partir d'un modèle d'état linéarisé sous forme $\dot{X}=AX+BU$), elle est synthétisée par la linéarisation d'un modèle simplifié. La linéarisation est effectuée pour le point d'opération correspondant au vol stationnaire. Nous avons appliqué cette commande en utilisant un modèle linéarisé du quadrirotor, ensuite un modèle non linéaire. Les résultats sont comparés entre eux, et à partir de ces résultats, nous avons vu en générale qu'il n'y a pas une grande différence significative remarquable pour les sorties du système. En plus nous avons arrivé à des résultats acceptables, concernant la stabilisation et la poursuite de la trajectoire globale en 3D lors de l'application de cette méthode linéaire sur le modèle complet du quadrirotor. Cette commande est bien adaptée au vol quasi-stationnaire, pour lequel les angles d'inclinaison du véhicule sont faibles. Le choix des matrices de pondérations Q et R restera un problème difficile (pas de solution absolue), pour arriver à une meilleure solution optimale de la commande.

Nous avons utilisé aussi une autre technique de commande linéaire, qui est le contrôleur PID de structure série, celui-ci est synthétisé à partir d'un modèle linéaire. Nous avons appliqué ce contrôleur en utilisant un modèle linéaire, ensuite

un modèle complet du quadrirotor. Nous avons arrivé à des bons résultats de simulation.

Ces deux stratégies de contrôle ont été appliquées pour contrôler l'attitude et la position du véhicule arien au même temps c.à.d. elles assurent la stabilité du véhicule autour des trois axes et la poursuite d'une trajectoire globale au même temps.

Comme perspective, nous souhaiterons que ces techniques de commandes LQR ou PID soient implémentées sur un système réel dans un futur projet pour la comparaison avec notre résultats de simulation.

APPENDICE A**LISTE DES SYMBOLES ET DES ABREVIATIONS**

UAV : Unmanned Aerial Vehicle

VTOL : Vertical Take-Off and Landing

LQR : Linear Quadratic Regulator

PID : Proportional, Integral and Derivative

PD : Proportional Derivative

PI : Proportional Integral

DC : Direct current

OS4 : Omnidirectional Stationary Flying OUtstretched Robot

MAV : Micro Air Vehicle

ISTAR : Intelligence, Surveillance, Target Acquisition and Reconnaissance

SISO : Single Input Single Output

IAE : Integrated Absolute Error

ISE : Integrated Square Error

ITAE : Integrated Time multiplied Absolute Error

ITSE : Integrated Time Square Error

IMC : Internal Model Control

SIMC : Skogestad IMC

3D : 3 dimensions

APPENDICE B

TABLEAU DE PARAMETRES DU QUADRIROTOR

Les paramètres du modèle de quadrirotor de type PARROT utilisé dans notre simulation sont présentés dans le tableau suivant :

Paramètre	Description	Valeur	Unité
m	La masse totale du quadrirotor	0.638	Kg
g	La gravité	9.81	m/s^2
l	La demi envergure du quadrirotor	0.21	m
b	coefficient de portance	3.13×10^{-5}	$Kg.m/rad^2$
d	coefficient de traînée de rotation	3.2×10^{-6}	$Kg.m^2/rad^2$
I_x	Le moment d'inertie selon x	0.2839	$Kg.m^2$
I_y	Le moment d'inertie selon y	0.3066	$Kg.m^2$
I_z	Le moment d'inertie selon z	0.0439	$Kg.m^2$
I_r	Le moment du rotor	8.3×10^{-5}	$Kg.m^2$

Tableau 2 : La description et les paramètres du quadrirotor

REFERENCES

1. J. Gordon Leishman, Professor in Aerospace Engineering, University of Maryland, "A History of Helicopter Flight", extracts from the author's book "Principles of Helicopter Aerodynamics" © Cambridge University Press 2000.
2. A.Tayebi, S.Mcgilvray "Attitude stabilisation of a four rotor aerial robot", IEEE, conference on decision and control, p1216 - 1221 Vol.2, December 14-17, Atlantis Paradise Island, Bahamas, 2004.
3. Samir Bouabdallah and Roland Siegwart, "Full Control of a Quadrotor", Proceedings of the 2007 IEEE/RSJ International, Conference on Intelligent Robots and Systems, San Diego, CA, USA, Oct 29 - Nov 2, 2007.
4. www.aviastar.org, All the world's Rotorcraft.
5. H. Bouadi, M. Bouchoucha, and M. Tadjine, "Sliding Mode Control based on Backstepping Approach for an UAV Type-Quadrotor", International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial, Mechatronic and Manufacturing Engineering Vol 1, No 2, 2007.
6. C.A. Patel, "Building a Test Bed for mini Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle with protective Shroud", Master of science thesis, department of Mechanical Engineering, faculty of the Graduate School of Wichita State University, July 2006.
7. Samir Bouabdallah, "Design and control of quadrotors with application to autonomous flying", thèse de Doctorat, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, EPFL, 2007.
8. A. Dzul, P. Castillo and R. Lozano, "Real-time stabilization and tracking of a four-rotor mini rotorcraft", IEEE Transaction on Control, System Technology, Vol 12, No.4, July 2004.
9. P. Castillo, R. Lozano and A. Dzul. "Stabilization of a mini rotorcraft having four rotors", Proceedings of 2004 IEEE/RSJ International Conference on

- Intelligent Robots and Systems, September 28 -October 2, Sendai, Japan, 2004.
10. S. Bouabdallah, A. Noth and R. Siegwart, "PID vs LQ Control Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor", Autonomous Systems Laboratory Swiss Federal Institute of Technology Lausanne, Switzerland, 2004.
 11. S. Bouabdallah and R. Siegwart, "Backstepping and Sliding-mode Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor", IEEE International Conference on Robotics and Automation ICRA'05, p 2259-2264, 2005.
 12. I. Gonzalez, J. Escareno, S. Salazar and R. Lozano, "Real-Time Altitude Robust controller for a Quad-rotor aircraft using Sliding-mode control technique", International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS) May 28-31, Grand Hyatt Atlanta, Atlanta, GA, 2013.
 13. H J Kim and D Shim, "A Flight Control System for Aerial Robots: Algorithms and Experiments", Control Engineering Practice, 11, p 1389-1400, 2003.
 14. Tommaso Bresciani, "Modelling, Identification and Control of a Quadrotor Helicopter", Master Thesis, Department of Automatic Control, Lund University, October (2008).
 15. A. Mokhtari and A. Benallegue, "Dynamic Feedback Controller of Euler Angles and Wind parameters estimation for a Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle", Proceedings of the 2004 IEEE, International Conference on Robotics and Automation, New Orleans, LA, April 2004.
 16. Erdinç Altuğ, "Vision based control of unmanned aerial vehicles with applications to an autonomous four rotor helicopter, quadrotor", A dissertation in Mechanical Engineering and applied Mechanics, presented to the faculties of the University of Pennsylvania, in partial fulfilment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy, 2003.
 17. J. Dunfied, M. Tarbouchi, G. Labonte, "Neural Network Based control of a Four Rotor Helicopter", in Industrial Technology, 2004. IEEE ICIT '04. 2004 IEEE International Conference, p 1543-1548, Vol 3, December 8-10, 2004.
 18. H. Bouadi, S. Simoes Cunha, A. Drouin, and F. Mora-Camino, "Adaptive sliding mode control for quadrotor attitude stabilization and altitude tracking" , (CINTI), 2011 IEEE 12th International Symposium on Computational

- Intelligence and Informatics, Nov 2011, Budapest, Hungary, p 449 - 455, 2011.
19. S. Bouabdallah, P. Murrieri, and R. Siegwart, "Design and control of an indoor micro quadrotor", in Proc. (IEEE) International Conference on Robotics and Automation, (ICRA '04) on 2004, p 4393-4398, Vol 5, New Orleans, USA, 2004.
 20. T. Madani and A. Benallegue, "Backstepping Control for a Quadrotor Helicopter", Proceedings of the 2006 IEEE/RSJ, International Conference on Intelligent Robots and Systems, October 9-15, 2006, Beijing, China, 2006.
 21. A. Benallegue, A. Mokhtari, and L. Fridman, "Feedback linearization and high order sliding mode observer for a quadrotor UAV", proceedings of the 2006 International Workshop on Variable Structure Systems, Alghero, Italy, June 5-7, 2006.
 22. T. Madani and A. Benallegue, "Control of a Quadrotor Mini-Helicopter via Full State Backstepping Technique", Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision & Control, San Diego, CA, USA, December 13-15, 2006.
 23. L. Derafa, T. Madani, and A. Benallegue, "Dynamic Modelling and Experimental Identification of Four Rotors Helicopter Parameters", in IEEE International Conference on Industrial Technology, Mumbai, India, 2006.
 24. H. Meric, "Stabilization of a four rotors UAV", Master Thesis, National ICT Australia (NICTA), 2009.
 25. A. Tayebi and J. S. McGilvray, "Attitude Stabilization of a VTOL Quadrotor Aircraft," IEEE Transaction on Control Systems Technology, Vol 14, 2006.
 26. R. M. Murray, "Lecture 2 – LQR Control", Control and Dynamical Systems, California Institute of Technology, January 2006.
 27. Jorge Miguel Brito Domingues, "Quadrotor prototype", Master's Thesis, Instituto Superior Técnico, Universidade de Técnica de Lisboa, Portugal, October 2009.
 28. K. P. Groves, D. O. Sigthorsson, A. Serrani, S. Yurkovich, M. A. Bolender and D. B. Doman, "Reference Command Tracking for a Linearized Model of an Air-breathing Hypersonic Vehicle", Proceedings of the AIAA Guidance,

- Navigation, and Control Conference and Exhibit, San Francisco, California, August 15-18, 2005.
29. R. Alba-Flores and E. Barbieri, "Real-time Infinite Horizon Linear-Quadratic Tracking Controller for Vibration Quenching in Flexible Beams", Proceedings of the IEEE Conference on Systems, Man and Cybernetics, Taipei, Taiwan, October 8-11, 2006.
 30. D. Ross, E. Deguine and M. Camus, "Asservissement par PID", Mars 2010.
 31. <http://www.irccyn.ec-nantes.fr/hebergement/Robvolint/bilan.html>
Projet sur X4-Flyer du Laboratoire I3S UNSA-CNRS Sophia Antipolis.
 32. Mauricio Vladimir Peña G, Edilberto Carlos Vivas G and Carol Ivonn Rodríguez F, "Simulation Of The Quadrotor Controlled With Lqr With Integral Effect", ABCM Symposium Series in Mechatronics - Vol. 5, Section II – Control Systems, P390-399, Copyright by ABCM, 2012.
 33. A.L. Salih, M. Moghavvemi, Haider A. F. Mohamed and K. Sallom Gaeid "Flight PID controller design for a UAV quadrotor", Scientific Research and Essays Vol. 5(23), p 3660-3667, December 4, 2010, Available on line at <http://www.academicjournals.org/SRE> ISSN 1992-2248 ©2010 Academic Journals.
 34. C. BALAS, "Modelling and Linear Control of a Quadrotor", Master Thesis, School of Engineering, Cranfield University, September 2007.
 35. Natalia. Mendoza, "Modélisation d'un propulseur Drone", Rapport Stage, INSA Toulouse –Automatique Electronique, 2009.
 36. Profs. Ilan Kroo and Fritz Prinz, "The Mesicopter : A Meso-Scale Flight Vehicle - NIAC Phase II Technical Proposal", Stanford University.
 37. A. Palomino, S. Salazar-Cruz and R. Lozano, "Trajectory tracking for a four rotor mini-aircraft", Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and control, and the European Control Conference 2005, p 2505 – 2510, Seville, Spain, December 12-15, 2005.
 38. L. Lipera, M. Hossein Mansur, M. Rotkowitz, P. Patanguí, J. Colbourne and M. Tischler, "The micro craft iSTAR micro-air vehicle : Control system design and testing", Presented at the American Helicopter Society 57th Annual Forum, Washington DC, USA, May 9-11, 2001.

39. Y. Morel and A. Leonessa, "Direct adaptive tracking control of quadrotor aerial vehicles", Florida Conference on Recent Advances in Robotics, p 1-6, 2006.
40. A. Budiyo and S. S. Wibowo, "Optimal Tracking Controller Design for a Small Scale Helicopter", Journal of Bionic Engineering, Vol 4, No 4, p 271-280, 2007.
41. Robert Mahony and Tarek Hamel, "Robust trajectory tracking for a scale model autonomous helicopter", International Journal of Robust and Nonlinear Control, 14 :1035-1059, 2004.
42. F. Kendoul, I. Fantoni and R. Lozano, "Modeling and Control of a Small Autonomous Aircraft Having Two Tilting Rotors", IEEE Transactions On Robotics, Vol 22, No 6, December, 2006.
43. A. Drouot, M. Boutayeb and E. Richard, "Hierarchical backstepping-based control of a Gun Launched MAV in crosswinds : Theory and experiment", Control Engineering Practice 25 (2014), p 16-25, 2014.
44. T. Madani and A. Benallegue, "Sliding mode observer and backstepping control for a quadrotor unmanned aerial vehicles", In Proc, of American control conference, ACC'07, New York, USA, p 5887-5892, Jul 9-13, 2007.
45. A. Benallegue, V. Mister and N. K. M'Sirdi "Exact linearization and noninteracting control of a 4 rotors helicopter via dynamic feedback", IEEE International Workshop on Robot and Human Interactive Communication, p 586-593, 2001.
46. N. Guenard, T. Hamel and R. Mahony, "A Practical Visual Servo Control for an Unmanned Aerial Vehicle", IEEE Transactions on Robotics, Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2008, 24 (2), p 331-340. Submitted on 1 Jun 2010.
47. C. Coza, A. R. Serrano, C. Nicol and C. J. B. Macnab, "Adaptive Fuzzy Control for a Quadrotor Helicopter Robust to Wind Buffeting", Journal of Intelligent and Fuzzy Systems, vol. 22, no. 5,6, p. 267-283, 2011.
48. H. S. Shin, H. J. Kim and M. J. Thak, "Nonlinear Model Predictive Control for Multiple UAVs Formation using Passive Sensing", International Journal of Aeronautical and Space Science, Vol 12, No 1, p 16-23, 2011.
49. Sylvain Bertrand, "Commande de Drone Miniature à voilure tournante", Thèse de Doctorat de L'Université de nice sofia antipolis, 2007.

50. Arnaud Buirette, Alexandre Jumeline, Bénédicte Watier, Issa Fortin, Jérémie Sangaré, "Coriolis", Rapport de projet, Projet de fin d'études, École Centrale d'Électronique, 2009-2010.
51. S. Skogestad, "Simple analytic rules for model reduction and PID controller design", J.Proc.Control, Vol 13, p 291-309, 2003.
52. Jietae Lee, Wonhui Cho, and Thomas F. Edgar, "Simple Analytic PID Controller Tuning Rules Revisited", Industrial & Engineering Chemistry Research, 53, 5038–5047, 2014.
53. C. Grimholt and S. Skogestad, "The improved SIMC method for PI controller tuning", IFAC-conference PID'12, Brescia, Italy, March 2012.
54. S. Zeghlache, D. Saigaa, A. Harrag, K. Kara and A. Bouguerra, "Backstepping sliding mode controller improved with fuzzy logic: Application to the quadrotor helicopter", Archives of Control Sciences, Volume 22(LVIII), No 3, p 255–282, 2012.
55. Hicham Khebbache, B. Sait and F. Yacef, "Modeling and Stabilizing Control Laws Design Taking Into Account the Actuator Faults for an UAV Type-Quadrotor", Journal of Automation & Systems Engineering, p 84-95, 6-2 (2012).