

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

**MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

**UNIVERSITE SAAD DAHLEB DE BLIDA
Faculté des Sciences de l'Ingénieur
Département D'Aéronautique**



**Mémoire de fin d'études en vue de l'obtention
du diplôme d'ingénieur d'état en Aéronautique**

Option : Construction Aéronautique

THEME

**Simulation numérique de l'écoulement
visqueux autour de la configuration
DLR-F4 (aile/fuselage)**

Réalisé par :

Mr. Ksouri Ramzi

Mr. Zaidour Mustapha

Encadré par:

Mr. Tahi Ali

ANNEE UNIVERSITAIRE 2007-2008

هذا المشروع هو محاولة استعمال تقنية
طائرة كاملة من اجل قي
قدرات حاسوب مكتب لهذا النوع من الحسابات. استعمال هذا المشروع

RESUME

Ce projet est une initiation au calcul des avions complet et pour tester les performances d'un PC de bureau pour un calcul de CFD, en tenant compte de la viscosité.

SUMMERY

This project is an initiation on calculations of a complete aircraft and to test the performances of desktop PC for inviscid and viscous CFD calculations

Dédicace

Je dédie ce modeste travail

A mes très chers parents

Pour tout le mal qu'ils se sont donnés pour

m'encourager à aller toujours de l'avant pour la

réalisation de ce modeste projet et dont je leur fait

cadeau en témoignage de tous mon amour pour eux

A mes chers frère

A mes chères sœurs, ainsi que leurs époux

A tout les amis (es) de la promotion 2008 d'ingénieur

ZAIDOUR MUSTAPHA

Sommaire

Remerciements

Dédicaces

Liste des figures et tableaux

Nomenclatures

Résumé

Introduction générale

Chapitre I : Equations de base

I Introduction	02
I.1 Les équations de Navier-Stokes.....	02
I.2 Les équations d'Euler	06
I.3. Le concept de la couche limite	07
I.3.1.Définition	07
I.3.2.Epaisseur de la couche limite	07
I.3.2.1 Epaisseur cinétique	07
I.3.2.2 Epaisseur de déplacement (ou de refoulement) *	08
I.3.2.3 Epaisseur de quantité de mouvement (dynamique) **.....	08
I.3.3.Facteur de forme	09
I.4.Décollement de la couche limite	09
I.5.Contrôle de la couche limite.....	10
I.6. Nombre de Mach	10
I.7.Ecoulement d'un fluide autour d'un corps	11
I.7.1. Origine des forces	11
I.8. Modélisation de la turbulence	12
I.8.1 Modèle à deux équations K& ϵ	13
I.8.2 Spalart-Allmaras.....	13
I.8.3 Paramètres importants de la turbulence (analyse dimensionnelle).....	14

Chapitre II : La discrétisation et conditions aux limites

II.1 Les méthodes de discrétisation	15
II.1.1 Différences finies.....	15
II.1.2 Éléments finis	16
II.1.3 Volumes finis	16
II.2.La discrétisation spatiale	17
II.2.1. Le volume de contrôle	18
II.2.1.1. Quantités géométriques.....	18
II.2.1.2.Définition du volume de contrôle	29
II.3.Comparaison des 2 méthodes	20
II.4.La discrétisation temporelle	21
II.4.1.Linéarisation: Implicite-explicite.....	21
II.5.Conditions aux limites	21
II.5.1 Condition de paroi	22
II.5.1.2. Equations d'Euler	22
II.5.1.3.Fluide visqueux	23
II.5.2. Condition de symétrie	23
II.5.3. Farfield	24

Chapitre III : génération des maillages

III-1 Définition des géométries a maillée	26
III-2 Dimensions et aperçu de DLR-F4	27
III.3.Génération du maillage.....	29
III.4 ICEM-CFD.....	29
III.4.1 Le maillage Euler.....	30
III.4.1.1 Selon le type d'élément.....	32
III.4.1.2 Selon la famille.....	33
III.4.2 Maillage Navier-Stokes.....	34
III.4.2.1 Maillage non structuré mixte.....	35

Chapitre IV : présentation des résultats

IV.1 Convergence des calculs.....	38
IV.2 Calculs Euler.....	38
IV.3 Calculs Navier-Stokes.....	38
IV.4 description des paramètres du solveur.....	39
IV.5 Résultats.....	39

IV.5.1 La partie calcul par FLUENT 6.3.26.....	39
IV.5.2 Caractéristiques de la machine de calcul utilisée.....	39
IV.6 les résultats non visqueux sur DLR-F4.....	40
IV.6.1 Historique de convergence.....	40
IV.6.2 Résultats du schéma implicite.....	40
IV.6.3 Résultats du schéma explicite.....	42
IV.6.4 l'écoulement non visqueux autour de DLR-F4.....	44
IV.7 les résultats visqueux sur DLR-F4.....	49
IV.7.1 Résultats du schéma implicite.....	49
IV.7.2 Résultats du schéma explicite	51
IV.7.3 l'écoulement visqueux autour de DLR-F4.....	53
IV.8 Comparaison avec les résultats expérimentaux.....	57
IV.9 Représentation graphique des coefficients de pression.....	58
IV.10 Interprétation des résultats	60

Conclusion générale

Annexe I

Annexe II

Annexe III

Bibliographie

Liste des figures et tableaux

Figure I.1 : Développement d'une couche limite le long d'une paroi.....	07
Figure I.2: Epaisseur conventionnelle de la couche limite.....	08
Figure I.3: Le point de transition	09
Figure I.4: Décollement de la couche limite	10
Figure II.1: Numérotation des nœuds pour une grille structurée en 2D.....	18
Figure II.2 : Types de cellules possibles dans un maillage non structuré	19
Figure II.3 : Méthode cell-centred.	20
Figure II.4 : Méthode median-dual cell-vertex	21
Fig (III-1) BOEING 737.....	26
Fig (III-2): Dimensions du DLR-F4.....	27
Fig (III-3): Forme du DLR-F4 utilisée dans le calcul	28
Figure III.4 : Domaine de calcul en forme Cubique. Au plan de symétrie on peut voir l'avion.....	31
Fig III.5: détail de maillage sur la pointe de l'aile	32
Tab. III.1 : Nombre de cellules suivant le type pour le maillage Euler.....	32
Tab. III.2 Nombre de cellules suivant la famille pour le maillage Euler	33
Figure III.6 : Maillage surfacique finale sur l'avion et le plan de symétrie près de l'avion	33
Fig (III-7): Aperçu du maillage de DLR-F4	34
Tab. III.3 : Paramètres pour la génération du maillage prismatique	35
Tab. III.4 : Nombre de cellules suivant le type pour le maillage Navier-Stokes	36
Tableau (IV-1) performances de la machine de calcul utilisée	39
Fig (IV-1) Historique de résidus (DLR-F4)	40
Fig. (IV-2) Historique de coefficient de portance (DLR-F4)	41
Fig. (IV-3) Historique de coefficient de moment (DLR-F4)	41
Fig. (IV-4) Historique de coefficient de traînée (DLR-F4).....	42
Fig (IV-5) Historique des résidus (DLR-F4)	42
Fig. (IV-6) Historique du coefficient de portance (DLR-F4)	43
Fig. (IV-7) Historique du coefficient de traînée (DLR-F4)	43
Fig. (IV-8) Historique du coefficient de moment (DLR-F4)	44
Fig (IV-9) Répartition de la pression statique sur DLR F4 (partie supérieur).....	45
Fig (IV-10) Répartition de la pression statique sur DLR F4 (partie inférieur).....	46
Fig (IV-11) Répartition du nombre de mach sur DLR F4 (partie inférieur).....	47
Fig (IV-12) Répartition du nombre de mach sur DLR F4 (partie supérieur).....	48
Fig (IV-13) Historique de résidus (DLR-F4)	49

Fig. (IV-14) Historique de coefficient de traînée (DLR-F4)	49
Fig. (IV-15) Historique de coefficient de portance (DLR-F4)	50
Fig. (IV-16) Historique de coefficient de moment (DLR-F4)	50
Fig (IV-17) Historique des résidus (DLR-F4)	51
Fig. (IV-18) Historique du coefficient de traînée (DLR-F4)	51
Fig. (IV-19) Historique du coefficient de portance (DLR-F4)	52
Fig. (IV-20) Historique du coefficient de moment (DLR-F4)	52
Fig (IV-21) Répartition de la pression statique sur DLR F4 (partie supérieur).....	53
Fig (IV-22) Répartition de la pression statique sur DLR F4 (partie inférieur).....	54
Fig (IV-23) Répartition du nombre de mach sur DLR F4 (partie inférieur).....	55
Fig (IV-24) Répartition du nombre de mach sur DLR F4 (partie supérieur).....	56
Fig (IV-25) station de mesure de Cp pour DLR-F4	57
Fig. (IV-26) La station 23.8 % de demie envergure du DLR-F4.....	58
Fig. (IV-27) La station 40.9 % de demie envergure du DLR-F4.....	58
Fig. (IV-28) La station 63.6 % de demie envergure du DLR-F4.....	59

Bibliographie

- [1] J. Blazek, computational fluid dynamics: principles and Applications, Elsevier; 2001
- [2] P.CHASSAING Turbulence en mécanique des fluides
CEPADUES-EDITION Août 2000
- [3] Technique d'ingénieur : écoulement des fluides
- [4] Site web: WWW.ONERA.com
- [5] A.BONNET, J.LUNNEAU : Théories de la mécanique des Fluides. Cépadués édition techniques d'ingénieur (Génie énergétique). Edition 10-1998
- [6] D.Cauvin : Aérodynamique Mécanique du vol Institut Aéronautique, JEAN MERMOZ
- [7] T.Gmur, méthode des éléments finis en mécanique des Structures, PPUR, 2000
- [8] Manuel d'utilisation de FLUENT
Juillet 1998
- [9] AGARD ADVISORY REPORT NO 303
A Selection of Experimental Test Cases for the Validation of CFD Codes
(Recueil de cas d'essai expérimentaux pour la validation des Codes de l'aérodynamique numérique) Volume II

I INTRODUCTION :

Les équations de base de la mécanique des fluides [1] dérivent de lois de conservation de certaines grandeurs : la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Ces mêmes équations peuvent être exprimées sous différentes formes (intégrale ou différentielle, conservative ou non conservative) et nombreuses simplifications peuvent être effectuées.

I.1 Les équations de Navier-Stokes

Pour un volume de contrôle Ω quelconque mais fixe dans l'espace, de frontière $\partial\Omega$, la conservation de la masse se traduit par l'équation suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \, dV + \int_{\partial\Omega} \rho (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) \, dS = 0 \quad (\text{I.1})$$

Où \mathbf{n} désigne la normale extérieure à la frontière. Cette équation dit simplement que l'augmentation de masse dans le volume Ω est due exclusivement à la masse qui traverse la frontière $\partial\Omega$, en supposant qu'aucune source ne soit présente à l'intérieur du volume de contrôle.

La conservation de la quantité de mouvement $\bar{\mathbf{v}} \, dV$ est assurée si l'équation suivante est respectée :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \bar{\mathbf{v}} \, dV + \int_{\partial\Omega} \bar{\mathbf{v}} (\bar{\mathbf{v}} \times \mathbf{n}) \, dS = \int_{\Omega} \bar{\mathbf{f}}_e \, dV - \int_{\partial\Omega} p \mathbf{n} \, dS + \int_{\partial\Omega} (\bar{\boldsymbol{\tau}} \times \mathbf{n}) \, dS \quad (\text{I.2})$$

Les deux termes de la partie gauche de l'équation représentent, respectivement, le taux d'accroissement de la quantité de mouvement et la quantité de mouvement advectée par le fluide dans le volume de contrôle.

Le premier terme du membre de droite dénote une source volumique de quantité de mouvement qui dérive de l'action de forces volumiques (la gravité par exemple).

Les deux derniers termes dénotent les sources surfaciques. Respectivement la pression et le tenseur des contraintes.

Le tenseur des tensions visqueuses $\bar{\boldsymbol{\tau}}$ dépend du comportement du fluide.

Si l'on considère un fluide newtonien (le cisaillement est proportionnel au gradient de vitesse) comme par exemple l'eau ou l'air on trouve les expressions suivantes pour les composantes du tenseur :

$$\begin{aligned}
 \tau_{xx} &= 2\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{3} \operatorname{div} \vec{v} \right) \\
 \tau_{yy} &= 2\mu \left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{1}{3} \operatorname{div} \vec{v} \right) \\
 \tau_{zz} &= 2\mu \left(\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{1}{3} \operatorname{div} \vec{v} \right) \\
 \tau_{xy} &= \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\
 \tau_{xz} &= \tau_{zx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\
 \tau_{yz} &= \tau_{zy} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)
 \end{aligned} \tag{I.3}$$

Où μ est la viscosité dynamique.

L'équation de conservation de l'énergie suit la première loi de la thermodynamique. Cette loi dite simplement que tout changement temporel de l'énergie totale d'un volume de contrôle Ω est provoquée par le travail des forces agissantes sur le volume et par le transfert de chaleur vers le volume.

Si l'on note $E = e + \frac{|\vec{V}|^2}{2}$ l'énergie totale d'un fluide (e étant l'énergie interne),

la conservation de l'énergie est exprimée sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} E \, d\Omega + \int_{\partial\Omega} E (\vec{v} \cdot \vec{n}) \, dS &= \int_{\partial\Omega} k (\nabla T \cdot \vec{n}) \, dS + \\
 + \int_{\Omega} (\vec{f}_e \cdot \vec{v} + \dot{q}_h) \, d\Omega - \int_{\partial\Omega} p (\vec{v} \cdot \vec{n}) \, dS + \int_{\partial\Omega} (\vec{m} \cdot \vec{n}) \, dS
 \end{aligned} \tag{I.4}$$

Dans ce cas la quantité conservée est l'énergie totale par unité de volume E . Le premier terme à gauche dénote sa variation temporelle dans le volume Ω , tandis que le deuxième représente l'énergie totale due à la masse traversant la frontière dS . Le premier terme de droite indique la contribution par effet de conduction thermique à travers la frontière (k étant le coefficient de conduction thermique).

Le deuxième terme de droite indique le travail effectué par les forces volumiques et le flux de chaleur \dot{q}_h dû aux radiations ou à des réactions chimiques. Les deux derniers termes dénotent les contributions de la pression et du tenseur de contraintes.

Parfois l'équation de conservation de l'énergie est écrite en utilisant l'enthalpie totale

$$H = h + \frac{|\vec{v}|^2}{2} = E + \frac{p}{\rho} \quad (\text{I.5})$$

Le système complet des équations de Navier Stokes peut être écrit sous la forme compacte suivante

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \bar{W} dV + \int_{\partial} (\bar{F}_c - \bar{F}_v) dS = \int \bar{Q} dV \quad (\text{I.6})$$

\bar{W} Dénote le vecteur des variables conservatives, \bar{F}_c le vecteur des flux convectifs, \bar{F}_v le vecteur des flux visqueux et \bar{Q} le vecteur des termes sources. Les formes de ces vecteurs sont présentées dans **L'ANNEXE I**.

A partir de la formulation intégrale des équations de Navier-Stokes on peut obtenir la forme différentielle en appliquant le théorème de Gauss au deuxième terme :

$$\int_{\partial} (\bar{F}_c - \bar{F}_v) dS = \int \vec{N} \times (\overline{\overline{F}_c} - \overline{\overline{F}_v}) dV \quad (\text{I.7})$$

Où $\overline{\overline{F}_c}$ et $\overline{\overline{F}_v}$ représentent les tenseurs des flux convectifs et visqueux. On peut donc écrire, pour un volume arbitraire :

$$\frac{\partial \bar{W}}{\partial t} + \vec{v} \times (\overline{\overline{F}_c} - \overline{\overline{F}_v}) = \bar{Q} \quad (\text{I.8})$$

Les équations de Navier-Stokes sont un système de cinq équations pour les cinq variables conservatives ρ , u , v , w , E mais les inconnues physiques sont sept: ρ , u , v , w , E , p et T . On doit donc fournir deux équations supplémentaires qui représentent le comportement thermodynamique du fluide.

Le cadre de ce projet on est confronté à un fluide (newtonien) parfait. Avec cette hypothèse on peut écrire l'équation d'état bien connue

$$p = \rho R T \quad (\text{I.9})$$

Où R dénote la constante spécifique du gaz.

La relation ci-dessus, combinée avec les suivantes, permet de trouver une expression pour la pression.

$$\begin{aligned} R &= C_p - C_v \\ h &= C_p T \\ h + \frac{|\vec{V}|^2}{2} &= E + \frac{p}{\rho} \\ &= \frac{C_p}{C_v} \end{aligned} \quad (\text{I.10})$$

Et donc la pression devient :

$$p = \left(\frac{C_p}{C_v} - 1 \right) \left(E - \frac{\rho}{2} |\vec{V}|^2 \right) \quad (\text{I.11})$$

La température peut être ensuite calculée avec la relation d'état.

Pour un gaz parfait le coefficient de viscosité dynamique μ est seulement fonction de la température (et très peu dépendent de la pression). Souvent on utilise la formule de Sutherland. Pour l'air, en unités SI, c'est la suivante :

$$\mu = \frac{1.45 T^{3/2}}{T + 110} \cdot 10^{-6} \quad (\text{I.12})$$

Dans le cas des gaz la dépendance du coefficient de conductivité thermique k de la température est analogue à celle de μ . On utilise donc la formule suivante pour k :

$$k = C_p \frac{\mu}{Pr} \quad (\text{I.13})$$

Le nombre de Prandtl Pr est généralement considéré constant pour tout le domaine calcul (pour l'air $Pr = 0.72$).

Dans le cas d'un liquide k est constant.

Les équations de Navier-Stokes sont du type parabolique/hyperbolique dans le cas instationnaire et parabolique/elliptique dans le cas stationnaire.

I.2 Les équations d'Euler

Une simplification classique aux équations de Navier-Stokes est de considérer que les effets de la viscosité sont négligeables. Ceci revient à éliminer les termes k et μ , de l'équation de quantité de mouvement et de l'équation d'énergie. Sous forme conservative on va donc éliminer le vecteur des flux visqueux \vec{F}_v :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \bar{W} d\Omega + \int_{\partial\Omega} \bar{F}_c dS = \int_{\Omega} \bar{Q} d\Omega \quad (\text{I.14})$$

Cette simplification est raisonnable en particulier pour des écoulements à haut nombre de Reynolds, où la couche limite est très fine par rapport aux dimensions caractéristiques de l'écoulement.

De plus cette formulation conservative permet de calculer d'importants phénomènes physiques tels que chocs, expansions et vortex.

Le caractère de ce système d'équations est hyperbolique, tandis que le problème stationnaire associé est elliptique dans le cas subsonique, hyperbolique dans le cas supersonique et mixte dans le cas transsonique.

I.3. Le concept de la couche limite :

I.3.1.Définition :

C'est la couche d'air au contact direct d'un corps en déplacement dans l'air, la couche limite peut être considérée comme une zone dans laquelle l'écoulement du fluide est perturbé par la présence d'une paroi. Cette perturbation joue sur d'efférentes grandeurs liées à l'écoulement, Sa vitesse, son débit, sa quantité de mouvement, son énergie cinétique, son enthalpie, etc. [2]

La couche limite peut avoir un type d'écoulement soit laminaire (à un petit nombre de Reynolds), (voir Figure I.1) soit turbulent (à un nombre de Reynolds plus élevé).

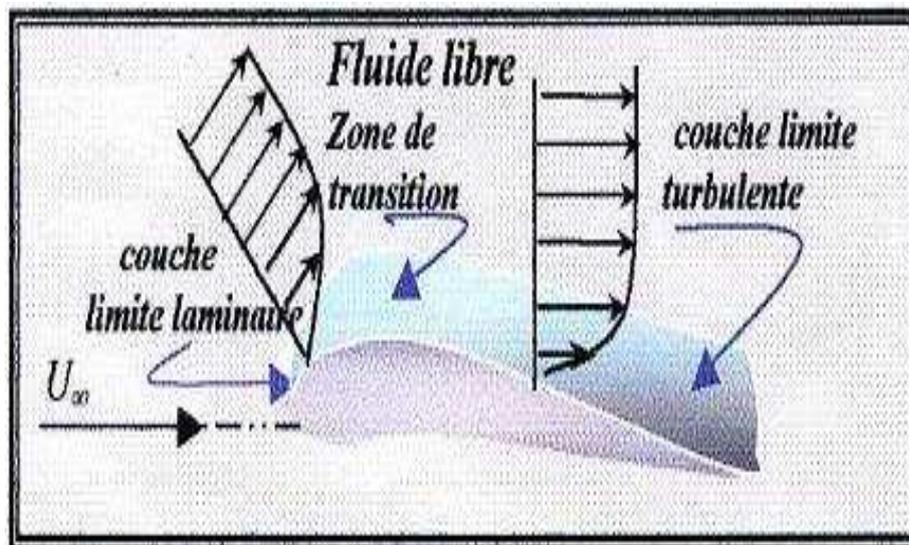


Figure I.1 : Développement d'une couche limite le long d'une paroi

I.3.2.Epaisseur de la couche limite :

On utilise fréquemment trois définitions d'épaisseur de la couche limite

I.3.2.1Epaisseur cinétique :

L'épaisseur cinétique de la couche limite définie conventionnellement à partir du rapport entre la vitesse du fluide U , et sa vitesse U loin de la paroi dans la même section normale à la paroi (voir Figure I.2), ce rapport est pris généralement égal à 0.99 [3]

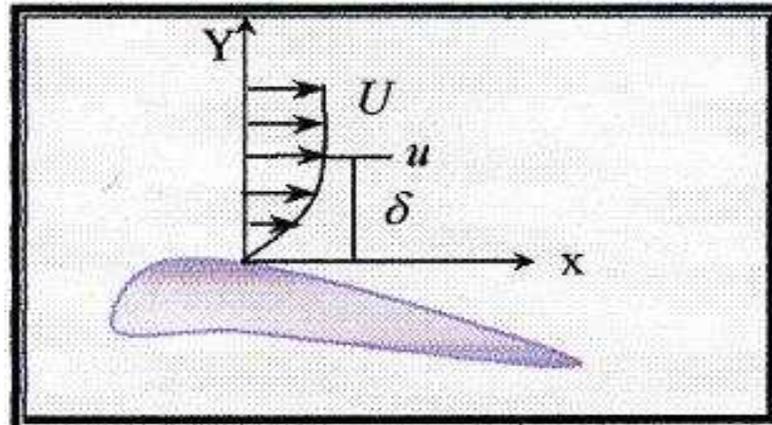


Figure I.2: Epaisseur conventionnelle de la couche limite

$$U = 0.99u \quad (\text{I.15})$$

I.3.2.2 Epaisseur de déplacement (ou de refoulement) * :

L'épaisseur de déplacement * est l'épaisseur au voisinage de la paroi, qui ne devrait pas contenir d'écoulement si la vitesse du fluide était constante, et égal à l'écoulement potentiel V pour avoir le même débit.

$$\int_0^* u dy = U(\delta^*) \quad (\text{I.16})$$

Comme : $u = \int_0^u dy$ avec U : le débit volumique par unité de longueur

$$\text{On a :} \quad \delta^* = \int_0^* \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy \quad (\text{I.17})$$

I.3.2.3 Epaisseur de quantité de mouvement (dynamique) ** :

Caractérise la perte de la quantité de mouvement nécessaire pour surmonter les forces de frottement à l'intérieure de la couche limite.

$$\delta^{**} = \int_0^* \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy \quad (\text{I.18})$$

I.3.3. Facteur de forme :

Ce paramètre est très utilisé dans le calcul de la couche limite. Il est donné par

$$H = \frac{*}{**} \quad (\text{I.19})$$

I.4. Décollement de la couche limite :

Lors de l'écoulement d'un fluide visqueux autour d'un corps, le décollement apparaît quand il y a une augmentation du gradient de pression [3]

Lors d'une augmentation du gradient de pression positif, les particules fluides sont retardées. Elles perdent leur énergie cinétique à cause du frottement contre la paroi du corps, elles ne peuvent pas surmonter les effets d'un gradient de pression élevé.

Le décollement se produit en un point D (voir Figure I.3, I.4), appelé point de décollement ou le gradient de vitesse est nul, ainsi que la force de frottement

$$= \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_y = 0 \quad (\text{I.20})$$

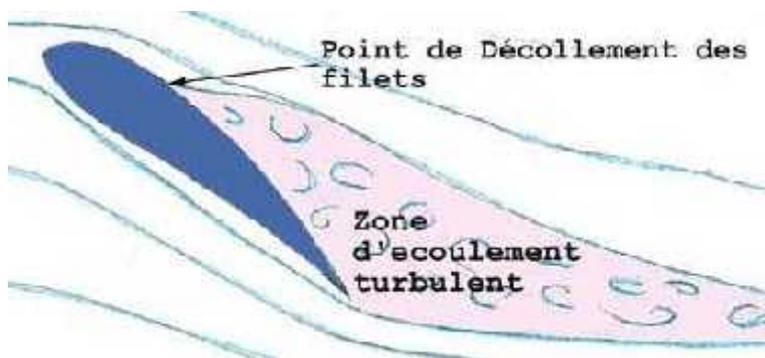


Figure I.3: Le point de transition [4]

Remarque :

- La couche limite turbulente se détache moins facilement et moins brusquement que la couche laminaire.
- Le point de décollement est caractérisé par une rapide diminution du coefficient de frottement local C_f .

Ou :

$$C_f = \frac{1}{2} u^2 \quad (\text{I.21})$$

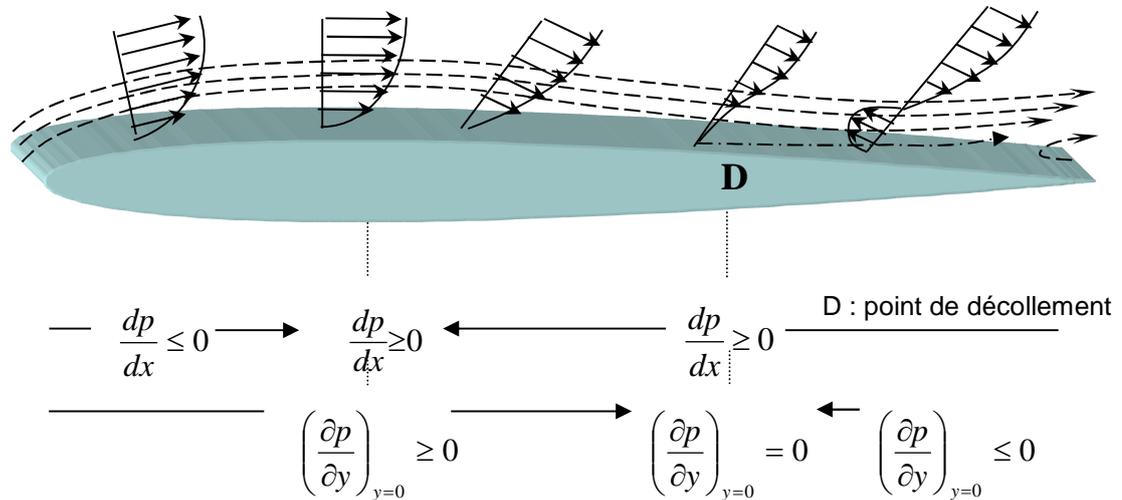


Figure I.4: Décollement de la couche limite

I.5. Contrôle de la couche limite:

Depuis des années, de grands efforts ont été dépensés pour augmenter la portance d'un profil, en agissant sur la couche limite. Si on détruit cette dernière en un point, elle se reforme naturellement en aval, mais le décollement est retardé.

Il y a deux méthodes aérodynamiques qui permettent de contrôler le développement de la couche limite; par soufflage, ou par aspiration

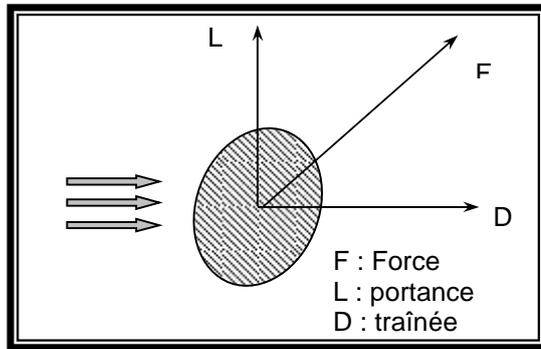
I.6. Nombre de Mach :

Mach, nombre de, grandeur utilisée en aérodynamique et en mécanique des fluides, qui représente le rapport de la vitesse d'un mobile, généralement un avion, à celle du son dans un fluide (gaz ou liquide). Le nombre de Mach, qui est un nombre sans unité, tire son nom du physicien autrichien Ernst Mach. Les vitesses inférieures à Mach 1 sont donc inférieures à celle du son et sont dites subsoniques, les vitesses proches de celle du son (de Mach 0,7 à Mach 1,2) sont appelées transsoniques, et les vitesses au-dessus de Mach 1 sont supérieures à celle du son et nommées supersoniques. Un avion volant à Mach 2, par exemple, se déplace deux fois plus vite que le son.

I.7. Écoulement d'un fluide autour d'un corps :

I.7.1. Origine des forces :

Le système des forces appliquées sur l'obstacle peut se réduire à une force F et un couple C



F : se décompose en une composante parallèle à la vitesse d'écoulement ; c'est la D résistance ou traînée et une composante perpendiculaire à la vitesse d'écoulement ; c'est la portance P .

La traînée et la portance peuvent s'exprimer sous la forme :

$$D = \frac{1}{2} C_d S V_\infty^2 \quad (\text{I.22})$$

$$L = \frac{1}{2} C_l S V_\infty^2 \quad (\text{I.23})$$

Avec :

- S est la surface de référence
- C_d est le coefficient de traînée.
- C_l est le coefficient de portance.

De même, le moment résultant peut s'écrire :

$$M = \frac{1}{2} C_m S V_\infty^2 l \quad (\text{I.24})$$

Les coefficients C_d , C_l , C_m sont fonctions de :

- Pour les fluides incompressibles :

- La forme géométrique du corps,

- La rugosité des parois,
- La viscosité du fluide.

- Pour les fluides compressibles :

- Nombre de mach
- Nombre de Prandtl
- Rapport des chaleurs massique

I.8. Modélisation de la turbulence [5,6]:

Les écoulements turbulents sont caractérisés par les champs de fluctuation de vitesse. Ces fluctuations mélangent des quantités transportées tel que l'énergie, la concentration d'espèce, ... Ces fluctuations peuvent être de petite échelle et de haute fréquence, elles sont d'un point de vue informatique trop chères pour être simulées directement dans des calculs pratiques.

En alternative les équations régissant (exactes) instantanées peuvent être remplacées par des équations à variables moyennes temporelles ou déconsidérer les structures à petites échelles, afin d'obtenir un ensemble d'équations modifiées qui sont moins fastidieuses à résoudre. Cependant, les équations modifiées contiennent des variables inconnues additionnelles, et des modèles de turbulence sont nécessaires pour déterminer ces variables en terme de quantités connues.

FLUENT fournit les choix suivants des modèles de turbulence :

- Modèle de Spalart-Allmaras
- Modèles K- ϵ :
 - Modèle K- ϵ standard
 - Modèle K- ϵ renormalisation – group (RNG)
 - Modèle K- ϵ réalisable
- Modèles K- ω :
 - Modèles K- ω standard
 - Modèles K- ω shear-stress transport (SST)
- Modèle Reynolds stress (RSM).
- Modèle Large Eddy simulation (LES).

I.8.1 Modèle à deux équations $K-v$ [5]:

Les équations de Navier Stokes permettent théoriquement de simuler directement la turbulence, mais une telle approche reste au stade de recherche. En effet, il faudrait mettre en place un maillage tellement fin que la capacité des plus gros calculateurs serait dépassée.

L'effet de la turbulence est donc pris en compte par l'intermédiaire d'un modèle de turbulence $K - v$? Les équations à résoudre sont :

1-L'équation de l'énergie cinétique turbulente s'écrit :

$$\frac{\partial K}{\partial t} + V_j \frac{\partial K}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{v_t}{K} \times \frac{\partial K}{\partial x_j} \right) + v_t \frac{\partial V_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right) + v_t \frac{\partial^2 K}{\partial x_i \partial x_j} \quad (\text{I.25})$$

2-L'équation du taux de dissipation de l'énergie cinétique de turbulence s'écrit :

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + V_j \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{v_t}{K} \times \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right) + C_1 \frac{v_t}{K} \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial V_i}{\partial x_j} - C_2 \frac{\epsilon^2}{K} \quad (\text{I.26})$$

$$v_t = C_\mu \times \left(K^{2/3} \right) \quad (\text{I.27})$$

I.8.2 Spalart-Allmaras:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\epsilon \cdot v_j) = & C_b (1-f_{t2}) \tilde{S} \epsilon + \frac{1}{\dagger} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\epsilon_L + \epsilon) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + C_{b2} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right\} \\ & - \left[C_w f_w - \frac{C_{b1}}{d^2} f_{t2} \right] \left(\frac{\epsilon}{d} \right)^2 + f_{t1} \|\Delta v\|_2^2 \end{aligned} \quad (\text{I.28})$$

Ce modèle dérive de l'analyse dimensionnelle et il est calibré empiriquement. Il utilise une équation de transport pour la variable de viscosité turbulente ν .

I.8.3 Paramètres importants de la turbulence (analyse dimensionnelle) :

$$\bar{U} = f(\sim, \dots, y, \tau_w)$$

$$\frac{\bar{U}}{U^*} = f(y^+)$$

Ou : $U^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\dots}}$ (vitesse de frottement)

Et : $y^+ = \frac{\dots U^* y}{M}$ (nombre de Reynolds)

Expérimentalement :

Région linéaire :

$$\frac{\bar{U}}{U^*} = y^+ \quad 0 < y^+ < 10$$

Région logarithmique :

$$\frac{\bar{U}}{U^*} = \frac{1}{k} \log y^+ + B$$

$$K=0,41 \quad , \quad B=5 \quad 50 < y^+ < 500$$

Ces deux lois sont valables pour n'importe quel type de paroi (comportement universel constaté expérimentalement).

II.1 Les méthodes de discrétisation: [7]

Après avoir dérivé les équations de la dynamique des fluides il faut les résoudre. La résolution analytique est possible pour des cas très simples. Dans la plus grande partie des écoulements d'intérêt industriel il faut discrétiser le domaine de calcul et résoudre numériquement les équations pour chaque sous-domaine.

Il existe trois méthodes principales pour discrétiser les équations d'état : les différences finies, les éléments finis et les volumes finis.

II.1.1 Différences finies:

Pour cette méthode on utilise la forme différentielle des équations de comportement du fluide. En concret on discrétise les dérivées à l'aide des séries de Taylor :

$$U(x_0 + x) = U(x_0) + x \frac{\partial U}{\partial x}(x_0) + \frac{x^2}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}(x_0) + L \quad (\text{II.1})$$

Une approximation (du premier ordre) pour la dérivée de U est alors :

$$\frac{\partial U}{\partial x}(x_0) = \frac{U(x_0 + x) - U(x_0)}{x} + O(x) \quad (\text{II.2})$$

Des discrétisations plus précises peuvent être trouvées en considérant plusieurs termes de la série de Taylor. L'équation (II.2) utilise les points x_0 et $x_0 + \Delta x$ pour approximer la dérivée en x_0 .

On peut aussi utiliser le point $x_0 - \Delta x$ pour avoir une discrétisation différente.

Les avantages de cette méthode résident dans sa simplicité et dans la facilité d'obtenir des approximations d'ordre élevé. Il faut par contre avoir un maillage structuré (ce qui est très difficile pour des géométries complexes).

Les différences finies sont utilisées dans la recherche (simulation numérique directe par exemple) mais sont peu ou pas utilisées dans l'industrie.

II.1.2 Éléments finis:

La méthode des éléments finis a été inventé pour résoudre des problèmes de structures et a ensuite été étendue aux fluides, particulièrement dans le cas incompressible.

La méthode nécessite un maillage non structuré. Sur chaque élément on place un ou plusieurs nœuds, suivant le type d'élément et la précision requise, où la solution doit être trouvée. Il faut aussi définir des fonctions de forme (souvent linéaires) qui représentent la variation de la solution à l'intérieur de l'élément et qui prend la valeur zéro à l'extérieur. Les équations doivent être transformées de la forme différentielle à une formulation intégrale dite faible ou des résidus pondérés. Une équation de conservation de la forme

$$\bar{D}(\bar{u}) = \vec{f} \quad (\text{II.3})$$

Deviens, en forme faible :

$$\int \tau \left[\bar{D}(\bar{u}) - \vec{f} \right] = 0 \quad (\text{II.4})$$

Pour toute fonction τ convenablement choisie. Cette forme faible permet de trouver des solutions discontinues (chocs).

II.1.3 Volumes finis:

La méthode des volumes finis utilise les équations conservatives (I.6) ou (I.14) On peut l'implémenter sur des grilles structurées ou non-structurées. Les intégrales de surface de l'équation (I.6) sont approchées par la somme des flux traversant les frontières du volume de contrôle. La précision du schéma va donc dépendre de la façon dont les flux sont calculés.

Les volumes finis présentent plusieurs avantages :

- La discrétisation spatiale à lieu directement dans l'espace physique
- La possibilité d'utiliser des maillages non-structurés facilite le traitement des problèmes géométriquement complexes.
- La formulation conservative utilisée force le schéma à être conservatif
- La formulation intégrale permet d'obtenir des solutions faibles qui peuvent être discontinues.

II.2. La discrétisation spatiale:

Dans le premier chapitre on a obtenu les équations de Navier-Stokes et d'Euler; ces équations peuvent être résolues analytiquement seulement pour des configurations très simples. Pour des géométries plus complexes, on doit utiliser des méthodes différentes, qui permettent d'obtenir une solution approchée du problème.

Différentes méthodes existent, et presque toutes nécessitent une division du volume de calcul en sous-domaines (cellules) qui forment une grille et doivent satisfaire des règles bien précises :

- le volume de calcul est complètement recouvert par la grille
- il n'y a pas d'espace vide entre les cellules
- les cellules ne se superposent pas entre elles

La décomposition du domaine peut être effectuée de deux façons différentes : dans le cas structuré les cellules sont des quadrilatères en (**2D**) ou des hexaèdres (en **3D**) et les nœuds sont identifiés par une paire (un triplet en **3D**) de nombres qui en dénotent la position dans la grille.

Dans le cas non structuré les cellules peuvent être des triangles ou des quadrilatères en **2D**. En **3D** on utilise souvent des tétraèdres, mais on peut aussi utiliser des hexaèdres, des prismes ou des pyramides (**fig. II.2**). Dans le cas non structuré les cellules ne sont pas numérotées selon leur position spatiale, mais pour chaque cellule on donne la position des nœuds.

Bien que une grille non-structurée nécessite davantage d'espace mémoire et que les algorithmes de résolution soient plus compliqués à mettre en place par rapport à une grille structurée, cette variante est la plus couramment utilisée par les logiciels commerciaux actuels.

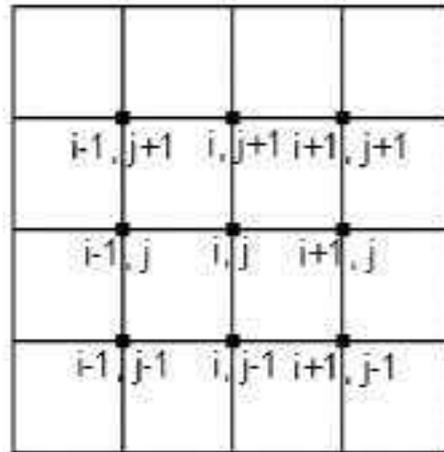


Figure II.1 : Numérotation des nœuds pour une grille structurée en 2D

II.2.1. Le volume de contrôle:

II.2.1.1. Quantités géométriques:

Pour chaque cellule du maillage il faut évaluer son volume, ainsi que la normale et la surface de chaque face de la frontière.

En **2D** l'aire d'un élément triangulaire est calculée selon la formule suivante (formule de Gauss):

$$= \frac{1}{2} \left[(x_1 - x_2)(y_1 + y_2) + (x_2 - x_3)(y_2 + y_3) + (x_3 - x_1)(y_3 + y_1) \right] \quad \text{(II.5)}$$

Les nœuds doivent être numérotés en sens contraire aux aiguilles d'une montre. Pour un élément quadrangulaire la formule est la suivante :

$$= \frac{1}{2} \left[(x_1 - x_3)(y_2 - y_4) + (x_4 - x_2)(y_1 - y_3) \right] \quad \text{(II.6)}$$

Il faut noter que des polygones plus compliqués peuvent toujours être décomposés en triangles et/ou quadrilatères.

Le vecteur normal extérieur est évalué comme suit (par exemple pour l'arrêt 1-2) :

$$\vec{n}_{12} = \begin{bmatrix} y_2 - y_1 \\ x_1 - x_2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.7})$$

Un vecteur unité il faut ensuite diviser \vec{n} par sa norme

$$|\vec{n}| = \sqrt{n_x^2 + n_y^2} \quad (\text{II.8})$$

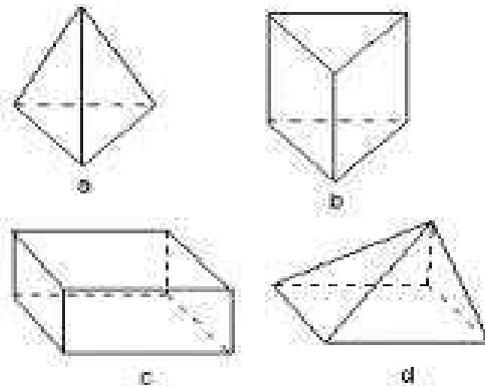


Figure II.2 : Types de cellules possibles dans un maillage non structuré : a) tétraédrique ; b) prismatique ; c) hexaédrique ; d) pyramidale.

II.2.1.2. Définition du volume de contrôle:

Après avoir effectué le maillage il faut décider comment définir les volumes de contrôle et les endroits où les variables physiques sont définies. Deux approches différentes existent ; le plus immédiat est celui appelé cell-centred en anglais. Dans ce cas le volume de contrôle est identique à la cellule du maillage et les variables sont associées au centre de la cellule (**fig. II.3**).

Une autre approche, appelée median-dual cell-vertex, va associer les variables aux nœuds du maillage. Le volume de contrôle est dans ce cas le polygone qui a comme sommets les centres des cellules et les centres des arrêts qui "touchent" le nœud considéré (**voir fig. II.4**).

II.3.Comparaison des deux méthodes:

Le schéma cell-centred va créer de deux à six fois plus de volumes de contrôle par rapport à la méthode median-dual, mais pour chaque élément on aura moins de flux. C'est donc difficile de dire quel schéma est le plus précis. Le schéma median-dual rencontre des problèmes de précision si le maillage est triangulaire ou tétraédrique avec des angles très aigus.

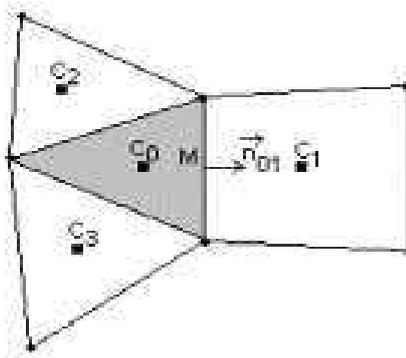


Figure II.3 : Méthode cell-centred. En gris le volume de contrôle. Les variables sont associées au point C_0

Le schéma cell-centred nécessite un temps de calcul plus grand que le median-dual pour un maillage tétraédrique (le premier fait des boucles sur les faces, tandis que le deuxième fait des boucles sur les arrêts) mais devient plus compétitif pour des maillages mixtes. Sur un maillage hexaédrique le temps de calcul devient comparable (nombre d'arrêts égale nombre de faces).

Pour ce qui est de la mémoire nécessaire le schéma median-dual permet d'utiliser moins de la moitié d'espace par rapport au cell-centred. Ceci parce que le deuxième nécessite les coordonnées du centre de chaque cellule, tandis que le premier utilise seulement les coordonnées des nœuds. Un avantage du schéma cell-centred est qu'il permet de calculer facilement les flux sur une grille non conforme (**fig. II.4**). Ceci garantit plus de flexibilité dans la génération et dans l'adaptation du maillage.

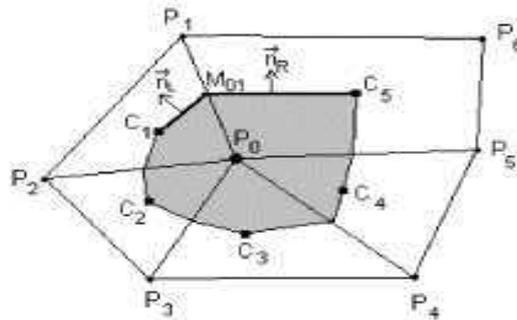


Figure II.4 : Méthode median-dual cell-vertex. En gris le volume de contrôle associé aux sommet P_0

II.4.La discrétisation temporelle:

II.4.1.Linéarisation: Implicite-explicite:

Dans la méthode de résolution isolée ou couplée de résolution la discrétisation non linéaire des équations de conservation est linéarisé pour produire un système d'équations pour les variables dépendantes en chaque élément du domaine. Le système linéaire résultant est alors résolu [8].

La façon dont les équations de conservation sont linéarisées peut prendre une forme « implicite » ou « explicite ».

Implicite : Pour une variable donnée, la valeur inconnue en chaque élément est calculée en utilisant une relation qui inclut les valeurs existantes et inconnues des éléments voisins. Par conséquence, chaque variable inconnue spécifique à un élément apparaît dans plus d'une équation dans le système, et ces équations doivent être résolu simultanément pour donner les quantités inconnues.

Explicite : Pour une variable donnée, la valeur inconnue en chaque élément est calculée en utilisant une relation qui inclut seulement des valeurs existantes. Par conséquence, chaque variable inconnue spécifique à un élément apparaît seulement dans une équation dans le système et les équations pour la valeur inconnue en chaque élément peuvent être résolues une à la fois pour donner les quantités inconnues.

II.5. Conditions aux limites

Dans toutes les simulations numériques il faut modéliser les frontières du domaine de calcul. Celles-ci peuvent être physiques (parois) ou bien virtuelles (farfield, entrée, sortie, plan de symétrie). On va voir de plus près les conditions aux limites utiles pour ce projet dans la suite de ce chapitre, mais premièrement il faut trouver un moyen pour calculer les flux aux frontières. En effet comment calculer les flux sur la première couche de cellules près d'une frontière, alors qu'il n'y a pas de cellules et donc de variables connues du côté de la frontière ?

La solution consiste à ajouter en dehors du domaine de calcul des fausses cellules (ou des faux points) pour que le calcul des flux puisse se faire de la même façon que pour les cellules internes. Ceci est favorable pour la programmation de la méthode et pour la vectorisation du calcul. Les valeurs des variables physiques dans ces cellules virtuelles sont trouvées en considérant la condition aux limites correspondante.

II.5.1 Condition de paroi:

II.5.1.2. Equations d'Euler:

Dans le cas d'un écoulement non visqueux sur une paroi solide la condition à respecter est que la vitesse normale V soit zéro à la paroi :

$$\mathbf{V} \cdot \vec{n} = 0 \quad (\text{II.5})$$

Il s'en suit que le vecteur des flux visqueux se réduit aux termes de pression :

$$\left(\vec{F}_c \right)_w = \begin{bmatrix} 0 \\ n_x p_w \\ n_y p_w \\ n_z p_w \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.6})$$

Pour une grille non-structurée (cell-centred) et des cellules non triangulaires (2D) ou non tétraédriques on utilise l'interpolation suivante pour la pression de paroi P_w :

$$P_w = \frac{1}{2}(3p_2 - p_3) \quad (\text{II.7})$$

Où l'on a noté 2 la première cellule à partir de la paroi et 3 sa voisine à l'intérieur du domaine de calcul.

Dans le cas de cellules tétraédriques on peut utiliser une couche de cellules virtuelles. La vitesse dans cette cellule (1) est calculée comme

$$\vec{v} = \vec{v}_2 - 2V_2 \vec{n} \quad (\text{II.8})$$

Et pour la pression et la densité on prend tout simplement :

$$\begin{aligned} p_1 &= p_2 \\ \rho_1 &= \rho_2 \end{aligned} \quad (\text{II.9})$$

Sur une grille median-dual les flux visqueux doivent être évalués sur chaque face du volume de contrôle localisée sur une paroi. Si l'on a une face 1-2-3-4 on utilise l'interpolation

$$p_w = \frac{1}{6}(9p_1 + 3p_2 + 3p_4 + p_3) \quad (\text{II.10})$$

Pour un tétraèdre avec une face 1-2-3 sur la paroi on a :

$$p_w = \frac{1}{8}(6p_1 + p_2 + p_3) \quad (\text{II.11})$$

II.5.1.3.Fluide visqueux:

Dans le cas d'un fluide visqueux la condition à imposer est l'absence de glissement entre la paroi et le fluide. Pour une paroi à l'arrêt on aura donc sur la surface :

$$u = v = w = 0 \quad (\text{II.12})$$

Avec cette condition on peut éviter de résoudre les équations des moments à la paroi.

II.5.2. Condition de symétrie:

Si on doit simuler un écoulement qui est symétrique par rapport à un plan c'est utile de calculer seulement une moitié du domaine. Evidemment il faut avoir les bonnes conditions sur le plan de symétrie.

Les conditions peuvent être spécifiées comme suit :

$$\vec{n} \times U = \vec{n} \times \vec{\nabla} (\vec{v} \times \vec{t}) = \vec{t} \times \vec{\nabla} (\vec{v} \times \vec{n}) = 0 \quad (\text{II.13})$$

Où U est une grandeur scalaire quelconque \vec{t} et \vec{n} sont, respectivement les vecteurs tangentiels et normaux à la surface.

En gardant les mêmes notations précédentes on a, pour toute grandeur scalaire

$$\begin{aligned} U_1 &= U_2 \\ U_0 &= U_3 \end{aligned} \quad (\text{II.14})$$

II.5.3. Farfield:

A priori le calcul d'un écoulement extérieur devrait se faire sur un domaine infini, ce qui est impossible. L'approche qu'on utilise normalement est de placer les frontières du domaine de calcul assez loin de la zone d'intérêt (aile, avion) pour que la frontière n'interagisse pas avec l'écoulement auquel on est intéressés (par exemple il faut éviter la réflexion des chocs ou l'imposition de valeurs sur le Farfield qui forcent l'écoulement vers un certain état).

III-1 Définition des géométries a maillée :

La configuration DLR-F4 est un modèle de soufflerie d'aile-fuselage d'un avion de ligne , tel que le **Boeing 737**, qui est testé en soufflerie pour la comparaison avec des calculs de mécanique des fluides numérique (CFD) .



Fig (III-1) BOEING 737

La configuration DLR-F4 a été développée par AGARD (Groupe Conseil pour Recherche et Développement de l'espace, France) comme configuration de recherches [9].

La figure III .2 donne un aperçu de la forme et dimensions du DLR-F4, alors que III.3 montre la forme utilisée dans les calculs.

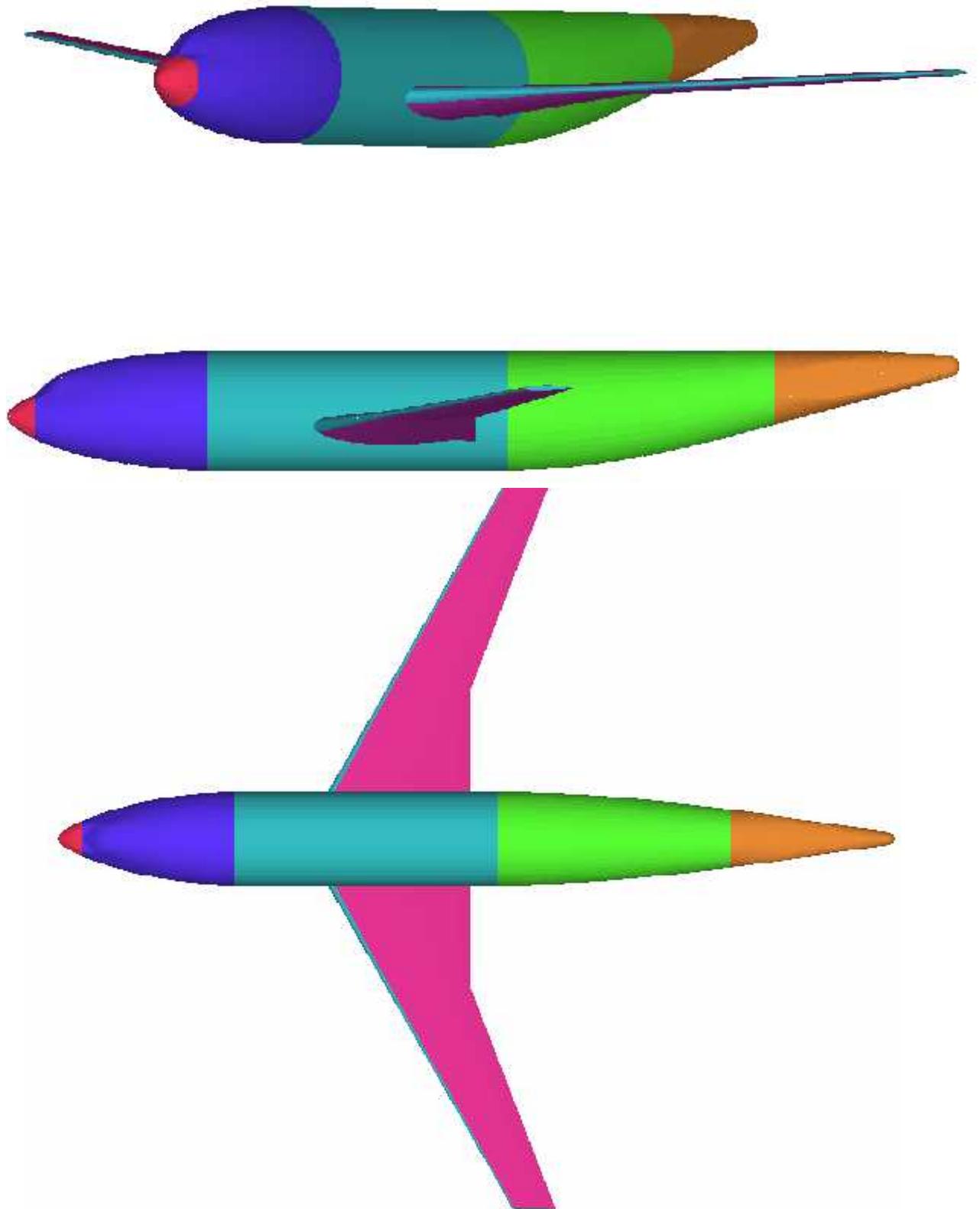


Fig (III-3): Forme du DLR-F4 utilisée dans le calcul

III.3.Génération du maillage:

Pour pouvoir effectuer les calculs deux maillages différents doivent être construits : un pour les calculs Euler et un pour les calculs Navier Stokes. La plus grande différence entre les deux est que dans les calculs Euler on n'a pas de viscosité, et donc pas de couche limite. Ceci permet une plus grande taille des cellules sur la surface de l'avion par rapport à un maillage Navier-Stokes, où la taille des cellules doit être assez petite pour pouvoir capter la couche limite.

III.4 ICEM-CFD:

Le logiciel contient différents modules pour générer différents types de maillage. Les plus importants sont Hexa, Tétra et Prisme.

Le module Hexa permet de créer des maillages hexaédriques structurés (mais qui peuvent être convertis en non structuré) en **3D** et des maillages avec des quadrilatères en **2D**. Son usage est assez compliqué, mais offre beaucoup plus de fonctionnalités par rapport, pour citer un exemple bien connu, à Gambit. En effet le maillage n'est pas construit directement sur la géométrie, mais sur une structure en forme de blocks. Ces blocks sont ensuite projetés sur les différentes entités géométriques présentes dans le modèle.

Le module Tétra fonctionne de façon complètement différente : il suffit de définir un volume fermé à mailler, la taille des cellules sur les lignes et les surfaces de la géométrie et le taux de croissance dans la direction normale à chaque surface. Le maillage est alors généré automatiquement dans le domaine de calcul. Le désavantage est que la génération du maillage prend un certain temps (des heures dans le cas d'un maillage de quelques millions de cellules).

L'ajustement des paramètres nécessite alors un certain temps. Il faut noter qu'on peut commencer en maillant les surfaces et, quand on a un résultat satisfaisant, on maille le volume.

Le module Prisme permet de générer, sur un maillage tétraédrique, des cellules prismatiques "attachées" à certaines surfaces.

Le fonctionnement est similaire au module Tétra (définition des paramètres et maillage automatique). Le maillage mixte qui en résulte peut être utilisé pour des calculs Navier-Stokes. Bien entendu les cellules prismatiques doivent avoir une taille (dans la direction normale à la surface) qui permet de capter la couche limite. Si le modèle géométrique présente des angles très aigus des cellules pyramidales sont créés à la surface.

III.4.1 Le maillage Euler:

Pour les calculs Euler on a choisi de construire un maillage tétraédrique. Comme on l'a déjà dit, on n'a pas de couche limite dans ce cas, et donc la résolution requise près des parois peut être atteinte avec des cellules tétraédriques.

Le maillage est créé automatiquement par ICEM-CFD, mais il faut contrôler certaines choses pour s'assurer que la qualité du maillage est suffisante.

Premièrement il faut que la géométrie de l'avion soit respectée. En effet on remplace la surface "continue" de l'avion par un maillage surfacique qui est formé de triangles ; ceci a pour effet de transformer une courbe en une ligne composée de segments droits et une surface courbe en une surface composée de triangles. La taille des triangles doit donc permettre de représenter correctement la surface originelle. Ce type de problème se manifeste par exemple aux bords d'attaque. Sur l'aile par exemple le bord d'attaque devient de plus en plus fin dès que l'on s'éloigne du fuselage. Le rayon de courbure du bord d'attaque diminue et la taille des cellules doit donc diminuer vers la pointe de l'aile. Le même raisonnement est appliqué pour la dérive et le plan fixe horizontal.

Dans le cas limite, si la taille des cellules est excessive, on aura seulement deux cellules qui définissent le bord d'attaque, qui aura donc une forme en pointe.

De plus le bord d'attaque est un endroit crucial pour une simulation numérique, à cause des forts gradients de vitesse et de pression qui existent à cet endroit. Une mauvaise discrétisation spatiale pourrait fausser tout le calcul.

La taille des cellules doit être diminuée aussi pour pouvoir capter avec assez de précision ces effets.

Le même raisonnement s'applique pour le nez de l'avion, où le point de stagnation doit être capté avec précision. Vu que l'on veut garder le même maillage pour différents angles d'attaque le nez doit être maillé assez finement.

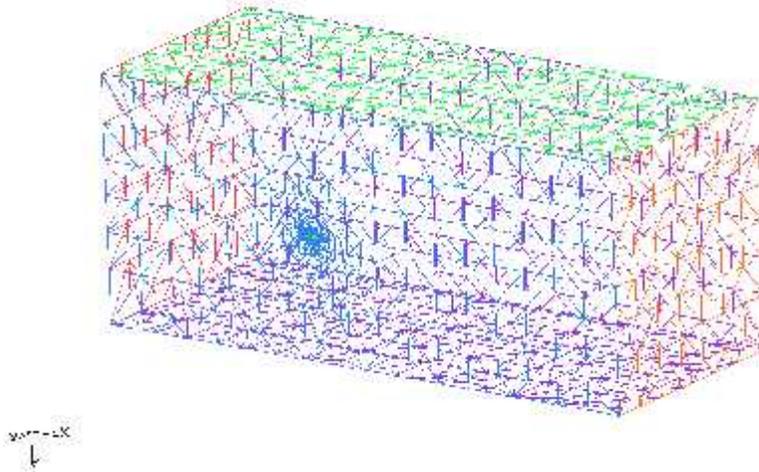


Figure III.4 : Domaine de calcul en forme Cubique. Au plan de symétrie on peut voir l'avion.

La géométrie CAD de l'avion ne permet pas de résoudre complètement ce problème au bord d'attaque : en effet la forme de l'aile est du type en flèche. Ceci implique que le bord d'attaque devient de plus en plus fin pour se joindre au bord de fuite sur un seul point. Théoriquement il faudrait avoir des cellules qui tendent vers une surface nulle en se rapprochant de la pointe de l'aile pour pouvoir représenter fidèlement la géométrie. Ceci étant impossible on cherche de limiter la zone problématique à un voisinage de la pointe (**voir fig. III.5**), pour limiter les effets d'une mauvaise représentation de la géométrie.

Le maillage sur la surface extérieure qui limite le domaine de calcul (environs trente fois la taille de l'avion) est beaucoup plus grossier.

Le fait que le logiciel construit le maillage tout seul ne veut pas dire que cela devient un processus rapide : les paramètres à rentrer pour la génération du maillage sont nombreuses : si l'on veut ajuster finement le maillage on doit rentrer des paramètres différents pour chaque surface et chaque courbe.

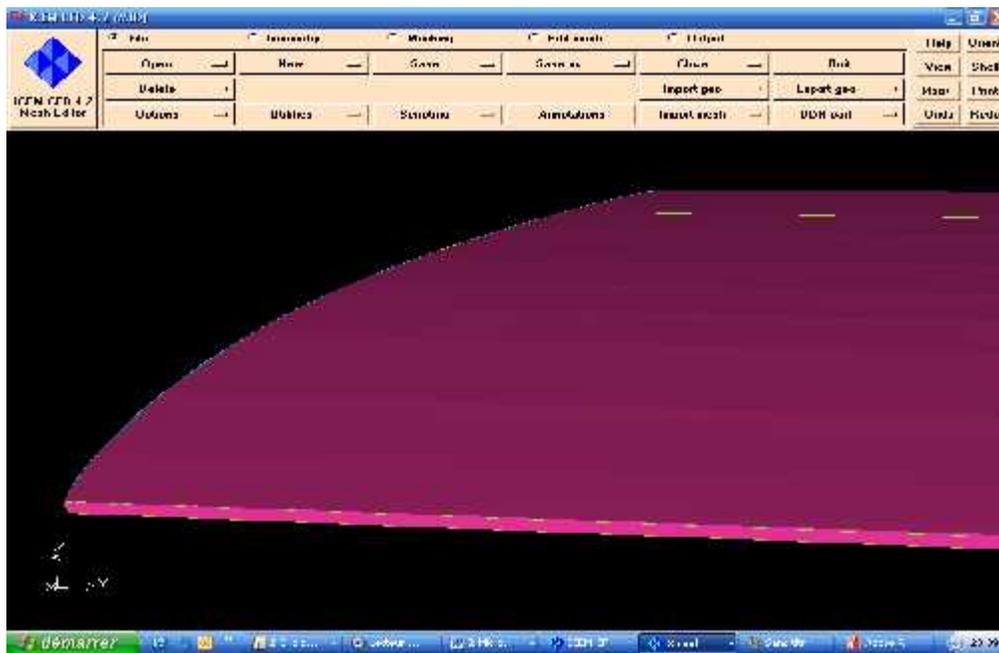


Fig III.5: détail de maillage sur la pointe de l'aile

Toute fois des paramètres globaux permettent de diminuer proportionnellement toutes les cellules. Si l'on pense que un maillage de la taille de quelque million de cellules nécessite deux heures pour sa création on peut s'imaginer le temps nécessaire à ajuster tous les paramètres. Après la génération du maillage il faut contrôler que les règles de base sont respectées : pas de trous dans le maillage, pas de cellules qui se superposent, pas de volumes négatifs, pas de surfaces négatives. ICEM-CFD possède un outil pour contrôler que le maillage est propre. À cause de la résolution requise au bord d'attaque la taille du maillage devient assez grosse. Le maillage final soit présenté par la figure (**fig. III.6**).

Le tableau suivant montre la distribution du maillage sur les deux configurations.

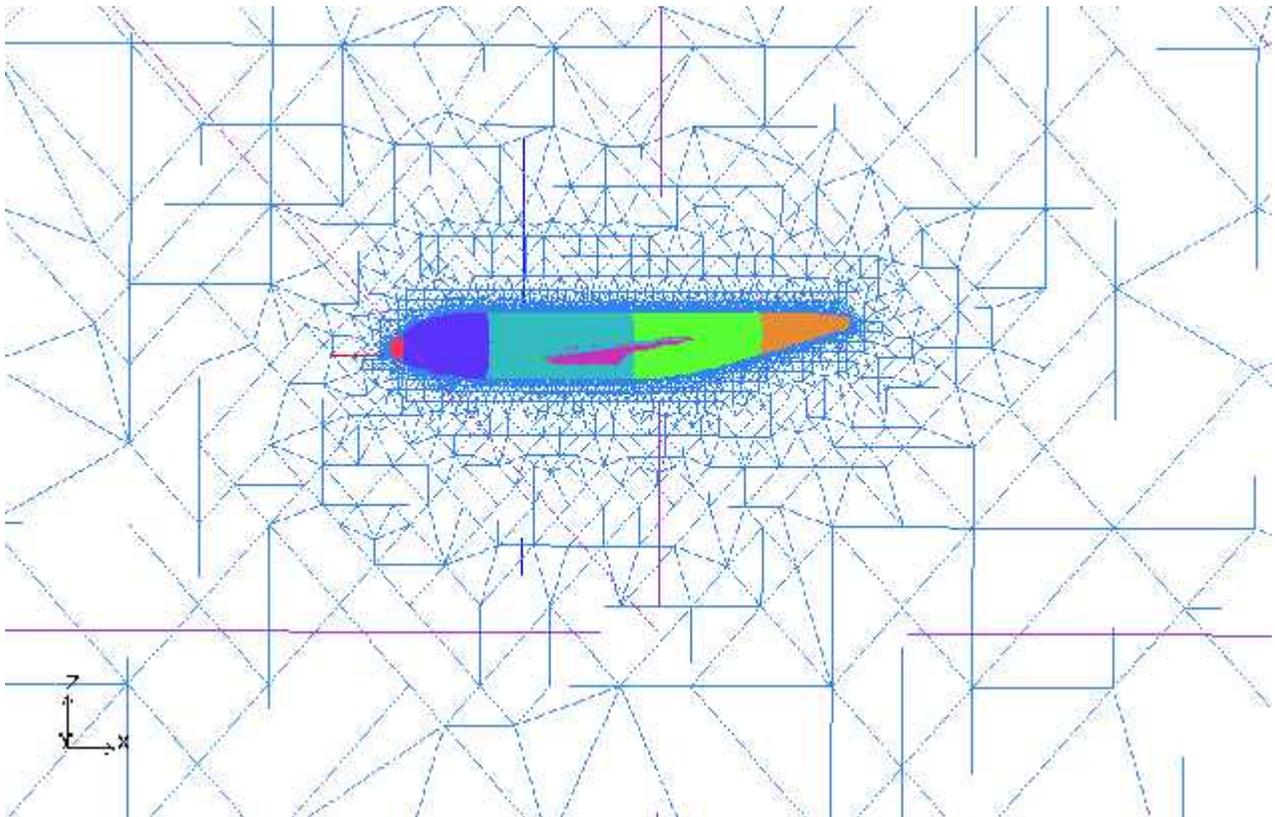
III.4.1.1 Selon le type d'élément :

Nombre d'éléments	410,138
Nombre de nœuds	70,430

TAB. III.1 : Nombre de cellules suivant le type pour le maillage Euler.

III.4.1.2 Selon la famille:

Element famille	(DLR-F4)
FAR_IN	1454
FAR_OUT	1454
FAR_BOT	3317
FAR_TOP	3229
FAR_SIDE	3358
FAR_SYM	5207
FUSELAGE	3107
WING_UP	830
WING_DN	800
WING_TIP	20

TAB. III.2 Nombre de cellules suivant la famille pour le maillage Euler**Figure III.6 :** Maillage surfacique finale sur l'avion et le plan de symétrie près de l'avion

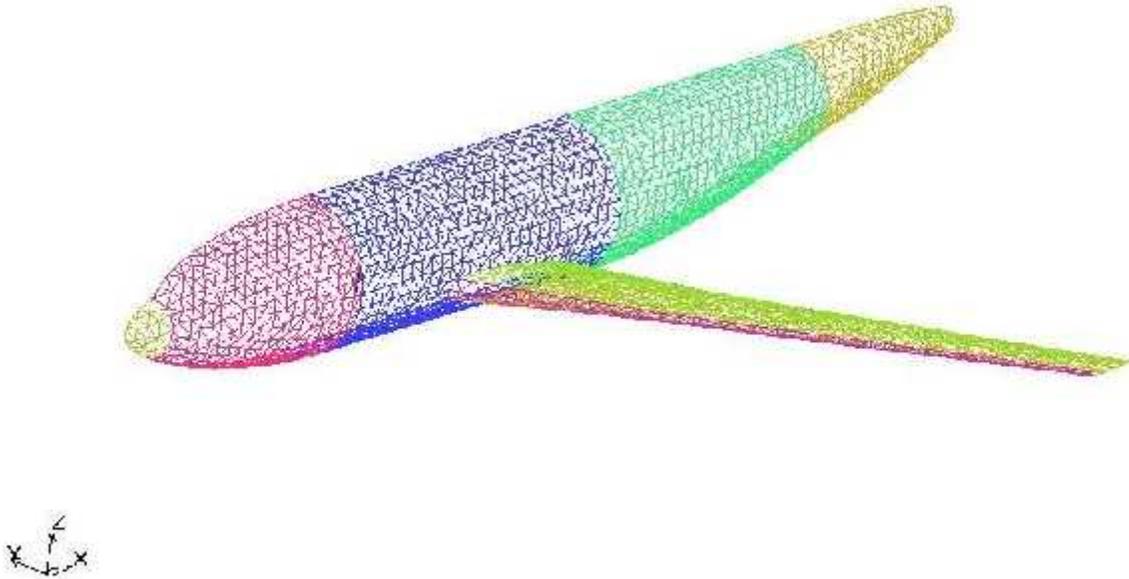


Fig (III-7): Aperçu du maillage de DLR-F4

III.4.2 Maillage Navier-Stokes:

La différence principale entre un maillage Navier-Stokes et un maillage Euler est la nécessité de capter la couche limite. La taille des cellules près de la surface doit donc être très petite. Un maillage tétraédrique n'est pas adapté à un calcul de ce type pour une raison très simple : les différentes faces d'une cellule doivent être de taille comparable pour que les flux soient calculés correctement. Ceci entraîne que les cellules soient de la même taille dans les directions parallèles à la surface que dans la direction normale. Le nombre de cellules nécessaires devient alors extrêmement grand et rend le temps de calcul prohibitif.

Deux approches sont alors possibles : soit on fait un maillage structuré hexaédrique soit un maillage non structuré mixte avec des cellules prismatiques pour la couche limite et tétraédriques à l'extérieur.

Dans notre cas on a utilisé un maillage non structuré mixte:

III.4.2.1 Maillage non structuré mixte:

Pour créer ce maillage on a modifié le maillage Euler en substituant les premières couches de cellules tétraédriques en cellules prismatiques. Comme on l'a déjà dit ICEM-CFD est capable de faire ça tout seul, mais il faut le donner les bons paramètres. En particulier on doit choisir les surfaces à partir desquelles les prismes sont générés, le nombre de couches de cellules prismatiques, la taille de la première couche et la loi de croissance.

Pour pouvoir choisir ces paramètres il faut tout d'abord faire une estimation de la taille de la couche limite. La formule bien connue de Blasius donne la hauteur de la couche limite pour une plaque plane dans le cas incompressible. Même si les hypothèses ne sont pas respectées on peut se faire une idée sur la taille de la couche limite. Ou par la formule suivante :

$$\frac{\delta}{x} = \frac{4.64}{\sqrt{Re_x}}$$

En prenant $Re_x = 3.10^6$ et $x = C_{ref} = 0.141m$ on obtient une épaisseur de l'ordre de 0.37 mm.

On a donc essayé d'avoir une hauteur similaire dans le maillage prismatique, mais en prenant de la marge vu que les hypothèses pour l'estimation de la couche limite (plaque plane, incompressibilité) ne sont pas respectées. La taille a ensuite été ajusté en regardant les résultats, en considérant qu'on utilise, lors des calculs, des fonctions de paroi qui permettent d'avoir moins de résolution qu'en résolvant jusqu'à la paroi.

paramètre	valeur
Hauteur initiale	0.1
Loi de croissance	exponentielle
Taux de croissance	1.15
Nombre de couches	20

TAB. III.3 : Paramètres pour la génération du maillage prismatique

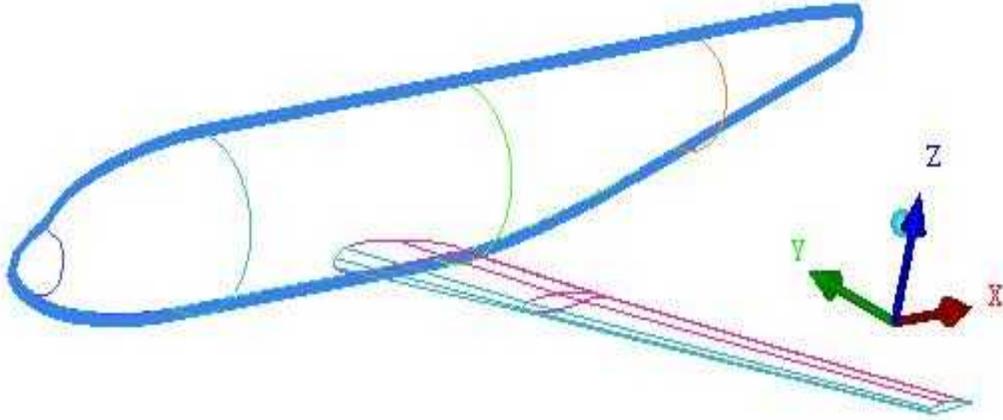


FIG III.8: Aperçu de maillage prisme sur l'avion

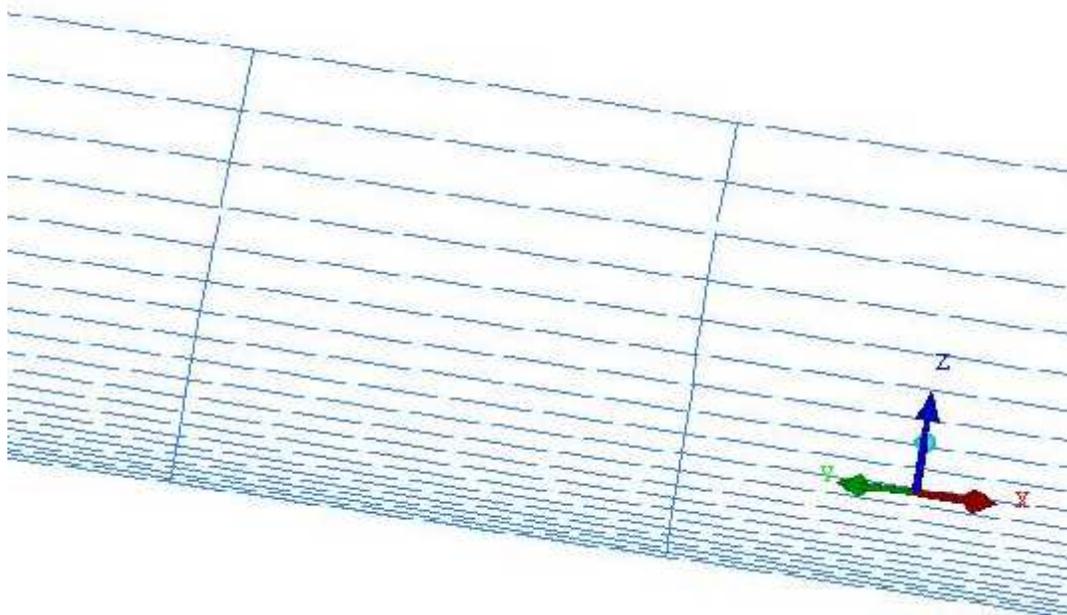


FIG III.9: Aperçu des couches prisme

Avec ces paramètres la première cellule aura une hauteur de 0.115 mm et l'hauteur totale des prismes est de 1.423 mm (les paramètres utilisés ne sont pas les mêmes parce que la géométrie de l'avion n'est pas en unités SI).

Malheureusement le logiciel n'arrive pas à créer des prismes si la surface présente des angles aigus. Ceci est le cas notamment à la pointe de l'aile, de la dérive et du plan horizontal. Les cellules créées à ces endroits sont pyramidales.

type de cellules	nombre
Tétraèdres	375 441
Pyramides	31
Prismes	91835
Nombre de nœuds	116 248

TAB. III.4 : Nombre de cellules suivant le type pour le maillage Navier-Stokes

IV.1 Convergence des calculs:

Pour avoir une solution il faut que le calcul itératif soit convergé vers un état dans lequel il n'y a plus de changement dans les variables physiques.

Premièrement on peut regarder l'évolution des résidus pendant le calcul.

Deuxièmement il faut contrôler que les forces aérodynamiques et les moments soient constants au cours des itérations.

IV.2 Calculs Euler:

Les calculs Euler convergent très vite avec certaines conditions à l'infini mais convergent beaucoup moins bien avec d'autres.

Avec certains paramètres les résidus (normalisés) ne baissent pas jusqu'à 10^{-5} mais vers un état plus haut (voir, par exemple, **fig. IV.3**). On a essayé de continuer les calculs plus loin pour voir si après un certain nombre d'itérations les résidus recommençaient à diminuer, mais aucune modification a été observée, même après des milliers d'itérations. La raison de cet effet nous échappe, peut être que pour certaines combinaisons de vitesses et d'angles d'attaque le maillage produit des effets indésirables.

IV.3 Calculs Navier-Stokes:

Pour des raisons de temps on a réussi à faire une simulation Navier-Stokes. La convergence est plus lente que dans le cas non-visqueux.

Pour comparer les résultats expérimentaux avec notre calcul visqueux il faut assurer quatre paramètres qui sont:

1. La direction d'écoulement (angle d'attaque est de 1°)
2. La corde de référence ($C_{ref}=141.2\text{mm}$)
3. Nombre de mach ($M=0.75$)
4. Nombre de Reynolds ($Re=3.10^6$)

Pour assurer le nombre de Reynolds il faut fixer la température pour calculer les paramètres suivants μ , ρ et P ;

On a :

$$Re = \frac{\dots M . C_{ref} . \sqrt{\chi RT}}{\sim}$$

D'appris la formule de Sutherland:

$$\sim = \frac{1,45 T^{\frac{3}{2}}}{T + 110} . 10^{-6}$$

Et pour que $T=233^{\circ}K$ on calcule la viscosité dynamique et la densité :

$$\sim = 1.649946e-05 [Kg/m-s]$$

Pour $Re = 3.10^6$ implique $\dots = 1.522 [Kg/m^3]$

Pour un gaz parfait on a:

$$\frac{P}{\dots} = RT \quad \text{Implique} \quad P=102311 \text{ Pascale}$$

...

IV.4 description des paramètres du solveur:

Pour les deux configurations, un solveur a base de densité (density based) explicite et implicite a été utilisé. Le modèle de turbulence K- ν a été utilisé. Tous les autres paramètres sont présentés en ANNEXE II

IV.5 Résultats:

IV.5.1 La partie calcul par FLUENT 6.3.26 :

Les résultats obtenus par FLUENT de la configuration DLR F4 est présenté et discuté dans cette partie.

IV.5.2 Caractéristiques de la machine de calcul utilisée :

Marque	P4
Processeur	3.00 GHZ
RAM	2 G

Tableau (VI-1) performances de la machine de calcul utilisée

IV.6 les résultats non visqueux sur DLR-F4 :

Dans la section suivante, les résultats obtenus pour la configuration DLR -F4 sont présentés

IV.6.1 Historique de convergence :

Les histoires de convergences expriment en terme des résidus, coefficient de portance, coefficient de traînée et de moment sont présentés aux figures (IV-1-2-3-4) pour le schéma implicite et aux figures (IV-6-7-8-9) pour le schéma explicite. On peut y avoir que les résidus baissent de plus de deux ordres de grandeur, et ils sont atteints plus de 800 itérations (implicite), et de quatre ordres de grandeurs avec plus de 5000 itérations (explicite), ce qui est confirme par les courbes des coefficients des forces qui indiquent une stagnation de ces coefficients.

IV.6.2 Résultats du schéma implicite:

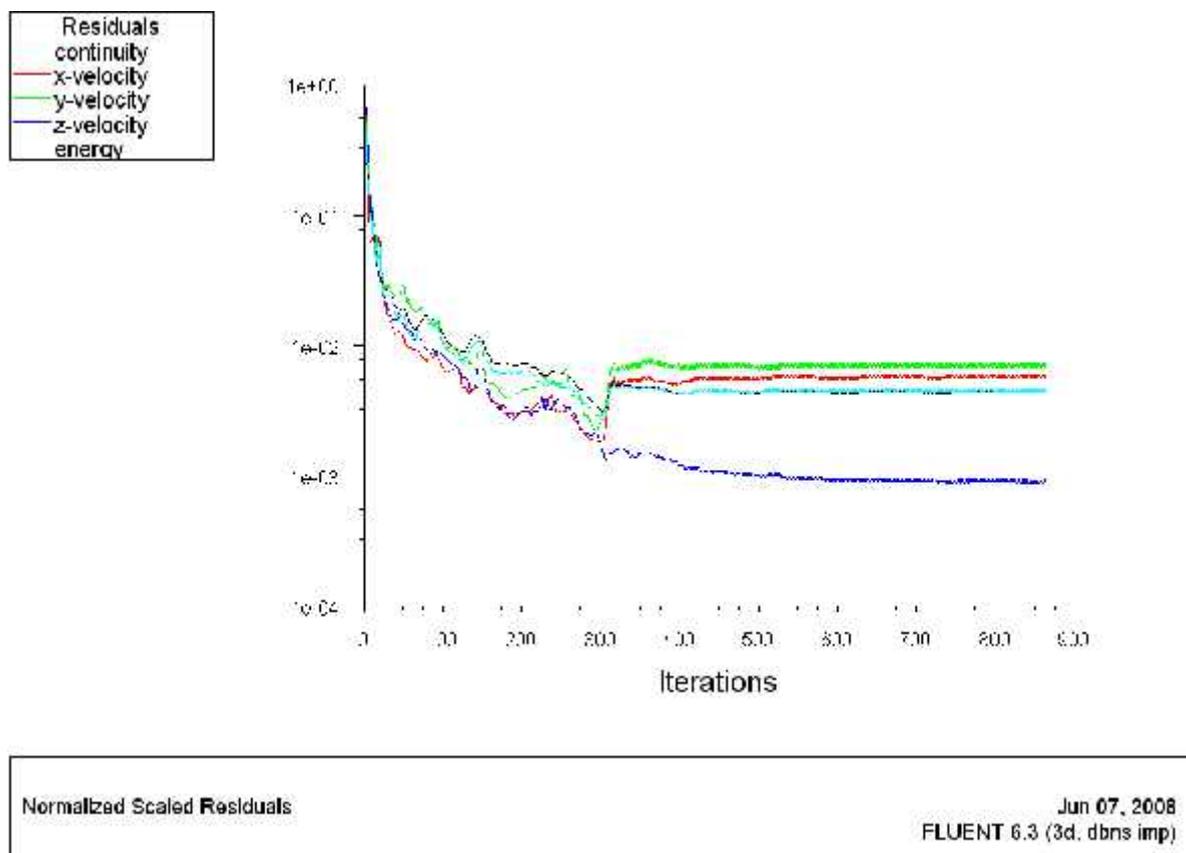
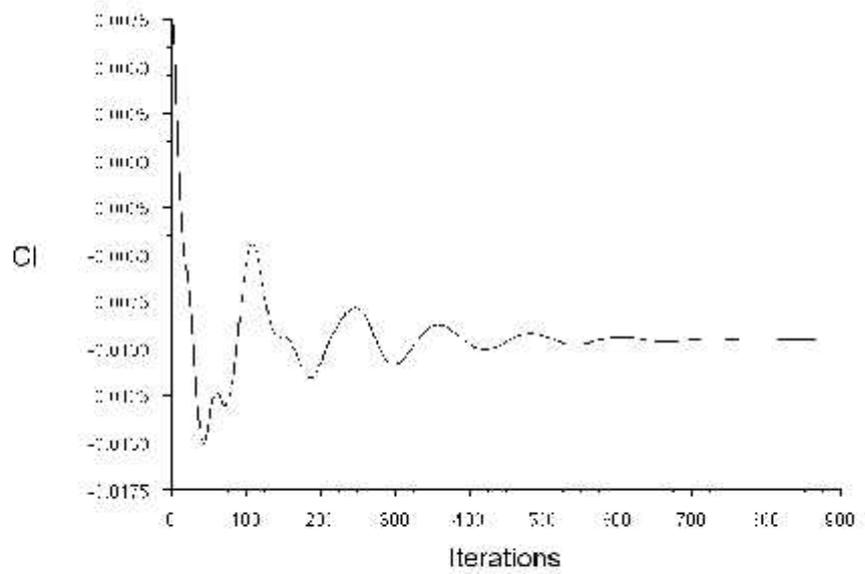


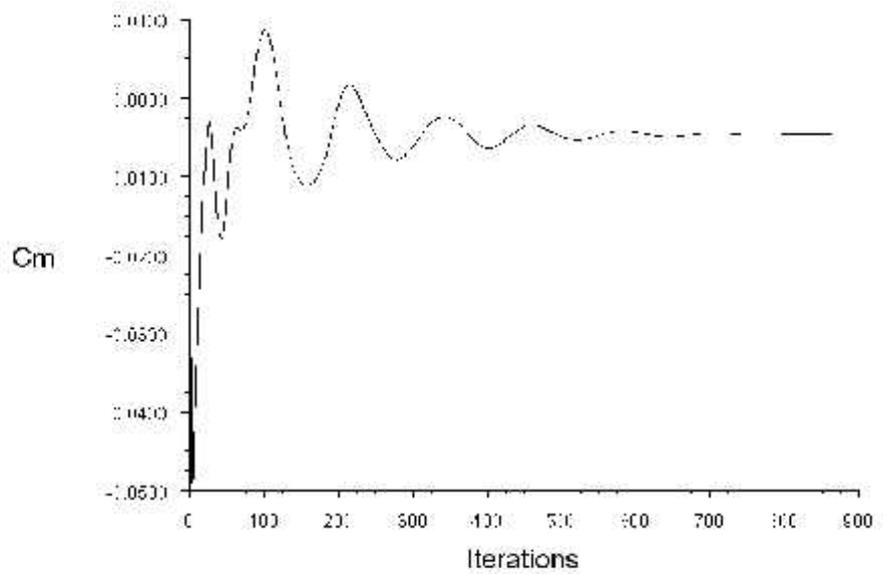
Fig (IV-1) Historique de résidus (DLR-F4)



Lift Convergence History

Jun 07, 2008
FLUENT 6.3 (3d, dbns Imp)

Fig. (IV-2) Historique de coefficient de portance (DLR-F4)



Moment Convergence History About Z-Axis

Jun 07, 2008
FLUENT 6.3 (3d, dbns Imp)

Fig. (IV-3) Historique de coefficient de moment (DLR-F4)

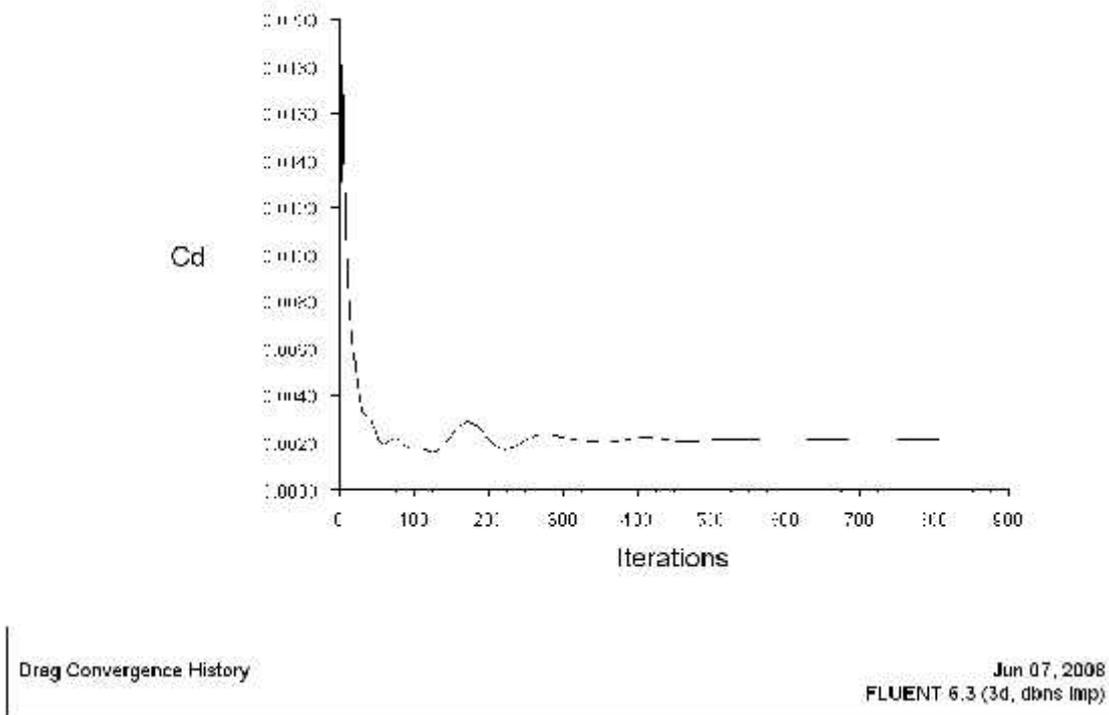


Fig. (IV-4) Historique de coefficient de traînée (DLR-F4)

IV.6.3 Résultats du schéma explicite:

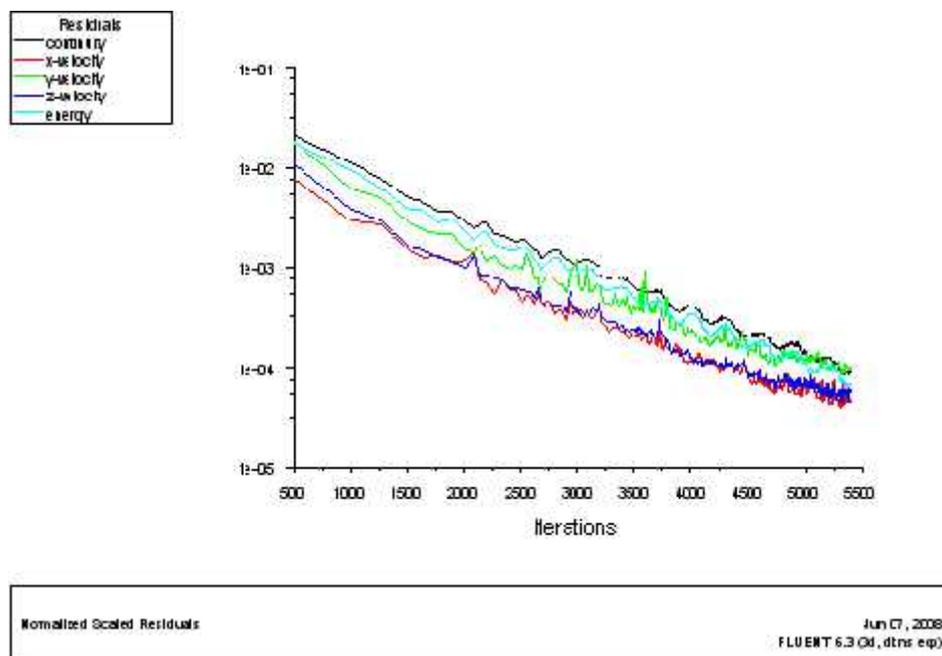
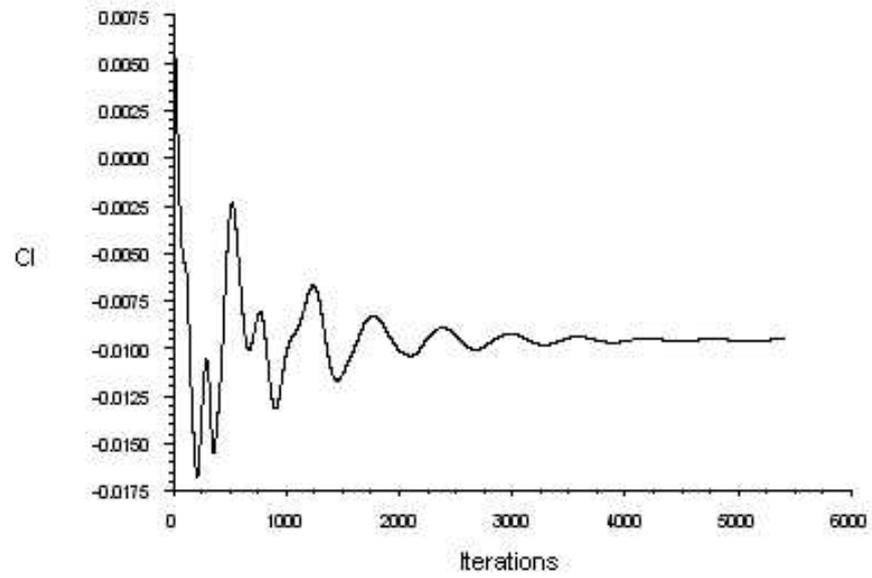
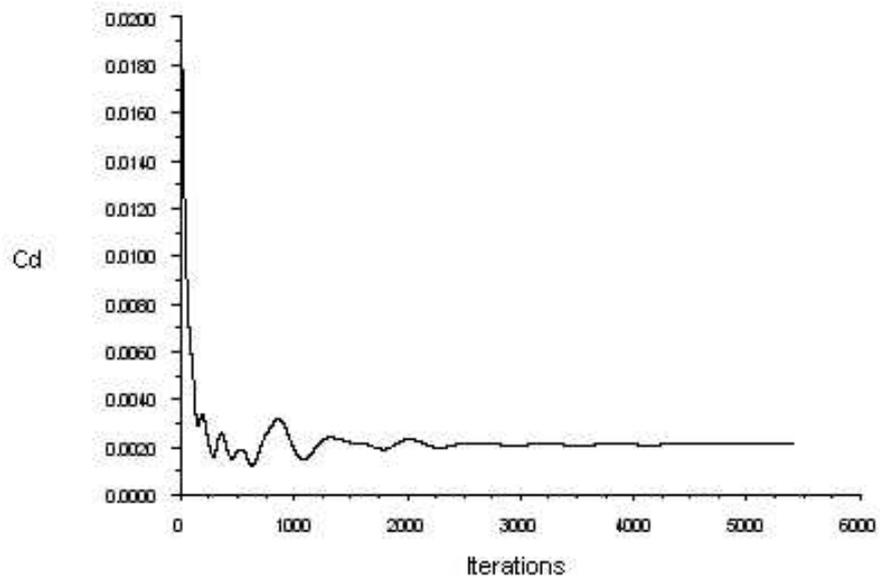


Fig (IV-5) Historique des résidus (DLR-F4)



Lift Convergence History Jun 07, 2008
FLUENT 6.3 (3d, dbns exp)

Fig. (IV-6) Historique du coefficient de portance (DLR-F4)



Drag Convergence History Jun 07, 2008
FLUENT 6.3 (3d, dbns exp)

Fig. (IV-7) Historique du coefficient de traînée (DLR-F4)

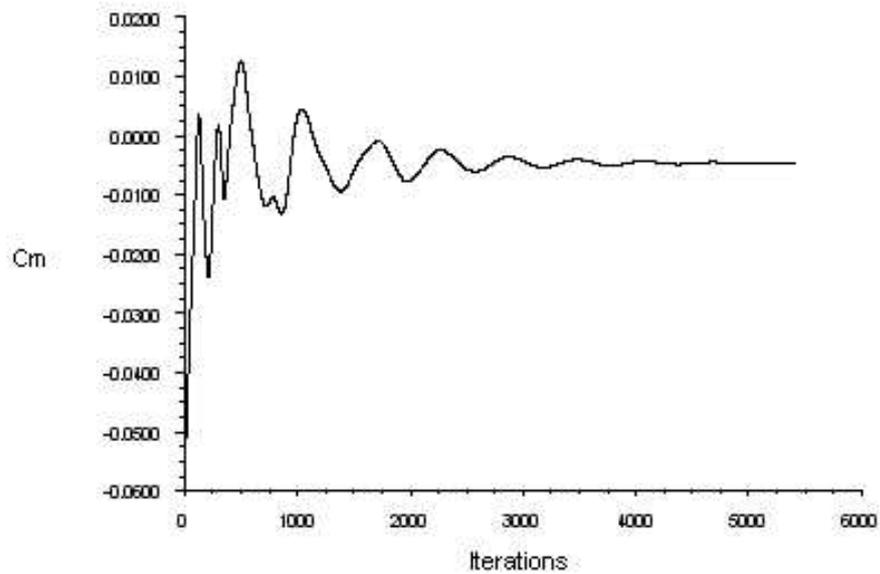


Fig. (IV-8) Historique du coefficient de moment (DLR-F4)

IV.6.4 l'écoulement non visqueux autour de DLR-F4 :

Finalement les figures suivantes montrent respectivement la distribution de pression statique sur toute la surface de la configuration ainsi que la distribution de nombre de Mach où particulièrement on peut voir l'apparition de la zone de dépressions à la figure 14.

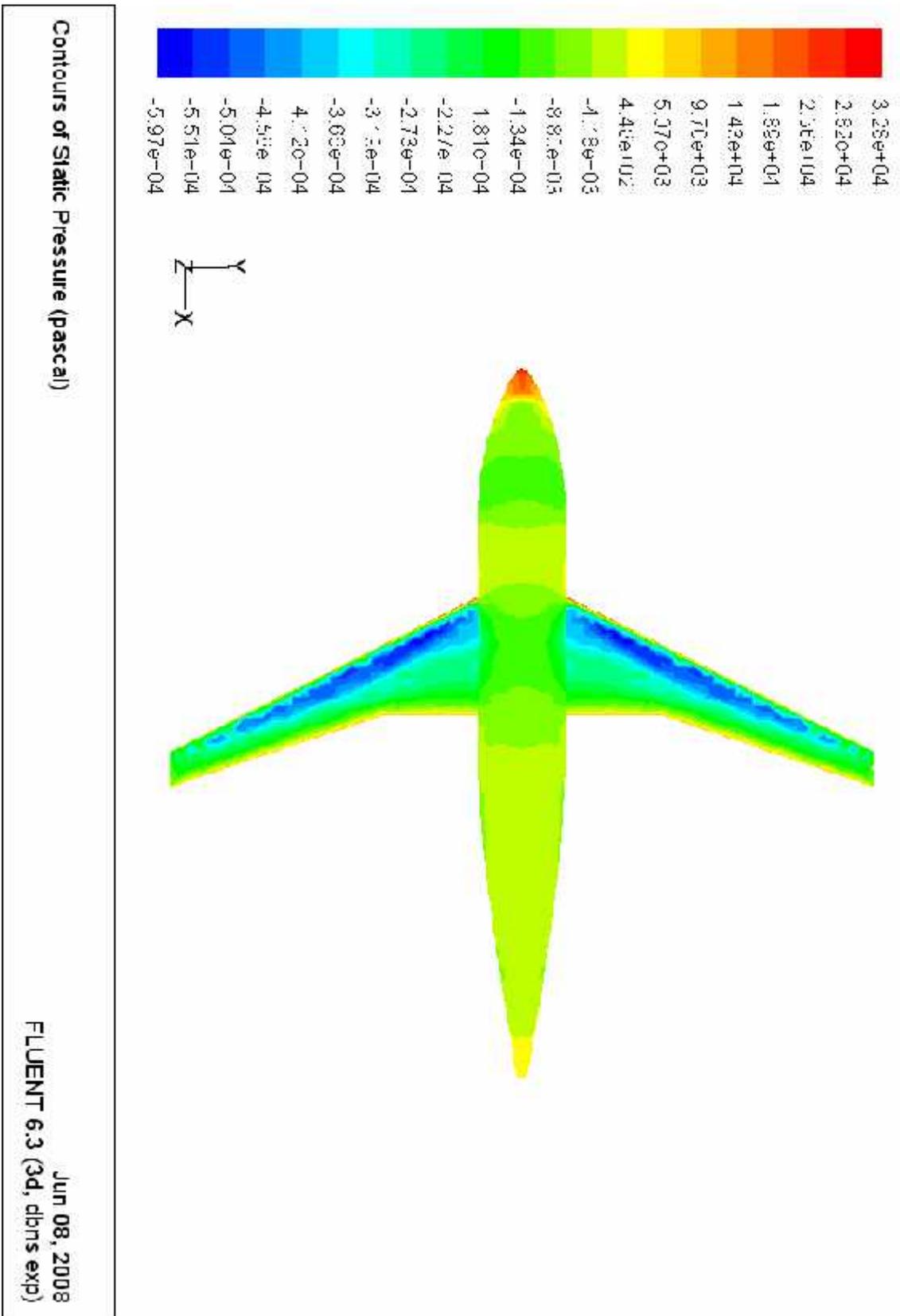


Fig (IV-9) Répartition de la pression statique sur DLR F4 (partie supérieur).

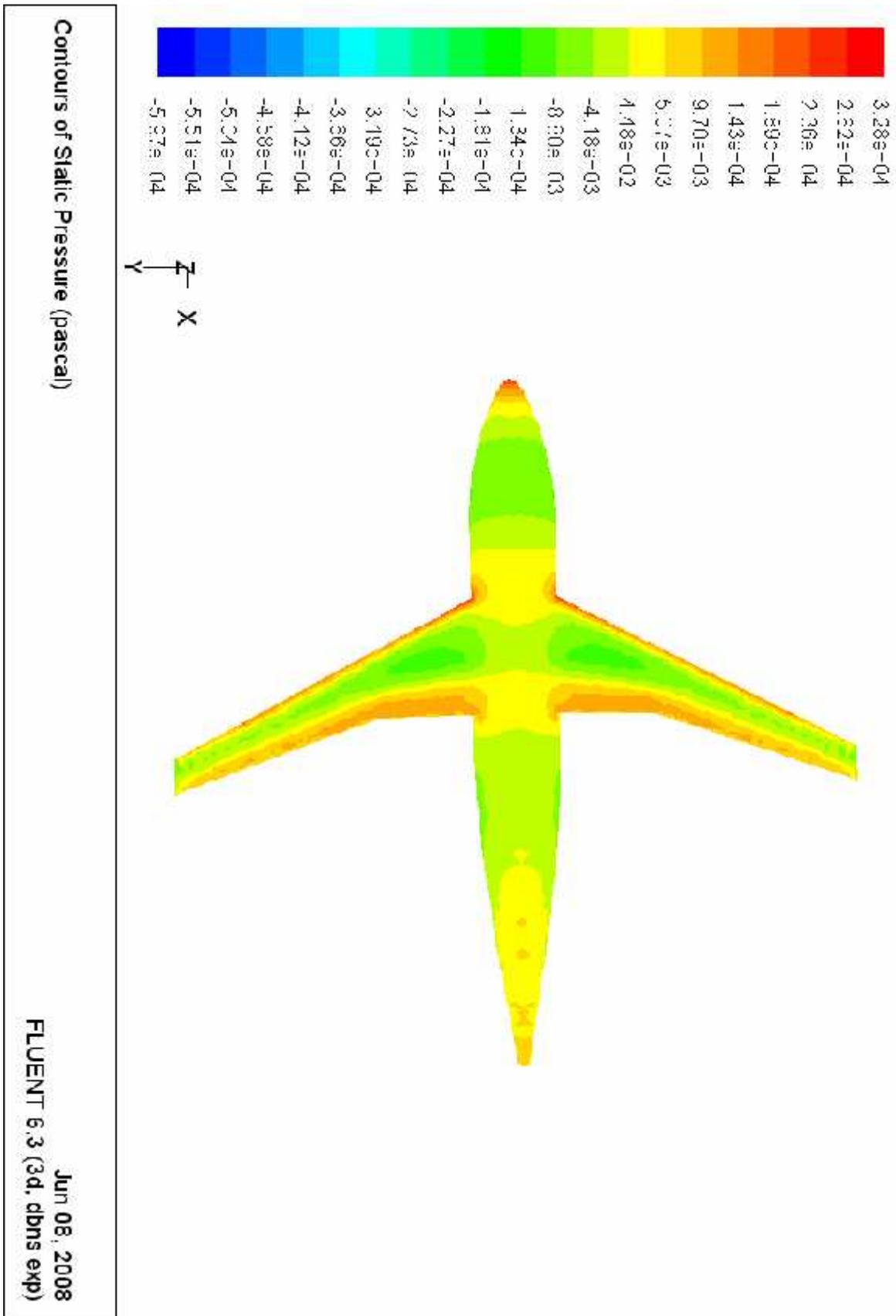


Fig (IV-10) Répartition de la pression statique sur DLR F4 (partie inférieure).

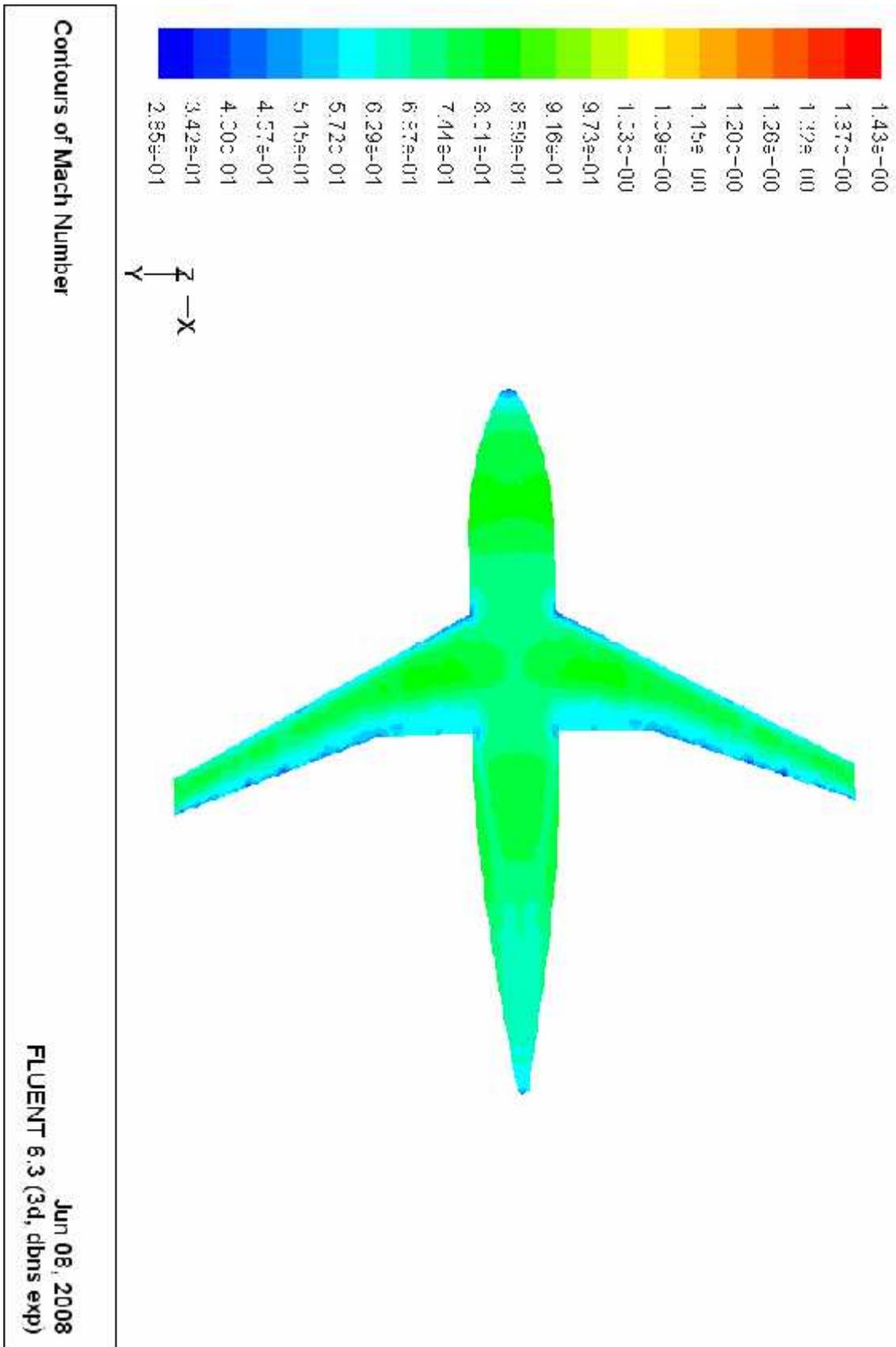


Fig (IV-11) Répartition du nombre de mach sur DLR F4 (partie inférieur).

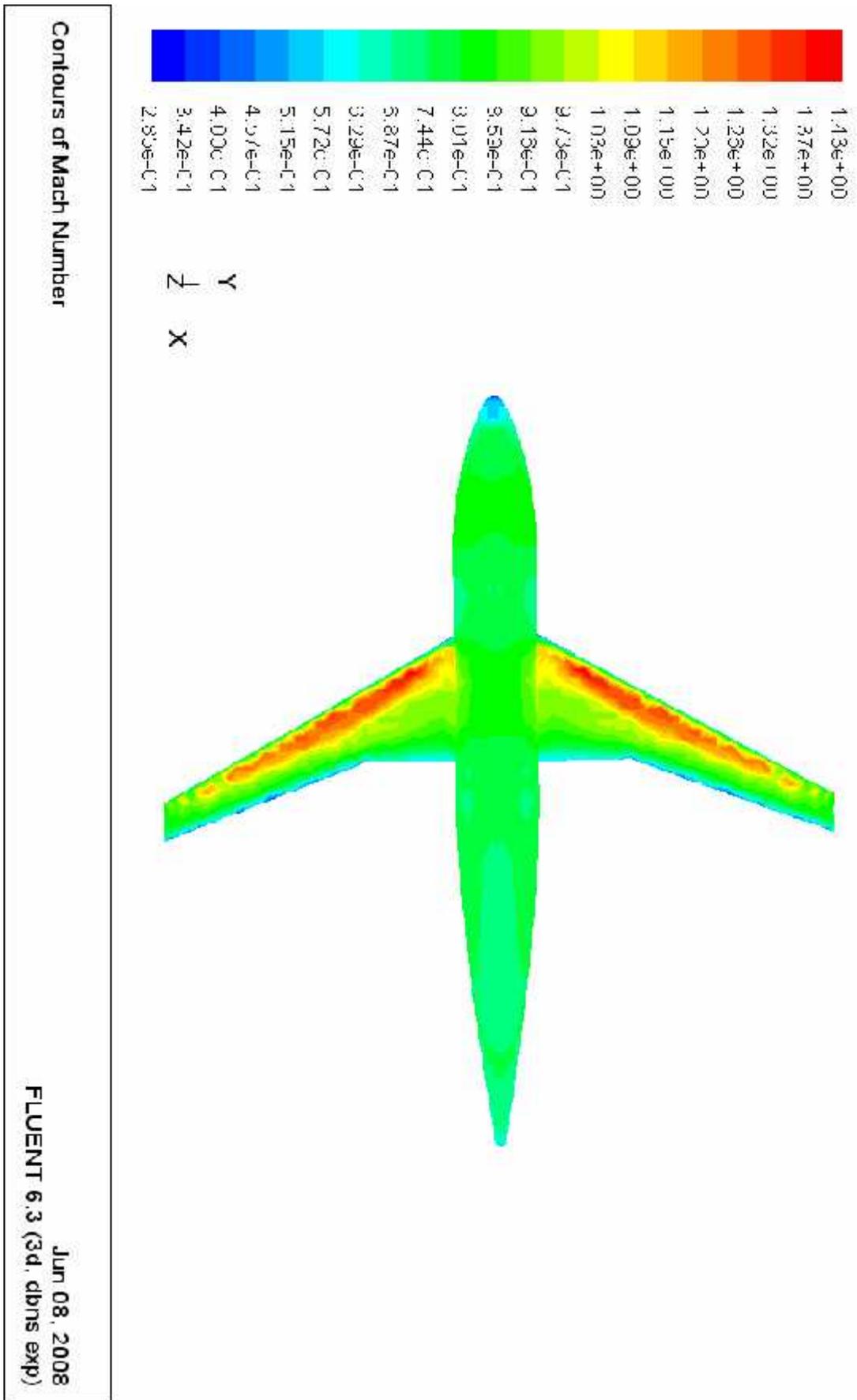


Fig (IV-12) Répartition du nombre de mach sur DLR F4 (partie supérieur).

IV.7 les résultats visqueux sur DLR-F4 :

IV.7.1 Résultats du schéma implicite:

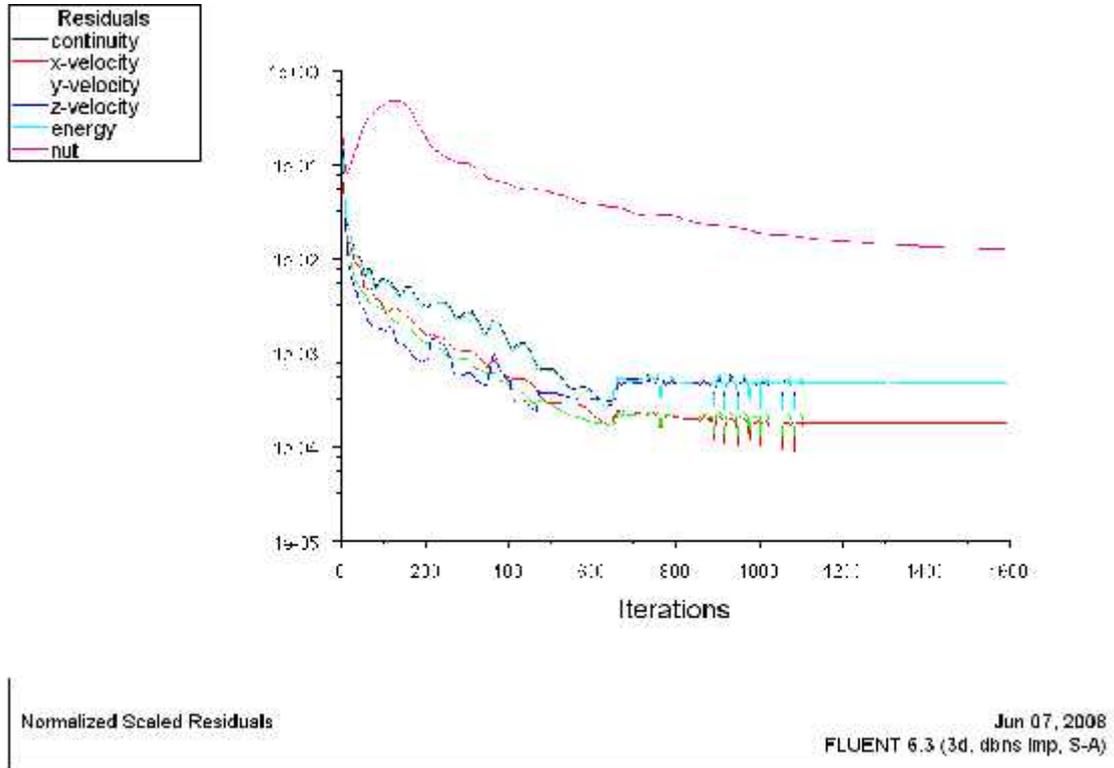


Fig (IV-13) Historique de résidus (DLR-F4)

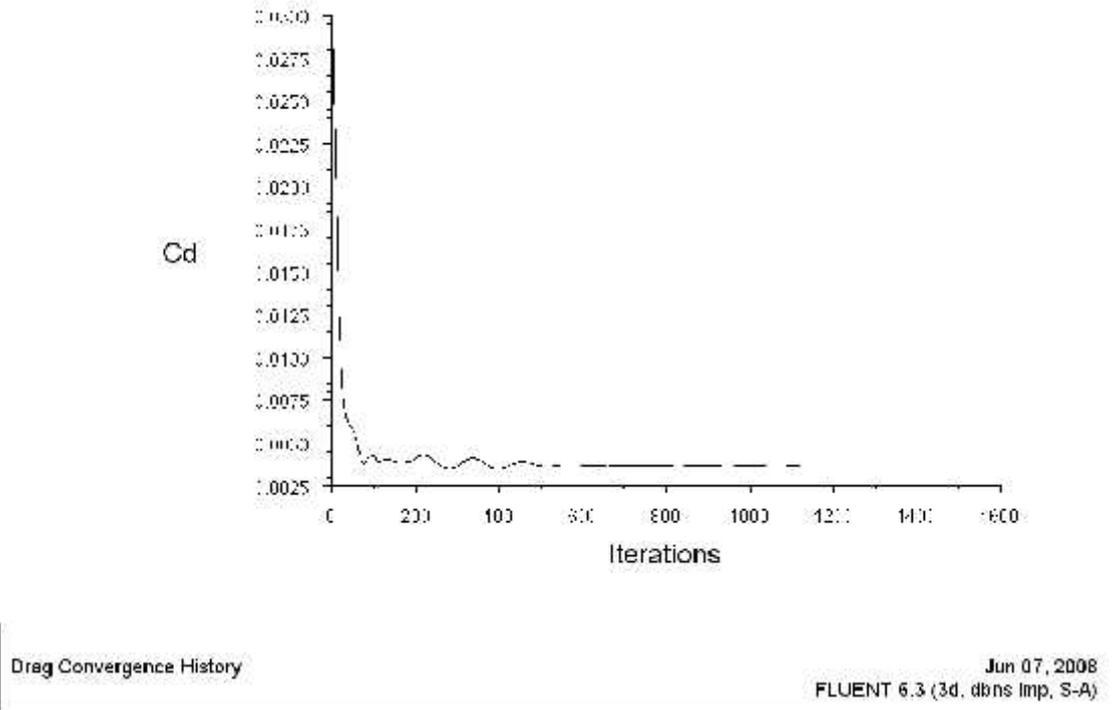
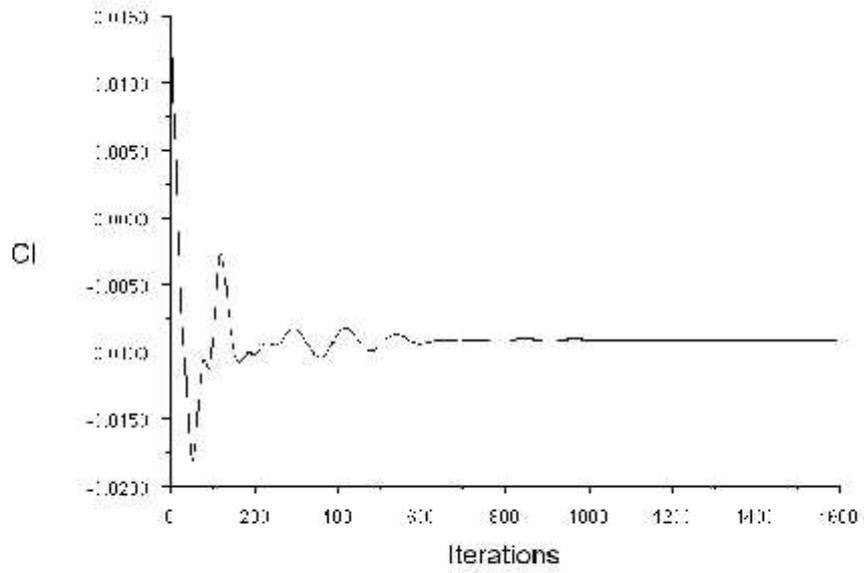


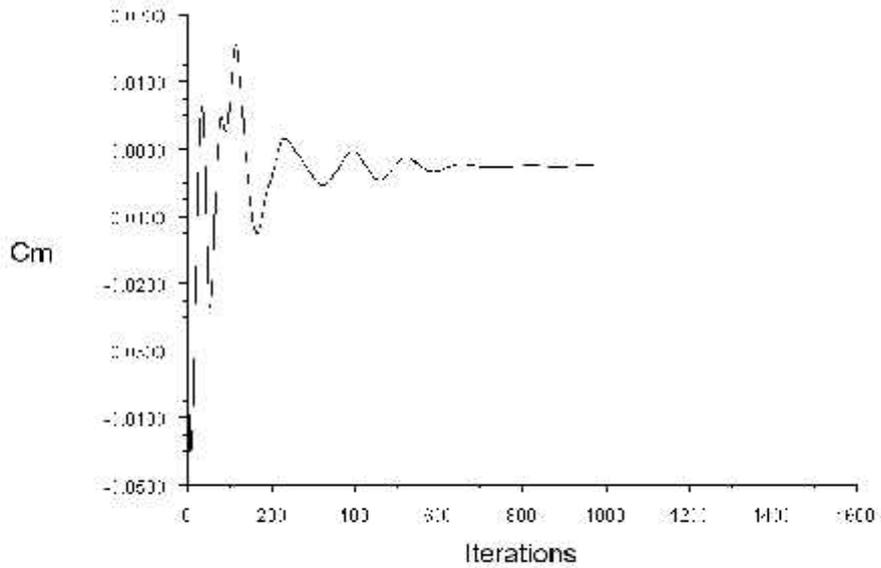
Fig. (IV-14) Historique de coefficient de traînée (DLR-F4)



Lift Convergence History

Jun 07, 2008
FLUENT 6.3 (3d, dbns Imp, S-A)

Fig. (IV-15) Historique de coefficient de portance (DLR-F4)



Moment Convergence History About Z-Axis

Jun 07, 2008
FLUENT 6.3 (3d, dbns Imp, S-A)

Fig. (IV-16) Historique de coefficient de moment (DLR-F4)

IV.7.2 Résultats du schéma explicite:

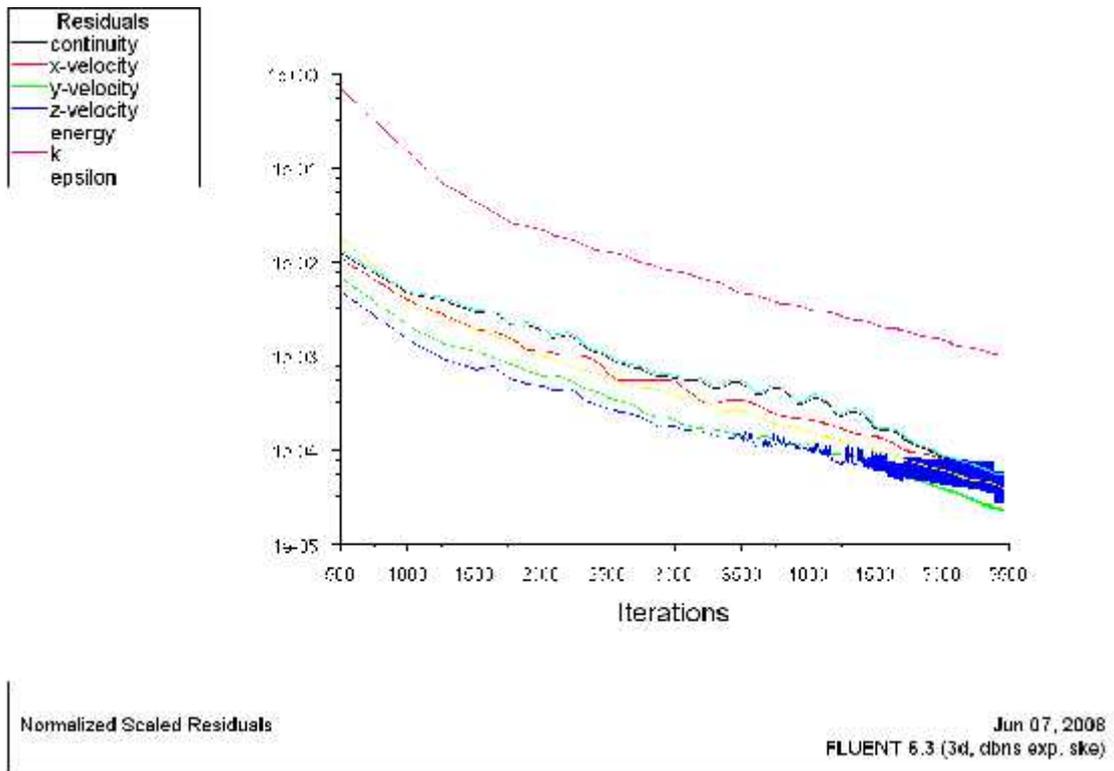


Fig (IV-17) Historique des résidus (DLR-F4)

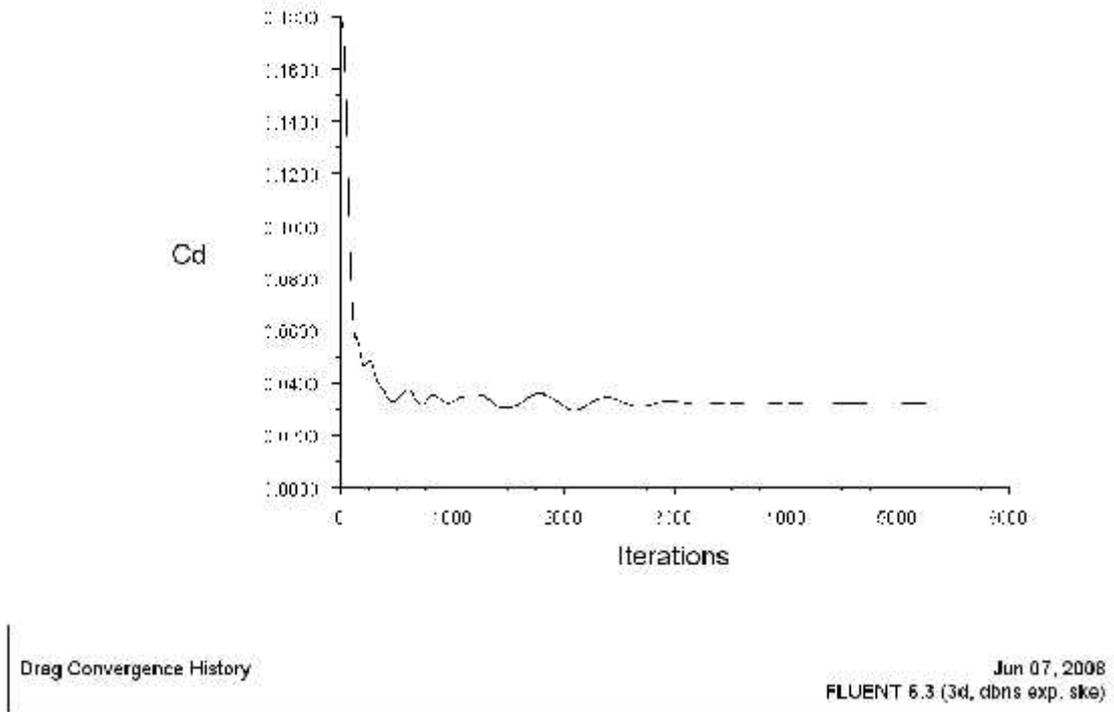
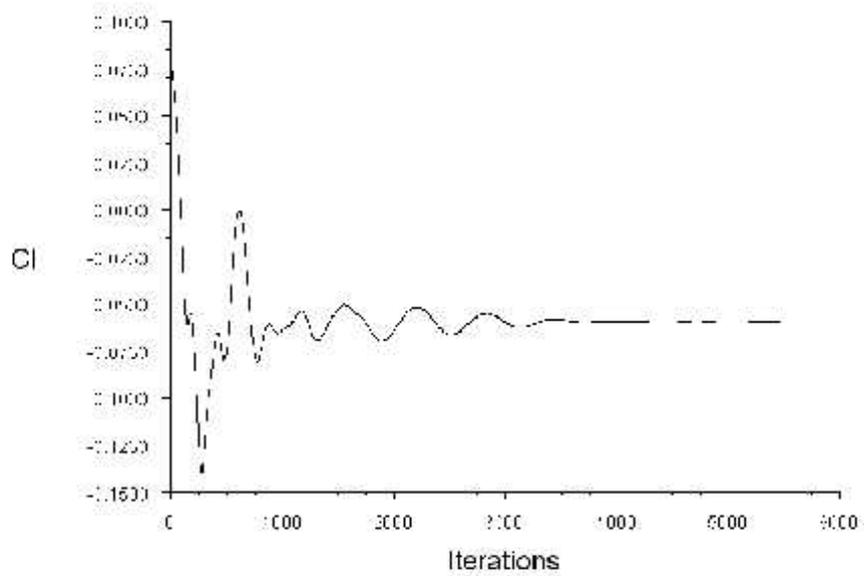


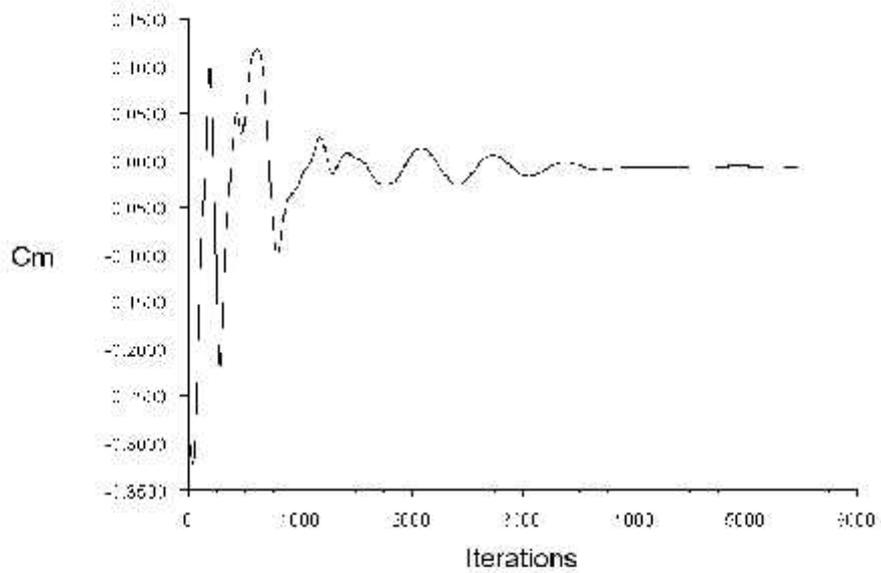
Fig. (IV-18) Historique du coefficient de traînée (DLR-F4)



Lift Convergence History

Jun 07, 2008
 FLUENT 6.3 (3d, dbns exp. ske)

Fig. (IV-19) Historique du coefficient de portance (DLR-F4)



Moment Convergence History About Z-Axis

Jun 07, 2008
 FLUENT 6.3 (3d, dbns exp. ske)

Fig. (IV-20) Historique du coefficient de moment (DLR-F4)

IV.7.3 l'écoulement visqueux autour de DLR-F4 :

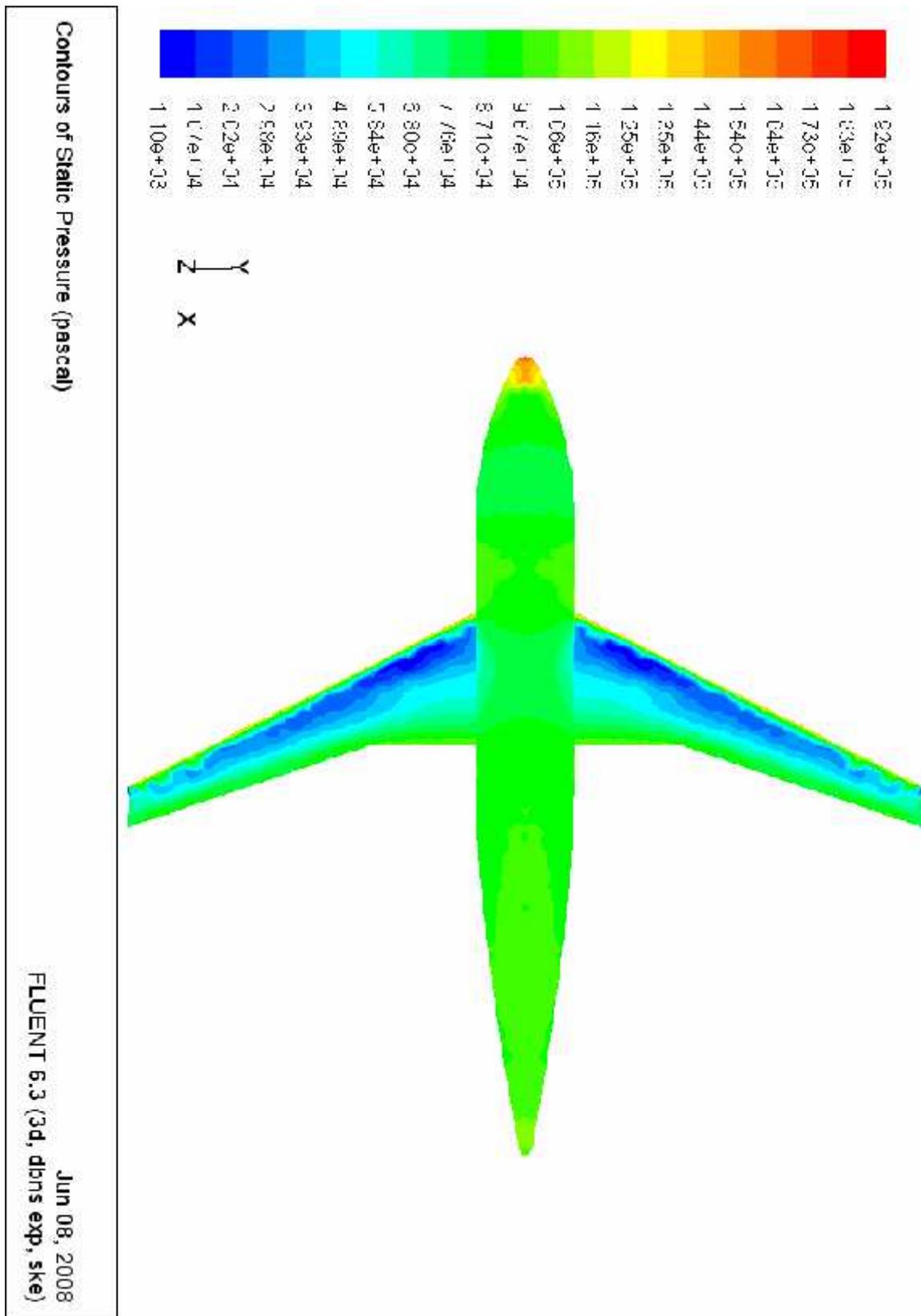


Fig (IV-21) Répartition de la pression statique sur DLR F4 (partie supérieur).

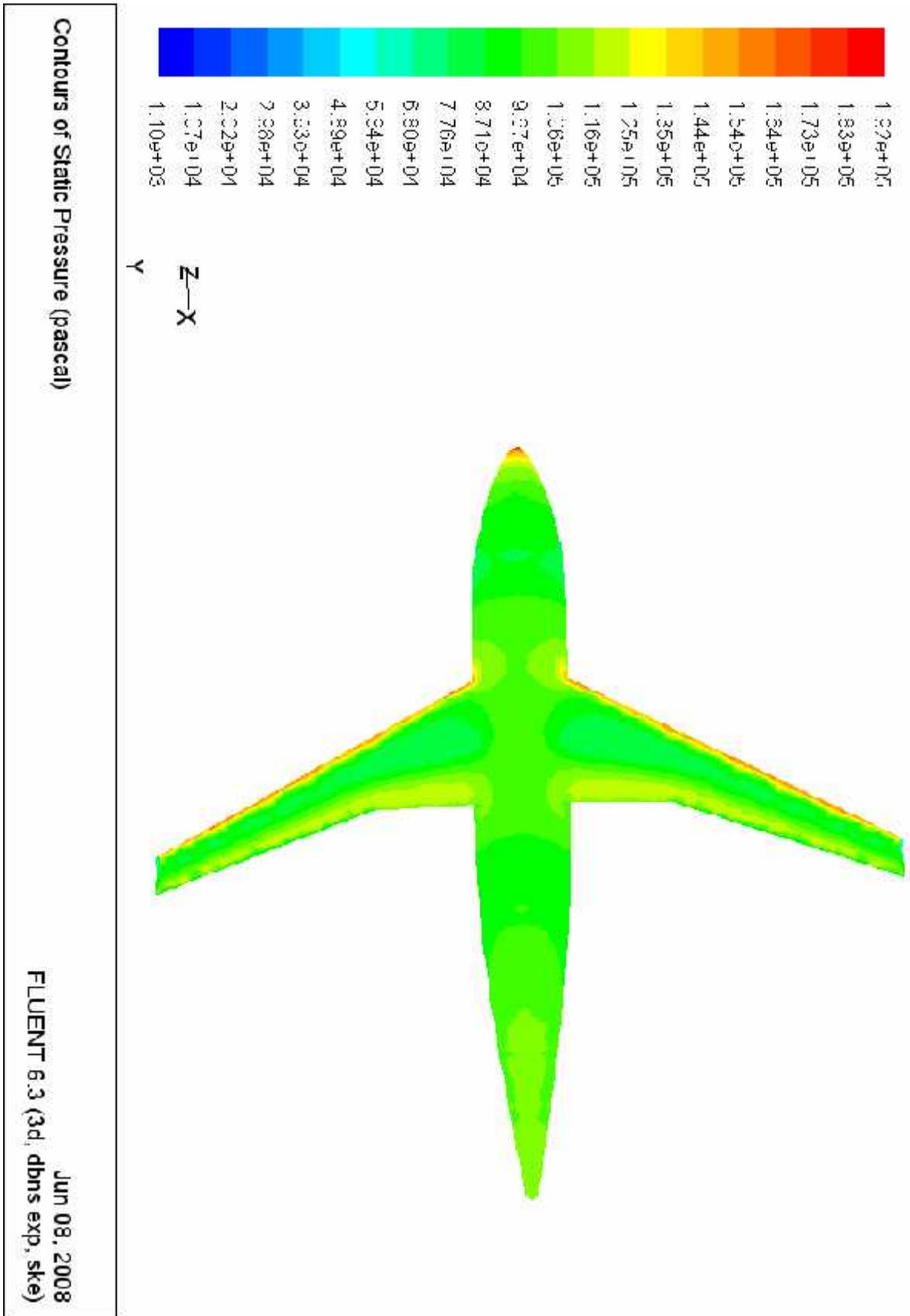


Fig (IV-22) Répartition de la pression statique sur DLR F4 (partie inférieur).

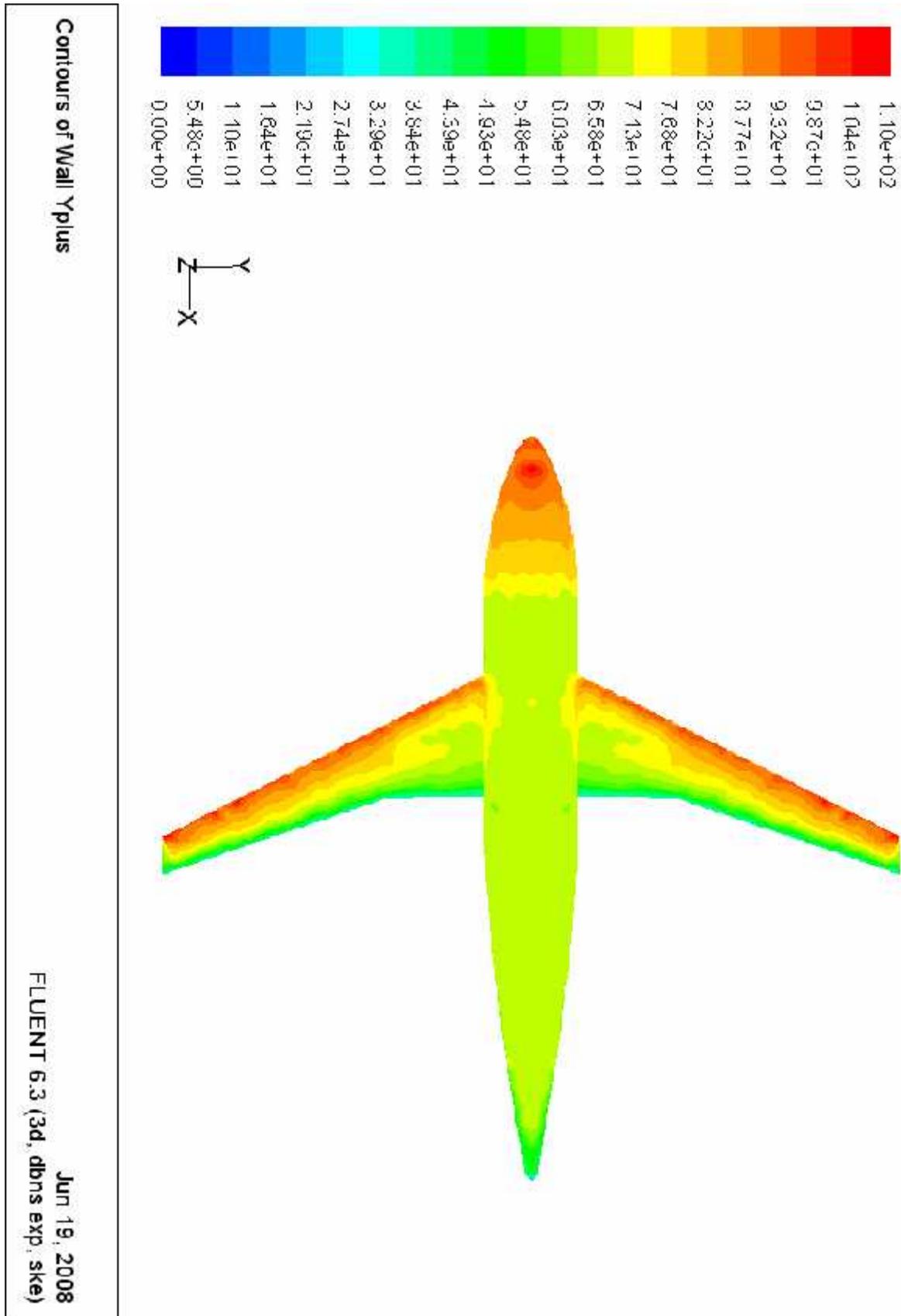


Fig (IV-23) Répartition du nombre Yplus sur DLR F4 (partie supérieur).

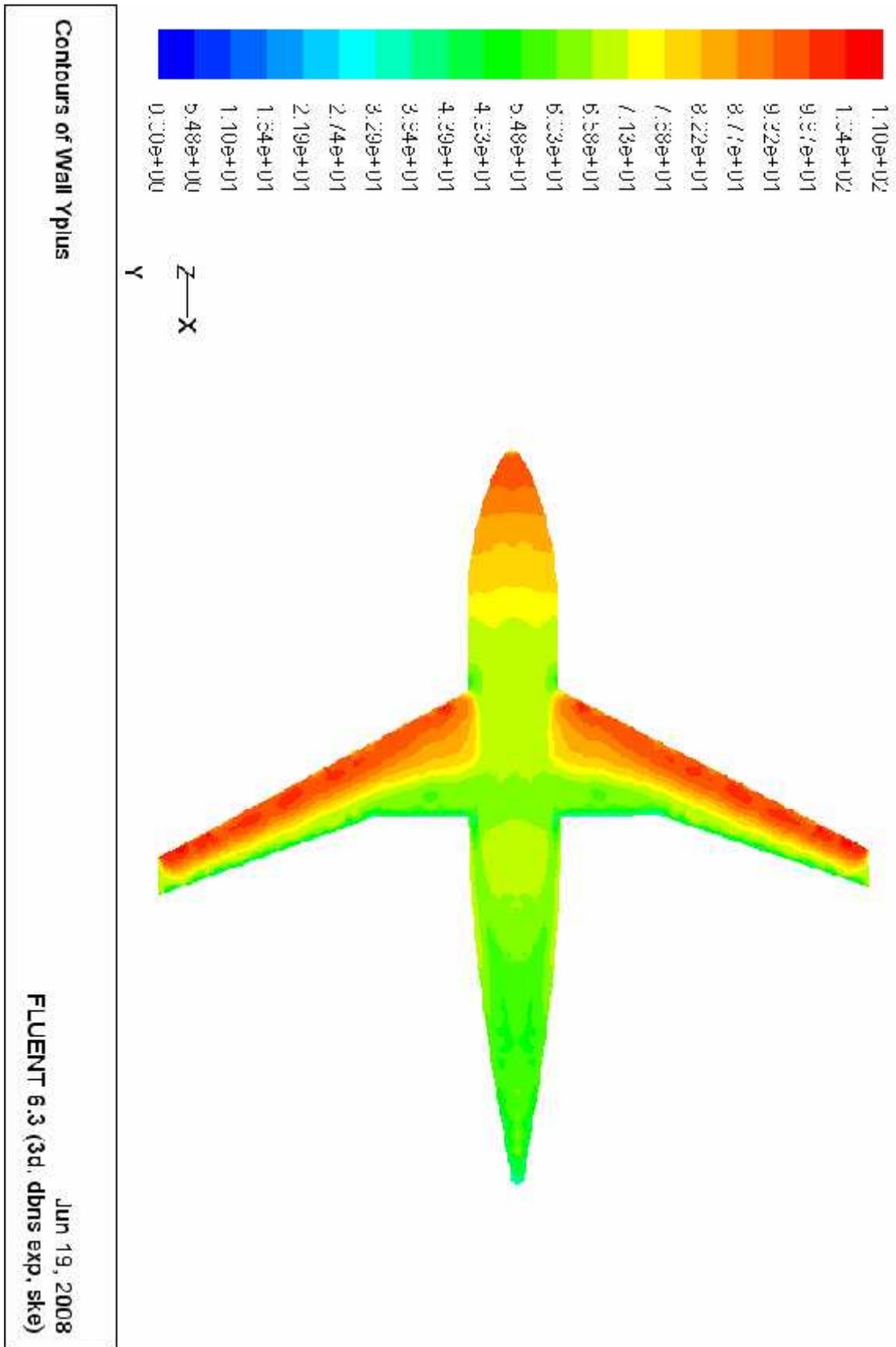


Fig (IV-24) Répartition du nombre Yplus sur DLR F4 (partie inférieure).

IV.8 Comparaison avec les résultats expérimentaux :

Pour tester la précision des résultats obtenus par le calcul, le coefficient de pression obtenu est comparé à celui qui a été mesuré dans la soufflerie dans les mêmes conditions de l'écoulement de calcul (nombre de mach, angle d'attaque) aux stations situées à 18.5%, 23.8%, 33.1%, 40.9%, 51.2%, 63.6%, 84.4% de la demie envergure [9]. Telle que montré à la figure IV-7

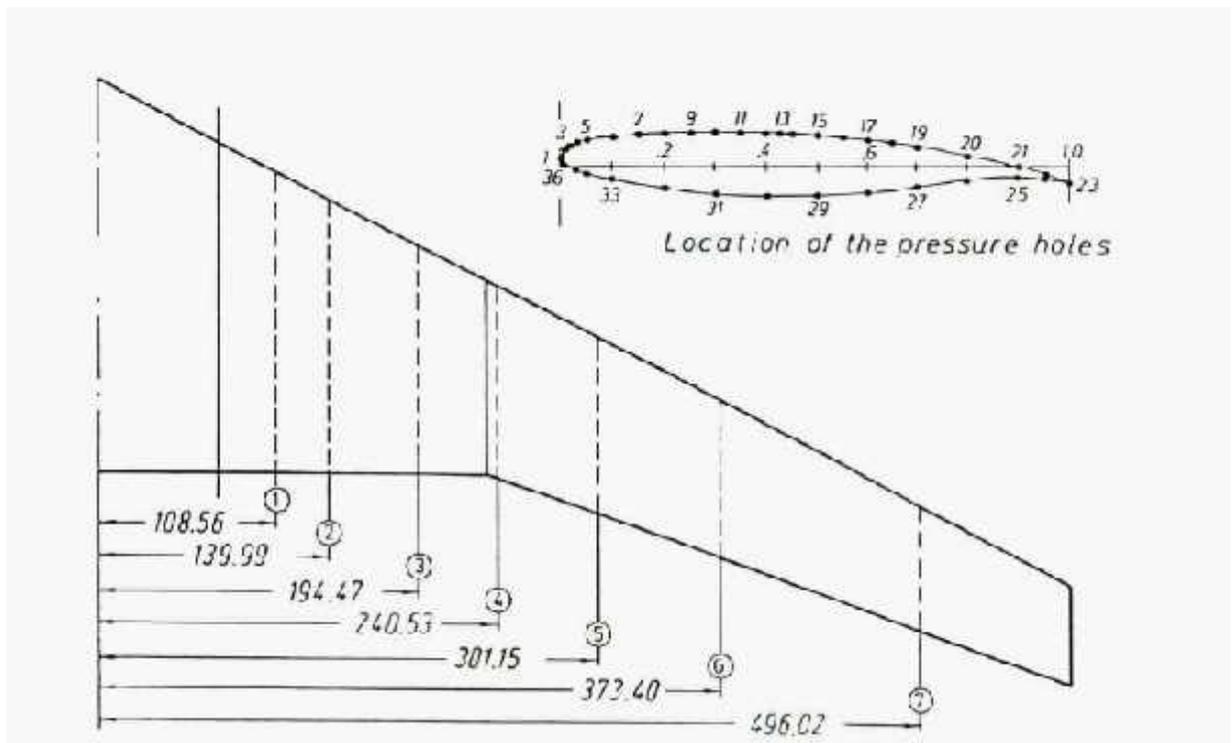


Fig (IV-25) stations de mesure de C_p pour DLR-F4

Dans ce rapport nous présentons les résultats de distribution de pression aux station 2 (23.8% de la demie envergure), 4 (40.9%) et station 7(84.4%).

Les résultats expérimentaux sont présentés dans **L'ANNEXE III**

IV.9 Représentation graphique des coefficients de pression:

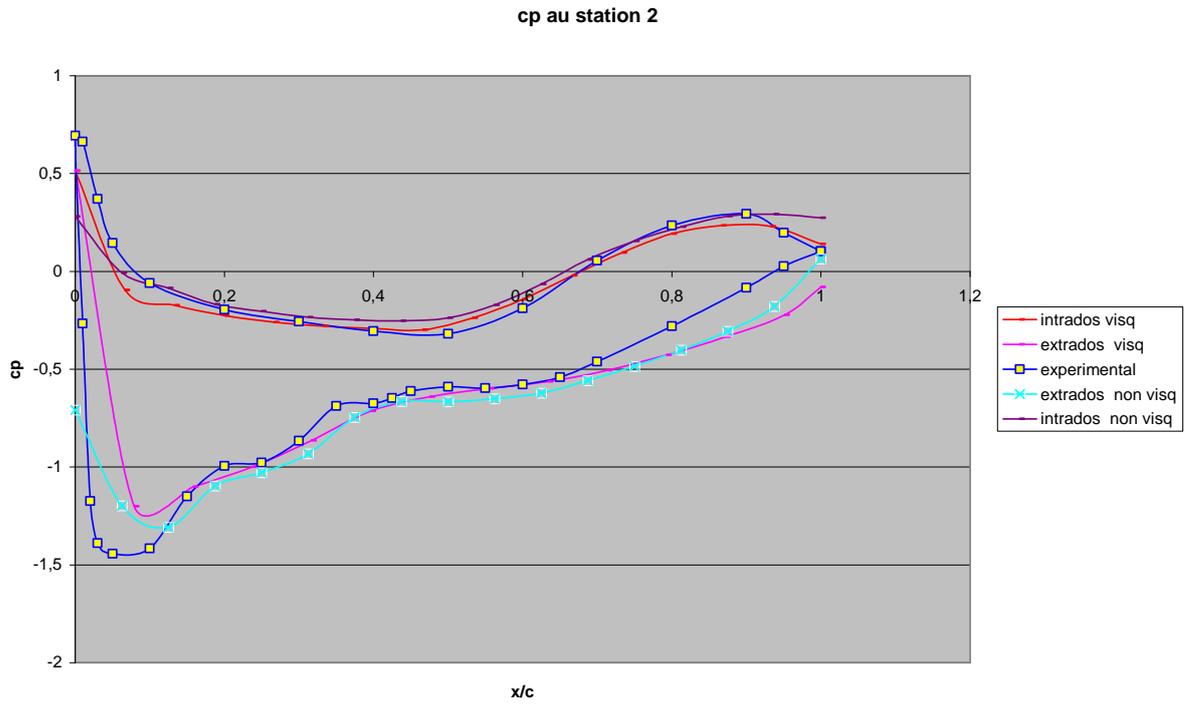


Fig. (IV-26) La station 23.8 % de demie envergure du DLR-F4

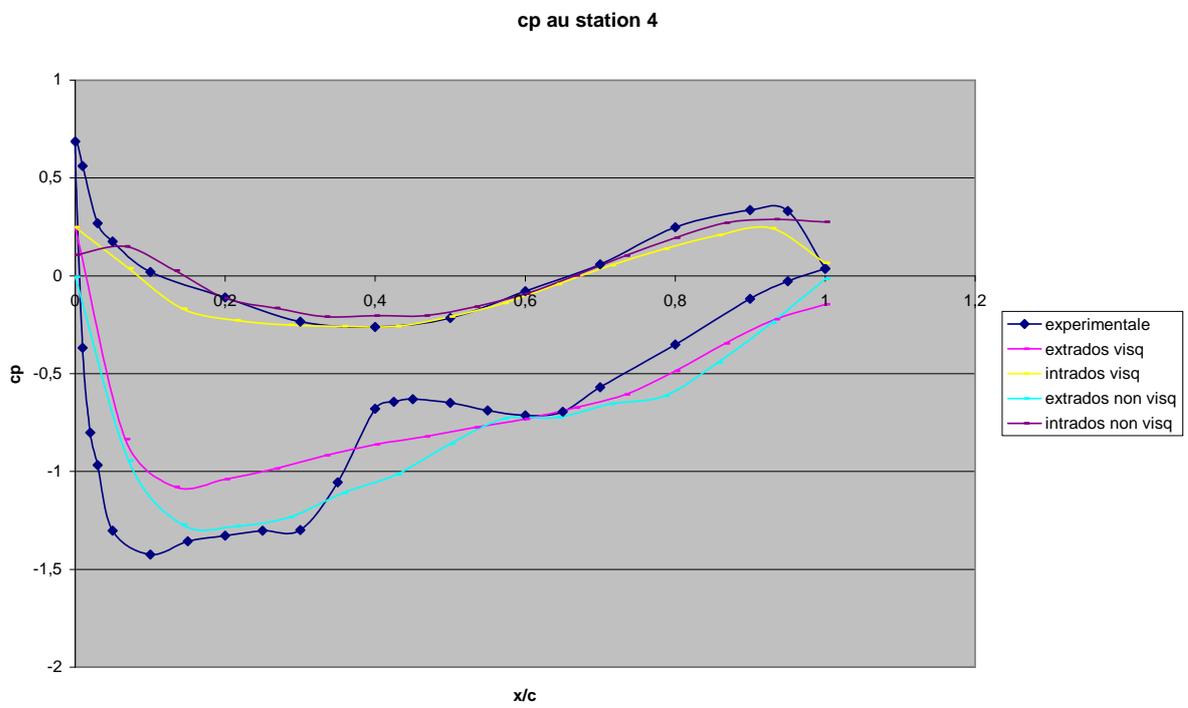


Fig. (IV-27) La station 40.9 % de demie envergure du DLR-F4

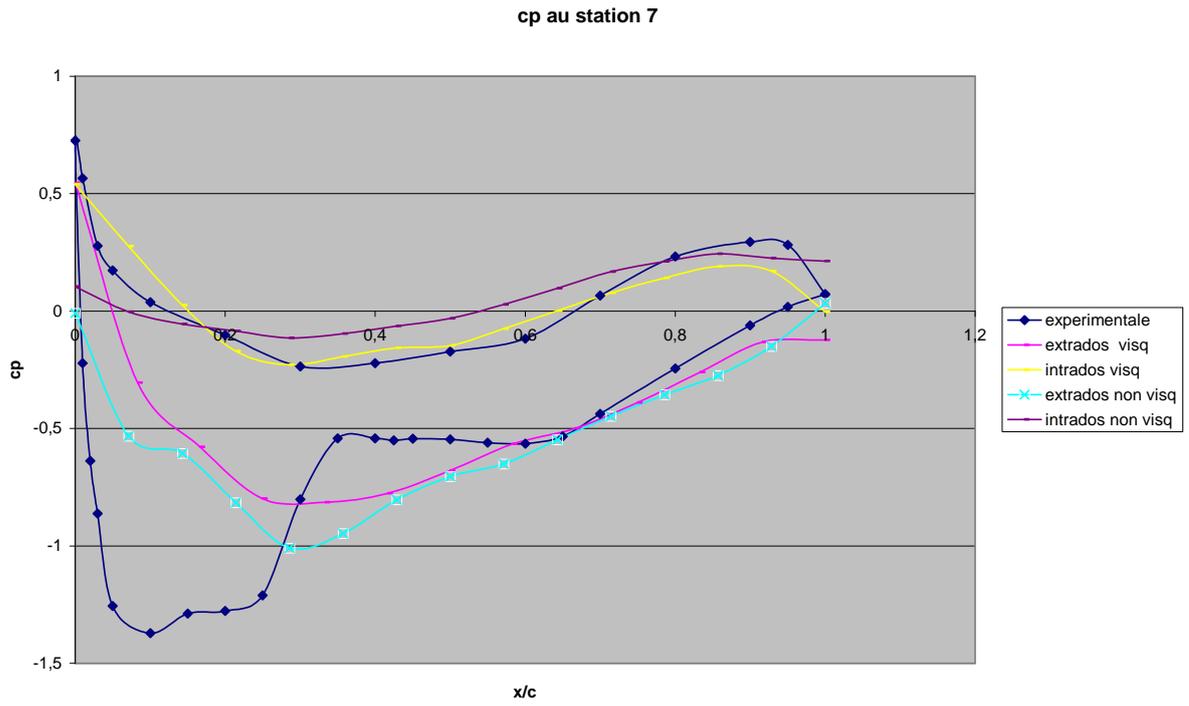


Fig. (IV-28) La station 63.6 % de demie envergure du DLR-F4

IV.10 Interprétation des résultats:

Dans ce projet on a utilisé deux types d'écoulement (visqueux et non visqueux) par deux schémas numériques qui sont implicite et explicite, on a vu que les deux schémas donnent la même solution avec un nombre d'itérations différent, on voit que le schéma explicite converge avec un nombre d'itérations plus important que le schéma implicite mais le temps d'une itération de ce dernier est plus grand que celui du schéma explicite c'est pour ça on ne peut pas dire que ce schéma est meilleur que l'autre.

Pour la répartition d'écoulement sur le **DLR-F4**, on voit que la pression est plus importante au nez de l'avion (point d'arrêt) et au bord d'attaque de l'aile (ligne d'arrêt), la pression diminue plus qu'on s'approche de l'extrados jusqu'à une zone de dépression, zone bleu, (voir figure IV.9 et IV.21) la valeur de la pression dans cette zone est inférieur à la valeur de la pression de référence, et que la pression imposée sur l'intrados est importante (voir figure IV.10 et IV.22), la différence de pression entre l'intrados et l'extrados donne la portance de l'avion.

Les coefficients de pression du calcul visqueux sont presque confondus à ceux du calcul non visqueux (voir figure IV.26, IV.27 Et IV.28) à cause de la valeur du nombre de Reynolds, plus que le nombre de Reynolds augmente plus que la couche limite est mince, et que la différence est petite entre les mesures expérimentales et notre calcul.

CONCLUSION

Dans ce travail nous avons présenté les résultats des calculs visqueux et non visqueux obtenus par FLUENT pour la configurations 3D utilisé dans la soufflerie aile/fuselage (DLR-F4) effectués sur un PC de bureau.

L'objectif premier étant de vérifier la viabilité de l'option PC de bureau pour faire de la CFD,

Les résultats obtenus dans ces calculs sont convergés et presque confondus aux résultats expérimentaux et sont de même ordre de grandeur que ces derniers.

Pour la continuité de ce travail, on peut proposer les mêmes calculs mais sur plusieurs maillages pour voir l'influence du maillage sur la solution ainsi que d'essayer de faire un autre calcul visqueux pour la configuration aile/fuselage/nacelle (DLR-F6).

Les vecteurs des équations de Navier-Stoks:

$$\vec{W} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots u \\ \dots v \\ \dots w \\ \dots E \end{bmatrix}$$

$$\vec{F}_c = \begin{bmatrix} \dots V \\ \dots uV + n_x p \\ \dots vV + n_y p \\ \dots wV + n_z p \\ \dots HV \end{bmatrix}$$

$$\vec{F}_v = \begin{bmatrix} 0 \\ n_x \dagger_{xx} + n_y \dagger_{xy} + n_z \dagger_{xz} \\ n_y \dagger_{yx} + n_y \dagger_{yy} + n_z \dagger_{yz} \\ n_z \dagger_{zx} + n_y \dagger_{zy} + n_z \dagger_{zz} \\ n_x \Theta_x + n_y \Theta_y + n_z \Theta_z \end{bmatrix}$$

$$\vec{Q} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dots f_{e,x} \\ \dots f_{e,y} \\ \dots f_{e,z} \\ \dots f_e \vec{v} + q\dot{h} \end{bmatrix}$$

Où $V = \vec{v} \cdot \vec{n}$ est la vitesse normale à la frontière

$$\Theta_x = u \dagger_{xx} + v \dagger_{xy} + w \dagger_{xz} + k \frac{\partial T}{\partial x}$$

$$\Theta_y = u \dagger_{yx} + v \dagger_{yy} + w \dagger_{yz} + k \frac{\partial T}{\partial y}$$

$$\Theta_z = u \dagger_{zx} + v \dagger_{zy} + w \dagger_{zz} + k \frac{\partial T}{\partial z}$$

Fichier SUMMARY pour le calcul visqueux :

FLUENT

(Version: 3d, dbns exp, ske (3d, density-based explicit, standard k-epsilon)

Release: 6.3.26

:Title

Models

Model	Settings
Space	3D
Time	Steady
Viscous	Standard k-epsilon turbulence model
Wall Treatment	Standard Wall Functions
Heat Transfer	Enabled
Solidification and Melting	Disabled
Radiation	None
Species Transport	Disabled
Coupled Dispersed Phase	Disabled
Pollutants	Disabled
Pollutants	Disabled
Soot	Disabled

Boundary Conditions

Zones

name	id	type
live1	19	fluid
far_top	27	pressure-far-field
far_sym	23	symmetry
far_side	28	pressure-far-field
far_out	25	pressure-far-field
far_in	24	pressure-far-field
far_bot	26	pressure-far-field
int_live1	20	interior
wing_up	21	wall
wing_dn	22	wall
fuse_0	29	wall
fuse_1	30	wall
fuse_2	31	wall
fuse_3	32	wall
fuse_4	33	wall
wing_te	34	wall
wing_tip	35	wall
wing_le	36	wall

Boundary Conditions

Farfields

Condition	Value
Gauge Pressure (pascal)	102311
Mach Number	0.75
Temperature (k)	233
X-Component of Flow Direction	0.99980003
Y-Component of Flow Direction	0
Z-Component of Flow Direction	0.0174
Turbulent Specification Method	0
Turbulent Kinetic Energy (m ² /s ²)	1
Turbulent Dissipation Rate (m ² /s ³)	1
Turbulent Intensity (%)	0.1
Turbulent Length Scale (m)	1
Hydraulic Diameter (m)	1
Turbulent Viscosity Ratio	10

Walls

Condition	Value
Temperature (k)	233

Solver Controls

Equations

Equation	Solved
Flow	yes
Turbulence	yes

Numerics

Numeric	Enabled
Absolute Velocity Formulation	yes

Material Properties

(Material: air (fluid

(Property	Units	Method	Value(s)
Density	kg/m3	ideal-gas	#f
Cp (Specific Heat)	j/kg-k	constant	1006.43
Thermal Conductivity	w/m-k	constant	0.0242
Viscosity	kg/m-s	constant	1.6499462e-05
Molecular Weight	kg/kgmol	constant	28.966
L-J Characteristic Length	angstrom	constant	3.711
L-J Energy Parameter	k	constant	78.6
Thermal Expansion Coefficient	1/k	constant	0
Degrees of Freedom		constant	0
Speed of Sound	m/s	none	#f

(Material: aluminum (solid

(Property	Units	Method	Value(s)
Density	kg/m3	constant	2719
Cp (Specific Heat)	j/kg-k	constant	871
Thermal Conductivity	w/m-k	constant	202.4

Fichier SUMMARY pour le calcul non visqueux :

FLUENT

(Version: 3d, dbns exp (3d, density-based explicit, inviscid

Release: 6.3.26

:Title

Models

Model	Settings
Space	3D
Time	Steady
Viscous	Inviscid
Heat Transfer	Enabled
Solidification and Melting	Disabled
Radiation	None
Species Transport	Disabled
Coupled Dispersed Phase	Disabled
Pollutants	Disabled
Pollutants	Disabled
Soot	Disabled

Boundary Conditions

Zones

name	id	type
live1	19	fluid
far_top	27	pressure-far-field
far_sym	23	symmetry
far_side	28	pressure-far-field
far_out	25	pressure-far-field
far_in	24	pressure-far-field
far_bot	26	pressure-far-field
int_live1	20	interior
wing_up	21	wall
wing_dn	22	wall
fuse_0	29	wall
fuse_1	30	wall
fuse_2	31	wall
fuse_3	32	wall
fuse_4	33	wall
wing_te	34	wall
wing_tip	35	wall
wing_le	36	wall

Boundary Conditions

farfield

Condition	Value
Gauge Pressure (pascal)	0
Mach Number	0.75
Temperature (k)	233
X-Component of Flow Direction	0.99984002
Y-Component of Flow Direction	0
Z-Component of Flow Direction	0.017449999

RESULTATS EXPERIMENTALES POUR DLR-F4 :

SECTION X/C	0.185 CP	0.238 CP	0.331 CP	0.409 CP	0.512 CP	0.636 CP	0.844 CP
1.000	0.0805	0.1019	0.0851	0.0372	0.0430	0.0531	0.0722
0.950	0.0126	0.0259	0.0013	-0.0282	-0.0109	-0.0035	0.0181
0.900	-0.0854	-0.0834	-0.0978	-0.1174	-0.0874	-0.1397	-0.0614
0.800	-0.2820	-0.2801	-0.2986	-0.3514	-0.2818	-0.2758	-0.2440
0.700	-0.4498	-0.4603	-0.5083	-0.5688	-0.4852	-0.4641	-0.4373
0.650	-0.5215	-0.5401	-0.6182	-0.6940	-0.5893	-0.5475	-0.5336
0.600	-0.5513	-0.5781	-0.6503	-0.7132	-0.6144	-0.5937	-0.5650
0.550	-0.5747	-0.5965	-0.6570	-0.6879	-0.6174	-0.5671	-0.5608
0.500	-0.5790	-0.5893	-0.6311	-0.6497	-0.5999	-0.5545	-0.5465
0.450	-0.6039	-0.6120	-0.6372	-0.6310	-0.6133	-0.5520	-0.5429
0.425	-0.6377	-0.6474	-0.6630	-0.6434	-0.6419	-0.5803	-0.5499
0.400	-0.6624	-0.6743	-0.6855	-0.6800	-0.7058	-0.6783	-0.5424
0.350	-0.7143	-0.6871	-0.6701	-1.0548	-1.2197	-1.0006	-0.5426
0.300	-0.8448	-0.8662	-0.8209	-1.2983	-1.2752	-1.2719	-0.8019
0.250	-0.8910	-0.9771	-1.3134	-1.3017	-1.2833	-1.2814	-1.2114
0.200	-0.8985	-0.9945	-1.3486	-1.3272	-1.3186	-1.3250	-1.2770
0.150	-0.9084	-1.1504	-1.4302	-1.3559	-1.3345	-1.3267	-1.2877
0.100	-1.0690	-1.4152	-1.4422	-1.4250	-1.4173	-1.4160	-1.3714
0.050	-1.2813	-1.4431	-1.4461	-1.3023	-1.2611	-1.2457	-1.2555
0.030	-1.3332	-1.3894	-1.1968	-0.9666	-0.9808	-0.9653	-0.8626
0.020	-1.1672	-1.1736	-0.8472	-0.8009	-0.8069	-0.7667	-0.6383
0.010	-0.3817	-0.2664	-0.3023	-0.3684	-0.2688	-0.2956	-0.2221
0.000	0.7492	0.6929	0.6167	0.6862	0.6063	0.6897	0.7256
0.010	0.6627	0.6632	0.6052	0.5620	0.5663	0.5708	0.5655
0.030	0.3831	0.3701	0.3071	0.2679	0.2936	0.3280	0.2774
0.050	0.1668	0.1454	0.1406	0.1755	0.1903	0.2189	0.1737
0.100	-0.0490	-0.0604	-0.0276	0.0198	0.0224	0.0631	0.0385
0.200	-0.1814	-0.1950	-0.1737	-0.1103	-0.0758	-0.0670	-0.1014
0.300	-0.2308	-0.2558	-0.2589	-0.2348	-0.2153	-0.1977	-0.2358
0.400	-0.2772	-0.3052	-0.2875	-0.2621	-0.2136	-0.1993	-0.2211
0.500	-0.3302	-0.3181	-0.2633	-0.2156	-0.1695	-0.1594	-0.1723
0.600	-0.1852	-0.1883	-0.1691	-0.0787	-0.1088	-0.1002	-0.1173
0.700	0.0417	0.0558	0.0620	0.0582	0.0818	0.0796	0.0656
0.800	0.2178	0.2342	0.2610	0.2490	0.2539	0.2550	0.2324
0.900	0.2614	0.2942	0.3329	0.3360	0.3223	0.3206	0.2948
0.950	0.2444	0.1981	0.3300	0.3310	0.3179	0.3075	0.2816