

UNIVERSITE DE BLIDA 1

Faculté des Sciences
Département de Physique

THESE DE DOCTORAT

en Physique

Spécialité : Physique Fondamentale et Appliquée

**MODELISATION DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE
DES MICRO(NANO)POUTRES A STRUCTURE NON-
UNIFORME : ÉTUDE DE LA SENSIBILITE EN
FREQUENCES DE NANOPOUTRES PERFOREES
SOUMISES A UN CHAMP THERMIQUE**

Par

Hicham BOUROUINA

Devant le jury composé de :

A. Aissat	Professeur, Université Blida 1	Président
S. Nacer	Professeur, Université Blida 1	Examineur
M.S. Abaidia	Professeur, Université de Boumerdes	Examineur
M. Derbal	Maitre de conférences A, Université de Blida 1	Examineur
Y. Mabdoua	Maître de recherches A (HDR), CDTA d'Alger	Examineur
A. Sahar	Maitre de conférences A, Université de Blida 1	Rapporteur
R. Yahiaoui	Maître de conférences B, UFC (France)	Invité

Blida, Décembre 2015

ABSTRACT

The aim of this thesis was to study the dynamic behavior of microbeams integrated in microsystems such as basic components, taking into account the effect of nonuniform microbeam structure. The study is based on vibration analysis of microstructures to develop new mathematical models taking into account nonuniformity of microstructure to improve the extraction of physical properties of the thin films constituting microbeams. We have presented the integration principle of microbeam in microsystems, its scientific and strategic outlooks and measurement methods suitable for the mechanical characterization. Existing analytical models are presented, corrected and analyzed in detail from simulations using finite element method (FEM) with COMSOL software to test their validity and to determine corrective factors that take into account the variation of the effective Young's modulus with the microbeam width, the under-etching at clamped end and non-rectangular cross-section of non-uniform microbeam. Moreover, theoretical models were developed taking into account the effects of periodic holes network and thermal field on the vibration modes of perforated nanobeams. Finally, developed models have been tested using experimental measurements where the results show a clear improvement for the extraction of the Young's modulus of thin films constituting microbeams. On another hand, numerical results are shown that the resonance frequency change, the thermal loads and the small scale effects are dependent on the geometric parameters of the periodic holes network.

RESUME

L'objectif de cette thèse était l'étude du comportement dynamique des micropoutres intégrées dans des microsystèmes comme éléments de base, en tenant compte de l'effet de la structure non-uniforme. L'étude est basée sur l'analyse des vibrations des micropoutres pour développer de nouveaux modèles mathématiques tenant compte de la non-uniformité de la microstructure afin d'améliorer l'extraction des propriétés physiques des films minces constituant les micropoutres. Nous avons présenté le principe d'intégration de la micropoutre dans les microsystèmes, ses enjeux scientifiques et stratégiques et les méthodes de mesure adaptées pour la caractérisation mécanique. Les modèles analytiques existants sont présentés, corrigés puis analysés en détail à partir de simulations par la méthode des éléments finis (MEF) sous le logiciel COMSOL afin de tester leur validité et déterminer les facteurs correctifs qui tiennent compte à la fois, de la variation du module de Young effectif avec la largeur, de l'effet de la sous gravure à l'encastrement et celui de la section droite non-rectangulaire de la micropoutre non-uniforme. Nous avons ensuite développé des modèles tenant compte de l'effet d'un réseau de trous périodiques et de l'effet du champ thermique sur les modes de vibration des nanopoutres perforées. Enfin, les modèles développés ont été testés avec des mesures expérimentales, les résultats obtenus ont montré une nette amélioration de l'extraction de module de Young des films minces constituant les micropoutres. D'autre part, d'autres résultats montrent que, la variation de la fréquence de résonance, l'effet de champ thermique et l'effet de la réduction de dimensions dépendent des paramètres géométriques du réseau trous périodiques.

ملخص

الهدف من هذه الاطروحة هو دراسة السلوك الديناميكي للروافد المصغرة غير المنتظمة و المدمجة في الانظمة المصغرة كمكونات أساسية. الدراسة تركز في الأساس على تحليل اهتزازات البنى المصغرة بغرض تطوير نماذج رياضية تساعد على تحسين استنباط الخصائص الفيزيائية للأغشية الرقيقة المكونة للروافد المصغرة. لقد قمنا بعرض مبدأ دمج الروافد في الأنظمة المصغرة و أفاقها العلمية و الإستراتيجية و كذلك طرق القياس المعتمدة عند التوصيف الميكانيكي للروافد. النماذج التحليلية الموجودة تم استعراضها، تعديلها و بعد ذلك تحليلها بالتفصيل من خلال المحاكاة بطريقة العناصر المنتهية (ط.ع.م) باستعمال البرنامج كومسول و ذلك لاختبار مدى فاعليتها و كذا حساب المعاملات التصحيحية التي تأخذ بعين الاعتبار تغير معامل يونغ مع تأثير كل من عرض الرافدة، الجزء المخلف عن عملية النقش عند الطرف المثبت و كذلك الشكل غير المستطيل لمقطع الرافدة غير المنتظمة . قمنا بعد ذلك بتطوير نماذج تأخذ بعين الاعتبار تأثيري كل من شبكة الثقوب الدورية و الحقل الحراري على أنماط اهتزاز الروافد النانوية المثقبة. في الأخير، النماذج المطورة تم اختبارها استنادا للقياسات التجريبية و النتائج أظهرت تحسنا واضحا خصوصا عند استنباط معامل يونغ للأغشية الرقيقة المكونة للروافد المصغرة. من جهة أخرى، النتائج أظهرت أن كلا من تغير تردد الرنين، تأثير الحقل الحراري و كذلك تأثير تخفيض الأبعاد متعلق بالخصائص الهندسية لشبكة الثقوب الدورية.

REMERCIEMENTS

Le travail de thèse présenté dans ce manuscrit a été réalisé au Laboratoire de Physique Fondamentale et appliquée (FUNDAPL) de la Faculté des Sciences à l'Université Saad-Dahlab Blida 1 (Algérie) en collaboration avec l'institut FEMTO-ST de l'Université Franche-Comté à Besançon (France). Je tiens tout d'abord à remercier les responsables des deux structures pour m'y avoir facilité l'accès à cet environnement de travail scientifique.

Ce travail a été encadré par M. Abdellah SAHAR, membre au laboratoire FUNDAPL de la Faculté des Sciences à l'Université Saad-Dahlab Blida 1, conjointement avec M. Réda YAHIAOUI, membre à l'institut FEMTO-ST de l'Université Franche-Comté à Besançon (France). Je vous remercie pour avoir accepté de diriger ce travail avec une rigueur intellectuelle et une efficacité exceptionnelle.

Je tiens aussi à remercier Messieurs M.E.A. BENAMAR (Président du Comité de Doctorat) et N. BOUAYED (membre du laboratoire FUNDAPL) pour leur aide tout au long de cette thèse et pour m'avoir fait profiter des équipements de simulation du FUNDAPL. Ces remerciements vont également aux tout membres du laboratoire FUNDAPL pour leur gentillesse et leurs précieux conseils.

Je remercie les membres de mon jury, Messieurs M. DERBAL, S. NACER, Y. MABDOUA et M.S. ABAIDIA pour avoir jugé mon travail, A. AISSAT pour avoir accepté de présider ma thèse et R. YAHIAOUI pour m'avoir fait l'honneur d'y assister. Je tiens à remercier mes collègues doctorants de physique pour leur précieuse compagnie. Je remercie aussi toute l'équipe des secrétaires du FUNDAPL pour la bonne ambiance générale qu'elles ont su imposer au laboratoire. Je souhaite assurer de mon amitié, toutes mes amies et collègues de travail. Tous mes remerciements vont aussi à tout le personnel administratif pour leur gentillesse, leur disponibilité et leur bonne humeur ainsi que tout le personnel de la documentation et le personnel du centre de calcul.

Mes derniers remerciements, mais non les moindres, vont à mes parents, mes frères et sœurs et leurs conjoints qui m'ont si patiemment apporté leur soutien.

TABLE DES MATIERES

RESUMÉ	
REMERCIEMENTS	
TABLE DES MATIERES	
LISTE DES ILLUSTRATIONS, GRAPHIQUE ET TABLEAUX	
INTRODUCTION	14
1. LES MICROPOUTRES INTEGREES DANS LES MICROSYSTEMES :	
CONCEPTS FONDAMENTAUX ET NOTIONS DE BASE	18
1.1. Introduction	18
1.2. Description de la structure de la micropoutre	18
1.2.1. Fonctions de base et principe d'intégration	20
1.2.2. Domaines d'utilisation et exemples d'application	21
1.2.3. Enjeux scientifiques et stratégiques des microsystèmes	22
1.3. Structure des matériaux d'élaboration des micropoutres en films minces	23
1.3.1. Matériaux amorphes	24
1.3.2. Matériaux cristallins	25
1.4. Méthodes de mesure des fréquences de résonance pour la caractérisation mécaniques	26
1.4.1. Principe de la mesure des fréquences de résonance	27
1.4.2. Méthodes Principales appliquées pour la mesure	28
1.4.3. Critères du choix de la méthode de mesure	28
1.5. Techniques de caractérisation appliquées à l'étude du comportement des microstructures	29
1.5.1. Microscopie à Force Atomique	29
1.5.2. Microvibrométrie interférométrie optique	29
1.5.3. Holographie interférométrique	30
1.5.4. Interférométrie de Speckle Electronique	31
1.5.5. Autres techniques de caractérisation	32
1.6. Technique de caractérisation par microvibrométrie optique interférométrique	32
1.6.1. Mesure ponctuelle sans contact	32

1.6.2. Mesure plein champ sans contact	34
1.7. Techniques d'excitation et d'actionnement des micropoutres	36
1.7.1. Méthodes appliquées pour des fonctions d'actionnement	36
1.7.2. Méthodes appliquées pour des fonctions de détection	38
1.8. Conclusion	39
2. MODELISATION DE COMPORTEMENT DYNAMIQUE DES MICROPOUTRES RESONANTES	41
1.1. Introduction	41
2.2. Méthodes de modélisation appliquée à l'étude de comportement dynamique	42
2.2.1. Principe et intérêt de la modélisation	42
2.2.2. Principaux méthodes appliquées	43
2.2.2.1. Méthode analytique directe	43
2.2.2.2. Calcul numérique approché	43
2.3. Modélisation analytique de comportement des micropoutres	44
2.3.1. Modèle analytique d'Euler-Bernoulli de la micropoutre	44
2.3.1.1. Hypothèses de calcul et approximations de base	44
2.3.1.2. Équation mécanique du mouvement	45
2.3.1.3. Modes de vibration et fréquences de résonance	46
2.3.2. Modèle analytique de Rayleigh de la micropoutre	47
2.3.2.1. Équation mécanique du mouvement	47
2.3.2.2. Modes et fréquences de résonance	48
2.3.2.3. Méthode de calcul des nombres d'onde	50
2.4. Simulation numérique de comportement dynamique des micropoutres	51
2.4.1. Principe de la méthode des éléments finis	51
2.4.2. Optimisation de maillage et étude de la convergence du calcul	51
2.4.3. Mise en oeuvre des simulations par éléments finis	52
2.5. Correction numérique de l'effet de la largeur	52
2.5.1. Modèle de l'effet de la largeur et méthode de correction	52
2.5.2. Correction numérique des modèles analytique	54
2.5.2.1. Modèle corrigé d'Euler-Bernoulli	54
2.5.2.2. Modèle corrigé de Rayleigh	54
2.5.3. Valorisation de la méthode de correction	54
2.6. Conclusion	57
3. ETUDE DU COMPORTEMENT DES MICROPOUTRE A SECTION DROITE	

NON RECTANGULAIRE PRESENTANT UNE SOUS GRAVURE A L	58
ENCASTREMENT	58
3.1. Introduction	58
3.2. Micropoutres sous-gravées à section droite non-rectangulaire	58
3.2.1. Procédé de fabrication des micropoutres	61
3.2.2. La sous-gravure à l'encastrement de la micropoutre	61
3.2.3. La modification de la forme la section droite	
3.3. Modélisation de l'effet de la sous-gravure de la section droite non-	63
rectangulaire	63
3.3.1. Effet de la sous-gravure à l'encastrement	67
3.3.2. Effet de la section droite non-rectangulaire	69
3.4. Amélioration des modèles analytiques de la micropoutre	69
3.4.1. Modèle amélioré de Bernoulli	69
3.4.2. Modèle amélioré de Rayleigh	69
3.5. Effet de la correction sur l'élasticité mécanique de films minces	70
3.5.1. Micropoutre en film d'Aluminium ($100 \times 9 \times 0.6 \mu\text{m}^3$)	70
3.5.2. Micropoutre en film de chrome ($80 \times 2 \times 0.95 \mu\text{m}^3$)	75
3.6. Conclusion	78
4. ETUDE DU COMPORTEMENT DE NANOPOUTRES PERFOREES	79
SOUMISES A UN CHAMP THERMIQUE	79
4.1. Introduction	80
4.2. Les nanopoutres perforées	80
4.2.1. Structure de la nanopoutre à réseau de trous périodiques	81
4.2.2. Équations différentielles couplées de vibration	84
4.3. Résolution de système d'équations de vibration	84
4.3.1. Vibration en présence de l'effet de cisaillement	84
4.3.2. Vibration en présence de l'effet de cisaillement	85
4.4. Effet de la perforation sur la fréquence de résonance	85
4.4.1. Effet de taux de perforation	85
4.4.2. Effet du nombre de trous	87
4.5. Effet de la perforation sur les rapports en fréquence	88
4.5.1. Rapport en fréquence en présence du champ thermique	
4.5.1.1. Effet du taux de perforation	89
4.5.1.2. Effet de nombre de trous	90

4.5.2. Rapport en fréquence en présence de l'effet de la réduction d'échelle	91
4.5.2.1. Effet du taux de perforation	91
4.5.2.2. Effet du nombre de trous	92
4.6. Conclusion	93
CONCLUSION	95
APPENDICES	99
A. Vibrations forcées de l'oscillateur discret amorti	99
B. Vibrations libres transverses d'une micropoutre de section uniforme	105
C. Moment d'inertie des micropoutres avec section non rectangulaire	109
REFERENCES	113

LISTE DES ILLUSTRATIONS, GRAPHIQUES ET TABLEAUX

Figure 1.1	Micropoutre en carbure de silicium	19
Figure 1.2	Micropoutre d'un microscope à force atomique	19
Figure 1.3	Structures ordonnée et non ordonnée de la matière à l'état solide :	23
Figure 1.4	Structure d'un matériau amorphe	24
Figure 1.5	Structure d'un matériau à réseau cristallin	25
Figure 1.6	Structure de silicium polycristallin	26
Figure 1.7	Schéma expérimental de l'interférométrie holographie	30
Figure 1.8	Configuration de l'interférométrie de speckle	31
Figure 1.9	Système d'acquisition des mesures ponctuelles de spectres	33
Figure 1.10	Schéma de l'électronique de commande et de détection pour les mesures de vibrométrie stroboscopique en lumière monochrome ou blanche.	35
Figure 1.11	Schémas simplifiés des principaux types d'objectifs interférométriques	35
Figure 1.12	Principe de l'actionnement piézoélectrique.	37
Figure 1.13	Principe de l'actionnement électromagnétique.	37
Figure 1.14	Principe de l'actionnement électrostatique.	38
Figure 1.15	Dispositif intégré avec pont de Wheatstone (a) : Image obtenue par MEB, (b) : Schéma représentatif du pont	39
Figure 2.1	Schéma d'une micropoutre idéale encastree à l'une de ses extrémités d'une longueur L , d'une largeur b et d'une épaisseur h .	45
Figure 2.2	Nombres d'onde a_n^r et b_n^r en fonction de $k = (1/L)\sqrt{EI/A}$ pour le modèle RBM comparé avec le nombre d'onde α_n^e du modèle EBM.	49
Figure 2.3	Formes des trois premiers modes de vibration d'une micropoutre pour les deux modèles analytiques EBM et RBM.	50
Figure 2.4	Variation du coefficient α_1 (mode 1) en fonction de b/L pour différentes longueurs de la poutre ($100\mu\text{m}$ et $200\mu\text{m}$). Epaisseur de la micropoutre. $h=1\mu\text{m}$.	55
Figure 2.5	Evolution de la correction α_1 en fonction de b/L pour différentes	55

valeur du coefficient de Poisson ν . Dimensions de la micropoutre :
 $L=100\mu m$, $h=1\mu m$.

Figure.2.6	Variation du coefficient α_n en fonction de b/L pour les trois premiers modes d'une micropoutre $h=1\mu m$, $L=100\mu m$.	56
Figure 3.1	Principe du procédé de fabrication d'une micropoutre en chrome.	59
Figure 3.2	Micropoutres fabriquées en Chrome par microusinage de surface du silicium dans un plasma de SF_6 .	60
Figure 3.3	Micropoutres fabriquées en Aluminium par microusinage de surface du silicium dans un plasma de SF_6 .	60
Figure 3.4	Image de microscopie électronique d'une micropoutre en film d'Aluminium.	61
Figure 3.5	Profil de la section droite d'une micropoutre obtenue par gravure anisotrope : la section est trapézoïdale avec des flancs	62
Figure 3.6	Profil de la section d'une micropoutre obtenue par gravure isotrope : les flancs de la section droite sont des arcs de cercles.	62
Figure 3.7	Section avec des flancs de forme polynomiale.	62
Figure 3.8	Image MEB de la section droite non rectangulaire d'une micropoutre en Aluminium.	62
Figure 3.9	Configurations de la géométrie de la micropoutre : (a) micropoutre équivalente sans sous-gravure, (b) micropoutre avec sous-gravure à d'encastrement.	63
Figure 3.10	Variation de $\Delta L/L$ avec la largeur b_{sg} de la sous gravure pour différentes valeurs de L_{sg} (entre 2 et $4\mu m$). $L=100\mu m$, $b=4\mu m$, $b=1\mu m$, premier mode, encastrement simple.	64
Figure 4.11	Variation de $\Delta L/L$ avec la largeur b_{sg} de la sous gravure pour différentes valeurs de L_{sg} (entre 5 et $8\mu m$). $L=100\mu m$, $b=4\mu m$, $b=1\mu m$, premier mode, encastrement simple.	64
Figure 3.12	Variation de $\Delta L/L$ avec la longueur de la sous gravure L_{sg} pour différentes valeurs de b_{sg} . $L=100\mu m$, $b=4\mu m$, $h=1\mu m$, premier mode, encastrement simple.	65
Figure 3.13	Variation de $\Delta L/L$ avec la largeur b_{sg} de la sous gravure : $L_{sg}=8\mu m$, $L=100\mu m$, $b=4\mu m$, $h=1\mu m$, premier mode de vibration, ES : encastrement simple et EC : encastrement complet.	66
Figure 3.14	Variation de $\Delta L/L$ avec la largeur b_{sg} de la sous gravure : $L_{sg}=8\mu m$,	66

$L=100\mu m, b=4\mu m, h=1\mu m$, deuxième mode de vibration, ES :
encastrement simple et EC : encastrement complet.

- Figure 3.15 Facteur correcteur β en fonction du rapport d'aspect de la micropoutre pour une section trapézoïdale avec différents angles θ et pour une section avec des flancs en arcs de cercle. 68
- Figure 3.16 Spectres de vibration d'une micropoutre en Aluminium de dimension $100\mu m \times 9\mu m \times 0.6\mu m$: (a) mode 1 : $f_1 = 49.5kHz$ excitation PZT 1Vpp ; (b) mode 2 : $f_2 = 296.1kHz$ excitation PZT 1Vpp ; (c) mode 3 : $f_3 = 816kHz$ excitation PZT 10Vpp. 71
- Figure 3.17 Courbes de $E_n^e = E(a_n^{e4})$ (modèle EBM sans correction) et $E_{nc}^e = E(a_n^{e4})$ (modèle EBM avec correction) pour le cas de la micropoutre en Aluminium. 74
- Figure 3.18 Courbes de $E_n^r = E(a_n^{r2} - b_n^{r2})$ (modèle RBM sans correction) et $E_{nc}^r = E(a_n^{r2} - b_n^{r2})$ (modèle RBM avec correction) pour le cas de la micropoutre en Aluminium. 75
- Figure 3.19 Spectres de vibration d'une micropoutre au Chrome de dimension $80\mu m \times 2\mu m \times 0.95\mu m$; excitation PZT 2Volts. 75
- Figure 3.20 Courbes de $Y_n^e = f(a_n^{e4})$ (modèle EBM sans correction) et $Y_{nc}^e = f(a_n^{e4})$ (modèle EBM avec correction) pour le cas de la micropoutre en film de Chrome. 77
- Figure 3.21 Courbes de $Y_n^r = Y(a_n^{r2} - b_n^{r2})$ (modèle RBM sans correction) et $Y_{nc}^r = Y(a_n^{r2} - b_n^{r2})$ (modèle RBM avec correction) pour le cas de la micropoutre en film de Chrome. 77
- Figure 4.1 Géométrie de la nanopoutre à réseau de trous carrés périodiques. 81
- Figure 4.2 Fréquence de résonance des deux premiers modes de vibration en fonction du taux de perforation β_p pour un seul trou par section ($N=1$). 86
- Figure 4.3 Fréquence de résonance des deux premiers modes de vibration en fonction du nombre de trous N et pour un taux de perforation $\beta_p=0.718$. 88
- Figure 4.4 Effet du champ thermique sur le rapport χ_T en fonction du taux de perforation β_p ; ($N = 1$). 90
- Figure 4.5 Effet du champ thermique sur le rapport χ_T en fonction du nombre de 91

	trous N ; ($\beta_p=0.9$).	
Figure 4.6	Effet de la réduction d'échelle sur le rapport χ_N en fonction du taux de perforation β_p ; ($N = 1$).	92
Figure 4.7	Effet de la réduction d'échelle sur le rapport χ_T en fonction du nombre de trous N ; ($\beta_p = 0.9$).	93
Tableau 2.1	Constantes utiles pour le calcul des fréquences de résonance et des modes de vibrations de micropoutres non contraintes.	47
Tableau 2.2	Valeurs du module d'Young E , du coefficient de Poisson ν et de la densité ρ utilisées pour les simulations. Les valeurs sont celles des matériaux massifs	52
Tableau 3.1	Valeurs du module d'Young effectif Y non corrigé calculées à partir des fréquences mesurées (micropoutre en Al).	72
Tableau 3.2	Valeurs du module d'Young effectif Y non corrigé calculées à partir des fréquences mesurées (micropoutre en Cr).	76
Tableau 4.1	Valeur normalisées pour les termes $[EI_{eq}/\rho A_{eq}]/[EI_{eq}/\rho A_{eq}]_{(\beta_p=N=0)}$ et $[EI_{eq}\cdot\rho A_{eq}/kAG_{eq}]/[EI_{eq}\cdot\rho A_{eq}/kAG_{eq}]_{(\beta_p=N=0)}$ pour différentes valeurs de β_p	87

INTRODUCTION

Ce travail de thèse a été effectué au Laboratoire de Physique Fondamentale et Appliquée « FUNDAPL » de la faculté des sciences de l'Université Saad Dahlab de Blida 1. Il s'inscrit parmi les premiers sujets de thèse sur l'étude des microsystèmes. C'est donc le premier sujet qui s'articule autour du comportement dynamique des microstructures

L'évolution extrêmement rapide de la mécanique des milieux continus et des méthodes numériques d'analyse d'une part, le développement important des équipements informatiques et logiciels d'autre part, ont conduit à l'élaboration de microsystèmes électromécaniques intégrant des fonctions électronique et mécanique avec des dimensions à l'échelle micrométrique. Ces microsystèmes sont couramment dits MEMS (Micro Electro Mechanical Systems).

Un MEMS est un microsystème composé d'éléments électroniques mais, aussi, d'éléments mécaniques destinés à assurer des fonctions de détection et/ou d'actionnement. Les MEMS (désignés, aussi sous l'appellation de Microsystèmes en Europe ou Micromachines au Japon) réunissent un ensemble de composants réalisés le plus souvent sur un substrat de silicium, à l'aide, de la microtechnologie [1-3] Leur particularité c'est d'employer des technologies microélectroniques pour réaliser des dispositifs qui, en plus d'être, des circuits électroniques, sont des capteurs ou des actionneurs.

La partie électronique est fabriquée en utilisant les procédés microélectroniques utilisés pour la fabrication des circuits intégrés, tandis que les parties mécaniques, sont fabriquées à l'aide de procédés qui éliminent certaines parties du wafer ou ajoutent de nouvelles couches structurelles pour former le dispositif mécanique [4,5]. Le concept "micromechanics" fait référence à l'utilisation du silicium comme matériau mécanique et à l'application de la technologie avancée des circuits intégrés pour fabriquer des structures mécaniques de très petites dimensions.

L'association de la microélectronique sur du silicium avec la technologie de microusinage a rendu possible la réalisation de systèmes complets sur puce. La technologie MEMS permet le développement de composants intelligents ; elle ajoute à la capacité de calcul de la microélectronique, l'aptitude de percevoir et de contrôler des microcapteurs et des microactionneurs. Ces composants profitent à la fois d'une extrême miniaturisation et

d'un rapport performance-coût très avantageux du fait de leur capacité à être produits en série par les procédés de fabrication collective.

Une bonne partie des microdispositifs MEMS est fabriquée à base des microstructures qui sont, souvent, des micropoutres. Ces microstructures sont intégrées dans les microdispositifs comme des composants mécaniques pour faire des opérations de détection ou d'actionnement [6-8]. La modélisation des micropoutres repose sur l'identification et la compréhension des phénomènes physiques pour l'extraction des paramètres mécaniques des films minces constituant ces microstructures de base à savoir le module de Young, le coefficient de Poisson et la contrainte résiduelle.

La modélisation du comportement d'une micropoutre est faite de manière générale par un système d'équations différentielles aux dérivées partielles. La solution de ce système d'équations demande, en général, des méthodes de résolution présentant des avantages et des inconvénients. La paternité de la théorie des poutres est attribuée à Galilée, mais des études récentes indiquent que Léonard de Vinci l'aurait précédé [9]. Ce sont Leonhard Euler et Jacques Bernoulli qui ont émis la première théorie utile vers 1750, alors que Daniel Bernoulli, le neveu du précédent, a élaboré l'équation différentielle pour l'analyse vibratoire.

Toutefois, il est rare que le moment de flexion soit seul. Il est presque toujours associé à une rotation de la section droite de la micropoutre [10,11]. La déformation de la micropoutre dans ce cas dépend non seulement des caractéristiques géométriques, mais également des caractéristiques mécaniques.

D'un point de vue pratique, les micropoutres fabriquées présentent en réalité plusieurs différences par rapport aux micropoutres idéales considérées précédemment. Elles présentent, généralement, une sous gravure au voisinage de la zone d'encastrement de son extrémité fixe et une section droite non rectangulaire [12-15]. De façon générale, cette modification de la structure de la micropoutre est inhérente à pratiquement tous les procédés de microfabrication de micropoutres en films minces.

De nombreuses méthodes ont été utilisées pour l'étude du comportement mécanique afin d'extraire les paramètres mécaniques. Pour ne parler que des méthodes les plus courantes, on peut citer la mesure de la déformation induite par des contraintes mécaniques [16,17] et la mesure des modifications de propriétés liées aux résonances mécaniques. Pour cette dernière, les fréquences de résonance mesurées sont très sensibles à la modification

de la géométrie de la micropoutre et les modèles analytiques atteignent vite leur limitation dans l'étude de certains effets, comme l'effet de la largeur de la micropoutre, et les effets dûs aux procédés de microfabrication, comme, la section droite non-rectangulaire et la sous gravure à l'encastrement. L'approche numérique se révèle alors un choix judicieux pour rendre compte de cette complexité géométrique. La méthode des éléments finis, couramment utilisée pour la modélisation des systèmes mécaniques est, souvent, privilégiée pour la modélisation des microsystèmes.

L'objectif de cette thèse était d'étudier en premier lieu, les effets des techniques de microfabrication sur la modification de la structure de la micropoutre et ainsi sur le comportement dynamique des micropoutres et en second, rajouter les effets de la réduction d'échelle et de la perforation à l'aide d'un réseau de trous périodiques de géométries carrés.

Ainsi, le premier chapitre présente brièvement l'état de l'art des micropoutres ingérées dans les microdispositifs MEMS, nous présenterons, également, le principe d'intégration de la micropoutre dans les microsystèmes, ses enjeux scientifiques et stratégiques et les méthodes de mesures adaptées à la caractérisation mécanique des micropoutres et, en particulier, la technique, couramment utilisée, de microvibrométrie interférométrique optique.

Le deuxième chapitre est dédié à la modélisation du comportement dynamique des micropoutres. Les modèles analytiques existants sont recensés, corrigés puis analysés en détail à partir de simulations par la méthode des éléments finis, afin de déterminer leur validité et les facteurs correctifs à considérer pour corriger l'effet de la largeur sur les valeurs des fréquences de résonances de la micropoutre.

Le troisième chapitre est consacré aux effets dûs aux processus de microfabrication sur les valeurs des fréquences de résonances des micropoutres, à savoir l'effet de la section droite non rectangulaire et de la sous-gravure à l'encastrement. Pour cela, les modèles analytiques corrigés, précédemment, dans le deuxième chapitre seront recensés, améliorés, puis analysés en détail à partir de simulations par la méthode des éléments finis afin de déterminer leur validité et les facteurs correctifs à considérer pour prendre en compte ces effets.

Le quatrième chapitre de la thèse est orienté vers la modélisation du comportement dynamique de nano-poutres perforées largement utilisées dans les technologies avancées et

sujet d'actualité du fait de leurs caractéristiques spécifiques (sensibilité, facteur de qualité,...) pour des opérations de détection, d'actionnement et de filtration. Des modèles tenant compte de l'effet d'un réseau de trous périodiques de géométrie carrés sur les modes de vibration d'une nano-poutre sont développés. Dans un second temps, l'effet d'un champ thermique sur le comportement des nano-poutres perforées est considéré en vue d'une utilisation ultérieure dans des micro-capteurs de température.

Enfin, nous terminerons ce manuscrit par une conclusion générale sur l'étude de l'effet de la structure non-uniforme sur le comportement des micropoutres et nous donnerons quelques perspectives de recherches envisageables à l'issue de ces travaux.

CHAPITRE 1

LES MICROPOUTRES INTEGREES DANS LES MICROSYSTEMES : CONCEPTS FONDAMENTAUX ET NOTIONS DE BASE

1.1. Introduction

Les MEMS sont des composants réalisés à l'échelle du micron par des procédés de fabrication en salle blanche. Une bonne partie de ces composants est très accessible technologiquement du fait de leurs dimensions [18]. Les microsystemes sont issus, à l'origine, de la technologie microélectronique dont le champ d'application est plus vaste (Biologie, chimie, microfluidique,...). Les microdispositifs dans ce cas intègrent ou combinent à la fois des éléments mécaniques et de l'électronique sur un même substrat dont les dimensions sont à l'échelle micrométrique. Les techniques et technologies issues de la microélectronique sur silicium ont ouvert un champ très important d'investigation sur les microsystemes et ont révolutionné les techniques instrumentales et apporté de nouvelles solutions. Elles permettent de fabriquer collectivement un grand nombre d'instruments parfaitement adaptés à la caractérisation de microstructures. Elles permettent également d'intégrer sur ces instruments des fonctions d'actionnement et de détection. La modélisation des microstructures de base repose sur l'identification et la compréhension des phénomènes physiques, afin, d'extraire les paramètres mécaniques des films minces dont ils sont fabriqués [19]. Pour améliorer la fiabilité des microdispositifs MEMS, il est nécessaire de bien les caractériser, d'où la nécessité de développer de nouvelles méthodes de caractérisations sans contact et d'en améliorer celles existantes.

1.2. Description de la structure de la micropoutre

Le terme "micropoutre" est apparu dès l'arrivée des procédés microélectroniques liés à la miniaturisation des microdispositifs électroniques. La structure de base d'une micropoutre est constituée d'un parallélépipède de dimensions micrométriques. Les techniques microtechnologiques couramment utilisées pour réaliser les micropoutres sont l'usinage en volume et l'usinage en surface. L'usinage en volume est une technique qui permet l'obtention des microstructures suspendues par gravure du substrat. Le terme de volume est utilisé ici puisque la gravure forme une cavité dans le volume du substrat sous

les couches déposées. L'usinage en surface est basé sur l'emploi de couches sacrificielles. Ces couches sont gravées entièrement en fin de fabrication par une étape de gravure sélective. Pendant la fabrication, les couches déposées sont une succession de couches sacrificielles (dioxyde de silicium ou résine, par exemple) et de couches structurales (comme le polysilicium ou un métal) que l'on grave au fur et à mesure de l'empilement. Les géométries des micropoutres sont nombreuses et varient selon l'application visée et l'imagination du technologue. Les figures suivantes montrent quelques variantes de géométrie de micropoutres rencontrées :

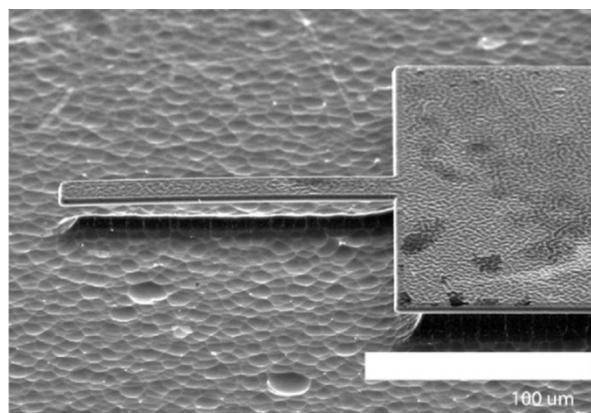


Figure 1.1 : Micropoutre en carbure de silicium [20].

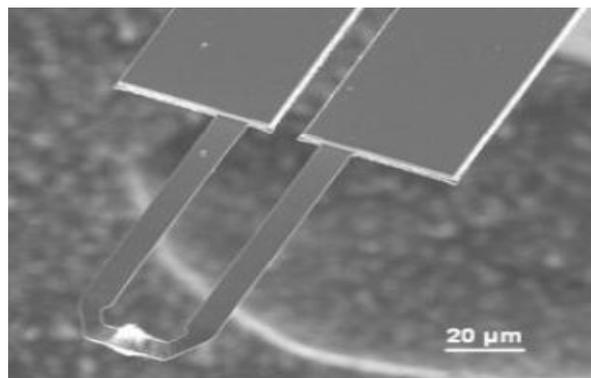


Figure 1.2 : Micropoutre d'un microscope à force atomique [21].

Les micropoutres présentent généralement une sous-gravure au voisinage de l'encastrement et n'ont pas toujours une section droite rectangulaire [12-15]. Il est néanmoins possible d'établir des modèles analytiques prenant en compte les propriétés réelles des micropoutres avec des formulations analytiques. Les formulations analytiques

sont souvent très compliquées et nécessitent des approximations. La modélisation par la méthode des éléments finis (MEF) permet alors de prendre en compte les phénomènes précédemment cités afin de déterminer le comportement réel des micropoutres fabriquées. En pratique, les micropoutres à configuration encastree-libre réalisée dans un film mince ou une multicouche présentent une contrainte résiduelle extensive ou compressive [22,23]. D'un point de vue technologique, ces microstructures de base présentent toujours des imperfections et la transition entre le régime de préflambement et de postflambement est plus progressive que le prévoit la théorie du flambement [24]. Ceci peut être modélisé en appliquant une faible force de flexion au centre de la micropoutre [25].

L'étude des micropoutres est exposée dans de nombreux ouvrages traitant de la mécanique des milieux continus et de la résistance des matériaux. Depuis la mise au point de la microscopie à force atomique (AFM), les micropoutres permettent de sonder très précisément la surface de matériaux et peuvent également être utilisées pour sonder les propriétés viscoélastiques des fluides [26-30]. Les applications sont toujours en développement dans de nombreux laboratoires et motivent de nombreux chercheurs dans les domaines de la physique, de la chimie et de la biologie. Les recherches ont surtout porté sur l'étude des micropoutres en régime dynamique dont les modes de vibration généralement étudiés sont les modes de vibration en flexion de la structure où leur comportement est relativement bien connu [31-33].

1.2.1. Fonctions de base et principe d'intégration

Les microsystèmes se différencient de la microélectronique par l'intégration de fonctions mécaniques [18]. Ils représentent un assemblage, dans un même composant à faibles dimensions, d'un ou de plusieurs capteurs et/ou actionneurs et de l'électronique associée au traitement de l'information [19]. Dans certains cas, les micropoutres peuvent être utilisées comme *capteurs* pour mesurer les paramètres environnementaux ou comme *actionneurs* afin d'interagir avec l'environnement extérieur.

Les micropoutres peuvent être intégrées dans des systèmes multifonctionnels avec des fonctions de mesure, de traitement du signal, de mémorisation, de communication et d'actionnement. En résumé une micropoutre intégrée est capable de réaliser quatre fonctions :

- Détecter un signal physique et le convertir en grandeur électrique (fonction capteur),
- Amplifier et traiter le signal fourni par le capteur (fonction d'interface électronique),
- Produire un phénomène physique (mécanique,...) qui à son tour a une (fonction actionneur),
- Interagir et communiquer les résultats de mesure avec l'extérieur (communication).

Les premières micropoutres intégrées dans les microdispositifs MEMS furent les actionneurs électrostatiques [34]. L'apparition de nombreuses technologies microsystèmes aboutit à de nombreuses applications industrielles, parmi lesquelles les têtes de lecture magnétique de disques durs [35] et les têtes d'impression à jets d'encre. Dans tous les cas, la conception des microdispositifs à base des micropoutres repose principalement sur l'étude du comportement de la micropoutre elle-même [18].

1.2.2. Domaines d'utilisation et exemples d'application

Les microsystèmes à base de micropoutres se trouvent presque dans tous les domaines qui demandent une forte réduction des coûts, des dimensions, du poids et une augmentation de la fiabilité et des performances:

- *Domaine Automobile* : Il est actuellement le domaine industriel pour lequel les microsystèmes ont le plus de débouchés et où la présence de puces électroniques et de microsystèmes ne cessent de croître. Les applications concernent en priorité des capteurs de pression [34,36], de gaz [37-38] et de température [39].
- *Domaine Aérospatial* : L'utilisation des microsystèmes est entrain de prendre une place importante, en raison de la miniaturisation, du faible coût, de la fiabilité, et de la faible consommation des dispositifs qui sont très demandés dans les applications satellites. Actuellement, les principaux microsystèmes utilisés dans l'aérospatiale sont des systèmes de positionnement par visée de la terre et des gyromètres [40, 41].
- *Domaine de Télécoms* : A l'heure actuelle, les MEMS RF visent l'intégration de composants discrets tels que les oscillateurs, les filtres, les inductances ou les relais [42,43].

- *Domaine Biomédical* : Il est certainement le domaine où l'intérêt des microsystèmes est le plus grand. En effet, du fait, de la biocompatibilité du silicium et des tailles des microsystèmes, il est envisageable de créer des systèmes de capteurs et d'actionneurs qui seraient implantés à l'intérieur du corps et éventuellement interrogés à distance (diffuseurs de médicaments, sonde gastrique, capteur de flux sanguin [44, 45],...).

1.2.3. Enjeux scientifiques et stratégiques des microsystèmes

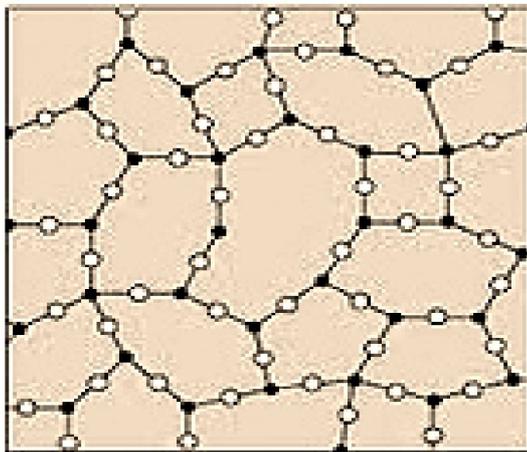
L'intérêt suscité par les microsystèmes depuis les années 80 [46,47] repose sur leurs caractéristiques issues de la réduction de masse et de volume. D'un point de vue stratégique, cette réduction permet de limiter les encombrements, d'augmenter le temps de réponse [48] et de multiplier les fonctionnalités sur la puce. On peut alors intégrer, en parallèle un nombre important des microactionneurs et de microcapteurs à faible coût.

Issus de la technologie de la micro-électronique, les microsystèmes font appel pour leur fabrication aux microtechnologies, qui permettent la réalisation des produits à grande échelle. Les micropoutres intégrées dans les microsystèmes sont le plus souvent réalisées à base de la technologie de silicium [49,50], mais on peut utiliser d'autres matériaux suivant l'adéquation de leurs propriétés physiques à certaines applications, comme par exemple : les métaux [51-53], divers polymères [54-56], les céramiques [57,58] etc....

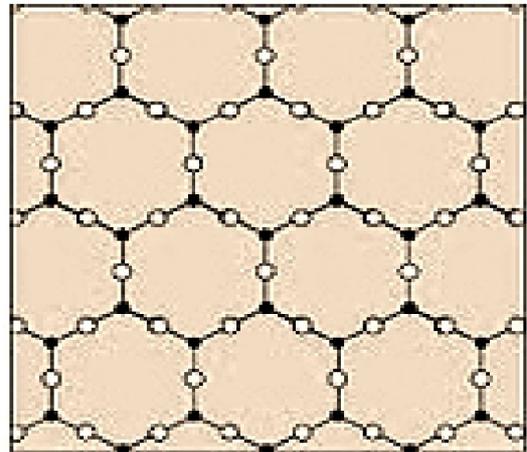
Plus récemment le domaine des microsystèmes s'est étendu en ajoutant des fonctions optiques (Microsystèmes optoélectromécaniques : MOEMS) [59,60] et des fonctions radiofréquences (MEMS RF) [61,62]. Parmi les MOEMS les plus étudiés, on peut citer les matrices de microinterrupteurs [42] et les filtres accordables pour les télécommunications [43] ainsi que les matrices de micromiroirs [63]. Les MEMS RF étudiés actuellement comprennent les filtres électromécaniques, les matrices de microinterrupteurs et les composants passifs ajustables (microcapacités, microinductances) [64]. Enfin, ces dernières années, les microsystèmes ont encore élargi leur champ d'application en abordant les domaines de la chimie (microréacteurs), de la microfluidique (micropompes, mélangeurs,..) et de la biologie (BioMEMS) [65,66].

1.3. Structure des matériaux d'élaboration des micropoutres en films minces

Pour les applications microsystèmes, la fabrication des microdispositifs et, plus particulièrement, les microstructures de base, comme, les micropoutres, est élaborée à base de Silicium à l'état monocristallin sous forme de substrats massifs par les méthodes standard de chzochralski ou de la zone flottante. Les dépôts monocristallins de Silicium sont obtenus par épitaxie en phase vapeur ou liquide. Selon l'application visée, d'autres techniques sont mises en jeu, telles que la méthode CVD ou le dépôt par sputtering, pour obtenir des films minces de Silicium dont la structure pourra être amorphe, monocristalline ou polycristalline. Les matériaux ont une forme propre, leur déformation exige des forces importantes, donc les particules (atomes, molécules) sont immobiles les unes par rapport aux autres. Les matériaux utilisés pour l'élaboration des films minces peuvent exister sous deux états différents : l'état désordonné caractérisé par une structure non ordonnée (figure 1.3.a), c'est le cas des systèmes amorphes, tel que les verres; et l'état ordonné caractérisé par une structure ordonnée correspond aux réseaux cristallins (figure 1.3.b).



(a) Structure non ordonnée



(b) Structure ordonnée

Figure 1.3 : Structures ordonnée et non ordonnée de la matière à l'état solide :

1.3.1. Matériaux amorphes

Les matériaux amorphes (figure 1.4) sont généralement considérés comme des liquides de haute viscosité [67]. Les atomes sont fixes les uns par rapport aux autres, mais, ils ne sont pas rangés de façon ordonnée (figure 1.3.a). Ainsi, cet état est défini comme étant dépourvu d'ordre cristallin à longue distance par rapport à la distance interatomique. Les angles inter-liaison et les distances interatomiques dans ce cas ne sont pas respectés et un ordre à courte distance seulement peut exister. Il y a donc seulement un ordre local. L'absence d'ordre à longue distance implique que le solide est isotrope. Dans le Silicium amorphe, les premiers voisins d'un atome de silicium seront bien aux sommets d'un tétraèdre, mais il y aura distorsion des angles de liaisons en atteignant les seconds et troisièmes voisins. Par conséquent, la connaissance de la structure à un endroit donné ne permet pas de prévoir l'arrangement des atomes à un autre endroit.

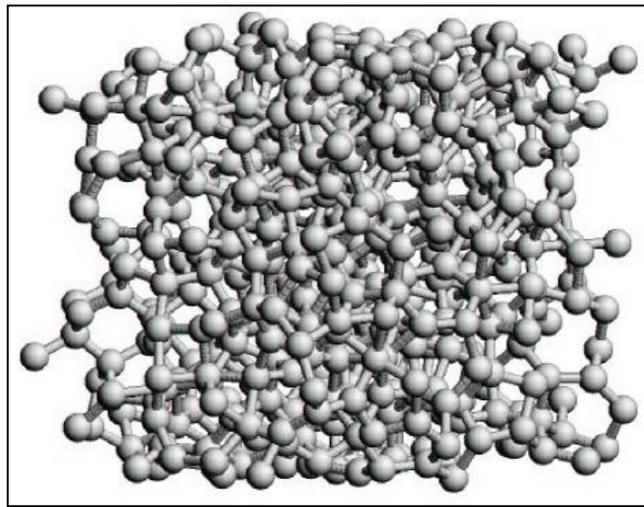


Figure 1.4 : Structure d'un matériau amorphe.

Un matériau à structure amorphe est souvent obtenu en refroidissant très rapidement un liquide: les atomes, qui sont désordonnés à longue distance dans le liquide, n'ont pas le temps de se réarranger au cours du refroidissement. Dans ce cas, le passage de l'état solide ne se fait pas de manière discontinue, à une température de solidification donnée mais de manière continue. L'analyse aux rayons X confirme l'arrangement désordonné des atomes d'un corps amorphe.

1.3.2. Matériaux cristallins

Dans ce cas, les atomes sont rangés les uns par rapport aux autres de façon régulière sur de vastes portions de l'espace (figure 1.5), de quelques micromètres à quelques dizaines de centimètres (cristaux géants, en particulier de quartz). Dans un cristal, il y a un ordre (présentant néanmoins des défauts) à longue distance. Le solide est alors un corps anisotrope, avec des propriétés qui peuvent être différentes selon deux directions de l'espace. Les matériaux cristallisés sont obtenus par le refroidissement lent et régulier d'un liquide, au cours duquel les atomes ont le temps de se réarranger. On peut modéliser le solide cristallin par un arrangement des atomes périodique suivant les trois directions de l'espace [68].

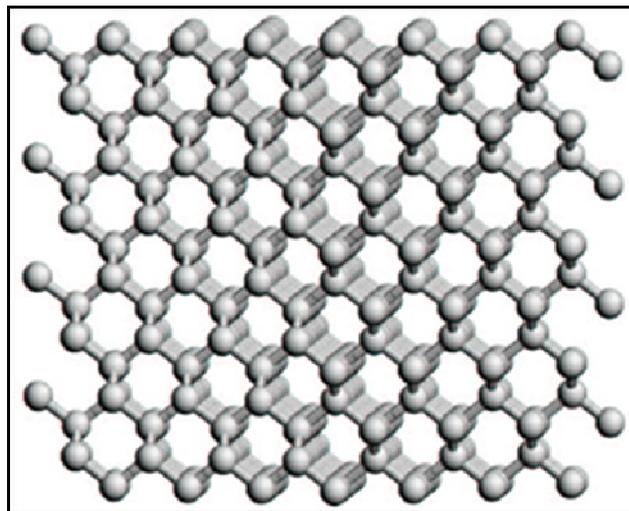


Figure 1.5 : Structure d'un matériau à réseau cristallin.

❖ *Structure monocristalline* : Une structure à réseaux monocristallins est défini comme étant un arrangement ordonné et périodique d'atomes au sein d'un réseau cristallographique dont l'élément élémentaire répété est appelée maille. Le silicium monocristallin est dans une structure cubique à faces centrées (CFC), dont la distance interatomique (paramètre de maille) est de 2.34\AA . Les liaisons chimiques dans le silicium sont de type covalentes correspond à des états électroniques couplés entre eux par le potentiel périodique du cristal, conduisant à des états permis et interdits pour les électrons. La réalisation de nombreuses microstructures de base telle que les micropoutres commence

par la production des films minces élaborés à base des matériaux à structure monocristalline.

❖ *Structure polycristalline* : Une structure à réseau polycristallin est considérée comme un mélange de deux phases, l'état cristallin et l'état amorphe. Le Silicium polycristallin, par exemple, est constitué de grains monocristallins séparés entre eux par des zones désordonnées et riches de défauts cristallins, que l'on peut assimiler à du silicium amorphe et que l'on nomme joints de grains. Dans les films minces élaborés à base de solides polycristallins, le lingot obtenu est composé de plusieurs gros cristaux, séparés par des joints de grain. Ce matériau, moins homogène que dans le cas monocristallin mais sa fabrication est plus facile. La figure 1.6 représente la structure polycristalline. En général, la qualité d'un matériau polycristallin est déterminée par la taille et l'orientation de ces grains, par la densité de défauts dans les joints de grains et dans les grains, et par les fractions volumiques de chaque état constituant le matériau.

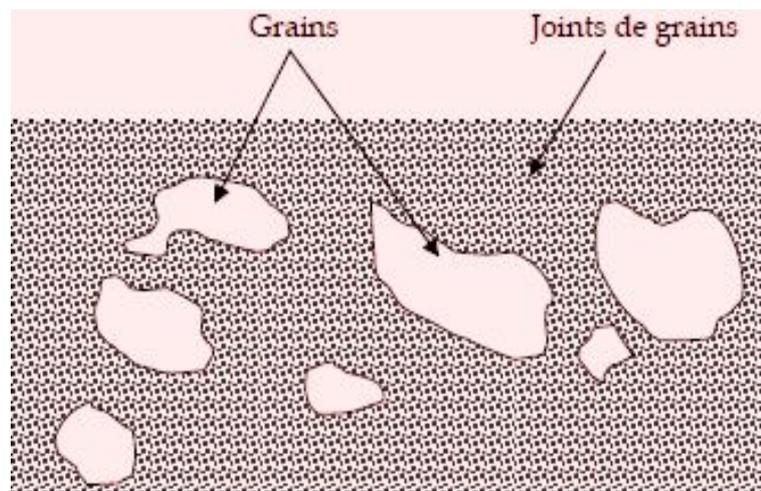


Figure 1.6 : Structure de silicium polycristallin.

1.4. Méthodes de mesure des fréquences de résonance pour la caractérisation mécanique

De nombreuses méthodes de caractérisation du comportement mécanique des microstructures ont été développées afin d'extraire les propriétés mécaniques des films minces les constituant. Parmi ces méthodes, on peut citer, la mesure de la déformation induite par des contraintes mécaniques appliquées spécifiquement aux matériaux souples et la mesure des modifications des propriétés liées aux résonances mécaniques. Les

micropoutres fabriquées à base de matériaux rigides comme le silicium et le chrome sont moins déformables par les contraintes. Il est donc souvent plus judicieux de préférer la mesure des variations de fréquence de résonance dans le cas de matériaux rigides. Cependant, les dispositifs et structures micromécaniques utilisés dans les microsystèmes électromécaniques (MEMS) ou optoélectromécaniques (MOEMS) se caractérisent par des dimensions dans la gamme (sub)micronique, des amplitudes de vibrations dans la gamme de la fraction de nanomètre à quelques micromètres et des fréquences de résonance fondamentales élevées. La caractérisation de leur comportement en régime dynamique nécessite donc des techniques de mesure ayant des résolutions latérales et verticales élevées et une grande bande passante.

Nous présentons dans le reste de ce chapitre un aperçu sur les techniques principales appliquées à la caractérisation des micropoutres, en particulier, la technique de microvibrométrie interférométrique optique couramment utilisée.

1.4.1. Principe de la mesure des fréquences de résonance

En général, on peut employer deux grands principes de mesure pour déterminer la valeur des fréquences de résonance: le balayage en fréquence et la réalisation d'un oscillateur ayant pour base la micropoutre.

Le premier principe de mesure consiste à parcourir un domaine de fréquence sur lequel on excite la micropoutre et à mesurer une grandeur représentative du mouvement. La détermination de la valeur des fréquences de résonance est possible en calculant la valeur du rapport entre le signal image du mouvement et le signal d'excitation appliquée ainsi que du déphasage entre ces deux signaux [69]. L'avantage remarquable avec ce principe de mesure est la possibilité de mesurer le facteur de qualité de la micropoutre, la valeur des pertes, impactant sur la précision de la mesure et la limite de détection. Cependant, la mesure est lente car il faut faire des mesures à un grand nombre de fréquences avec une précision importante afin de déterminer précisément la fréquence de résonance.

Le deuxième principe de mesure consiste à prélever le signal de sortie en provenance de la micropoutre, de l'amplifier, afin, de le réinjecter à l'entrée de la micropoutre pour générer le mouvement [69]. On réalise alors une boucle électrique pour laquelle un amplificateur est placé avec une micropoutre utilisée comme un résonateur. Le signal

électrique ainsi obtenu en sortie de l'amplificateur a pour fréquence la fréquence de résonance mécanique de la micropoutre.

1.4.2. Méthodes Principales appliquées pour la mesure

De nombreuses méthodes existent pour mettre en vibration une micropoutre afin de mesurer les fréquences de résonance. On peut citer comme premier exemple, la mesure par application de la force de Laplace exercée sur une micropoutre plongée dans un champ magnétique à la surface de laquelle est déposée une piste parcourue par un courant électrique [70,71]. Une autre méthode de mesure consiste à utiliser les contraintes mécaniques induites par un échauffement localisé et contrôlé électriquement pour provoquer une déformation à l'image de l'effet bilame. Nous citons entre autres la mesure par couche piézoélectrique, où un effet bilame est généré via la couche piézoélectrique déposée en surface de la micropoutre [72,73]. On peut utiliser dans certain cas des céramiques piézoélectriques, où l'application d'une tension électrique aux bornes de céramique provoque un déplacement du support de la micropoutre induisant ainsi une déformation de la micropoutre.

1.4.3. Critères du choix de la méthode de mesure

La mesure de la déflexion induite par des contraintes est très souvent utile pour étudier le comportement dynamique des micropoutres souples, en jouant sur l'épaisseur de la micropoutre ou sur la souplesse du film mince qui la compose. Ainsi, les contraintes qui apparaissent en surface, peuvent mettre facilement la microstructure en déformation.

Pour des micropoutres fabriquées à base de matériaux rigides (moins souples) il est plus intéressant d'utiliser la mesure des fréquences de résonance pour bien sonder un milieu ou détecter un stimulus en ajoutant l'influence d'un facteur extérieur telle que la masse, la température, la pression, etc., sur la résonance mécanique de la micropoutre. L'analyse des vibrations mécaniques montre que la fréquence de résonance dépend, entre autres, de la masse de la micropoutre, il est donc possible de mesurer la variation de la masse de la structure en observant la variation de sa fréquence de résonance [74].

Dans les pluparts des cas, une couche sensible est déposée sur la surface la plus accessible et la plus grande pour la fonctionnaliser. Le choix du matériau de la couche sensible à déposer, de ses dimensions ou de la zone de surface dans laquelle la couche est

déposée reste en fonction de type d'excitation choisie et des conditions appliquées dans la mesure.

1.5. Techniques de caractérisation appliquées à l'étude du comportement des microstructures

Pour améliorer la qualité des microsystèmes fabriqués, il est nécessaire de bien les caractériser, d'où la nécessité d'utiliser des méthodes de caractérisations. Le développement des nouvelles techniques d'instrumentation dédiées à la caractérisation physique de microstructures est actuellement un enjeu important qui suscite des recherches intenses. Les techniques de caractérisation les plus adaptées travaillent avec des systèmes d'acquisition et de traitement de haute qualité. Nous allons voir dans ce qui suit des techniques de caractérisation microscopiques les plus couramment utilisées.

1.5.1. Microscopie à Force Atomique

Le principe de la caractérisation, dans cette technique, consiste à mesurer la force d'interaction entre l'atome du bout de la pointe et les atomes de la surface. En mesurant la déflexion du bras de levier, on obtient une mesure directe de la force pointe-substrat suivant la loi de Hooke [75].

Avec sa résolution axiale nanométrique, le champ d'application du microscope à force atomique ne cesse de s'élargir. Il est très utilisé pour la caractérisation des structures étudiées en physique et en biologie. Dans cette dernière les objets biologiques de taille relativement importante, de l'ordre du micromètre [76], sont en général isolants et peuvent être étudiés par cette technique. On a pu, par exemple, imager un globule rouge et un globule blanc, un cristal d'acide aminé et des molécules de collagène [75].

1.5.2. Microvibrrométrie interférométrie optique

Les techniques de caractérisation microvibrrométriques interférométriques (techniques sans contact) sont couramment utilisées pour déterminer le comportement dynamique des micropoutres résonantes intégrées dans les microsystèmes. Cette catégorie est toutefois plus exigeante en termes de quantitativité des mesures des amplitudes de vibrations (caractérisation ponctuelle). D'autre part, les potentialités de la microvibrrométrie ne sont pleinement exploitées dans ce cas que si une cartographie rapide

des amplitudes de vibrations sur l'ensemble de la micropoutre (caractérisation plein champ) est faite. Nous allons voir dans ce manuscrit cette technique, avec un peu plus de détail, en raison de l'utilisation, qui est faite, à partir de cette technique de mesure des résultats pour vérifier nos modèles développés.

1.5.3. Holographie interférométrique

Les techniques holographiques ont depuis longtemps fait preuve de leurs remarquables aptitudes dans le domaine de la caractérisation des microstructures et sont susceptibles d'assurer, avec une très haute précision, des mesures sans contact dans le domaine de la mécanique et des études vibrationnelles.

L'holographie interférométrique est une des premières techniques de mesure qui a été développée pour la caractérisation plein champ des vibrations. Elle associe les performances de l'holographie à la possibilité d'effectuer en temps réel des mesures de déformations ou de vibrations [69]. Le principe de base de la technique consiste à enregistrer la phase et l'amplitude des interférences entre le front d'onde diffusé par l'échantillon et un faisceau de référence issu du même laser (figure 1.7).

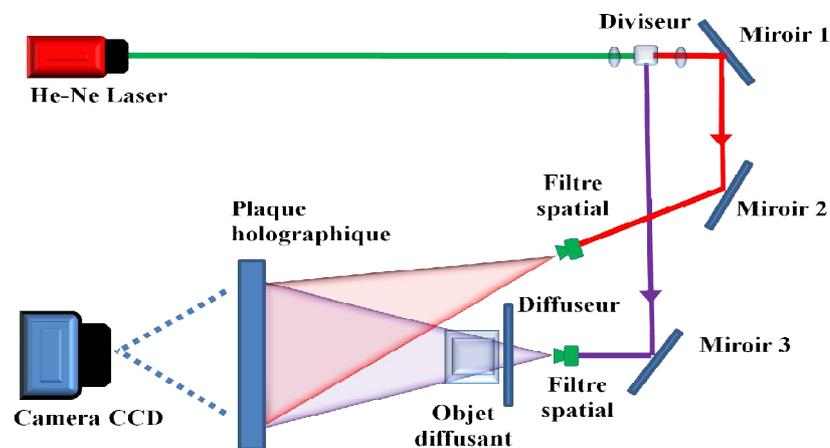


Figure 1.7 : Schéma expérimental de l'interférométrie holographie

Le milieu d'enregistrement est une plaque photographique de grande résolution (plusieurs milliers de lignes/mm) pour résoudre les franges d'interférence. Le résultat est ensuite visualisé en éclairant l'hologramme par le faisceau de référence dans les mêmes conditions (phase de reconstruction). Dans le cas où l'amplitude est élevée, on observe des franges secondaires correspondant aux zéros de la fonction de Bessel dont le contraste

diminue avec l'amplitude de vibration. Une analyse quantitative avec une résolution nanométrique peut être obtenue en utilisant des techniques de démodulation de phase des interférogrammes.

L'holographie interférométrique a connu des développements et des améliorations considérables. La variante signalée de cette technique est l'holographie numérique où l'enregistrement des hologrammes est effectué par la mise en place d'une caméra [69, 77].

1.5.4. Interférométrie de Speckle Electronique

Le speckle (tavelure, en français) est cette granularité particulière à la lumière laser lorsqu'elle est diffusée par une surface rugueuse [78]. Une utilisation de ce phénomène pour la mesure du déplacement d'une surface est la technique dite « Interférométrie de Speckle » [77] ou «TV Holographie» ou « Electronic Speckle Pattern Interferometry» (ESPI) [69] ou bien encore, de manière plus rigoureuse, « Interférométrie en Lumière Diffuse » [79]. Cette technique a été inventée dans les années 1970 pour pallier aux insuffisances de l'holographie dans le domaine de l'interférométrie en ce qui concerne le milieu d'enregistrement (en général des plaques et films argentiques puis des films thermoplastiques). Contrairement à l'interférométrie holographique classique, l'interférométrie de speckle permet l'utilisation de caméras CCD pour calculer et visualiser le champ des déplacements d'un objet diffusant (figure 1.8).

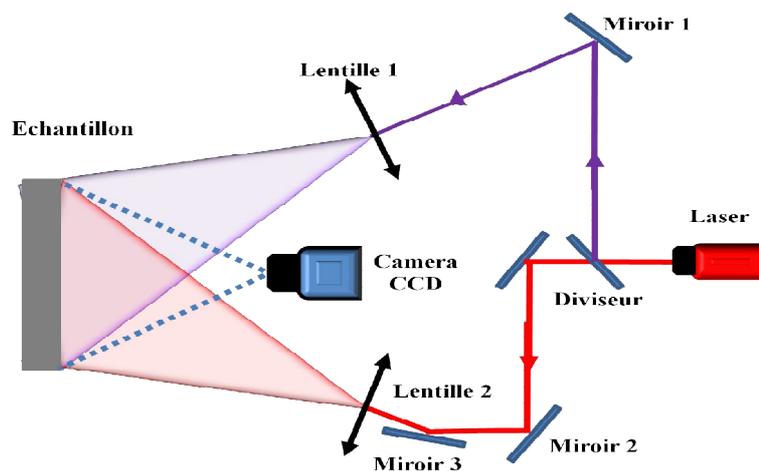


Figure 1.8 : Configuration de l'interférométrie de speckle

La microstructure est illuminée avec une source laser et la lumière diffusée est captée par la caméra. Un faisceau de référence issu de la même source est superposé à cette onde

au niveau de la caméra [80]. La reconstruction d'un hologramme numérique est réalisée par traitement électronique du signal vidéo issu de la caméra. Dans cette technique, le traitement des images, est nécessaire pour observer les franges d'interférence afin de déterminer le déplacement [81].

1.5.5. Autres techniques de caractérisation

Il existe d'autres techniques adaptées à la caractérisation des MEMS et non citées précédemment. Parmi ces techniques, nous avons la technique de diffraction des rayons X, qui est bien adaptée pour faire de la caractérisation structurelle des microdispositifs [82]. Dans le cas des structures périodiques, le contrôle et le dimensionnement de la microstructure périodique se fait par des techniques utilisant le principe de la diffusion de rayon lumineux sur l'échantillon, comme par exemple la Scatterometrie de Fourier (SF) [83]. Il y a aussi les spectroscopiques (IR, Raman,...) utilisées pour la détection des fréquences de vibration des liaisons entre les atomes ou molécules [84].

1.6. Technique de caractérisation par microvibrométrie optique interférométrique

Les mesures par interférométrie reposent sur l'analyse de franges d'interférences. En principe, une source de lumière cohérente, est utilisée pour éclairer la surface étudiée, et les déplacements ou les déformations sont obtenues en mesurant la différence de phase des franges d'interférence entre les ondes lumineuses relatives à un état initial et à un état déformé [69].

1.6.1. Mesure ponctuelle sans contact

La technique adaptée pour ce type de caractérisation consiste à mesurer la déflexion d'un faisceau optique focalisé sur la microstructure. En général, le système est équipé d'un microscope optique pour visualiser le point de mesure. Selon le montage, le système de détection est un simple photomultiplicateur (PM).

Dans le cas de mesures ponctuelles du spectre de vibration avec le photomultiplicateur, la technique de double détection synchrone (DDS) est indispensable pour ce type de caractérisation. Ce système permet de faire des mesures automatiques dans

une large gamme de fréquences sans nécessiter un ajustement de la phase du détecteur synchrone.

L'ensemble du système de mesure est piloté avec un PC qui a été programmé par exemple sous l'environnement de programmation graphique LabView (Laboratory Virtual Instrument Engineering Workbench) de la société National Instruments [69]. La chaîne d'acquisition permettant la mesure par DDS et l'asservissement de la différence de chemin optique est schématisée dans la figure 1.9.

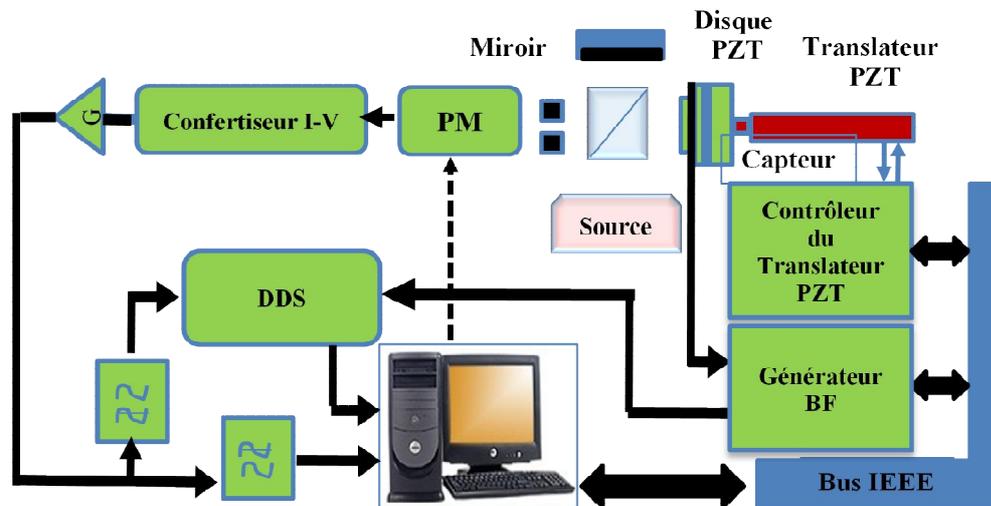


Figure 1.9 : Système d'acquisition des mesures ponctuelles de spectres [69].

Le signal lumineux provenant du système interférométrique est converti en courant par le photomultiplicateur (PM). Le gain du PM est ajusté par une tension issue d'une carte digitale analogique installée dans le PC pilotant le système [69,85]. Le courant est ensuite converti en tension et amplifié à l'aide d'un préamplificateur de courant faible bruit. La sortie de l'amplificateur est également divisée en 2 voies :

- Une voie 1 donnant l'intensité moyenne du signal grâce à un filtrage passe bas.
- Une voie 2 pour éliminer la modulation à 100Hz et ses harmoniques.

La voie 2 est envoyée sur l'entrée signal de DDS et l'entrée de référence de ce dernier est reliée à la sortie d'un générateur BF. Elle est munie d'un contrôle automatique de gain ce qui permet de maintenir à la fin un gain total constant. Dans le cas du générateur BF

double voie, sa deuxième voie est utilisée pour permettre de choisir indépendamment du signal d'excitation, l'amplitude et la fréquence du signal de référence [69].

Le signal de référence peut être synchronisé à la même fréquence ou à un multiple entier de celle-ci avec le signal d'excitation, ce qui permet de faire une analyse harmonique à chaque point de mesure. Le DDS extrait du signal de mesure en entrée, la composante à la fréquence du signal de référence dans une bande étroite avec un gain indépendant du déphasage entre le signal de mesure et le signal de référence. Par balayage de la fréquence du signal de référence tout en maintenant fixe la fréquence d'excitation on obtient le spectre en fréquence du signal de mesure [69].

1.6.2. Mesure plein champ sans contact

Le système de caractérisation décrit précédemment ne fournit qu'une mesure ponctuelle de l'amplitude ou de la vitesse des vibrations de la micropoutre. Une translation de l'échantillon ou un balayage du faisceau optique est donc nécessaire pour obtenir une cartographie des modes de vibrations de la micropoutre ce qui peut demander un temps très long. On aura finalement une caractérisation simultanée des vibrations de l'ensemble de la micropoutre. La microvibrométrie interférométrique dans sa version microscopique plein champ est couramment utilisée pour obtenir une cartographie des modes de vibrations de la micropoutre, pas seulement de sa simplicité, mais, aussi de la qualité des profils 3D sur tous points de l'échantillon.

Les techniques holographiques et speckle sont des techniques de caractérisation plein champ bien établies pour la caractérisation des vibrations d'objets macroscopiques mais elles n'ont été appliquées que très récemment à la caractérisation des vibrations des microstructures. La vibrométrie interférométrique homodyne peut être utilisée pour caractériser les déformations et les vibrations plein champ de microdispositifs [69].

Le système de caractérisation utilise un montage sur table ou un microscope comprenant un ou plusieurs objectifs interférométriques, une caméra CCD pour acquérir les images des interférogrammes et un système de translation nanométrique de l'échantillon (figure 1.10).

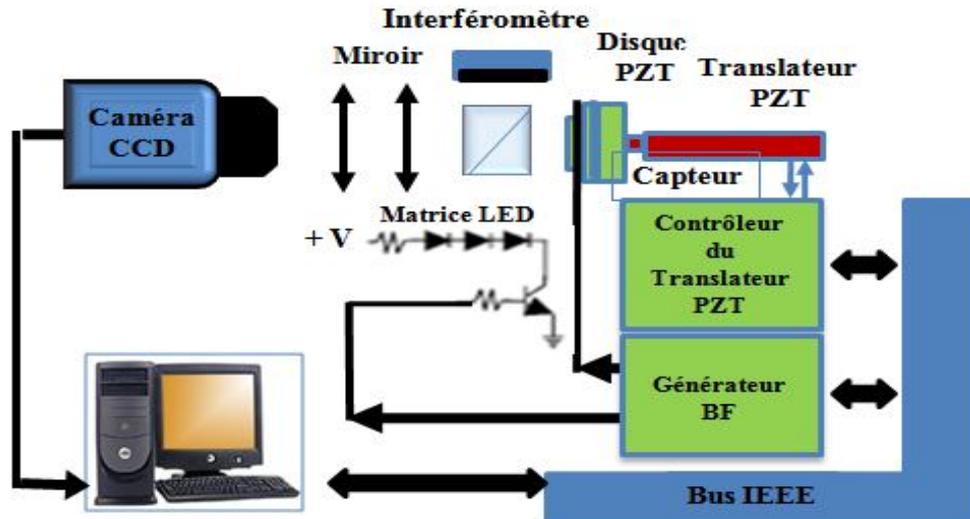


Figure 1.10 : Schéma de l'électronique de commande et de détection pour les mesures de vibrométrie stroboscopique en lumière monochrome ou blanche [69].

Les objectifs interférométriques utilisés dans ces systèmes sont composés d'un objectif classique et d'un interféromètre miniaturisé de type Michelson, Mirau ou Linnik selon le grossissement de l'objectif (figure 1.11). L'échantillon jouant le rôle de miroir, l'interférogramme enregistré par la caméra est le résultat des interférences entre le faisceau réfléchi sur le miroir de référence et celui sur l'échantillon.

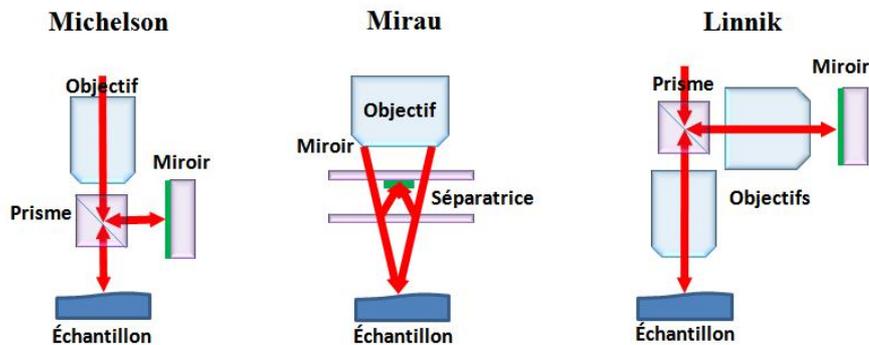


Figure 1.11 : Schémas simplifiés des principaux types d'objectifs interférométriques

En statique, on observe donc des franges correspondant à des lignes de niveaux distantes d'approximativement $\lambda/2$ où λ est la longueur d'onde moyenne de la source. Une analyse plus fine montre que l'espacement des franges varie avec l'ouverture numérique de l'objectif. Pour construire une cartographie des modes de vibrations de la micropoutre, on utilise une source stroboscopique monochrome et un système piézoélectrique de translation

de l'échantillon. La phase des interférogrammes est déterminée par la technique de décalage de phase [86].

1.7. Techniques d'excitation et d'actionnement des micropoutres

Actuellement, de nombreux travaux scientifiques ont montré que des microstructures mobiles pouvaient être utilisées aussi bien en milieu liquide qu'en milieu gazeux et permettent, à terme, la détection et la quantification d'espèces dans un mélange. En milieu gazeux, ces microsystèmes sont des capteurs de gaz ou d'humidité, par contre en milieu liquide, ils sont utilisés essentiellement pour la détection de molécules biologiques spécifiques (réactions antigènes/anticorps) [87,88]. Les principales motivations sont liées à la miniaturisation des dimensions des micropoutres intégrées pour diminuer le temps de réponse du microsystème, à l'intégration de l'électronique de commande sur la même puce, et surtout au choix des modes d'actionnement et d'optimisation des conditions de fonctionnement pour atteindre des performances prometteuses.

1.7.1. Méthodes appliquées pour des fonctions d'actionnement

Selon la mécanique continue, les micropoutres sont animées de vibrations naturelles qui induisent un mouvement d'oscillation de la structure géométrique. Ce mouvement étant souvent trop faible pour être exploité et la mise en oscillation des micropoutres nécessite alors un microactionneur dont l'excitation peut être de différentes natures : piézoélectrique [89-92], électromagnétique [93], électrostatique [94], ou encore thermoélectrique [95].

❖ *Actionnement piézoélectrique* : Le principe de l'actionnement piézoélectrique repose sur l'effet « piézoélectrique inverse » Ainsi, lorsqu'un matériau piézoélectrique est soumis à un champ électrique sinusoïdal, le matériau se met à vibrer. L'actionnement piézoélectrique peut-être intégré lorsque le matériau piézoélectrique est une partie intégrante de la structure [96]. En appliquant une tension aux bornes d'une couche piézoélectrique (PZT) par exemple déposée à la surface de la micropoutre, la contraction de la couche induit la flexion de la poutre (figure 1.12).

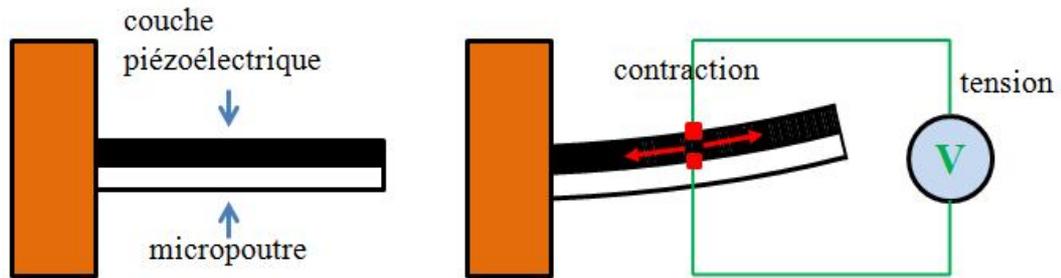


Figure 1.12 : Principe de l'actionnement piézoélectrique.

Il peut être aussi externe lorsque l'excitation est obtenue à l'aide d'une céramique piézoélectrique directement collée à la structure. La vibration du support entraîne la vibration de l'encastrement de la poutre et donc par inertie l'oscillation de la micropoutre.

❖ *Actionnement électromagnétique* : Cette technique d'actionnement repose sur la génération d'un champ magnétique continu, créé par un aimant, agissant sur un conducteur parcouru par un courant électrique alternatif. De cette interaction résulte la force de Laplace permettant l'oscillation de la poutre [93,95,97], (figure 1.13).

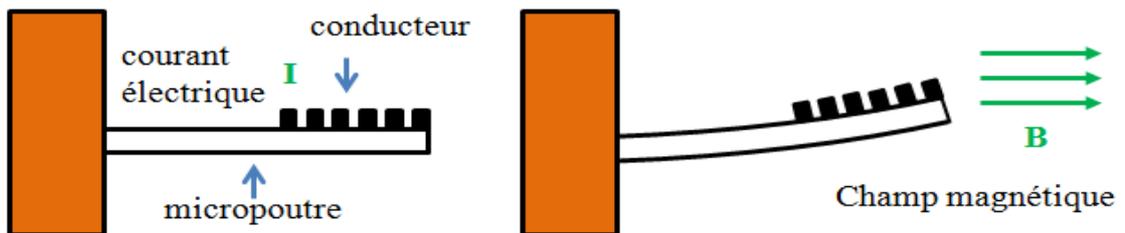


Figure 1.13 : Principe de l'actionnement électromagnétique.

❖ *Actionnement électrostatique* : Dans l'actionnement électrostatique, la micropoutre est excitée sous l'action d'une force électrostatique créée par un champ électrique appliqué entre deux électrodes : une des électrodes constitue la partie mobile (micropoutre) alors que l'autre reste fixe (figure 1.14).

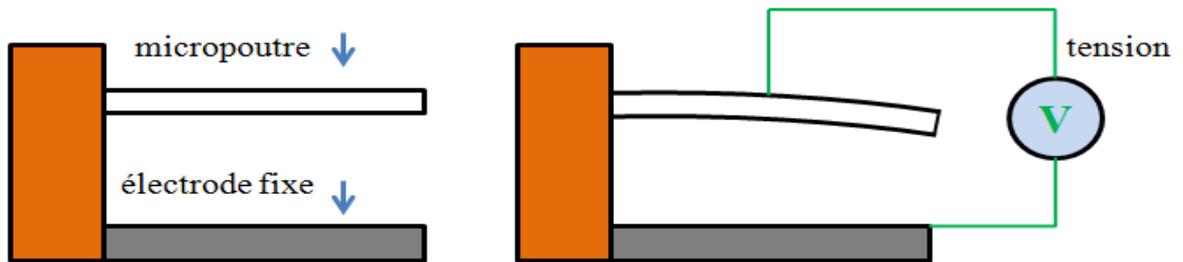


Figure 1.14 : Principe de l'actionnement électrostatique.

❖ *Actionnement thermoélectrique* : Ce mode d'actionnement consiste à faire passer un courant électrique dans une résistance placée à l'encastrement de la micropoutre [95] : l'échauffement local de la microstructure et donc l'augmentation de la température génère la flexion de la poutre due à la différence des coefficients d'expansion thermique des deux matériaux (effet bilame).

1.7.2. Méthodes appliquées pour des fonctions de détection

La microtechnologie peut être utilisée pour obtenir une micropoutre intégrée à détection, en combinant les procédés de fabrication de la technologie CMOS aux micropoutres vibrantes. Aujourd'hui, parmi les détections intégrées, la détection piézorésistive, la détection capacitive et la détection piézoélectrique figurent parmi les plus utilisées.

❖ *Détection piézorésistive* : La détection dans ce cas consiste à déposer des piézorésistances à la surface de la microstructure afin de transcrire le mouvement de la micropoutre en une grandeur électrique. Ce principe est d'autant plus utilisé qu'il est précis et facile. Dans le domaine de la microscopie à force atomique, la mesure piézorésistive a été initiée par Tortonese [98]. Elle a été depuis adaptée avec succès au domaine des capteurs à structures mobiles notamment en intégrant cette piézorésistance dans un pont de Wheatstone [34,95,99,100].

La figure 1.18 montre un exemple le pont de Wheatstone où deux piézorésistances sont déposées à la surface des deux micropoutres dont l'une est utilisée pour la mesure et l'autre servant de référence. Ce montage permet de réaliser une mesure différentielle atténuant les phénomènes de dérives.

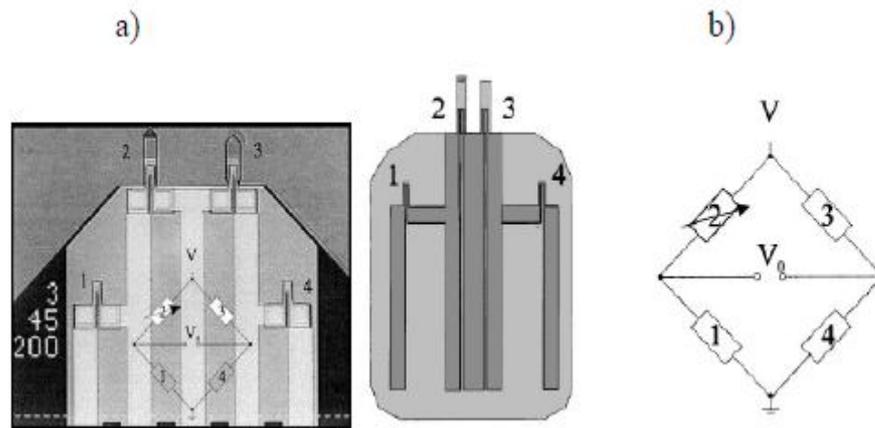


Figure 1.15 : Dispositif intégré avec pont de Wheatstone (a) : Image obtenue par MEB, (b) : Schéma représentatif du pont [101]

❖ *Détection capacitive* : Pour ce type de détection, le dispositif consiste en la mesure de la capacité entre la poutre constituant l'armature mobile d'un condensateur et une électrode fixe placée en regard de la micropoutre. Toute vibration de la micropoutre modifie l'espace inter-électrodes du condensateur et donc implicitement la valeur de la capacité. La mesure de cette capacité présente entre les deux électrodes est alors directement liée à l'amplitude de la flexion [102-104].

❖ *Détection piézoélectrique* : Ce mode de détection est peu utilisé en mode statique à cause des courants de fuite importants mais reste néanmoins bien adapté pour les mesures en mode dynamique. Pour la détection piézoélectrique, le phénomène utilisé est l'effet piézoélectrique direct permettant de détecter des déplacements de l'ordre du nanomètre [96,100]. Une couche piézoélectrique (oxyde de zinc ZnO, Titano-Zirconate de Plomb PZT ou d'autres) est déposée en couche mince sur la surface de la microstructure. La déflexion de la structure mobile en flexion va générer une contrainte dans la couche piézoélectrique se traduisant par l'apparition de charges électriques.

1.8. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté, dans un premier temps, un aperçu sur la conception des micropoutres intégrées dans les microsystèmes. Nous avons présenté, le principe de la mesure expérimentale des fréquences de résonance pour la caractérisation

mécanique des micropoutres. Nous avons, également, présenté les méthodes principales de mesure et les critères du choix de la méthode de mesure.

Nous avons présenté, ensuite, les principales techniques appliquées pour la caractérisation des micropoutres, en particulier, la technique de microvibrométrie interférométrique optique, technique, bien adaptée, à la caractérisation mécanique des micropoutres. Des résultats expérimentaux obtenus à l'aide de cette méthode seront présentés dans le chapitre suivant, afin, de déterminer les valeurs de module de Young des films minces d'aluminium et de chrome à partir des valeurs de fréquences de résonance mesurées pour les trois premiers modes de vibration.

CHAPITRE 2

MODELISATION DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE DES MICROPOUTRES RESONANTES INTEGREES

2.1. Introduction

Les résonances mécaniques propres d'un dispositif micromécanique sont caractéristiques de sa rigidité, de sa masse et de son mode de vibration. La rigidité du dispositif dépend de sa géométrie, des propriétés élastiques des matériaux le constituant et de leurs contraintes internes. Pour un dispositif de géométrie et de masse connue la mesure des fréquences de résonances permet de déterminer les propriétés élastiques et dans certains cas la contrainte mécanique interne.

Les micro-poutres sont considérées comme des éléments de bases dans le monde des microsystèmes, en raison de leur géométrie connue et de la facilité à obtenir leur mode propre. Leur fabrication fait appel aux mêmes procédés technologiques utilisés en micro-électronique. Ces procédés ouvrent la porte à de nombreuses possibilités de miniaturisation dans beaucoup de domaines. Dans tous les cas, on élimine sélectivement certaines parties de silicium et/ou on dépose des couches supplémentaires [18] de façon à construire des composants mécaniques ou électromécaniques dont l'échelle est micrométrique [19,105]. Ce qui engendrera une légère modification de la géométrie des micro-poutres et donc un décalage de leurs fréquences propres.

L'étape de modélisation des micro-poutres repose sur l'identification et la compréhension des phénomènes physiques pour l'extraction des paramètres géométriques et mécaniques des microstructures de base, à savoir le module de Young, le coefficient de Poisson et les contraintes résiduelles [106-111]. La modélisation peut être analytique ou par élément finis.

La modélisation analytique du comportement d'une micro-poutre est faite de manière générale par un système d'équations différentielles aux dérivées partielles. Celle par éléments finis ramène le problème d'un milieu continu à un ensemble de problèmes

discrets contenant un nombre fini d'inconnues, elle permet ainsi de transformer les équations aux dérivées partielles (EDP) traduisant le comportement dynamique de la micro-poutre en un système d'équations algébriques. Ainsi, le problème est exprimé sous forme matricielle.

De nombreuses méthodes de mesure des modes et fréquences de résonances ont été développés afin d'extraire les propriétés mécaniques des films constituant les micro-poutres. Sachant que les fréquences de résonances mesurées sont très sensibles à la modification de leur géométrie par le processus de microfabrication nous devons, donc, modéliser nos micro-poutres en tenant compte de la nouvelle géométrie qui présente des zones non uniformes comme la section droite non rectangulaire et la sous-gravure à l'encastrement. Dans ce cas les modèles analytiques atteignent vite leur limitation. L'approche numérique se révèle alors un choix judicieux où la méthode des éléments finis (FEM), couramment utilisée pour la modélisation de la dynamique des structures sera privilégiée.

Dans ce chapitre nous allons faire des modélisations à la fois analytique et par éléments finis de micropoutres à structures uniformes. Nous présenterons dans un premier temps, le modèle classique d'Euler-Bernoulli EBM (Euler-Bernoulli Beam Model), qui considère la micropoutre parfaite. Puis, dans un second temps, le modèle de la micropoutre de Rayleigh RBM (Rayleigh Beam Model), qui rajoute l'effet de la rotation de la section droite de la micropoutre négligé dans le modèle EBM. Enfin, nous étudierons l'effet de la largeur de la micropoutre qui nous amène à considérer un module de Young effectif.

2.2. Méthodes de modélisation appliquées à l'étude du comportement dynamique

2.2.1. Principe et intérêt de la modélisation

L'étape de modélisation vise à obtenir un modèle acceptable du problème physique étudié sous forme d'un système d'équations décrivant le comportement dynamique de la microstructure. Dans la plupart des cas, le modèle proposé n'est pas obtenu en une seule étape mais après plusieurs étapes successives et nécessaires dont la première étape donne une vision fondamentale et permet d'avancer dans la compréhension du problème physique.

La solution finale du problème physique nécessite la détermination de toutes ses fréquences propres de résonance et des formes des modes propres de vibration. En pratique, il est souvent suffisant de connaître les premières fréquences propres de résonance de la micropoutre, voire seulement la fréquence fondamentale de résonance. La connaissance de la forme exacte des modes de vibration associés est nécessaire pour identifier les fréquences mesurées afin de déterminer les propriétés mécaniques des films (modules de Young, coefficient de Poisson,...).

2.2.2. Principaux méthodes appliquées

Dans la littérature, deux méthodes principales sont utilisées pour modéliser les vibrations mécaniques des microstructures : La méthode analytique directe et la méthode numérique approchée:

2.2.2.1. Méthode analytique directe

Cette méthode permet de déterminer les fréquences de résonance et les modes de vibration d'une microstructure en résolvant l'équation différentielle à dérivées partielles du mouvement qui satisfait les conditions aux limites. Les solutions analytiques sont essentiellement basées sur la méthode de séparation de variables [73,112, 113], méthode des séries exponentielles, la méthode des intégrales [114, 115] et les méthodes de transformation demeurent limitées pour les géométries complexes [116-118]. Les solutions analytiques exactes sont accessibles pour un nombre de conditions aux limites. Par conséquent, pour des analyses fines, les modèles analytiques sont généralement recalés à partir de simulations par éléments finis. Vu la complexité des équations aux dérivées partielles, la solution analytique est souvent difficile à trouver. On cherche donc des méthodes permettant d'approcher le comportement du système.

2.2.2.2. Calcul numérique approché

L'utilisation des méthodes numériques de discrétisation consiste à ramener la résolution de l'équation aux dérivées partielles dans un domaine d'étude, compte tenue des conditions aux limites, à celle d'un système d'équations algébriques dont la solution conduit à la distribution à l'intérieur du domaine d'étude. Il s'agit alors d'une procédure qui permet de trouver en même temps des approximations pour les fréquences propres de

résonance et pour les modes de vibration associés, en faisant un découpage de la micropoutre étudiée en un nombre fini de sous domaines dont le comportement dynamique est connu à partir d'un nombre fini de paramètres [119].

La solution complète du système mécanique constitué de l'assemblage de ces éléments suit précisément les mêmes règles que celles applicables aux problèmes discrets standards. Les méthodes numériques les plus utilisées dans le domaine de l'étude mécanique des micro-poutres sont au nombre de trois : la méthode des différences finis [120-121], la méthode des éléments finis [14,15] et la méthode des volumes finis [122,123]. Nous nous intéresserons ,dans ce qui suit,à la méthode des éléments finis, méthode utilisée dans les logiciels dont nous disposons, à savoir COMSOL Multiphysics .

2.3. Modélisation analytique du comportement des micropoutres

2.3.1. Modèle analytique d'Euler-Bernoulli de la micropoutre

2.3.1.1. Hypothèses de calcul et approximations de base

Dans le modèle classique d'Euler-Bernoulli EBM (Euler-Bernoulli Beam Model), nous examinons le cas d'une micropoutre parfaite [124-127]. Une micropoutre est considérée comme parfaite si :

- L'épaisseur h et la largeur b de la micropoutre sont considérés constantes sur toute sa longueur L (figure.2.1);
- La micropoutre est élastique et elle est composée d'un matériau LHI (linéaire, homogène et isotrope ;
- La section droite de la micropoutre est très petite devant la distance entre deux nœuds de vibration ;
- La micropoutre est mince : la section droite A de la micropoutre est très petite devant sa longueur L ;
- Seules les déformations normales à l'axe de la micropoutre non déformée sont considérées, les sections planes restent planes ;
- Le centre du cisaillement de la section de la poutre coïncide avec le centre des masses, de telle façon que la rotation et la translation de la poutre ne sont pas couplées.
- Aucune charge axiale n'est appliquée à la micropoutre.

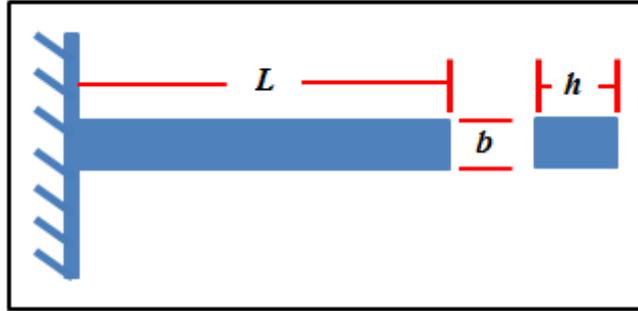


Figure.2.1 : Schéma d'une micropoutre idéale ,encastrée à l'une de ses extrémités, d'une longueur L , d'une largeur b et d'une épaisseur h .

2.3.1.2. Équation mécanique du mouvement

Dans la théorie classique d'Euler-Bernoulli, l'équation du mouvement est obtenue en utilisant le principe de Hamilton. L'énergie potentielle PE d'une micropoutre uniforme est donnée par l'expression suivante:

$$PE = \frac{1}{2} \int_0^L YI \left(\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (1)$$

Où I est le moment d'inertie de la section droite autour de l'axe neutre de la micropoutre, Y le module de Young effectif, $u(x, t)$ la déflexion dynamique transversale à la position x , t et L sont respectivement le temps, la longueur de la micropoutre.

En d'autre part, l'expression de l'énergie cinétique KE d'une micropoutre uniforme est donné par la relation suivante:

$$KE = \frac{1}{2} \int_0^L \rho A \left(\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} \right)^2 dx \quad (2)$$

où A est la section transversale et ρ la densité du matériau.

En utilisant le principe du lagrangien défini par KE-PE, le lagrangien est donnée par la relation suivante :

$$KE - PE = \frac{1}{2} \int_0^L \left[\rho A \left(\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} \right)^2 - YI \left(\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \right)^2 \right] dx \quad (3)$$

En utilisant le principe de Hamilton étendu, l'équation différentielle régissant les vibrations libres transversales de la micropoutre est donnée par l'équation suivante:

$$\rho A \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} + YI \frac{\partial^4 u(x,t)}{\partial x^4} = 0 \quad (4)$$

Afin de satisfaire l'équation (4), quatre combinaisons de l'état d'extrémité sont possibles dont les deux conditions suivantes qui correspondent respectivement aux cas d'extrémité fixe et libre.

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad u = 0 \quad \text{pour une extrémité fixe} \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, \quad \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = 0 \quad \text{pour une extrémité libre} \quad (6)$$

2.3.1.3. Modes de vibration et fréquences de résonance

La résolution analytique de l'équation (4) avec les conditions aux limites correspondant à un encastrement parfait (la déflexion et la dérivée de la déflexion sont nulles en $x=0$) conduit à l'expression suivante pour la fréquence de résonance d'ordre n

$$f_n^e = \frac{a_n^{e^2}}{2\pi\sqrt{12}} \frac{h}{L^2} \sqrt{\frac{Y}{\rho}} \quad (7)$$

Selon les auteurs le module de Young Y est pris égal au module de Young uniaxial E [128] ou au second module de Young biaxial $E/(1-\nu^2)$ [129] avec ν est coefficient de Poisson. Nous verrons plus loin que la valeur de Y à considérer dépend en fait de la largeur de la micropoutre et qu'elle est intermédiaire entre ces 2 valeurs.

Le paramètre a_n^e , dépend du numéro de mode de vibration et forme une série infinie, ce paramètre est solution de l'équation séculaire :

$$\cos a_n^e \cosh a_n^e + 1 = 0 \quad (8)$$

On peut montrer à partir de ce modèle que l'amplitude normalisée W_n^e du $n^{\text{ième}}$ mode de vibration est également donnée par une expression analytique avec des termes sinusoïdaux dépendent de la constante a_n^e :

$$W_n^e = C_1 \sin a_n^e(x/L) + C_2 \cos a_n^e(x/L) + C_3 \sinh a_n^e(x/L) + C_4 \cosh a_n^e(x/L) \quad (9)$$

Tableau 2.1 : Constantes utiles pour le calcul des fréquences de résonance et des modes de vibrations de micropoutres non contraintes.

numéro du mode n	a_n^e	$a_n^{e^2}/2\pi$	$a_n^{e^2}/(2\pi\sqrt{12})$
Mode 1	1.87510407	0.55959123	0.16154006
Mode 2	4.69409113	3.50689864	1.01235437
Mode 3	7.85475744	9.81941605	2.83462143

L'équation (7) montre que dans le cas d'une micropoutre idéale dont on connaît les paramètres géométriques et mécaniques, la mesure des fréquences de résonance permet de calculer le module de Young du matériau le constituant. En pratique, on mesure généralement les fréquences de résonance fondamentales f_0 des micropoutres de différentes longueurs, et le module de Young effectif Y est déterminé à partir de la pente de la droite $1/\sqrt{f_1}$ en fonction de L . Une méthode alternative, a priori, plus précise car moins dépendante des variations technologiques, consiste à mesurer plusieurs fréquences de résonance de la même micropoutre [69].

2.3.2. Modèle analytique de Rayleigh de la micropoutre

2.3.2.1. Équation mécanique du mouvement

En réalité l'équation (4) décrit le comportement de la micropoutre en absence de l'effet de la rotation de la section droite. Le modèle de la micropoutre de Rayleigh RBM (Rayleigh Beam Model) rajoute l'effet de la rotation de la section droite de la micropoutre négligé dans le modèle EBM [7]. L'énergie cinétique due à la rotation de la section transversale est donné par :

$$KE_{rot} = \frac{1}{2} \int_0^L \rho I \left(\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t \partial x} \right)^2 dx \quad (10)$$

En combinant l'équation (10) avec les équations (1) et (2) pour former le Lagrangien et en utilisant le principe de Hamilton, nous obtenons l'équation de mouvement donnée par :

$$YI \frac{\partial^4 u(x,t)}{\partial x^4} - \rho I \frac{\partial^4 u(x,t)}{\partial x^2 \partial t^2} + \rho A \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (11)$$

Quatre combinaisons de l'état d'extrémité sont possibles dont les deux conditions suivantes qui correspondent respectivement aux cas d'extrémités fixe et libre.

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad u = 0 \quad \text{pour une extrémité fixe} \quad (12)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, \quad YI \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} - \rho I \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial t^2} = 0 \quad \text{pour une extrémité libre} \quad (13)$$

La déflexion dynamique $u(x,t)$ est le produit de deux fonctions, l'une dépend de la position et l'autre périodique dépend du temps. Ainsi l'équation (11) peut être séparée en deux équations différentielles ordinaires chacune décrit une fonction. L'équation décrivant la déformation transverse à la position x est donnée par:

$$YI \frac{d^4 W(x)}{dx^4} - \rho I \omega^2 \frac{d^4 W(x)}{dx^2} + \rho A \omega^2 W(x) = 0 \quad (14)$$

2.3.2.2. Modes et fréquences de résonance

L'expression de la relation de dispersion peut être exprimée avec deux coefficients a_n^r et b_n^r , dépendant des propriétés mécaniques et géométriques de la micropoutre. En posant $\omega_n^r = 2\pi f_n^r$, on peut montrer analytiquement que l'expression de la fréquence de résonance est donnée par l'équation suivante :

$$f_n^r = \frac{\sqrt{a_n^{r^2} - b_n^{r^2}}}{2\pi L} \sqrt{\frac{Y}{\rho}} \quad (15)$$

Les coefficients a_n^r et b_n^r forment deux séries infinies. Nous les avons calculés numériquement à l'aide du logiciel de programmation MATLAB en utilisant les équations (16) et (17).

$$\frac{a_n^{r^2} - b_n^{r^2}}{a_n^{r^2} b_n^{r^2}} = \frac{(I/A)_{rect}}{L} = k^2 \quad (16)$$

$$(a_n^{r^2} - b_n^{r^2}) a_n^r b_n^r \sin a_n^r \sinh b_n^r - (a_n^{r^4} + b_n^{r^4}) \cos a_n^r \cosh b_n^r = 2(a_n^r b_n^r)^2 \quad (17)$$

La figure 2.2 représente la variation des nombres d'onde en fonction de $k = (1/L)\sqrt{I/A}$ pour les trois premiers modes de vibration. Nous avons remarqué que la valeur de chaque coefficient ne dépasse pas la valeur calculée pour le modèle EBM pour chaque mode de vibration.

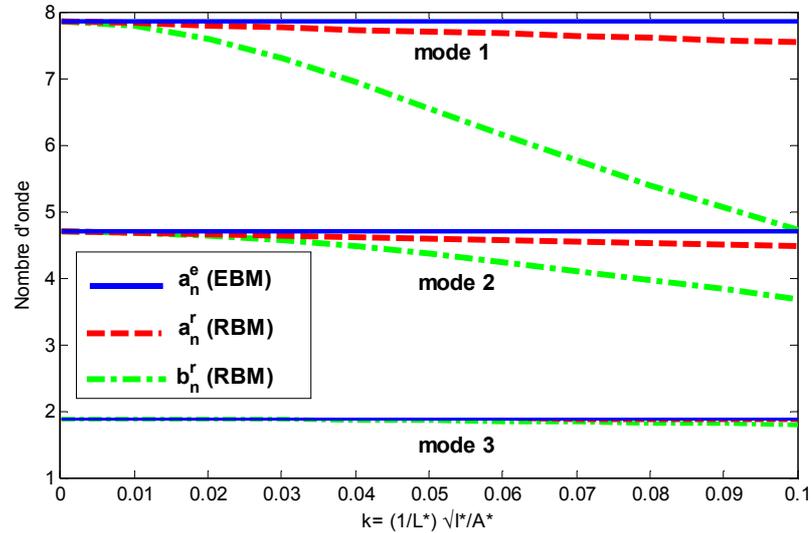


Figure 2.2 : Nombres d'onde a_n^r et b_n^r en fonction de $k = (1/L)\sqrt{I/A}$ pour le modèle RBM comparé avec le nombre d'onde a_n^e du modèle EBM.

On peut montrer à partir de ce modèle que l'amplitude normalisée du $n^{\text{ième}}$ mode de vibration est également donnée par une expression analytique avec des termes sinusoïdaux et hyperboliques dépendant respectivement de a_n^r et b_n^r :

$$W_n^r = C_1 \sin a_n^r x + C_2 \cos a_n^r x + C_3 \sinh b_n^r x + C_4 \cosh b_n^r x \quad (18)$$

Où les coefficients C_1, C_2, C_3 et C_4 sont des constantes calculées à partir des conditions aux limites correspondant à une déflexion et une dérivée de la déflexion nulles en $x=0$ traduisant l'encastrement parfait de la micropoutre. La figure 2.3 représente les allures des quatre premiers modes de vibration d'une micropoutre, pour les différents modèles analytiques.

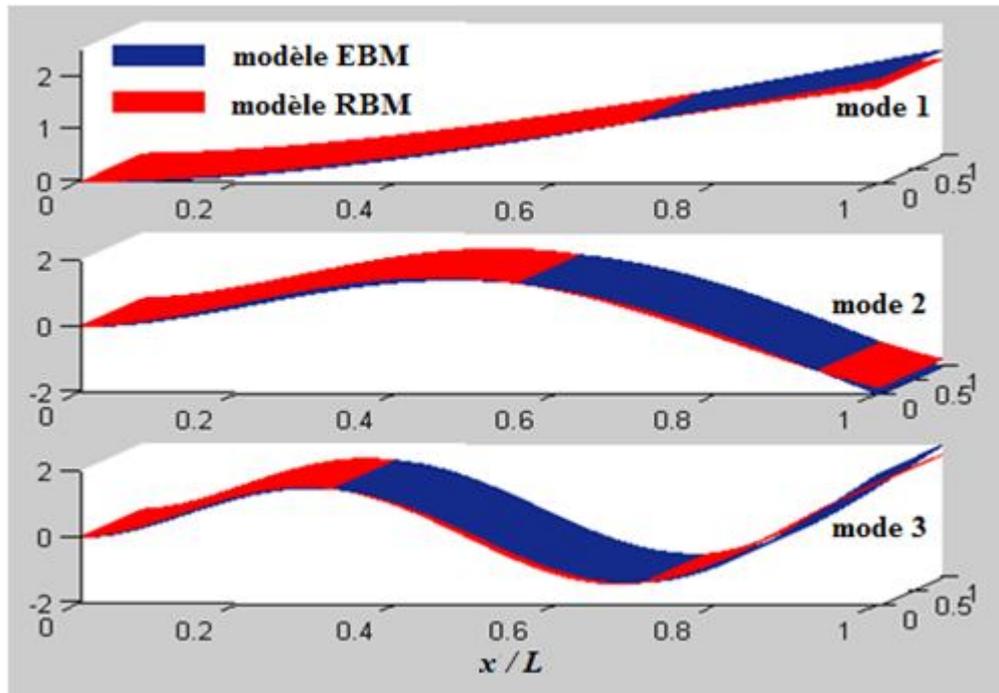


Figure 2.3 : Formes des trois premiers modes de vibration d'une micropoutre pour les deux modèles analytiques EBM et RBM.

2.3.2.3. Méthode de calcul des nombres d'onde

Afin de calculer les valeurs des nombres d'onde $a_n^r(k)$, nous avons considéré une des équations des fréquence $F(a_n^r, b_n^r)$ sachant que d'après l'équation (16), b_n^r est une fonction de a_n^r et k . Ce qui nous a permis de calculer dF et db_n^r :

$$dF = \frac{\partial F}{\partial a_n^r} da_n^r + \frac{\partial F}{\partial b_n^r} db_n^r, \quad db_n^r = \frac{\partial b_n^r}{\partial a_n^r} da_n^r + \frac{\partial b_n^r}{\partial k} dk \quad (19)$$

En combinant les deux expressions, l'expression de dF sera donnée par :

$$dF = \frac{\partial F}{\partial a_n^r} da_n^r + \frac{\partial F}{\partial b_n^r} \left(\frac{\partial b_n^r}{\partial a_n^r} da_n^r + \frac{\partial b_n^r}{\partial k} dk \right) = 0 \quad (20)$$

Où dF est nulle du fait que F est nulle. En résolvant da_n^r/dk , nous obtenons :

$$\frac{da_n^r}{dk} = \frac{-\left(\frac{\partial F}{\partial b_n^r}\right)\left(\frac{\partial b_n^r}{\partial k}\right)}{\left(\frac{\partial F}{\partial a_n^r}\right) + \left(\frac{\partial F}{\partial b_n^r}\right)\left(\frac{\partial b_n^r}{\partial a_n^r}\right)} \quad (21)$$

Où la partie droite est une fonction de a_n^r , b_n^r et k . Comme b_n^r est exprimé en termes de a_n^r et k (équation (16)), après calcul la partie droite est une fonction de k seulement.

Maintenant, il s'agit d'une équation différentielle ordinaire du premier ordre qui peut être résolu lorsque nous connaissons la valeur initiale du nombre d'onde $a_n'(k=0)$ (lorsque la valeur de k est nulle) qui est identique aux nombres d'onde du modèle d'Euler-Bernoulli.

2.4. Simulation numérique du comportement dynamique des micropoutres

2.4.1. Principe de la méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis est une procédure qui permet de trouver en même temps des approximations pour les fréquences naturelles de résonance et pour les modes associés, en faisant un découpage (maillage) de la microstructure en un nombre fini de sous domaines (éléments) dont le comportement est connu à partir d'un nombre fini de paramètres [119]. La solution du système complet constitué de l'assemblage de ces éléments suit précisément les mêmes règles que celles applicables aux problèmes discrets standards.

Les grandeurs physiques sont calculées pour tous les points de la microstructure. Pour obtenir un résultat sur des milieux continus, il est nécessaire de discrétiser le volume d'étude par un maillage, en la subdivisant en sous éléments finis. Tous ces derniers sont interconnectés entre eux par des nœuds et les solutions sont calculées uniquement pour chaque nœud. L'approximation de la solution finale est interpolée dans chaque élément en partant des résultats obtenus pour les nœuds les délimitant.

2.4.2. Optimisation de maillage et étude de la convergence du calcul

Dans notre analyse, la simulation numérique du comportement dynamique de la micropoutre par la méthode des éléments finis a été effectuée en 3D à l'aide du logiciel COMSOL Multiphysics. Pour faciliter les changements des paramètres physiques et géométriques, les simulations ont été mises en œuvre à l'aide de programmes paramétrés développés sous des scripts de COMSOL Multiphysics.

Des simulations préalables ayant montré que l'utilisation de maillage tétraédrique pouvait produire des erreurs importantes, toutes les analyses modales ont été effectuées avec de maillage parallélépipède à 8 nœuds. Enfin, la symétrie des structures étudiées a été mise à profit pour limiter le nombre d'éléments et le temps de calcul lorsque le nombre d'éléments devenait élevé.

D'une manière générale, le maillage est optimisé par une étude de la convergence du calcul numérique. Une fois que, l'optimisation, est bien effectuée sur une structure donnée, le maillage des micropoutres de dimensions différentes est ajusté de façon à garder des tailles d'éléments à peu près constantes. Pour le cas de COMSOL, le maillage automatique est optimal pour la plupart des simulations après l'étude de la convergence et donc il n'est pas évident d'avoir un nombre d'éléments de maillage supérieur à celui du maillage automatique proposé par le logiciel COMSOL.

2.4.3. Mise en oeuvre des simulations par éléments finis

Les simulations par éléments finis ont été effectuées en 3D à l'aide du logiciel COMSOL Multiphysique (versions 4.3.a) installé sur la station de calcul du laboratoire FUNDAPL. Pour faciliter les changements de géométrie, les simulations ont été mises en oeuvre à l'aide de programmes paramétrés.

Les simulations ont été utilisées pour calculer les coefficients ou les facteurs correctifs génériques des modèles analytiques ou semi-analytiques. Pour ces simulations, il n'est pas nécessaire d'utiliser une valeur exacte du module d'Young E ou du coefficient de Poisson ν . Les valeurs des propriétés des matériaux massifs indiquées dans le tableau 2.2 ont été utilisées.

Tableau 2.2 : Valeurs du module de Young E , du coefficient de Poisson ν et de la densité ρ utilisées pour les simulations. Les valeurs sont celles des matériaux massifs

Matériau	$E(\text{GPa})$	ν	$\rho(\text{kg/m}^3)$
Al	70	0.33	2700
Cr	179	0.27	7190

2.5. Correction numérique de l'effet de la largeur

2.5.1. Modèle de l'effet de la largeur et méthode de correction

Nous pouvons remarquer que les formules classiques des fréquences de résonance développées à partir des modèles EBM et RBM indiquent que la valeur de la fréquence de résonance est indépendante de la largeur b de la micropoutre ainsi que du coefficient de Poisson ν . En effet, le module de Young effectif Y à considérer varie entre le module

d'Young uniaxial E et le module biaxial $E/(1-\nu^2)$ selon le rapport b/L de la section. Ceci traduit le passage d'un microdispositif de type poutre à un dispositif de type plaque au sens mécanique. Cette variation du module de Young effectif Y n'est prise en compte que de façon binaire dans la littérature ($Y=E$ ou $Y=E/(1-\nu^2)$). Elle peut atteindre une dizaine de % et doit donc être considérée pour obtenir des mesures précises des fréquences de résonance car les micropoutres n'ont pas toujours une largeur grande devant les autres dimensions. Pour obtenir des mesures précises des fréquences de résonance et améliorer l'extraction des paramètres mécaniques de matériau, nous avons considéré que le module de Young effectif pouvait s'écrire sous la forme [14] :

$$Y = E \left[1 + \alpha_n \left(\frac{\nu^2}{1-\nu^2} \right) \right] \quad (22)$$

où α_n est un facteur correctif ($0 \leq \alpha_n \leq 1$) dépendant de l'ordre n du mode de vibration, et qui est supposé dépendre essentiellement du rapport largeur/longueur de la micropoutre. $Y=E$ si $\alpha_n=0$ et égal à $E/(1-\nu^2)$ si $\alpha_n=1$.

Des analyses modales par éléments finis ont été effectuées pour déterminer les variations du facteur correctif α_n : Le module de Young effectif Y est déterminé à partir des fréquences de résonance issues de la simulation des vibrations dynamiques en utilisant la formule classique des fréquences de résonance développée à partir des modèles EBM et RBM. Le facteur correctif α_n est déduit de la valeur de module de Young effectif Y et des valeurs de module de Young E et du coefficient de Poisson ν introduites dans les simulations à partir de la relation [14] :

$$\alpha_n = \frac{Y - E}{\frac{E}{1-\nu^2} - E} \quad (23)$$

La précision demandée étant élevée, un soin particulier a été apporté au choix du maillage appliqué à l'étape de simulation numérique. Le choix du pas de maillage dépend essentiellement de la géométrie et des dimensions de la micropoutre et il doit être voisin d'un sous multiple des dimensions des micropoutres et résulte d'un compromis entre la précision et le temps de calcul.

2.5.2. Correction numérique des modèles analytiques

2.5.2.1. Modèle corrigé d'Euler-Bernoulli

La formule classique donnant les fréquences de résonance d'une micropoutre pour chaque mode de vibration peut être utilisée à condition de considérer un module de Young effectif qui dépend de la largeur de la micropoutre et du mode de vibration. On peut alors utiliser la formule suivante qui est plus précise pour le calcul des fréquences de résonance

$$f_n^e = \frac{a_n^{e^2}}{2\pi\sqrt{12}} \frac{h}{L^2} \sqrt{\frac{E}{\rho} \left[1 + \alpha_n \left(\frac{\nu^2}{1-\nu^2} \right) \right]} \quad (24)$$

2.5.2.2. Modèle corrigé de Rayleigh

La même correction, peut également, être appliquée à l'expression des fréquences de résonances présentée selon le modèle RBM. Ainsi, comme pour le modèle EBM, on peut utiliser la formule suivante qui est plus précise afin de calculer des fréquences de résonance de la micropoutre.

$$f_n^{r*} = \frac{\sqrt{a_n^{r^2} - b_n^{r^2}}}{2\pi L} \sqrt{\frac{E}{\rho} \left[1 + \alpha_n \left(\frac{\nu^2}{1-\nu^2} \right) \right]} \quad (25)$$

2.5.3. Valorisation de la méthode de correction

Le facteur correctif α_1 (mode 1) de l'effet de la largeur b de la micropoutre est tracé en fonction du rapport b/L sur la figure 2.4 pour deux longueurs de micropoutres différentes ($100\mu m$ et $200\mu m$). Pour les deux modèles analytiques, la courbe confirme le fait que le module de Young Y varie effectivement entre le module d'Young uniaxial E et le module d'Young biaxial $E/(1-\nu^2)$: Il tend vers E ($\alpha_1=0$) pour les petites valeurs du rapport b/L et vers $E/(1-\nu^2)$ ($\alpha_1=1$) pour les grands rapports b/L . Cette variation est identique pour les 2 valeurs de L ce qui montre que le rapport b/L est bien, la grandeur significative.

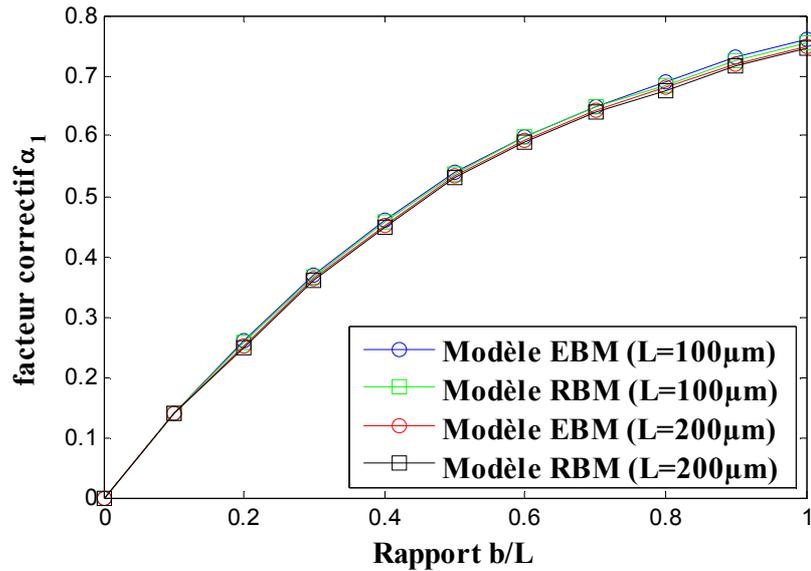


Figure 2.4 : Variation du coefficient α_1 (mode 1) en fonction de b/L pour différentes longueurs de la poutre ($100\mu\text{m}$ et $200\mu\text{m}$). Epaisseur de la micropoutre. $h=1\mu\text{m}$.

D'autres simulations ont confirmé que le résultat est indépendant du module de Young E . En revanche une légère dépendance de α_1 avec le coefficient de Poisson ν a été mise en évidence (Figure 2.5) mais, elle reste inférieure à 5% ,dans la gamme $\nu=0.2-0.35$. On peut donc, en première approximation, négliger l'influence du coefficient de Poisson sur l'évolution de facteur correctif α_1 en fonction du rapport b/L .

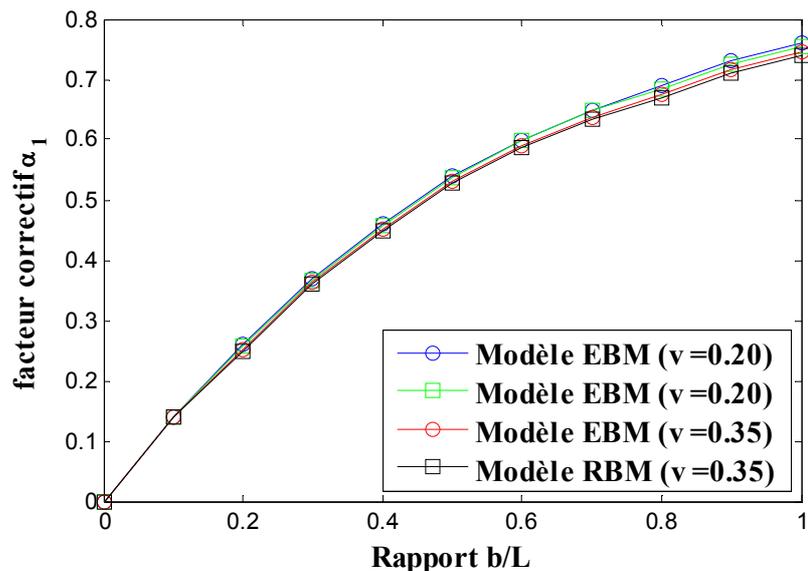


Figure 2.5 : Evolution de la correction α_1 en fonction de b/L pour différentes valeur du coefficient de Poisson ν . Dimensions de la micropoutre : $L=100\mu\text{m}$, $h=1\mu\text{m}$.

Les résultats confirment que pour le mode 1, le module de Young effectif Y varie progressivement de la valeur $Y=E$ lorsque le rapport b/L est faible ($\alpha=0$) à $Y=E/(1-\nu^2)$ lorsque le rapport b/L est élevé ($\alpha=1$). L'utilisation du module uniaxial E pour le calcul de la fréquence de résonance d'une micropoutre n'est donc pas toujours justifiée. L'ajustement de la courbe $\alpha_1=f(b/L)$ pour le mode 1 ($b/L < 1$) par un polynôme de degré 2 donne:

$$\alpha_1 = -42.8410^{-4} + 1.378 \left(\frac{b}{L} \right) - 0.622 \left(\frac{b}{L} \right)^2 \quad (26)$$

D'après les résultats de la simulation numérique, le facteur correctif α_n dépend de l'ordre n du mode. Ceci est illustré dans la figure 2.6 qui compare l'évolution de α_1 (mode 1), α_2 (mode 2) et α_3 (mode 3) avec le rapport b/L . L'augmentation du facteur correctif α_n avec l'ordre du mode de vibration peut être très qualitativement comprise si on considère qu'une micropoutre vibrant dans des modes d'ordre élevé est constituée de tronçons de poutres de rapports b/L plus petits.

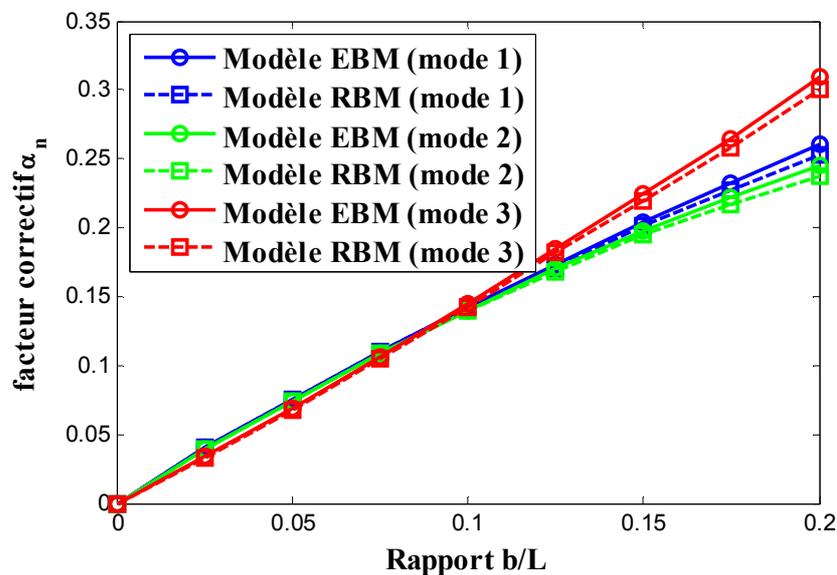


Figure.2.6 : Variation du coefficient α_n en fonction de b/L pour les trois premiers modes d'une micropoutre $h=1\mu m$, $L=100\mu m$.

L'ajustement des courbes $\alpha_n=f(b/L)$, (n variant de 2 à 3), pour $b/L<0.2$ par un polynôme de degré 2 donne:

$$\alpha_2 = -10.14 \cdot 10^{-4} + 1.377 \left(\frac{b}{L}\right) - 0.735 \left(\frac{b}{L}\right)^2 \quad (27)$$

$$\alpha_3 = -13.70 \cdot 10^{-4} + 1.295 \left(\frac{b}{L}\right) + 2.046 \left(\frac{b}{L}\right)^2 \quad (28)$$

En conclusion, la formule classique donnant les fréquences de résonance d'une micropoutre démontrée dans les deux modèles peut être utilisée à condition de considérer un module de Young effectif Y qui dépend de la largeur b de la micropoutre et du mode de vibration n .

2.6. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons établi, à partir de l'analyse des vibrations, par la modélisation analytique et la simulation numérique par la méthode des éléments finis, des formules permettant de modéliser le comportement dynamique des micropoutres à structure uniforme. Les modèles développés tiennent compte de l'effet de la largeur de la micropoutre.

Ainsi, après avoir, sommairement, introduit les notions de base de la dynamique des micropoutres, nous avons montré qu'il était nécessaire de considérer un module de Young effectif Y continûment variable entre E (module de Young uniaxial) et $E/(1-\nu^2)$ (module de Young biaxial) en fonction du rapport largeur/longueur de la micropoutre. La dépendance de Y avec ce rapport est une fonction du mode de vibration. L'augmentation du facteur correctif avec l'ordre du mode peut être très qualitativement comprise si on considère qu'une micropoutre vibrante dans des modes de vibration d'ordre élevé est constituée de tronçons de poutres de rapports b/L plus petits.

CHAPITRE 3

ETUDE DU COMPORTEMENT DES MICROPOUTRES A SECTION DROITE NON RECTANGULAIRE PRESENTANT UNE SOUS GRAVURE A L ENCASTREMENT

3.1. Introduction

Les micropoutres étudiées dans ce chapitre présentent plusieurs différences par rapport aux micropoutres uniformes étudiées au chapitre 2. Elles présentent généralement une sous gravure au voisinage de la zone de l'encastrement de son extrémité fixe. De façon générale, cette modification de la géométrie est inhérente à pratiquement tous les procédés de fabrication de micropoutres en films minces.

La méthode de caractérisation par la technique de vibrométrie interférométrique en lumière monochrome décrite dans le chapitre précédent a été appliquée à la caractérisation mécanique de films minces à partir des fréquences de résonance des micropoutres. Ce chapitre présente les résultats expérimentaux obtenus et leur analyse à l'aide des modèles établis que ce soit avant ou après correction de l'effet de la modification de la section droite de la micropoutre. Nous présenterons, par la suite, le procédé de fabrication des micropoutres élaboré en films minces.

3.2. Micropoutre à section droite non rectangulaire présentant une sous-gravure

3.2.1. Procédé de fabrication des micropoutres

Les micropoutres ont été fabriquées sur du silicium dans des films d'aluminium évaporés sous vide avec un canon à électrons et dans des films de chrome déposés par pulvérisation RF (13.56 MHz). Le procédé de microusinage de la surface utilisé est schématisé par la figure 3.1 [24,130]. Après un nettoyage chimique standard de la plaquette de silicium, en général du silicium d'orientation <100> peu dopé, celui-ci est désoxydé dans un bain d'acide fluorhydrique tamponné (BHF) et introduit dans le bâti de dépôt sous vide. Le film constituant la micropoutre est ensuite déposé par évaporation avec

un canon à électrons dans le cas des micropoutres fabriquées en film d'Aluminium et par pulvérisation RF dans le cas des micropoutres en Chrome.

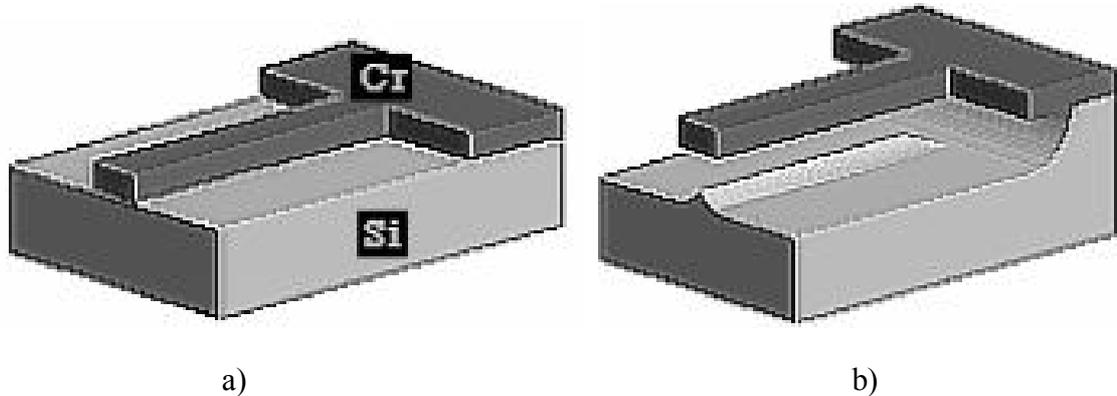


Figure 3.1 : Principe du procédé de fabrication d'une micropoutre en chrome.

Les motifs définissant la géométrie des micropoutres sont réalisés de manière conventionnelle par procédé de photolithographie UV et de la technique de gravure chimique du film (figure 3.1.a). Une alternative c'est d'utiliser le procédé de lift-off pour obtenir des motifs à flancs verticaux [24]. Par souci de simplicité, cette version améliorée du procédé n'a pas été utilisée pour les microdispositifs caractérisés dans cette thèse. Néanmoins, les motifs ont été sus-gravés pour obtenir des flancs approximativement verticaux.

Les micropoutres sont ensuite libérées du substrat par une gravure isotrope et sélective du substrat de silicium dans un plasma de SF_6 pur (figure 3.1.b). Le réacteur utilisé pour la gravure est un réacteur plasma de type baril dans lequel le plasma est créé entre 2 électrodes cylindriques et l'échantillon est placé au centre du réacteur en dehors de la décharge. Le bombardement par les ions du plasma est minimisé et seules les espèces fluorées excitées et dissociées dans la décharge sont à l'origine de la gravure. Ceci permet d'assurer une excellente sélectivité et isotropie de la gravure du substrat. Afin de minimiser l'apparition de gradients de contraintes liés à un échauffement inhomogène des micropoutres, une faible puissance de décharge a été utilisée [155]. Pour certains échantillons un réacteur de gravure ionique réactive (RIE) a été utilisé avec une puissance de décharge faible et une pression élevée.

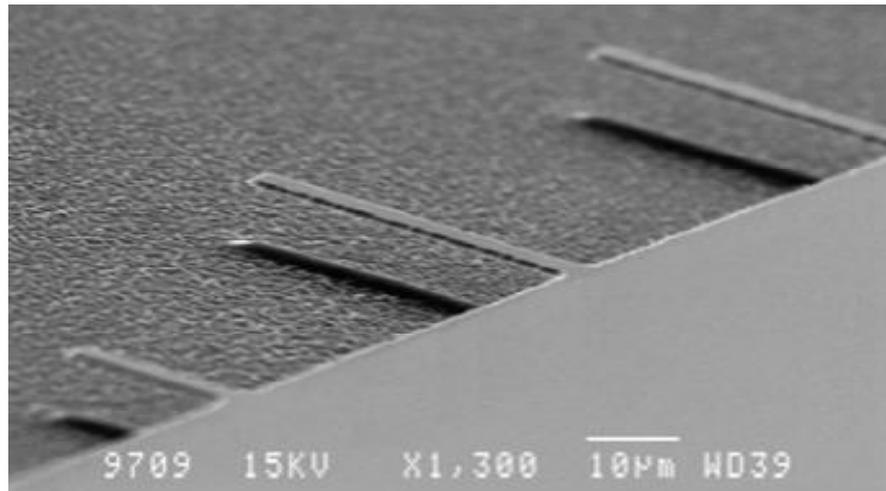


Figure 3.2 : Micropoutres fabriquées en Chrome par microusinage de surface du silicium dans un plasma de SF₆.

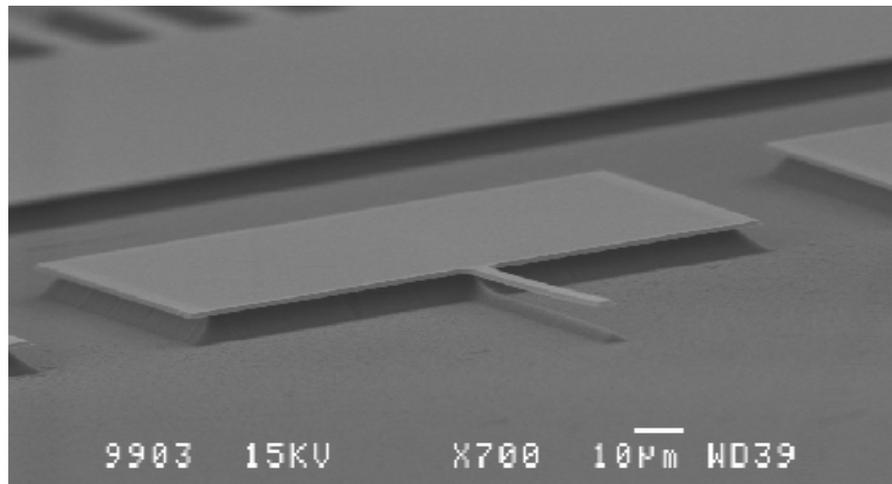


Figure 3.3 : Micropoutres fabriquées en Aluminium par microusinage de surface du silicium dans un plasma de SF₆.

Outre , la simplicité de ce procédé, il permet est de fournir des micropoutres avec un encastrement approximativement plan. Il peut être utilisé pour fabriquer des microdispositifs de forme plus complexe tels que des microanneaux ou d'autres microdispositifs de test des contraintes dont l'ordre des dimensions sont comparables avec de l'ordre des dimensions des micropoutres fabriquées [24].

Pour une gravure chimique parfaitement isotrope, la profondeur de gravure minimum nécessaire pour libérer la micropoutre est la moitié de sa largeur. La sous-gravure à l'encastrement est en conséquence également de longueur minimum égale à $b/2$. En

pratique une gravure d'une profondeur trois fois la moitié de la largeur de la micropoutre est nécessaire pour obtenir un encastrement de géométrie approximativement rectiligne. Les micropoutres, qui ont été fabriqués, ont typiquement une largeur dans la gamme 2-10 μm , une longueur de 100 à quelques centaines de μm et une épaisseur inférieure à $1\mu\text{m}$.

3.2.2. La sous-gravure à l'encastrement de la micropoutre

Les micropoutres réelles présentent plusieurs différences par rapport aux micropoutres idéales considérées précédemment. Elles présentent généralement une sous gravure au voisinage de l'encastrement (figure 3.4)

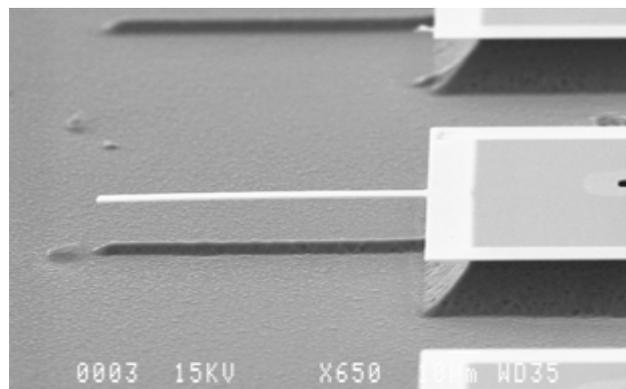


Figure 3.4 : Image de microscopie électronique d'une micropoutre en film d'Aluminium.

Cet effet est important, en particulier, dans l'exemple illustré dans la figure 3.4 mais, en général, une sous gravure de la zone d'encastrement de la micropoutre est inhérente à pratiquement tous les procédés de microfabrication. L'effet de la sous-gravure (imperfection géométrique) sur la valeur des fréquences de résonance peut être modélisé en considérant une liaison élastique avec le substrat ou par la détermination de la longueur équivalente de la micropoutre sans sous-gravure à l'encastrement qui produit les mêmes fréquences de résonance (le même effet). C'est cette dernière solution qui a été retenue.

3.2.3. Modification de la forme de la section droite

Les micropoutres fabriquées n'ont pas généralement une section droite parfaitement rectangulaire. Lorsque la géométrie est définie par gravure chimique ou plasma anisotrope, la section droite est plus généralement trapézoïdale avec des flancs inclinés symétriques

(figure 3.5). Par contre, lorsque la géométrie est définie par une gravure isotrope (ou quasi isotrope), les flancs de la section droite sont des arcs de cercles (figure 3.6), des arcs de parabole ou plus généralement de la forme $h(x/d)^n$ (figure 3.7). La figure 3.8 montre une image par microscopie électronique à balayage (MEB) de la section droite non rectangulaire d'une micropoutre en Aluminium.

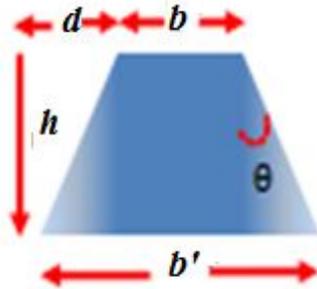


Figure 3.5 : Profil de la section droite d'une micropoutre obtenue par gravure anisotrope : la section est trapézoïdale avec des flancs inclinés symétriques.

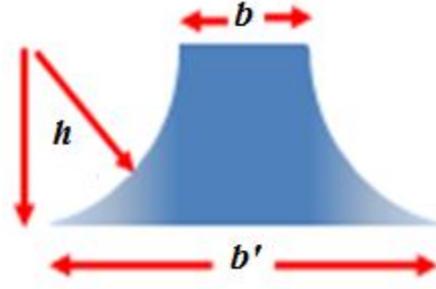


Figure 3.6 : Profil de la section d'une micropoutre obtenue par gravure isotrope : les flancs de la section droite sont des arcs de cercles.

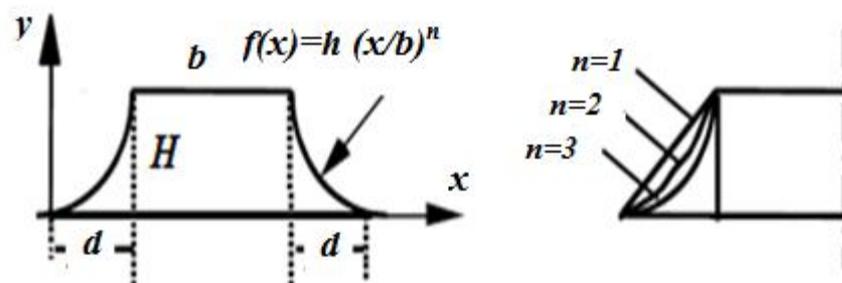


Figure 3.7 : Section avec des flancs de forme polynomiale.

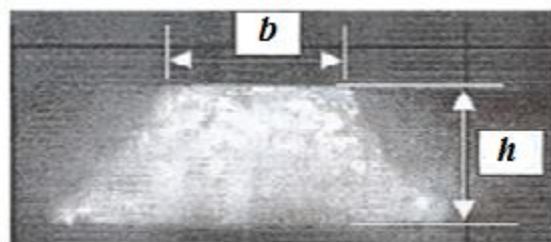


Figure 3.8 : Image MEB de la section droite non rectangulaire d'une micropoutre en Aluminium [69].

Lorsque les micropoutres n'ont pas une section parfaitement rectangulaire (les flancs de la micropoutre ne sont pas verticaux), le moment d'inertie I de la section droite et l'aire A de la section sont plus grands et donc les valeurs des fréquences de résonances, qui sont proportionnelles à $(I/A)^{1/2}$ sont modifiées par rapport au cas d'une section droite parfaitement rectangulaire de largeur b .

3.3. Modélisation de l'effet de la sous-gravure de la section droite non-rectangulaire

3.3.1. Effet de la sous-gravure à l'encastrement

Deux principales configurations d'encastrement de la zone sous gravée peuvent être rencontrées en pratique selon le dessin du masque et le procédé de microfabrication des micropoutres. Dans le premier cas (encastrement simple) seule l'extrémité de la zone sous gravée est encadrée : la micropoutre a la forme d'un T. Dans le second cas (encastrement complet), les flancs de la sous gravure sont également encadrés.

L'effet de la sous gravure est modélisé en recherchant la micropoutre sans sous gravure de longueur L' qui produit la même fréquence de résonance qu'une poutre de longueur L avec une sous gravure de longueur L_{sg} et de largeur b_{sg} . La micropoutre équivalente (figure 3.9.a) est déterminée en prenant le module de Young effectif, afin, de séparer, en première approximation, l'effet du rapport b/L et de la sous gravure. Le facteur correctif est calculé à partir de la relation :

$$\gamma = \frac{\Delta L}{L} = \frac{L' - L}{L} \quad \text{soit} \quad L' = L(1 + \gamma) \quad (29)$$

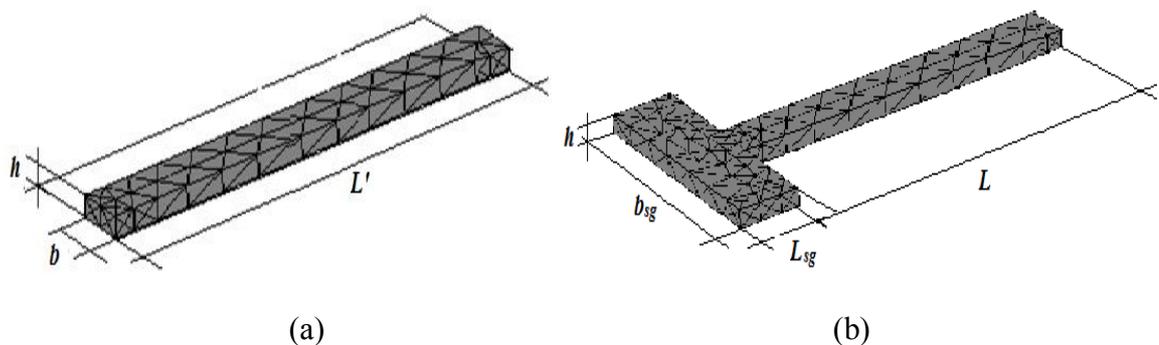


Figure 3.9 : Configurations de la géométrie de la micropoutre : (a) micropoutre équivalente sans sous-gravure, (b) micropoutre avec sous-gravure à l'encastrement.

Dans le cas d'un encastrement simple, le rapport $\Delta L/L$ converge logiquement vers la valeur du rapport L_{sg}/L lorsque la valeur de b_{sg} tend vers la valeur de b et devient indépendante de la largeur de la sous gravure lorsque b_{sg} est supérieur à 8 fois la largeur b , (figures 3.10 et 3.11). Les simulations par la méthode des éléments finis montrent que cette dernière situation correspond à une largeur de sous-gravure plus grande que la largeur de la zone de concentration de la contrainte à l'encastrement.

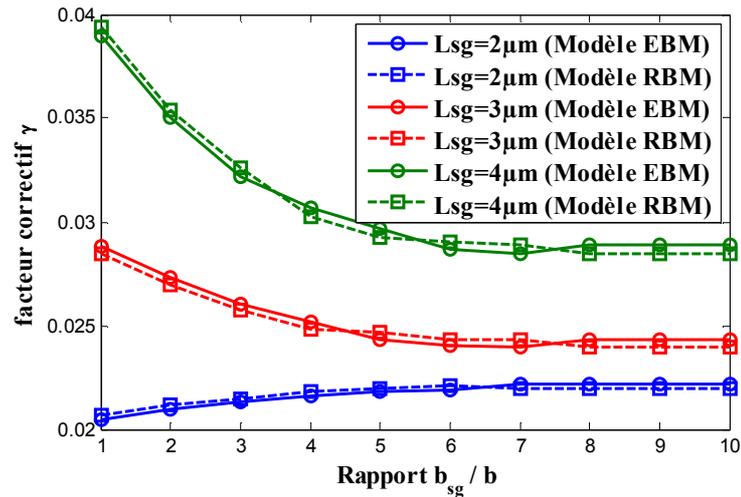


Figure 3.10 : Variation de $\Delta L/L$ avec la largeur b_{sg} de la sous gravure pour différentes valeurs de L_{sg} (entre 2 et 4 μm). $L=100\mu\text{m}$, $b=4\mu\text{m}$, $b=1\mu\text{m}$, premier mode, encastrement simple.

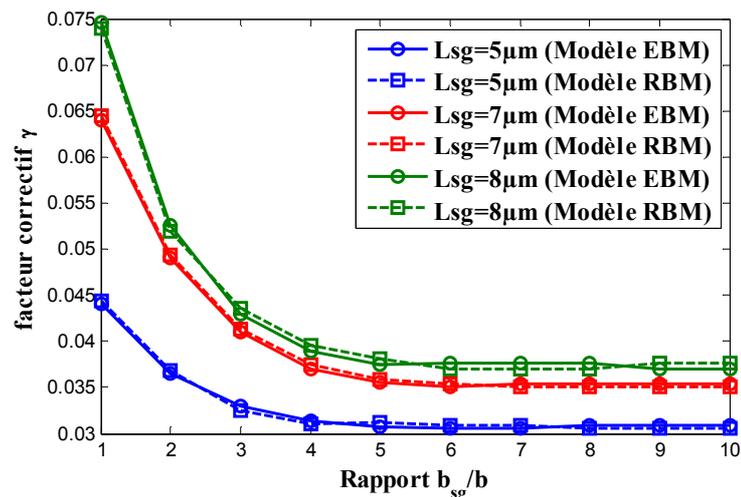


Figure 3.11 : Variation de $\Delta L/L$ avec la largeur b_{sg} de la sous gravure pour différentes valeurs de L_{sg} (entre 5 et 8 μm). $L=100\mu\text{m}$, $b=4\mu\text{m}$, $b=1\mu\text{m}$, premier mode, encastrement simple.

Lorsque le rapport b_{sg}/b est supérieur à 8 (figure 3.12), le rapport $\Delta L/L$ est voisin du rapport L_{sg}/L tant que L_{sg} est inférieur à 3% de la valeur de L puis devient nettement plus faible au delà. En d'autres termes prendre simplement la somme $(L+L_{sg})$ comme longueur de la micropoutre équivalente produit une erreur importante si la longueur L_{sg} de la sous gravure excède 3% de la longueur de la micropoutre. Par exemple pour L_{sg} est 10 fois de L , la sous gravure produit un allongement équivalent de la micropoutre inférieur à 5%.

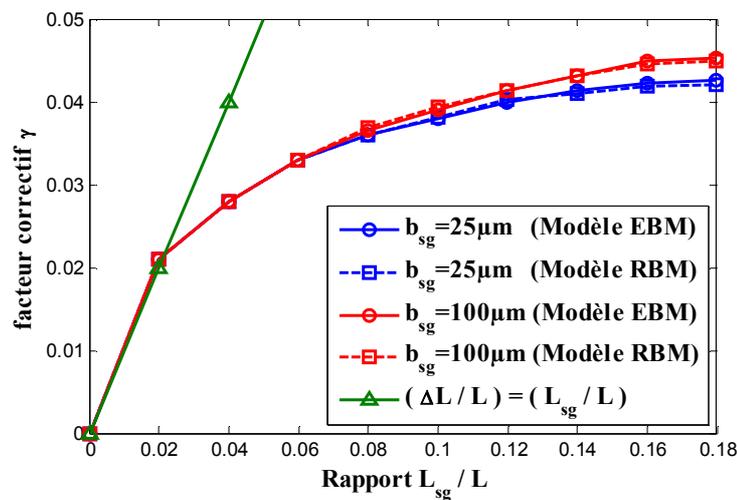


Figure 3.12 : Variation de $\Delta L/L$ avec la longueur de la sous gravure L_{sg} pour différentes valeurs de b_{sg} . $L=100\mu\text{m}$, $b=4\mu\text{m}$, $h=1\mu\text{m}$, premier mode, encastrement simple.

Le fait d'encastrement les flancs de la sous gravure (encastrement complet) n'a pas d'effet supplémentaire tant que la valeur de b_{sg} est supérieur à 8 fois la largeur de la micropoutre (figure 3.13 et figure 3.14) : la variation du rapport $\Delta L/L$ en fonction de L_{sg}/L est la même que pour un encastrement simple (figure 3.13). En revanche pour les faibles valeurs de b_{sg}/b , on constate, logiquement, que la sous gravure a de moins en moins d'effet : la correction $\Delta L/L$ tend vers 0 lorsque B_{sg}/B tend vers 1.

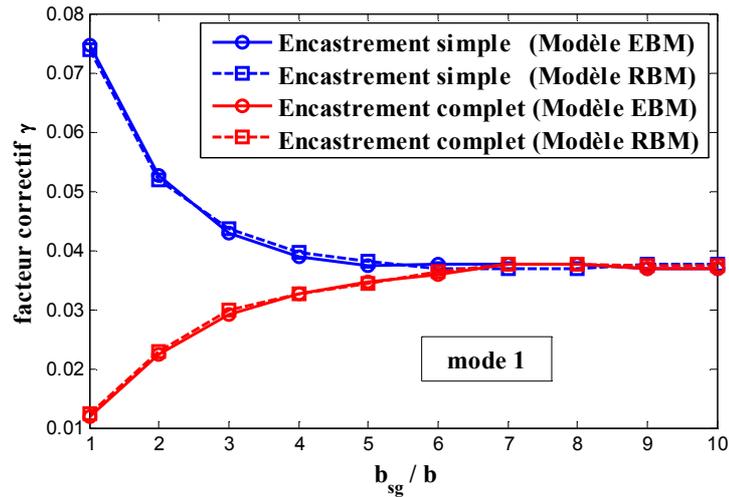


Figure 3.13 : Variation de $\Delta L/L$ avec la largeur b_{sg} de la sous gravure : $L_{sg}=8\mu m$, $L=100\mu m$, $b=4\mu m$, $h=1\mu m$, premier mode de vibration, ES : encastrement simple et EC : encastrement complet.

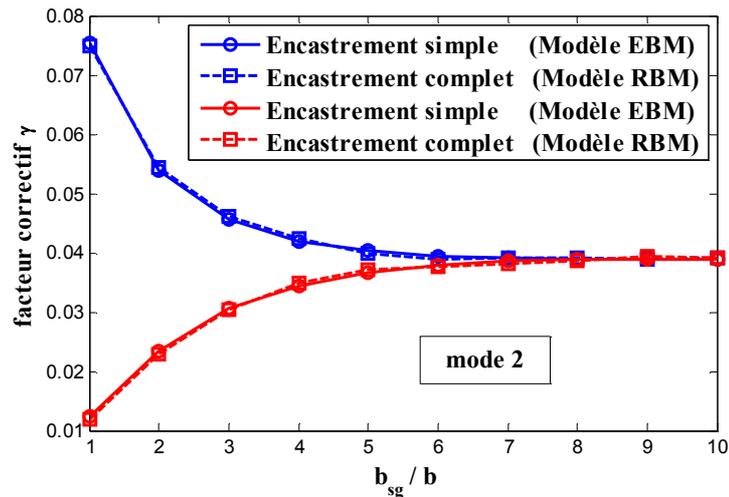


Figure 3.14 : Variation de $\Delta L/L$ avec la largeur b_{sg} de la sous gravure : $L_{sg}=8\mu m$, $L=100\mu m$, $b=4\mu m$, $h=1\mu m$, deuxième mode de vibration, ES : encastrement simple et EC : encastrement complet.

Les figures 3.13 et 3.14 indiquent que la correction à appliquer sur la longueur dépend légèrement du mode de vibration n , elle est plus élevée pour le mode 2 que pour le mode 1. Cependant, cet écart reste faible ($<2,5\%$) tant que la valeur de L_{sg} n'excède pas environ 8% de la valeur de L .

En conclusion les formules classiques des fréquences de résonance d'une micropoutre corrigées précédemment peuvent être utilisées pour calculer les valeurs des fréquences de résonance d'une micropoutre présentant une sous gravure à l'encastrement en remplaçant la longueur L de la micropoutre par $L'=L(I+\gamma)$.

3.3.2. Effet de la section droite non-rectangulaire

Les micropoutres réelles n'ont pas toujours une section rectangulaire. L'effet peut être pris en compte en calculant le moment d'inertie de la section droite réelle de la micropoutre. L'écart produit peut être quantifié en introduisant un facteur correctif β défini de la manière suivante :

$$\beta = (I/A)/(I/A)_{rect} - 1 \quad \text{soit} \quad (I/A) = (I/A)_{rect} (1 + \beta) \quad (30)$$

Le facteur correctif β peut être calculé analytiquement à partir des expressions de I et de A dans chaque cas. Les deux expressions ont été calculées par Chi Shiang Pan et al pour le cas des flancs de forme polynomiale [131]. Ces auteurs aboutissent aux expressions suivantes pour l'aire de la section droite A_n et pour le moment d'inertie I_n par rapport à l'axe passant par le barycentre :

$$A_n = \frac{h(2d + b(n+1))}{n+1} \quad (31)$$

$$I_n = \frac{hb^3}{12} + 2 \left[\frac{hd^3}{n+3} + \frac{hd(2d+b)(2b+n(b-2d))}{4(n+1)(n+2)} \right] \quad (32)$$

Dans le cas d'une section trapézoïdale le rapport moment d'inertie/aire de la section I/A est donné par la formule :

$$\frac{I}{A} = \left(\frac{I}{A} \right)_{rect} \left\{ \frac{\left[1 + 2 \frac{h}{b} \operatorname{tg}(\theta) + \frac{2}{3} \left(\frac{h}{b} \right)^2 \operatorname{tg}^2(\theta) \right]}{\left(1 + \frac{h}{b} \operatorname{tg}(\theta) \right)^2} \right\} \quad (33)$$

où $(I/A)_{rect} = h^2/12$ est la valeur de ce rapport pour la section rectangulaire inscrite de largeur b et de hauteur h et θ l'angle au sommet des triangles latéraux.

Dans le cas d'une section avec des flancs en arcs de cercles le rapport moment d'inertie/aire de la section est donné par l'expression :

$$\frac{I}{A} = \frac{h^2}{12} \left\{ \frac{1 + \left(12 - \frac{7\pi}{2}\right) \frac{h}{b} + \left(\frac{44}{3} - 7\pi + \frac{3\pi^2}{4}\right) \frac{h^2}{b^2}}{1 + (4 - \pi) \frac{h}{b} + \left(2 - \frac{\pi}{2}\right)^2 \frac{h^2}{b^2}} \right\} \quad (34)$$

Les facteurs correctifs β calculés à partir des équations (33) et (34) sont tracés en fonction du rapport h/b dans figure 3.15.

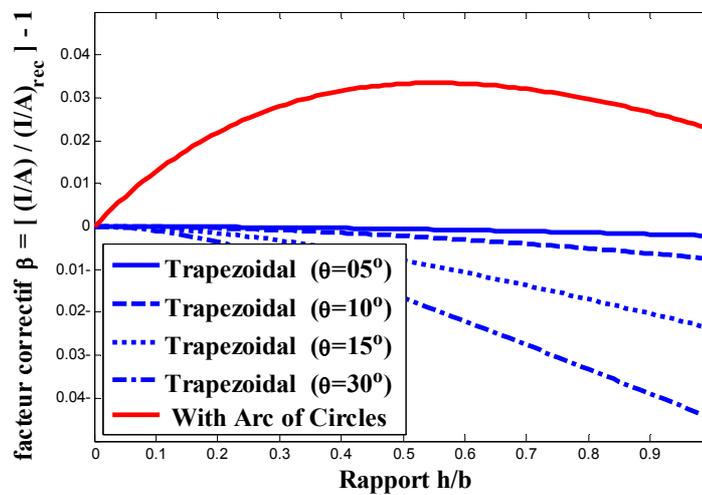


Figure 3.15 : Facteur correcteur β en fonction du rapport d'aspect de la micropoutre pour une section trapézoïdale avec différents angles θ et pour une section avec des flancs en arcs de cercles.

Les résultats montrent que pour des micropoutres étroites dans lequel l'épaisseur h est égale à environ la largeur b , la géométrie exacte de la section droite de la micropoutre doit être prise en considération pour éviter des erreurs qui peuvent atteindre quelques %. Cependant, pour des micropoutres de largeur supérieure à 10 fois l'épaisseur, la valeur du facteur correctif β est négligeable (quelques 0.1%) pour des micropoutres de section trapézoïdale et voisin de 1% pour des micropoutres de section en arcs de cercle. La géométrie réelle de la section n'étant pas aisée à mesurer, il est préférable de se placer dans le cas de cette dernière condition pour mesurer le module de Young d'un film à partir des fréquences de résonance d'une micropoutre.

3.4. Amélioration des modèles analytiques de la micropoutre

3.4.1. Modèle amélioré de Bernoulli

La formule donnant, les fréquences de résonance d'une micropoutre, corrigée précisément, peut être utilisée à condition de considérer deux facteurs correctifs dont le premier est un facteur correctif numérique (γ) estimé à partir des simulations par la méthode des éléments finis. Ce facteur permet de corriger l'effet de la sous-gravure à la zone d'encastrement qui est inhérente à pratiquement tous les procédés de microfabrication utilisés pour l'élaboration des micropoutres.

Le deuxième facteur correctif (β) peut être pris en compte analytiquement en calculant le moment d'inertie de la section droite non-rectangulaire de la micropoutre. Ce facteur dépend essentiellement de la forme de la section droite de la micropoutre ainsi que sa largeur et son épaisseur. On peut alors utiliser la formule suivante qui est plus précise afin de calculer des fréquences de résonance.

$$f_n^e = \frac{a_n^{e^2}}{2\pi\sqrt{12}} \frac{h}{L^2(1+\gamma)^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}(1+\beta) \left[1 + \alpha_n \left(\frac{\nu^2}{1-\nu^2} \right) \right]} \quad (35)$$

3.4.2. Modèle amélioré de Rayleigh

La même correction peut être appliquée directement à l'expression des fréquences de résonances présentées dans le modèle RBM. Pour ce dernier, les équations utilisées pour le calcul des valeurs des nombres d'onde a_n^r et b_n^r du modèle de la micropoutre idéale peuvent être réutilisés afin de calculer les nouvelles valeurs des nombres d'onde pour une micropoutre à section droite non rectangulaire à condition de remplacer la longueur L par $L(1+\gamma)$ dans à l'équation (16), de cette façon, on obtient l'équation suivante.

$$\frac{a_n^{r^2} - b_n^{r^2}}{a_n^{r^2} b_n^{r^2}} = \frac{(I/A)_{rect}}{L(1+\gamma)} = k^2 \quad (36)$$

D'autre part, les valeurs des nombres d'onde dépendent du moment d'inertie I et de l'aire de la section droite A de la micropoutre et, par conséquent, peuvent être changées alors selon la valeur du facteur correctif β . Les expressions des nombres d'onde peuvent alors être réutilisées à condition d'utiliser les expressions du moment d'inertie et de l'aire

de la section droite de la micropoutre réelle dans l'équation (36) de telle façon à obtenir l'équation suivante.

$$\frac{a_n^{r^2} - b_n^{r^2}}{a_n^{r^2} b_n^{r^2}} = \frac{(I/A)}{L(1+\gamma)} = k^2 \quad (37)$$

Ainsi, comme dans le modèle EBM, on peut utiliser la formule suivante, qui est plus précise, afin de calculer des fréquences de résonance de la micropoutre.

$$f_n^r = \frac{\sqrt{a_n^{r^2} - b_n^{r^2}}}{2\pi L(1+\gamma)} \sqrt{\frac{E}{\rho}(1+\beta) \left[1 + \alpha_n \left(\frac{v^2}{1-v^2} \right) \right]} \quad (38)$$

3.5. Effet de la correction sur l'élasticité mécanique de films minces

Dans notre cas, la caractérisation des films minces à partir de l'analyse des vibrations des micropoutres portent sur des films d'Aluminium et de Chrome [69]. Les micropoutres ont été fabriquées à partir de deux masques différents avec le procédé décrit précédemment. Les mesures présentées, par la suite, correspondent à des micropoutres en Aluminium et en Chrome. La première en aluminium, est de section droite, légèrement trapézoïdale, et présente une longueur de sous gravure mesurées au MEB d'environ $8\mu m$. La micropoutre en Chrome, est de section droite rectangulaire et présente une longueur de sous gravure d'environ $3\mu m$.

3.5.1. Micropoutre en film d'Aluminium ($100 \times 9 \times 0.6 \mu m^3$)

La figure 3.16 montre les spectres de vibration des trois premiers modes de vibration d'une micropoutre en Aluminium de dimension $100\mu m \times 9\mu m \times 0.6\mu m$ [69]. Les fréquences de résonance des trois premiers modes de vibration ont été mesurées par la technique de microvibrrométrie interférométrique optique avec une résolution spatiale de $2.5\mu m$.

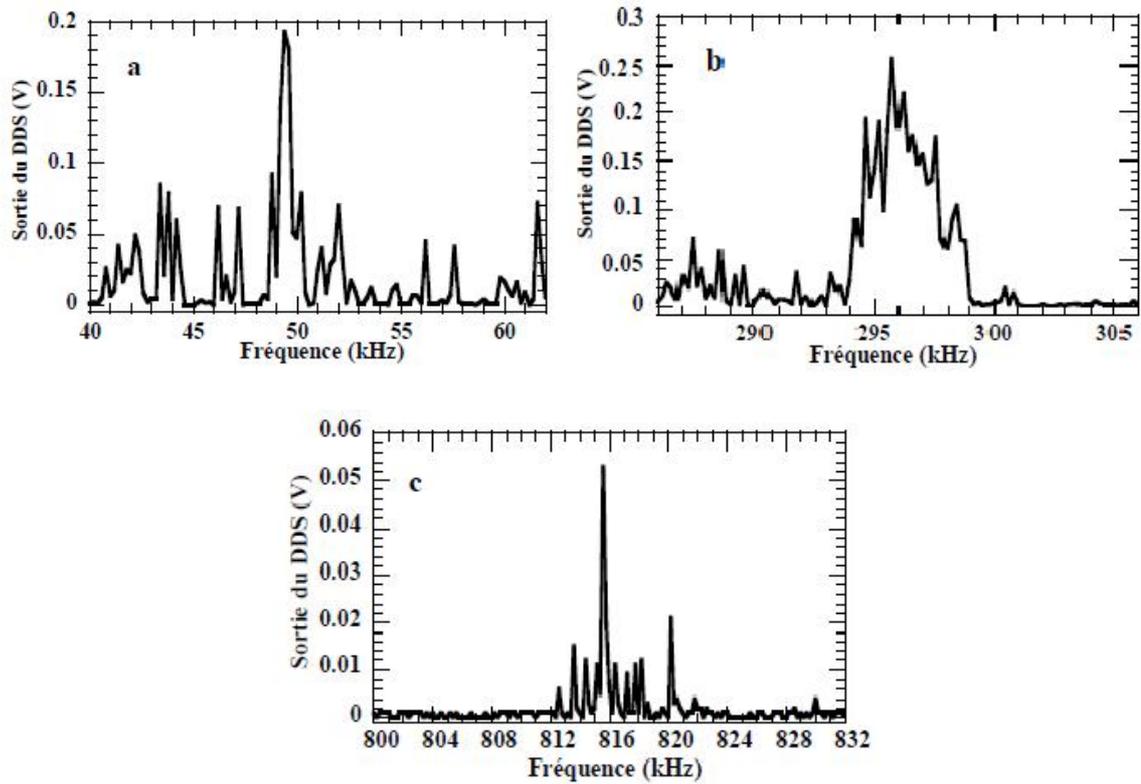


Figure 3.16 : Spectres de vibration d'une micropoutre en Aluminium de dimension $100\mu\text{m} \times 9\mu\text{m} \times 0.6\mu\text{m}$: (a) mode 1 : $f_1 = 49.5\text{kHz}$ excitation PZT $1V_{pp}$; (b) mode 2 : $f_2 = 296.1\text{kHz}$ excitation PZT $1V_{pp}$; (c) mode 3 : $f_3 = 816\text{kHz}$ excitation PZT $10V_{pp}$.

Nous rappelons que pour une micropoutre de section droite rectangulaire, parfaitement encastrée à son extrémité fixe, les expressions des fréquences de résonance sont données par l'équation (7) pour le modèle EBM et l'équation (15) pour le modèle RBM :

$$f_n^e = \frac{a_n^{e^2}}{2\pi\sqrt{12}} \frac{h}{L^2} \sqrt{\frac{Y}{\rho}} \quad (7)$$

$$f_n^r = \frac{\sqrt{a_n^{r^2} - b_n^{r^2}}}{2\pi L} \sqrt{\frac{Y}{\rho}} \quad (15)$$

En considérant, en premier temps, la micropoutre comme étant parfaite, le calcul direct du module de Young effectif Y à partir des fréquences de résonance mesurés a donné :

Tableau 3.1 : Valeurs du module de Young effectif Y non corrigé calculées à partir des fréquences mesurées pour une micropoutre en Al.

Modes de vibration	Fréquences mesurées par vibrométrie	Module de Young à partir du modèle analytique	
		Modèle EBM	Modèle RBM
1 st mode	049.500 KHz	070.4224 GPa	81.6899 GPa
2 nd mode	296.100 KHz	064.1612 GPa	78.9182 GPa
3 rd mode	816.000 KHz	062.1515 GPa	70.2312 GPa

Une décroissance apparente de la valeur du module de Young est observée avec l'augmentation de l'ordre du mode de vibration. Ceci, est en accord, avec les simulations par éléments finis que nous avons effectuées et qui montre que le facteur correctif α_n (effet de la largeur de la micropoutre) à apporter au module de Young, augmente avec l'ordre du mode de vibration. En absence de l'effet de la largeur de la micropoutre, les équations (39) et (40) peuvent être utilisées pour calculer la fréquence de résonance pour les modèles EBM et RBM respectivement :

$$f_n^e = \frac{a_n^{e^2}}{2\pi\sqrt{12}} \frac{h}{L^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (39)$$

$$f_n^r = \frac{\sqrt{a_n^{r^2} - b_n^{r^2}}}{2\pi L} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (40)$$

Pour extraire une valeur plus précise du module de Young à partir des fréquences de résonance des trois premiers modes de vibration, nous avons procédé à des arrangements des équations (39) et (40) pour aboutir à :

$$\frac{f_n^{e^2} 48\pi^2 L^4 \rho}{h^2} = E a_n^{e^4} \quad \text{pour le modèle EBM} \quad (41)$$

$$f_n^{r^2} 4\pi^2 L^2 \rho = E (a_n^{r^2} - b_n^{r^2}) \quad \text{pour le modèle RBM} \quad (42)$$

Soit en posant

$$E_n^e = \frac{f_n^{e^2} 48\pi^2 L^4 \rho A}{h^2} \quad \text{nous obtenons } E_n^e = E a_n^{e^4} \quad \text{pour le modèle EBM} \quad (41)$$

$$E_n^r = f_n^{r^2} 4\pi^2 L^2 \rho \quad \text{nous obtenons } E_n^r = E (a_n^{r^2} - b_n^{r^2}) \quad \text{pour le modèle RBM} \quad (42)$$

La valeur de module d'Young est donc la pente de la droite de l'équation $E_n^e = f(a_n^{e^4})$ qui correspond au modèle EBM (figure 3.17) et la pente de la droite de l'équation $E_n^r = f(a_n^{r^2} - b_n^{r^2})$ qui correspond au modèle RBM (figure 3.18).

Pour chaque modèle analytique, nous avons montré, précédemment, qu'en prenant en compte les facteurs correctifs α_n , β , et γ , traduisant respectivement la variation de la fréquence de résonance des modes de vibration avec la largeur de la micropoutre, la forme réelle de la section droite, et la sous-gravure à l'encastrement, on obtient les expressions suivantes :

$$f_n^e = \frac{a_n^{e^2}}{2\pi\sqrt{12}} \frac{h}{L^2(1+\gamma)^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}(1+\beta) \left[1 + \alpha_n \left(\frac{v^2}{1-v^2} \right) \right]} \quad \text{pour le modèle EBM} \quad (45)$$

$$f_n^r = \frac{\sqrt{a_n^{r^2} - b_n^{r^2}}}{2\pi L(1+\gamma)} \sqrt{\frac{E}{\rho}(1+\beta) \left[1 + \alpha_n \left(\frac{v^2}{1-v^2} \right) \right]} \quad \text{pour le modèle EBM} \quad (46)$$

et en procédant au même arrangement que pour les équations (7) (15) on aboutit à :

$$\frac{f_n^{e^2} 48\pi^2 L^4 (1+\gamma)^4 \rho}{H^2 (1+\beta) \left[1 + \alpha_n \left(\frac{v^2}{1-v^2} \right) \right]} = E a_n^{e^4} \quad \text{pour le modèle EBM} \quad (47)$$

$$\frac{f_n^{r^2} 4\pi^2 L^2 (1+\gamma)^2 \rho}{(1+\beta) \left[1 + \alpha_n \left(\frac{v^2}{1-v^2} \right) \right]} = E (a_n^{r^2} - b_n^{r^2}) \quad \text{pour le modèle RBM} \quad (48)$$

Soit en posant

$$E_{nc}^e = \frac{f_n^{e^2} 48\pi^2 L^4 (1+\gamma)^4 \rho}{h^2 (1+\beta) \left[1 + \alpha_n \left(\frac{v^2}{1-v^2} \right) \right]} \quad \text{nous obtenons } E_{nc}^e = E a_n^{e^4} \quad \text{pour modèle EBM} \quad (49)$$

$$E_{nc}^r = \frac{f_n^{r^2} 4\pi^2 L^2 (1+\gamma)^2 \rho}{(1+\beta) \left[1 + \alpha_n \left(\frac{v^2}{1-v^2} \right) \right]} \quad \text{nous obtenons } E_{nc}^r = E (a_n^{r^2} - b_n^{r^2}) \quad \text{pour modèle RBM} \quad (50)$$

La valeur corrigée de module de Young est donc la pente de la droite de l'équation $E_{nc}^e = E(a_n^{e4})$ qui correspond au modèle EBM (figure 3.17) et la pente de la droite de l'équation $E_{nc}^r = E(a_n^{r2} - b_n^{r2})$ qui correspond au modèle RBM (figure 3.18).

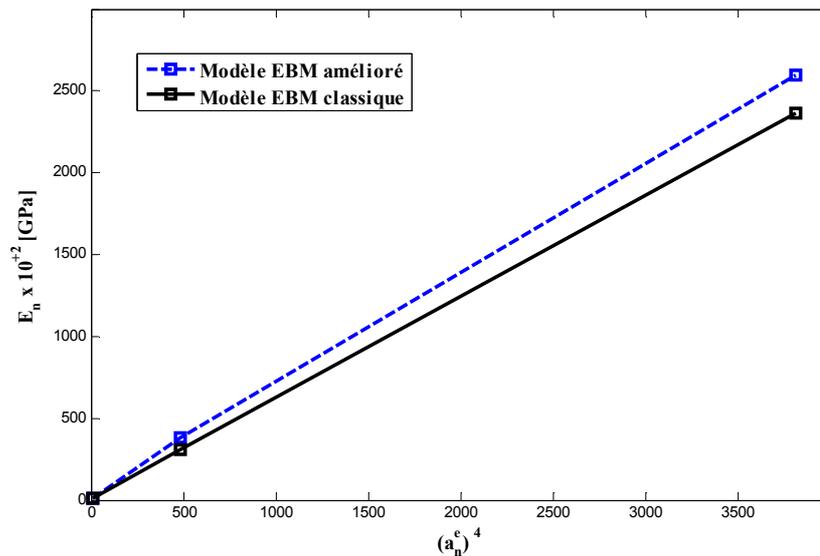


Figure 3.17 : Courbes de $E_n^e = E(a_n^{e4})$ (modèle EBM sans correction) et $E_{nc}^e = E(a_n^{e4})$ (modèle EBM avec correction) pour le cas de la micropoutre en Aluminium.

Les courbes tracées sur la figure 3.17 permettant l'extraction de la valeur de module de Young pour le cas de la micropoutre en film d'Aluminium à partir de modèle EBM. En ajustant par une droite les deux courbes, on obtient pour la valeur non corrigée du module de Young $62GPa$ et pour la valeur corrigée $71.9GPa$. L'effet de la correction est donc loin d'être négligeable (15%). La valeur corrigée est dans la gamme des valeurs publiées du module de Young de l'Aluminium massif ($69-72GPa$). Ces résultats montrent l'importance de l'effet de modification de la section de la micropoutre sur l'élasticité de la micropoutre fabriquée en films minces élaborés par les procédés de microfabrication. Considérons maintenant les courbes tracées sur la figure 3.18 correspondante au modèle RBM. En ajustant par une droite les deux courbes, on obtient pour la valeur non corrigée du module d'Young $70GPa$ et pour la valeur corrigée $81.2GPa$. L'effet de la correction est aussi loin d'être négligeable, mais, la valeur corrigée reste cependant très éloignée des valeurs

publiées d'Aluminium massif (69-72GPa). Ces résultats indiquent que l'effet de rotation est négligeable pour des matériaux ayant une petite valeur de module de Young.

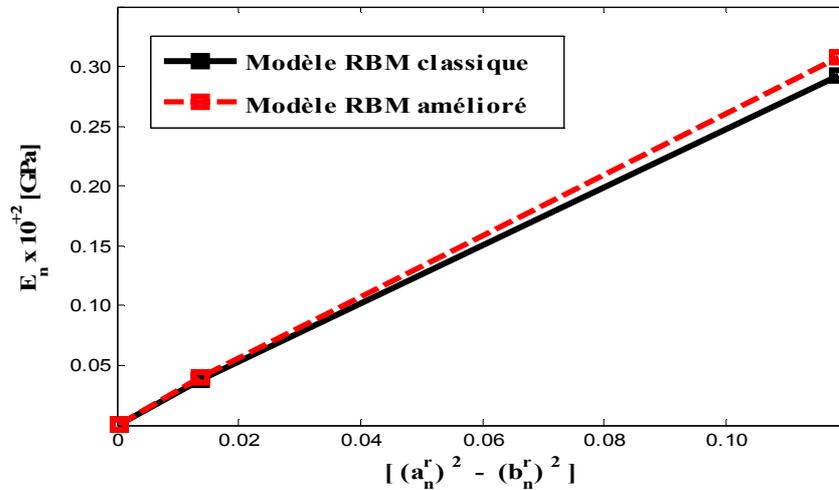


Figure 3.18 : Courbes de $E_n^r = E(a_n^{r^2} - b_n^{r^2})$ (modèle RBM sans correction) et $E_{nc}^r = E(a_n^{r^2} - b_n^{r^2})$ (modèle RBM avec correction) pour la micropoutre en Aluminium.

3.5.2. Micropoutre en film de chrome ($80 \times 2 \times 0.95 \mu\text{m}^3$)

Prenons maintenant le cas d'une micropoutre en film de Chrome. La figure 3.19 montre le spectre de vibration d'une micropoutre en Chrome de petites dimensions ($80 \mu\text{m} \times 2 \mu\text{m} \times 0.95 \mu\text{m}$) dont la gamme du spectre est entre 100kHz jusqu'à 900kHz [69]. Les fréquences de résonance mesurées pour les trois premiers modes de vibration sont respectivement 135kHz , 839.5kHz et 2317kHz . Les deux premiers modes de vibration sont présents sur le spectre tandis que la troisième fréquence de résonance, de valeur élevée, a été mesurée à partir des interférogrammes moyennés dans le temps.

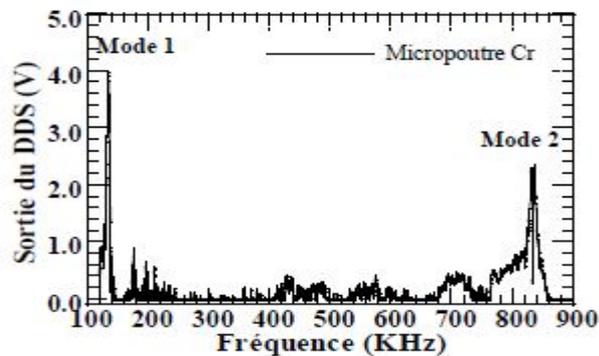


Figure 3.19 : Spectres de vibration d'une micropoutre au Chrome de dimension $80 \mu\text{m} \times 2 \mu\text{m} \times 0.95 \mu\text{m}$; excitation PZT 2Volts.

Le calcul du module de Young à partir des fréquences des modes mesurés en utilisant les équations (10) et (19) montre aussi une décroissance de la valeur apparente du module d'Young avec l'ordre du mode de vibration pour les deux modèles analytiques, ceci est illustré par le tableau 3.2.

Tableau 3.2 : Valeurs du module de Young effectif Y non corrigé calculées à partir des fréquences mesurées (micropoutre en Cr).

Modes de vibration	Fréquences mesurées par vibrométrie	Module d'Young à partir de modèle analytique	
		Modèle EBM	Modèle RBM
1 st mode	0135.000 KHz	227.9022 GPa	264.6028 GPa
2 nd mode	0839.500 KHz	224.3974 GPa	277.3457 GPa
3 rd mode	2317.000 KHz	218.0236 GPa	245.7785 GPa

Les courbes tracées sur la figure 3.20 permettent l'extraction de la valeur de module de Young pour le cas de la micropoutre en Chrome à partir du modèle EBM. Les modules de Young déduits de l'ajustement par une droite des deux courbes sont respectivement : $226.15GPa$ pour le cas sans correction et $250.35GPa$ après correction de l'effet de la largeur et de la sous gravure. Ceci montre l'importance de la correction de la sous gravure pour des micropoutres de faible longueur. La valeur corrigée reste cependant très éloignée de la valeur du matériau massif ($279GPa$) et des valeurs mesurées sur une membrane en chrome par vibrométrie ($281GPa$) [132] et par la technique de bulge test ($270GPa$) [133,134].

Considérons maintenant les courbes tracées sur la figure 3.21 correspondante au modèle RBM. Les modules de Young déduits de l'ajustement sont respectivement : $255.19GPa$ pour le cas sans correction et $279.1GPa$ après correction de l'effet de la largeur et de la sous gravure. Ceci montre l'importance de la correction de la sous gravure pour des micropoutres de faible longueur. La valeur corrigée est très proche des valeurs publiées principalement de la valeur du matériau massif ($279GPa$). Ce résultat indique que l'effet de rotation est donc loin d'être négligeable pour le cas du Chrome.

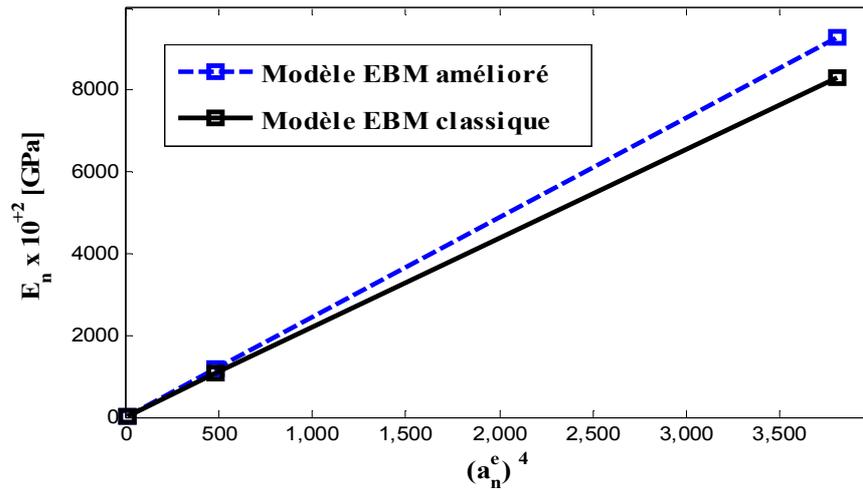


Figure 3.20 : Courbes de $E_n^e = E(a_n^{e4})$ (modèle EBM sans correction) et $E_{nc}^e = E(a_n^{e4})$ (modèle EBM avec correction) pour le cas de la micropoutre en film de Chrome.

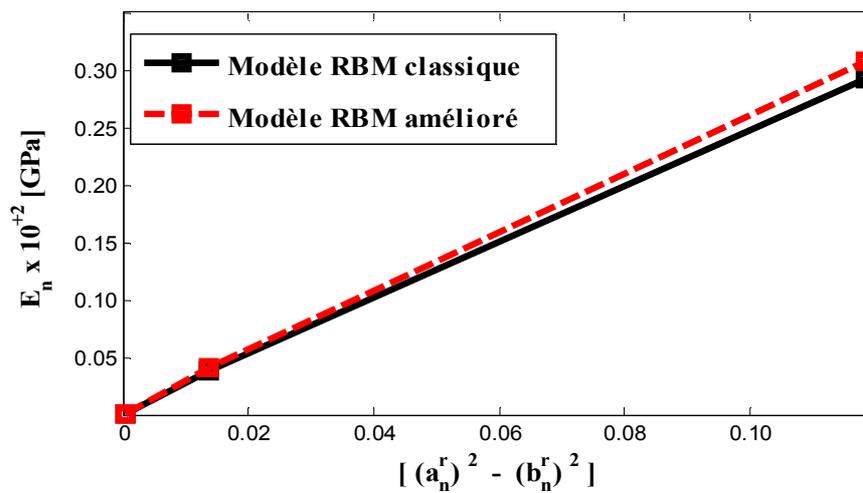


Figure 3.21 : Courbes de $E_n^r = E(a_n^{r2} - b_n^{r2})$ (modèle RBM sans correction) et $E_{nc}^r = E(a_n^{r2} - b_n^{r2})$ (modèle RBM avec correction) pour la micropoutre en film de Chrome.

3.6. Conclusion

La méthode de détermination de la valeur du module de Young des films d'Aluminium et de Chrome à partir des fréquences de résonance de micropoutres sont, à

priori, précises si l'on prend en compte la correction de l'effet de la largeur de la micropoutre, de la section droite non-rectangulaire et de l'effet de la sous gravure à l'encastrement.

Les résultats obtenus à partir du modèle EBM montrent, cependant, que les valeurs obtenues ne sont pas toujours celles escomptées lorsque la valeur du module de Young du film est élevée ou lorsqu'on utilise des micropoutres de faibles dimensions. En effet, si le module de Young mesuré pour les films d'Aluminium est voisin de celui de l'Aluminium massif et des valeurs publiées pour les films minces, la valeur mesurée pour le film de chrome est très inférieure à celle publiées. Cependant, pour ce dernier cas, les résultats obtenus montrent qu'à partir du modèle RBM qui prend en compte l'effet de rotation de la micropoutre la valeur déterminée du module de Young est très proche de la valeur publiée du chrome massif.

CHAPITRE 4

ETUDE DU COMPORTEMENT DES NANOPOUTRES PERFOREES SOUMISES A UN CHAMP THERMIQUE

4.1. Introduction

L'analyse des vibrations dynamiques des nanostructures a reçu beaucoup d'attention et a été un domaine actif de recherches scientifiques. A la base de la théorie classique d'élasticité indépendante de l'échelle des dimensions [135-137] et de la théorie de la poutre de Timoshenko qui couvre les effets du moment de flexion, d'inertie de rotation, et de distorsion de cisaillement [10, 138-141], différents modèles analytiques ont été développés pour la vibration des nanopoutres. Les micropoutres, simplement appuyées, sont des structures typiques et simples, souvent rencontrés dans les applications d'ingénierie pour l'analyse théorique de petites déflexions [139]. De nombreux auteurs ont considéré des effets supplémentaires tels que l'effet de la contrainte en surface [142], l'effet piézoélectrique [143], l'effet du champ thermique [144] et l'effet de la compression axiale [145] pour étudier le comportement dynamique des nanopoutres, simplement appuyées, intégrées dans les M/NEMS. Dans leurs contributions, les auteurs se sont orientés vers l'analyse des fréquences de résonances en faisant varier les dimensions des nanostructures et/ou en définissant des effets supplémentaires.

Cependant, en utilisant la théorie classique de l'élasticité des matériaux, la modélisation ne peut prédire le changement en fréquence dû à la présence des effets de la réduction d'échelle pour des dimensions nanométriques. En effet, de nombreuses expériences et simulations numériques ont montré que la déformation dépend des dimensions de la nanopoutre [146-151]. Contrairement à la théorie de l'élasticité classique, la théorie non-locale d'élasticité de Eringen [152-154] est une théorie qui dépend de l'échelle de dimensions et permet l'analyse de l'effet non-local sur les fréquences de résonance des nanopoutres pour des dimensions nanométriques [155-158]. De nos jours, les chercheurs ont appliqué la théorie non-locale d'élasticité à différents matériaux [159-164] pour déterminer la fréquence de résonance [136,165] pour des nanostructures uniformes et non-uniformes [166-169].

4.2. Les nanopoutres perforées

Les nanopoutres perforées sont des éléments largement utilisées dans les technologies avancées en particulier pour l'optomécanique et la nanophotonique [170-174]. L'analyse des vibrations dynamiques des nanopoutres perforées n'a pas été étudiée autant que les nanopoutres pleines malgré leur importance dans les technologies avancées. En effet, dans les études précédentes, l'effet de trous de perforation sur les vibrations dynamiques a été étudié uniquement pour des applications spécifiques en raison de la difficulté de modélisation. Par exemple, *Sharpe et al.* [175] ont étudié l'effet de trous sur les propriétés mécaniques du film mince en silicium polycristallin. Leurs résultats ont montré que la diminution en valeur du module de Young est de 12% du fait de la présence de trous et de 50% pour la résistance de l'échantillon. *Rabinovich et al.* [176] ont étudié l'effet de trous sur le module de Young et le module de cisaillement par l'étude du comportement électromécanique d'une membrane perforée. Ils ont montré que le module de cisaillement et le module de Young sont fortement affectés par les trous avec une diminution de 24% et 30% respectivement.

Ce chapitre est consacré à l'étude des effets du champ thermique et de la réduction d'échelle sur une nanopoutre perforée par un réseau de trous périodiques de formes carrées. Le modèle de poutre d'Euler-Bernoulli (en anglais : Euler-Bernoulli Beam Model (EBM)) et le modèle de poutre de cisaillement (en anglais : Shear Beam Model (SBM)) développés pour la détermination des fréquences de résonances sont dérivés, à la base, des équations différentielles standards de Timoshenko. L'effet de la réduction d'échelle est inclus par l'utilisation de la théorie non-locale d'Eringen tandis que l'effet du champ thermique est inclus par considération de la force thermique axiale aux équations différentielles standards de Timoshenko.

4.2.1. Structure de la nanopoutre à réseau de trous périodiques

Au cours de ces dernières années, l'étude de l'effet des trous concerne les pertes visqueuses autour de plaques pour la compression d'amortissement [177,178], les pertes d'ancre dans les résonateurs [179] et le changement des fréquences de résonance pour les poutres perforées [180]. Cette dernière étude peut être considérée comme une bonne contribution dans laquelle *Luschi et Pieri* ont développé des expressions analytiques pour la rigidité et le cisaillement équivalents pour des nanopoutres perforées avec un réseau de trous périodiques de formes carrées, et ils ont déterminé l'expression des fréquences de

résonance. Dans cette section, le comportement dynamique de la nanopoutre perforée sera analysé en utilisant la théorie non-locale d'élasticité de Eringen et la théorie de poutre de Timochenko contenant les paramètres caractéristiques équivalents pour la flexion et la rigidité de cisaillement développées par *Luschi et Pieri* [180]. A cet effet, nous considérons un nanopoutre de longueur L , largeur b et d'épaisseur h , perforée avec un réseau de trous périodiques de formes carrées avec une période spatiale s_p et de taille d_h . Nous définissons également N le nombre de trous par section, et $\beta_p = (d_h/s_p)$ comme le taux de perforation qui peut varier de 0 (poutre pleine) à 1. La figure 4.1 représente la géométrie proposée pour la nanopoutre perforée par le réseau de trous carrés périodiques.

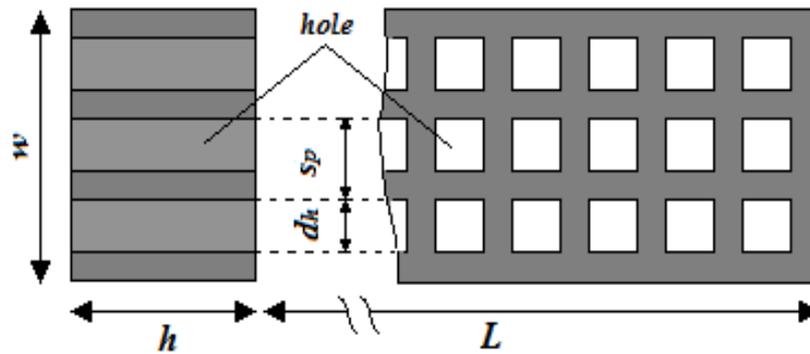


Figure 4.1 : Géométrie de la nanopoutre à réseau de trous carrés périodiques.

4.2.2. Équations différentielles couplées de vibration

Contrairement à la théorie d'Euler-Bernoulli qui considère seulement l'effet de flexion, Timoshenko [138] a proposé une théorie de poutre qui introduit à la fois, les effets de cisaillement et de rotation de la poutre [10,180]. En utilisant la théorie de Timoshenko, les équations standards des vibrations dynamiques pour la nanopoutre perforée et soumise à un champ thermique peuvent être données par deux équations différentielles couplées exprimées en termes de la déformation en flexion w et l'angle de rotation ψ de la section de la nanopoutre. Les équations couplées sont formulées comme suit: [181-183].

$$\frac{\partial V}{\partial x} - \rho A_{eq} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + F_a \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (51)$$

$$\frac{\partial M}{\partial x} + V = \rho I_{eq} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \quad (52)$$

Où M et V sont respectivement le moment non-local de flexion et la force non-locale de cisaillement; ρA_{eq} est la masse équivalente par unité de longueur et ρI_{eq} est l'inertie de rotation équivalente par unité de longueur. F_c est la force compressive axiale [155, 159] et F_t est la force thermique axiale qui dépend de la valeur de la température T et du coefficient d'expansion thermique θ du matériau. Le moment non-local de flexion, la force non-locale de cisaillement et la force thermique axiale F_t sont données par les équations (53), (54) et (55) respectivement:

$$M = \mu^2 \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + EI_{eq} \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (53)$$

$$V = \mu^2 \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + kAG_{eq} \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \psi \right) \quad (54)$$

$$F_t = \left(\frac{EI_{eq} \rho A_{eq}}{\rho I_{eq}} \right) \theta T \quad (55)$$

Où EI_{eq} est la raideur équivalente du moment, GA_{eq} est la raideur équivalente de cisaillement, k est le facteur de cisaillement égal à 5/6 [156] et $\mu = \mu^* L$ est le paramètre non-local proposé par Eringen pour estimer l'effet de la réduction d'échelle. *Luschi* et *Pieri* [180] ont développé des expressions analytiques pour les paramètres équivalents ρA_{eq} , ρI_{eq} , EI_{eq} et GA_{eq} en fonction du nombre de trous et du taux de perforation. Les valeurs numériques de ρA_{eq} , ρI_{eq} , EI_{eq} et GA_{eq} peuvent être calculées à partir des expressions analytiques suivantes :

$$EI_{eq} = \frac{EI(N+1)\alpha_p(N^2 + 2N + \alpha_p^2)}{(1 - \alpha_p^2 + \alpha_p^3)N^3 + 3\alpha_p N^2 + (3 + 2\alpha_p - 3\alpha_p^2 + \alpha_p^3)\alpha_p^2 N + \alpha_p^3} \quad (56)$$

$$\rho A_{eq} = \rho A \frac{(1 - N(\alpha_p - 2))\alpha_p}{N + \alpha_p} \quad (57)$$

$$GA_{eq} = A \frac{N+1}{N} \frac{E}{2} \alpha_p^2 \quad (58)$$

$$\rho I_{eq} = \rho I \frac{\alpha_p \left((2 - \alpha_p)N^3 + 3N^2 - 2(\alpha_p - 3)(\alpha_p^2 - \alpha_p + 1)N + \alpha_p^2 + 1 \right)}{(N + \alpha_p)^3} \quad (59)$$

I et A sont respectivement, le moment d'inertie et la section rectangulaire de la nanopoutre pleine, ρ la densité du matériau et E le module de Young. Pour le silicium, il est connu que le changement en température conduit à des estimations imprécises de la fréquence de résonance [184]. *Wachtman* a suggéré une formule semi-empirique pour décrire la variation de module de Young avec la température absolue T [185,186] donnée par :

$$E = E_0 - BT \exp\left(\frac{-T_0}{T}\right) \quad (60)$$

où E_0 est la valeur du module de Young à la température du zéro absolu, et B et T_0 sont des constantes.

Pour plusieurs cas pratiques, la solution complète de l'équation (52) n'est pas requise. Il est montré que pour certains matériaux et sections droites [10], le terme de rotation ρI_{eq} est 3 à 6 fois plus petit que le terme de cisaillement ($EI_{eq} \cdot \rho A_{eq} / kAG_{eq}$) [180]. Alors, le terme $\rho I_{eq} \cdot \partial^2 \psi / \partial t^2$ de la seconde équation standard de Timoshenko (52) peut être négligée ainsi seulement l'effet de flexion et de cisaillement sont considérés dans les équations couplées. Par conséquent, l'équation (52) est modifiée de façon à ce qu'on l'appelle équation de cisaillement réduite comme suit:

$$\frac{\partial M}{\partial x} + V = 0 \quad (61)$$

Les expressions du moment non-local de flexion M et la force non-locale de cisaillement V sont obtenues en substituant les équations (51) et (61) dans (53) et (54):

$$M = EI_{eq} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \mu^2 \left[F_a \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \rho A_{eq} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right] \quad (62)$$

$$V = kAG_{eq} \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \psi \right) + \mu^2 \left[\rho A_{eq} \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial t^2} - F_a \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \right] \quad (63)$$

En substituant les équations (62) et (63) dans (51) et (61), les équations régissant pour le modèle de cisaillement (SBM) en présence des effets de la réduction d'échelle et de champ thermique peuvent être données par:

$$EI_{eq} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + kAG_{eq} \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \psi \right) = 0 \quad (64)$$

$$kAG_{eq} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial w}{\partial x} - \psi \right] + F_a \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[w - \mu^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] = \rho A_{eq} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[w - \mu^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] \quad (65)$$

4.3. Résolution du système d'équations de vibration

4.3.1. Vibration en absence de l'effet de cisaillement

Comme la nanopoutre perforée est supposée être, simplement appuyée, les éléments du déplacement doivent satisfaire la solution de Navier [141,187]. En considérant une solution du déplacement harmonique pour le problème de vibration, la déformation de la nanopoutre w l'angle de rotation ψ peuvent être donnée par les formes suivants: [141,161, 163-164,187-190]

$$w(x, t) = \bar{W} e^{i\omega t} \sin(\lambda x) \quad (66)$$

$$\psi(x, t) = \bar{\psi} e^{i\omega t} \cos(\lambda x) \quad (67)$$

$$\lambda_n = n\pi/L \quad (68)$$

Où ω est la fréquence angulaire, $\lambda_n = n\pi/L$ est le nombre d'onde, \bar{W} et $\bar{\psi}$ sont respectivement les amplitudes de la déformation de la nanopoutre et l'angle de rotation. Par remplacement des équations (66), (67) et (68) en (64) et (65), les fréquences de résonance de la nanopoutre peuvent être calculées directement par l'expression suivante:

$$\left(\omega_n^S\right)_{NT}^2 = \frac{EI_{eq} kAG_{eq} \lambda_n^4}{\left(kAG_{eq} + EI_{eq} \lambda_n^4\right) \rho A_{eq} \left(1 + (\mu \lambda_n)^2\right)} + \frac{F_a \lambda_n^2}{\rho A_{eq}} \quad (69)$$

4.3.2. Vibration en présence de l'effet de cisaillement

D'après l'expression (69), la valeur de la fréquence de résonance peut être calculée en fonction de la variable γ :

$$\gamma = \frac{EI_{eq}}{AG_{eq} L^2} \quad (70)$$

Afin de négliger l'effet de distorsion du cisaillement, la valeur de la variable γ doit être largement inférieur à l'unité ($\gamma \ll 1$) [10,180,191]. Lorsque l'effet de cisaillement est négligé, les équations (64) et (65) sont réduites à l'équation de vibration sans cisaillement et en présence de l'effet de la réduction d'échelle et du champ thermique comme suit:

$$EI_{eq} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho A_{eq} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - F_a \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \mu^2 \left(\rho A_{eq} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} - F_a \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \right) = 0 \quad (71)$$

En utilisant les solutions (66) et (67), on peut calculer la fréquence de résonance comme suit:

$$\left(\omega_n^E \right)_{NT}^2 = \frac{EI_{eq} \lambda_n^4}{\rho A_{eq} (1 + \mu^2 \lambda_n^2)} + \frac{F_a \lambda_n^2}{\rho A_{eq}} \quad (72)$$

4.4. Effet de la perforation sur la fréquence de résonance

A la base des modèles présentés ci-dessus, nous analyserons l'effet de la réduction d'échelle et de l'effet du champ thermique sur la fréquence de résonance d'une nanopoutre perforée, simplement appuyée, avec une longueur $L=100nm$, une largeur $b=L/10$ et une épaisseur $h=b/2$. Le matériau sélectionnée, pour la nanopoutre, est le silicium avec une densité $\rho=2330Kg/m^3$, un module de Young $E_0=169 GPa$ [180], un coefficient d'expansion thermique $\theta=2.57.10^{-6}K$, $B=15.8MPa/K$, $T_0=317K$ [211,212], $F_c=3.10^{-2}nN$ [159].

Les valeurs des paramètres équivalents EI_{eq} , GA_{eq} , ρA_{eq} et ρI_{eq} sont calculées en fonction du nombre de trous N et du taux de perforation $\alpha_p=(1-\beta_p)$ à partir de l'expression analytique de chaque paramètre. Les calculs numériques ont été programmés sous le logiciel MATLAB pour une perforation avec un seul trou par section ($N=1$), une gamme de β_p entre 0 et 0,95 et différentes valeurs de température T et du paramètre non-local μ . D'autres analyses ont été effectuées pour une série de N entre 1 et 10 pour étudier l'effet du nombre de trous sur l'évolution de la fréquence de résonance de la nanopoutre perforée.

4.4.1. Effet de taux de perforation

La variation de la fréquence de résonance $f=(\omega/2\pi)$ est représentée sur la figure 4.2 en fonction du taux de perforation β_p , en présence et en absence, des effets du champ thermique et de la réduction d'échelle, pour, les deux premiers modes de vibration (modes 1 et 2). Pour chaque modèle (EBM et SBM), le décalage en fréquence par comparaison à la fréquence d'une nanopoutre pleine ($\beta_p=0$) est bien clair sur toute la gamme du taux de perforation β_p . Ce résultat confirme le résultat présenté par *Luschi et Pieri* [180]. En plus, une diminution de la fréquence pour les résultats incluant le champ thermique et de la réduction d'échelle par rapport aux résultats excluant ces effets, est montrée sur toute la

gamme du taux de perforation β_p ce qui confirme que le champ thermique et la réduction d'échelle diminuent la valeur de la fréquence de résonance comme mentionné dans les références. [144] et [155-158].

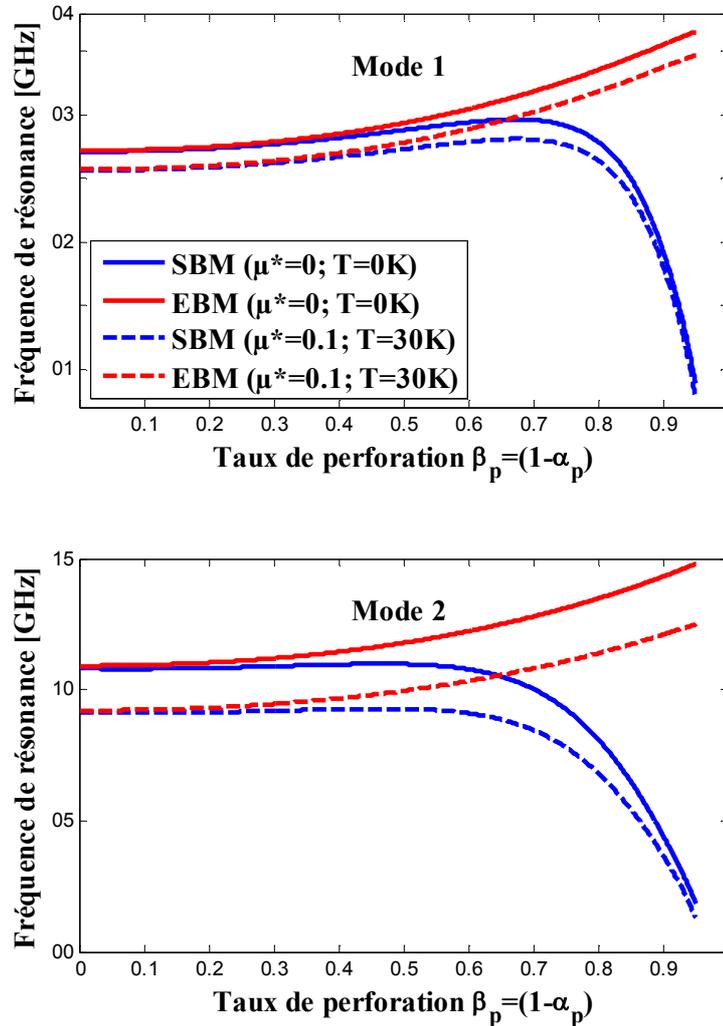


Figure 4.2 : Fréquence de résonance des deux premiers modes de vibration en fonction du taux de perforation β_p pour un seul trou par section ($N=1$).

Comme il est illustré sur la figure 4.2, la fréquence de résonance calculée avec le modèle EBM augmente le taux de perforation β_p en absence ou en présence des effets du champ thermique et de la réduction d'échelle. Ceci est dû en raison de l'importance de l'effet du moment de flexion qui varie proportionnellement avec le terme $(EI_{eq}/\rho A_{eq})$ [138]. En effet, comme il est montré au tableau 4.1, la valeur normalisée de ce terme augmente de l'unité (valeur minimale) située à $\beta_p=0$ jusqu'à une valeur maximale 1.8497 située à $\beta_p=0.95$.

De même, la fréquence de résonance calculée d'après le modèle SBM dépend de l'effet de cisaillement qui varie proportionnellement avec le terme $(EI_{eq} \cdot \rho A_{eq} / kAG_{eq})$ [10,180]. La valeur normalisée de ce dernier augmente de l'unité (valeur minimale) située à $\beta_p=0$ jusqu'à la valeur maximale 292.0172 située à $\beta_p=0.95$ (Tableau 4.1). Puisque la valeur du terme $(EI_{eq} \cdot \rho A_{eq} / kAG_{eq})$ croît avec le taux de perforation β_p , la divergence en valeur entre les fréquences de résonance calculées d'après le modèle EBM et le modèle SBM augmente avec le taux de perforation β_p . Aussi, dès que le terme $(EI_{eq} \cdot \rho A_{eq} / kAG_{eq}) \neq 0$, aucune intersection entre les courbes des modèles EBM et SBM n'aura lieu, ni pour le cas d'une nanopoutre pleine ($\beta_p=0$) ni pour le cas d'une nanopoutre perforée ($\beta_p \neq 0$).

Table 4.1 : Valeurs normalisées pour les termes $[EI_{eq}/\rho A_{eq}]/[EI_{eq}/\rho A_{eq}]_{(\beta_p=N=0)}$ et $[EI_{eq} \cdot \rho A_{eq}/kAG_{eq}]/[EI_{eq} \cdot \rho A_{eq}/kAG_{eq}]_{(\beta_p=N=0)}$ pour différentes valeurs de β_p

Hole size ratio β_p	$EI_{eq}/\rho A_{eq}$	$EI_{eq} \cdot \rho A_{eq}/kAG_{eq}$
0 (full beam)	1.0000	001.0000
0.2	1.0222	001.9087
0.4	1.0999	004.1248
0.6	1.2560	010.8298
0.8	1.5260	041.5409
0.95	1.8497	292.0172

4.4.2. Effet du nombre de trous

La figure 4.3 illustre l'évolution de la fréquence de résonance des deux premiers modes de vibration en fonction du nombre de trous N pour un rapport de perforation $\beta_p=0.718$ [180]. Une diminution de la fréquence de résonance par augmentation du nombre de trous N est notée pour les deux modèles à cause de la diminution des termes $(EI_{eq}/\rho A_{eq})$ et $(EI_{eq} \cdot \rho A_{eq}/kAG_{eq})$, respectivement. Cependant, pour le modèle EBM, la fréquence de résonance de la nanopoutre perforée, devient inférieure à la fréquence de résonance de la nanopoutre pleine ($\beta_p=0$) lorsque le nombre de trous est supérieur à deux trous par section ($N > 2$) [180].

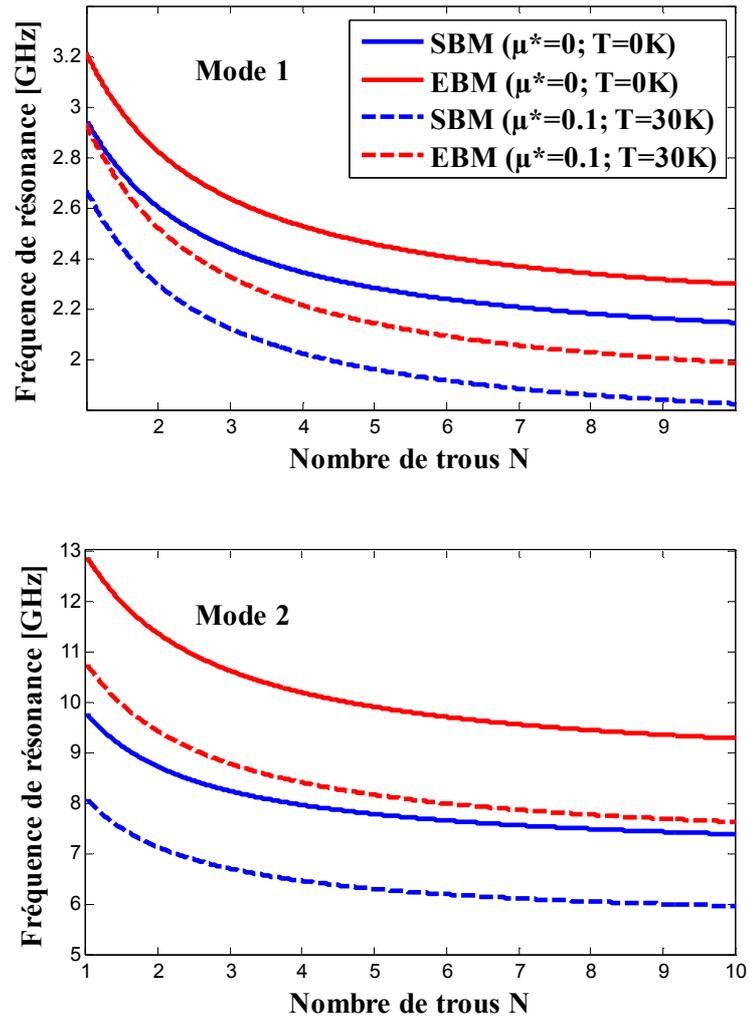


Figure 4.3 : Fréquence de résonance des deux premiers modes de vibration en fonction du nombre de trous N et pour un taux de perforation $\beta p=0.718$.

4.5. Effet de la perforation sur les rapports en fréquence

Pour analyser les effets du champ thermique et de la réduction d'échelle des dimensions sur le comportement dynamique de nanopoutre perforée, les résultats incluant et excluant ces effets sont comparés. Ainsi, on peut définir les rapports des fréquences de résonances suivants :

$$\chi_N = \frac{(\omega_n)_{N0}}{(\omega_n)_{L0}} \quad \chi_T = \frac{(\omega_n)_{LT}}{(\omega_n)_{L0}} \quad (73)$$

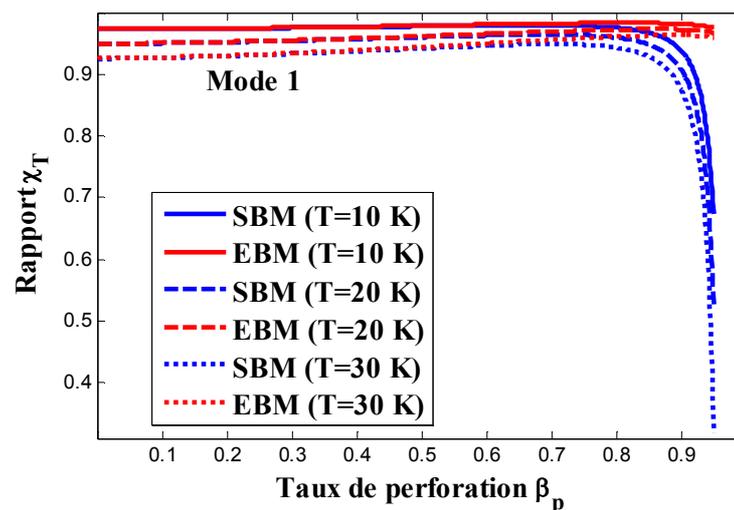
Où $(\omega_n)_{LT}$ est la fréquence de résonance calculée d'après le modèle local en présence de l'effet du champ thermique et $(\omega_n)_{N0}$ est la fréquence de résonance calculée d'après le

modèle non local lorsque $T=0$ (sans effet du champ thermique). Un calcul des rapports des fréquences de résonance pour analyser les deux effets est présenté aux figures 4.4-4.7 avec plus de détail.

4.5.1. Rapport en fréquence en présence du champ thermique

4.5.1.1. Effet du taux de perforation

Le rapport des fréquences de résonances χ_T est tracé en fonction du taux de perforation β_p pour différentes valeurs de la température T sur la figure 4.4. Comme on peut le voir, la variation de rapport χ_T en fonction du taux de perforation β_p est la même que la variation de fréquence de résonance à cause de la variation en termes du moment de flexion et de distorsion de cisaillement [180]. Entre autres, le rapport χ_T est inférieur à l'unité sur toute la gamme de β_p , il diminue en augmentant la valeur de la température T . En plus, cela confirme que, la présence du champ thermique diminue la fréquence de résonance de la nanopoutre comme indiqué aux références [144, 192]. D'autre part, la divergence entre les valeurs calculées à partir du modèle EBM et du modèle SBM devient significative pour des valeurs de β_p plus grandes en raison de l'importance de l'effet de distorsion de cisaillement.



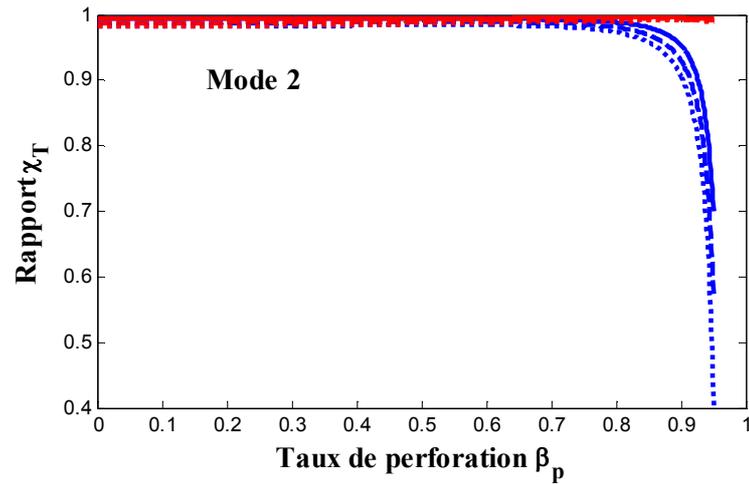
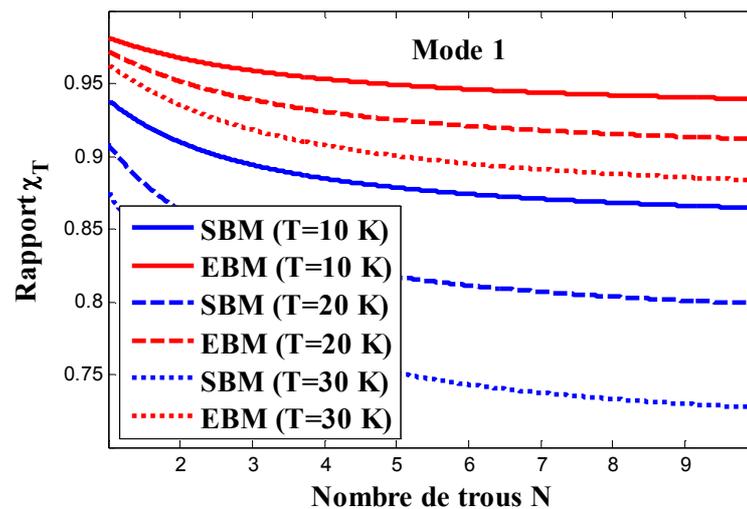


Figure 4.4 : Effet du champ thermique sur le rapport χ_T en fonction du taux de perforation β_p ; ($N = 1$).

4.5.1.2. Effet de nombre de trous

La figure 4.5 représente l'évolution du rapport χ_T en fonction du nombre de trous N pour un taux de perforation $\beta_p = 0,9$ et différentes valeurs de température T . Pour les deux modèles, le rapport χ_T diminue avec la valeur de N et devient constant, lorsque, le nombre de trous N augmente. Ceci, signifie, que le moment de flexion et le cisaillement diminuent lorsque le nombre de trous augmente.



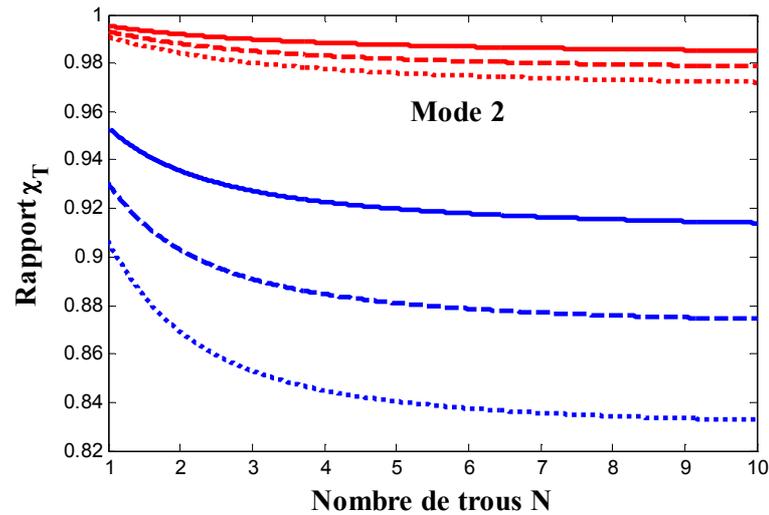


Figure 4.5 : Effet du champ thermique sur le rapport χ_T en fonction du nombre de trous N ; ($\beta_p=0.9$).

4.5.2. Rapport en fréquence en présence de l'effet de la réduction d'échelle

4.5.2.1. Effet du taux de perforation

Pour étudier l'effet de la réduction d'échelle sur le comportement de la nanopoutre perforée, le rapport en fréquences χ_N est tracé sur la figure 4.6 en fonction du rapport de perforation β_p pour différentes valeurs du paramètre non-local μ^* . Comme il est montré, la variation de rapport χ_N avec le taux de perforation est la même que la variation de la fréquence de résonance du fait du moment de flexion et de cisaillement [180]. En plus, le rapport χ_N est inférieur à l'unité sur toute la gamme du taux de perforation β_p et diminue avec l'augmentation de la valeur du paramètre non-local μ^* . Ceci confirme que l'effet de la réduction d'échelle diminue la valeur de la fréquence de résonance comme il est mentionné aux références [155-158]. D'autre part, comme le rapport χ_N est affecté par les effets de moment de flexion et de cisaillement, la divergence entre la valeur du rapport χ_N calculé à partir des modèles EBM et SBM devient significative pour un taux de perforation β_p plus élevé.

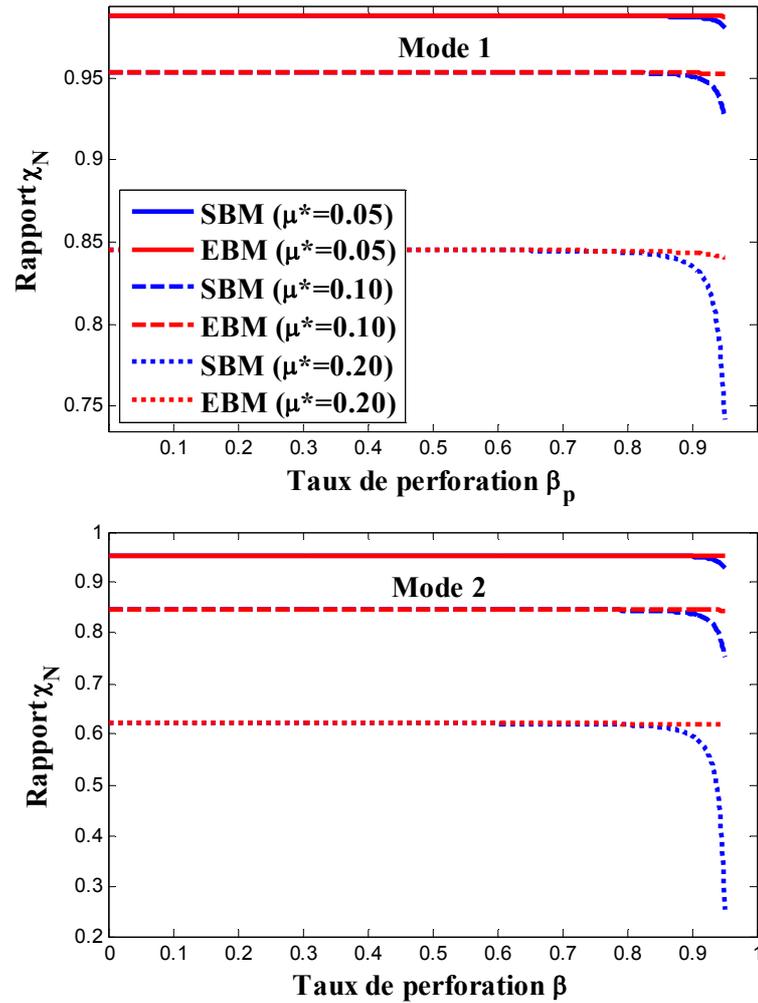


Figure 4.6 : Effet de la réduction d'échelle sur le rapport χ_N en fonction du taux de perforation β_p ; ($N = 1$).

4.5.2.2. Effet du nombre de trous

La figure 4.7 illustre l'évolution du rapport en fréquences χ_N en fonction du nombre de trous N pour un taux de perforation élevé ($\beta_p = 0.9$). Pour les deux modèles, le rapport en fréquence décroît avec le nombre de trous de la même façon que la variation de la fréquence de résonance pour différentes valeurs de paramètre non-local μ^* . Ceci indique que les effets du moment de flexion et de cisaillement sur le rapport χ_N diminuent lorsque le nombre de trous augmente.

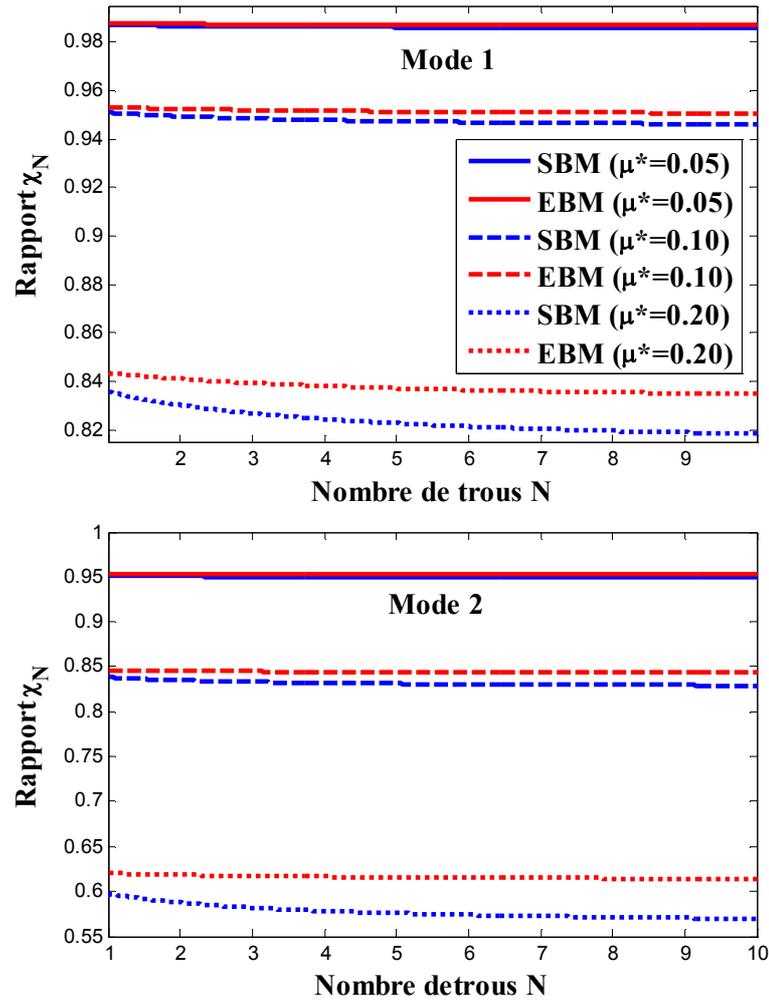


Figure 4.7 : Effet de la réduction d'échelle sur le rapport χ_T en fonction du nombre de trous N ; ($\beta_p = 0.9$).

4.6. Conclusion

Le comportement dynamique de la nanopoutre perforée soumise à un champ thermique est analysé en utilisant la théorie de l'élasticité non-locale d'Eringen et la théorie de Timoshenko. Les expressions analytiques des fréquences de résonance pour le modèle d'Euler-Bernoulli et le modèle de cisaillement sont développées en modifiant les équations standards de Timoshenko. Ces expressions sont utilisées pour analyser les effets de la réduction d'échelle et du champ thermique en présence d'un réseau de trous carrés périodiques.

Les résultats numériques ont montré que la fréquence de résonance, l'effet du champ thermique et l'effet de la réduction d'échelle dépendent de la taille et de nombre des trous

dans la nanopoutre. Ainsi, les résultats numériques sont discutés en détail pour une bonne compréhension du comportement dynamique des nanopoutres perforées qui présentent un intérêt dans le développement de dispositifs intégrés dans les M/NEMS. Il est montré que pour une sub-gamme de taux de perforation avec un seul trou ($N=1$) et deux trous ($N=2$) par section, la fréquence de résonance est supérieure à celle calculée à partir d'une nanopoutre pleine.

CONCLUSION GENERALE

Ce travail de thèse portait d'une manière générale sur l'étude du comportement dynamique des micropoutres intégrées dans les microsystèmes comme des éléments mécanique de base. L'étude était basée sur l'analyse des vibrations de ces microstructures pour calculer les fréquences de résonance. Plus précisément trois axes ont été examinés :

1) L'analyse numérique des modèles classiques des micropoutres en absence ou en présence de l'effet de la rotation de la section droite de la micropoutre et, aussi, de l'effet de la largeur de la micropoutre sur le module de Young,

2) La modélisation des effets des processus de microfabrications sur la géométrie de la micropoutre, à savoir une section droite non-rectangulaire et une sous-gravure à l'encastrement qui modifient fortement le comportement dynamique de la micropoutre,

3) La modélisation des effets de la réduction d'échelle, de la perforation à l'aide d'un réseau de trous périodiques de géométries carrés, et d'un champ thermique, sur une nanopoutre perforée.

Les modèles étudiés ont été analysés à partir des simulations par la méthode des éléments finis pour déterminer leurs validités en présence de l'effet de la largeur de la micropoutre. Cet effet était, généralement, non considéré dans les modèles classiques. L'étude numérique nécessite de nombreuses compétences. La réalisation des analyses plus précises impose la mise en œuvre de simulations numériques plus précises portant sur des descriptions plus fines du comportement dynamique de la micropoutre. Tout ceci nécessite des progrès dans le domaine des logiciels mais aussi une augmentation importante de la capacité des équipements informatiques sur lesquels ces logiciels seront utilisés.

Les formules classiques des fréquences de résonance permettant de modéliser le comportement dynamique des micropoutres parfaites. Les modèles développés dans un premier temps tiennent compte de l'effet de la largeur de la micropoutre, effet non considéré dans les modèles analytiques de la micropoutre. Ainsi, après avoir sommairement introduit les notions de base de la dynamique des micropoutres, nous avons montré qu'il était nécessaire de considérer un module de Young effectif Y continûment

variable entre E (module de Young uniaxial) et $E/(1-\nu^2)$ (module de Young biaxial) en fonction du rapport largeur/longueur du microdispositif. La dépendance de Y avec ce rapport est fonction du mode de vibration. L'augmentation du facteur correctif avec l'ordre du mode peut être très qualitativement comprise si on considère qu'une micropoutre vibrant dans des modes d'ordre élevé est constituée de tronçons de poutres de rapports b/L plus petits.

Malgré la correction de l'effet de la largeur de la micropoutre, les modèles corrigés atteignaient vite leur limitation dans l'étude des effets de la section droite non-rectangulaire et de la sous-gravure à l'encastrement. Les résultats obtenus ont montré que l'approche numérique par la méthode des éléments finis utilisée dans un premier temps pour corriger l'effet de la largeur de la micropoutre s'était révélée comme un choix judicieux pour rendre compte de la complexité géométrique de la structure réelle du fait de la sous-gravure au voisinage de la zone d'encastrement de la micropoutre. L'utilisation d'une micropoutre parfaite de longueur L' qui produit la même fréquence de résonance qu'une micropoutre de longueur L avec une sous gravure de longueur L_{sg} et de largeur b_{sg} était trouvée très pratique et mène à des résultats appréciés. La micropoutre équivalente est déterminée en prenant comme module de Young, le module de Young effectif afin de séparer, en première approximation, l'effet du rapport b/L et de la sous-gravure à l'encastrement.

Les résultats ont montré que le rapport $\Delta L/L$ converge logiquement vers la valeur du rapport L_{sg}/L lorsque la valeur de b_{sg} tend vers la valeur de b . Cependant, lorsque le rapport b_{sg}/b est supérieur à 8, le rapport $\Delta L/L$ est voisin du rapport L_{sg}/L tant que L_{sg} est inférieur à 3% de la valeur de L , puis, devient nettement plus faible au delà. En d'autres termes prendre simplement la somme $(L+L_{sg})$ comme longueur de la micropoutre équivalente produit une erreur importante si la longueur L_{sg} de la sous gravure excède 3% de la longueur de la micropoutre. En effet, lorsque L_{sg} est 10 fois la longueur L , la sous gravure produit un allongement équivalent de la micropoutre inférieur à 5%.

Nous avons montré que l'effet de la section droite non rectangulaire peut être quantifié en introduisant un facteur correctif β calculé analytiquement en utilisant les expressions du moment d'inertie I et de l'aire A qui correspondent à la section droite réelle de la micropoutre. Les résultats ont montré que pour des micropoutres étroites dans lesquels l'épaisseur h est environ la largeur b , la géométrie exacte de la section droite de la micropoutre doit être prise en considération pour éviter des erreurs qui peuvent atteindre

quelques %. Cependant, pour des micropoutres de largeur supérieure à 10 fois l'épaisseur, la valeur de facteur correctif β est négligeable (quelques 0.1%) pour des micropoutres de section trapézoïdale et voisin de 1% pour des micropoutres de sections, en arcs de cercles.

La méthode de détermination de la valeur du module de Young des films d'Aluminium et de Chrome à partir des fréquences de résonance de micropoutres sont, à priori, précises si l'on prend en compte la correction de l'effet de la largeur de la micropoutre. Les fréquences de résonance, d'une micropoutre réelle, ayant une section droite approximativement rectangulaire, peuvent être calculées par les équations (35) et (38) dans lesquelles les coefficients α_n , β et γ sont des facteurs correctifs qui traduisent respectivement la variation de la fréquence de résonance avec le rapport (largeur/longueur) de la micropoutre, la forme de la section droite et la sous gravure à l'encastrement.

L'effet d'un réseau de trous carrés périodiques sur le comportement dynamique de la nanopoutre perforée est modélisé analytiquement. Les modèles développés doivent être considérés afin de déterminer les fréquences de résonance. Les expressions analytiques des fréquences de résonance pour le modèle de Euler-Bernoulli et le modèle de cisaillement ont été développées en modifiant l'équation de Timoshenko de la micropoutre. Les résultats obtenus montrent l'importance de l'effet de la réduction d'échelle surtout à large perforation dans lequel les modèles développés devraient être utilisés afin d'améliorer l'extraction des paramètres physiques de matériaux. L'effet du champ thermique sur le comportement des nano-poutres perforées est considéré en vue d'une utilisation dans des micro-capteurs de température. Il est montré que pour une sub-gamme de taux de perforation avec un seul trou (N=1) et deux trous (N=2) par section, la fréquence de résonance est supérieure à celle calculée à partir d'une nanopoutre pleine. Les résultats montrent que cet effet de température est non négligeable et ceci pour de larges perforations ou pour des nano-poutres de dimensions plus petites.

Différents points mériteraient d'être complétés, améliorés ou approfondis dans l'avenir.

Le premier point concerne la microfabrication des micropoutres. Etant donné qu'une salle blanche de grande envergure est sur le point d'être opérationnelle au niveau du Centre de Développement des Technologies Avancées (CDTA) d'Alger, la microfabrication de nos microstructures serait à l'avenir possible et par conséquent nous pouvons réaliser nos propres dispositifs avec le cahier des charges que nous aurons défini.

Le second point, notre équipe ne disposant pas de système de caractérisation, nous avons utilisé des résultats de mesures faites dans un autre laboratoire Il serait judicieux, de développer un système de caractérisation des propriétés mécaniques des films minces et de caractériser nos propres dispositifs réalisés au sein du CDTA.

Le dernier point, concerne les outils de simulation, afin de pouvoir confronter nos modélisations analytique de nos nanopoutres à des simulations par éléments finis il faudrait disposer d'une machine assez performante mise à la disposition des personnes souhaitant l'utiliser. Ainsi si les trois points cités sont réunis notre équipe pourra faire un travail complet sur la réalisation de MEMS et/ou NEMS

APPENDICE A
VIBRATIONS FORCÉES DE L'OSCILLATEUR DISCRET
AMORTI

A.1. Force harmonique appliquée à la masse

Un oscillateur discret amorti peut être modélisé par une masse ponctuelle m reliée à une base fixe par un ressort de rigidité k et un amortisseur (figure. A.1).

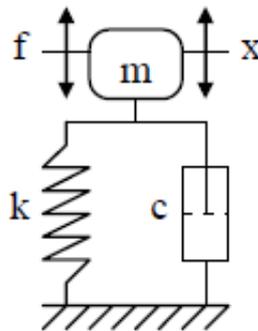


Figure A.1: Oscillateur excité par une force harmonique

Nous considérerons un amortissement de type visqueux pour lequel la force de résistance est proportionnelle (au signe près) à la vitesse instantanée avec un facteur c .

Si une force extérieure oscillatoire $f = F_0 \cos \omega t$ d'amplitude F_0 et de pulsation ω est appliquée à la masse m , l'équation du mouvement de la masse s'écrit :

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = F_0 \cos \omega t \quad (\text{A.1})$$

En recherchant une solution particulière de cette équation sous la forme $x_p(t) = X \cos(\omega t - \varphi)$ on trouve que l'amplitude X et la phase φ en régime stationnaire sont données par [119] :

$$X = \frac{F_0}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} \quad \text{et} \quad \varphi = \arctg\left(\frac{c\omega}{m\omega^2 - k}\right) \quad (\text{A.2})$$

En introduisant dans l'équation A.2 :

-la pulsation propre sans amortissement du système

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (\text{A.3})$$

- la déflexion statique qui serait engendrée par la force F_0

$$\delta_n = F_0 / k \quad (\text{A.4})$$

- le coefficient de qualité de la résonance

$$Q = \frac{m\omega_n}{c} \quad (\text{A.5})$$

on trouve :

$$X = \frac{\delta_n}{\left\{ \left[1 - (\omega / \omega_n)^2 \right]^2 + \left[(1 / Q)(\omega / \omega_n) \right]^2 \right\}^{1/2}} \quad \text{et} \quad \varphi = \text{tag}^{-1} \left\{ \frac{(1 / Q)(\omega / \omega_n)}{1 - (\omega / \omega_n)^2} \right\} \quad (\text{A.6})$$

L'amplitude normalisée X/δ_{st} et le déphasage φ sont tracés en fonction de la pulsation normalisée ω/ω_n dans la figure A. 2.

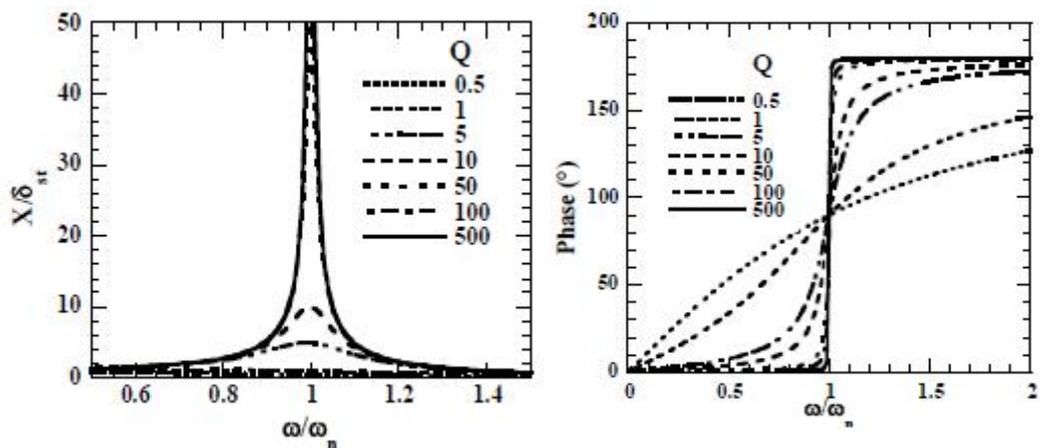


Figure A.2 : Variations théoriques de l'amplitude normalisée X/δ_{st} et de la phase φ en fonction de la fréquence normalisée ω/ω_n au voisinage de la résonance pour différentes valeurs du coefficient de qualité Q

Les équations A.3 à A.6 et les courbes de la figure A.2 permettent de rappeler les caractéristiques de l'amplitude et de la phase d'une vibration forcée :

- L'amplitude de vibration X présente une résonance au voisinage de la pulsation propre ω_n . ω_n croît avec la rigidité k et décroît avec la masse m . La résonance est d'autant plus intense et étroite que le facteur de qualité Q de la résonance est élevé (amortissement plus faible).
- L'amplitude à la pulsation propre ω_n est $X = Q\delta_{st}$. Si $Q > 1/\sqrt{2}$, le maximum d'amplitude se produit en toute rigueur pour la pulsation :

$$\omega_{max} = \omega_n \sqrt{1 - 1/(2Q^2)} \quad (\text{A.7})$$

- L'amortissement a donc pour effet de décaler la résonance vers les basses fréquences. L'amplitude de vibration X_{max} correspondante est égale à :

$$X_{max} = Q\delta_n \sqrt{1 - 1/(4Q^2)} \quad (\text{A.8})$$

- Pour un amortissement très faible ($Q \gg 1$), $\omega \approx \omega_n$ et $X_{max} \approx Q\delta_{st}$. Alors le facteur de qualité de la résonance peut être déterminé à partir de la relation :

$$Q = \frac{\omega_n}{\omega_1 - \omega_2} \quad (\text{A.9})$$

où ω_1 et ω_2 sont les pulsations à gauche et à droite du maximum telles que $X = X_{max}/\sqrt{2}$,

- La courbe $X/\delta_{st} - \omega/\omega_n$ est dissymétrique avec des amplitudes plus faibles au-delà de la résonance.
- L'effet de l'amortissement est le plus important à la résonance.
- La réponse est en retard sur l'excitation en dessous de la résonance et inversement au-delà. Pour un faible amortissement (Q élevé), la phase varie d'approximativement 180° autour de la résonance. La réponse et l'excitation deviennent donc en opposition de phase au-delà de la résonance.

Rappelons que le facteur de qualité est également défini de manière équivalente à partir de considérations énergétiques :

$$Q = 2\pi \frac{\text{énergie totale emmagasinée dans la structure}}{\text{énergie totale dissipée par période}} \quad (\text{A.10})$$

La réponse totale d'un oscillateur discret amorti (solution particulière + solution homogène) de l'équation II.1-1 s'écrit:

$$x(t) = X_0 e^{-\frac{\omega_n t}{2Q}} \cos \left[\sqrt{1 - \left(\frac{I}{2Q} \right)^2} \omega_n t - \varphi_0 \right] + X \cos(\omega t - \varphi) \quad (\text{A.11})$$

où X_0 et φ_0 sont déterminés par les conditions initiales.

L'équation A.11 montre que le régime permanent est atteint d'autant plus rapidement que la pulsation propre est élevée et le coefficient de qualité faible.

A.2. Force harmonique appliquée à la base

Dans nos expériences les microdispositifs sont excités en vibration à partir du substrat. Dans le cas où la masse est excitée en vibration à partir de la base, l'équation du mouvement de l'oscillateur discret amorti devient :

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + c \left(\frac{dx}{dt} - \frac{dy}{dt} \right) + k(x - y) = 0 \quad (\text{A.12})$$

où $y(t) = Y \cos \omega t$ est le déplacement de la base et $x(t)$ celui de la masse. En regroupant les termes en x et en y on retrouve une équation de la même forme que l'équation A.1 :

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = c \frac{dy}{dt} + ky = -cY \sin \omega t + kY \cos \omega t = A \cos(\omega t - \alpha) \quad (\text{A.13})$$

où $A = Yk[1 + (c\omega/k)^2]^{1/2}$ et $\alpha = \arctg(-c\omega/k)$.

La réponse est donc la même que celle d'une vibration forcée de la masse m en considérant une force d'amplitude A déphasée d'un angle α . En exprimant A et α en fonction de ω_n et Q on obtient :

$$A = Ym\omega_n^2 \sqrt{1 + \frac{I}{Q^2} \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2} \quad \text{et} \quad \alpha = \arctg \left[-\frac{I}{Q} \frac{\omega}{\omega_n} \right] \quad (\text{A.14})$$

En régime stationnaire l'amplitude vibration normalisée X/Y et la nouvelle phase $\varphi' = \varphi + \alpha$ sont donc, par analogie avec l'équation A.6 et après quelques calculs :

$$\frac{X}{Y} = \frac{\sqrt{1 + \frac{I}{Q^2} \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2}}{\left\{ \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_2} \right)^2 \right]^2 + \left[\left(\frac{I}{Q} \right) \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right) \right]^2 \right\}^{1/2}} \quad \text{et} \quad \varphi' = \arctg \left\{ \frac{(I/Q)(\omega/\omega_n)^3}{1 + \left[\left(\frac{I}{Q^2} \right) - 1 \right] (\omega/\omega_n)^2} \right\} \quad (\text{A.15})$$

Pour des vibrations faiblement amorties ($Q^2 \gg 1$) au voisinage de la résonance ($\omega \approx \omega_n$), l'expression de X/Y est voisine de l'expression précédente de X/δ_{st} . La courbe X/Y en fonction de ω/ω_n a donc la même allure que la courbe de gauche de la figure A.2. En revanche l'allure de la phase φ' en fonction de ω/ω_n est nettement moins symétrique autour de $\omega/\omega_n=1$ que celle de φ (figure A.3).

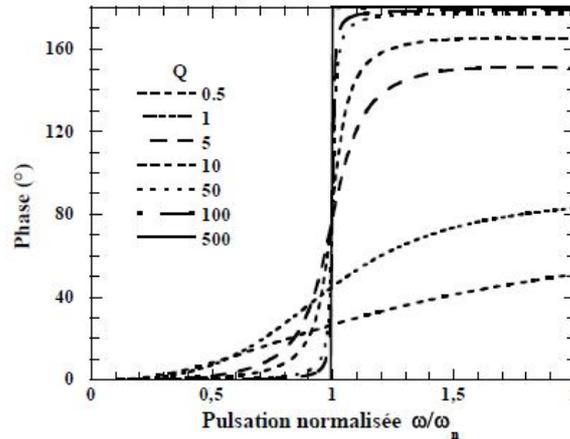


Figure A.3 : Evolution de la phase autour de la résonance en fonction de la pulsation normalisée dans le cas d'une excitation de la base pour différentes valeurs du coefficient de qualité.

Enfin, en procédant de manière similaire que précédemment, on peut montrer que l'amplitude Z du déplacement relatif $z=x-y$ de la masse par rapport à la base est reliée à celle de la base Y par la relation :

$$Z = \frac{(\omega / \omega_n)^2 Y}{\left\{ \left[1 - (\omega / \omega_n)^2 \right]^2 + \left[(1 / Q)(\omega / \omega_n) \right]^2 \right\}^{1/2}} \quad (\text{A.16})$$

avec une expression de la phase identique à φ donnée par l'équation A.6.

A.3 Vibrations non linéaires

Pour des vibrations de fortes amplitudes il peut être nécessaire de considérer des termes non linéaires des déplacements (et éventuellement des vitesses) dans l'équation de mouvement. L'équation du mouvement prend alors la forme :

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + f(x) = F_0 \cos \omega t \quad (\text{A.17})$$

où $f(x)$ est une fonction de dérivée dx/dt non constante.

Lorsque la linéarité est due à la force de rappel, on peut considérer que $f(x)$ est de la forme $ax \pm bx^3$ (équation de Duffin) où le signe + correspond à un ressort de rigidité croissante (ressort dur) et le signe - à un ressort de rigidité décroissante (ressort mou) [119].

Dans ce cas on observe au voisinage de la résonance un hystérésis de la courbe de l'amplitude de vibration en fonction de la fréquence (figure A.4). Ce phénomène peut être facilement observé dans le cas de microdispositifs minces. Il doit être évité lorsque l'on cherche à déterminer les fréquences de résonance avec précision. D'autre part lorsque les vibrations sont non linéaires, des vibrations sous harmoniques ($\omega_k = \omega/k$, k entier) et sur harmoniques ($\omega_k = k\omega$) sont produites. Nous verrons que ces différents phénomènes caractéristiques des vibrations non linéaires peuvent être gênants pour l'analyse quantitative des vibrations de forte amplitude par vibrométrie interférométrique.

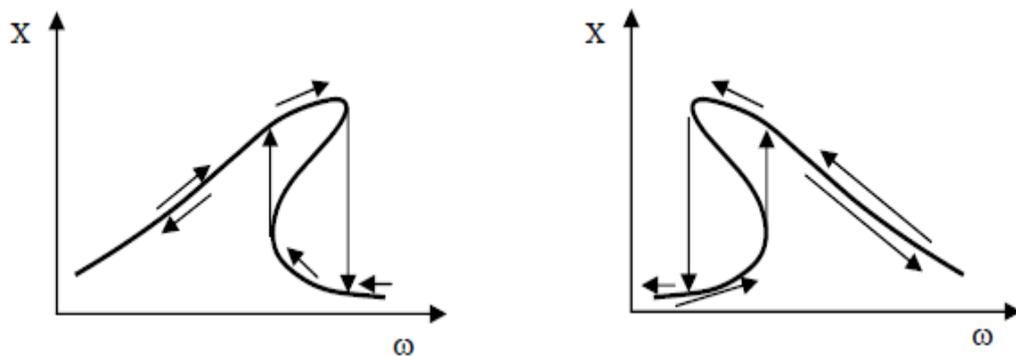


Figure A. 4 : Effets non linéaires lorsque f est de la forme $f=ax+bx^3$. A gauche cas où $b>0$ (ressort dur), à droite cas où $b<0$ (ressort mou).

APPENDICE B
VIBRATIONS LIBRES TRANSVERSES D'UNE MICROPOUTRE DE SECTION UNIFORME

B.1. Micropoutres idéales

Dans cette analyse une micropoutre est considérée comme parfaite suivant les conditions citées au paragraphe 2.3.1.1.

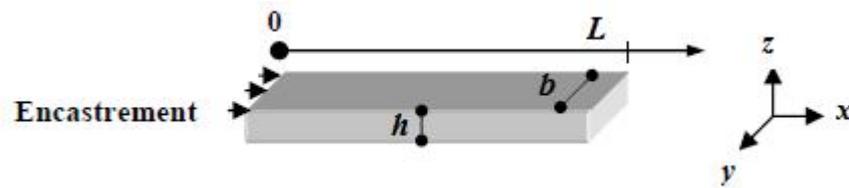


Figure B.1 : Schéma d'une micropoutre idéale.

Les vibrations des micropoutres utilisées pour la caractérisation des propriétés mécaniques sont essentiellement les vibrations transverses (en flexion verticale ou latérale). Les vibrations de torsion, difficiles à exciter et à mesurer ont, à ce jour, été peu exploités. Dans le cas de faibles amplitudes de vibration, l'équation décrivant les vibrations libres transverses (en flexion) d'une micropoutre (ou d'un micropont) non contraint et de section uniforme peut être obtenue en considérant que la micropoutre, de section A , de longueur L , et de densité ρ est soumise à un petit déplacement vertical $u(x,t)$.

L'accélération en chaque point de la poutre est $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$, la force d'inertie s'appliquant au petit élément de longueur dx est :

$$df = \rho A dx \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (\text{B.1})$$

Sur les deux faces (en x et $x+dx$) de cet élément de longueur s'appliquent un moment de flexion M et des forces de cisaillement V . L'équation du mouvement est donc pour les forces:

$$\rho A dx \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = V(x) - V(x + dx) \quad (\text{B.2})$$

et pour les moments, la condition d'équilibre au point x :

$$M(x + dx) - M(x) - dx.V(x + dx) = 0 \quad (\text{B.3})$$

Au premier ordre en dx ces deux équations deviennent respectivement :

$$\rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = - \frac{\partial V}{\partial x} \quad (\text{B.4})$$

$$\frac{\partial M}{\partial x} - V = 0 \quad (\text{B.5})$$

Soit en remplaçant dans la première équation V par $\frac{\partial M}{\partial x}$ en vertu de la seconde :

$$\rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = - \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \quad (\text{B.6})$$

Or l'équation élémentaire de la flexion d'une poutre (relation d'Euler-Bernouilli) relie le moment de flexion et la déflexion :

$M = YI \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, où « Y » est le module d'Young effectif du matériau constituant la micropoutre, et « I » le moment d'inertie de la section droite de la poutre.

L'équation du mouvement propre est donc :

$$YI \frac{\partial^4 u(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{B.7})$$

où $u(x,t)$ est la déflexion dynamique à la position x ; Y le module d'Young effectif, ρ la densité du matériau constituant le microdispositif, I le moment d'inertie, et A l'aire de sa section.

Le premier terme décrit la force de rappel due à la rigidité en flexion YI , et le deuxième l'inertie liée à la masse par unité de longueur ρA . Pour une micropoutre ayant une section rectangulaire de largeur B et d'épaisseur H , on a $A = BH$ et le moment d'inertie de la section par rapport à l'axe neutre situé à mi-hauteur est égal à :

$$I = \int_{A^*} z^2 dA = \frac{BH^3}{12} \quad (\text{B.8})$$

En écrivant u comme le produit d'une fonction d'espace W et d'une fonction du temps T , on trouve :

$$YI \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + \rho A W \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = 0 \quad \text{soit} \quad YI \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} = -\rho A W \frac{\partial^2 T}{\partial t^2}$$

En divisant par WT

$$\frac{YI}{W} \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} = -\frac{\rho A}{T} \frac{\partial^2 T}{\partial t^2}, \quad \text{fonctions seulement d'espace à gauche et seulement du temps à droite,}$$

donc deux fonctions égales à une constante $\rho A \omega^2$.

On trouve ainsi une dépendance harmonique en temps $T = e^{i\omega t}$ et l'équation de la déformée :

$$\frac{\partial^4 W}{\partial x^4} = -\frac{\rho A \omega^2}{YI} W = 0 \quad (\text{B.9})$$

On cherchant W sous la forme d'une somme de fonctions exponentielles complexes

$W = \sum_{i=0}^3 a_i e^{\beta_i x}$ et en regroupant les termes conjugués de cette somme on écrit généralement la

déformée sous la forme :

$$W(x) = C_1(\cos \beta x + \cosh \beta x) + C_2(\cos \beta x - \cosh \beta x) + C_3(\sin \beta x + \sinh \beta x) + C_4(\sin \beta x - \sinh \beta x) \quad (\text{B.10})$$

Les conditions aux limites en $x=0$ (courbure et cisaillement nuls) et en $x=L$ (déflexion et pente nuls) fixent alors les coefficients de la décomposition de W , donne pour solution l'équation :

$$\cos \beta_n L \cosh \beta_n L + 1 = 0 \quad (\text{B.11})$$

et permet de déterminer le terme : $\beta^4 = \frac{\rho A \omega^2}{YI}$

Ainsi, pour une micropoutre, les pulsations propres de résonances sont données par la formule :

$$\omega = \beta^2 \sqrt{\frac{YI}{\rho A}} = \frac{(\beta L)^2}{L^2} \sqrt{\frac{YI}{\rho A}} \quad (\text{B.12})$$

Dans le cas d'une micropoutre de section rectangulaire :

$$\omega_n = \frac{(\beta_n L)^2}{\sqrt{12}} \frac{h}{L^2} \sqrt{\frac{Y}{\rho}} \quad (\text{B.13})$$

en posant $\lambda_n = \beta_n L$ et $\omega_n = 2\pi f_n$, les fréquences propres de résonance sont données par la relation :

$$f_n = \frac{(\lambda_n)^2}{2\pi} \frac{I}{L^2} \sqrt{\frac{YI}{\rho A}} = \frac{(\lambda_n)^2}{2\pi\sqrt{I2}} \frac{h}{L^2} \sqrt{\frac{Y}{\rho}} \quad (\text{B.14})$$

APPENDICE C
MOMENT D'INERTIE DES MICROPOUTRES AVEC SECTION NON
RECTANGULAIRE

C.1. Micropoutre avec section en arcs de cercle de section

Dans le cas idéal (théorique) une micropoutre ou un micropont sont considérés comme étant de section rectangulaire ($A=bh$) (figure C.1) :

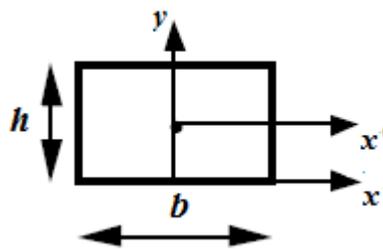


Figure C.1 : Cas d'une section rectangulaire.

Dans ce cas l'ordonnée du centre d'inertie \bar{y} , le moment d'inertie $I_{x'}$ par rapport à l'axe x' passant par le centre d'inertie et le moment d'inertie I_x par rapport à l'axe x , sont données respectivement par :

$$\bar{y} = h/2 ; I_{x'} = \frac{bh^3}{12} ; I_x = \frac{bh^3}{12} + \left(\frac{h}{2}\right)bh = \frac{bh^3}{3} \quad (C.1)$$

ou b représente la largeur et h l'épaisseur du microdispositif.

Dans le cas réel lorsque le dispositif est délimité par une gravure isotrope, les extrémités forment des arcs de cercle de section comme le montre la figure C.2 :

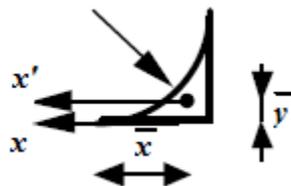


Figure C.2 : Profil d'un des flancs après gravure isotrope.

L'abscisse \bar{x} et l'ordonnée \bar{y} du centre d'inertie, ainsi que le moment d'inertie I_x par rapport à l'axe x de cet arc de cercle sont données respectivement par :

$$\bar{x} = \frac{2h}{3(4-\pi)} \quad (\text{C.2})$$

$$\bar{y} = \frac{(10-3\pi)h}{3(4-\pi)} \quad (\text{C.3})$$

$$I_{x^*} = \left(1 - \frac{5\pi}{16}\right)h^4 \quad (\text{C.4})$$

Ainsi une micropoutre délimitée par une gravure isotrope peut être représenté par la figure C.3 :

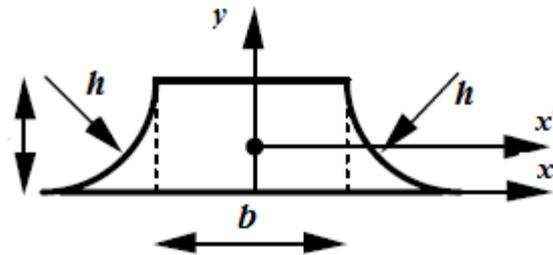


Figure C.3 : Profil de la section après une gravure isotrope.

Et les principales étapes de calcul du moment d'inertie de la section sont :

Ordonnée du centre d'inertie :

$$\bar{y} = \left(\sum_{i=1}^3 \bar{y}_i A_i \right) / A = \frac{[bh^2/2] + [1/6(10-3\pi)h^3]}{bh + 2(1-\pi/4)h^2} \quad (\text{C.5})$$

Moment d'inertie par rapport à l'axe x :

$$I_{x^*} = \frac{bh^3}{3} + 2\left(1 - \frac{5\pi}{16}\right)h^4 \quad (\text{C.6})$$

Moment d'inertie par rapport à l'axe passant par le centre d'inertie :

$$I_{x^{**}} = I_{x^*} - \bar{y}^2 A = \frac{bh^3}{12} \left[\frac{1 + (12 - \frac{7\pi}{2})\frac{h}{b} + (\frac{44}{3} - 7\pi + \frac{3\pi^2}{4})\frac{h^2}{b^2}}{1 + (2 - \frac{\pi}{2})\frac{h}{b}} \right] \quad (\text{C.7})$$

Le rapport moment d'inertie/aire de la section :

$$\frac{I_{x''}}{A} = \frac{h^2}{12} \left[\frac{1 + (12 - \frac{7\pi}{2})\frac{h}{b} + (\frac{44}{3} - 7\pi + \frac{3\pi^2}{4})\frac{h^2}{b^2}}{1 + (4 - \pi)\frac{h}{b} + (2 - \frac{\pi}{2})^2\frac{h^2}{b^2}} \right] \quad (C.8)$$

C.2. Micropoutre avec section en Trapézoïdale

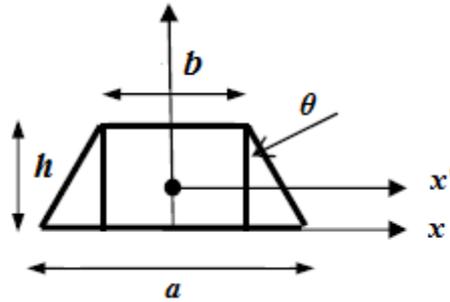


Figure C.4 : Microdispositif de section trapézoïdale.

Posons $x = h \operatorname{tg}(\theta)$, alors $a = b + 2h \operatorname{tg}(\theta)$:

L'ordonnée \bar{y} du centre d'inertie, le moment d'inertie $I_{x'}$ par rapport à l'axe x' , ainsi que la section A du trapèze sont données respectivement par :

$$\bar{y} = \frac{h(3b + 2h \operatorname{tg}(\theta))}{6(b + h \operatorname{tg}(\theta))} \quad (C.9)$$

$$I_{x'} = \frac{h[b^2 + 4b(b + 2h \operatorname{tg}(\theta)) + (b + 2h \operatorname{tg}(\theta))^2]}{36(2b + 2h \operatorname{tg}(\theta))} \quad (C.10)$$

$$A = bh + h^2 \operatorname{tg}(\theta) \quad (C.11)$$

En faisant apparaître l'aire $A_{rect} = bh$ de la section rectangulaire inscrite (largeur b , hauteur h) on trouve :

$$A = A_{rect}(1 + h/b \operatorname{tg}(\theta)) \quad (C.12)$$

A varie linéairement avec le rapport h/b et tend vers A_{rect} lorsque la largeur b augmente. De même, en faisant apparaître le moment d'inertie $I_{rect} = bh^3/12$ de la section rectangulaire inscrite, on trouve après quelques simplifications :

$$I_{x^*} = I_{x^*} - \bar{y}^2 A = I_{rect} \left[\frac{1 + 2\frac{h}{b} \operatorname{tg}(\theta) + \frac{2}{3} \left(\frac{h}{b}\right)^2 \operatorname{tg}^2(\theta)}{1 + \frac{h}{b} \operatorname{tg}(\theta)} \right] \quad (\text{C.13})$$

Le rapport moment d'inertie/aire est donc :

$$\frac{I_{x^*}}{A} = \left(\frac{I}{A} \right)_{rect} \left[\frac{1 + 2\frac{h}{b} \operatorname{tg}(\theta) + \frac{2}{3} \left(\frac{h}{b}\right)^2 \operatorname{tg}^2(\theta)}{\left(1 + \frac{h}{b} \operatorname{tg}(\theta)\right)^2} \right] \quad (\text{C.14})$$

REFERENCES

1. McDonald, J.A., " What's all this talk about 'MEMS'? ", *III-Vs Review*, 10 (1997) 26-29.
2. Lehto, A., " SOI Microsensors and MEMS ", *Proceedings of the Ninth International Symposium on Silicon-on insulator Technology and Devices IX* (1999) 11-24.
3. Elders, J., Spiering, V., Walsh, S., " Microsystems Technology (MST) and MEMS applications: an overview ", *MRS Bulletin*, 26 (04) (2001) 312-315.
4. Spearing, S.M., " Materials issues in microelectromechanical systems (MEMS) ". *Acta Materialia*, 48 (2000) 179-196.
5. Kruit, P., " The role of MEMS in maskless lithography ", *Microelectronic engineering*, 84 (2007) 1027-1032.
6. Kim, Y.S., Nam, H.J., Cho, S.M., Hong, J.W., Kim, D.C., Bu, J.U., " PZT cantilever array integrated with piezoresistor sensor for high speed parallel operation of AFM ", *Sensors and Actuators A: Physical*, 103(1) (2003) 122-129.
7. Lin, J.C., Nien, M.H., " Adaptive control of a composite cantilever beam with piezoelectric damping-modal actuators/sensors ", *Composite structures*, 70 (2005) 170-176.
8. Dong, W., Lu, X., Cui, Y., Wang, J., Liu, M., " Fabrication and characterization of microcantilever integrated with PZT thin film sensor and actuator ", *Thin Solid Films*, 515 (2007) 8544-8548.
9. Fantner, G.E., Schumann, W., Barbero, R.J., Deutschinger, A., Todorov, V., Gray, D.S., Youcef-Toumi, K., " Use of self-actuating and self-sensing cantilevers for imaging biological samples in fluid ", *Nanotechnology*, 20 (2009) 434003.
10. Han, S.M., Benaroya, H., Wei, T., " Dynamics of transversely vibrating beams using four engineering theories. *Journal of Sound and Vibration* ", 225 (1999) 935-98
11. Yoo, H., Cho, J. E., Chung, J., " Modal analysis and shape optimization of rotating cantilever beams ", *Journal of Sound and vibration*, 290 (2006) 223-241.
12. Bhat, S., Bhattacharya, E., " Electrical measurement of undercut in surface micromachined structures ", *IEEE Physics of Semiconductor Devices, IWPSD. International Workshop*, (December 2007) 702-705).
13. Bhat, S., Bhattacharya, E., " Simple measurement technique for resonance frequency of micromachined cantilevers ", *MOEMS-MEMS 2007 Micro and Nanofabrication* (January 2007) 64630N-64630N.

14. Bourouina, H., Yahiaoui, R., Majlis, B. Y., Hassen-Bey, A., Benamar, M. E. A., Sahar, A., " FEM Analysis for the Influence of Manufacturing Process Defects on Dynamic Behavior of Thin Chromium Microbeam ", *Applied Mechanics and Materials*, 548 (2014) 958-962.
15. Bourouina, H., Yahiaoui, R., Elmar Yusifli, A., Benamar, M. E. A., Sahar, A., " Analytical modeling of mechanical behavior of structures: comparative analysis, experimental: validation and numerical correction with FEM of material defects generated by anisotropic etching ", *Matec Web of conference*, 272 (2014) 758-760.
16. Calleja, M., Nordstrom, M., Ivarez, M., Tamayo, J., Lechuga, L. M., & Boisen, A., " Highly sensitive polymer-based cantilever-sensors for DNA detection ", *Ultramicroscopy*, 105 (2005) 215-222.
17. McShane, G. J., Boutchich, M., Phani, A. S., Moore, D. F., & Lu, T. J., " Young's modulus measurement of thin-film materials using micro-cantilevers ", *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 16 (2006) 1926.
18. Lin, R.M., Wang, W.J., " Structural dynamics of Microsystems: current state of research and future directions ", *Mechanical Systems and Signal Processing*, 20 (2006) 1015-1043.
19. Ke, L. L., Wang, Y. S., " Size effect on dynamic stability of functionally graded microbeams based on a modified couple stress theory", *Composite Structures*, 93 (2011) 342-350.
20. Boyd, E., Nock, V., Weiland, D., Li, X., Uttamchandani, D., " Direct comparison of stylus and resonant methods for determining Young's modulus of single and multilayer MEMS cantilevers ", *Sensors and Actuators, A* 172 (2011) 440-446
21. <http://www.physorg.com/news68736004.html>
22. Wen, Q. J., " Long-term effect analysis of prestressed concrete box-girder bridge widening " , *Construction and Building Materials*, 25 (2011) 1580-1586.
23. Kawashima, K., Zafra, R., Sasaki, T., Kajiwara, K., & Nakayama, M., " Effect of polypropylene fiber reinforced cement composite and steel fiber reinforced concrete for enhancing the seismic performance of bridge columns ", *Journal of Earthquake Engineering*, 15 (2011) 1194-1211.
24. Boutry M., " Etude de micro-dispositifs de test pour la caractérisation de propriétés mécaniques de films minces métalliques " , Thèse de Doctorat, IEF, Université Paris XI, (Avril 1997).
25. Fang, W., J Wickert, A., " Post buckling of micromachined beams " , *J. Micromech. Microeng.* 4 (1994)116–122.
26. Zhu, Y., Xu, F., Qin, Q., Fung, W. Y., & Lu, W., " Mechanical Properties of Vapor Liquids Solid Synthesized Silicon Nanowires " , *Nano letters*, 9 (2009) 3934-3939.

27. Henry, C. L., & Craig, V. S. J., " Measurement of no-slip and slip boundary conditions in confined Newtonian fluids using atomic force microscopy ", *Physical Chemistry Chemical Physics*, 11 (2009) 9514-9521.
28. Paolino, P., & Bellon, L., Frequency dependence of viscous and viscoelastic dissipation in coated micro-cantilevers from noise measurement ", *Nanotechnology*, 20 (2009) 405705.
29. Mehdizadeh, E., Rostami, M., Guo, X., & Pourkamali, S., " Atomic Resolution Disk Resonant Force and Displacement Sensors for Measurements in Liquid ", *IEEE Electron Device Letters*, 35(8) 874-876.
30. Fantner, G. E., Barbero, R. J., Gray, D. S., & Belcher, A. M., " Kinetics of antimicrobial peptide activity measured on individual bacterial cells using high-speed atomic force microscopy ", *Nature nanotechnology*, 5 (2010) 280-285.
31. Ganji, B. A., & Majlis, B. Y., " Design and fabrication of a new MEMS capacitive microphone using a perforated aluminum diaphragm " , *Sensors and Actuators A: Physical*, 149 (2009) 29-37.
32. Zande, A. M. V. D., Barton, R. A., Alden, J. S., Ruiz-Vargas, C. S., Whitney, W. S., Pham, P. H., ... & McEuen, P. L., " Large-scale arrays of single-layer graphene resonators ", *Nano letters*, 10 (2010) 4869-4873.
33. Peng, P., Sezen, A. S., Rajamani, R., & Erdman, A. G., " Novel MEMS stiffness sensor for force and elasticity measurements ", *Sensors and Actuators A*, 158 (2010) 10-17.
34. Jensenius, H., Thaysen, J., Rasmussen, A.A., Veje, L.H., Hansen, O., Boisen, A., " A microcantilever-based alcohol vapor sensor-application and response model ", *Applied Physics Letters*, 76 (2000) 2615-2617.
35. Gibbs, M. R. J., Hill, E. W., & Wright, P. J., " Magnetic materials for MEMS applications " , *Journal of Physics D*, 37 (2004) R237.
36. Takahashi, H., Dung, N. M., Matsumoto, K., & Shimoyama, I., " Differential pressure sensor using a piezoresistive cantilever ", *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 22 (2012) 055015.
37. Urbiztondo, M. A., Peralta, A., Pellejero, I., Sesé, J., Pina, M. P., Dufour, I., & Santamara, J., " Detection of organic vapours with Si cantilevers coated with inorganic (zeolites) or organic (polymer) layers ", *Sensors and Actuators B*, 171 (2012) 822-831.
38. Lee, H. J., Park, K. K., Kupnik, M., Melosh, N. A., & Khuri-Yakub, B. T., " Mesoporous thin-film on highly-sensitive resonant chemical sensor for relative humidity and CO₂ detection ", *Analytical chemistry*, 84 (2012) 3063-3066.
39. Li, Y., Feng, Y., Peng, X., & Zhang, H., " Simultaneous measurement of the temperature and force using a steel cantilever soldered with a partially nickel coated in-fibre Bragg grating ", *Optics Communications*, 285 (2012) 4275-4279.

40. Effa, D., Abdel-Rahman, E., & Yavuz, M., " Cantilever beam microgyroscope based on Frequency modulation ", International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, IEEE/ASME, (July 2013) 844-849.
41. Mojahedi, M., Ahmadian, M. T., & Firoozbakhsh, K., " The influence of the intermolecular surface forces on the static deflection and pull-in instability of the micro/nano cantilever gyroscopes ", Composites Part B, 56 (2014) 336-343.
42. Persano, A., Tazzoli, A., Cola, A., Siciliano, P., Meneghesso, G., & Quaranta, F., " Reliability enhancement by suitable actuation waveforms for capacitive RF MEMS switches in III-V technology ", Journal of Microelectromechanical Systems, 21 (2012) 414-419.
43. Shim, Y., Wu, Z., & Rais-Zadeh, M., " A high-performance continuously tunable MEMS bandpass filter at 1 GHz ", IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 60 (2012) 2439-2447.
44. Zhang, S., Lou, L., & Lee, C., " Piezoresistive silicon nanowire based nanoelectromechanical system cantilever air flow sensor", Applied Physics Letters, 100 (2012) 023111.
45. Rijal, K., & Mutharasan, R., " A method for DNA-based detection of E. coli O157: H7 in a proteinous background using piezoelectric-excited cantilever sensors ", Analyst, 138 (2013) 2943-2950.
46. Chang, S. C. S., " MEMS in Automobiles", Microsystems and Nanotechnology, Springer Berlin Heidelberg, (2012) 721-757.
47. Tai, Y. C., " Introduction to MEMS ", Microsystems and Nanotechnology, Springer Berlin Heidelberg, (2012) 187-206.
48. Pandya, H. J., Chandra, S., & Vyas, A. L., " Integration of ZnO nanostructures with MEMS for ethanol sensor ", Sensors and Actuators B, 161 (2012) 923-928.
49. Bassu, M., Surdo, S., Strambini, L. M., & Barillaro, G., " Electrochemical micromachining as an enabling technology for advanced silicon microstructuring ", Advanced Functional Materials, 22 (2012) 1222-1228.
50. Shahosseini, I., Lefeuvre, E., Moulin, J., Martincic, E., Woytasik, M., Bélier, B., & Lemarquand, G., " Silicon-based MEMS microspeaker with large stroke electromagnetic actuation ", Symposium on Design, Test, Integration and Packaging of MEMS/MOEMS, (April 2012) 8-12).
51. Long, Z., Hill, K., & Sepaniak, M. J., " Aluminum oxide nanostructured microcantilever arrays for nanomechanical-based sensing ", Analytical chemistry, 82 (2010) 4114-4121.
52. Yang, Z., Ding, G., Wang, H., Cai, H., & Zhao, X., " Modeling, simulation and characterization of a micromachined acceleration switch with anti-stiction raised strips on the substrate", IEEE Transactions on Components, Packaging and Manufacturing Technology, 8 (2011) 1195-1204.

53. Bergers, L. I. J. C., Hoefnagels, J. P. M., & Geers, M. G. D., " Creep measurements in free-standing thin metal film micro-cantilever bending ", MEMS and Nanotechnology, Springer New York, 4 (2011) 167-171.
54. Suter, M., Ergeneman, O., Zürcher, J., Schmid, S., Camenzind, A., Nelson, B. J., & Hierold, C., " Superparamagnetic photocurable nanocomposite for the fabrication of microcantilevers", Journal of Micromechanics and Microengineering, 21 (2011) 025023.
55. Zhu, W., Park, J. S., Sessler, J. L., & Gaitas, A., " A colorimetric receptor combined with a microcantilever sensor for explosive vapor detection", Applied Physics Letters, 98 (2011) 123501.
56. Seena, V., Nigam, A., Pant, P., Mukherji, S., & Rao, V. R., " Organic CantiFET: A Nanomechanical Polymer Cantilever Sensor With Integrated OFET", Journal of Microelectromechanical Systems, 21 (2012) 294-301.
57. Okada, H., Nogami, H., Kobayashi, T., Masuda, T., & Itoh, T., " Development of ultra low power wireless sensor node with piezoelectric accelerometer for health monitoring ", 17th IEEE International Conference on Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems (June 2013) 26-29.
58. Lakhmi, R., Lucat, C., Dufour, I., & Debéda, H., " Unusual behavior of uncoated thick-film PZT cantilevers towards fluid phases sensing ", Application to water and ethanol detection. 17th IEEE International Conference on Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems (June 2013) 1142-1145.
59. Tortschanoff, A., Baumgart, M., Holzmann, D., Lenzhofer, M., Sandner, T., & Kenda, A., " Compact optical position feedback scheme for MOEMS mirrors ", Microsystem Technologies, 5 (2013) 1-7.
60. Hegde, G. M., Singh, V. R., & Asundi, A., " Digital Holographic Microscopy for MEMS/MOEMS Device Inspection and Complete Characterization ", Journal of the Indian Institute of Science, 93 (2013) 85-104.
61. Das, S., Mathur, S. R., & Murthy, J. Y., " Finite-volume method for structural analysis of RF MEMS devices using the theory of plates ", Numerical Heat Transfer B, 61 (2012) 1-21.
62. Mansour, R. R., " RF MEMS-CMOS device integration: An overview of the potential for RF researchers ", IEEE Microwave Magazine, 14 (2013) 39-56.
63. Murnbeck L. J., " 128x128 deformable mirror devise ", IEEE Trans. ED, 30 (1983) 539-545.
64. Kaiser, A., " The Potential of MEMS Components in RF Transceivers for Mobile Communications ", Proc. Micromechanics Europe MME'01, Cork Ireland, 1-6.
65. Sharma, S., & Madou, M., " Micro and nano patterning of carbon electrodes for bioMEMS ", Bioinspired Biomimetic Nanobiomaterials, 1 (2012) 252-65.

66. Nuxoll, E., " BioMEMS in drug delivery", *Advanced drug delivery reviews*, 65 (2013) 1611-1625.
67. Benabdallah, N. B., " Propriétés physiques des semi-conducteurs (Si monocristallin et Ge) et Simulation des cellules solaires à base de Si et SiGe ", *These de Magister, Université Abou Bekr Belkaid-Tlemcen*, (2006).
68. Lévy, F., " *Traité des matériaux, Physique et technologie des semi-conducteurs* ", Vol.18, p.271, *Presses polytechniques et universitaires romandes, Lausanne*, (1995).
69. Yahiaoui, R., "Etude par microvibrrométrie de films minces et de dispositifs micromécaniques" , *Thèse, IEF, Université Paris Sud, Mars 2002*.
70. Golebiowski, J., " Microelectromechanical transducer with optical readout for magnetic flux density measurements", *Przegled Elektrotechniczny*, 88 (2012) 22-25.
71. Stifter, M., Steiner, H., Kainz, A., Keplinger, F., Hortschitz, W., & Sauter, T., " A Lorentz force actuated magnetic field sensor with capacitive read-out ", *SPIE Microtechnologies Conf.*, (May 2013) 87632E-87632E.
72. Pozzi, M., " Analytical Modelling of a Plucked Piezoelectric Bimorph for Energy Harvesting ", *arXiv preprint arXiv:*, (2012) 1204.0070.
73. Yuan, Y., Du, H., Wang, P., Chow, K. S., Zhang, M., Yu, S., & Liu, B., " A ZnO microcantilever for high-frequency nanopositioning: Modeling, fabrication and characterization ", *Sensors and Actuators A*, 194 (2013) 75-83.
74. Datar, R., Kim S., Jeon S., Hesketh P., Manalis S., Boisen A., Thundat T., " Cantilever Sensors: Nanomechanical Tools for Diagnostics ", *MRS Bulletin*, 34 (2009) 449-454.
75. Benatmane, A., "Développement de la microscopie interférométrique pour une meilleure analyse morphologique des couches minces et épaisses des matériaux semiconducteurs et optiques ", *Thèse de Doctorat, Université Louis Pasteur de Strasbourg I*, (Décembre 2002).
76. Nezhad, F. M., Saidi, A. R., Rad, S. Z., " Influence of the tip mass and position on the AFM cantilever dynamics: Coupling between bending, torsion and flexural modes ", *Ultramicroscopy*, 109 (2009) 1193-1202.
77. Anh, T. T., " Corrélation entre les charges d'espace accumulées et les déformations mécaniques induites dans des isolants organiques solides soumis à un champ électrique ", *Thèse de Doctorat, Université De Toulouse*, (Novembre 2011).
78. Martin, N., "Emission laser impulsionnelle et traitements temps-fréquence en vibrométrie par lidar à détection cohérente ", *Thèse de Doctorat, Université De Grenoble*, (Août 2006).
79. Tran, T. V., "Identification Du Comportement Des Matériaux Métalliques Au Delà De Leur Limite D'élasticité Par La Méthode Des Champs Virtuels", *Thèse de Doctorat, Université De Technologie De Troyes*, (Décembre 2008).

80. Aguanno, M. V., Lakestani, F., Whelan, M. P., Connelly, M. J., " Heterodyne speckle interferometer for full-field velocity profile measurements of a vibrating membrane by electronic scanning ", *Optics and Lasers in Engineering*, 45 (2007) 677-683.
81. Pedrini, G., Gaspar, J., Schmidt, M. E., Alekseenko, I., Paul, O., Osten, W., " Measurement of nano/micro out-of-plane and in-plane displacements of micromechanical components by using digital holography and speckle interferometry " , *Optical Engineering*, 50 (2011) 1-10.
82. Mitsuishi, I., Ezo, Y., Takagi, U., Ishizu, K., Moriyama, T., Hayashi, T., Sato, T., K. Morishita, Nakajima, K., Yamasaki, N. Y., Mitsuda, K., " Optical Image Analysis of the Novel Ultra-Lightweight and High-Resolution MEMS X-Ray Optics " , *Journal Of Quantum Electronics*, 46 (2010) 1309-1312.
83. Ferreras, V. P., Emons, M., Obata, K., Ovsianikov, A., Peterhainsel, S., Frenner, K., C. Reinhardt, Chichkov, B., Morgner, U., Osten, W., " Development of functional sub-100 nm structures with 3D two-photon polymerization technique and optical methods for characterization ", *Journal Of Laser Applications*, 24 (2012) 1-7.
84. J. Pomeroy, W., Gkotsis, P., Zhu, M., Leighton, G., Kirby, P., Kuball, M., " Dynamic Operational Stress Measurement of MEMS Using Time-Resolved Raman Spectroscopy ", *IEEE Journal Of Microelectromechanical Systems*, 17 (2012) 1315-1321.
85. Bosseboeuf A., Gilles, J.P., Danaie, K., Yahiaoui, R., Dupeux, M., Puissant, J-P., A. Chabrier, Fort, F., Coste, P., " A versatile microscopic profilometer-vibrometer for static and dynamic characterization of micromechanical devices " , *Microsystems: metrology and Inspection, SPIE Proc.*, (1999) 123-133.
86. Petitgrand, S., Yahiaoui, R., Danaie, K., Bosseboeuf, A., Gilles, J.P., " 3D measurement of micromechanical devices vibration mode shapes by stroboscopic microscopic interferometry " , *Optics and Lasers in Engineering*, 36 (2001) 77-101.
87. Grogan, C., Raiteri, R., Oconnor, G.M., Glynn T.J., Cunningham, V., Kane, M., M. Charlton, and Leech, D., " Characterisation of an antibody coated microcantilever as a potential immuno-based biosensor " , *Biosensors and Bioelectronics*, 17 (2002) 201-207.
88. Alvarez, M., Calle, A., Tamayo, J., Lechuga, L.M., Abad, A., Montoya, A., " Development of nanomechanical biosensors for detection of the pesticide DDT " , *Biosensors and Bioelectronics*, 18 (2003) 649-653.
89. Koch, M., Harris, N., Evans, A.G.R., White, N.M., Brunnschweiler, A., " A novel micromachined pump based on thick-film piezoelectric actuation " , *Sensors and Actuators A*, 70 (1998) 98-106.
90. Linnermann, R., Woias, P., Senfft, C.D., Ditterich, J.A., A self priming and bubble-tolerant piezoelectric micropump for liquids and gases, *IEEE Micro Electro Mechanical System Workshop, Germany*, (1998) 532-537.

91. Accoto, D., Carrozza, M.C., Dario, P., " Modelling of micropumps using unimorph piezoelectric actuator and ball valves ", *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 10 (2001) 100-104.
92. Zhou, J., Li, P., Zhang, S., Huang, Y., Yang, P., Bao, M., Ruan, G., " Self-excited piezoelectric microcantilever for gas detection ", *Microelectronic Engineering*, 69 (2003) 37-46.
93. Vancura, C., Rüegg, M., Li, Y., Lange, D., Hagleitner, C., Brand, O., Hierlemann, A., Baltes, H., " Magnetically actuated CMOS resonant cantilever gas sensor for volatile organic compounds ", *12th International Conference on Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems, USA*, (2003) 1355-1358.
94. Kim, B.H., Kern, D.P., Raible, S., Weimar, U., " Fabrication of micromechanical mass-sensitive resonators with increased mass resolution using SOI substrate ", *Microelectronic Engineering*, 61 (2002) 947-953.
95. Hagleitner, C., Hierlemann, A., Lange, D., Kummer, A., Kerness, N., Brand, O., Baltes, H., " Smart single-chip gas sensor microsystem ", *Nature*, 414 (2001) 293-296.
96. Yi, J.W., Shih, W.Y., " Effect of length, width, and mode on the mass detection sensitivity of piezoelectric unimorph cantilevers ", *Journal of Applied Physics*, 91 (2002) 1680-1686.
97. Dufour, I., Français, O., " *Microsystèmes utilisant des fluides* ", Editions Hermès, (2004) 305-343.
98. Tortonese M., Yamada, H., Barrett, R.C., Quate, C.F., " Atomic force microscopy using a piezoresistive cantilever ", *IEEE International Conference on Solid-State Sensors and Actuators, USA*, (1991) 448-451.
99. Boisen, A., Thaysen, J., Jensenius, H., Hansen, O., " Environmental sensors based on micromachined cantilevers with integrated read-out ", *Ultramicroscopy*, 82 (2000) 11-16.
100. Rogers, B., Manning, L., Jones, M., Sulchek, T., Murray, K., Beneschott, B., Adams, J. D., Hu, Z., Thundat, T., Cavazos, H., Minne, S.C., " Mercury vapor detection with a self-sensing, resonating piezoelectric cantilever ", *Review of Scientific Instruments*, 74 (2003) 4899-4901.
101. Thaysen, J., Boisen, A., Hansen, O., Bouwstra, S., " Atomic force microscopy probe with piezoresistive read-out and a highly symmetrical Wheatstone bridge arrangement ", *Sensors and Actuators A*, 83 (2000) 47-53.
102. Davis, Z.J, Abadal, G., Kuhn, O., Hansen, O., Grey, F., Boisen, A., " Fabrication and characterization of nanoresonating devices for mass detection", *Journal of vacuum science and technology, B*, 18 (2000) 612-616.
103. Abadal, G., Davis, Z.J., Helbo, B., Borrísé, X., Ruiz, R., Boisen, A., Campabadal, F., J. Esteve, E. Figueras, F. Perez-Murano, N. Barniol, " Electromechanical model of a

- resonating nano-cantilever-based sensor for high-resolution and high-sensitivity mass detection", *Nanotechnology*, (12) (2001) 100-104.
104. Chatzandroulis, S., Tserepi, A., Goustouridis, D., Normand, P., Tsoukalas, D., " Fabrication of single crystal Si cantilevers using a dry release process and application in a capacitive-type humidity sensor ", *Microelectronic Engineering*, 61 (2002) 955-96.
 105. Martins, P., " Caractérisation mécanique des matériaux pour les micro/nanosystèmes Procédés applicables aux épaisseurs submicroniques ", Thèse de Doctorat, INSAL (Janvier 2009).
 106. Hubbard, T. J., " MEMS Design: The Geometry of Silicon Micromachining", Thèse de Doctorat, Institut de Technologie de California, (Avril 2009).
 107. Petersen, K.E., C.R. Guarnieri, " Young's modulus measurements of thin films using micromechanics ", *J.Appl. Phys*, 50 (1979) 6761-6765.
 108. Zhang, L. M, Uttamchandi, D, Culshaw, B., " Measurement of the mechanical properties of silicon microresonators ", *Sensors and Actuators, A* 29 (1991) 79-84.
 109. Manceau, J.F., Robert, L., Bastien, O., Oytana, C., Biwersi, S., " Measurement of residual stresses in a plate using a vibrational technique-application to electrolytic nickel coatings ", *Journal of Microelectromechanical Systems*, 5 (1996) 243-249.
 110. Attia, P., Hesto, P., " Dependence of the resonant frequency of micromachined gold microbeams on polarisation voltage ", *Microelectronics Journal* 29 (1998) 543-546.
 111. Bergaud, C., Nicu, L., Martinez, A., Gerard, P., and Benzohra, M., " Multi-mode frequency analysis for the dynamic characterization of microstructures ", *Symposium on Design, Test and Microfabrication of MEMS and MOEMS*, Paris, 3680 (1999) 757-764.
 112. Chen, Y. J., & Luo, Q. Z., " Study for Dynamic Stability Behavior of I-Section Cantilever Beam under Axis Compressive Load ", *Applied Mechanics and Materials*, 351 (2013) 574-577.
 113. Kong, S. L., " Size Effect on Natural Frequency of Cantilever Micro-Beams Based on a Modified Couple Stress Theory ", *Advanced Materials Research*, 694 (2013) 221-224.
 114. Xu, D. S., Yin, J. H., Cao, Z. Z., Wang, Y. L., Zhu, H. H., & Pei, H. F., " A new flexible FBG sensing beam for measuring dynamic lateral displacements of soil in a shaking table test ", *Measurement*, 46 (2013) 200-209.
 115. Baghche, Z., Shah, U., Aberg, J., Stemme, G., & Oberhammer, J., " Millimeter-wave SPST waveguide switch based on reconfigurable MEMS surface ", *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*, (June 2013) 1-4..
 116. Rajasekaran, S., " Buckling and vibration of axially functionally graded nonuniform beams using differential transformation based dynamic stiffness approach ", *Meccanica*, 48 (2013) 1053-1070.

117. Rajasekaran, S., " Free vibration of centrifugally stiffened axially functionally graded tapered Timoshenko beams using differential transformation and quadrature methods ", *Applied Mathematical Modelling*, 37 (2013) 4440-4463.
118. Hajianmaleki, M., & Qatu, M. S., " Vibrations of straight and curved composite beams: A review ", *Composite Structures*, 100 (2013) 218-232.
119. Rao, S. S., " *Mechanical Vibrations* ", 3th edition, Addison-Wesley Publishing, (1995).
120. Xing, J. Z., & Wang, Y. G., " Free vibrations of a beam with elastic end restraints subject to a constant axial load ", *Archive of Applied Mechanics*, 83 (2013) 241-252.
121. Bahrami, A., & Nayfeh, A. H., " Nonlinear dynamics of tapping mode atomic force microscopy in the bistable phase ", *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 18 (2013) 799-810.
122. Facci, A. L., & Porfiri, M., " Analysis of three-dimensional effects in oscillating cantilevers immersed in viscous fluids ", *Journal of Fluids and Structures*, 38 (2013) 205-222.
123. Tsui, Y. Y., Huang, Y. C., Huang, C. L., & Lin, S. W., " A Finite-Volume-Based Approach for Dynamic Fluid-Structure Interaction ", *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, 64 (2013) 326-349.
124. MEIROVITCH, L., " *Analytical Methods in Vibrations* ", New York: Macmillan Publications (1967).
125. MEIROVITCH, L., " *Elements of Vibration Analysis*", New York: McGraw-Hill Book Company (1986).
126. MEIROVITCH, L., " *Principles and Techniques of Vibrations* ", Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall (1997).
127. Benaroya, H., " *Mechanical Vibration* ", Englewood Cliffs, Prentice Hall (1998).
128. Hoummady, M., Farnault, E., Kawakatsu, H., Masuzawa, T., " Applications of Dynamic Techniques for accurate determination of Silicon Nitride Young's Moduli " , *International Conference on Solid-State Sensors and Actuators Chicago*, (1997) 615-618.
129. Nicu, L. and Bergaud, C., " Experimental and theoretical investigations on nonlinear resonances of composite buckled microbridges ", *Journal of Applied Physics*, 86 (1999) 5835-5839.
130. Boutry, M., Bosseboeuf, A., Coffignal, G., " Characterization of residual stress in metallic films on silicon using micromechanical devices ", *Micromachining and microfabrication process technology II*. Austin, Texas, S. W. Pang, S.C. Chang Eds. *Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. EngProc. SPIE*, 2879 (1996) 126-134.

131. Chi S. P., Wensyang H., " A microstructure for in situ determination of residual strain " , *Journal of micromechanical systems*, 8 (June 1999) 2-13.
132. Sader, J. E., " Frequency response of cantilever beams immersed in viscous fluids with applications to the atomic force microscope " , *Journal of Applied Physics*, 84 (1998) 64-76.
133. Yahiaoui, R., Danaie, K., Petitgrand, S., Bosseboeuf, A., " An Automated interferometric system for bulge test and blister test measurements of micromachined membranes " , *Proc. SPIE*, 4400 (2001) 160-169.
134. Danaie, k., " Membrane micro-uside par gravure chimique: Application a la caracterisation des films minces " , *Thèse de Doctorat*, University of Paris VI, (Octobre 2002).
135. Bourouina, H, Yahiaoui, R, Sahar, A. and Benamar, M. E. A., " Analytical modeling for the determination of nonlocal resonance frequencies of perforated nanobeams subjected to temperature-induced loads " , *Physica E*, 75 (2016) 163–168.
136. Ke, L. L., Wang, Y. S., & Wang, Z. D., " Nonlinear vibration of the piezoelectric nanobeams based on the nonlocal theory " , *Composite Structures*, 94 (2012) 2038-2047.
137. Liu, C., Ke, L. L., Wang, Y. S., Yang, J., & Kitipornchai, S., " Thermo-electro-mechanical vibration of piezoelectric nanoplates based on the nonlocal theory " , *Composite Structures*, 106 (2013) 167-174.
138. Timoshenko, S. P., Young, D. H. Weaver, W., " *Vibration Problems in Engineering* " , New York Wiley, (1974).
139. X. F. Li, K. Y., Lee, " Effect of horizontal reaction force on the deflection of short simply-supported beams under transverse loading " , *International Journal of Mechanical Sciences*, 99 (2015) 121–129.
140. Boumia, L., Zidour, M., Benzair, A., & Tounsi, A., " A Timoshenko beam model for vibration analysis of chiral single-walled carbon nanotubes " , *Physica E*, 59 (2014) 186-191.
141. Aydogdu, M., & Taskin, V., " Free vibration analysis of functionally graded beams with simply supported edges " , *Materials & design*, 28 (2007) 1651-1656.
142. Wang, G. F., & Feng, X. Q., " Timoshenko beam model for buckling and vibration of nanowires with surface effects " , *Journal of physics D*, 42 (2009) 155411.
143. Samaei, A. T., Gheshlaghi, B., & Wang, G. F., " Frequency analysis of piezoelectric nanowires with surface effects " , *Current Applied Physics*, 13 (2013) 2098-2102.
144. Avsec, J., & Oblak, M., " Thermal vibrational analysis for simply supported beam and clamped beam " , *Journal of Sound and vibration*, 308 (2007) 514-525.

145. Ghayesh, M. H., Yourdkhani, M., Balar, S., & Reid, T., " Vibrations and stability of axially traveling laminated beams ", *Applied Mathematics and Computation*, 217 (2010) 545-556.
146. Sharma, P., Ganti, S., & Bhate, N., " Effect of surfaces on the size-dependent elastic state of nano-inhomogeneity ", *Applied Physics Letters*, 82 (2003) 535-537.
147. Sun, C. T., & Zhang, H., " Size-dependent elastic moduli of platelike nanomaterials ", *Journal of Applied Physics*, 93 (2003) 1212-1218.
148. Chen, C. Q., Shi, Y., Zhang, Y. S., Zhu, J., & Yan, Y. J., " Size dependence of Young's modulus in ZnO nanowires ", *Physical review letters*, 96 (2006) 075505.
149. Stan, G., Ciobanu, C. V., Parthangal, P. M., & Cook, R. F., " Diameter-dependent radial and tangential elastic moduli of ZnO nanowires ", *Nano Letters*, 7 (2007) 3691-3697.
150. Agrawal, R., Peng, B., Gdoutos, E. E., & Espinosa, H. D., " Elasticity size effects in ZnO nanowires— a combined experimental-computational approach ", *Nano Letters*, 8 (2008) 3668-3674.
151. Zhang, Y., Hong, J., Liu, B., & Fang, D., " Strain effect on ferroelectric behaviors of BaTiO₃ nanowires: a molecular dynamics study ", *Nanotechnology*, 21 (2010) 015701.
152. Eringen, A. C., " Linear theory of nonlocal elasticity and dispersion of plane waves ", *International Journal of Engineering Science*, 10 (1972) 425-435.
153. Eringen, A. C., " Vistas of nonlocal continuum physics ", *International Journal of Engineering Science*, 30 (1992) 1551-1565.
154. Peddieson, J., Buchanan, G. R., & McNitt, R. P., " Application of nonlocal continuum models to nanotechnology ", *International Journal of Engineering Science*, 41 (2003) 305-312.
155. Reddy, J. N., " Nonlocal nonlinear formulations for bending of classical and shear deformation theories of beams and plates ", *International Journal of Engineering Science*, 48 (2010) 1507-1518.
156. Aydogdu, M. " A general nonlocal beam theory: its application to nanobeam bending, buckling and vibration ", *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 41 (2009) 1651-1655.
157. Roque, C. M. C., Ferreira, A. J. M., & Reddy, J. N., " Analysis of Timoshenko nanobeams with a nonlocal formulation and meshless method ", *International Journal of Engineering Science*, 49 (2011) 976-984..
158. Thai, H. T., " A nonlocal beam theory for bending, buckling, and vibration of nanobeams ", *International Journal of Engineering Science*, 52 (2012) 56-64.

159. LI, C., LIM, C. W., Yu, J. L., & Zeng, Q. C., " Analytical solutions for vibration of simply supported nonlocal nanobeams with an axial force ", *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 11 (2011) 257-271.
160. Taghavi, N., & Nahvi, H., " Pull-in instability of cantilever and fixed–fixed nano-switches ", *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 41 (2013) 123-133.
161. Zang, J., Fang, B., Zhang, Y. W., Yang, T. Z., & Li, D. H. " Longitudinal wave propagation in a piezoelectric nanoplate considering surface effects and nonlocal elasticity theory ", *Physica E*, 63 (2014) 147-150.
162. Ebrahimi, F., & Salari, E., " Nonlocal thermo-mechanical vibration analysis of functionally graded nanobeams in thermal environment ", *Acta Astronautica*, 113 (2015) 29-50.
163. Ebrahimi, F., Ghadiri, M., Salari, E., Hoseini, S. A. H., & Shaghghi, G. R. " Application of the differential transformation method for nonlocal vibration analysis of functionally graded nanobeams ", *Journal of Mechanical Science and Technology*, 29 (2015) 1207-1215.
164. Zhang, Y. W., Chen, J., Zeng, W., Teng, Y. Y., Fang, B., & Zang, J., " Surface and thermal effects of the flexural wave propagation of piezoelectric functionally graded nanobeam using nonlocal elasticity ", *Computational Materials Science*, 97 (2015) 222-226.
165. Hosseini-Hashemi, S., Nazemnezhad, R., & Rokni, H., " Nonlocal nonlinear free vibration of nanobeams with surface effects ", *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 52 (2015) 44-53.
166. Farajpour, A., Danesh, M., & Mohammadi, M., " Buckling analysis of variable thickness nanoplates using nonlocal continuum mechanics ", *Physica E*, 44 (2011) 719-727.
167. Aranda-Ruiz, J., Loya, J., & Fernández-Sáez, J., " Bending vibrations of rotating nonuniform nanocantilevers using the Eringen nonlocal elasticity theory ", *Composite Structures*, 94 (2012) 2990-3001.
168. Firouz-Abadi, R. D., Fotouhi, M. M., & Haddadpour, H., " Stability analysis of nanocones under external pressure and axial compression using a nonlocal shell model ", *Physica E*, 44 (2012) 1832-1837.
169. Chakraverty, S., & Behera, L. " Free vibration of non-uniform nanobeams using Rayleigh–Ritz method ", *Physica E*, 67 (2015) 38-46.
170. Chan, J., Eichenfield, M., Camacho, R., & Painter, O., " Optical and mechanical design of a “zipper” photonic crystal optomechanical cavity ", *Optics Express*, 17 (2009) 3802-3817.
171. Deotare, P. B., Bulu, I., Frank, I. W., Quan, Q., Zhang, Y., Ilic, R., & Loncar, M., " All optical reconfiguration of optomechanical filters ", *Nature communications*, 3 (2012) 846.

172. Gan, X., Clevenston, H., Tsai, C. C., Li, L., & Englund, D., " Nanophotonic filters and integrated networks in flexible 2D polymer photonic crystals ", *Scientific reports*, 3 (2013) 2145.
173. Deng, C. S., Peng, H. G., Gao, Y. S., & Zhong, J. X., " Ultrahigh-Q photonic crystal nanobeam cavities with H-shaped holes ", *Physica E*, 63 (2014) 8-13.
174. Miura, R., Imamura, S., Ohta, R., Ishii, A., Liu, X., Shimada, T., Kato, Y. K., " Ultralow mode-volume photonic crystal nanobeam cavities for high-efficiency coupling to individual carbon nanotube emitters ", *Nature communications*, 5 (2014) 12-27.
175. Sharpe Jr, W. N., Vaidyanathan, R., Yuan, B., Bao, G., & Edwards, R. L., " Effect of etch holes on the mechanical properties of polysilicon ", *Journal of Vacuum Science & Technology B*, 15 (1997) 1599-1603.
176. Rabinovich, V. L., Gupta R. K., Senturia, D., " The effect of release-etch holes on the electromechanical behaviour of MEMS structures ", *Solid State Sens. Actuators, TRANSDUCERS'97*, Chicago (1997).
177. Mohite, S. S., Sonti, V. R., & Pratap, R., " A compact squeeze-film model including inertia, compressibility, and rarefaction effects for perforated 3-D MEMS structures ", *Microelectromechanical Systems, Journal of*, 17 (2008) 709-723.
178. De Pasquale, G., Veijola, T., & Somà, A., " Modelling and validation of air damping in perforated gold and silicon MEMS plates ", *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 20 (2010) 015010.
179. Shao, L., & Palaniapan, M., " Effect of etch holes on quality factor of bulk-mode micromechanical resonators ", *Electronics Letters*, 44 (2008) 938-940.
180. Luschi, L., & Pieri, F., " An analytical model for the determination of resonance frequencies of perforated beams ", *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 24 (2014) 055004.
181. Moreles, M. A., Botello, S., & Salinas, R. " A root-finding technique to compute eigenfrequencies for elastic beams ", *Journal of sound and vibration*, 284 (2005) 1119-1129.
182. Heireche, H., Tounsi, A., Benzair, A., Maachou, M., & Bedia, E. A., " Sound wave propagation in single-walled carbon nanotubes using nonlocal elasticity ", *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 40 (2008) 2791-2799.
183. Benzair, A., Tounsi, A., Besseghier, A., Heireche, H., Moulay, N., & Boumia, L., " The thermal effect on vibration of single-walled carbon nanotubes using nonlocal Timoshenko beam theory ", *Journal of Physics D*, 41 (2008) 225404.
184. Ng, E. J., Hong, V. A., Yang, Y., Ahn, C. H., C. L. Everhart, M., Kenny, T. W., " Temperature dependence of the elastic constants of doped silicon ", *J. Microelectromech. Physical. Review B*, 69 (2004) 045403.

185. Boyd, E. J., Li, L., Blue, R., & Uttamchandani, D., " Measurement of the temperature coefficient of Young's modulus of single crystal silicon and 3C silicon carbide below 273K using micro-cantilevers ", *Sensors and Actuators A*, 198 (2013) 75-80.
186. Benjeddou, A., Deü, J. F., & Letombe, S., " Free vibrations of simply-supported piezoelectric adaptive plates: an exact sandwich formulation ", *Thin-Walled Structures*, 40 (2002) 573-593.
187. Besseghier, A., Tounsi, A., Houari, M. S. A., Benzair, A., Boumia, L., & Heireche, H., " Thermal effect on wave propagation in double-walled carbon nanotubes embedded in a polymer matrix using nonlocal elasticity ", *Physica E*, 43 (2011) 1379-1386.
188. Gafour, Y., Zidour, M., Tounsi, A., Heireche, H., & Semmah, A., " Sound wave propagation in zigzag double-walled carbon nanotubes embedded in an elastic medium using nonlocal elasticity theory ", *Physica E*, 48 (2013) 118-123.
189. Liu, C., Ke, L. L., Wang, Y. S., Yang, J., & Kitipornchai, S. " Thermo-electro-mechanical vibration of piezoelectric nanoplates based on the nonlocal theory ", *Composite Structures*, 106 (2013) 167-174.
190. Doyle, J. F., " Static and dynamic analysis of structures with an emphasis on mechanics and computer matrix methods ", Springer Science & Business Media, 6 (1991) page 146.
191. Marques, R.F., Inman, D.J., *Proc. IMECE*, (Nov. 2002) 17–22.
192. Kumar, S., Pratap, R., " Partitioning design space for linear tuning of natural frequencies in planar dynamic MEMS structures ", *Sensors and Actuators A*, 125 (2006) 304-312.