

UNIVERSITE SAAD DAHLAB-BLIDA  
FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR

DEPARTEMENT DE MECANIQUE

# MEMOIRE DE MAGISTER

Option: Construction

INFLUENCE DES REVETEMENTS DES CHAUSSEES SUR LE  
COMPORTEMENT VIBROACOUSTIQUE DES VEHICULES DE  
TRANSPORT

Par

ABADI Ahmed

Devant le jury composé de :

M. OUALI	Professeur	U. de BLIDA	Président
M. ABED	Professeur	U. de BLIDA	Examineur
H. FERDJANI	Maître de conférence	U. de BLIDA	Examineur
A. AIAD	Maître de conférence	U. de BLIDA	Rapporteur

BLIDA 2010

## RESUME

Le bruit constitue une des principales gênes ressenties par la population. Face à l'urbanisation croissante et au développement des infrastructures routières et urbaines, les ingénieurs routiers ont conduit, depuis près de 20 ans, des recherches pour réduire le bruit de roulement pneu chaussée, qui constitue la principale source de bruit dès que la vitesse atteint plus de 50 km/h, car sa réduction devient un enjeu de plus en plus important.

La compréhension du bruit de roulement implique le développement des modélisations permettant d'établir des relations quantitatives entre les caractéristiques de la chaussée et du pneumatique et le bruit mesuré au passage.

Le bruit de contact entre le pneumatique et la chaussée est le siège de nombreux phénomènes. Actuellement, la part respective des différents mécanismes du bruit de roulement est mal connue du fait de la difficulté de l'isolation de chaque mécanisme des autres.

Dans la présente thèse nous nous sommes intéressé à l'étude de l'influence des revêtements des chaussées sur le comportement vibroacoustique des véhicules de transport. L'étude sera menée essentiellement par simulation numérique.

Ce travail a été effectué en deux parties : une partie structure pour la modélisation des vibrations du pneumatique par la méthode des éléments fins et une partie acoustique pour modéliser la propagation du bruit en basant sur la même méthode mais avec des conditions aux limites absorbantes (MEF à CLA).

Il a été montré comment en utilisant les résultats de la réponse vibratoire de l'ensemble (l'enveloppe pneumatique chaussée), on peut calculer les niveaux sonores dus au bruit de contact.

## REMERCIEMENTS

Louange à Dieu tout puissant de m'avoir donné la volonté et le courage pour l'accomplissement de cette tâche.

J'exprime tout particulièrement ma reconnaissance et mes plus sincères remerciements à *Monsieur A. AIAD* pour son acceptation de m'avoir encadré, pour ses conseils prodigieux à corriger cette présente thèse, l'intérêt attentif et la rigueur qu'il a porté sur mon travail, pour sa disponibilité et pour son excellent encadrement.

Je suis très reconnaissant envers Monsieur Hicham ABO-SHIGHIBA qui m'a apporté son aide et ses conseils tout au long de ce travail.

Je tiens à remercier très chaleureusement les membres du jury qui m'ont fait part de leurs remarques constructives et qui m'ont aidé à terminer ce travail.

Je remercie de tout mon cœur ma famille, qui a su me donner sans cesse son soutien et son amour au cours de ma vie pour former ma personnalité et pour rendre possible mes études et par conséquent, ce mémoire de thèse. Merci à tous mes amis pour la motivation que leur amitié m'a apportée.

Pour terminer, j'adresse mes vifs remerciements aux enseignants qui ont contribué sérieusement à ma formation, à toutes les personnes de près ou de loin qui ont contribué à l'élaboration de ce travail.

Que ceux ou celles que j'ai pu momentanément oublier aujourd'hui, veuillent bien me pardonner. Ils me reviendront nécessairement à ma mémoire et me feront regretter mon ingratitude momentanée.

## TABLE DES MATIERES

Résumé	
Remerciements	
Table des Matières	
Liste des Illustrations Graphiques et Tableaux	
Introduction	9
1. Positionnement du sujet	11
Introduction	11
1.1. Importance du bruit de contact pneumatique/chaussée et les phénomènes à l'origine du bruit de contact	11
1.2. Influence du pneumatique	15
1.2.1 Influence des paramètres géométriques du pneumatique	15
1.2.2. Localisation des sources sur le pneumatique	17
1.2.3. Influence de la vitesse, de la température, l'accélération, de la pression de gonflement et du moment de torsion	18
1.3 Influence de la chaussée	20
1.3.1. La texture	21
1.3.2. La porosité et l'absorption acoustique de la chaussée	24
1.3.3. La rigidité mécanique de la chaussée	26
1.4. La modélisation du bruit de roulement	28
1.4.1. Modélisation du pneumatique	29
1.4.2. Modélisation de la chaussée	35
1.5. Modélisation du contact d'un pneumatique sur une chaussée rugueuse	38
1.6. L'effet dièdre	40
1.6.1. Définition de l'amplification	40
1.6.1.1. Méthode standard	41
1.6.1.2. Méthode de Kropp	41
1.7. Orientation du sujet	41
2. Modélisation du Contact	42
2.1. Introduction	42
2.2. Problème de contact	43
2.2.1. Contact Unilatéral sans frottement	44
2.2.2. Relation de non interpénétration	44
2.2.3. Problème local	46
2.3. Le contact sous le code Aster	47
2.3.2. Résolution du problème de contact	48
2.4. Géométrie et matériaux	49
2.5. Déduction de la dimension de l'interface	50

3. Etude du Comportement Vibratoire du Pneumatique	52
3.1. Introduction	52
3.2. Validation d'un modèle du pneumatique	52
3.2.1. le problème aux valeurs propres sous le code-Aster	53
3.2.2. Etude du pneumatique libre	55
3.2.3. Etude du pneumatique écrasé	59
3.3. Amélioration du modèle	61
3.3.1. Caractéristiques du modèle du pneumatique	61
3.3.2. Résultats de la nouvelle modélisation	62
3-4-Influence du choix d'élément	65
3-5- Influence du nombre d'élément	67
4. Etude du Couplage Pneumatique Chaussée	68
4.1. Introduction	68
4.2. Choix de la sollicitation extérieure	68
4.3. Simulation de la réponse dynamique sur code Aster	69
4.4. Description du modèle	69
4.4.1. Géométrie	69
4.4.2. Propriétés des matériaux	70
4.4.3. Les conditions aux limites	71
4.5. Organigramme du processus de calcul	71
5. Rayonnement Acoustique	75
5.1. Introduction	75
5.2. Conditions aux limites absorbantes	76
5.2.1. Conditions aux limites absorbantes de type EM	77
5.3. Formulation générale de la modélisation numérique par éléments finis a conditions aux limites absorbantes	80
5.3.1. Hypothèse	80
5.3.2. Les conditions aux limites du problème	81
5.3.3. Formulation éléments finis	82
5.4. Résultats des spectres de niveaux de bruit pour différents revêtements	85
Conclusion	87
Références	89
Annexes	102
Annexes A. Revêtements de chaussée	92
Annexes B. Méthode des PML	99
Annexes C. Méthode de mesure de l'absorption d'un revêtement	101

## LISTE DES ILLUSTRATIONS GRAFIQUES ET TABLEAUX

Figure 1.1	Comparaison entre la part du bruit d'origine mécanique et la part du bruit de contact pneumatique/chaussée, moyenne énergétique sur une année [1].	12
Figure 1.2	caractéristiques dynamiques de la vibration du pneumatique [2].	13
Figure 1.3	diagramme de calcul numérique du bruit de contact pneumatique/chaussée.	14
Figure 1.4	Les dimensions importantes d'un pneumatique [7].	15
Figure 1.5	Influence de la largeur du pneumatique [5].	16
Figure 1.6	Influence du rayon du pneumatique [5].	17
Figure 1.7	Les zones de vibration [2].	17
Figure 1.8	Bruit total émis par deux véhicules différents en fonction de leurs vitesses [7].	18
Figure 1.9	Influence de la température sur le bruit au passage pour trois pneumatiques différents [7].	19
Figure 1.10 a	Bruit rayonné pour différents types de chaussée [12].	20
Figure 1.10 b	Exemples de textures périodiques [12].	21
Figure 1.11	Exemples de textures aléatoires [12].	21
Figure 1.12	Les différentes classes de textures d'un revêtement en fonction de leur longueur d'onde [12].	22
Figure 1.13	Rapport entre la taille du pneu et les différentes formes de texture [12].	23
Figure 1.14	Le dessin du pneumatique emprisonne et comprime de l'air avant de le relâcher. Il s'agit du phénomène "d'air-pumping" ou de compression/détente de l'air [9].	24
Figure 1.15	Un pourcentage élevé d'espaces creux non hermétiques garantit un meilleur coefficient d'absorption et, de ce fait, une diminution de l'effet dièdre [9].	25
Figure 1.16	Niveaux sonores calculés pour deux valeurs de rigidité de chaussée à 0.4 m du pneu et à 0.3 m du sol (récepteur 1) [13].	26
Figure 1.17	Niveaux sonores calculés pour deux valeurs de rigidité de chaussée à 0.7 m du pneu et à 0.3 m du sol (récepteur 2) [13].	27
Figure 1.18	Le modèle d'anneau circulaire [13].	29
Figure 1.19	Le modèle de la plaque orthotrope [13].	30
Figure 1.20	Méthode de la réceptance [17].	31
Figure 1.21 a	Membrane toroïdale, modélisation du pneumatique par des éléments finis à 12 degrés de liberté [7].	32

Figure 1.21 b	Modèle élément finis 3D [7].	33
Figure 1.22	Modèle de deux couches [13].	35
Figure 1.23	Représentation d'un massif semi-infini [13].	36
Figure 1.24	Représentation d'une charge elliptique [13].	37
Figure 1.25	Modèle de BURGER (a), Modèle de Huet (b), Modèle de Huet-Sayegh (c) [13].	38
Figure 1.26	Paramètres obtenus à partir du profil de la chaussée [25].	39
Figure 1.27	L'effet dièdre [9].	40
Figure 2.1	Maillage du modèle pneumatique/chaussée de Houari [13].	42
Figure 2.2	Contact de Hertz [25].	43
Figure 2.3	Définition de trois zones de contact unilatéral.	44
Figure 2.4	Projection du nœud esclave sur une maille SEG 2.	45
Figure 2.5	Surface maître et surface esclave.	48
Figure 2.6	Géométrie du modèle.	49
Figure 2.7	Déformation statique du système pneumatique chaussée sous la charge considérée.	51
Figure 3.1	Modèle de l'anneau circulaire.	55
Figure 3.2	Géométrie du pneumatique.	56
Figure 3.3	Fréquences des différents modèles du pneu libre en fonction des modes propres.	57
Figure 3.4	Méthode de la réceptance [17].	58
Figure 3.5	Fréquences des différents modèles du pneu écrasé en fonction des modes propres.	59
Figure 3.6	Les 5 premiers modes et fréquences propres du pneu écrasé.	60
Figure 3.7	Géométrie du pneumatique plein (nouveau modèle).	61
Figure 3.8	Fréquences des différents modèles du pneu Plein en fonction des modes propres.	62
Figure 3.9	L'évolution de l'erreur avec les fréquences de référence du pneu plein.	63
Figure 3.10	Les 5 premiers modes et fréquences propres du pneu plein.	64
Figure 3.11	Géométrie du pneumatique plein modélisé avec des éléments quadratiques TRIA 6 à gauche et avec des éléments quadratiques TRIA 3 à droite.	65
Figure 3.12	Maille associée à un triangle.	65
Figure 3.13	Fréquences des différents modèles du pneu plein en fonction des modes propres (représentées en histogramme).	66
Figure 3.14	Fréquences des différents modèles du pneu plein en fonction des modes propres (représentées en courbe).	66

Figure 4.1	géométrie du pneumatique.	70
Figure 4-2	Organigramme du processus de calcul.	72
Figure 4.3	Déplacement de la structure à 400Hz.	73
Figure 4.4	Accélérations le long du pneumatique à 400 Hz pour deux types de chaussée.	74
Figure 4.5	Accélérations le long de la chaussée à 400 Hz pour deux types de chaussée.	74
Figure 5.1	Troncature du domaine infini par une frontière fictive.	76
Figure 5.2	Définition d'un domaine rectangulaire en 2D.	78
Figure 5.3	Géométrie du problème générale d'acoustique.	81
Figure 5.4	Coordonnées du récepteur.	85
Figure 5.5	Niveaux sonores calculés pour deux types de revêtement de chaussée à 0.70 m du pneu et à 0.3 m du sol (Récepteur).	85
Figure A.1	représentation schématique du BBDr et L'Asphalte dense.	93
Figure A.2	Revêtement en Asphalte dense.	94
Figure A.3	Revêtement en BBDr.	94
Figure A.4	Revêtement en SMA.	94
Figure A.5	Revêtement en Asphalte clouté.	95
Figure A.6	Revêtement en béton bitumineux ultramince.	95
Figure A.7	Macrotecture au béton avec rainures transversales.	96
Figure A.8	Revêtement en béton.	97
Figure A.9	Revêtement de pavé en pierre naturelle.	97
Figure A.10	Revêtement de pavé artificiel.	98
Figure A.11	La couche de gravillons.	98
Figure B.1	Cadre général de l'étude des PML, en dimension 2.	100
Figure C.1	Le tube de Kundt.	101
Figure C.2	le système italien RIMA.	102
Tableau 2.1	Dimensions du modèle d'interaction pneumatique chaussée.	49
Tableau 2.2	Propriétés des matériaux du modèle.	50
Tableau 3.1	Récapitulatif des méthodes modales du code-Aster.	54
Tableau 3.2	Fréquences propres référence [13].	56
Tableau 3.3	Fréquences propres des 5 premiers modes du pneu libre.	57
Tableau 3.4	Fréquences propres des 5 premiers modes du pneu écrasé.	58
Tableau 3.5	Fréquences propres des 5 premiers modes du pneu plein libre.	62
Tableau 3.6	Fréquences propres des 5 premiers modes du pneu plein libre.	65
Tableau 3.7	Fréquences propres des 5 premiers modes du pneu plein libre.	67



## INTROUDUCTION

Le bruit de contact pneumatique/chaussée est depuis longtemps reconnu comme la source principale du bruit routier. En effet au moins à partir de *60Km/h* le bruit de roulement des pneumatiques devient plus important que les autres bruits générés par un véhicule de tourisme en roulement [7]. De plus le bruit de roulement augmente approximativement avec le carré de la vitesse du véhicule [7]. Il se propage sans atténuation notable par la viscosité de l'air. Traditionnellement les constructeurs des automobiles et des pneumatiques avaient plutôt privilégiés leurs études sur le bruit intérieur. Avec l'augmentation du nombre de véhicules et la demande croissante pour le confort et la réduction du bruit d'environnement, le bruit extérieur et notamment le bruit de roulement a attiré l'attention des pouvoirs publics des industriels et des scientifiques et restera une préoccupation principale en matière de nuisance sonore.

Le développement de couches de roulement permettant de réduire ce bruit s'est révélé indispensable. Les caractéristiques de chaussée qui interviennent dans le bruit de roulement sont principalement la texture, l'absorption acoustique et la rigidité de la chaussée. Mais l'optimisation des ces revêtements de chaussée nécessite de prendre en compte les phénomènes physiques mis en jeu dans la génération du bruit [13].

Le bruit de contact entre le pneumatique et la chaussée résulte de plusieurs phénomènes mais jusqu'à présent, ce sont principalement les mécanismes vibratoires du pneumatique et le rayonnement sonore qui l'accompagnent qui ont fait l'objet de recherche.

Le premier chapitre sera consacré à une étude bibliographique pour identifier les phénomènes qui jouent un rôle important dans la génération et la propagation du bruit de roulement. Outre l'identification et la compréhension de ces phénomènes cette étude a permis d'orienter le choix de la modélisation des vibrations. L'objectif de ce travail est de rapporter une méthode pour la modélisation du bruit de contact pneumatique/chaussée.

Le deuxième chapitre est consacré à la détermination de la longueur de la zone de contact pneumatique/chaussée (l'interface de contact). Pour cela nous utilisons un code de calcul numérique (code Aster) pour simuler le contact des deux structures sous une charge bien déterminée.

Le troisième chapitre propose un modèle de pneumatique utilisant la méthode des éléments fins (FEM). Les résultats obtenus sont comparés à des résultats de la littérature via une analyse modale.

Dans le quatrième chapitre, une étude dynamique est établie en excitant la structure (pneumatique chaussée) harmoniquement. Le profil vibratoire de l'enveloppe du pneumatique et de la chaussée est obtenu pour une fréquence d'étude et différentes valeurs de rigidité de chaussée par éléments finis.

Le cinquième chapitre propose une méthode des éléments fins à conditions aux limites absorbantes pour la modélisation du bruit rayonné. En exploitant les profils vibratoires du chapitre précédent pour le calcul acoustique nous obtenons les niveaux de bruit.

## CHAPITRE 1 POSITIONNEMENT DU SUJET

### Introduction:

Les sources d'émission de bruit sur un véhicule sont de deux types [8]:

- sources liées au groupe de moto propulsion à savoir le bruit mécanique:
  - Le bloc moteur et ses accessoires
  - La boîte de vitesse et la transmission
  - Les ventilateurs et radiateurs
  - Les bouche d'admission et d'échappement ainsi que le système d'échappement (tubulure et silencieux)
- Sources dues aux interactions:
  - Le contact pneumatique/chaussée
  - L'aérodynamique

### 1.1.Importance du bruit de contact pneumatique/chaussée et les phénomènes à l'origine du bruit de contact:

Dans [1], l'auteur compare en terme de niveau de bruit équivalent (moyenne énergétique) sur une année la part du bruit d'origine mécanique et celle du bruit de contact pneumatique/chaussée. Les résultats sont donnés pour trois pourcentages de poids lourds différents et diverses conditions de roulement : vitesse et état de la chaussée (voir figure 1.1). On constate sur ces graphes que le bruit de contact augmente avec la vitesse de roulement (en  $V^2$ ) et que ce bruit est encore plus important en présence d'eau sur la chaussée. A l'origine du bruit de contact on distingue deux grandes familles de phénomènes :

- Le rayonnement à partir des vibrations superficielles du bord du pneumatique. Ce rayonnement provient de l'impact de la texture de la chaussée sur les patins de gomme et de l'impact des patins sur la chaussée.
- Les phénomènes "aéroacoustiques" localisés au niveau de la zone de contact (air pumping, résonance de Helmholtz).

En outre on cite quelques phénomènes qui ont de l'influence sur l'amplitude :

- L'effet dièdre.
- L'absorption de la chaussée (effet de l'impédance de la chaussée).

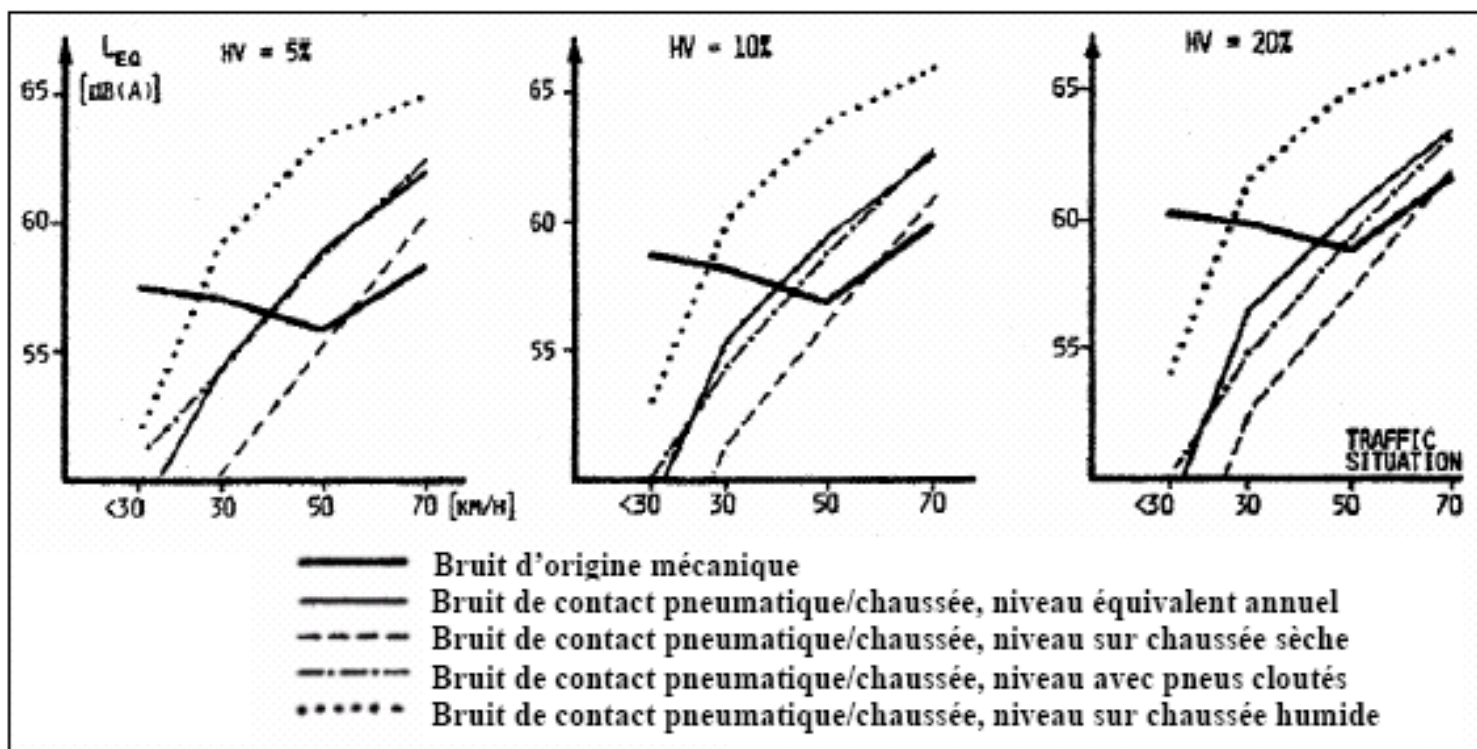


Figure 1.1: Comparaison entre la part du bruit d'origine mécanique et la part du bruit de contact pneumatique/chaussée, moyenne énergétique sur une année [1].

Avant une étude plus détaillée de ces différents phénomènes donnons simplement une estimation de leurs importances respectives. Pour les vibrations des pneumatiques l'interférométrie holographique est utilisée dans [2] pour mesurer le déplacement de la surface de la bande de roulement et du bord du pneumatique. Un pneumatique lisse est excité par une impulsion au milieu de sa bande de roulement au niveau de la zone de contact. Il a été observé qu'une telle excitation se produit au moment où un pneumatique rentre en contact avec la chaussée. Les vibrations sont grandes dans la bande 500-800 Hz pour le bord et au-dessus de 800 Hz pour la zone de contact (voir figure 1.2). Donc les fréquences de résonance de ces zones sont différentes. Les auteurs concluent que la source principale du bruit de roulement est cette excitation qui dépend essentiellement de la rugosité de la chaussée. Lorsque cette excitation est générée juste à l'entrée ou à la sortie de la zone de contact, elle est accentuée par l'effet dièdre. La figure 1.3 montre les différents paramètres et les différents phénomènes qui ont un rôle dans l'étude du bruit de contact pneumatique/chaussée. Les flèches indiquent comment ces phénomènes sont liés entre eux.

De plus ce diagramme indique une démarche numérique pour le calcul du bruit de contact. Ces phénomènes co-existent toujours même dans le cas d'un pneumatique lisse.

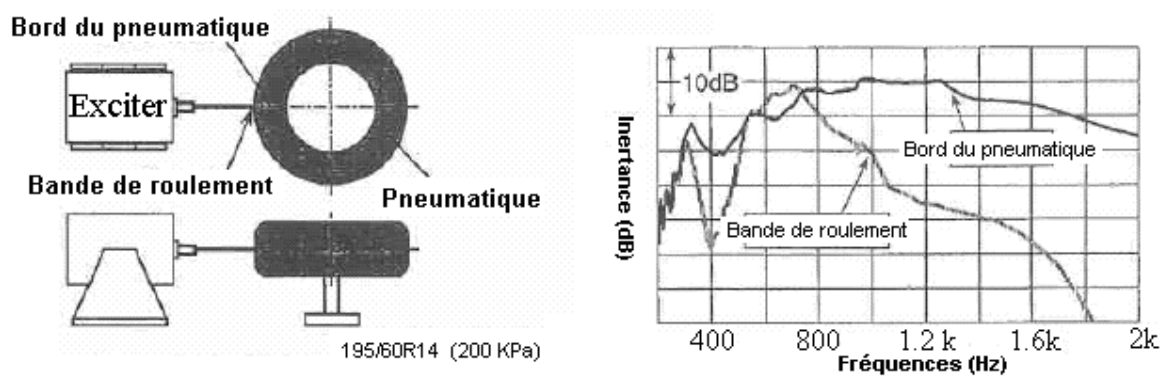


Figure 1.2: caractéristiques dynamiques de la vibration du pneumatique [2].

Les phénomènes de compression/détente de l'air sont provoqués par des aspirations ou des expulsions locales de volumes d'air attribuées à des déformations géométriques (variation du volume des rainures d'un pneumatique qui s'écartent ou se resserrent et la déformation des patins de gomme par les éléments de rugosité de la chaussée).

Dans [3], l'auteur constate que la pression partielle de l'air dans les cavités du pneumatique ne vérifie pas les équations de la théorie classique de l'acoustique. Selon l'auteur, une approche plus réaliste serait de partir des équations d'Euler pour la pression partielle de l'air en mouvement dans ces cavités. Ces équations sont accompagnées des conditions aux limites qui donnent la vitesse et l'accélération des parois de la cavité. L'auteur donne une solution analytique approchée et une solution numérique. Il conclut que la vitesse de l'air sortant de la cavité du pneumatique dépend linéairement de la longueur de la cavité. En outre il constate que cette vitesse peut être très grande.

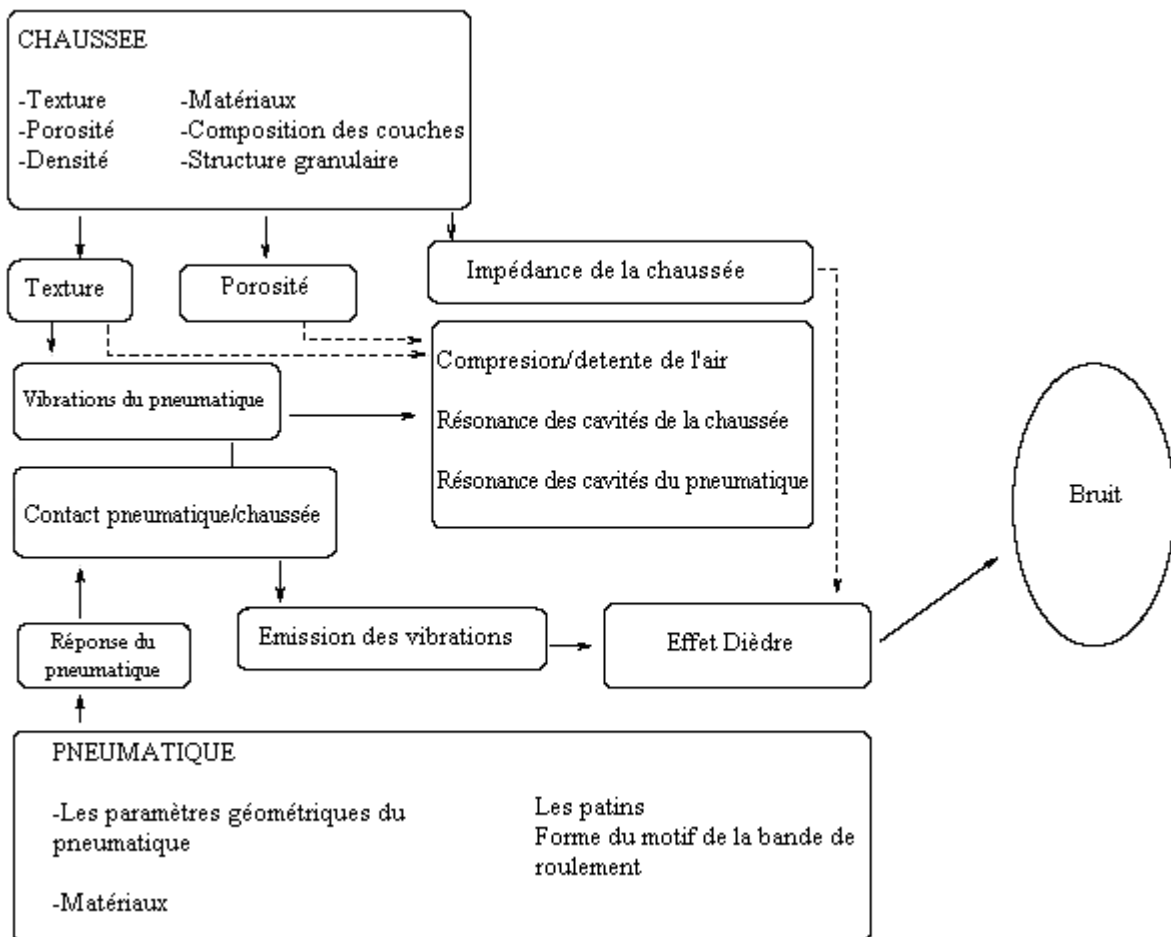


Figure 1.3: diagramme de calcul numérique du bruit de contact pneumatique/chaussée.

Dans [4], l'auteur rapporte une expérience simple : il mesure la pression à 1m d'un pneumatique lisse sur une chaussée artificiellement rugueuse (créneaux de période 6cm et d'amplitude 1mm à 70mm). L'auteur conclut que les vibrations mécaniques sont dominantes aux basses fréquences et que La compression/détente de l'air (l'air-pumping) domine vers les hautes fréquences. L'effet dièdre s'interprète de la façon suivante : les réflexions successives sur la chaussée et sur la bande de roulement du pneumatique conduisent à une émission dans un secteur angulaire de l'espace et à une augmentation du niveau sonore par rapport à un rayonnement en champ libre.

## 1.2 Influence du pneumatique:

### 1.2.1 Influence des paramètres géométriques du pneumatique:

Dans [5], une étude est faite sur l'influence des paramètres géométriques d'un pneumatique sur le bruit émis. La figure 1.4 résume les dimensions importantes d'un pneumatique.

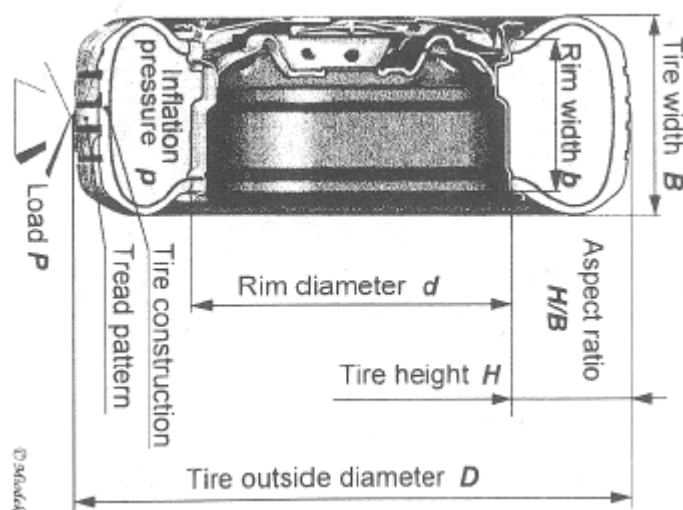


Figure 1.4: Les dimensions importantes d'un pneumatique [7].

Il n'existe pas de façon simple pour déterminer l'influence des dimensions du pneumatique sur le bruit de contact pneumatique/chaussée. La structure du pneumatique réel constitue un système géométrique compliqué qui dépend aussi des paramètres extérieurs (poids du véhicule, pression de gonflement, etc). En particulier il est impossible de déterminer l'influence de la variation de l'un de ces paramètres en gardant les autres constants.

Par exemple pour tester l'influence de la largeur du pneumatique, on peut garder le diamètre extérieur  $D$  constant, mais le diamètre de la jante  $d$  et les autres grandeurs changent nécessairement.

Par ailleurs, la variation de chaque paramètre entraîne un changement de la forme des patins de gomme ce qui influe sur le bruit émis. En outre, les pneumatiques sont différents par construction.

En résumé, une augmentation de la largeur de 10mm, augmente le bruit de contact de 0.3dB. En revanche, il n'existe pas de corrélation entre le diamètre extérieur et le bruit émis. La largeur de la jante  $b$  peut influencer sur le bruit d'au plus 1dB(A). La figure 1.5 montre d'après plusieurs références (pour les références voir [5]), la variation du bruit en fonction de la largeur du pneumatique. La figure 1.6 montre l'influence du diamètre extérieur.

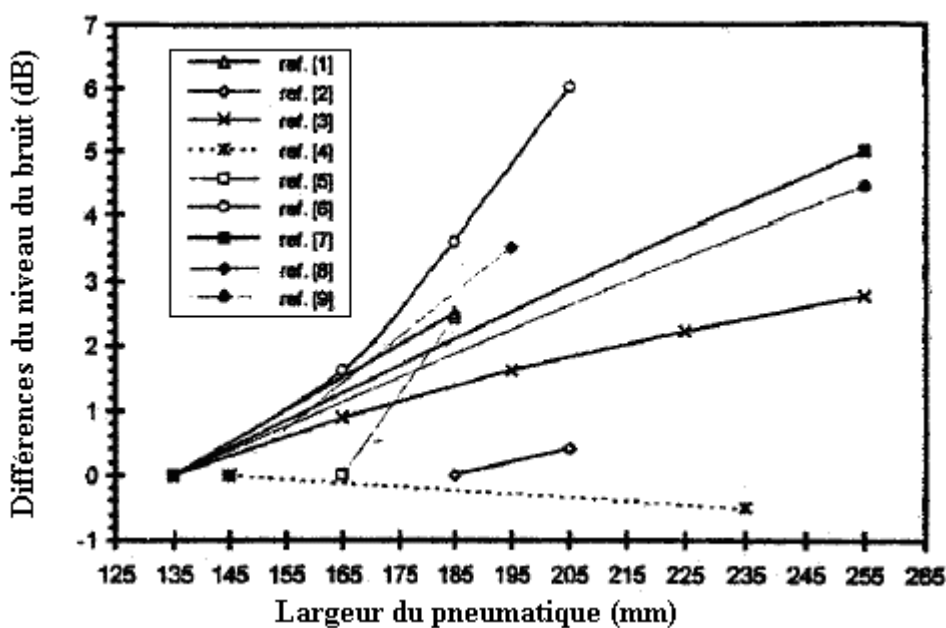


Figure 1.5: Influence de la largeur du pneumatique [5].



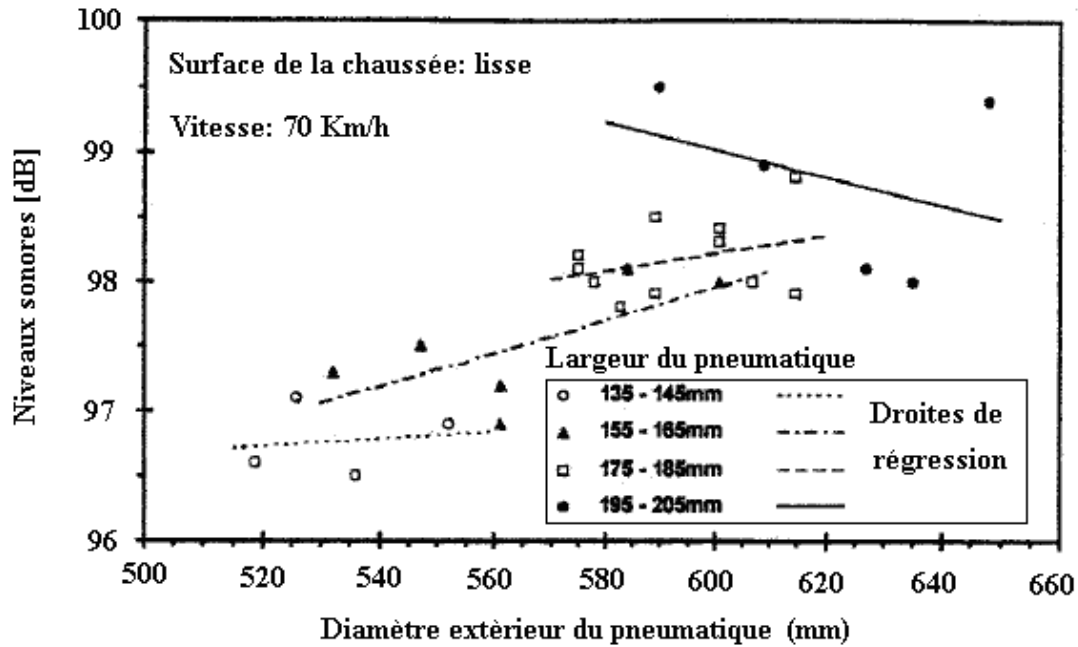


Figure 1.6: Influence du rayon du pneumatique [5].

### 1.2.2 Localisation des sources sur le pneumatique

La fréquence de résonance des patins est la fréquence de défilement des patins, fréquence à laquelle les patins voient la chaussée. Dans [2], les auteurs identifient quatre zones émissives pour un pneumatique lisse roulant 50 Km/h (voir figure 1.7).

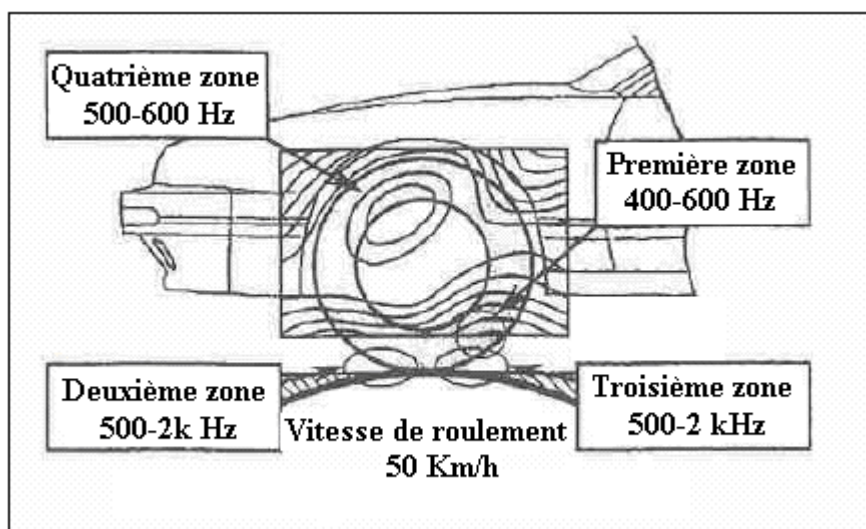


Figure 1.7: Les zones de vibration [2].

### 1.2.3 Influence de la vitesse, de la température, l'accélération, de la pression de gonflement et du moment de torsion:

- La vitesse a une grande influence sur le bruit comme la montre la figure 1.8 (voir [6]).

Le niveau global du bruit en dB(A),  $L$  en tant que fonction de la vitesse est interpolé par:

$$L = c + m \log_{10} V$$

Où  $c$  et  $m$  sont des constantes (dépendant du pneumatique [7]) et  $V$  est la vitesse du véhicule.

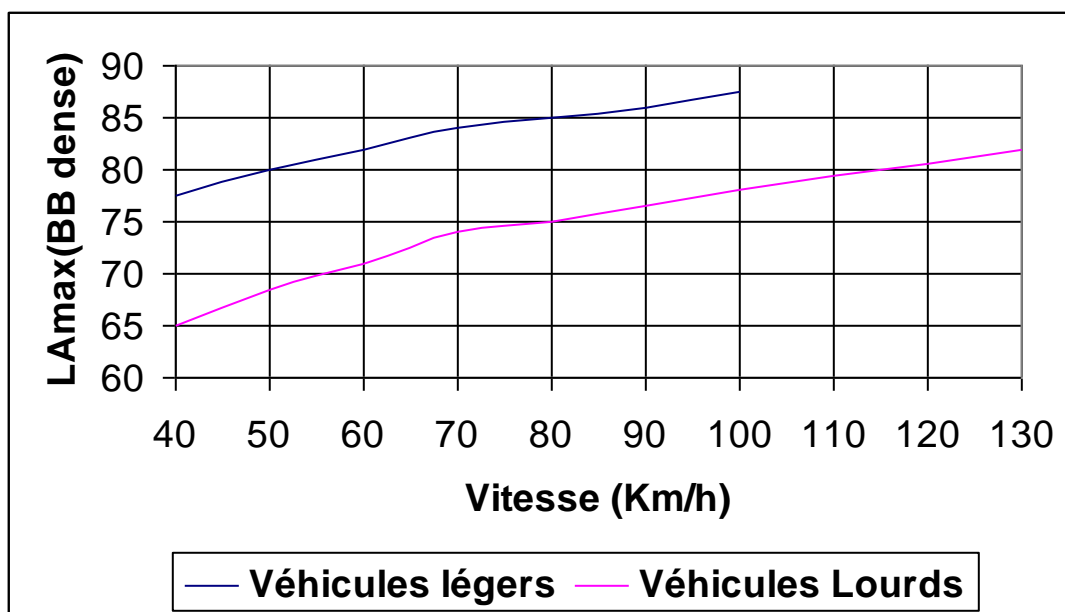


Figure 1.8: Bruit total émis par deux véhicules différents en fonction de leurs vitesses [7].

- La température ambiante influe toujours sur un bruit émis d'autant plus qu'ici, le matériau d'un pneumatique dépend fortement de la température ([6] et [7]).

Le niveau global du bruit en dB(A),  $L$  en tant que fonction de la température est interpolé par:

$$L(T) = B + A(T_a)^{-3}$$

Où  $T$  est la température en degré C.  $A$  et  $B$  Sont des constantes.

$T_a = 273.15 + T$  : est la température absolue.

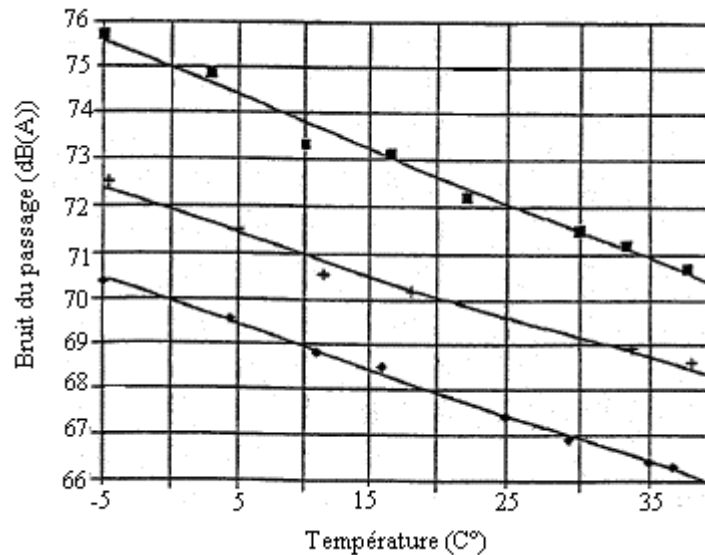


Figure 1.9: Influence de la température sur le bruit au passage pour trois pneumatiques différents [7].

- Dans [8], l'auteur conclut que l'effet de l'accélération sur le niveau du bruit émis est important à faibles vitesses (moins de 30km/h), quand le bruit moteur est prédominant. L'augmentation du niveau sonore est significative par rapport à celui obtenu lorsque le véhicule roule à vitesse constante.
- Il est difficile de déterminer l'influence du moment de torsion puisqu'il réagit au même moment que le bruit du moteur augmente et ce dernier cache le bruit du pneumatique. Le niveau du bruit augmente avec le moment de torsion et le bruit émis est plus grand dans la bande 800 Hz-1.6 KHz [2]. D'autre part, l'effet de la pression interne varie avec le moment de torsion, avec un moment de torsion non nul le niveau du bruit augmente avec l'augmentation de la pression interne [2].

### 1.3 Influence de la chaussée:

La nature des chaussées est un facteur dont l'influence domine celle des pneumatiques.

Entre les pneumatiques les plus silencieux et les pneumatiques les plus bruyants les écarts sont de l'ordre de quelques dB(A). En revanche l'utilisation de différentes chaussées ont mis en jeu des écarts qui peuvent atteindre 10 dB(A).

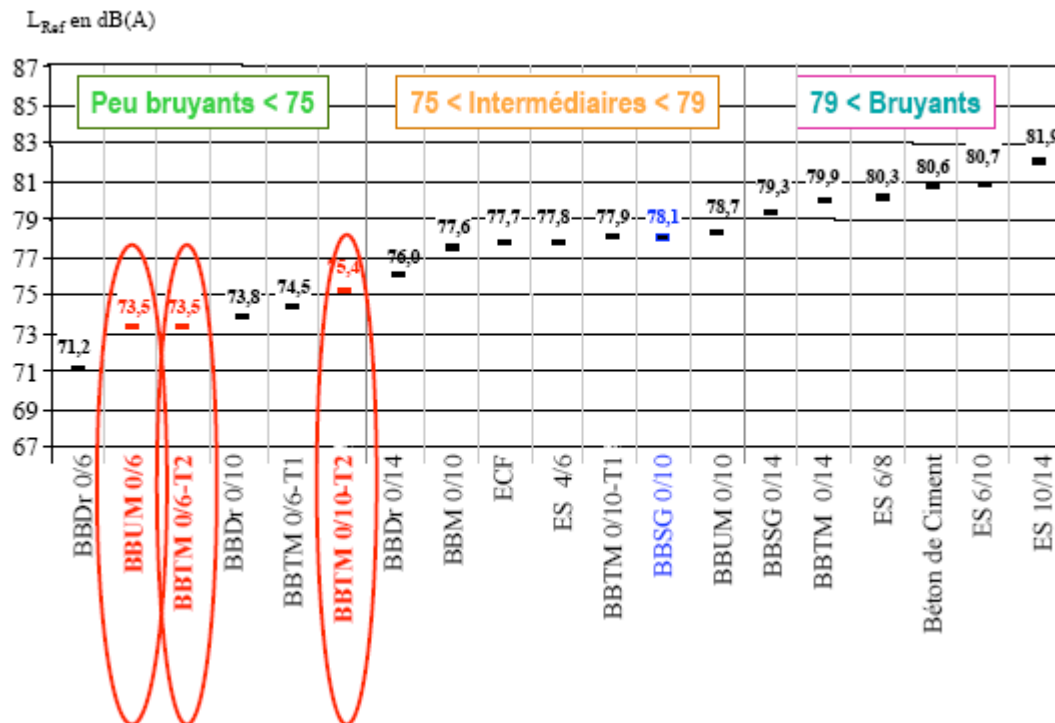


Figure 1.10 a Bruit rayonné pour différents types de chaussée [12].

Il est reconnu que, en ce qui concerne le revêtement de chaussée, les paramètres d'influence sur le bruit sont:

La texture, la porosité, l'absorption acoustique de la chaussée et la rigidité mécanique de la chaussée.

### 1.3.1 La texture:

Il existe deux grands types de textures : les textures aléatoires et les textures dites périodiques ou structurées :

a) une texture périodique. Le motif de base se répète alors de manière régulière. On parle de texture ordonnée.



Figure 1.10 b : Exemples de textures périodiques [12].

b) une texture aléatoire semble totalement désordonnée. Il est alors impossible d'isoler un motif de base.



Figure 1.11: Exemples de textures aléatoires [12].

Il existe un catalogue d'images représentant différentes textures [12]. Il s'agit de seize textures différentes : canevas, sable, herbe, bulles de plastique.... Ces images sont classiquement utilisées pour valider les différentes méthodes d'analyse de texture.

Les différentes méthodes d'analyse de texture sont :

- Méthodes statistiques :
  - Méthodes de premier ordre.
  - Les méthodes de second ordre :
    - Méthode des gradients.
    - La méthode des matrices de caractéristiques statistiques.
    - Méthode des différences des niveaux de gris.
  - Les méthodes d'ordre supérieur.

On entend par texture du revêtement, les irrégularités de surface que présente un revêtement, dont la dimension horizontale peut varier de quelques fractions de millimètre à 0,5mètre. Globalement, ces irrégularités se classent en quatre catégories selon leur dimension horizontale, également appelée "longueur d'onde" (voir figure 1.12).

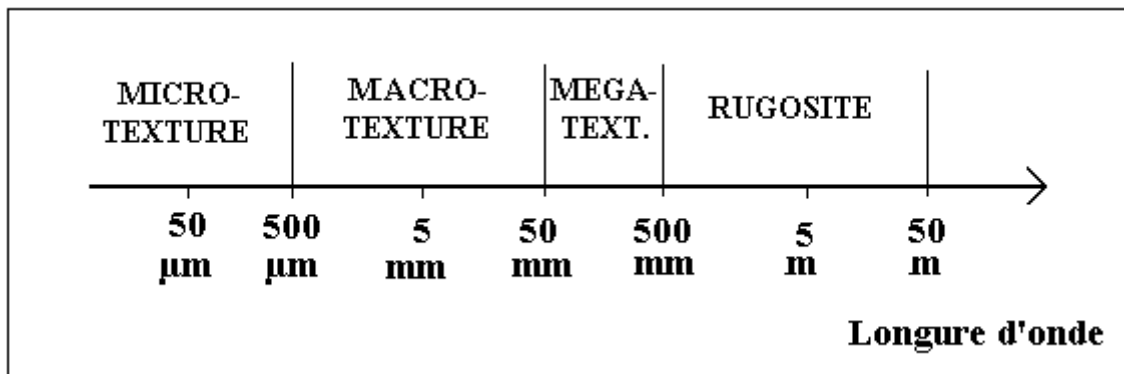


Figure 1.12: Les différentes classes de textures d'un revêtement en fonction de leur longueur d'onde [12].

Les très petites aspérités – inférieures à 0,5mm – appartiennent à la microtexture, tandis que les irrégularités comprises entre 0,5 et 50mm sont désignées sous le terme de macrotecture. La mégatexture regroupe, quant à elle, les irrégularités du revêtement dont les dimensions sont comprises entre 5cm (soit environ la dimension correspondant à la pression du pneu sur le revêtement) et 50cm.

On désigne sous le terme d'irrégularité les déformations dont la longueur d'onde se situe entre 50cm et 50m. Le rapport entre la taille du pneumatique et les différentes classes de textures sont représentées schématiquement (voir figure 1.13).

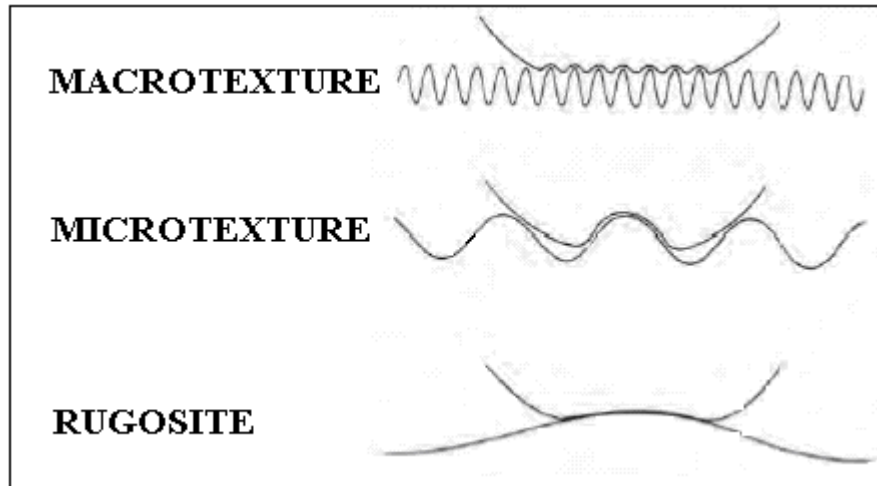


Figure 1.13: Rapport entre la taille du pneu et les différentes formes de texture [12].

Le bruit produit par le pneumatique provient en grande partie de la vibration du pneu. Ces vibrations sont principalement provoquées par la mégastructure du revêtement de la chaussée. Plus la mégastructure est importante, plus il y a de vibrations et plus le bruit qui en résulte est considérable. Lorsque le pneu roule sur ces irrégularités, sa surface de contact est soumise à ce que l'on pourrait appeler une succession de chocs, comme si quelqu'un frappait sur le pneu avec un marteau, à un rythme très rapide. Des vibrations apparaissent sur la surface de roulement du pneu mais aussi sur les faces latérales; le bruit est donc essentiellement produit au niveau du quart inférieur du pneu.

### 1.3.2 La porosité et l'absorption acoustique de la chaussée

Le phénomène "d'air-pumping" ou de compression/détente de l'air: lorsqu'un pneumatique roule sur une surface, l'air se trouve comprimé de manière répétitive dans les cavités du pneumatique et de la chaussée avant d'être instantanément expulsé (figure 1.14).

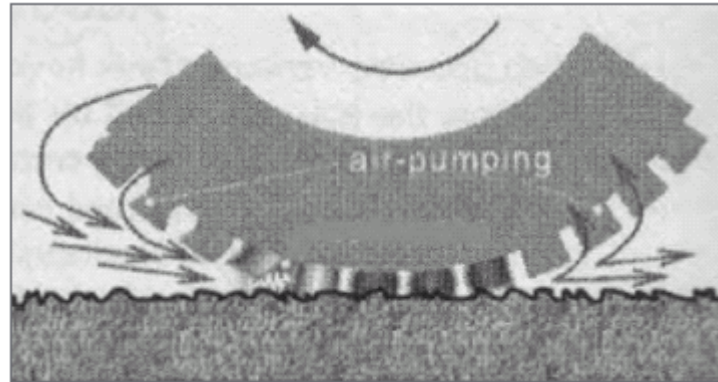


Figure 1.14: Le dessin du pneumatique emprisonne et comprime de l'air avant de le relâcher.

Il s'agit du phénomène "d'air-pumping" ou de compression/détente de l'air [9].

L'air, au moment où il s'échappe, génère un bruit dont la fréquence se situe généralement au-delà des 1000 Hz. Le bruit peut être amplifié par les réverbérations du son dans les cavités du dessin du pneumatique. L'aspiration de l'air représente une large part du bruit globalement généré par les pneumatiques. L'effet est optimal sur les types de chaussées uniformément lisses, l'air étant dans ce cas emprisonné de manière particulièrement efficace [9]. L'effet est par contre insignifiant sur les surfaces présentant une forte macrotexture ou sur les surfaces poreuses : au lieu d'être comprimé, l'air peut s'échapper verticalement via les pores du revêtement de la chaussée. Si le revêtement possède une macrostructure prononcée, l'évacuation se fera plutôt horizontalement [9].

Les pneus sont actuellement conçus pour éviter au maximum cet emprisonnement de l'air dans les cavités temporairement hermétiques entre la surface de roulement du pneumatique et la chaussée, ce qui permet ainsi de prévenir le phénomène de compression/détente [9]. Les mécanismes d'adhérence/glissement, d'adhérence/décollement et de compression/détente génèrent un bruit dont les fréquences se situent généralement entre 1000 et 1500 Hz.



Le pourcentage d'espaces creux dans le revêtement de chaussée, la porosité du revêtement, sont des facteurs présentant une linéarité par rapport au coefficient d'absorption (figure 1.15). Une forte absorption acoustique permet de réduire l'effet dièdre ainsi que le phénomène de compression détente de l'air. D'autre part, un pourcentage trop élevé de cavités dans le revêtement de chaussée influence négativement la stabilité et, par conséquent, la durabilité.

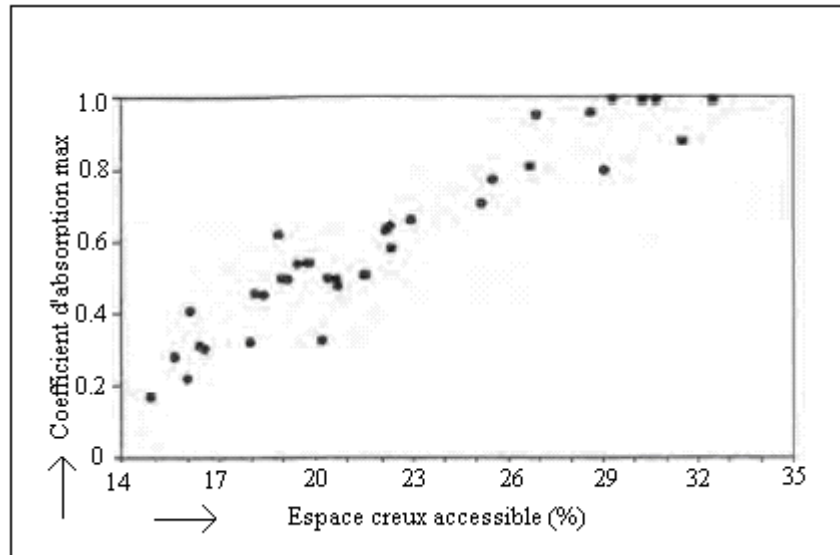


Figure 1.15: Un pourcentage élevé d'espaces creux non hermétiques garantit un meilleur coefficient d'absorption et, de ce fait, une diminution de l'effet dièdre [9].

La présence d'eau sur la chaussée est un autre paramètre qui peut influencer la production de bruit. C'est ce paramètre qui détermine le crépitement caractéristique haute fréquence que l'on entend par temps humide. La présence d'un film d'eau sur la chaussée peut engendrer une hausse significative du bruit, en raison de la formation de gouttelettes d'eau et de leur projection lorsque les véhicules roulent à vitesse élevée. Des études laissent apparaître que l'augmentation du niveau de pression acoustique se situe essentiellement au-delà des 1000 Hz [10] et que l'épaisseur du film d'eau ne joue qu'un rôle minime, sauf lorsqu'il est totalement évacué en cas de revêtement drainant. L'amplification du bruit semble être plus importante à vitesse réduite qu'à grande vitesse [11].

### 1.3.3 La rigidité mécanique de la chaussée:

Très peu de travaux ont porté sur ce paramètre dans le cadre du bruit de roulement. La rigidité du revêtement de surface devrait se classer en seconde place parmi les facteurs déterminants du bruit : plus un revêtement est rigide, plus il est bruyant. On pourrait ainsi obtenir un résultat spectaculaire si l'élasticité du revêtement de la chaussée était du même ordre de grandeur que l'élasticité de la gomme des pneumatiques. Dans [13], l'auteur a montré que la rigidité de la chaussée influe sur la réponse dynamique de la chaussée de manière significative mais n'influe pratiquement pas sur celle du pneumatique.

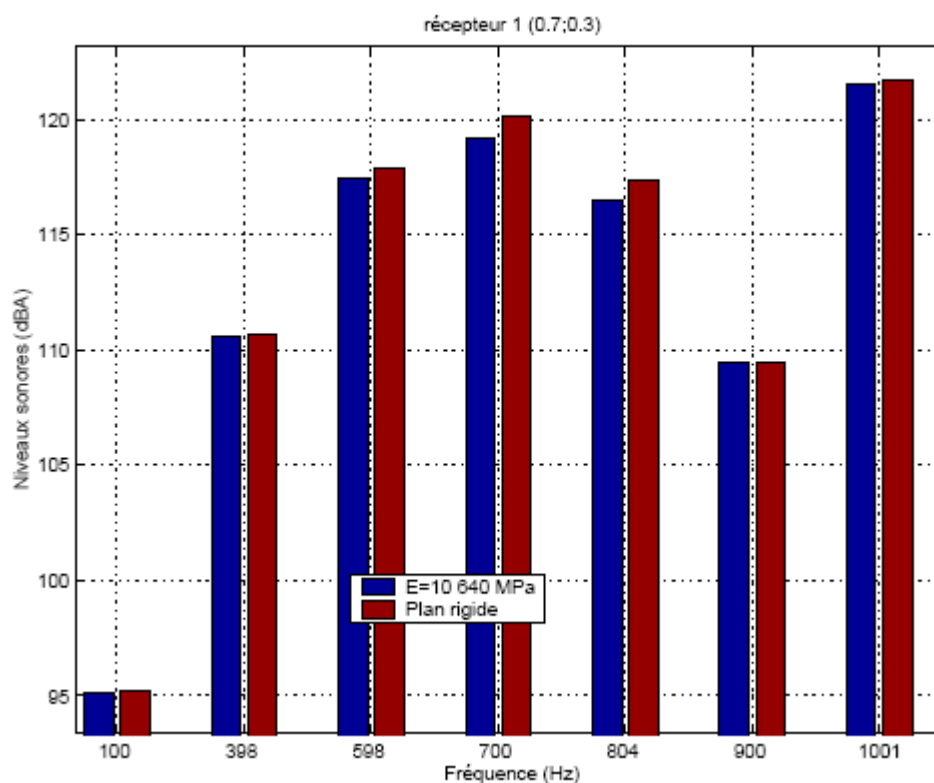


Figure 1.16: Niveaux sonores calculés pour deux valeurs de rigidité de chaussée à 0.4 m du pneu et à 0.3 m du sol (récepteur 1) [13].

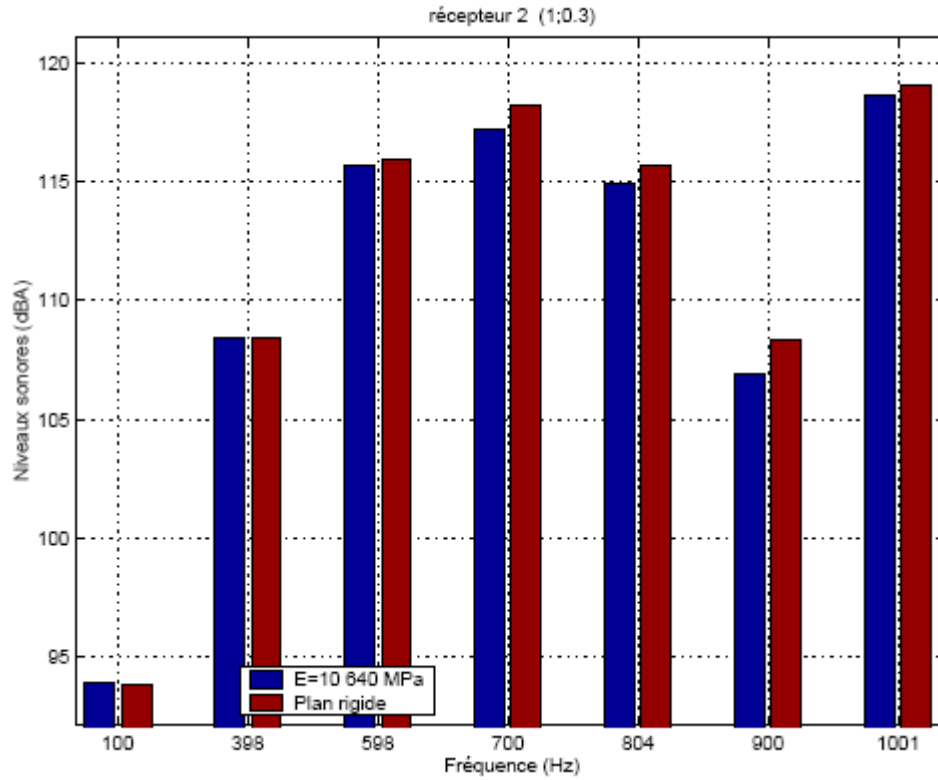


Figure 1.17: Niveaux sonores calculés pour deux valeurs de rigidité de chaussée à 0.7 m du pneu et à 0.3 m du sol (récepteur 2) [13].

#### 1.4 La modélisation du bruit de roulement:

Le bruit de contact a été le sujet de longues études. La part respective des différents mécanismes du bruit de roulement est actuellement mal connue du fait de la difficulté à considérer un mécanisme indépendamment des autres. Il n'existe pas de modèle global de prévision de ce bruit tenant compte de l'ensemble des paramètres entrant en jeu, du fait de la complexité de ce phénomène.

La compréhension du bruit de roulement implique le développement des modélisations permettant d'établir des relations quantitatives entre les caractéristiques de la chaussée et du pneumatique et le bruit mesuré au passage.

Dans [12], l'auteur cite une classification des modèles comme suit:

- Les modèles purement statistiques.
- Les modèles purement déterministes.
- Les modèles hybrides.

La modélisation statistique vise à établir les relations entre les quantités mesurées. La plus connue est celle de Sandberg et Descornet.

La modélisation déterministe utilise une représentation physique des phénomènes mis en jeu pour évaluer le bruit de roulement. Nous citons parmi ces modélisations le modèle analytique proposé par Kropp.

La modélisation hybride est une combinaison des deux approches. Pour établir la relation texture/bruit par exemple, on évalue les forces de contact mises en jeu (en utilisant un modèle physique), puis d'établir les relations entre les spectres de forces et le spectre de bruit au passage (modèle statistique). La première tentative semble être due à Clapp.

Les modélisations physiques sont appropriées à la compréhension des phénomènes et aux études de sensibilité, les modélisations hybrides sont mieux adaptées aux besoins des industriels.

Quant à la chaussée, elle intervient souvent comme une condition d'excitation du pneumatique et très peu d'auteurs s'intéressent à sa réponse vibratoire ainsi qu'à son rayonnement. Cependant, des études de dynamique de chaussée existent et leurs domaines d'application sont l'auscultation des chaussées (écoute du bruit), mais l'aspect rayonnement acoustique de la chaussée est presque absent dans la littérature [13].

### 1.4.1 Modélisation du pneumatique:

#### 1.4.1.1 Modèle d'anneau supporté élastiquement:

L'approche de base consiste à considérer la bande de roulement du pneumatique comme un anneau ou un poutre précontrainte alors que les flancs agissent comme une fondation élastique. Bien que le modèle représente une simplification du pneumatique, il permet d'étudier les vibrations radiales et les effets dynamiques de la bande de roulement. L'approche souvent adoptée pour l'étude de la dynamique du pneumatique est une analyse modale qui permet d'avoir un profil vibratoire sur les fréquences propres du pneumatique [14] [15].

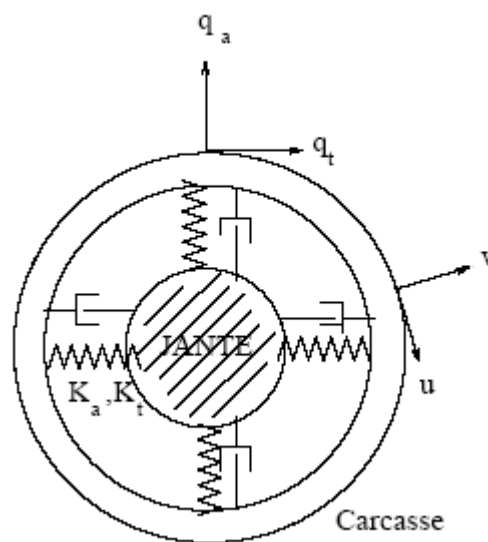


Figure1.18: Le modèle d'anneau circulaire [13].

Cette approche s'accompagne des études expérimentales qui montrent que seuls les premiers modes s'établissent dans le pneumatique. A des fréquences d'excitation plus élevées les ondes s'amortissent rapidement.

Kropp, en 1989, reprit le modèle de Böhm et étudia l'anneau à 2D pour déterminer son comportement vibratoire ainsi que son rayonnement. Il conclut que le modèle d'anneau donne une bonne description des propriétés vibratoires d'un pneumatique lisse de 0 à 400 Hz. Il montra que pour des fréquences inférieures à 250 Hz, la bande de roulement se comporte comme un ressort sous tension et qu'entre 250 et environ 400 Hz, elle se comporte comme une poutre (figure1.19).

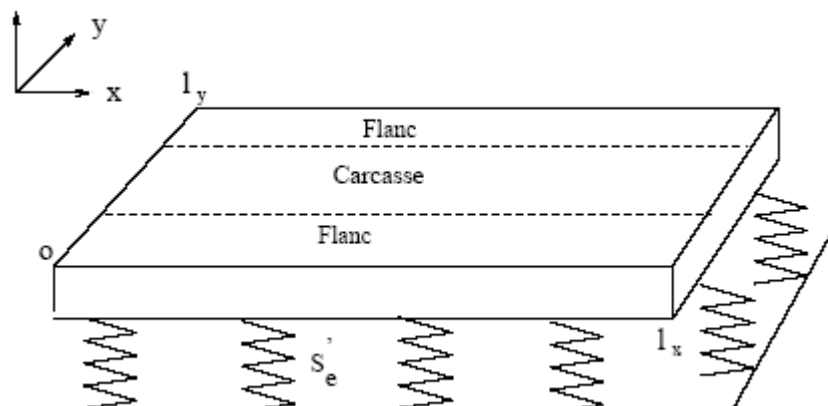


Figure 1.19: Le modèle de la plaque orthotrope [13].

En hautes fréquences (400 – 2000 Hz), la bande de roulement admet une admittance d'entrée similaire à celle d'une plaque mince. Cela signifie que le pneumatique est un guide d'onde bidimensionnel avec des ondes se propageant dans toutes les directions. Pour tenir compte de ces propagations, W. Kropp introduit le modèle de la plaque orthotrope ou la ceinture et les flancs représentés par une plaque [16].

#### 1.4.1.2 Modèle d'anneau circulaire tenant compte du contact avec la chaussée:

La majorité des études sur la réponse dynamique du pneumatique ne considéraient pas celui-ci en contact avec la chaussée. W. Sodel et G. Prasad [17] incluent la présence d'une chaussée lisse dans le calcul des fréquences propres du pneumatique par le modèle d'anneau circulaire. Dans leur approche, la rotation du pneumatique n'a pas été prise en compte. Dans le but de prendre en compte l'effet d'écrasement dans cette, ils utilisent la méthode de la réceptance (figure 1.20)

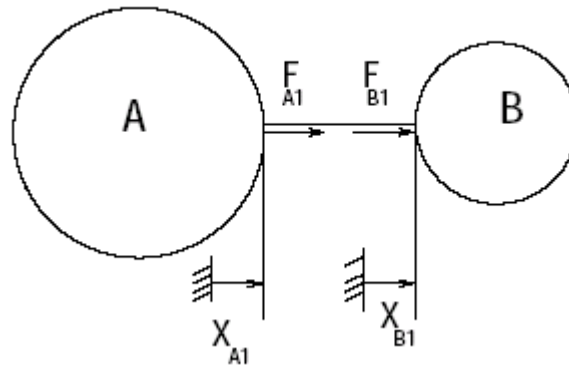


Figure 1.20: Méthode de la réceptance [17].

Les auteurs qui considèrent le contact entre le pneumatique et la chaussée, le supposent en général ponctuel. La chaussée, quant à elle, est supposée rigide. Par ailleurs, certains auteurs découpent le problème en s'intéressant à la zone de contact.

#### 1.4.1.3 Modèle de membrane ou de coque (modèle analytique):

Le modèle de membrane ou de coque est une extension 2D de l'approche ressort/anneau dans laquelle la structure du pneumatique est régie par la théorie des coques. La particularité de cette approche par le modèle de coque est l'étude macroscopique des pneumatiques notamment ceux d'un avion. Soedel fut le premier, à l'aide d'une structure de coque linéaire et par une approche modale, à analyser la déflexion du pneumatique sollicité par les forces issues de la chaussée [13]. Il montre que les premières fréquences propres assez rapprochées dans la bande de fréquence 60 – 200 Hz.

#### 1.4.1.4 Modèles éléments finis:

L'approche par éléments finis apparaît comme la plus adéquate pour la détermination éventuelle de tout le comportement mécanique du pneumatique. Elle peut apporter une meilleure connaissance des distributions des efforts et des contraintes. Ainsi plusieurs auteurs considèrent le pneumatique comme une membrane toroïdale et utilisent un modèle d'éléments finis pour obtenir les fréquences et modes propres [18].

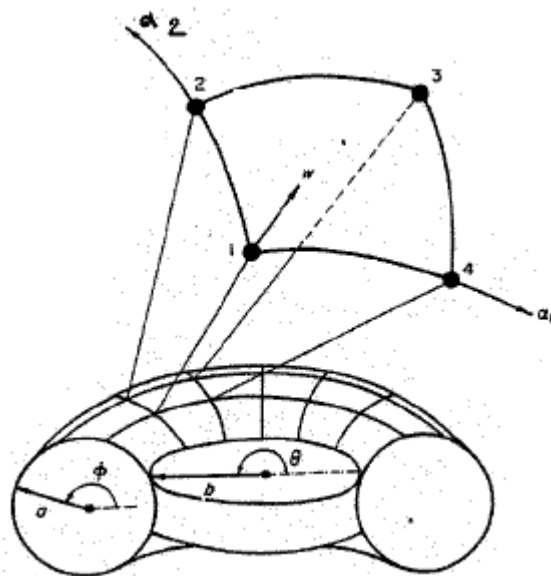


Figure 1.21.a : Membrane toroïdale, modélisation du pneumatique par des éléments finis à 12 degrés de liberté [7].

Fadavi [7] modélise les vibrations du pneumatique par la méthode des éléments finis. Il a effectué un maillage en  $3D$  (voir Figure 1.21.b). Il étudie le cas d'un roulement quasistatique du pneumatique gonflé et chargé sous le poids du véhicule. La carcasse et les flancs sont constitués de caoutchouc renforcé par des fibres de tissus et d'acier et sont modélisés par des matériaux isotropes transverses. La bande de roulement est constituée d'un matériau hyperélastique. L'influence de la pression de gonflement, du chargement et de la vitesse de roulement sur la contrainte principale dans la carcasse et sur la taille de la zone de contact ont été étudiés. Il constata que ces paramètres changent plus au niveau de la zone de contact, le changement de vitesse ne change pas sensiblement ces paramètres.



La diminution de la pression de gonflement diminue sensiblement la valeur de la contrainte principale dans la carcasse. Une augmentation du chargement appliqué influe sur le déplacement du bord du pneumatique.

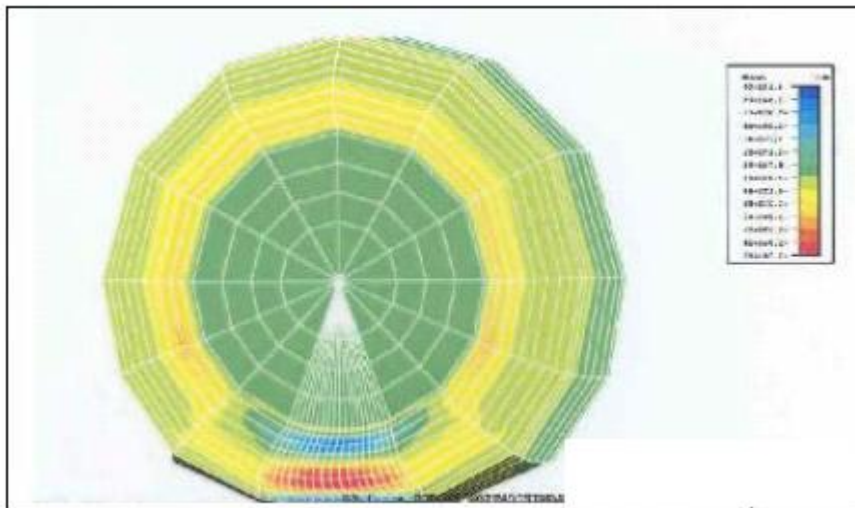


Figure 1.21.b : Modèle élément finis 3D [7].

#### 1.4.1.5 Les modèles de Kropp et l'étude des fréquences plus élevées:

Dans [19], l'auteur décrit l'ensemble du modèle théorique qui permet de calculer le niveau de la pression sonore causée par les vibrations de la carcasse d'un pneumatique lisse sur une surface quelconque. Les étapes nécessaires sont les suivantes:

1. Description du comportement vibratoire du pneumatique à l'aide d'un modèle en fonction de la zone de fréquence.
  - Modèle de l'anneau circulaire ( $f \leq 400 \text{ Hz}$ )
  - Modèle de la plaque orthotrope ( $400 \leq f \leq 2500 \text{ Hz}$ )
  - Modèle des deux couches ( $2500 \leq f \leq 5000 \text{ Hz}$ )
2. Description du contact non linéaire pneumatique/chaussée à l'aide d'un modèle de contact.

#### 1.4.1.6 Description du comportement vibratoire du pneumatique

En premier lieu il faut choisir un modèle de roulement qui décrit les propriétés des oscillations d'un pneumatique. L'auteur décrit le comportement du pneumatique dans trois zones de fréquences distinctes : les basses fréquences (jusqu'à  $400 \text{ Hz}$ ), les moyennes fréquences (de  $400$  à  $2500 \text{ Hz}$ ), et les hautes fréquences (de  $2500 \text{ Hz}$  à  $5000 \text{ Hz}$ ).

Les basses fréquences: En basses fréquences (en dessous de 400 *Hz*), les longueurs d'ondes sont grandes par rapport au rayon de courbure et à l'épaisseur de la plaque. La constitution interne du pneumatique peut être considérée comme homogène. Ce qui est important dans cette zone de fréquence est surtout la géométrie du pneumatique et le couplage entre le mouvement radial et tangentiel. Le comportement d'oscillation est principalement déterminé par la tension longitudinale. Pour cette zone de fréquence le modèle d'anneau circulaire de Böhm modifié (modèle de Kropp) qui se comporte comme un conducteur d'onde unidimensionnel semble décrire de manière satisfaisante le comportement vibratoire du pneumatique et la propagation des ondes sur la carcasse [13].

Les moyenne fréquences: De 400 à 2500 *Hz*, les longueurs d'onde sont de l'ordre de la largeur de la carcasse, cependant elles sont encore grandes par rapport à l'épaisseur de la carcasse. La constitution interne du pneumatique reste homogène. L'influence du rayon de courbure peut être négligé. En revanche en raison d'un amortissement élevé à l'intérieur de la carcasse, les ondes qui se propagent autour du pneumatique ou bien qui sont réfléchies par les parties latérales de la jante perdent lors de la propagation, tant d'énergie qu'on peut les négliger. Cela permet de modéliser la structure finie du pneumatique par un système qui semble infini [13].

Un modèle possible est le modèle de la plaque orthotrope qui décrit le mouvement radial de la carcasse.

En négligeant la courbure, on peut présenter la carcasse et les flancs comme une plaque qui en raison de la pression interne est sous tension. On néglige les mouvements tangentiels ainsi que les non homogénéités de la carcasse.

Les hautes fréquences: En raison de l'amortissement élevé les conditions aux limites ne jouent plus aucun rôle. La courbure de la carcasse peut donc être négligée. Au delà de 2500 *Hz* les longueurs d'onde ne sont plus grandes par rapport à l'épaisseur de la carcasse. C'est pourquoi la constitution interne qui est la carcasse proprement dite, devient de plus en plus importante. Un modèle possible est "le modèle des deux couches" (figure 1.22). Puisque les longueurs d'onde sont petites devant le rayon de courbure, on peut imaginer la structure interne du pneumatique comme constituée de deux couches. La première représentant la carcasse constituée d'acier. La deuxième est beaucoup plus épaisse et est en caoutchouc. Les deux couches ont des raideurs et des facteurs de perte différents [13].

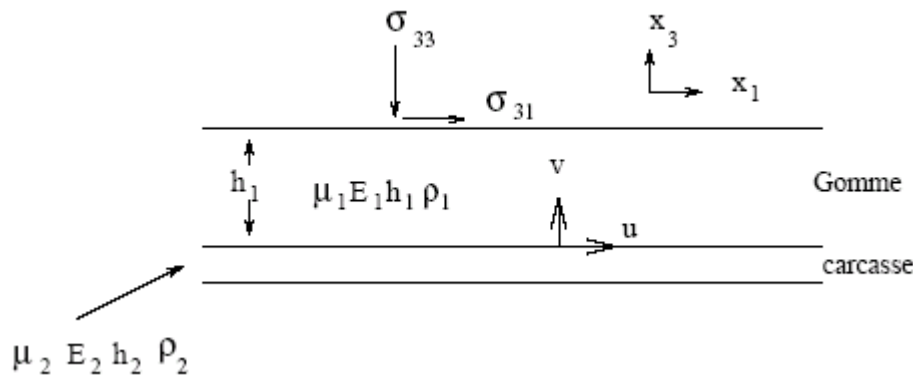


Figure 1.22: Modèle de deux couches [13].

#### 1.4.2 Modélisation de la chaussée:

Une description très complète de la chaussée et sa modélisation a été présentée par A. Houari [13].

La chaussée est une structure multicouche mise en œuvre sur un ensemble appelé plate-forme support de chaussée constituée du sol terrassé ou du sol support surmonté en général d'une couche de forme. Les différentes couches qui forment la structure de chaussée proprement dite sont les couches d'assise (fondation et base) et la couche de surface.

Il existe une grande diversité de structures de chaussée qu'on peut caractériser par:

- o les chaussées souples, dont les matériaux ne sont pas traités par un liant ;
- o les chaussées semi-rigides épaisses, dont les matériaux sont traités avec un liant hydraulique (ciment, laitier, cendre volante) ;
- o les chaussées rigides, qui sont réalisées en béton de ciment ; ce type de chaussée a un comportement très particulier et son entretien est totalement différent des deux autres types ;
- o les chaussées bitumineuses épaisses, dont les matériaux sont traités avec un liant hydrocarboné (bitume);
- o les chaussées à structure mixte, alliant une couche traitée aux liants hydrauliques et une couche traitée aux liants hydrocarbonés ;
- o les chaussées à structure inverse, alliant une couche traitée aux liants hydrauliques, une couche traitée aux liants hydrocarbonés et une couche non traitée.

La majorité des études sur le bruit de roulement abordent le problème du point de vue du pneumatique. Cette tendance se confirme actuellement puisque 2/3 environ de la littérature sur le sujet a concerné le pneumatique. La réponse dynamique de la chaussée, dans le cadre du bruit de roulement, est traitée uniquement par Bennerhult (1979), Lucquiaud (1988) et Houari (2002).

#### 1.4.2.1 Modèles structurels de chaussées en statique:

Les paramètres intrinsèques de la chaussée pris en compte dans ces modèles sont le coefficient de Poisson, la densité volumique et la rigidité; cette dernière étant caractérisée par le module de Young statique. Par ailleurs, les hypothèses de linéarité, d'élasticité et d'isotropie des matériaux constituant la chaussée sont adoptées en général.

##### 1.4.2.1.1 Modèles pour les chaussée de type souple (massif semi-infini):

Il s'agit du modèle de Boussinesq (1985). Partant du constat que la pression  $q_0$  (qui est de l'ordre de 0,2 à 0,7 MPa) exercée par le pneumatique est répartie par la chaussée aussi, et afin de déterminer les déplacements et les contraintes pour un massif semi-infini par un calcul en statique, les hypothèses suivantes sont formulées:

- La charge appliquée à la chaussée est représentée par une pression  $q_0$  uniformément répartie sur une aire circulaire de rayon  $a$ .
- Le sol support est supposé élastique homogène, linéaire et isotrope.

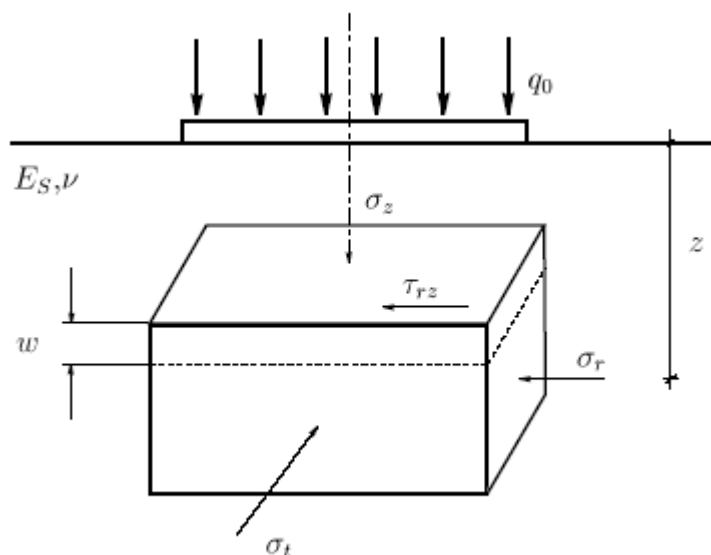


Figure 1.23: Représentation d'un massif semi-infini [13].

Les expressions de la contrainte verticale  $\sigma_z$ , la contrainte radiale  $\sigma_r$ , les déplacements  $w$  ainsi que la déflexion  $w_0$ , sont déterminées tous sur l'axe vertical.

#### 1.4.2.1.2 Modèles pour les chaussées de type souple (modèle multicouche):

Il s'agit du modèle de Odemrk et Kirk (1961) et le modèle de Palmer et Barber (1970).

La charge sur la chaussée est représentée par une pression uniforme appliquée sur une aire circulaire. La chaussée est composée de plusieurs couches. Dans le premier modèle  $n$  couches et dans le deuxième,  $(n-1)$  couches horizontales surmontant un massif semi-infini.

#### 1.4.2.1.3 Modèles pour les chaussées de type rigide (modèle bicouche de Westergaard):

Partant du principe que l'hypothèse d'un massif de Boussinesq pour support de la chaussée n'est qu'une hypothèse simplificatrice, Westergaard (1943) adopte pour le sol une autre hypothèse simplificatrice, qui a le mérite de faciliter les calculs.

Outre l'hypothèse de plaque mince pour la chaussée, le sol-support est assimilé à un assemblage de ressorts dont le déplacement vertical  $w$  en un point est proportionnel à la pression verticale  $\sigma_z$  en ce point, soit  $\sigma_z = k w$ . Les déplacements sont déterminés à l'aide des hypothèses suivantes:

- La charge  $P$  est appliquée sur une aire elliptique de demi-axes  $a$  et  $b$ .
- La chaussée est une dalle homogène, isotrope et élastique de module de Young  $E$  et de coefficient de Poisson  $\nu$ , son épaisseur  $h$  est constante.
- Le sol constamment en contact avec la dalle est caractérisé par son module de réaction  $K$ .

L'auteur donne la déflexion en un point  $M$  de coordonnées  $(x,y)$  pour une charge située à l'intérieur de la dalle, ainsi que pour d'autre cas particuliers.

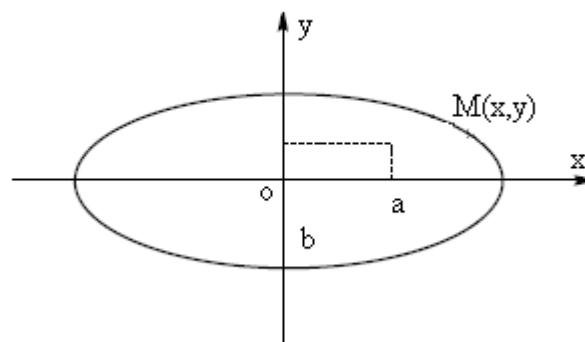


Figure 1.24: Représentation d'une charge elliptique [13].

#### 1.4.2.1.4 Analogie déflexion de surface/détente d'un ressort:

Hamer (1988) a élaboré une approche du comportement de la chaussée où cette dernière est considérée comme un ensemble de ressorts. Cette approche, par des ressorts équivalents, s'inspire du modèle de pneumatique de Kropp (1966) où la gomme de la bande de roulement est modélisée par des ressorts indépendants et introduite dans un modèle d'interaction.

#### 1.4.2.2 Modèles rhéologiques de chaussée:

Afin de rendre compte du comportement des enrobés bitumineux, de nombreux modèles rhéologiques sont utilisés:

Modèle de BURGER: Ce modèle rend globalement bien compte du comportement viscoélastique des enrobés bitumineux pour une fréquence et une température données.

Modèle de Huet (1963): C'est un modèle analogique qui associe en série un ressort et deux amortisseurs.

Modèle de Huet-Sayegh (1996): Le modèle de Huet a été adapté par Sayegh par l'ajout d'un ressort en parallèle de très faible rigidité comparée au premier permettant d'améliorer la modélisation du comportement.

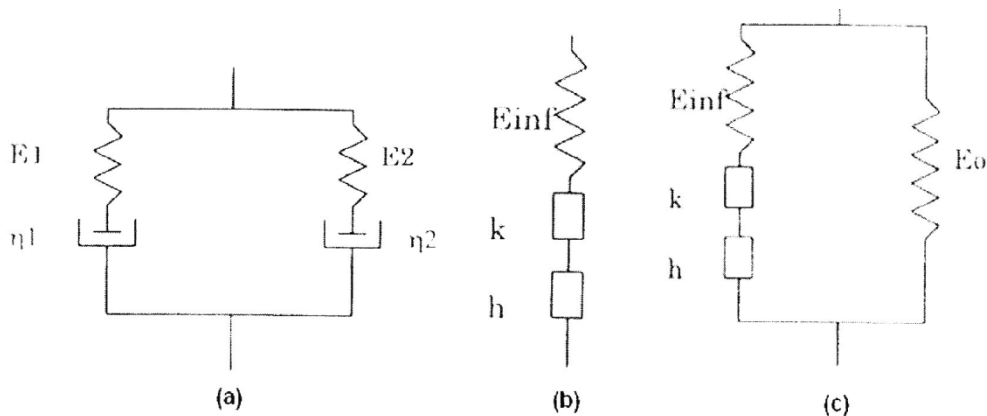


Figure 1.25: Modèle de BURGER (a), Modèle de Huet (b), Modèle de Huet-Sayegh (c) [13].

#### 1.5 Modélisation du contact d'un pneumatique sur une chaussée rugueuse:

Le contact entre le pneumatique et la chaussée n'étant pas toujours complet, le phénomène d'interaction est non linéaire. Les caractéristiques de chaussée intervenant dans le bruit de roulement sont principalement la texture, l'absorption acoustique et la raideur de contact.

Plusieurs modèles sur le comportement mécanique du contact ont été proposés. Une bonne partie est adaptée aux légers chargements et les autres modèles étudient les chargements plus grands donc avec une déformation plastique des aspérités.

Le problème de contact comme nous le considérons de nos jours a ses origines dans le dernier quart du 19<sup>ème</sup> siècle, l'évaluation des tensions de contact de deux solides élastiques a été proposé par Hertz [23] et [15].

Fujikawa [24] propose un modèle qui calcule les forces d'excitation entre un pneumatique lisse et un chaussée rugueuse. Il suppose que le contact est un contact hertzien entre la bande de roulement et les bords des aspérités. La bande de vibration est estimée par le calcul des forces d'excitation en utilisant les réponses fréquentielles de la bande de roulement. Les paramètres de la rugosité de la chaussée sont obtenus à partir du profil de la chaussée mesuré en utilisant un "laser profil meter" qui a permis d'évaluer l'intervalle  $dx$ , la hauteur  $h_A$ , et le rayon  $r_A$  de chaque aspérité.

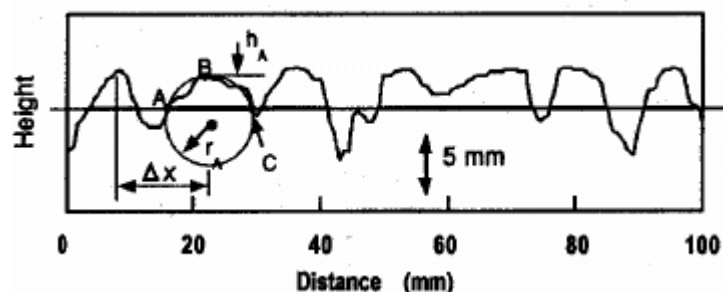


Figure 1.26: Paramètres obtenus à partir du profil de la chaussée [25].

Dans [25], A. Sameur, apporte une contribution à l'étude des forces de contact engendrées par l'influence de la rugosité de la chaussée. Il a développé un modèle semi analytique 3D validé par la suite expérimentalement pour un contact ponctuel élastique et viscoélastique avec différentes formes de pointes de contact. La validation expérimentale et numérique du modèle pour un contact multipoints élastique a été abordée. Il a terminé par une application de cette méthode pour résoudre un problème de contact sur des profils de chaussée type.

### 1.6 L'effet dièdre:

Le rayonnement d'une source acoustique dans l'espace situé entre la chaussée et le pneumatique engendre un champ de pression différent de ce qu'il serait en champ libre. Cet espace a la forme d'un dièdre. Les réflexions acoustiques entre les surfaces de la chaussée et du pneumatique font qu'au point d'observation les ondes acoustiques ainsi réfléchies s'ajoutent en amplitude et en phase. La directivité (effet de concentration du rayonnement dans une direction privilégiée) est modifiée par ce dièdre formé par le pneumatique et la chaussée à l'entrée et à la sortie de la zone de contact. L'effet dièdre (Horne Effect) peut changer l'amplification de façon importante. Ce phénomène a été développé par W. Kropp dans son modèle sur le bruit de contact pneumatique/chaussée [20].

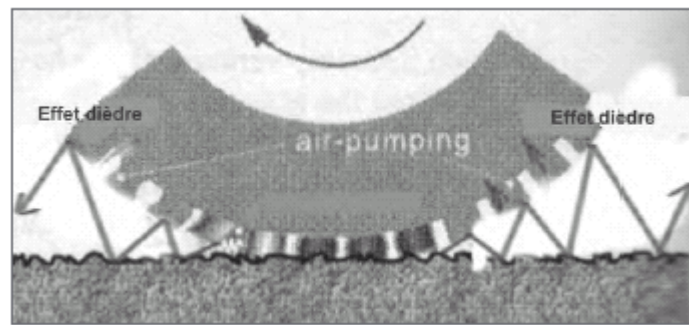


Figure 1.27: L'effet dièdre [9].

Le problème peut être étudié par la méthode des éléments de frontière (BEM) telle que l'étude de Fadavi [7], ou par les méthodes géométriques, dites aussi méthodes des rayons comme l'étude de Kuo,[21][22].

#### 1.6.1 Définition de l'amplification:

Le calcul de l'amplification demande le choix d'une pression de référence. Les deux méthodes généralement utilisées sont la méthode standard et celle de W. Kropp. Elles font intervenir des pressions de référence différentes.



#### 1.6.1.1 Méthode standard:

La méthode standard consiste à calculer le rapport entre la pression créée par la source en présence du pneumatique et de la chaussée et la pression créée par la source baffée par la chaussée en l'absence du pneumatique.

#### 1.6.1.2 Méthode de Kropp:

L'amplification s'exprime comme le rapport entre la pression créée par la vibration du pneumatique en présence de la chaussée et la pression de référence créée par la vibration du pneumatique en champ libre.

#### 1.7 Orientation du sujet:

Le problème de contact entre le pneumatique et la chaussée est un contact dynamique non linéaire qui est difficile à modéliser, pour la résolution du problème de contact nous utiliserons la méthode des éléments finis.

Dans notre étude nous adopterons un modèle qui tient compte de la participation de la chaussée comme facteur vibratoire essentiel. Ce modèle a été introduit par Houari [13] lors de son étude de l'influence de la rigidité de la chaussée sur le bruit de contact pneumatique chaussée. Pour ce qui concerne les dimensions de la chaussée et le rayon du pneumatique aucun problème ne se pose. Par contre l'interface pneumatique chaussée (zone de contact) doit être déterminée. Pour aboutir à cela nous utiliserons le code-Aster afin de simuler le contact des deux structures sous une charge qui correspond au quart du poids d'un véhicule léger.

Le code Aster est un code de calcul numérique et d'analyse thermomécanique des structures basé sur la méthode des éléments finis, ce dernier sera utilisé pour simuler la réponse dynamique de la structure (système pneumatique/chaussée) et pour obtenir les niveaux du bruit émis.

Plusieurs modèles sur le comportement mécanique du contact ont été proposés. Le modèle de contact proposé par Hertz [15] [23] dans le dernier quart du 19<sup>ème</sup> siècle était le premier dans ce domaine. D'autres auteurs récents proposent des modélisations du contact d'un pneumatique sur une chaussée [14] [37]. Dans [25], A. Sameur expose un aperçu assez détaillé sur ces modèles.

La surface de contact réelle, la distribution de la pression et la déformation due au contact, sont des paramètres très importants dans l'étude des mécanismes de contact.

## CHAPITRE 2

### MODELISATION DU CONTACT

#### 2.1 Introduction:

Pour la résolution du problème de contact nous utiliserons la méthode des éléments finis, les non linéarités de ce type associée au fait que dans un contact parfait entre deux solides du décollement ou du glissement peut apparaître, nous pouvons distinguer deux catégories: les non linéarités de contact unilatéral et de frottement.

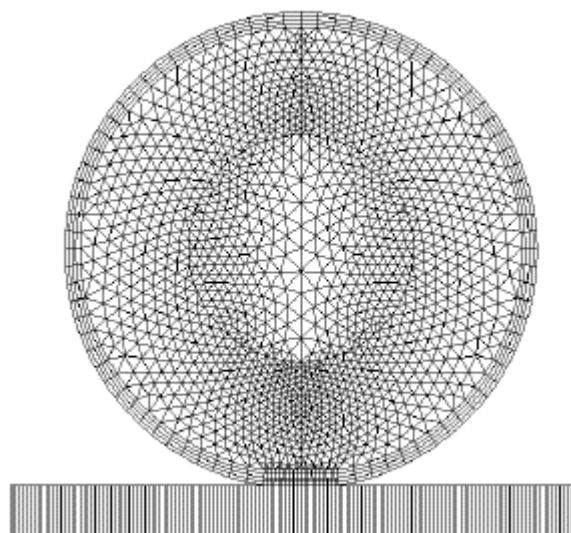


Figure 2.1: Maillage du modèle pneumatique chaussée de Houari [13].

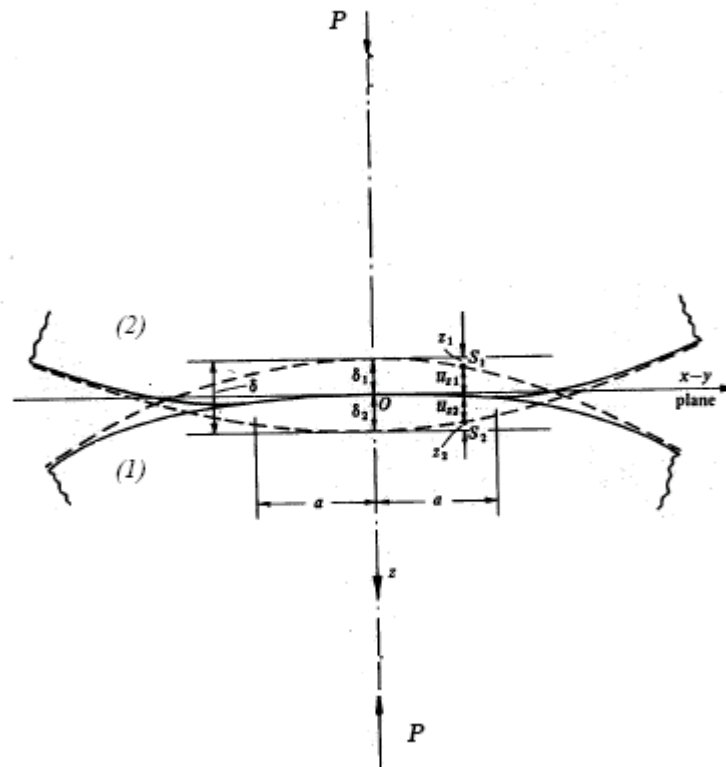


Figure 2.2: Contact de Hertz [25].

### 2.2 Problème de contact:

Deux solides sont dits en contact lorsqu'ils se "touchent" par une partie de leurs frontières. Traiter le contact unilatéral consiste à empêcher que l'un des solides ne "traverse" l'autre : c'est le principe de non interpénétration de la matière, qui se traduit par des relations d'inégalité entre les variables cinématiques (déplacements).

On considère les deux solides de la Figure 2.3, représentés en 2D. On a défini deux zones possibles d'interpénétration entre les solides. En supposant ici qu'en dehors de ces zones, il n'y a pas de risque d'interpénétration, compte tenu du chargement.

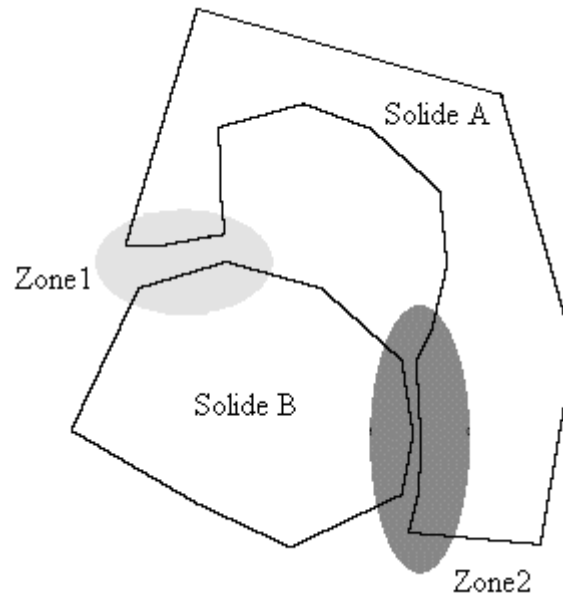


Figure 2.3: Définition de deux zones de contact unilatéral.

### 2.2.1 Contact Unilatéral sans frottement:

Le contact unilatéral est la relation qui existe sur la zone de contact entre efforts normaux (pression de contact) et le mouvement relatif des deux corps dans la direction normale.

### 2.2.2 Relation de non interpénétration:

#### 2.2.2.1 Notion de Maître/esclave:

Pour deux corps qui risquent d'entrer en contact, on est amené à distinguer les deux surfaces de contact, à la première on donne le non de maître, à la seconde le non d'esclave.

#### 2.2.2.2 Condition cinématique:

Soient  $P$  un noeud esclave et  $M$  sa projection sur la maille maître. En 2D, cette maille maître a deux noeuds (SEG2) ou trois noeuds (SEG3). En 3D. Le déplacement du point  $M$  est une combinaison linéaire des déplacements des noeuds de l'élément fini, avec pour coefficients les valeurs des fonctions de forme  $\Phi$  en  $M$ . Plaçons-nous dans le cas où la maille maître est un SEG2 pour simplifier la théorie. On a alors :

$$u_M = \Phi_A(M)u_A + \Phi_B(M)u_B \quad (2-1)$$

La relation de non pénétration linéarisée consiste à dire que déplacement relatif entre  $M$  et  $P$  selon une direction donnée ne peut pas dépasser le jeu initial dans cette direction. On a choisi de prendre comme direction la normale entrante de la maille maître (Figure 2.4).

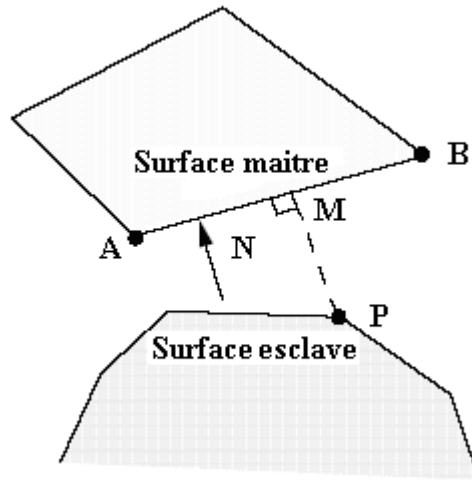


Figure 2.4: Projection du nœud esclave sur une maille SEG 2.

Si on note  $u_i$  le vecteur déplacement à l'instant  $i$  et l'incrément du vecteur déplacement entre l'instant  $i$  et l'instant  $i+1$  on a :

$$u = u_i + \delta u \quad (2-2)$$

La relation de non pénétration s'écrit comme un signe de produit scalaire (noté par un .)

$$\overrightarrow{PM} \cdot \overrightarrow{N} \geq 0 \quad (2-3)$$

Soit avec:  $u = u_i + \delta u$

$$(\overrightarrow{PM})_i \cdot \overrightarrow{N} + (\delta u_M - \delta u_P) \cdot \overrightarrow{N} \geq 0 \quad (2-4)$$

On doit donc vérifier:

$$(\delta u_P - \delta u_M) \cdot \overrightarrow{N} \leq \overrightarrow{PM} \cdot \overrightarrow{N} \quad (2-5)$$

En remarquant que  $\overrightarrow{PM}$  est le jeu  $d$  dans la configuration à l'instant  $i$ , la relation de non pénétration s'écrit aussi :

$$(\delta u_P - \delta u_M) \cdot \overrightarrow{N} \leq d \quad (2-6)$$

En utilisant la relation (2-1):

$$\delta u_M = \Phi_A(M) \delta u_A + \Phi_B(M) \delta u_B \quad (2-7)$$

On obtient les inégalités suivantes:

$$[\delta u_P - (\Phi_A(M) \delta u_A + \Phi_B(M) \delta u_B)] \cdot \overrightarrow{N} \leq d \quad (2-8)$$

L'extension de la formule pour une maille maître comportant  $n_{maître}$  noeuds notés  $B_j$ , est immédiate:

$$\left[ \delta u_p - \sum_{j=1}^{n_{maître}} \Phi_{B_j}(M) \cdot \delta u_{B_j} \right] \cdot N \leq d \quad (2-9)$$

Si l'on écrit une telle relation pour tous les couples de contact, on obtient les conditions géométriques de non pénétration sous forme matricielle:

$$A \cdot \delta u \leq d \quad (2-10)$$

La matrice A, appelée matrice de contact, contient une ligne par couple de contact, et autant de colonnes que de degrés de liberté physiques du problème.

Remarque:

Pour Les valeurs des fonctions de forme  $\Phi_{B_j}(M)$  des noeuds maîtres au point  $M$  pour des différentes mailles de contact traitées sont données dans [38].

2.2.3 Problème local:

Sur l'interface du contact, les conditions de contact unilatéral sans frottement s'écrivent en élasticité linéaire (matrice C, chargement F) et en négligeant les condition de Dirichlet en un système comprenant des équations et des inéquations :

$$\begin{cases} Cu + A^T \mu = F & (2-11) \\ Au \leq d & (2-12) \\ \mu \geq 0 & (2-13) \\ \forall j, (Au - d)_j \mu_j = 0 & (2-14) \end{cases}$$

La première ligne exprime les équations d'équilibre : le vecteur  $(A^T \cdot \mu)$  peut s'interpréter comme les forces nodales dues au contact.

La seconde ligne représente les conditions géométriques de non interpénétration : l'inégalité s'entend composante par composante (chaque ligne est relative à un couple potentiel de contact).

La troisième ligne exprime l'absence d'opposition au décollement (les surfaces de contact ne peuvent connaître que des compressions).

La dernière ligne est la condition de compatibilité.

### 2.3 Le contact sous le code Aster:

Il est possible de modéliser les problèmes de contact-impact et de contact-frottement avec Code Aster, en petits ou en grands déplacements.

Le mot-clé CONTACT de la commande AFFE\_CHAR\_MECA permet de définir des conditions de contact unilatéral qui sont traitées en géométrie initiale ou réactualisée, dans une formulation nodale ou noeud-facette.

Chaque zone de contact est définie dans l'opérateur AFFE\_CHAR\_MECA par une occurrence du mot-clé CONTACT. Une zone se compose par définition de deux surfaces dont on cherche à empêcher l'interpénétration : la première est définie sous le mot-clé GROUP\_MA\_MAIT (ou MAILLE\_MAIT), la seconde sous le mot-clé GROUP\_MA\_ESCL (ou MAILLE\_ESCL).

Si on veut traiter le contact avec frottement, il faut donner le coefficient de frottement.

On indique les méthodes de calculs à utiliser et la méthode d'appariement.

Le traitement effectif du contact se fait, lui, dans l'opérateur STAT\_NON\_LINE ou DYNA\_NON\_LINE.

Une fois le calcul est achevé, on peut faire un post-traitement des efforts de contact.

#### 2.3.1 Appariement:

L'appariement est la phase du calcul où Code Aster calcule entre quel point esclave et quel point maître (ou quelle maille maître) vont s'écrire les relations de contact. On distingue deux méthodes d'appariement:

##### 2.3.1.1 L'appariement nodal:

La formulation nodale (APPARIEMENT='NODAL') impose que le déplacement relatif entre un noeud esclave et le noeud maître qui lui est apparié, projeté sur la direction de la normale au noeud esclave, soit inférieur au jeu initial dans cette direction. L'utilisation de cette formulation est déconseillée car elle nécessite d'avoir des maillages compatibles (noeuds "en face") qui le restent au cours de la déformation (hypothèse de petits glissements), et pour lesquels les normales maître et esclave sont à peu près colinéaires. Sans ces hypothèses, l'approximation faite devient hasardeuse et il est préférable d'utiliser la formulation noeud-facette [38].

### 2.3.1.2 L'appariement maître/esclave:

(C'est la méthode d'appariement conseillée [39]).

Cette formulation, choisie par le mot-clé APPARIEMENT= 'MAIT\_ESCL', n'accorde pas un rôle équivalent aux deux surfaces : la surface décrite sous GROUP\_MA\_MAIT ou MAILLE\_MAIT (S1) est appelée la surface maître et l'autre (S2) la surface esclave. Les conditions de non interpénétration expriment que les noeuds de la surface esclave (des étoiles sur la Figure (2.5)) ne pénètrent pas dans les mailles de la surface maître : on peut voir, par contre, qu'il est possible que les noeuds maîtres (des ronds) pénètrent dans la surface esclave.

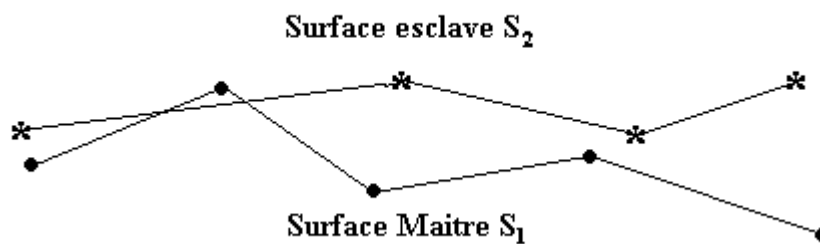


Figure 2.5: Surface maître et surface esclave.

### 2.3.2 Résolution du problème de contact:

La résolution du problème mécanique de contact proprement dit, par des méthodes analogues à celle dite des « statuts » dans la littérature ou par une méthode de régularisation. Trois algorithmes sont implantés dans Code Aster :

- o Un algorithme basé sur la méthode des contraintes actives. C'est celui qui est utilisé par défaut et qui correspond à METHODE='CONTRAINTE' du mot clé CONTACT.
- o Un autre algorithme est disponible sous METHODE='LAGRANGIEN'. Il est similaire à la méthode des contraintes actives au détail près que les liaisons n'y sont pas activées une par une, mais par paquet.
- o Un algorithme de résolution par régularisation des conditions de contact, que l'on active avec METHODE='PENALISATION' en choisissant un coefficient de pénalisation judicieux (ce qui implique a fortiori, une étude paramétrique sur la valeur de ce coefficient).



Remarque:

- \* En 2D, Nous utiliserons la méthode "LAGRANGE" ou "CONTRAINTE", Pour plus de détail voir [25] et [39].

2.4 Géométrie et matériaux :

La géométrie du modèle et les conditions aux limites sont présentées sur le tableau 2.1 et la figure 2.6.

Tableau 2.1 Dimensions du modèle d'interaction pneumatique chaussée.

Rayon du pneumatique $R$	$0.31m$
Longueur de la chaussée $L$	$20m$
Profondeur de la chaussée $H$	$9m$

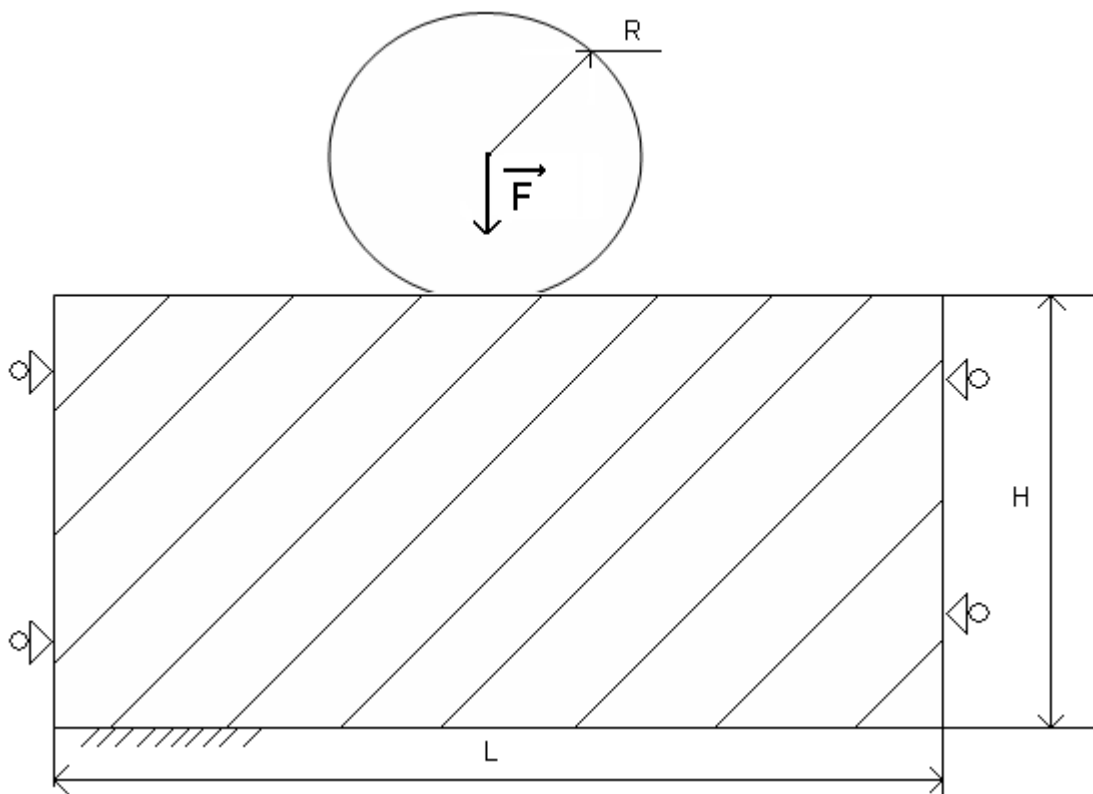


Figure 2.6 Géométrie du modèle.

Tableau 2.2 Propriétés des matériaux du modèle.

Matériau	E (MPa)	$\nu$	$\rho$ (Kg / m <sup>3</sup> )
La jante	200000	0.28	7800
Le pneumatique (flancs)	7.14	0.45	1100
La chaussée (BBSg)	10640	0.3	2800

Le matériau constituant le pneumatique est supposé élastique linéaire isotrope de module de Young  $E$ , de coefficient de Poisson  $\nu$ , de masse volumique  $\rho$ .

Houari a déterminé ceux de la chaussée par comparaison entre un modèle dynamique et des mesures de réponse impulsionnelles [13].

Le poids d'un quart d'un véhicule léger est d'environ 2500N.

#### 2.5 Déduction de la dimension de l'interface :

Le résultat du calcul numérique de la déformation statique du système pneumatique chaussée sous la charge considérée, en considérons le contact, est illustrée sur la figure 2.7.

Une analyse simple des efforts, permet de déduire la dimension de l'interface.

Nous constatons que la longueur de l'interface est de 0.1 m, ce qui est dans la littérature ([13], [7], [24], [38]).

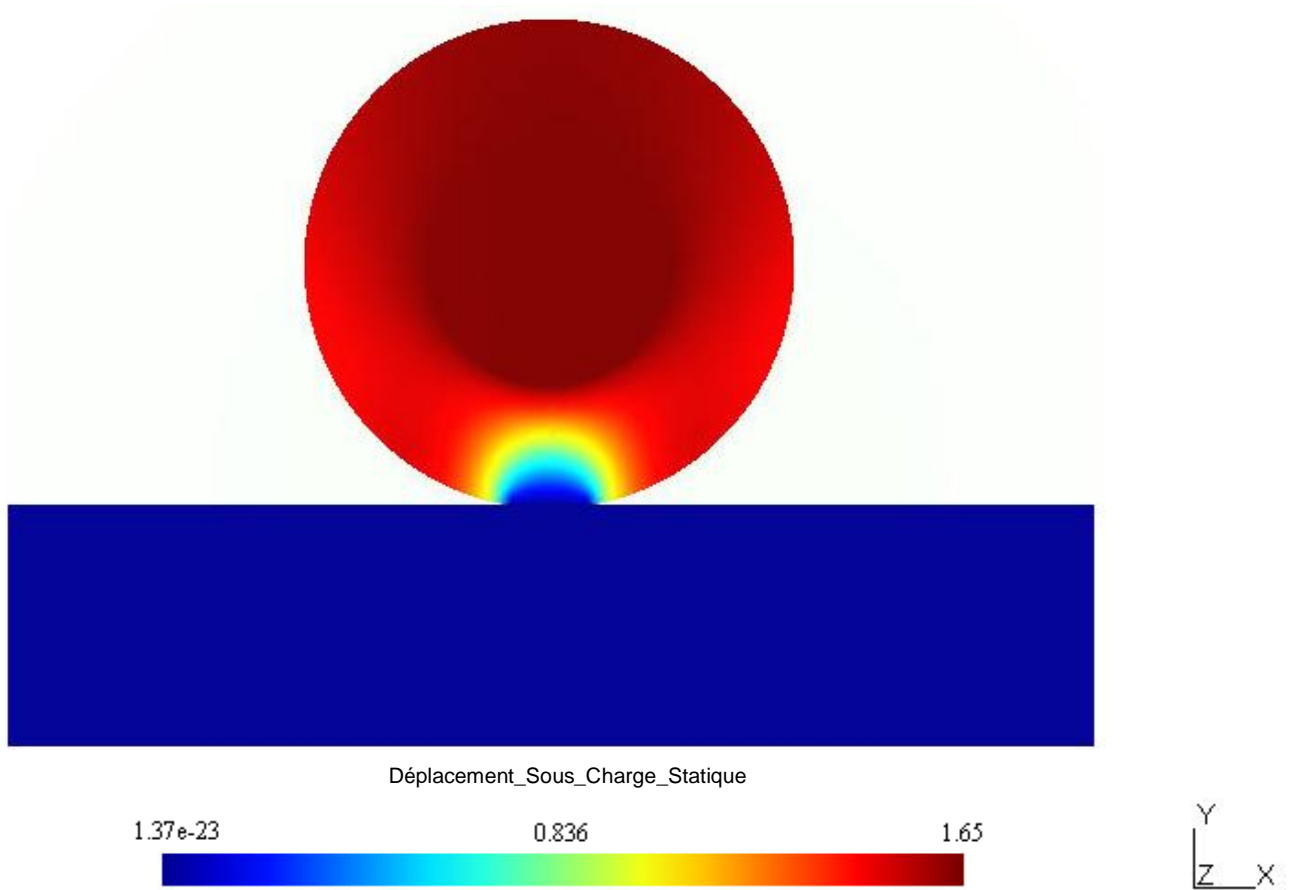


Figure 2.7 Déformation statique du système pneumatique chaussée sous la charge considérée.

La déformation statique du modèle pneumatique chaussée en appliquant une force correspondante au  $\frac{1}{4}$  du poids du véhicule, permet de définir la zone de contact, on remarque que le déplacement de l'enveloppe de la chaussée est négligeable devant l'enveloppe du pneumatique, ce qui nous en mène dans le chapitre suivant à étudier le comportement vibratoire du pneumatique et son influence dans la génération du bruit.

## CHAPITRE 3

### ETUDE DU COMPORTEMENT VIBRATOIRE DU PNEUMATIQUE

#### 3.1 Introduction:

L'objectif de cette étude est d'établir un modèle simplifié de pneumatique qui rend compte des paramètres influant sur le bruit de roulement. Nous découplerons l'étude du comportement dynamique d'une part, traitée dans ce chapitre, et l'étude du rayonnement acoustique d'autre part qui sera traitée dans le chapitre 5.

Pour valider un modèle de pneumatique, l'approche la plus utilisée dans la littérature est l'approche modale (analyse modale par éléments finis) à l'aide du code Aster en 2D déformation plane.

En l'absence de conditions de contact, c'est-à-dire que la chaussée n'est pas prise en compte au regard du pneumatique, ce dernier sera dit "libre". Lorsqu'une condition de contact est considérée, le pneumatique est dit "écrasé".

#### 3.2 Validation d'un modèle du pneumatique:

La littérature utilise l'approche modale pour modéliser un modèle de pneumatique, voir [14], [15], [23] et [34].

Pour la recherche des modes propres du pneumatique nous utilisons le code-Aster.

La validation du modèle de pneumatique sera effectuée sur la base des fréquences et modes propres de la littérature, à savoir celles de Houari [13] (modèle numérique), et Potts. G. R. (résultats expérimentaux figurant dans [13], qui sont souvent utilisés comme références dans des modèles élaborés par d'autres auteurs).

Si on ne considère que l'amortissement de la chaussée, le problème vibratoire lié au pneumatique est régi par l'équation:

$$[M]\{\ddot{U}(t)\} + [K]\{U(t)\} = \{f(t)\} \quad (3-1)$$

Le comportement propre est analysé en régime libre. D'où, en éliminant le second membre de l'équation (3-1) relatif aux sollicitations extérieures, on obtient:

$$[M]\{\ddot{U}(t)\} + [K]\{U(t)\} = 0 \quad (3-2)$$

$[M]$ : Matrice de masse du pneumatique.

$[K]$ : Matrice de rigidité du pneumatique.

En prenant la transformée de Fourier de l'équation (3-2) on obtient:

$$-\omega^2 [M] + [K]\{U(\omega)\} = 0 \quad (3-3)$$

Sous forme plus simple:

$$([K] - \omega^2 [M])\{U\} = 0 \quad (3-4)$$

$$[K]\{U\} = \omega^2 [M]\{U\} \quad (3-5)$$

Posons  $\omega^2 = \lambda$  et en multipliant les deux membres de l'équation (3-5) par  $[M]^{-1}$ :

$$[M]^{-1}[K]\{U\} = \lambda\{U\}$$

Posons aussi

$$[M]^{-1}[K] = [A], \text{ ce qui donne:}$$

$$[A]\{U\} = \lambda\{U\} \quad (3-6)$$

La formule (3-6) représente un problème aux valeurs propres sous sa forme standard. Ce problème consiste à trouver les vecteurs propres  $\{U\}$  et les valeurs propres  $\lambda$  qui correspondent aux fréquences  $\omega$  dite propres ou de résonance. Pour des problèmes de grande taille le passage par les méthodes numériques est inévitable.

Il existe plusieurs méthodes numériques de résolution des problèmes aux valeurs propres. Nous pouvons citer: Les méthodes de puissances (itérations directes et itérations inverses) pour plus de détail voir annexe, et les méthodes basées sur les transformations matricielles (méthode de Jacobi, méthode de Householder) [35].

### 3.2.1 le problème aux valeurs propres sous le code-Aster:

Ce type de problème est traité dans le code-Aster par deux opérateurs:

MODE\_ITER\_INV et MODE\_ITER\_SIMULT.

Pour résoudre le problème aux valeurs propres, le code-Aster propose différentes approches comme il est illustré dans le tableau 3.1.

Tableau 3.1 Récapitulatif des méthodes modales du code-Aster:

Opérateur	Mot-clé	Avantages	Inconvénients
MODE_ITER_INV			
Calcul de quelques modes	'AJUSTE'	Meilleure précision	Coût calcul.
Amélioration de quelques estimations	'PROCHE'	Reprise de valeurs propres estimées par un autre processus. Coût calcul de cette phase quasi-nul	Pas de capture de multiplicité.
Méthode de base	'DIRECT'	Très bonne construction de vecteurs propres	Peu robuste
Option d'accélération	'RAYLEIGH'	Améliore la convergence	-Coût calcul. -Non porté en quadratique.
MODE_ITER_SIMULT			
Calcul d'une partie du spectre.	'JACOBI'		-Peu robuste -Non porté en quadratique
	'TRI_DIAG'		Peu robuste
	'SORENSEN'	-Robustesse accrue. -Meilleures complexités calcul et mémoire -Contrôle de la qualité des modes.	Non porté en quadratique

Lorsqu'il s'agit de déterminer quelques valeurs propres simples bien discriminées ou d'affiner quelques estimations, l'opérateur MODE\_ITER\_INV, est souvent bien indiqué. Par contre, pour capturer une partie significatif du spectre, on a recourt à MODE\_ITER\_SIMULT [36]. C'est la première classe de méthode qui va nous intéresser dans notre cas.

Les trois méthodes disponibles sous cet opérateur sont:

'PROCHE'

On recherche le mode dont la valeur propre est la plus proche d'une valeur donnée. Il y a autant de recherches de modes que de termes dans cette liste (ou ces listes). Si on souhaite calculer un mode multiple, il ne faut pas utiliser cette option car on ne trouvera qu'un seul mode.

'SEPARE'

On sépare les valeurs propres par une méthode de bisection basée sur le critère de Sturm.

'AJUSTE' [DEFAULT]

Après avoir séparé les fréquences propres, comme pour l'option 'SEPARE' on effectue des itérations supplémentaires soit par la méthode de la sécante problème généralisé pour obtenir une meilleure précision sur la valeur propre.

### 3.2.2 Etude du pneumatique libre :

Dans la plus part des études numériques, c'est le modèle de l'anneau reposant sur une fondation élastique qui était utilisé. Or, rares sont les études analytiques qui ont pris l'aspect élastique de la fondation en considération. Le modèle de l'anneau consiste à considérer la bande de roulement du pneumatique comme un anneau ou une poutre précontrainte alors que les flancs agissent comme un ressort (figure 4.1).

Les ressorts radiaux et tangentiels de notre modèle numérique seront assimilés à des matériaux aux propriétés équivalentes (module de Young, coefficient de Poisson, masse volumique).

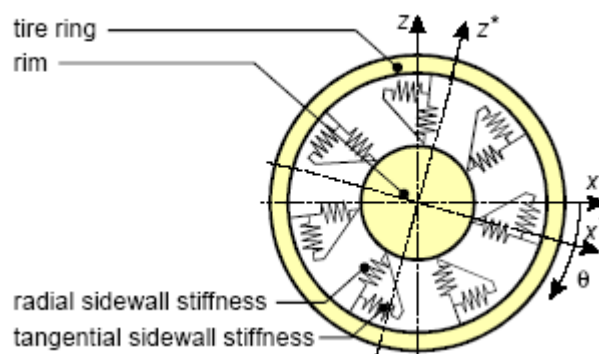


Figure 3.1 Modèle de l'anneau circulaire.

La géométrie du pneumatique que nous nous sommes fixés tient compte au maximum des conditions d'étude prises dans les modèles afin de retrouver des résultats analogues. Aussi, des équivalences ressort-matériau de la littérature ont été nécessaires pour traduire dans le modèle numérique les hypothèses des modèles analytiques.

Les fréquences de résonance du pneumatique libre ainsi que les déformations associées qui font référence sont celles de Houari [13].

Tableau 3.2 Fréquences propres référence [13]

Le mode	Ref 1	Ref 2
1	63 Hz	65.2 Hz
2	89 Hz	90.5 Hz
3	109 Hz	113.6 Hz
4	130 Hz	129.8 Hz
5	155 Hz	143 Hz

Ref 1 : résultats expérimentaux de Potts [13].

Ref 2 : résultats Numériques de Houari [13].

Le matériau constituant le pneumatique est supposé élastique linéaire isotrope de module de Young  $E=7.14 \text{ MPa}$ , de coefficient de Poisson  $\nu=0.45$ , de masse volumique  $\rho=1100 \text{ Kg/m}^3$ . La géométrie du pneumatique est définie par un anneau de rayon  $R=0.31\text{m}$ , constitué d'éléments triangulaires à 6 nœuds (éléments quadratiques)(figure 3.2).

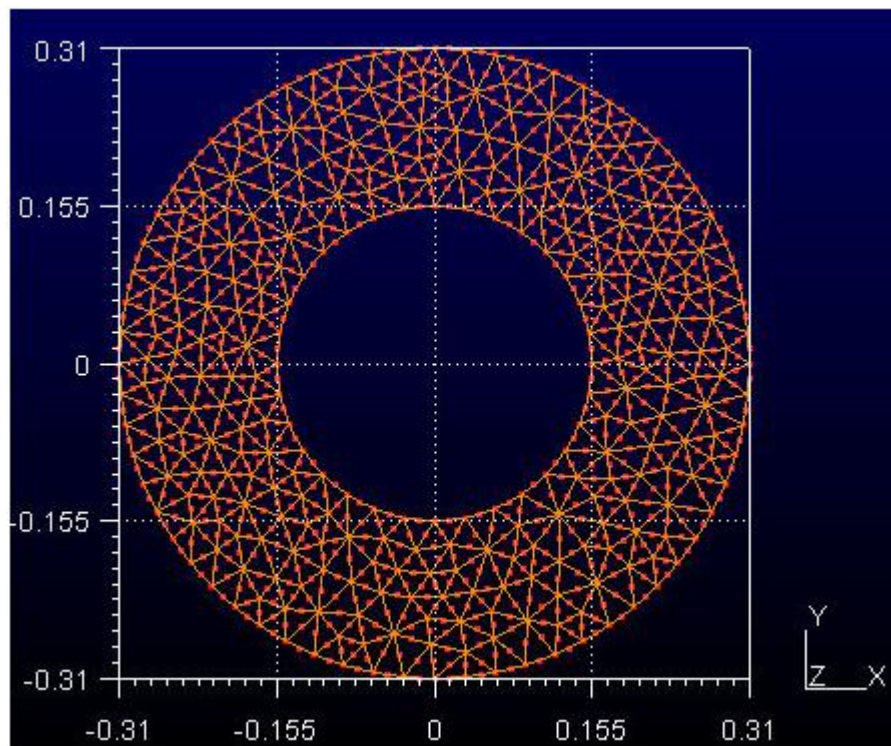


Figure 3.2 Géométrie du pneumatique.

En considérant la jante fixe (conditions de déplacements nuls à l'interface jante-pneumatique). Nous obtenons les fréquences propres (par Aster) illustrées dans le tableau 3.3.



Tableau 3.3 Fréquences propres des 5 premiers modes du pneu libre.

Modes	1	2	3	4	5
Ref 1 (Hz)	63	89	109	130	155
Ref 2 (Hz)	65.2	90.5	113.6	129.8	143
Présente étude (Hz)	58	90.3	106	123.3	143.8
Erreur Ref 2 (%)	3.49	1.69	4.22	0.15	7.74
Erreur Présente étude (%)	7.93	1.46	2.75	5.15	7.22

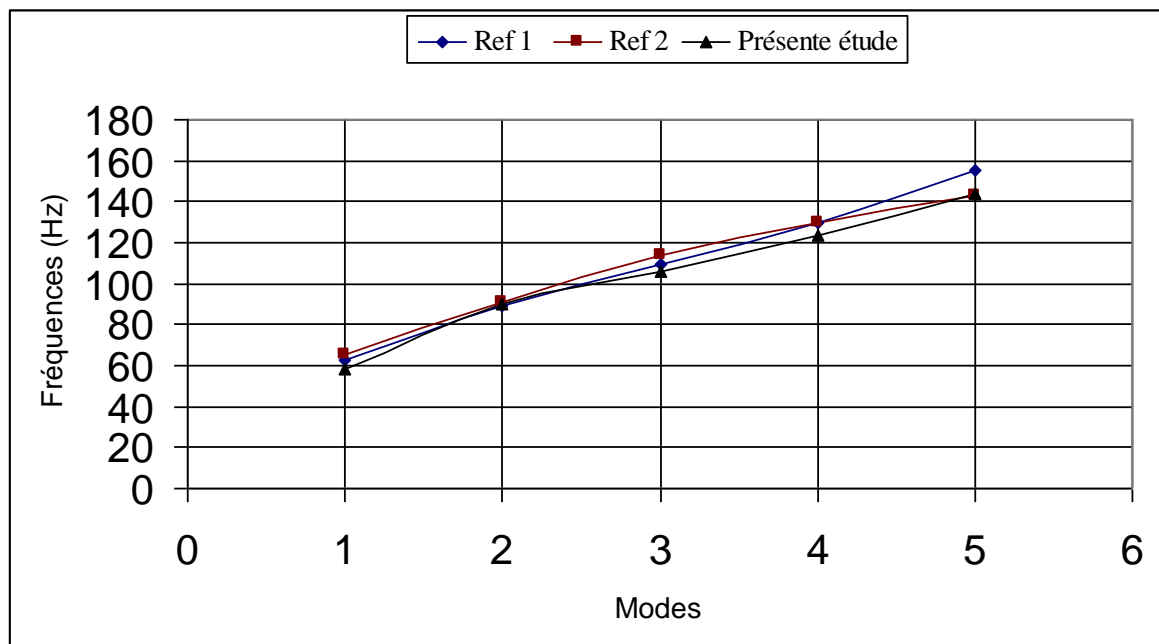


Figure 3.3 Fréquences des différents modèles du pneu libre en fonction des modes propres.

Nous trouvons à l'aide de ce modèle du pneumatique des résultats comparables à ceux de ref 1. En procédant comme Houari pour les ref 2, à savoir qu'on considère les fréquences de résonance expérimentales (ref 1) comme fréquences de référence pour le pneumatique libre, l'erreur moyenne entre les fréquences de références et celles calculées numériquement n'est que 4,9 %. Nous avons présenté dans le tableau 3.3, à titre indicatif, les résultats de Houari.

Nous pouvons aussi constater dans le tableau 3.3 que l'erreur a tendance à augmenter avec les fréquences, ce qui risque d'être plus gênant en allant plus loin.

### 3.2.3 Etude du pneumatique écrasé :

La prise en compte de la chaussée, au niveau de la zone de contact avec le pneumatique se traduit essentiellement par une condition aux limites appliquée au pneumatique libre [17]. Soedel et Prasad ont proposé une méthode analytique de passage du pneu libre au pneu dit écrasé à savoir avec contact ponctuel rigide [17]. Ils ont utilisé la méthode de la réceptance.

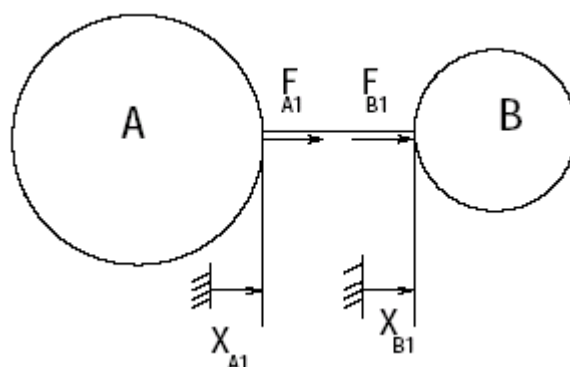


Figure 3.4: Méthode de la réceptance [17].

On peut déjà constater que le contact a pour effet d'augmenter les valeurs des fréquences de résonances observées pour le pneumatique libre. Donc nous avons appliqué à notre modèle une condition aux limites similaire à savoir un contact rigide entre deux nœuds d'une distance d'1 cm (distance du contact). En appliquant cette condition aux limites à cette nouvelle configuration, nous obtenons des résultats sur les modes propres qui sont présentés dans la figure 3.6.

Tableau 3.4 Fréquences propres des 5 premiers modes du pneu écrasé

Modes	1	2	3	4	5
Ref 1 (Hz)	74	99	120	143	168
Ref 2 (Hz)	74.8	98.6	117.3	133.3	147.8
Présente étude (Hz)	77.8	103.9	120	135.6	155
Erreur Ref 2 (%)	1.08	0.40	2.25	6.78	12.02
Erreur Présente étude (%)	5.1	4.9	0	5.1	7.7

Nous constatons le même phénomène que celui observé dans la littérature à savoir que les fréquences propres sont plus élevées du fait du contact.

Les différences au niveau des valeurs de fréquence de résonance peuvent s'expliquer par le fait que la zone de contact (type de contact, longueur de la zone de contact) varie d'un modèle à l'autre.

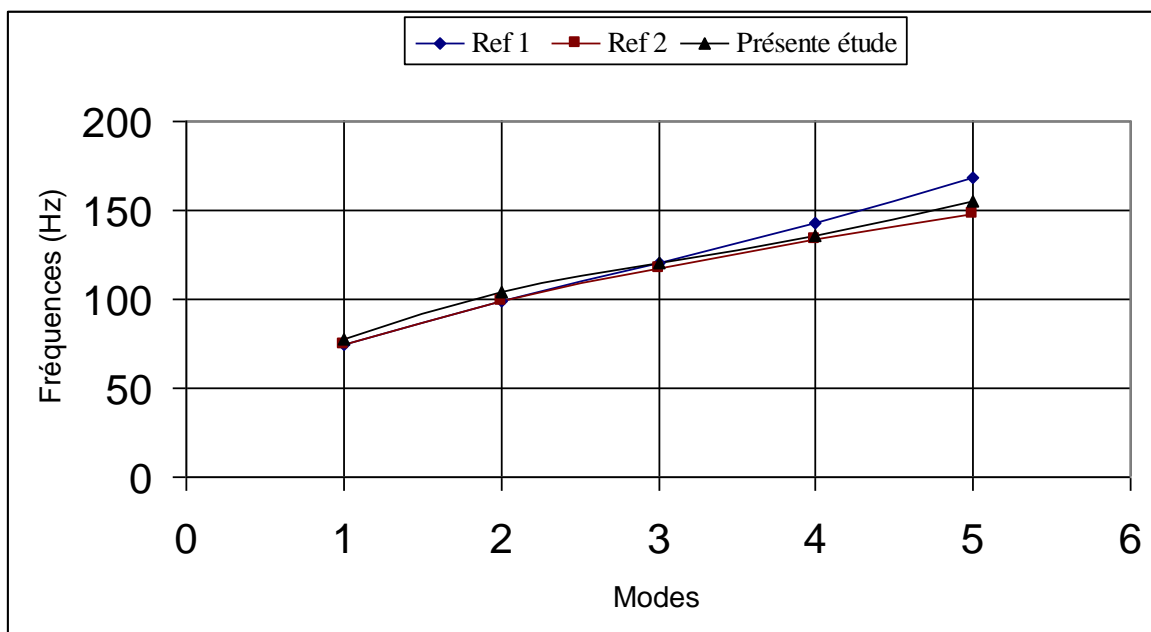


Figure 3.5 Fréquences des différents modèles du pneu écrasé en fonction des modes propres.

L'erreur moyenne entre nos valeurs de fréquences de résonances et celles de référence (Ref 1) est de 4.56 %. L'erreur commise sur les fréquences reste appréciable mais elle augmente avec la fréquence au-delà du quatrième mode du fait que la précision de la méthode de calcul numérique (méthode d'éléments finis) devient moins importante en allant plus loin, c-à-d que le choix du type d'élément (linéaire ou quadratique) et le nombre d'élément peuvent jouer sur la précision des résultats (voir plus loin).

Les déformées des 5 premiers modes du pneu plein obtenus sont comparables à ceux de la littérature, c-a-d que les fréquences propres de résonance de notre modèle sont proches des fréquences de résonance référence, rien que on remarque que on allant à un mode supérieur la déformée associée est plus compliquée, par exemple, pour la déformée du premier mode est plus proche à la structure du pneu que celle du troisième ou cinquième mode.

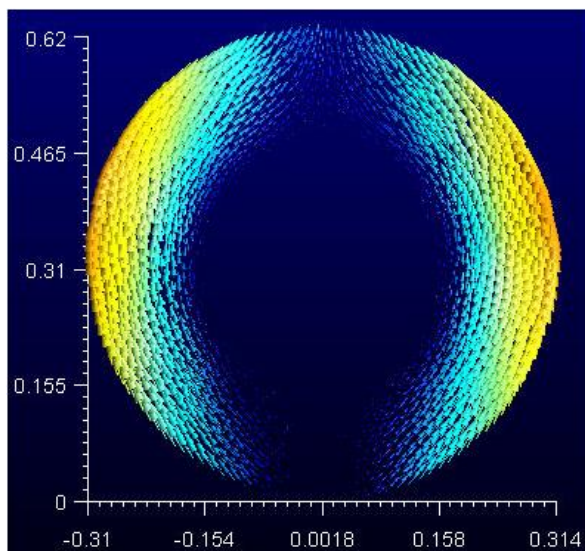
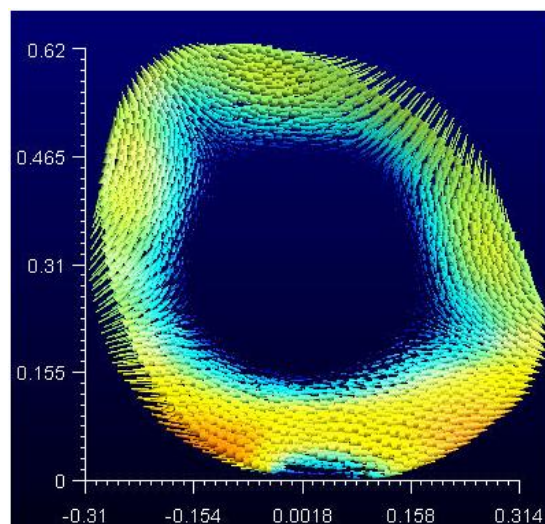
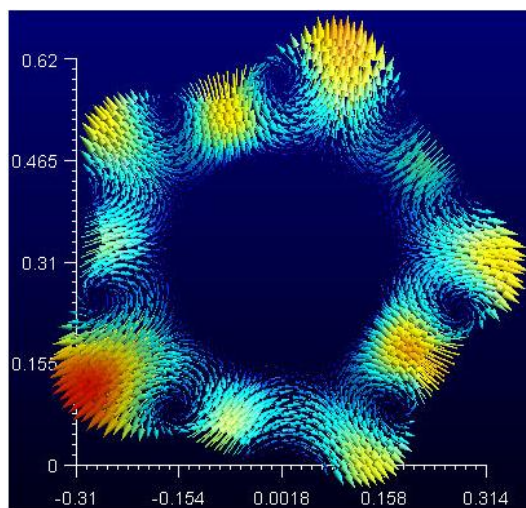
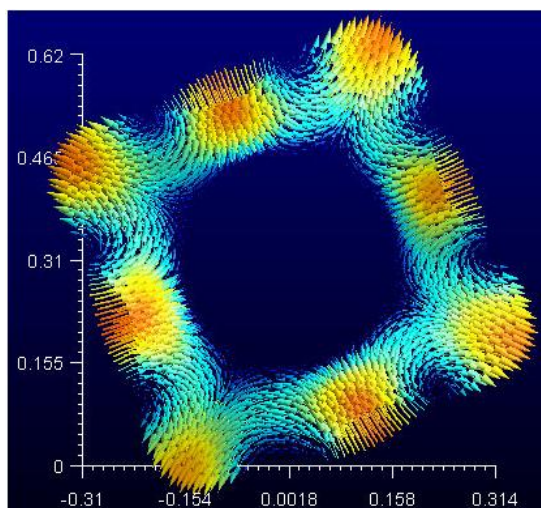
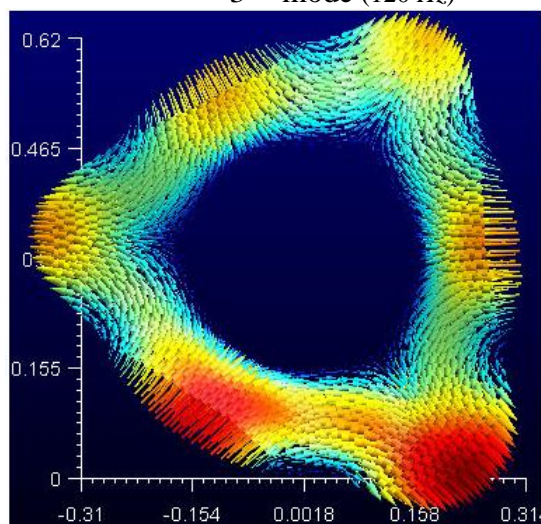
1<sup>er</sup> mode (77.8 Hz)2<sup>eme</sup> mode (103.9 Hz)4<sup>eme</sup> mode (135.6 Hz)3<sup>eme</sup> mode (120 Hz)3<sup>eme</sup> mode (120 Hz)5<sup>eme</sup> mode (155 Hz)

Figure 3.6 Les 5 premiers modes et les déformées du pneu écrasé.

### 3.3 Amélioration du modèle :

Le modèle d'anneau est supposé rigide en son centre, le pneu expérimental n'est pas fixé sur jante bloquée. La structure même de la jante et du noyau vibre tel un corps rigide ce qui a pour conséquence de modifier les paramètres influents sur la masse et la rigidité, devraient en réalité être plus faibles que celles prédites par le modèle. Houari (Ref2) propose un modèle amélioré d'anneau qui prend en compte le poids propre de la jante dans son modèle d'anneau.

#### 3.3.1 Caractéristiques du modèle du pneumatique :

La géométrie du nouveau modèle du pneumatique est présentée sur la figure 3.7. La seule condition aux limites est la fixation du centre de la jante. Cette géométrie sera adoptée pour le calcul numérique des modes et fréquences propres ainsi que le problème complet du pneumatique et la chaussée traité dans le chapitre suivant.

Le pneumatique est ainsi formé par la bande de roulement, les flancs et la jante, tous du même type d'éléments à savoir éléments triangulaires à 6 nœuds. Chacun des matériaux est caractérisé en élasticité linéaire isotrope par son module de Young  $E$ , coefficient de Poisson  $\nu$  et sa masse volumique  $\rho$ .

-La bande de roulement avec  $E=71.4MPa$ ,  $\nu = 0.45$ ,  $\rho = 1100 Kg / m^3$ .

-Les flancs avec  $E=71.4MPa$ ,  $\nu = 0.45$ ,  $\rho = 1100 Kg / m^3$ .

-La jante avec  $E=200GPa$ ,  $\nu = 0.28$ ,  $\rho = 7800 Kg / m^3$ .

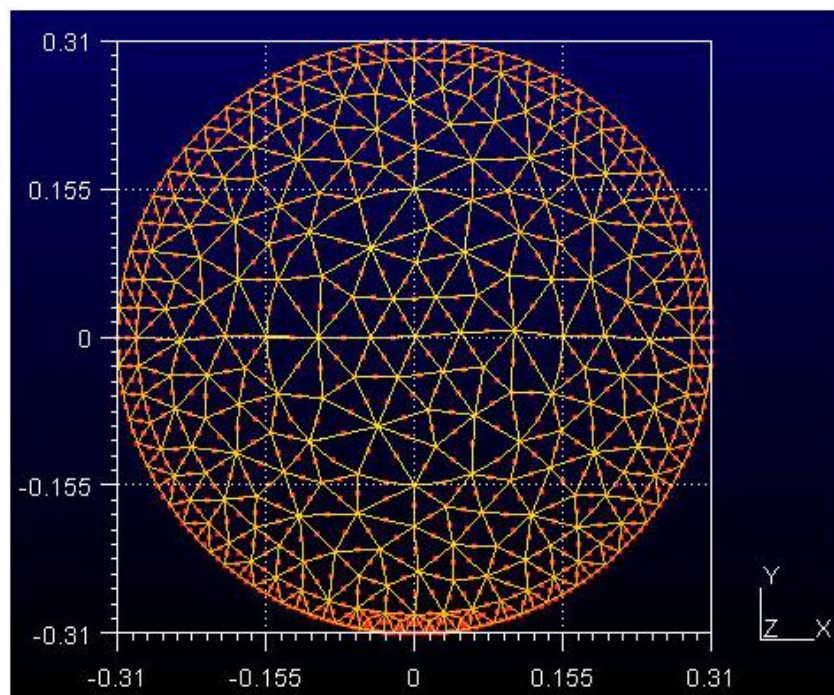


Figure 3.7 Géométrie du pneumatique plein (nouveau modèle).

Remarque :

Les résultats de notre étude sont comparés a ceux de Houari qui a choisi dans son modèle un matériau de la bande de roulement avec caractéristiques différentes de celui des flancs, les deux matériaux (la bande de roulement et les flancs) ont le même coefficient de Poisson  $\nu$  et la même masse volumique  $\rho$  et un module de Young  $E$  différent (c-a-d : pour la bande de roulement ont a trois matériaux).

3.3.2 Résultats de la nouvelle modélisation :

Les résultats concernant les modes propres sont représentés sur la figure 3.10.

Les résultats sont encourageants. L'erreur moyenne commise par notre étude est inférieure à celle commise par Houari (Ref 2) (12.8%).

On remarque aussi que l'évolution de l'erreur est décroissante, dans notre cas, en augmentant dans les fréquences.

Tableau 3.5 Fréquences propres des 5 premiers modes du pneu plein libre.

Modes	1	2	3	4	5
Ref 1 (Hz)	63	89	109	130	155
Ref 2 (Hz)	90.6	98.2	107.9	131	167.3
Présente étude (Hz)	70.2	93.2	116	132.4	151.8
Erreur Ref 2 (%)	43.8	10.3	1.0	0.8	7.9
Erreur Présente étude (%)	11.5	4.7	2.75	1.8	2

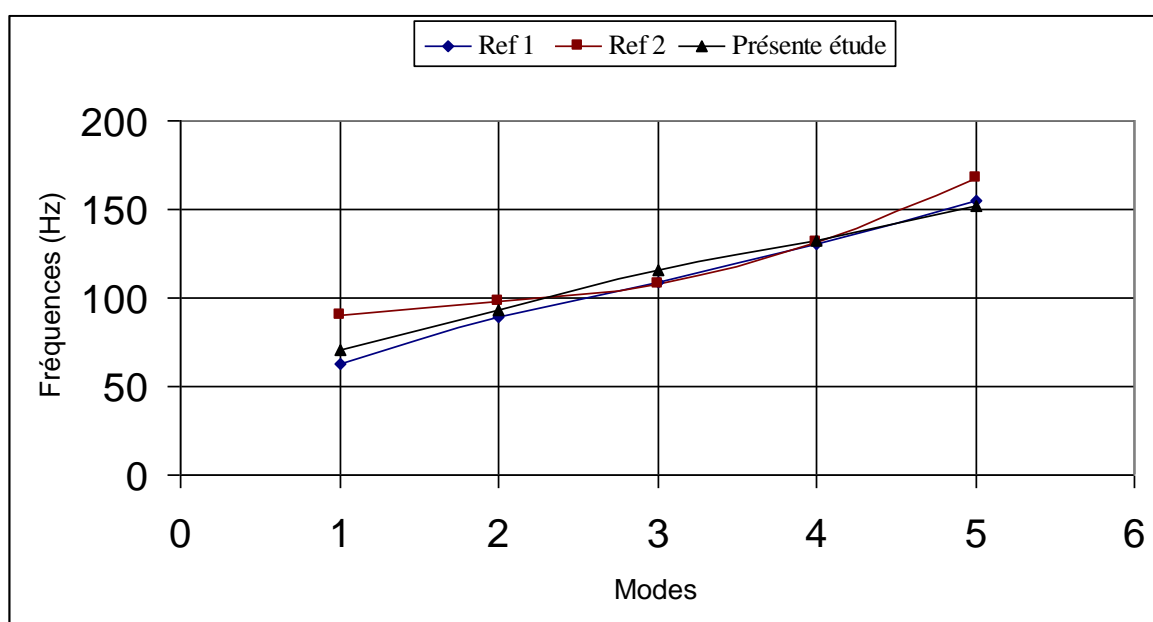


Figure 3.8 Fréquences des différents modèles du pneu Plein en fonction des modes propres.

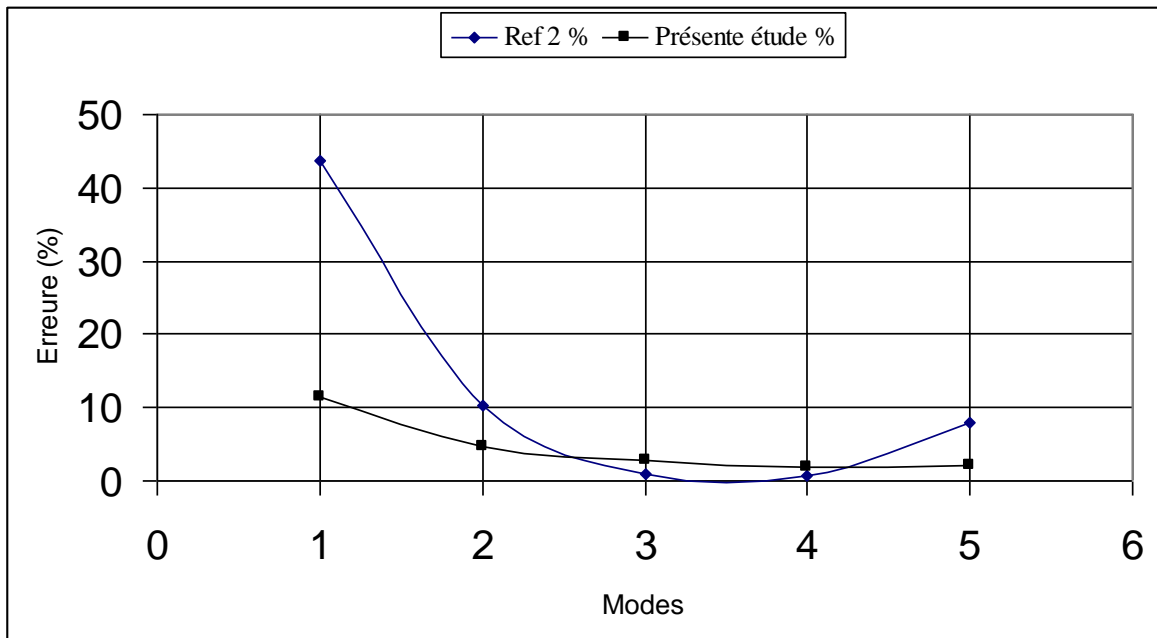
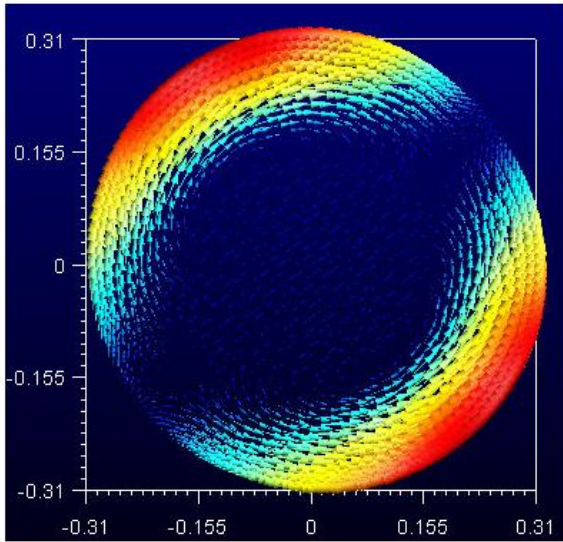
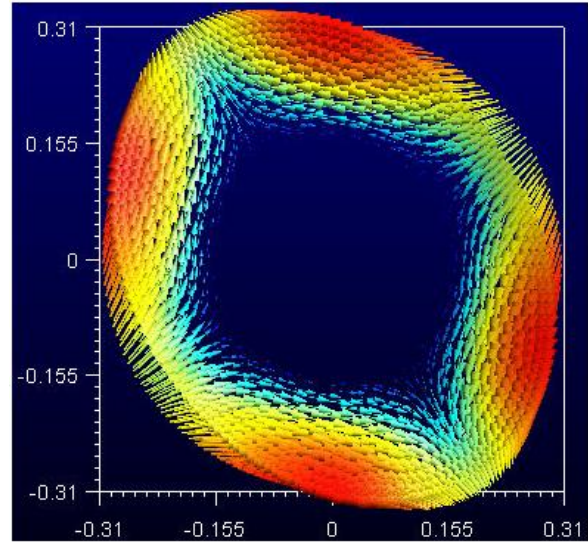


Figure 3.9 L'évolution de l'erreur avec les fréquences de référence du pneu plein.

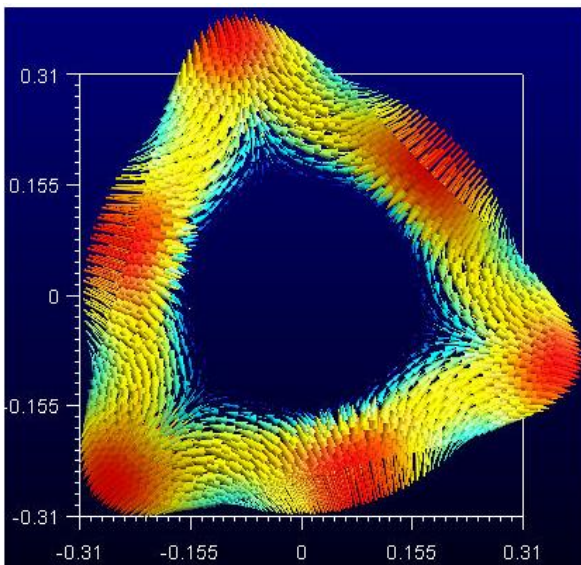
En comparant les résultats trouvés entre le pneumatique plein libre et celui du nouveau modèle, on conclut que l'adjonction de la jante a pour effet d'augmenter les fréquences propres de résonances du pneumatique, on remarque aussi que l'erreur moyenne commise sur le nouveau modèle est moins élevée que celle calculée au par avant, on peut expliquer ça du fait qu'en ajoutant la jante on s'est retrouvé avec plus d'élément pour le calcul numérique, ce qui nous a permis de trouver des résultats assez précises.



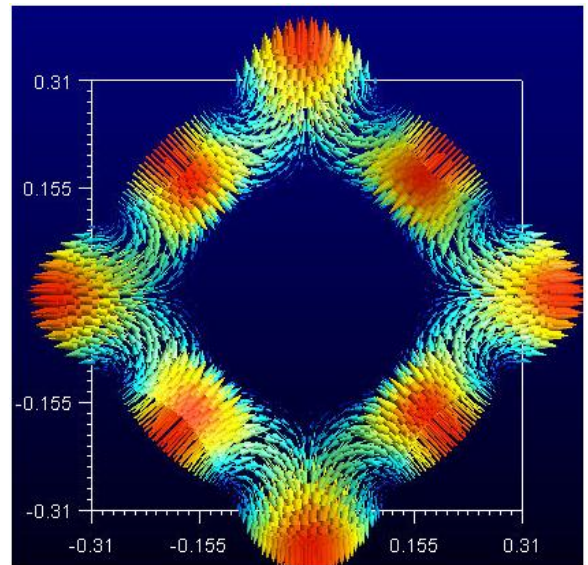
1<sup>er</sup> mode (70.2 Hz)



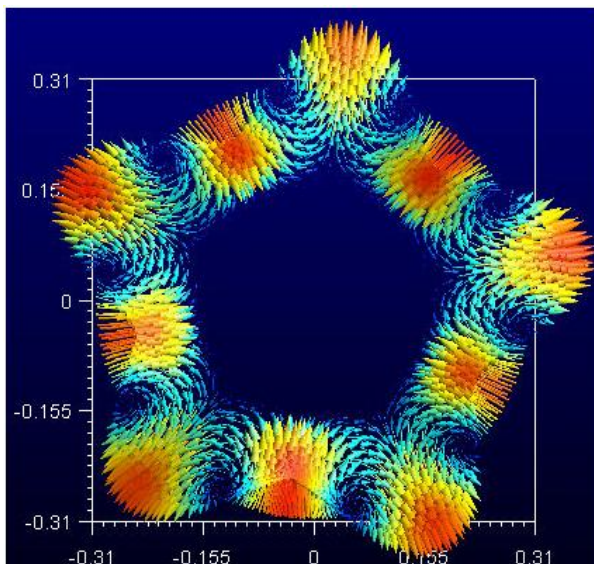
2<sup>eme</sup> mode (93.2 Hz)



3<sup>eme</sup> mode (116 Hz)



4<sup>eme</sup> mode (132.4 Hz)



5<sup>eme</sup> mode (151.8 Hz)

Figure 3.10 Les 5 premiers modes et les déformées du pneu plein.



### 3.4 Influence du choix d'élément:

Pour étudier l'influence du choix du type d'élément utilisé en simulation, nous prenons le modèle amélioré (pneumatique + jante) avec des éléments quadratiques à 3 nœuds, et on compare les résultats trouvés au par avant.

(Pour la géométrie et les matériaux on garde ceux du paragraphe §3.3.1)

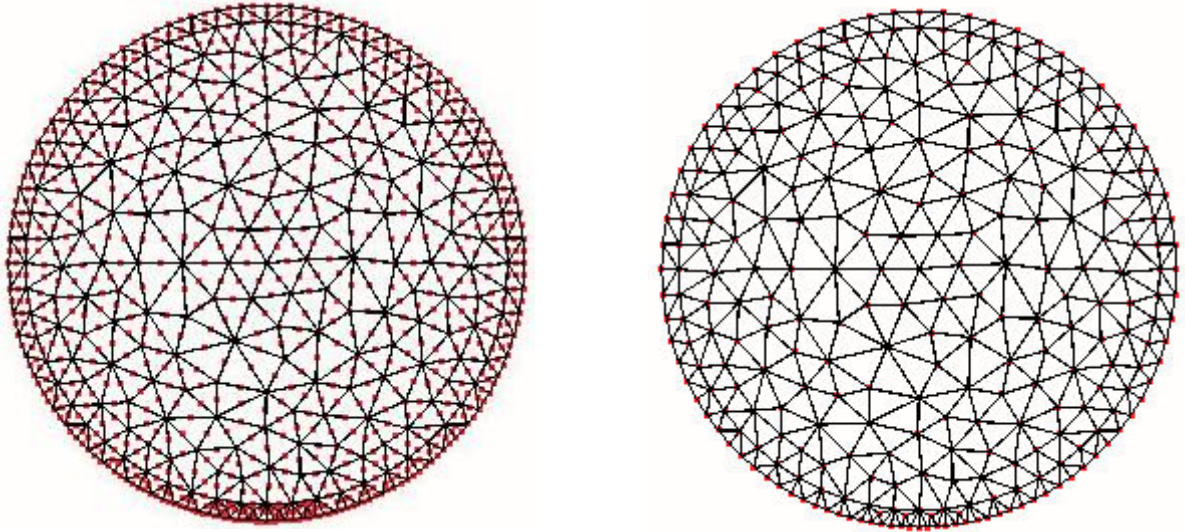


Figure 3.11 Géométrie du pneumatique plein modélisé avec des éléments quadratiques TRIA6 à gauche et avec des éléments quadratiques TRIA3 à droite.

Tableau 3.6 Fréquences propres des 5 premiers modes du pneu plein libre.

Modes	1	2	3	4	5
Réf 1 (Hz)	63	89	109	130	155
Présente étude (Hz) (Pneu TRIA6)	70.2	93.2	116	132.4	151.8
Présente étude (Hz) (Pneu TRIA3)	70.9	93.9	117.7	136.4	151.9

TRIA 6 : éléments en triangle à 6 nœuds.

TRIA 3 : éléments en triangle à 3 nœuds.

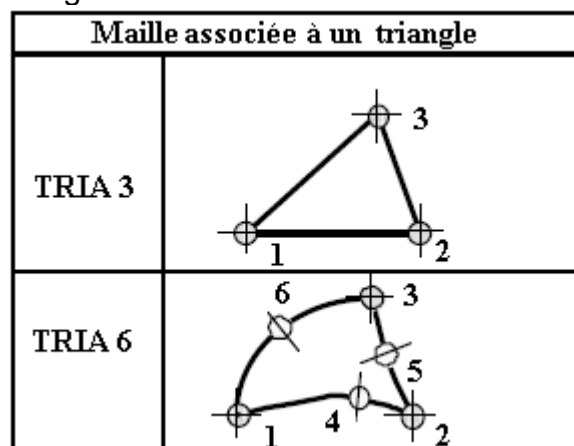


Figure 3.12 Maille associée à un triangle.

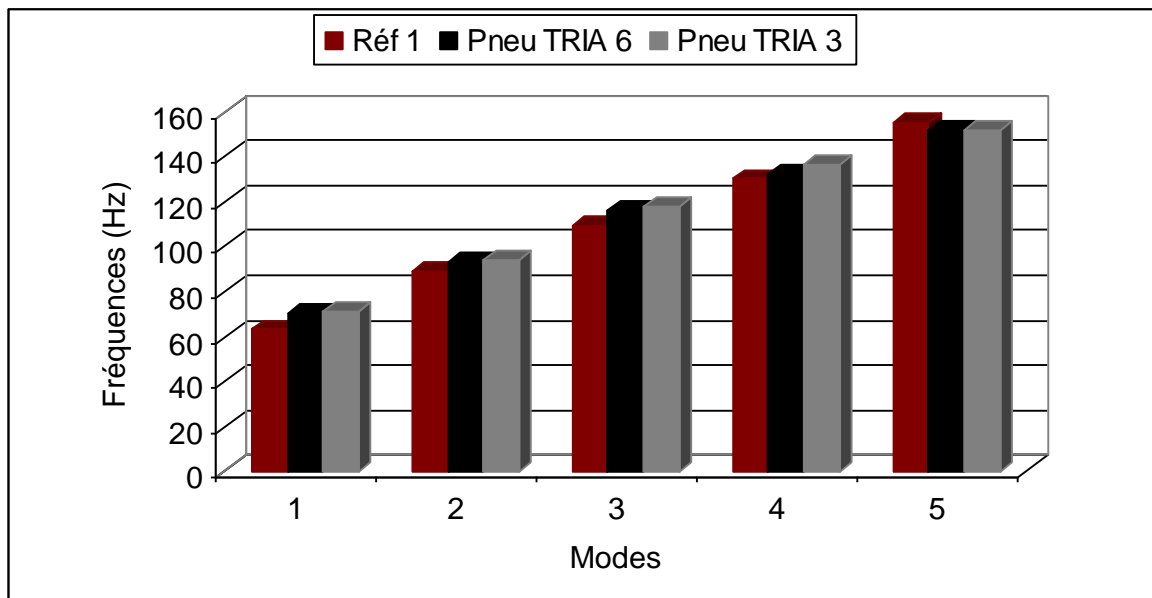


Figure 3.13 Fréquences des différents modèles du pneu plein en fonction des modes propres (représentées en histogramme).

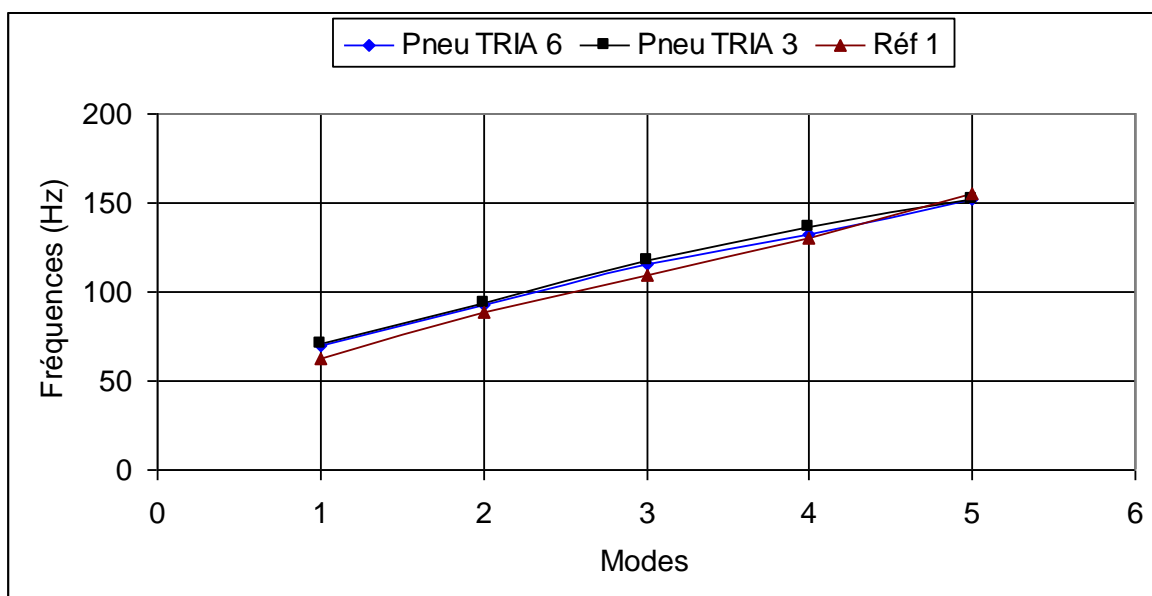


Figure 3.14 Fréquences des différents modèles du pneu plein en fonction des modes propres (représentées en courbe).

Nous remarquons que les résultats trouvés avec le pneu en élément quadratiques TRIA 6 sont plus précis que les résultats trouvés avec le pneu en éléments TRIA 3, cela en les comparant avec les résultats de références (celle de Potts) (Voir §3.2.2), ce qui est connu en théorie (calcul numérique), les éléments quadratiques TRIA 6 ont plus de nœud que les éléments TRIA 3 ce qui implique plus de précision.

### 3.5 Influence du nombre d'élément :

On a vu au paragraphe précédent que le type d'élément influe sur la précision du calcul (à savoir : élément quadratique : TRIA 6 et TRIA 3), dans ce présent paragraphe on va étudier l'influence du nombre d'élément choisi pour notre modèle du pneumatique (plein et libre) en utilisant des éléments quadratiques (TRIA 6).

Réf 1 : Pneumatique de référence.

Pneumatique 1 : 500 éléments, soit : 1100 nœuds.

Pneumatique 2 : 1300 éléments, soit : 2800 nœuds.

Pneumatique 3 : 2400 éléments, soit 5000 nœuds.

Tableau 3.7 Fréquences propres des 5 premiers modes du pneu plein libre.

Modes	1	2	3	4	5
Ref 1 (Hz)	63	89	109	130	155
Pneumatique 1 (Hz)	70.2	93.24	116	132.4	151.8
Pneumatique 2 (Hz)	70.198	93.227	116	132.31	149.67
Pneumatique 3 (Hz)	70.196	93.224	115.99	132.30	149.64

Nous remarquons que la précision des résultats est proportionnelle au nombre des éléments, c-à-d que nous obtenons des résultats plus précis en augmentant le nombre des éléments dans le modèle. Du point de vue temps de calcul, nous remarquons pour notre exemple, la différence entre les 3 cas étudiés est considéré de quelques secondes seulement, ce qui nous encourage à choisir un modèle ayant un nombre d'élément important.

## CHAPITRE 4

### ETUDE DU COUPLAGE PNEUMATIQUE CHAUSSEE

#### 4.1 Introduction :

Ce chapitre a pour but d'étudier le couplage entre le pneumatique et la chaussée. Nous avons établi un modèle complet par éléments finis regroupant les modèle de pneumatique et de chaussée des chapitres antérieurs, afin d'étudier la réponse vibratoire de l'ensemble. Pour notre problème couplé nous lui appliquerons une sollicitation extérieure pour obtenir des réponses vibratoires qui seront validée par la suite.

#### 4.2 Choix de la sollicitation extérieure :

Dans la littérature, la sollicitation est en générale traitée comme une force ou une contrainte appliquée sur la zone de contact. Lorsque le contact est considéré, il est souvent réduit à un point. Cette force peut être déduite du contact entre le pneumatique et une surface rugueuse et rigide. Ainsi Fadavi exprime une force temporelle à partir d'un profil de rugosité « en bosses », ou il a appliqué le théorème de Hertz sur chaque bosse [24]. Hamet établit une force spatiale à partir d'un profil réel de rugosité de chaussée qu'il enveloppe par un pavé de gomme [7] et [41]. Houari a proposé une sollicitation appliquée à l'extérieur de l'interface pneumatique chaussée de son modèle afin d'éviter le découplage des deux structures en regard. Dans cette approche, un déplacement nodal a été appliqué au centre de la jante du pneumatique pour rendre compte de la sollicitation que subirait un pneumatique de véhicule léger sous charge normale [13]. C'est cette dernière approche qu'on va adopter pour notre modèle.

Nous utiliserons par la suite le code Aster pour calculer la réponse en régime permanent de notre structure en 2D déformation plane à comportement linéaire, avec amortissement, soumis à une sollicitation harmonique. La sollicitation que nous utiliserons est une force nodale ou un déplacement  $V_0(t)$ , imposé non nul au nœud central du pneumatique :

$$V_0(t) = R_e \{V_0 e^{j\omega t}\}$$

$\omega$  : Pulsation de l'excitation.

$V_0$  : Vecteur nodal des amplitudes, éventuellement complexes, des déplacement imposés.

Le problème est régit par l'équation :

$$[M]\{\ddot{V}(t)\} + [C]\{\dot{V}(t)\} + [K]\{V(t)\} = \{f(t)\} \quad (4-1)$$

La réponse du système étant harmonique, la transformée de Fourier de l'équation (4-1) donne :

$$([K] + j[C] - \omega^2[M])\{V\} = \{f_{ext}\} \quad (4-2)$$

- $[K]$  : Matrice de rigidité de la structure.
- $[C]$  : Matrice d'amortissement.
- $[M]$  : Matrice de masse de la structure.
- $\{V\}$  : Vecteur des amplitudes complexes des déplacements nodaux.
- $\{f_{ext}\}$  : Vecteur du chargement :  $\{f(t)\} = \{f_{ext}\}e^{j\omega t}$

La réponse dans le temps de la structure est :

$$\{v(t)\} = R_e \{V e^{j(\omega t + \varphi)}\}$$

L'amortissement considéré est de type Rayleigh de sorte que la matrice d'amortissement  $[C]$  s'exprime sous la forme :

$$[C_R] = \alpha * [K] + \beta * [M] \quad (4-3)$$

Où  $\alpha$  et  $\beta$  sont des constantes d'amortissement, dont leurs valeurs ont été proposées par le même auteur [13] suite à une étude expérimentale sur des chaussées différentes (à savoir  $\alpha = \beta = 4.10^{-5}$  ).

#### 4.3 Simulation de la réponse dynamique sur code Aster :

La commande DYNA\_LINE\_HARM calcule la réponse dynamique complexe d'un système à une excitation harmonique.

Pour un problème à mouvement imposé, on définit les degrés de liberté bloqués, on peut ensuite choisir une excitation :

- En déplacement imposé.
- En vitesse imposée.
- En accélération imposée.

#### 4.4 Description du modèle :

##### 4.4.1 Géométrie :

La chaussée a été modélisée par un massif rectangulaire de longueur  $L=20 m$  et de profondeur  $H=9 m$ , la zone de jonction avec le pneumatique étant située sur la surface libre au centre du massif. Le maillage de la chaussée a été effectué par des éléments triangulaires à 6 Nœuds. Le pneumatique a été modélisé à partir de la géométrie vue au chapitre 3.

- La jante est définie par un disque de rayon  $R=0.15 m$ .
- Autour de la jante, les flancs sont modélisés par un anneau d'épaisseur  $e_1 = 0.14 m$ .

-La bande de roulement, surmontant le tout, est modélisée par un anneau d'épaisseur  $e_2 = 0.02m$  et constituée d'une zone plane de  $0.10 m$  (plan de jonction avec la partie chaussée).

Nous avons maillé cette géométrie quasi circulaire par des éléments triangulaires à 6 nœuds. Les éléments de la zone de contact ainsi que ceux du contour du pneumatique (enveloppe du pneumatique) sont plus petits et plus nombreux afin de garantir une meilleure approximation.

La continuité des contraintes et des déplacements est assurée sur cette interface de contact pneumatique chaussée. La géométrie du pneumatique est illustrée sur la figure (4-1).

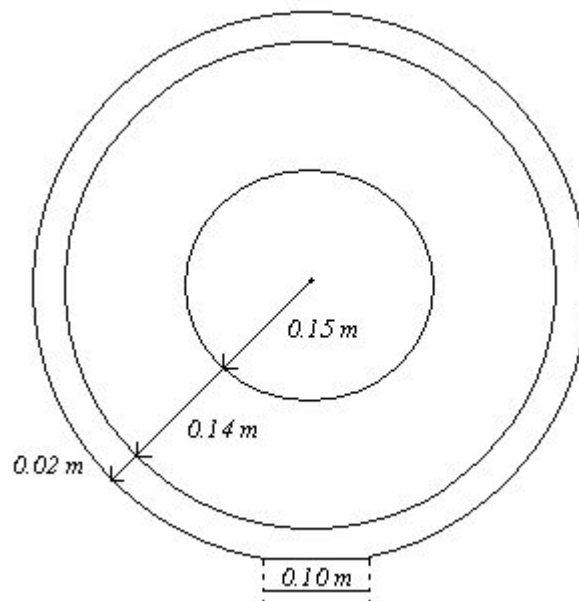


Figure 4.1 géométrie du pneumatique.

#### 4.4.2 Propriétés des matériaux :

Le pneumatique est constitué par la jante, les flancs et la bande de roulement. La chaussée est représentée par un matériau constituant la couche de roulement. Les simulations numériques ont été effectuées sous les hypothèses de linéarité élastique et d'isotropie en considérant une sollicitation de  $2500N$  appliquée au nœud central du moyeu du pneumatique à une fréquence de  $400 Hz$  (Force Nodale). Les propriétés mécaniques des différents matériaux sont décrites par le module de Young  $E$ , le coefficient de Poisson  $\nu$  et la densité volumique  $\rho$ . Pour l'amortissement de type Rayleigh, les coefficients sont  $\alpha = \beta = 4.10^{-5}$  [13].

- La bande de roulement avec  $E=71.4MPa$ ,  $\nu = 0.45$ ,  $\rho = 1100 Kg / m^3$ .
- Les flancs avec  $E=71.4MPa$ ,  $\nu = 0.45$ ,  $\rho = 1100 Kg / m^3$ .
- La jante avec  $E=200GPa$ ,  $\nu = 0.28$ ,  $\rho = 7800 Kg / m^3$ .
- La chaussée (BBSg)  $E=10640MPa$ ,  $\nu = 0.3$ ,  $\rho = 2800 Kg / m^3$ .

#### 4.4.3 Les conditions aux limites :

- Sur la partie chaussée les déplacements horizontaux et verticaux sont nuls pour le substratum, et déplacements horizontaux nuls sur les parois latérales.
- Le déplacement horizontal est nul pour le centre du pneumatique.
- Pour la partie supérieure de la chaussée ainsi que le pneumatique, la contrainte est nulle.

#### 4.5 Organigramme du processus de calcul :

Les résultats sont stockés dans deux fichiers :

1. Fichier texte regroupant une liste de valeurs complexes de déplacements calculés pour tous les nœuds des enveloppes choisies.
2. Fichier graphique exploitable par Gmsh qui servira à la visualisation de l'allure déformée de l'ensemble.

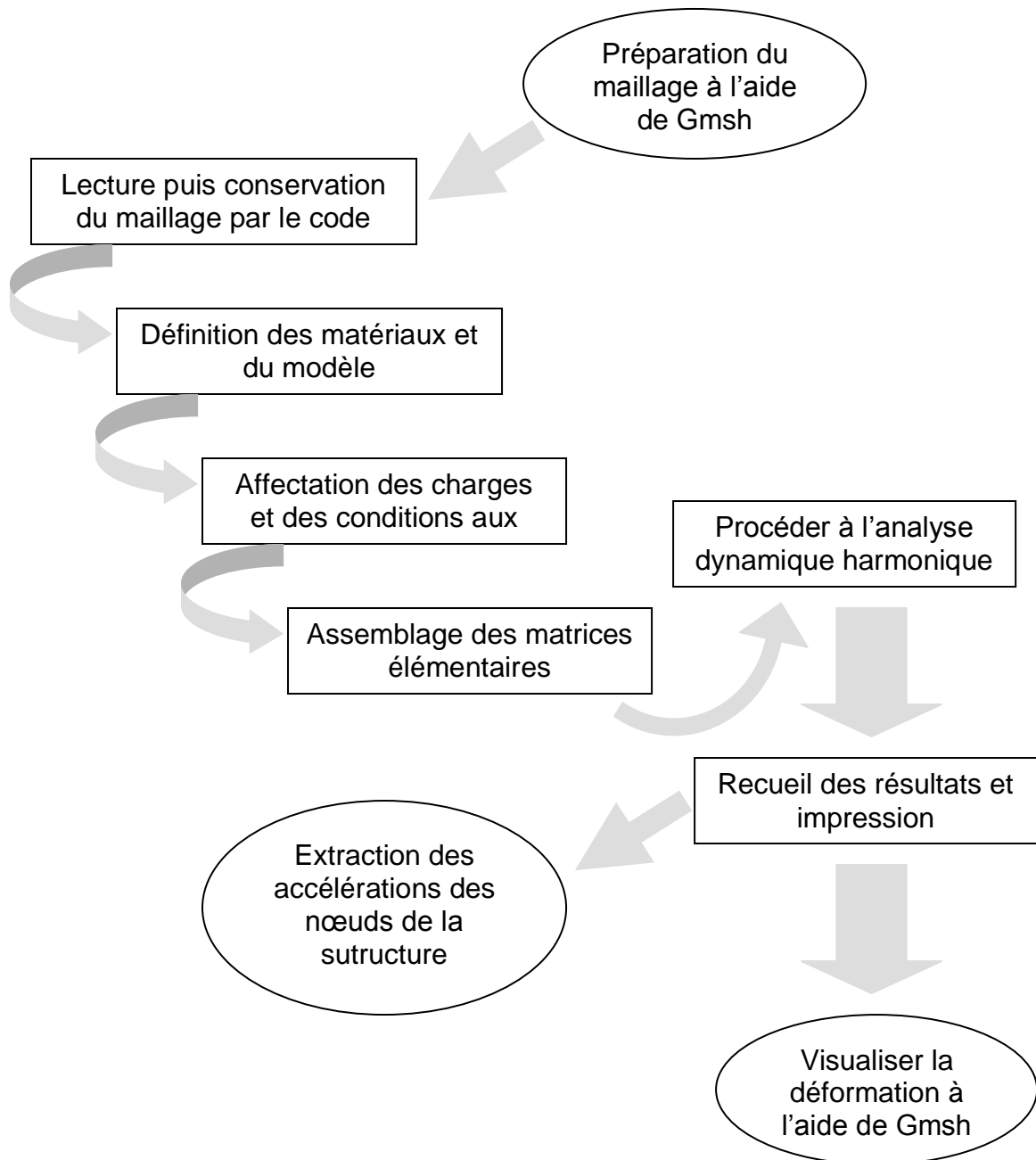


Figure 4.2 Organigramme du processus de calcul.



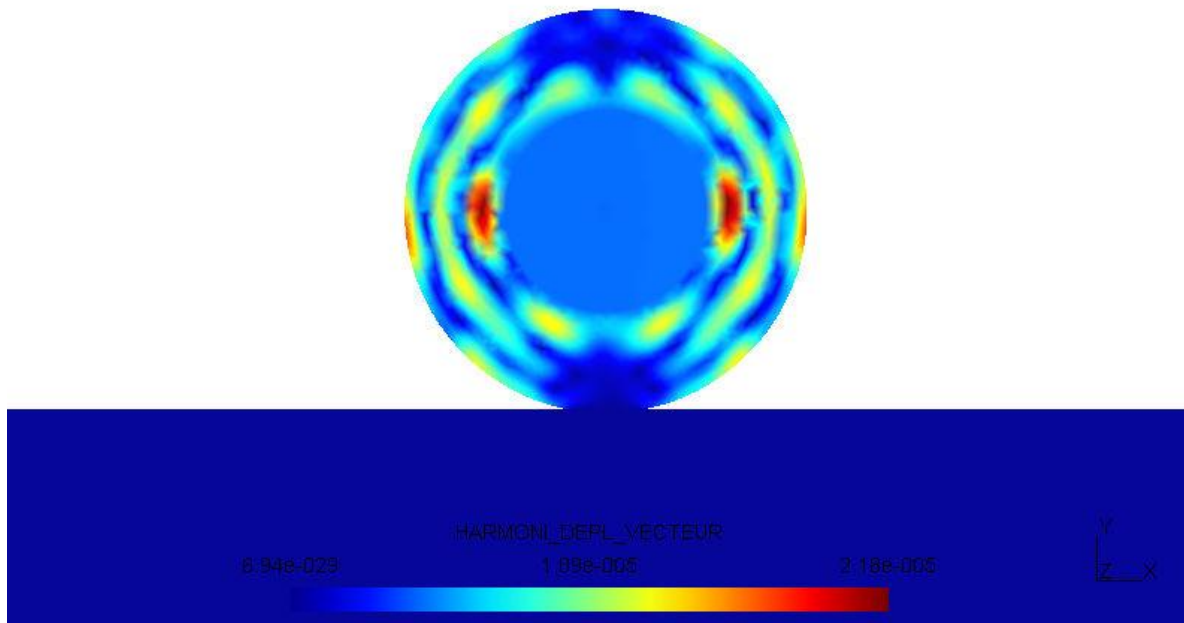


Figure 4.3 Déplacement de la structure à 400Hz.

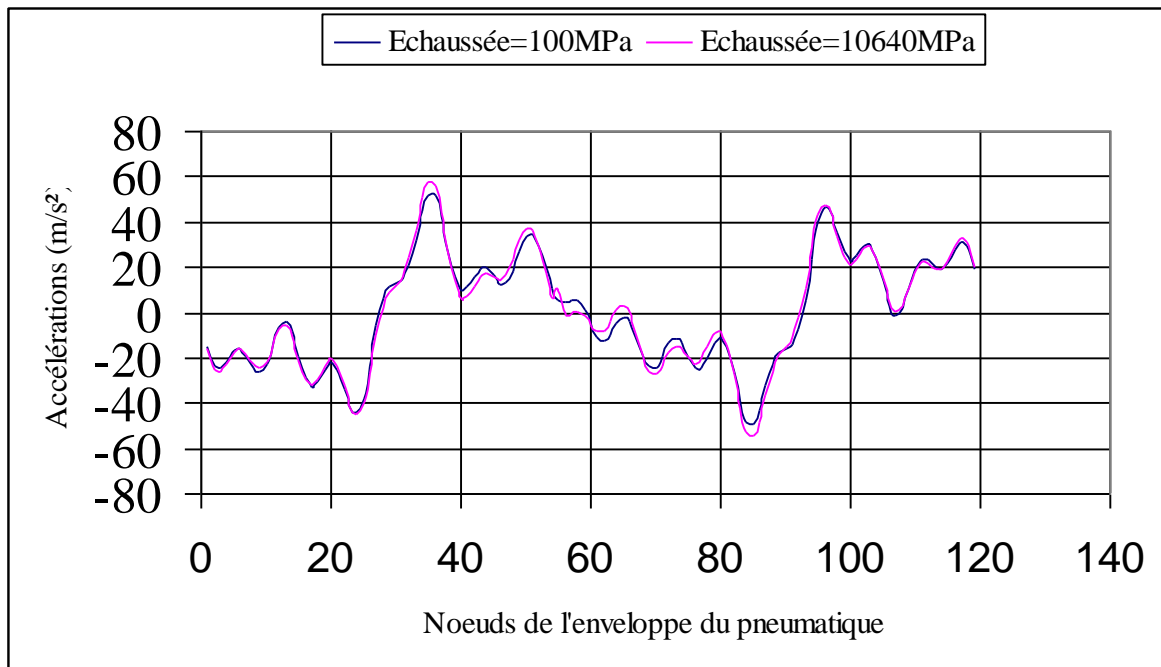


Figure 4.4 Accélérations le long du pneumatique à 400 Hz pour deux types de chaussée.

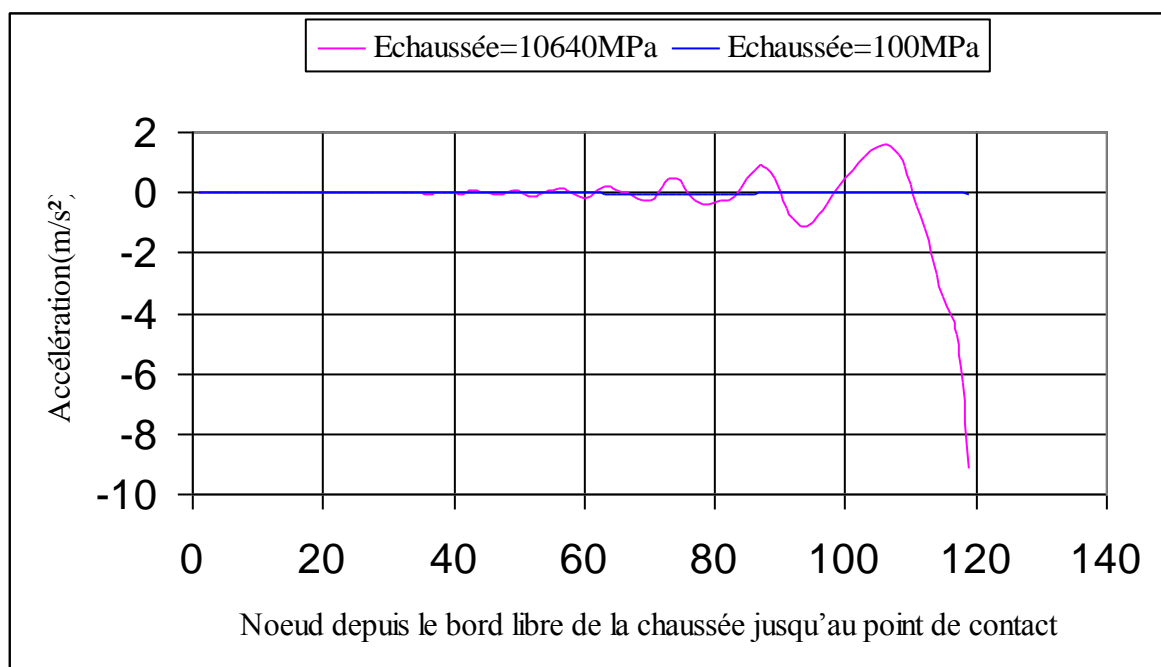


Figure 4.5 Accélérations le long de la chaussée à 400 Hz pour deux types de chaussée.

En observant la surface des deux types de chaussée nous remarquons que celle qui a un module d'élasticité élevé c-a-d chaussée de type rigide est plus vibrante que celle qui a un module d'élasticité faible c-a-d chaussée souple, ce qui nous donne une idée sur les niveaux sonores et la participation ou bien l'influence de la chaussée sur ces derniers (le bruit est proportionnel au vibration de la chaussée).

## CHAPITRE 5

### RAYONNEMENT ACOUSTIQUE

#### 5.1 Introduction:

Les vibrations peuvent engendrer des perturbations dans l'environnement et occasionner des gênes importantes, parmi ces dernières nous pouvons citer: le niveau de rayonnement acoustique d'un véhicule de transport c'est-à-dire propagation du son.

Les phénomènes de propagation d'onde sont régis par l'équation des ondes, et des conditions aux limites appropriées au milieu d'analyse. Il existe une grande variété de méthodes numériques de résolution de ces équations qui sont des équations aux dérivées partielles [26]. Sous cette catégorie nous distinguons deux méthodes:

- La méthode des éléments finis.
- La méthode des éléments de frontière.

La méthode des éléments de frontière (équation intégrale) résout l'équation des ondes en subdivisant la frontière du domaine étudié en un nombre fini d'éléments. La frontière est l'enveloppe du domaine d'intérêt (en 2D pour un problème de 3D et 1D pour un problème de 2D). L'équation des ondes est ensuite exprimée sous forme d'un système linéaire.

La méthode des éléments finis, quant à elle résout l'équation des ondes en subdivisant tout le domaine en un nombre fini d'éléments pour aboutir à un système linéaire de forme particulière facile à résoudre. Cette méthode donne de bons résultats pour les problèmes de petites dimensions dans les milieux clos (fermés). De nombreux problèmes de propagation d'ondes se posent en milieu non borné ou, du moins, très grand par rapport à la zone d'intérêt. Pour des raisons pratiques évidentes, on est amené à réduire les calculs effectifs à un domaine borné en espace. Se pose alors le problème de l'introduction d'une frontière artificielle afin de simuler le fait que le milieu de propagation réel est infini. Une condition de radiation doit être imposée à cette frontière. Les conditions de radiation basées sur une équation intégrale de frontière sont par nature exactes mais génèrent des matrices de bord pleines et non symétriques. Des conditions aux limites dites "absorbantes" (C.L.A.) ont été proposées comme une alternative aux conditions basées sur une équation intégrale de frontière. Elles se présentent sous forme d'opérateurs différentiels qui préservent le caractère creux de la matrice issue de la discrétisation par éléments finis de l'équation des ondes. Elles donnent des résultats très satisfaisants tout en limitant considérablement le temps de calcul [26]. L'approximation paraxiale est l'une des méthodes basées sur la notion des conditions aux limites absorbantes.

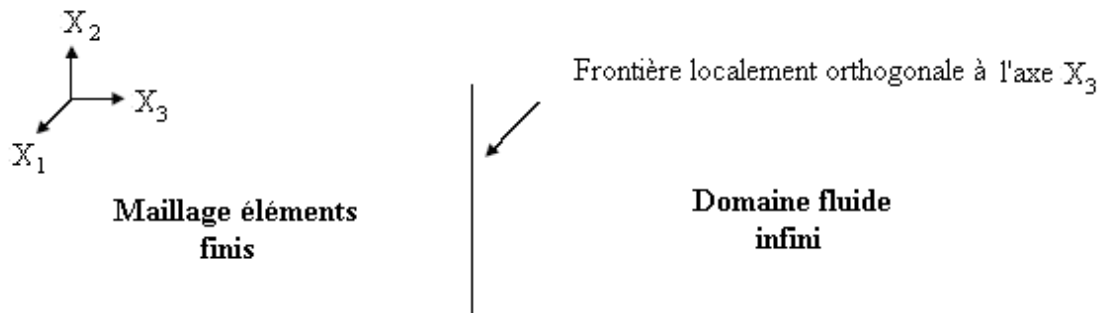


Figure 5.1: Troncature du domaine infini par une frontière fictive.

D'autres méthodes consistent en l'adjonction de "couches absorbantes parfaitement adaptées" (Perfectly Matched Layers) : bandes ajoutées autour du domaine de calcul dans lesquelles on introduit un terme de viscosité et qui ne génère aucune réflexion entre le domaine physique et la couche absorbante [27] (voir annexe B).

Les problèmes de propagation d'ondes font partie des problèmes hyperboliques linéaires, la linéarité permet un traitement de la variable temps par transformée de Fourier, on parle d'étude dans le domaine fréquentiel. Nous présentons les deux domaines d'application : le domaine temporel c'est à dire l'équation des ondes, le domaine fréquentiel c'est à dire l'équation d'Helmholtz.

### 5.2 Conditions aux limites absorbantes:

La modélisation d'un problème de propagation d'onde en milieu ouvert par une méthode finie, utilisant une discrétisation de la région d'analyse, nécessite la troncature du domaine infini par une frontière fictive. Pour respecter l'aspect non borné du problème, il est essentiel d'imposer sur cette frontière des conditions aux limites qui prennent en compte le domaine extérieur. Ces conditions aux limites sont dites absorbantes (C.L.A.) car elles minimisent, quand elles ne sont pas exactes, les réflexions non physiques sur la frontière de sorte que celle-ci apparaisse quasi transparente aux ondes sortant du domaine et se propageant vers l'infini. Dans leur forme asymptotique, où le bord artificiel est rejeté vers l'infini, les conditions aux limites devront s'identifier à la condition de radiation de Sommerfeld. Ces conditions sont aussi dénommées conditions transparentes, conditions non réfléchissantes, conditions de rayonnement, conditions d'espace libre ou conditions ouvertes.

Ces conditions aux limites généralement présentées sous forme d'opérateurs intégral et différentiel peuvent se regrouper en deux catégories : locaux et non locaux. Les opérateurs non locaux permettent de placer la frontière aussi près que possible de la structure à étudier. Cependant, ils ont l'inconvénient de générer par les méthodes finies des matrices pleines et non-symétriques.

A l'opposé, les conditions aux limites locales se présentent sous la forme d'opérateurs différentiels. Ces opérateurs locaux sont construits comme des approximations de la condition exacte qui, quant à elle, est globale (non locale), et, par conséquent, ils ne sont pas totalement absorbants par nature. Il s'en suit qu'une CLA locale introduit une erreur dans la solution du problème, due essentiellement aux réflexions parasites sur la frontière des ondes sortantes [26].

Il existe essentiellement deux types de CLA locales. L'un utilise un développement asymptotique (somme discrète) d'une onde divergente et construit ensuite des opérateurs différentiels sensés absorber ou annihiler des termes ou modes de ce développement introduit par Bayliss et Turkel [29]. L'autre, initié par Engquist et Majda [28], utilise la transformée de Fourier pour écrire toute onde comme un paquet (somme continue) d'ondes planes et construit un opérateur pseudo différentiel qui annihile ces ondes planes et donc l'onde. Nous intéressons à ce dernier type (type EM).

### 5.2.1 Conditions aux limites absorbantes de type EM:

Ces conditions sont données pour des ondes scalaires en deux dimensions.

Soit l'équation des ondes en régime temporel et en coordonnées cartésiennes:

$$L\psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial \psi^2}{\partial y^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0 \quad (5-1)$$

$\psi$  : Onde scalaire en deux dimensions.

$L$  : Opérateur différentiel.

Une solution particulière de (5-1) est donnée par:

$$\psi(x, y, t) = e^{j\omega t} e^{j(K_x x + K_y y)} \quad (5-2)$$

Une onde plane de fréquence  $\omega$ , se propageant dans la direction des  $x$  négatifs.

Pour  $(\omega, K_y)$  donné, la fonction (5-2) peut s'écrire,

$$\psi(x, y, t) = e^{j\omega t} e^{j((K^2 - K_y^2)^{1/2} x + K_y y)} \quad (5-3)$$

Avec :  $K^2 = K_x^2 + K_y^2$

L'opérateur

$$L^-(x, y, t) = \frac{\partial}{\partial x} - j\sqrt{(K^2 - K_y^2)} \quad (5-4)$$

Annihile toute onde de la forme de  $\psi$  donnée par (5-3):  $L^-(x, y, t)\psi = 0$  Cette dernière équation constitue une condition aux limites absorbante pour une telle onde, par exemple, à la frontière  $x = 0$ .

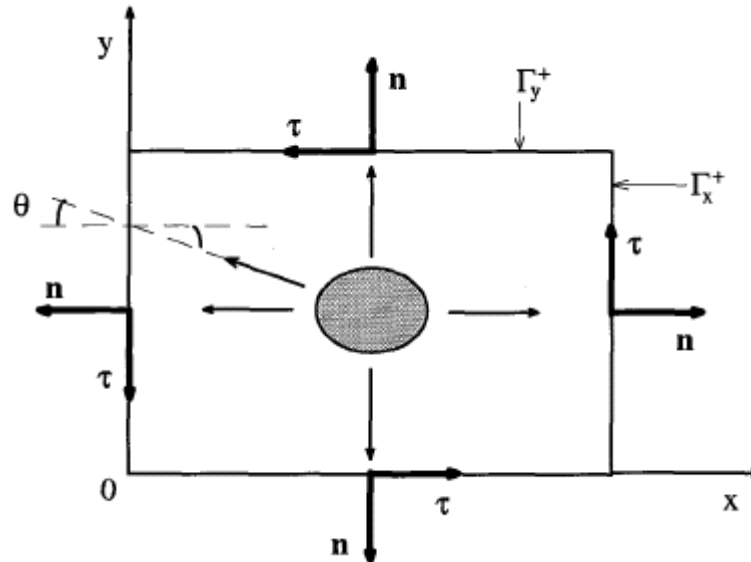


Figure 5.2: Définition d'un domaine rectangulaire en 2D.

Une onde obéissant à (5-1) et se propageant dans la direction des  $x$  négatifs peut s'écrire comme une double somme continue, sur  $K$  (somme sur les fréquences) et sur  $K_y$  (somme sur les angles d'incidence), d'ondes planes de la forme (5-3) paramétrées par  $(K, K_y)$ . Engquist et Majda ont montré, en utilisant la transformation de Fourier puis la théorie des opérateurs pseudo-différentiels [28], qu'une telle onde est annulée par l'opérateur:

$$L^-(x, y, t) = \frac{\partial}{\partial x} - \sqrt{\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2}} \quad (5-5)$$

On en déduit une factorisation de l'opérateur  $L$

$$L(x, y, t) = L^+(x, y, t)L^-(x, y, t) \quad (5-6)$$

L'opérateur  $L^+(x, y, t)$  effectue la même fonction que  $L^-(x, y, t)$  pour les ondes se propageant dans la direction des  $x$  positifs et est défini comme  $L^-(x, y, t)$  mais avec un signe (+) devant la racine carrée dans (5-5).

De la même façon, on définit une factorisation suivant l'axe  $Oy$ :

$$L(x, y, t) = L^+(y, x, t)L^-(y, x, t) \text{ Avec } L^\pm(y, x, t) = \frac{\partial}{\partial y} \pm \sqrt{\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2}}$$

En résumé, sur la frontière  $\Gamma = \Gamma_x^\pm \cup \Gamma_y^\pm$  de normale sortante  $n$  (voir Figure 5.2), on a, en régime temporel, la condition aux limites absorbantes suivante pour les ondes sortant du domaine:

$$L^+(n, \tau, t)\psi = 0 \quad (5-7a)$$

$$\text{Avec } L^+(n, \tau, t) = \frac{\partial}{\partial n} + \sqrt{\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial \tau^2}} \quad (5-7b)$$

Où  $\tau$  est le vecteur unitaire tangent à  $\Gamma$  de sorte que le trièdre  $(n, \tau, e)$  soit direct.

Le symbole de l'opérateur  $L^+(n, \tau, t)$  fait intervenir une racine qui le classe comme un opérateur pseudo-différentiel qui est non local en espace et en temps. Afin d'obtenir une condition aux limites plus simple à implanter dans une méthode finie, l'opérateur  $L^+(n, \tau, t)$  est approché par un opérateur qui est, lui, local. L'idée est d'approcher  $L^+(n, \tau, t)$  par des polynômes d'interpolation ou des fractions rationnelles. L'approximation conduit, naturellement, à une CLA non exacte. Néanmoins, il est possible de générer des CLA approchées d'ordre élevé qui absorbent l'onde sur une certaine plage d'angles d'incidence [26].

Dans le cas particulier d'une onde plane, l'opérateur  $L^+(n, \tau, t)$  correspond à l'opérateur

$$L^+(n, K_\tau, K):$$

$$L^+(n, K_\tau, K) = \frac{\partial}{\partial n} + j\sqrt{(K^2 - K_\tau^2)} \quad (5-8)$$

Qui absorbe exactement une onde plane incidente, par exemple, sur le bord  $x=0$  à un angle  $\theta$  défini par  $K$ ,  $K_\tau = K \sin \theta$  (Figure 2). En se limitant au deux premières approximations on a d'après [26]:

$$L^+(n, K_\tau, K) = \frac{\partial}{\partial n} + jK\sqrt{1-S^2} \quad (5-9a)$$

$$\text{Avec: } S = \frac{K}{K_\tau} \text{ et } |S| < 1 \quad (5-9b)$$

On définit l'approximation d'ordre 1:

$$\sqrt{1-S^2} = P_0 + o(S^2) \quad (5-10)$$

Qui, en régime harmonique, correspond à:

$$L^+(n, K_\tau, K) = \frac{\partial}{\partial n} + jKP_0 + o(S^2) \quad (5-11)$$

L'approximation du second ordre donne:

$$\sqrt{1-S^2} = P_0 + P_2S^2 + o(S^4) \quad (5-12)$$

Qui correspond à:

$$L^+(n, K_\tau, K) = \frac{\partial}{\partial n} + jKP_0 - j\frac{P_2}{K} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} + o(S^4) \quad (5-13)$$

Les CLA équivalentes en régime temporel s'en déduisent en substituant le terme  $jK$

par l'opérateur:  $\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}$

La CLA au bord (5-7a), en régime fréquentiel, avec l'approximation (5-13) peut s'écrire comme suit:

$$-\frac{\partial \psi}{\partial n} = \alpha \psi + \beta \frac{\partial^2 \psi}{\partial \tau^2} + o(S^4) \quad (5-14)$$

Les coefficients  $\alpha$  et  $\beta$  sont donnés par:  $\alpha = jKP_0$  (5-15a)

$$\beta = -j \frac{P_2}{K} \quad (5-15b)$$

Lorsque  $P_0 = 1$  et  $P_2 = 0$ , la condition (5-14) est absorbante pour les ondes planes dont l'incidence est normale par rapport au bord et renvoie à la condition de Engquist Majda d'ordre un (pour plus de détail voir [28]).

### 5.3 Formulation générale de la modélisation numérique par éléments finis a conditions aux limites absorbantes:

#### 5.3.1 Hypothèses:

- Nous supposons que le problème est bidimensionnel se situant dans le plan  $(x, y)$ .
- Les calculs se font dans le cadre de l'acoustique linéaire ou les ondes sonores ne présentent que des petites perturbations des grandeurs moyennes.
- Le milieu fluide situé dans le demi-espace  $\Omega$ , est supposé parfait, homogène et isotrope. Il est au repos et ne subit aucune variation thermique.
- Le fluide acoustique est modélisé sur le domaine  $\Omega$  entre une frontière avec condition anéchoïque sur  $\Sigma_a$  (frontière artificielle) et l'enveloppe de la chaussée et du pneumatique sur  $(S + \Gamma)$  (figure3). On a  $\partial\Omega = S \cup \Gamma \cup \Sigma_a$ .
- La dépendance temporelle des différentes grandeurs telles que la pression ou la vitesse est harmonique.

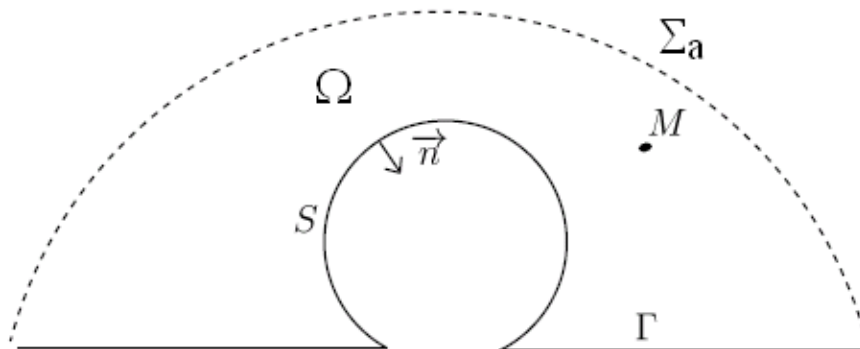


Figure 5.3: Géométrie du problème générale d'acoustique.



Sous ces hypothèses, le champ de pression  $P$  vérifie l'équation de Helmholtz [31]:

$$(\Delta + K^2)P = s \quad (5-16)$$

- $K$  Désigne le nombre d'onde du problème traité ; il peut être complexe ou réel, suivant que la propagation s'effectue ou non dans un domaine poreux.

$$K = \frac{\omega}{c} \quad (5-17)$$

- $c$  désigne la célérité du son, qui peut être complexe dans le cas d'une propagation en milieu poreux.
- $P$  est une grandeur complexe désignant la pression acoustique.
- $\omega$  Est un réel dans tous les cas, qui désigne la pulsation :

$$\omega = 2\pi f \quad (5-18)$$

- Dans notre approche, il n'y a pas de source acoustique ce qui annule le terme  $s$ .

### 5.3.2 Les conditions aux limites du problème:

#### 5.3.2.1 Sur l'enveloppe:

En appliquant le principe de la conservation de la quantité de mouvement traduit par l'équation d'Euler  $\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\vec{\nabla} p$ , à qui nous appliquons la transformée de Fourier [30], nous aurons la condition sur la surface du pneumatique  $S$  et sur celle de la chaussée  $\Gamma$  suivante:

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -j\omega\rho_0 V_n \quad (5-19)$$

Ce qui signifie que la vitesse normale  $V_n$  s'exprime directement en fonction de la dérivée normale de la pression, ou  $\vec{n}$  est la normale extérieure à la frontière.

Dans le cas où la chaussée est parfaitement rigide, cette condition se simplifie sur  $\Gamma$

$$\text{en: } \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (5-20)$$

#### 5.3.2.2 Sur la frontière a sortie anéchoïque:

La grandeur à estimer sur  $\Sigma_a$  grâce à l'approximation paraxiale est:  $\frac{\partial p}{\partial n}$

D'après le § (2-1) et en se limitant à l'ordre un de l'approximation paraxiale nous avons:

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -\frac{1}{c} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (5-21)$$

C'est cette relation d'impédance que nous allons discrétiser sur la frontière fictive du domaine éléments finis.

### 5.3.3 Formulation éléments finis:

La pression  $p$  vérifie l'équation d'Helmholtz dans tout le domaine  $\Omega$  modélisé aux éléments finis, ce qui donne, pour tout champ de pression virtuel  $q$ :

$$-\int_{\Omega} \nabla p \cdot \nabla q - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_{\Omega} p q + \int_{\partial\Omega} \frac{\partial p}{\partial n} q = 0 \quad (5-22)$$

La grandeur à estimer sur:  $\partial\Omega$  est  $\frac{\partial p}{\partial n}$ .

D'une manière générale, une relation d'impédance à la frontière du fluide s'exprime ainsi:  $p = Z v \cdot n$

Où :  $Z$  est l'impédance impose.

$v \cdot n$  est la vitesse normale sortante des particules fluides.

On en déduit, d'après la loi de comportement du fluide:

$$-\frac{\rho_0}{Z} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial n} \quad (5-23)$$

La discrétisation d'une telle équation conduit à un terme non symétrique dans une formulation en  $p$  et  $\phi$ . On préfère formuler la condition par rapport au potentiel de déplacement, soit :

$$\nabla \phi + \frac{\rho_0}{Z} \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad (5-24)$$

On obtient alors comme expression pour le terme de bord associé à la relation d'impédance :

$$\rho_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int \phi \frac{\partial \psi}{\partial n} = \frac{\partial^3}{\partial t^3} \int \frac{\rho_0}{Z} \phi \psi \quad (5-25)$$

Où:  $\phi$  est le potentiel de déplacement des particules fluide, tel que  $x = \nabla \phi$ .

$\psi$  Est un champ de potentiel de déplacement virtuel.

#### 5.3.3.1 Formulation détaillée:

On propose ici la formulation précise pour un fluide acoustique modélisé sur un domaine  $\Omega$  avec une condition anéchoïque sur une partie  $\Sigma_a$  de la frontière  $\partial\Omega$  du domaine. En dehors de cela, on décompose la frontière en une surface libre et une partie en contact avec un solide rigide. Pour retrouver notre problème, l'adjonction d'une condition aux limites, celle de la vitesse vibratoire imposée  $V_n$  sur l'enveloppe de la chaussée et celle du pneumatique sera aisément modélisée [31] [32].

Les équations dans le fluide sont :

$$\rho_0 \Delta \phi + \frac{1}{c^2} p = 0 \quad \text{Sur } \Omega \quad (5-26)$$

$$p = \rho_0 \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad \text{Sur } \Omega \quad (5-27)$$

$$p = 0 \quad \text{Sur la frontière libre} \quad (5-28)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad \text{Sur la paroi rigide} \quad (5-29)$$

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -\frac{1}{c} \frac{\partial p}{\partial t} \quad \text{Sur } \Sigma_a \text{ (frontière avec condition anéchoïque)} \quad (5-30)$$

On multiplie l'équation (5-26) par un champ de potentiel virtuel  $\psi$  et on intègre dans  $\Omega$  et on appliquant le théorème de Green on trouve :

$$\int_{\Omega} \left[ \frac{1}{c^2} p \psi + \rho_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\nabla \phi \cdot \nabla \psi) \right] + \int_{\partial \Omega} \psi \rho_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \frac{\partial \phi}{\partial n} \right) = 0 \quad (5-31)$$

Soit, avec les conditions aux limites sur  $\partial \Omega$  et l'équation (5-27):

$$\int_{\Omega} \left[ \frac{1}{c^2} p \psi + \rho_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\nabla \phi \cdot \nabla \psi) \right] + \int_{\Sigma_a} \psi \rho_0 \frac{\partial p}{\partial n} = 0 \quad (5-32)$$

On peut dès lors appliquer la condition d'impédance formulée en pression :

$$\int_{\Sigma_a} \psi \rho_0 \frac{\partial p}{\partial n} = -\frac{1}{c} \int_{\Sigma_a} \psi \rho_0 \frac{\partial p}{\partial t} \quad (5-33)$$

De plus, pour parvenir à une formulation symétrique des terme, son multiplie l'équation (5-27) par un champ de pression virtuel  $q$  et on intègre dans  $\Omega$  :

$$\int_{\Omega} \frac{pq}{\rho_0 c^2} - \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_{\Omega} \frac{\phi q}{c^2} = 0 \quad (5-34)$$

En sommant les deux équations variationnelles, on obtient :

$$\frac{1}{\rho_0 c^2} \int_{\Omega} pq + \rho_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[ \frac{1}{\rho_0 c^2} \int_{\Omega} (\phi q + p \psi) - \int_{\Omega} \nabla \phi \cdot \nabla \psi \right] - \frac{1}{c} \int_{\Sigma_a} \psi \rho_0 \frac{\partial p}{\partial t} = 0 \quad (5-35)$$

Matriciellement :

$$\begin{bmatrix} M_f & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ \phi \end{bmatrix} - \frac{1}{c} \begin{bmatrix} 0 & A \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{M_{fl}}{c^2} \\ \frac{M_{fl}^T}{c^2} & \rho_0 H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{p} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} = 0 \quad (5-36)$$

Les sous matrices  $M_f$ ,  $M_{fl}$  et  $H$  discrétisent les formes bilinéaires  $\int_{\Omega} p q$ ,  $\int_{\Omega} p \psi$  (Ou

$\int_{\Omega} \phi q$ ) et  $\int_{\Omega} \nabla \phi \cdot \nabla \psi$  respectivement. La sous matrice  $A$  discrétise le terme  $\int_{\Sigma_a} \psi \rho_0 \frac{\partial p}{\partial t}$ . La

matrice d'amortissement obtenue n'est pas symétrique, comme on l'avait prédit. C'est pourquoi on rejette ce terme au second membre.

### 5.3.3.2 Intégration temporelle directe:

Dans notre cas, en raison de la non symétrie de la matrice d'impédance, on choisit de considérer le terme anéchoïque de façon explicite [33]. Cela revient à le calculer à l'instant  $t$  et à le placer parmi les sollicitations lors de l'expression de l'équilibre dynamique à l'instant  $t + \Delta t$ .

On résout :

$$\begin{bmatrix} M_f & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{t+\Delta t} \\ \phi_{t+\Delta t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{M_{fl}}{c^2} \\ \frac{M_{fl}^T}{c^2} & \rho_0 H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{p}_{t+\Delta t} \\ \ddot{\phi}_{t+\Delta t} \end{bmatrix} = \frac{1}{c} \begin{bmatrix} 0 & A \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{p}_t \\ \dot{\phi}_t \end{bmatrix} \quad (5-37)$$

Au lieu de:

$$\begin{bmatrix} M_f & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{t+\Delta t} \\ \phi_{t+\Delta t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{M_{fl}}{c^2} \\ \frac{M_{fl}^T}{c^2} & \rho_0 H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{p}_{t+\Delta t} \\ \ddot{\phi}_{t+\Delta t} \end{bmatrix} = \frac{1}{c} \begin{bmatrix} 0 & A \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{p}_{t+\Delta t} \\ \dot{\phi}_{t+\Delta t} \end{bmatrix} \quad (5-38)$$

Ainsi, on n'a pas de matrice non symétrique à traiter dans le système à l'instant  $t + \Delta t$

#### 5.4 Résultats des spectres de niveaux de bruit pour différents revêtements :

Avant de présenter les simulations numériques pour différents revêtements de chaussée, nous avons vérifié la validité de la méthode d'éléments finis à conditions aux limites absorbantes pour un cas simple : L'absorption d'une onde de pression dans une colonne fluide à sortie anéchoïque, en introduisant des accélérations harmoniques sur sa partie entrée (accélérations nodales), nous avons obtenu des résultats comparables à ceux de l'analytique.

Afin de mettre en évidence l'influence des revêtements de chaussée sur le bruit rayonné, nous avons considéré deux types de revêtements :

- Chaussée à revêtement : BBSg (Béton bitumineux semi grenu).
- Chaussée à revêtement : BC (béton de ciment).

Le récepteur a été choisi dans la zone proche du contact entre le pneumatique et la chaussée.

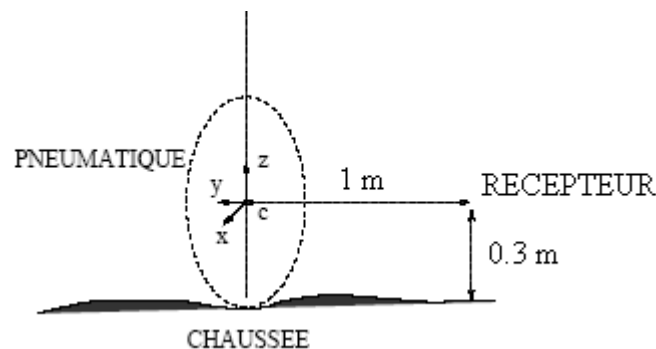


Figure 5.4 Coordonnées du récepteur.

La figure 5.5 illustre, après calcul et traitement, les niveaux sonores pour deux types de chaussée et pour différentes fréquences.

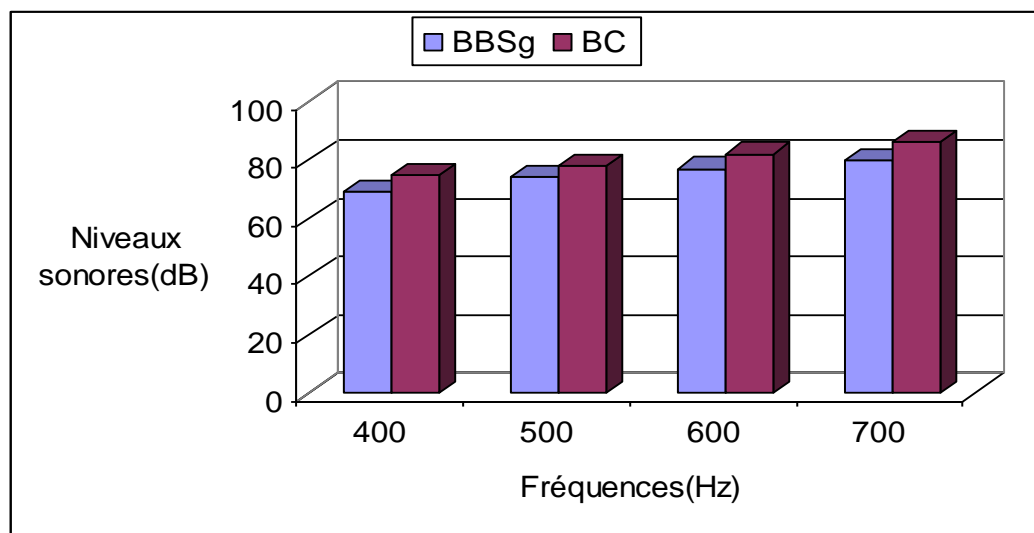


Figure 5.5 Niveaux sonores calculés pour deux types de revêtement de chaussée à 0,70 m du pneu et à 0,3 m du sol (Récepteur).

Les résultats montrent que dans la gamme de fréquences choisie (400-700 Hz), les niveaux sonores pour le cas le BC sont plus importants que ceux observés pour le BBSg. Cette tendance est cohérente avec la réalité puisque l'on peut observer que les niveaux de bruit au passage des véhicules légers sont plus importants pour les chaussées dites rigides telles que le béton de ciment que ceux observés sur les chaussées plus souples de type enrobé bitumineux. Les différences de niveaux sonores pour les deux revêtements sont de l'ordre du décibel, en effet, nous avons vu que le pneumatique imposait son comportement dynamique, en terme de profil vibratoire de la surface, sur celui de la chaussée.

## CONCLUSION

Dans le but d'étudier l'influence des revêtements des chaussées sur le comportement des véhicules de transport, Une étude bibliographique a permis d'identifier les phénomènes qui jouent un rôle dans la génération et la propagation du bruit de contact. On a choisi de ne considérer que la source principale du bruit de roulement à savoir les vibrations du bord du pneumatique et celles du bord de la chaussée.

On a pu, après calcul, valider la dimension de la zone de contact entre le pneumatique et la chaussée et cela sous une charge statique bien déterminée.

Nous avons montré que le comportement du pneumatique pouvait être décrit par un modèle simplifié d'anneau afin de prendre en compte les paramètres mécaniques des différents matériaux qui le composent. Nous avons utilisé un code de calcul par éléments fins pour établir un modèle *2D* du pneumatique. Puis nous avons validé ce modèle par comparaison des résultats de la littérature via une analyse modale. Nous avons retrouvé l'effet d'augmentation des fréquences des modes propres par la présence d'un contact pneumatique chaussée. Enfin, une amélioration est présentée en introduisant la participation de la jante dans la modélisation du pneumatique.

L'étude du couplage pneumatique chaussée, s'est composée de deux étapes. Nous avons établi dans la première un modèle dynamique complet par éléments fins regroupant les modèles de pneumatique et de chaussée décrits dans les chapitres précédents afin d'étudier la réponse vibratoire en excitant le système avec une force harmonique imposée sur le nœud central du pneumatique, ainsi on a obtenu le profil vibratoire de l'enveloppe du pneumatique et de la chaussée. Les résultats montrent que la surface des de la chaussée qui a un module d'élasticité élevé c-a-d chaussée de type rigide est plus vibrante que celle qui a un module d'élasticité faible c-a-d chaussée souple, ce qui nous donne une idée sur les niveaux sonores et la participation ou bien l'influence de la chaussée sur ces derniers (le bruit est proportionnel au vibration de la chaussée).

Dans la deuxième étape, nous avons étudié le rayonnement acoustique de l'ensemble en appliquant la méthode des éléments finis a conditions aux limites absorbantes, et en utilisant le même code de calcul. Le niveau sonore du bruit de roulement a été calculé pour une fréquence d'étude bien déterminée et pour différents types de chaussée.

On peut donc conclure à partir des travaux précédents qu'une approche numérique 3D de la modélisation du bruit de roulement est possible. Néanmoins beaucoup de travail reste encore à réaliser. En ce qui concerne le modèle de vibration, les paramètres des lois de comportement des matériaux doivent être déterminés expérimentalement de manière plus détaillée.

Dans une étape ultérieure il faudra aussi améliorer le modèle de contact. La force de contact doit être calculée en 3D et en dynamique avant d'être introduite dans le modèle de vibration. De plus dans le but de calculer la force de contact de manière plus réaliste il faudra des informations plus précises sur le profil de la chaussée au lieu de créer un profil aléatoire quelconque.

Le code de calcul Aster que nous avons utilisé, ne permet de considérer qu'un comportement dynamique élastique du pneumatique et de la chaussée. Il serait opportun d'introduire la viscoélasticité de ces matériaux, plus proche de la réalité, qui permettrait sans doute de mieux caler les paramètres.

Les phénomènes de résonance d'air pumping qui ne sont pas étudiés dans le cadre de ce travail pourront être étudiés séparément puis être introduit par un modèle externe par exemple en rajoutant le calcul de l'air pumping dans le module calculant la force de contact.



## REFERENCES

1. J. F. Hamet, "Elaboration d'un modèle simple pour l'émission acoustique d'un pneumatique d'automobile", Rapport INRETS Institut National de Recherche sur les Transports et leur Sécurité, N 68, 1988.
2. K. Iwao et I. Yamazaki, "A Study on the mechanism of tyre/road noise", JSAE Review 17, pp. 139-144, 1996.
3. M.J. Gagen, "Novel acoustic sources from squeezed cavities in car tires", Acoustical society of America, [s0001-4966(99)00708-0], 1999.
4. E. Gerrestsen, F.D. Roo, E. Salomons, "State of the art in tyre/road noise modeling", Inter. Noise, volume 1, pp. 87, 1997.
5. J. A. Ejsmont, "Tire dimensional influences on tyre/road noise", Inter Noise, Volume 1, pp. 93, 1997.
6. G. Rimondi, "Tire contribution in the context of automobile noise reduction" Tire science and technology, TSTCA, Volume 23, No 3, 1995.
7. Ali. Fadavi, " Modélisation numérique des vibrations d'un pneumatique et de la propagation du bruit de contact", thèse de doctorat, Université de Compiègne 2003.
8. Joël Lelong and Roger Michele, "Effect of acceleration on vehicle noise emission", INRETS, Laboratoire Transports et Environnement, France.
9. J. Ejsmont, "Tire/Road noise simulation for optimization of the tread pattern", Proceedings of INTERNOISE 2000 (Vol. 1), Nice, (27-30 août 2000).
10. Bergmann M. " Road Traffic Noise: Generation, Propagation and Control" Université technique de Berlin (1979).
11. W. Liedl, E. Köhler, "Tire rolling noise in dry and wet conditions on pavement surfaces of different skid resistance", American Society for Testing and Materials, special technical publication 793 (1983).
12. Jean-François Hamet et Philippe Klein, "Recherches physiques sur le bruit de roulement dans les projets "Texture & bruit et SI.R.U.US.", Journée d'étude Bruit du trafic routier, INRETS, Nantes, France 2001.
13. Houari. A, "Influence de la rigidité de la chaussée sur le bruit de contact pneumatique/chaussée", thèse de doctorat, Université de Compiègne 2003.
14. Soedel. W and Prasad. M. G, "Calculation of natural frequencies and modes of tires in road contact by utilizing eigenvalues of the axisymmetric non-contacting tire", Journal of sound and vibration (1980) 70 (4), 573-584.
15. Chang. Y B, Yang. T. Y and Soedel. W, "Dynamic analysis of a radial tire by finite elements and modal expansion".
16. Perisse. J and Hamet .J-F, "A comparaison of the 2D ring and 3D orthotropic plate for modeling of radial tire vibrations", INRETS, 000453.doc.

17. Soedel. W and Prasad. M. G, "Calculation of natural frequencies and modes of tires in road contact by utilizing eigenvalues of the axisymmetric non-contacting tire", *Journal of sound and vibration* (1980) 70 (4), 573-584.
18. S. Saigal, T. Y. Yang, H. W. Kim, W. Soedel, "Free vibration of a tire as a toroidal membrane", *Journal of sound and vibration*, 107(1), pp. 71-82, 1986.
19. W. Kropp, "A Mathematical Model of Tyre Noise Generation", *The International Journal of vehicle Design*, 1996.
20. Philippe Klein, "Effet dièdre: étude du modèle de Kropp", MMA9807, INRETS 1998.
21. Kuo. C-Y, Graf. A. G, Dowling. A. P and Graham. W. B, "On the horn effect of a tyre/road interface, Part I: Experiment and computation", *Journal of sound and vibration* (2002) 256(3), 417-431.
22. Kuo. C-Y, Graf. A. G, Dowling. A. P and Graham. W. B, "On the horn effect of a tyre/road interface, Part II: Asymptotic theories", *Journal of sound and vibration* (2002) 256(3), 433-445.
23. Sandberg. U, "Low noise road surfaces- A state-of-the-art review", Reprint from the journal (E) of the acoustical society of Japan, *Journal of sound and vibration* (2002) 256(3), *Journal of sound and vibration* (2002) 256(3), Vol. 20, N°1 (1999), pp. 1-77.
24. Fujikawa. T, Hiroshi. K, Yasuo. O and Hideki. T, "Definition of road roughness parameters for tire vibration noise control", *Applied Acoustics* 66 (2005) 501-512.
25. Sameur. A, "Modèle de contact pneumatique/chaussée pour la prévision du bruit de roulement", thèse de doctorat de l'école nationale des ponts et chaussée, 2004.
26. M. YAO BI N'guessan Jean-Luc, "Méthode des Eléments Finis Mixtes et Conditions aux Limites Absorbantes pour la Modélisation des phénomènes électromagnétiques Hyperfréquences", thèse de doctorat, L'école centrale de Lyon 1995.
27. Sandrine FAUQUEUX, "Eléments finis mixtes spectraux et couches absorbantes parfaitement adaptées pour la propagation d'ondes élastiques en régime transitoire", thèse de doctorat, Université Paris IX-Dauphine 2002.
28. ENGQUIST, B., MAJDA, A., "Radiation boundary conditions for acoustic and elastic wave calculations", *Comm. Pure Appl.*, Vol. 32, pp. 313-357, 1979.
29. BAYLISS, A., TURKEL, E., "Radiation boundary conditions for wave-like equations", *Comm. Pure Appl. Math.*, vol. 33, pp. 707-725, 1980.
30. Fortin. A et Garen. A, "Les Eléments Finis: de la théorie a la pratique", Département de génie mécanique, Ecole Polytechnique de Montréal.

31. F. STIFKENS, "Eléments finis en acoustique", Manuel de Référence du code Aster, R4.02.01.
32. Fe WAECKEL, "Eléments vibro-acoustique", Manuel de Référence du code Aster, R4.02.02.
33. G. DEVESA, V. FAUCHER, "Eléments de frontière absorbante", Manuel de Référence du code Aster, R4.02.05.
34. Peter W. A. Zegelaar, "Modal Analysis of Tire In-Plane Vibration", 971101 Vehicle Research Laboratory, Delft University of technology, The Netherlands.
35. A. Aiad, "Méthode numérique", cours de la post-graduation 2005-2006, université Saad Dahleb de Blida.
36. Boyere. E et Boiteau. O, "méthodes de résolution", Manuel d'utilisation du code Aster, U4.52.04-H.
37. Hamet. J. –F, "Modeling tire/road generation", Acoustique & technique INTERNOISE Special.
38. M. ABBAS, "Contact Unilatéral Par Des Conditions cinématiques", Manuel de référence du Code Aster, R5.03.50-C.
39. Nelson. N. B, "On the compression of a cylinder in contact with a plane surface", Institute of basic standards, National bureau of standards, Washington. July 19, 1973.
40. Tristan LORINO, "Autopsie d'une Chaussée", Laboratoire Centrale des Ponts et Chaussées, Centre de Nantes.
41. Hamet. J. –F and Klein. P, "Road texture and tire noise", INRETS, 000674.doc.

## ANNEXE A

### 1. Introduction :

Une chaussée comprend toujours une couche supérieure appelée revêtement routier, ainsi qu'une ou plusieurs couches inférieures. Le revêtement routier est exposé à l'usure, mais aussi aux effets des conditions météorologiques et doit par conséquent être remplacé et/ou entretenu à intervalles réguliers. Le revêtement routier assume plusieurs fonctions simultanées :

- La couche supérieure doit protéger la couche inférieure contre l'humidité (sauf dans le cas d'une couche supérieure poreuse)
- La couche supérieure doit répartir les contraintes exercées par les roues des véhicules sur une surface plus étendue (sauf dans le cas de couches supérieures minces)
- Les pneus doivent présenter une adhérence suffisante avec le revêtement routier, pour permettre à l'utilisateur de freiner et de négocier ses virages en toute sécurité
- le revêtement routier doit permettre à l'utilisateur de rouler en silence (niveau de bruit à l'intérieur du véhicule et aux abords de la route) et lui assurer une conduite confortable
- la consommation des véhicules doit être la plus réduite possible, tant du point de vue économique qu'environnemental.

Les revêtements routiers incluent généralement les éléments suivants :

- des gravillons, dont les dimensions ne peuvent dépasser certaines limites. Il s'agit du composant principal (au moins 40 à 50 % de la masse). Les gravillons ont une taille minimale de 2 mm. Ils sont aussi appelés agrégats.
- du sable. Le poids du sable peut être équivalent à celui des gravillons. Les grains de sable ont une granulométrie comprise entre 0,063 mm et 2 mm.
- des particules de remplissage ou fillers. Matériau composé de très petites particules, dont les dimensions sont inférieures à 0,063 mm.
- du liant. Les liants les plus usuels sont le bitume (asphalte) et le ciment, bien qu'il existe d'autres types de liants - des résines (synthétiques), par exemple. Le pourcentage de liant représente 4 à 8 % du poids. Il a une double fonction: lier les ingrédients de la couche supérieure les uns aux autres, d'une part, et assurer une bonne liaison entre la couche supérieure et la couche inférieure, d'autre part.

## 2. Types de revêtements routiers :

La plupart des routes ont un revêtement routier qui appartient à l'un des trois types décrits ci-dessous.

Une quatrième technique complémentaire consiste à appliquer un enduit superficiel sur une base de revêtement existant.

### 2.1 Revêtement en béton bitumineux :

Celui-ci se compose d'un mélange de gravillons, de sable, de fillers et de liant. Si l'on utilise du bitume en guise de liant, on parle de "béton bitumineux", mais on emploie le terme "béton de ciment" (voir plus loin) si l'on opte pour du ciment comme liant. Un revêtement routier de ce type est généralement assez résistant et est capable de bien répartir le poids de camions par exemple sur la couche inférieure. Le béton bitumineux possède d'ordinaire une élasticité supérieure à celle du béton de ciment. La figure 1 (en haut) donne une représentation schématique du béton bitumineux classique. On utilise des gros et petits gravillons.

Combinés au liant, les petits gravillons remplissent la plupart des vides formés entre les gravillons de granulométrie plus élevée. Il y a 3 à 5 % de creux qui ne sont pas interreliés. Ce type de béton bitumineux est appelé asphalte dense (ou béton bitumineux étanche BBE). La figure A.1 (en bas) représente un béton bitumineux drainant (BBDr): on utilise exclusivement des gravillons "plus gros" et le bitume ne remplit pas les creux laissés entre les gravillons. Il subsiste de nombreux vides (20 à 25 %), qui communiquent les uns avec les autres. Les figures A.2 et A.3 représentent respectivement des revêtements en asphalte dense et en BBDr.

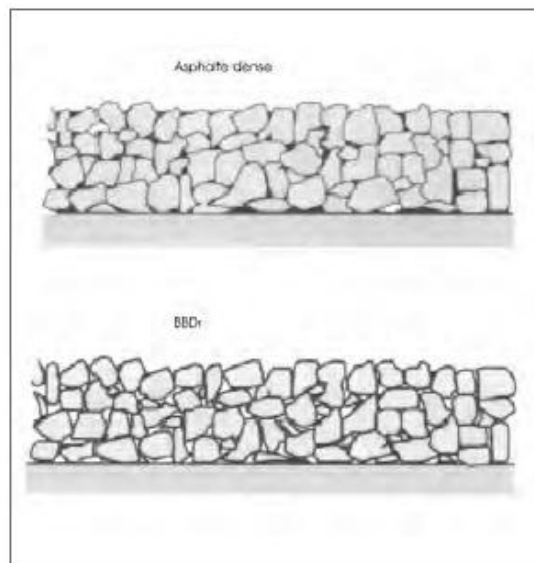


Figure A.1 représentation schématique du BBDr et L'Asphalte dense.

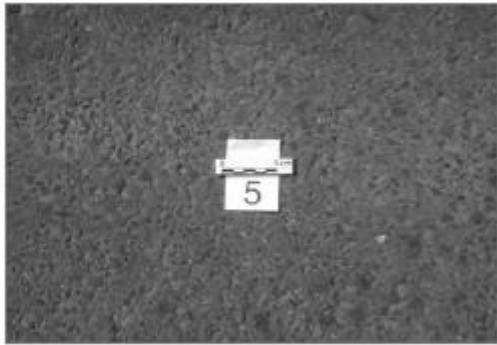


Figure A.2 Revêtement en Asphalte dense.

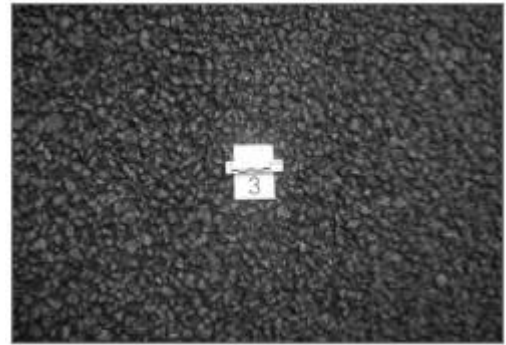


Figure A.3 Revêtement en BBDr.

On comprendra aisément la nécessité d'utiliser un mélange approprié de gravillons – dont les dimensions ne peuvent excéder des limites fort étroites - pour obtenir la structure ouverte du BBDr. Une opinion erronée largement répandue prétend que le BBDr est moins solide que l'asphalte dense. Il ne suffit cependant pas d'utiliser des agrégats possédant les dimensions adéquates, le BBDr doit aussi être compacté par vibrations ou au rouleau après la pose. Il faut également prévoir une couche étanche sous la couche supérieure en BBDr, afin de protéger les couches inférieures de la route contre l'infiltration d'eau. On peut par exemple utiliser une feuille étanche ou une couche d'asphalte dense. Il existe de nombreuses sortes de bétons bitumineux en plus de l'asphalte dense et du BBDr:

- Le SMA (Stone Mastic Asphalt) est un compromis entre l'asphalte dense et le BBDr. Les agrégats et les fines sont choisis de façon à ce que le matériau ne soit pas poreux, mais à ce que la couche supérieure vue du dessus ait la même apparence que le BBDr (voir figure A.4). Il y a beaucoup de vides autour des gravillons relativement gros qui se trouvent à la surface, mais le revêtement ne présente pas de pores en raison de la grande quantité de fines utilisées. Le SMA est plus résistant à l'usure et plus solide que l'asphalte dense, mais requiert davantage de soin lors de la pose.

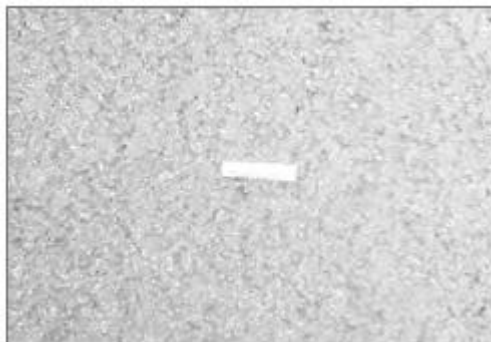


Figure A.4 Revêtement en SMA.

- L'asphalte clouté. Il s'agit tout simplement de l'asphalte dense sur lequel des gravillons sont épanchés et roulés à chaud (figure A.5). Le revêtement routier présente ainsi une meilleure résistance à l'usure.

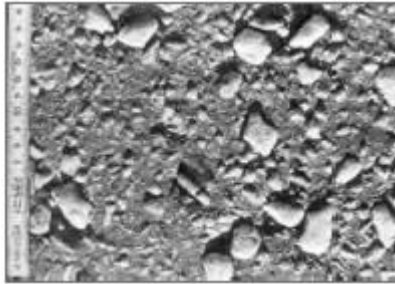


Figure A.5 Revêtement en Asphalte clouté.

- Les bétons bitumineux minces. Cette technique est généralement utilisée pour réparer un revêtement routier usé, à certains endroits ou sur toute la surface. Elle est bon marché et peut être mise en oeuvre sur des routes où l'intensité du trafic n'est pas trop importante. On emploie le plus souvent des gravillons de granulométrie réduite pour réaliser un béton bitumineux mince. Il est même possible de réaliser des bétons bitumineux minces poreux.

On distingue trois sous-catégories :

- béton bitumineux mince (20 - 25 mm d'épaisseur)
- béton bitumineux ultramine (12 - 18 mm) (figure A.6)
- microcouche de béton bitumineux (6 - 12 mm)

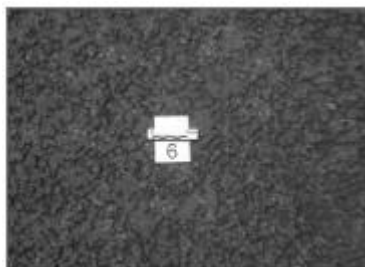


Figure A.6 Revêtement en béton bitumineux ultramine.

## 2.2 Béton de ciment :

Le béton de ciment présente de nombreuses similitudes avec le béton bitumineux, à la différence que l'on utilise du ciment en guise de liant et non du bitume. Une autre différence réside dans le fait que le béton de ciment comporte une plus grande proportion de sable. Le matériau est donc plus compact et la surface plus lisse, cette surface peut devenir particulièrement glissante par temps de pluie.

Des traitements spéciaux sont souvent appliqués pour résoudre ce problème:

- ✓ Le fait de broser la surface en béton encore humide immédiatement après la pose donne une surface assez lisse, qui présente toutefois une fine macrotexture
- ✓ Tirer une toile de jute sur la surface en béton fraîchement posé permet également de créer une certaine texture.
- ✓ Il est possible de donner une macrotexture à une surface en béton fraîchement posé à l'aide d'une espèce de peigne métallique. Les dents sont réparties de façon régulière ou irrégulière (ce qui constitue une meilleure option). Les rainures ainsi réalisées ont une largeur de 2 à 5 mm, une profondeur de 3 à 5 mm et sont distantes de 10 à 40 mm les unes des autres.
- ✓ Il est possible de donner une macrotexture au béton durci en effectuant des rainures transversales à l'aide d'une scie diamant (figure A.7). Ces stries sont généralement plus profondes et plus larges que celles résultant d'un "peignage".

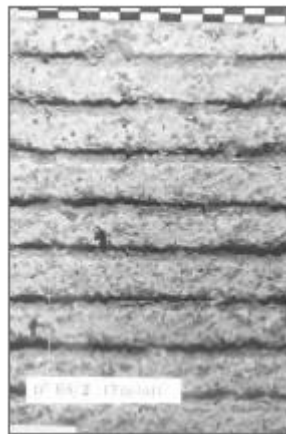


Figure A.7 Macrotexture au béton avec rainures transversales.

- ✓ Une surface en béton existante est parfois "meulée" à l'aide d'une série de disques diamant très rapprochés. Cette technique est souvent utilisée pour faire disparaître des inégalités (dus à des erreurs de construction ou à l'usure). La série de disques diamant permet d'obtenir une surface légèrement rainurée dans le sens longitudinal.
- ✓ La texture d'une surface en béton peut aussi résulter d'un traitement chimique. Le sable présent entre les gravillons à la surface du béton frais est éliminé à l'eau (figure A.8). Le résultat est aussi appelé béton antibruit.



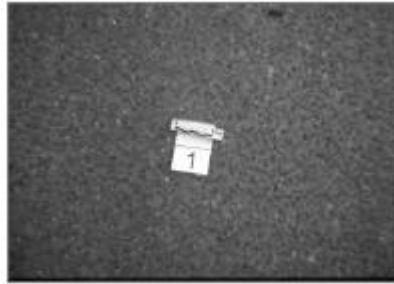


Figure A.8 Revêtement en béton.

En Europe, il est rare que la texture résulte d'un peignage ou d'un rainurage, à cause du problème de bruit généré. En Espagne, des rainures longitudinales sont réalisées, mais elles sont sinusoïdales et non rectilignes.

Jusqu'il y a quelque temps, les revêtements routiers en béton de ciment étaient réalisés en plaques distinctes de 10 à 20 m de long, contrairement aux revêtements en béton bitumineux. En raison de son manque de flexibilité, le béton peut en effet se rompre sous l'effet des dilatations thermiques. Les joints entre les plaques de béton engendraient un bruit caractéristique ("poudoum") lors du passage des véhicules. Ces joints de dilatation sont aujourd'hui superflus grâce à l'amélioration des techniques d'armement. On parle à présent de "béton armé continu".

### 2.3 Pavés:

Il s'agit d'un revêtement composé d'éléments distincts de petite dimension, appareillés entre eux pour former une surface plane et homogène. Ces éléments sont reliés entre eux par de joints.

#### 2.3.1 Pavés en pierre naturelle :

Les pavés sont des blocs de granit taillés en forme de cubes (figure A.9). Ils sont souvent posés de manière à former des motifs. Le choix de pavés pour un nouveau revêtement routier est presque toujours conditionné par des raisons esthétiques et historico-culturelles.



Figure A.9 Revêtement de pavé en pierre naturelle.

### 2.3.2 Pavés artificiels :

Les clinkers sont une variante moderne des pavés et sont habituellement fabriqués en béton de ciment ou en terre cuite. Leur face supérieure est plane, contrairement à celle des pavés. Elle peut avoir une forme carrée, rectangulaire (figure A.10) ou hexagonale. Les clinkers présentent parfois une forme plus complexe, qui permet de les imbriquer les uns dans les autres, ce qui assure une meilleure stabilité. Des gravillons sont parfois ajoutés sur la face supérieure lors de la fabrication, pour leur donner une macrotexture.



Figure A.10 Revêtement de pavé artificiel.

### 2.4 Enduits superficiels :

Cette technique consiste à étendre une couche de liant sur la couche inférieure, qui doit être plane et en bon état. On étend ensuite une couche de gravillons (figure A.11) sur la couche de liant, qui sert de "colle". C'est ce que l'on appelle un enduit monocouche; celui-ci a une épaisseur de 5 à 15 mm. Il est possible d'appliquer un deuxième enduit sur le premier, en étalant de nouveau une couche de liant sur laquelle vient se fixer une deuxième couche de gravillons. On parle dans ce cas d'enduit bicouche. Il est tout à fait possible de combiner un enduit à un autre type de revêtement et d'apposer, par exemple, un enduit superficiel sur une surface en béton de ciment.



Figure A.11 La couche de gravillons.

## ANNEXE B

### 1. Introduction :

De nombreux problèmes de propagation d'ondes se posent en milieu non borné. La modélisation de tels problèmes en milieu ouvert par une méthode finie nécessite la troncature du domaine infini par une frontière artificielle afin de simuler le fait que le milieu de propagation réel est infini. Il est essentiel d'imposer sur cette frontière des conditions aux limites qui prennent en compte le domaine extérieur. Une des méthodes possibles consiste en l'adjonction de "couches absorbantes parfaitement adaptées" (Perfectly Matched Layers) : bandes ajoutées autour du domaine de calcul dans lesquelles on introduit un terme de viscosité et qui ne génère aucune réflexion entre le domaine physique et la couche absorbante.

### 2. Principe :

Considérons le problème d'évolution général :

$$\partial_t U - \sum_{j=1}^d A_j \partial_{x_j} U = 0 \quad (1)$$

$$U(t=0) = U_0$$

Où  $U$  est un vecteur de dimension  $m$  et  $(A_j)_{j=1\dots d}$  sont des matrices  $m \times m$ .

Le problème fréquentiel associé est :

$$-i\omega \bar{U} - \sum A_j \partial_{x_j} \bar{U} = 0 \quad (2)$$

Admet des solutions de la forme :

$$\bar{U} = \bar{U}_0 e^{iKx} \quad (3)$$

Où  $K$  est un vecteur de dimension  $d$  qui vérifie la relation (2).

Nous nous intéressons aux phénomènes physiques se déroulant dans le domaine  $D = (R^-)^d$

Considérons donc des PML dans les demi-espaces  $x_j > 0$  (figure 1 en dimension 2).

Nous introduisons le changement de variable suivant :

$$\bar{x}_j = x_j + \frac{i}{\omega} \int_0^{x_j} \tau_j(s) ds \quad (4)$$

Où les  $\tau_j$  sont des fonctions positives, nulles dans  $R^-$ , continues et qui ne dépendent que de  $\tau_j$ .

Remarque :

-Dans  $D$  on a :  $\bar{x} = x$

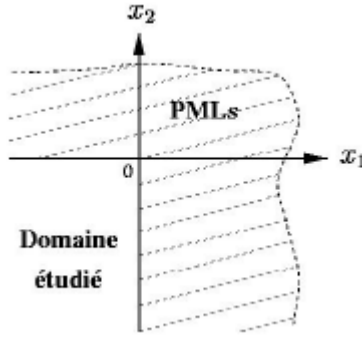


Figure B.1 Cadre général de l'étude des PML, en dimension 2.

On effectue alors un prolongement de (2) dans le nouveau système de coordonnées :

$$-i\omega\bar{V} - \sum A_j \partial_{x_j} \bar{V} = 0 \quad (5)$$

Qui peut s'écrire, en fonction des dérivées spatiales en  $x_j$ , sous la forme :

$$-i\omega\bar{V} - \sum_{j=1}^d \frac{-i\omega}{-i\omega + \tau_j} A_j \partial_{x_j} \bar{V} \quad (6)$$

Posons alors :  $\bar{V}(x) = \bar{U}(\bar{x})$  (7)

Dans le domaine d'intérêt  $D$  où les fonctions  $\tau_j$  sont nulles,  $\bar{V}(x)$  vérifie (6). Par le théorème du prolongement analytique, on déduit que  $\bar{V}(x)$  vérifie (6) partout.

Les solutions de (6) se mettent donc sous la forme :

$$\bar{V}(x) = \bar{U}_0 e^{ikx} e^{-\sum_{j=1}^d K_j \int_0^{x_j} \tau_j(s) ds} \quad (8)$$

Les fonctions  $\tau_j$  étant positives, nous avons une absorption de l'onde dans les PML.

De plus, le prolongement de la solution de  $D$  à  $R^d$  assure qu'il n'y ait pas de réflexion entre le domaine physique et les PML.

## ANNEXE C

### 1. Introduction :

Pour mesurer le bruit de roulement ou le niveau sonore global d'un véhicule roulant sur un revêtement déterminé nous avons des méthodes qui sont généralement classées en deux types, procédures de mesure «au passage » et « en continu », d'autres méthodes servent à déterminer la mesure dans laquelle un revêtement absorbe le son incident. Autrement dit, il s'agit de mesurer le coefficient d'absorption en fonction de la fréquence.

### 2. Mesure de l'absorption d'un revêtement :

#### 2.1 La méthode du tube :

Cette méthode est fréquemment utilisée en acoustique. Elle a recours à des échantillons de revêtement ronds (diamètre type d'env. 10 cm), que l'on prélève sur un revêtement existant ou que l'on fabrique en laboratoire. Un "tube de Kundt" est placé à la verticale de l'échantillon (figure C.1) et "fait tomber" des ondes sonores verticales sur l'échantillon. On peut travailler avec des ondes stationnaires, ce qui permet de définir le coefficient d'absorption sur la base du rapport entre les amplitudes des ventres et des noeuds, ou avec la technique des "impulsions sonores". Pour cette dernière, le coefficient d'absorption dépend du rapport entre l'amplitude des ondes incidentes et réfléchies.

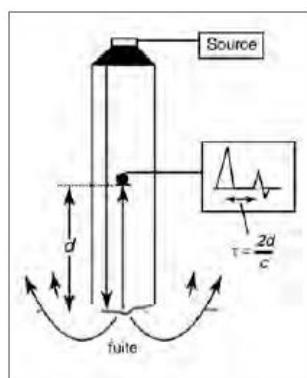


Figure C.1 Le tube de Kundt.

#### 2.2 La méthode de la surface étendue :

Cette méthode utilise également des impulsions sonores – celles produites par un pistolet d'alarme, par exemple. Ces impulsions possèdent un large spectre et sont omnidirectionnelles. Il est possible de déterminer le coefficient d'absorption de la surface d'après la différence entre l'amplitude de l'onde directe et de l'onde d'incidence verticale réfléchiée par le revêtement.

Cette méthode a reçu le statut de norme en France. Un autre exemple illustrant l'application de cette technique est le système italien RIMA (figure C.2).



Figure C.2 le système italien RIMA.

### 2.3 La méthode de la chambre de réverbération :

Lorsque l'on produit un son dans un espace clos et qu'on l'interrompt ensuite brutalement, il arrive que l'observateur présent dans la pièce entende encore un son pendant un certain temps, même après que la source sonore ait été supprimée. La réverbération d'une pièce est due aux répercussions du son entre les parois de cette pièce. Le temps de réverbération d'une pièce ( $T_{60}$ ) est défini comme le temps qui s'écoule entre le moment où l'on supprime la source sonore et le moment où le niveau de pression acoustique a décru de 60 dB dans la pièce en question. Le temps de réverbération peut être exprimé à l'aide de la formule de Sabine :

$$T_{60} = 0.161 \frac{V}{A_{pièce}}$$

Où  $V$  est le volume de la pièce et  $A_{pièce} = \alpha_{pièce} S_{pièce}$  représente la quantité totale d'absorption présente dans la pièce. Le temps de réverbération peut bien entendu varier avec la fréquence, parce que  $A_{pièce}$  varie avec la fréquence.

En mesurant d'abord le temps de réverbération en fonction de la fréquence du son de la source dans une pièce spécialement conçue à cet effet (appelée "chambre de réverbération") et en recommençant ces mesures après avoir placé un morceau du revêtement à analyser dans la chambre de réverbération, on peut déterminer le coefficient d'absorption  $\alpha_{échantillon}$  à partir de la différence de temps de réverbération, en utilisant la formule susmentionnée.

Après ajout de l'échantillon, la formule devient :

$$T'_{60} = 0.161 \frac{V}{(A_{pièce} + \alpha_{échantillon} S_{échantillon})}$$