



République Algérienne Démocratique et Populaire Ministère de L'enseignement
Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Saad Dahlab – Blida 01 -
FACULTE DE TECHNOLOGIE



Projet de Fin d'Etudes

**Pour l'obtention du Diplôme de master
en Construction Mécanique**

**Thème : Calcul théorique du taux de
restitution de l'énergie potentielle et
comparaison avec ANSYS**

Présenté par :

- **AKFIR ZOHEIR**
- **AMRAOUI LAKHDAR**
- **OUSSALAH MOHAMED RASSIM**

Proposé et Encadré par :

- **Mr. FERDJANI HICHEME**

Année universitaire
2021/2022

Remerciement

*T*ous d'abord et avant tout, nous remercions dieu le tout puissant de nous avoir donné la force et le courage de mener à bien ce modeste travail. Nous remercions également nos familles pour leurs sacrifices et efforts consentis pour mettre à notre disposition tous les moyens nécessaires pour réaliser ce travail dans les meilleures conditions

Qu'il nous soit permis de remercier notre promoteur **Mr.Ferdjani Hichem** pour les conseils éclairés et son aide précieuse qu'il nous a prodigués durant cette étude

Nous remercions aussi les enseignants du département de **Génie Mécanique** pour leurs aides et leurs soutiens.

Aussi nous remercions **les membres du Jury** pour avoir pris la peine d'examiner et de juger notre travail réalisé dans le cadre du projet de fin d'étude

Enfin, Nos plus sincères remerciements sont dédiés à tous nos proches et amis(es) qui de loin ou de près nous ont soutenus et encouragés.

Merci à tous et à toutes

Liste des Figures

PAGE

CHAPITRE I :

Figure I.1 : Accroissement da de la fissure.....	P.01
Figure I.2 : relation linéaire entre la charge et le déplacement.....	P.03
Figure I.3 : poutre fissuré soumise à une force imposée.....	P.05
Figure I.4 : problème réduit à une poutre en flexion (force imposé)	P.05
Figure I.5 : détermination du moment fléchissant.....	P.06
Figure I.6 : poutre fissuré soumise à un déplacement imposé.....	P.07
Figure I.7 : problème réduit à une poutre en flexion (déplacement imposé).....	P.08

CHAPITRE II :

Figure II.1: Type du problème : « Structural ».....	P.11
Figure II.2: Définir le type d'élément.....	P.11
Figure II.3: Définition les propriétés du matériau.....	P.12
Figure II.4 : Définition de l'épaisseur.....	P.12
Figure II.5 : Les coordonnées des « Keypoint ».....	P.13
Figure II.6: Définition des lignes droites.....	P.14
Figure II.7: création d'une surface.....	P.14
Figure II.8 : maillage 1.....	P.15
Figure II.9 : maillage 2.....	P.15
Figure II.10 : maillage 3.....	P.16
Figure II.11 : Conditions de symétrie.....	P.16
Figure II.12 : Bloquer les degrés de liberté d'un nœud de l'axe de symétrie.....	P.17
Figure II.13 : Application de la force.....	P.18
Figure II.14 : Application du déplacement.....	P.18

Figure II.15 : Lancement des calculs.....	P.19
Figure II.16 : Obtention du déplacement.....	P.19
Figure II.17 : Obtention de la réaction.....	P.20
Figure II.18 : Etape 1.....	P.21
Figure II.19: Etape 2.....	P.21
Figure II.20: Etape 3.....	P.22
Figure II.21: Etape 4.....	P.22
Figure II.22 : Etape 5.....	P.23
Figure II.23 : Etape 6.....	P.23

CHAPITRE III :

Figure III : Le graphe de Gn et Gt.....	P.30
--	------

Liste des tableaux

PAGE

CHAPITRE III :

Tableau III-1 : Résultats numériques et comparaison avec la théorieP.28

(Force imposée).

Tableau III-2 : Résultats numériques et comparaison avec la théorie P.31

(Déplacement imposée).

Sommaire

PAGE

Introduction générale

Chapitre I : Rappels Théoriques

1. Introduction	P.01
2. Taux de restitution de l'énergie potentielle G et critère de Griffith.....	P.01
3. Complaisance d'une structure	P.03
4. Formule de la complaisance.....	P.04
5. Présentation du problème et solution analytique	P.04
5.1 Force imposée	P.05
5.2 Déplacement imposé	P.07
6. Méthode de la complaisance.....	P.09

Chapitre II : Modélisation numérique sur ANSYS

1. Introduction.....	P.10
2. Adimensionnalisation du problème.....	P.10
2.1 Force imposée.....	P.10
2.2 Déplacement imposé.....	P.10
3. Modélisation sur ANSYS.....	P.10
3.1. Définition des Préférences.....	P.11
3.2. Définition du type d'élément.....	P.11
3.3 Définition les propriétés du matériau.....	P.12
3.4. Définition de l'épaisseur.....	P.12
3.5. Modélisation géométrique.....	P.13
3.5.1. Les coordonnées (Key points).....	P.13
3.5.2. Définition des lignes droites (Straight Line).....	P.13
3.5.3. Création d'une surface.....	P.14
3.6. Le Maillage.....	P.15

3.7. Conditions aux limites.....	P.16
3.7.1. Conditions de symétrie.....	P.16
3.7.2. Elimination des déplacements de corps rigide.....	P.17
3.7.3. Conditions aux limites en forces (force imposée).....	P.17
3.7.4. Conditions aux limites en déplacement (déplacement imposé).....	P.18
3.8. Lancement des calculs.....	P.19
3.9. Obtention du déplacement du point d'application de la force.....	P.19
(force imposée)	
3.10. Obtention de la réaction au point d'application du déplacement.....	P.20
(déplacement imposé)	
4. Création d'une macro.....	P.21
5. Exécution de la macro.....	P.23

Chapitre III : Résultats numériques et comparaison avec la théorie

1. Introduction	P.24
2. Procédure de calcul et résultats	P.24
3. Force imposée	P.26
4. Déplacement imposé.....	P.29
5. Discussion des résultats	P.32

Conclusion générale

Annexe 1 : Code macro pour force imposée

Annexe 2 : Code macro pour déplacement imposée

Annexe 3 : Résultats pour force imposée.

Annexe 4 : Résultats pour déplacement imposée

Bibliographie

Introduction générale

« La rupture est un problème auquel l'homme devra faire face aussi longtemps qu'il construira des édifices ou fabriquera des structures. Ce problème est de plus en plus crucial avec le développement, lié aux progrès technologiques, de structures complexes. Les avancées dans la connaissance de la mécanique de la rupture permettent aujourd'hui et plus précisément depuis le milieu du 20^e siècle, de mieux prévenir le risque de rupture. La théorie de la mécanique de la rupture est un moyen pour estimer la stabilité des fissures qui peuvent survenir à cause des défauts. Elle permet de prévoir l'évolution de la fissure jusqu'à la ruine de la structure. La mécanique de la rupture permet de prévoir la condition de la rupture des matériaux et des structures, lorsqu'ils contiennent une fissure. »[1]

Le taux de restitution d'énergie potentielle G , en mécanique de la rupture fragile, est l'un des principaux paramètres quantifiant la dangerosité d'une fissure. En effet, plus il est important plus le risque de propagation est élevé. Il est d'ailleurs utilisé dans le critère de propagation de Griffith $G = G_c$. Il est donc important de déterminer sa valeur. Il existe plusieurs méthodes de calcul de G :

- Analytiquement, en utilisant sa définition, c'est-à-dire en calculant l'énergie potentielle de la structure, et en prenant l'opposé de sa dérivée à chargement constant. On peut aussi le calculer à l'aide de la formule de la raideur ou de la complaisance.
- En le calculant à partir de Facteurs d'Intensité de Contrainte (formule d'Irwin).
- En utilisant l'intégrale de Rice.
- En utilisant la méthode G -theta.
- En utilisant la méthode de la raideur.
- En utilisant la méthode de la complaisance.

L'utilisation de la première méthode est possible dans le cas de structures simples dont la solution élastique peut être obtenue analytiquement. C'est le cas d'une poutre fissurée, dont la fissure est située le long de sa fibre neutre, sollicitée en mode I. Moyennant certaines hypothèses sur la déformation de la poutre, et tenant compte de sa géométrie, la solution élastique est obtenue analytiquement en utilisant les formules de la RDM. Le G est ensuite obtenu analytiquement. Cette méthode n'est plus valable si la fissure est trop petite ou trop grande par rapport aux dimensions de la poutre.

L'objectif de ce travail est de déterminer le domaine de validité de cette méthode analytique. Pour ce faire, nous recalculons numériquement le G pour toutes les longueurs possibles de fissure avec la méthode de la complaisance. Le calcul sera effectué en utilisant la méthode des éléments finis (logiciel ANSYS). La comparaison des résultats obtenus avec la méthode analytique précédemment citée, permettra de déduire son domaine de validité.

Le mémoire se divise en trois chapitres :

- Le premier chapitre consiste en un rappel théorique relatif à la mécanique de la rupture, ainsi qu'au calcul théorique de G .
- Le deuxième chapitre sera consacré à la modélisation du problème à étudier via le logiciel ANSYS.
- Et enfin le troisième Chapitre est consacré au calcul du taux de restitution et l'interprétation des résultats obtenus.
- Nous terminons par une conclusion générale

Chapitre 1 :
Rappels théoriques

1. Introduction :

Ce chapitre est un rappel de quelques notions théoriques, relatives à la mécanique de la rupture utilisées dans notre travail, à savoir :

- Taux de restitution de l'énergie potentielle et critère de Griffith.
- Complaisance d'une structure.
- Formule de la complaisance.

Nous y présentons également le problème étudié ainsi que le calcul analytique de G . Nous terminons le chapitre par la présentation de la méthode de la complaisance.

2. Taux de restitution de l'énergie potentielle G et critère de Griffith:[2]

On envisage un accroissement da de la fissure à chargement constant (Figure I-1).

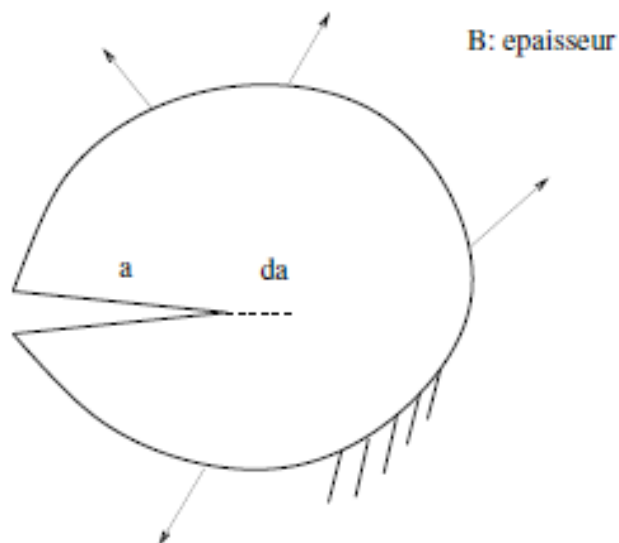


Figure I-1 : Accroissement da de la fissure

On écrit le bilan énergétique :

$$dW = dU + d\Gamma + dK \text{ conservation de l'énergie :}$$

- dW : Travail des forces extérieures imposées
- dU : Variation de l'énergie de déformation
- $d\Gamma$: Variation de l'énergie de surface
- dK : Variation de l'énergie cinétique

On réécrit le bilan énergétique sous la forme :

$$dW - dU - d\Gamma = -d(U - W) - d\Gamma = dK \quad (1)$$

On définit l'énergie potentielle élastique :

$$\Pi = U - W$$

Remarque :

Dans le cas, où il n'y a que des déplacements imposés :

$$\Pi = U$$

La relation (1) devient :

$$-d\Pi - d\Gamma = dK \quad (2)$$

Remarques :

- *Puisque $dK \geq 0$ et $d\Gamma > 0$, la relation (2) implique $d\Pi \leq 0$.*

Cela veut dire que la fonction $\Pi(a)$ est décroissante.

- *La relation (2) veut dire que lors de la propagation, une partie de l'énergie potentielle est restituée sous forme d'énergie de surface.*

Griffith a supposé que l'énergie de surface est proportionnelle à l'aire de la fissure :

$$\Gamma = \gamma A \quad (3)$$

γ : densité d'énergie de surface (constante matérielle)

A : surface de la fissure

En reportant (3) dans (2), on obtient :

$$- d \cap -\gamma dA = dK$$

Sachant que $dA = 2Bda$, l'équation précédente devient :

$$- d \cap -2Bda \gamma = Bda \left(-\frac{1}{B} \frac{\partial \cap}{\partial a} - 2\gamma \right) = dK \quad (4)$$

On pose :

$$G = -\frac{1}{B} \frac{\partial \cap}{\partial a} : \text{taux de restitution de l'énergie potentielle [J/m}^2\text{]}$$

3. Complaisance d'une structure :

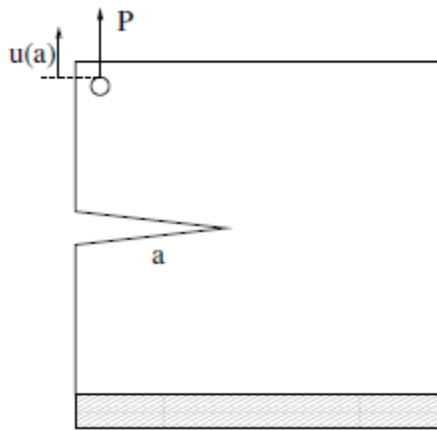


Figure I-2 : Relation linéaire entre la charge et le déplacement

Pour une structure élastique, il existe une relation linéaire entre la charge et le déplacement en un point donné (Figure I-2). La complaisance représente la déformabilité (ou la souplesse) de la structure. Elle est définie comme étant le rapport entre le déplacement et la charge :

$$C(a) = u(a) / F$$

Où « a » est la longueur de la fissure.

Pour une structure fissurée, la complaisance dépend de la longueur de la fissure. Plus la fissure est longue plus la complaisance est élevée. Autrement dit $C(a)$ est une fonction croissante de « a ».

4. Formule de la complaisance : [2]

La formule de la complaisance permet de déterminer le taux de restitution de l'énergie potentielle à partir de la complaisance $C(a)$. Nous allons démontrer cette formule pour l'exemple particulier de la Figure I-1. La démonstration générale pour n'importe quel type de problème est donnée par [3]. En appliquant le théorème de Clapeyron, l'énergie de déformation de la structure s'écrit :

$$U = \frac{1}{2} F u(a)$$

Le travail des forces extérieures est donné par :

$$W = F u(a)$$

L'énergie potentielle élastique est donc donnée par :

$$\Omega = - \frac{1}{2} F u(a).$$

Et finalement le taux de restitution de l'énergie potentielle s'écrit :

$$G = - \frac{1}{B} \frac{\partial \Omega}{\partial a} = \frac{F}{2B} \frac{du}{da}.$$

Sachant que : $u(a) = C(a) F$,

On obtient la formule de la complaisance :

$$G = \frac{F^2}{2B} \frac{dC}{da} \quad (\text{I-1})$$

5. Présentation du problème et solution analytique :

Le problème qu'on souhaite traiter dans ce mémoire est une poutre ayant une fissure longitudinale de longueur « a » située le long de son axe neutre. Le matériau de la poutre est élastique de module de Young E. On va calculer pour ce problème, l'expression analytique du taux de restitution de l'énergie potentielle G. Nous considérons deux types de chargement : force imposée et déplacement imposé.

5.1 Force imposée :

La poutre est soumise à deux forces égales et opposées d'intensité F (Figure I-3).

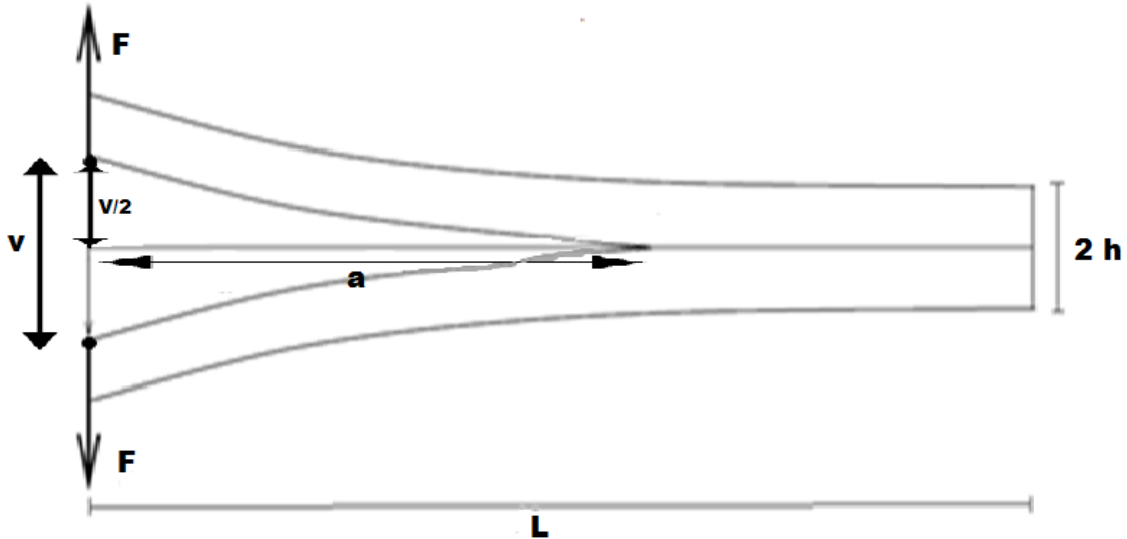


Figure I-3 : Poutre fissuré soumise à une force imposée

Quand la longueur de la fissure a est grande devant h , les parties en dessus de la fissure peuvent être considérées comme des poutres. De plus, quand la partie non fissurée de longueur $L-a$ est suffisamment importante, il est raisonnable de supposer que sa déformation est négligeable. Dans ce cas, toute la déformation est dans la partie fissurée. Par conséquent, pour calculer l'énergie de déformation U , on réduit le problème à celui d'une poutre en flexion (Figure I-4).

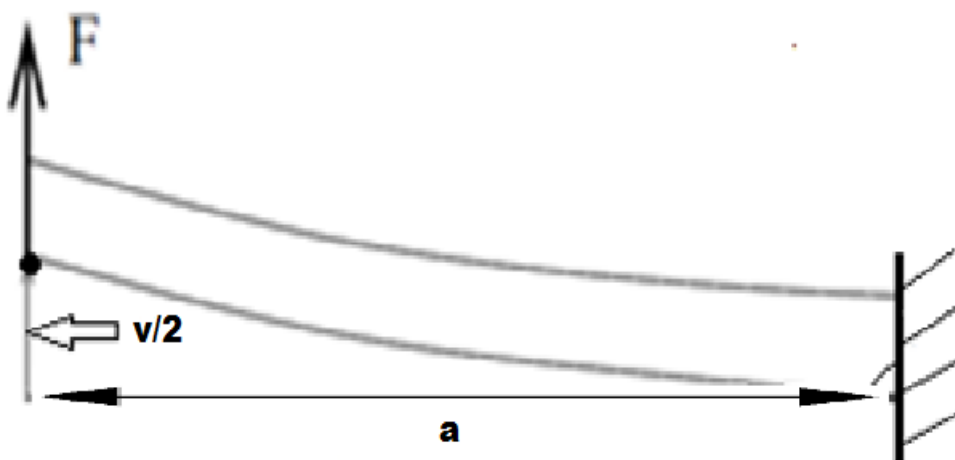


Figure I-4 : Problème réduit a une poutre en flexion (force imposé)

Nous effectuons une coupe au milieu de notre poutre afin de pouvoir déterminer le moment fléchissant (figure 3).

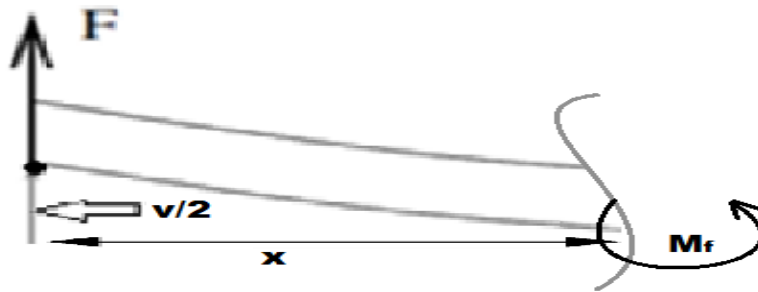


Figure I-5 : Détermination du moment fléchissant

Nous déterminons le moment fléchissant M_f dans la poutre :

$$\sum M/o = 0$$

$$M_f - F \cdot x = 0$$

$$M_f = F \cdot x \dots\dots\dots(1)$$

Notre poutre est en flexion simple, l'énergie de déformation s'écrit donc :

$$U = 2 \times \frac{1}{2} \int_0^a \left(\frac{M_f^2}{IE} \right) dx ; \quad (2)$$

Le facteur 2 a été introduit à cause de la symétrie du problème. On remplace (1) dans (2) :

$$U = \int_0^a \left(\frac{F^2 x^2}{IE} \right) dx ;$$

Après intégration, on obtient :

$$U = \left[\frac{F^2 x^3}{3IE} \right]_0^a = \frac{F^2 a^3}{3IE} ;$$

Pour calculer le travail des force extérieures « W », on doit d'abord déduire la flèche « v » au point d'application de la force « F ». En utilisant le théorème de Castigliano, on obtient :

$$v = \frac{\partial U}{\partial F} = \frac{\partial}{\partial F} \left(\frac{F^2 a^3}{3IE} \right) = \frac{2 F a^3}{3IE} ;$$

Le travail des forces extérieures est donné par :

$$W = F \cdot v = \frac{2 F^2 a^3}{3IE} ;$$

On déduit alors l'énergie potentielle élastique :

$$\eta = U - W = -\frac{F^2 a^3}{3 I E}$$

Le taux de restitution d'énergie potentielle donc :

$$G = -\frac{1}{B} \frac{\partial \eta}{\partial a} = \frac{F^2 a^2}{BEI}.$$

Dans le cas où la section de la poutre est rectangulaire d'épaisseur B, le moment d'inertie I est donné par :

$$I = \frac{Bh^3}{12}$$

Finalement le taux de restitution d'énergie potentielle théorique G_t est donné par :

$$G_t = \frac{12F^2 a^2}{EB^2 h^3} \quad (I-2)$$

5.2 Déplacement imposé :

La poutre est soumise à un déplacement « v » suivant l'axe vertical « y » (Figure I-6) .

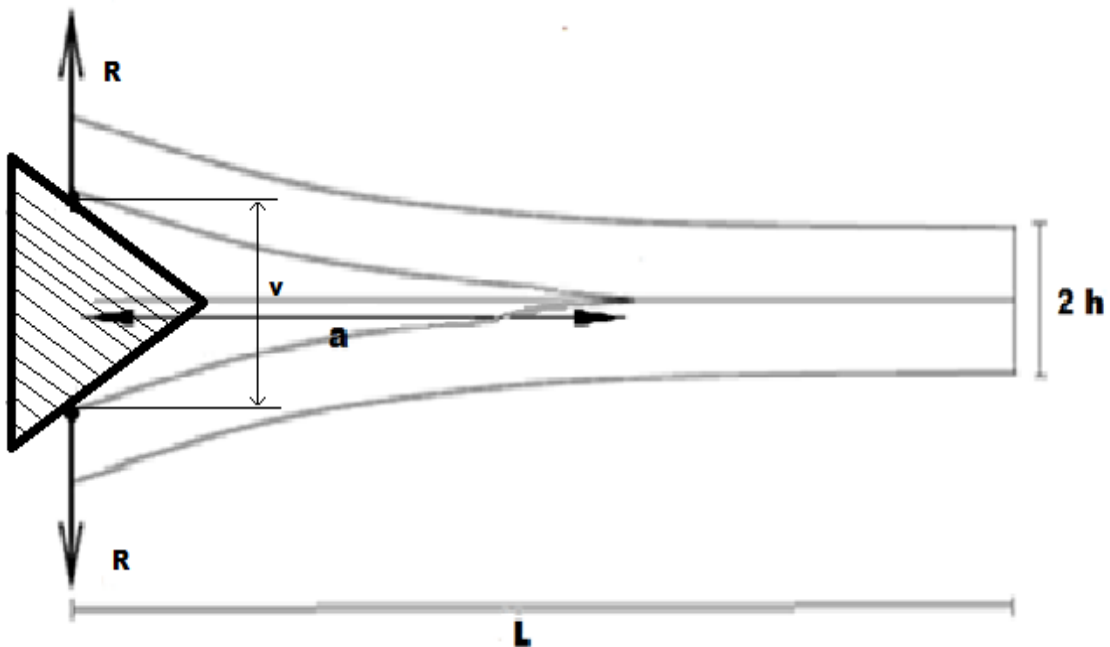


Figure I-6 : Poutre fissuré soumise à un déplacement imposé.

Notre poutre est symétrique par rapport à l'axe horizontal « x » ce qui nous permet de simplifier le problème à celui-ci (Figure I-7) :

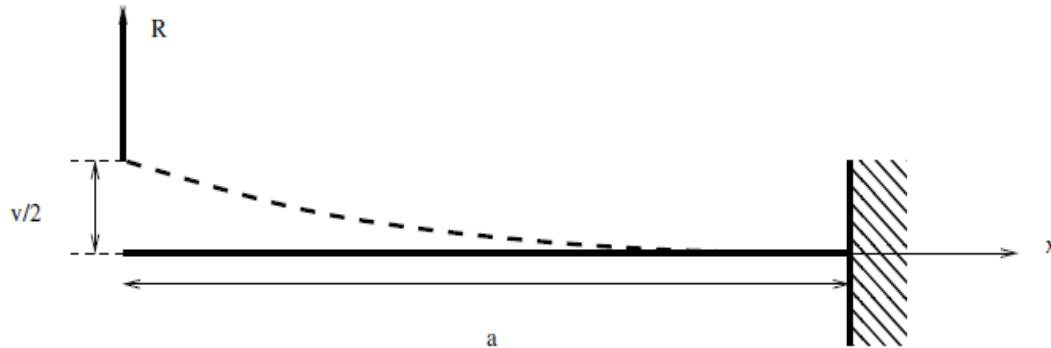


Figure I-7 : Problème réduit à une poutre en flexion (déplacement imposé)

v est donnée, R est une inconnue à déterminer. Le moment fléchissant le long de la poutre est donné par :

$$Mf = Rx$$

En utilisant la méthode de la double intégration, on détermine l'équation de la déformée :

$$\begin{cases} EIy'' = Mf = Rx \\ EIy' = R\frac{x^2}{2} + C_1 \\ EIy = R\frac{x^3}{6} + C_1x + C_2 \end{cases} \quad (3)$$

Conditions aux limites :

$$\begin{cases} x = 0, & y = \frac{v}{2} \\ x = a, & y = 0, \quad y' = 0 \end{cases} \quad (4)$$

En remplaçant (4) dans (3), on obtient :

$$C_2 = EI\frac{v}{2}, \quad C_1 = -R\frac{a^2}{2}, \quad R = \frac{3EIv}{2a^3}$$

L'énergie de déformation est donnée par :

$$U = 2 \times \int_0^a \frac{Mf^2}{2EI} dx = \frac{R^2 a^3}{3EI} = \frac{3EIv^2}{4a^3}$$

L'énergie potentielle est donnée par :

$$\Pi = U$$

En utilisant la définition du taux de restitution de l'énergie potentielle on obtient :

$$G = -\frac{1}{B} \frac{\partial \Pi}{\partial a} = \frac{9EIv^2}{4Ba^3}$$

Sachant que $I = \frac{Bh^3}{12}$, G devient :

$$G = \frac{9Eh^3v^2}{48a^4}$$

6. Méthode de la complaisance :

La formule de la complaisance peut être directement utilisée lorsque l'expression analytique $C(a)$ de la complaisance en fonction de la fissure est connue. C'est le cas de quelques structures et de chargement simples. Dans la plupart des cas, cette expression analytique n'est pas connue. On utilise donc des méthodes numériques (ou expérimentales). Pour notre problème, on utilise la méthode des éléments finis (logiciel ANSYS). On procède de la manière suivante :

1. Pour une longueur de fissure fixée, on résout le problème élastique correspondant.
2. On détermine ensuite le déplacement v du point d'application de la force (force imposée), où la réaction R (déplacement imposé).
3. On en déduit la complaisance de la structure $C(a)$.
4. On incrémente la longueur de fissure d'un petit incrément Δa , et on refait les étapes 1, 2, et 3. On obtient la complaisance $C(a+\Delta a)$.
5. On approxime la dérivée de $C(a)$ par :

$$\frac{dC}{da} \cong \frac{C(a+\Delta a) - C(a)}{\Delta a} \quad (I-3)$$

6. Le G est obtenu à l'aide de la formule de la complaisance (I-1).

Chapitre II

Modélisation numérique Sur

« ANSYS »

1. Introduction

Ce chapitre est une présentation détaillée de la modélisation numérique du problème sur ANSYS. A cause de la symétrie, nous ne modélisons que la partie supérieure. Nous commençons par présenter le processus d'adimensionnalisation.

2. Adimensionnalisation du problème

2.1 Force imposée

La force, la longueur de fissure, la hauteur de la poutre, le module de Young, le déplacement du point d'application de la force, et l'épaisseur adimensionnels sont respectivement définis comme suit :

$$F' = \frac{F}{F} = 1, \quad a' = \frac{a}{h}, \quad h' = \frac{h}{h} = 1, \quad E' = \frac{E}{\frac{F}{h^2}}, \quad v' = \frac{v}{h}, B' = \frac{B}{h}, L' = \frac{L}{h} \quad (\text{II-1})$$

2.2. Déplacement imposé

Le déplacement, la longueur de fissure, la hauteur de la poutre, le module de Young, l'épaisseur, la longueur de la poutre, et la force adimensionnels sont respectivement définis comme suit :

$$v' = \frac{v}{v} = 1, \quad a' = \frac{a}{v}, \quad h' = \frac{h}{v}, \quad E' = \frac{E}{E} = 1, \quad B' = \frac{B}{v}, L' = \frac{L}{v}, R' = \frac{R}{Ev^2} \quad (\text{II-1})$$

Afin de simplifier la rédaction, l'indice (') ainsi que le qualificatif « adimensionnel » seront omis dans la suite du chapitre.

3. Modélisation sur ANSYS :

Nous choisissons pour notre problème les caractéristiques suivantes :

- Longueur $L = 20$;
- Épaisseur $B = 1$;
- Hauteur $h = 1$;
- Module de Young $E = 2 \cdot 10^5$ (force imposée) et $E=1$ (déplacement imposé);
- Coefficient de Poisson $\nu = 0.3$.

Le calcul sera effectué pour plusieurs valeurs de « a ». Nous détaillons ci-dessous la modélisation sur ANSYS.

3.1. Définition des Préférences :

Nous définissons d'abord le type de problème : « Structural »

Préférences → structural → ok (Figure II-1).

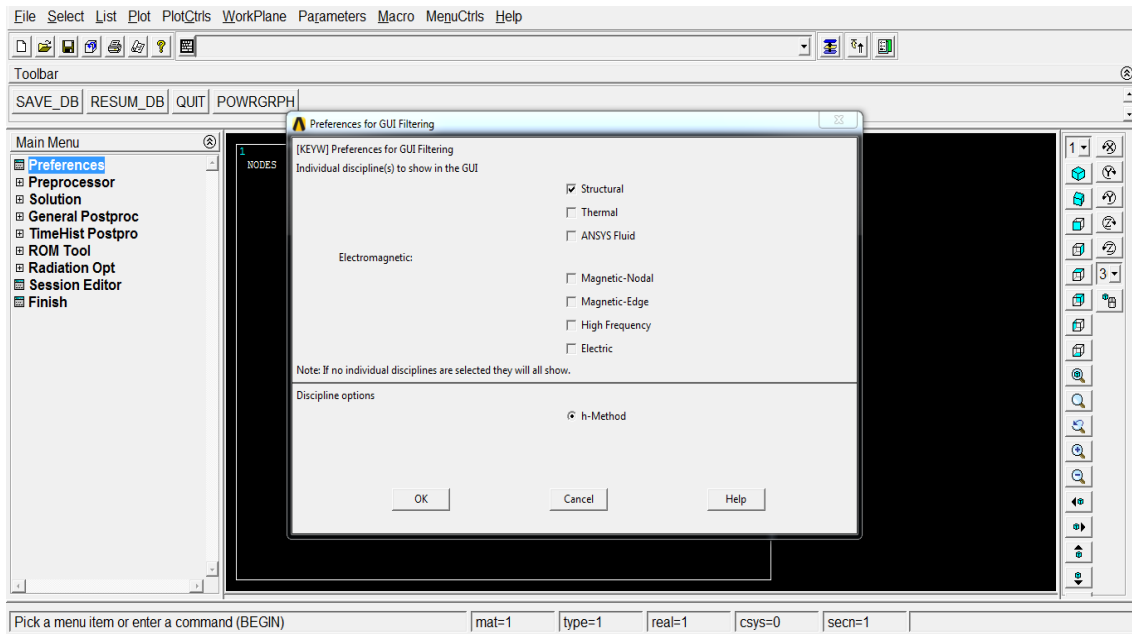


Figure II.1: Type du problème : « Structural ».

3.2. Définition du type d'élément :

Nous choisissons le type d'élément quadrilatère à 4 nœuds « Quad 4 node182 »

Preprocessor → Element type → Add/Edit/Delete → Add → Solid → Quad 4 node182 → OK (Figure II-2).

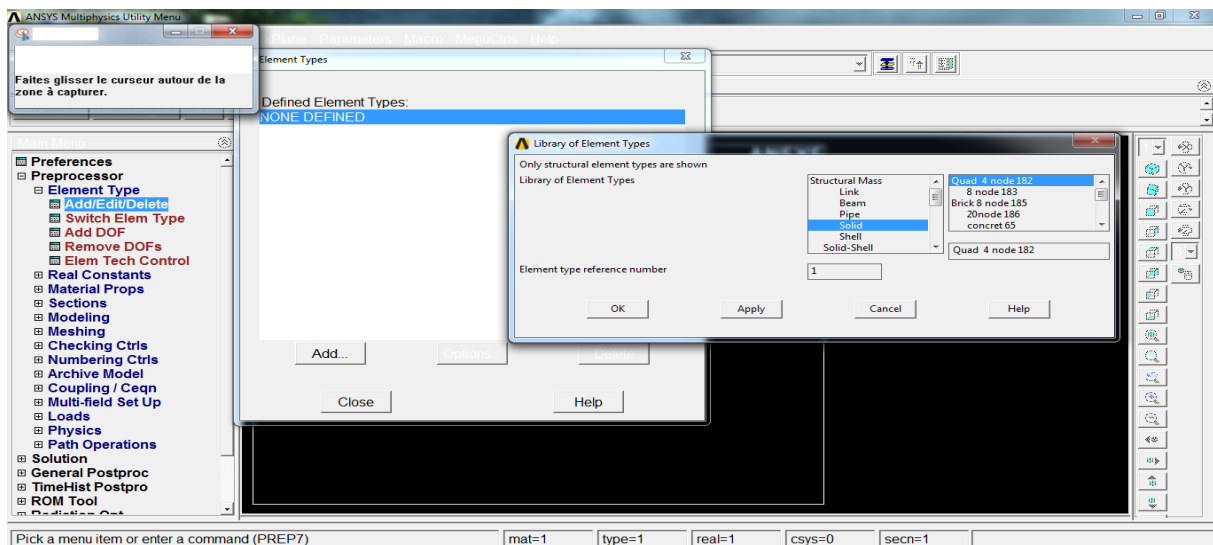


Figure II.2: Définir le type d'élément.

3.3. Définition des propriétés du matériau :

On choisit un matériau isotrope de module de Young $E = 2.10^5$ (force imposée) et un coefficient de Poisson $\nu = 0.3$.

Preprocessor → Material Props → Material Models → Isotropic (Figure II-3).

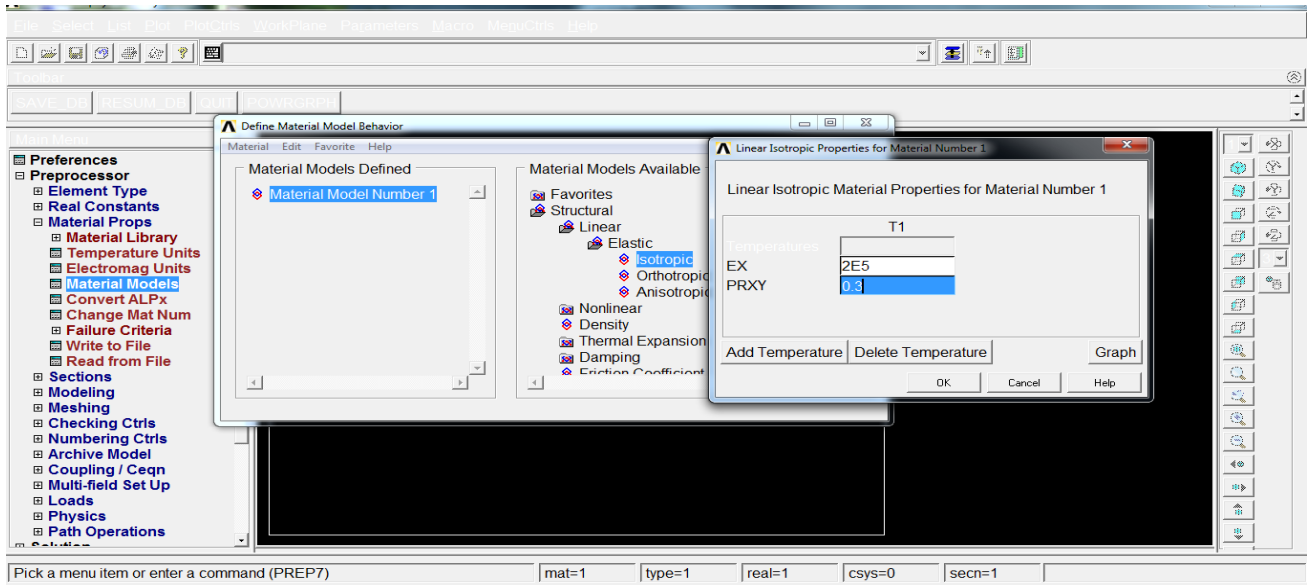


Figure II.3: Définition des propriétés du matériau.

3.4. Définition de l'épaisseur :

Nous choisissons une épaisseur de 1.

Preprocessor → sections → Shell → Lay-up → Add / Edit (Figure II-9).

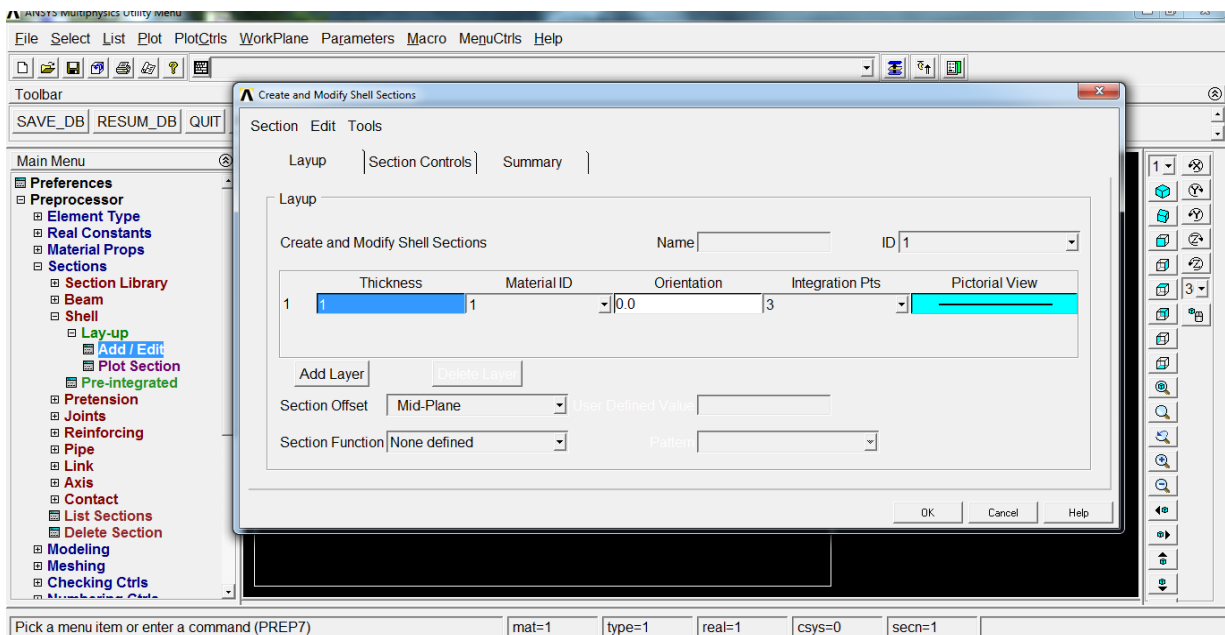


Figure II.4 : Définition de l'épaisseur.

3.5. Modélisation géométrique :

3.5.1. Coordonnées des « Keypoints » :

Nous définissons cinq « Keypoints » 1,2,3,4, et 5 de coordonnées respectives : (0,0), (10,0), (20,0), (20,1) et (0,1).

Preprocessor → Modeling → Create → Key points → In Active Cs (Figure II-5).

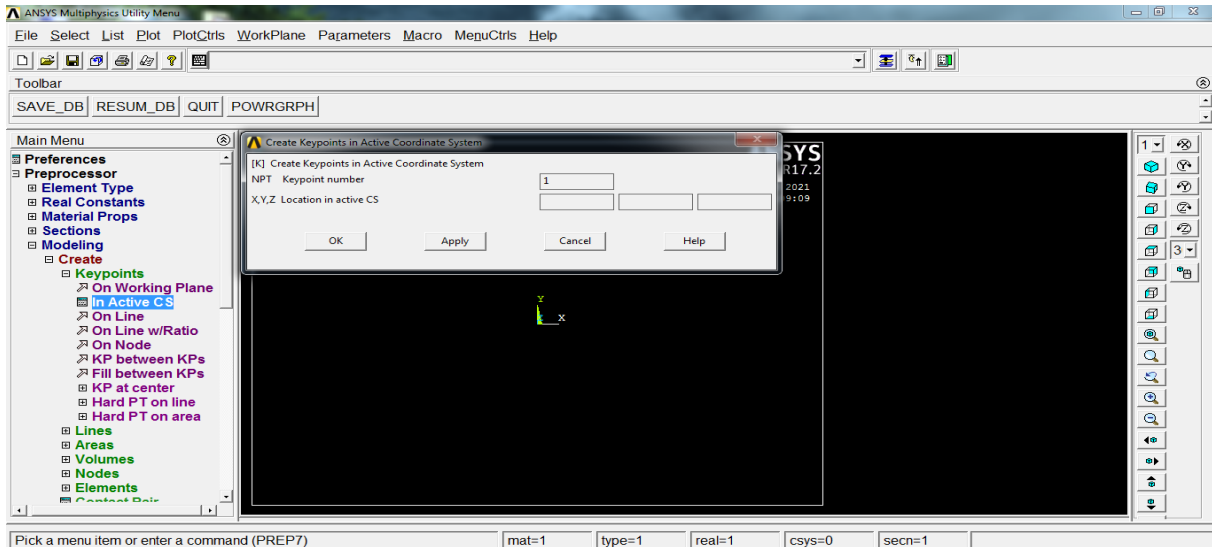


Figure II.5 : Les coordonnées des « Keypoint ».

Remarque

Le keypoint 1 correspondra au nœud numéro 1. Il sera le point d'application de la force (force imposée) ou du déplacement (déplacement imposé).

3.5.2. Définition des lignes droites (Straight Line) :

Nous définissons cinq lignes droites entre les « keypoints » : 1-2,2-3,3-4,4-5, et 5-1.

Preprocessor → Modeling → Create → lines → straight line (Figure II-6).

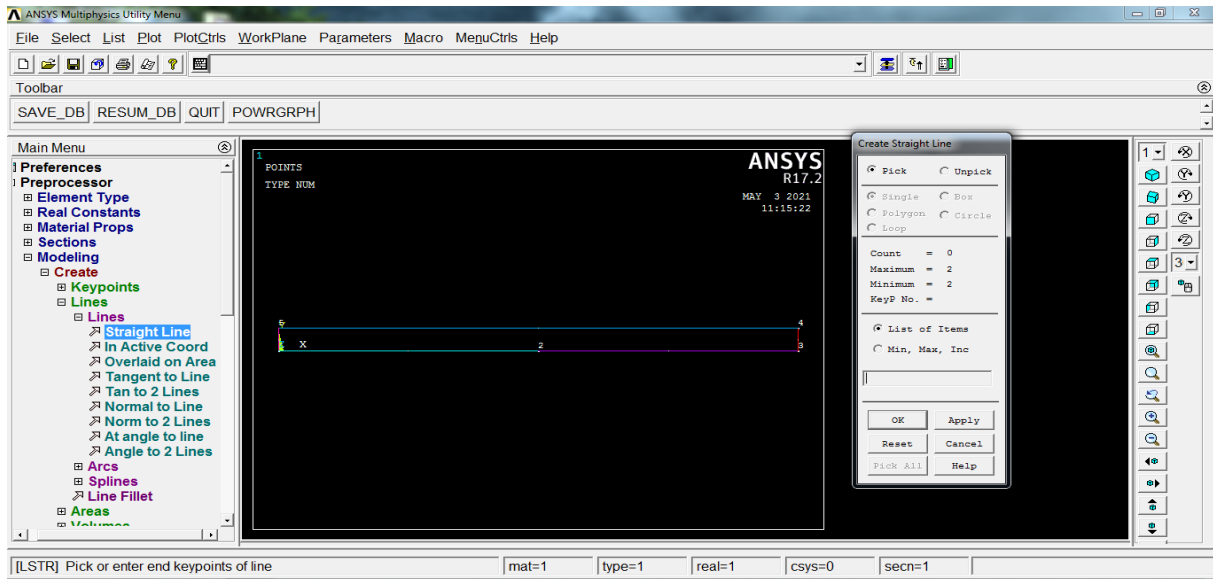


Figure II.6: Définition des lignes droites.

3.5.3. Création d'une surface:

Nous définissons la surface délimitée par les cinq lignes droites.

Preprocessor → Modeling → Create → Areas → Arbitrary → by lines (Figure II-7).

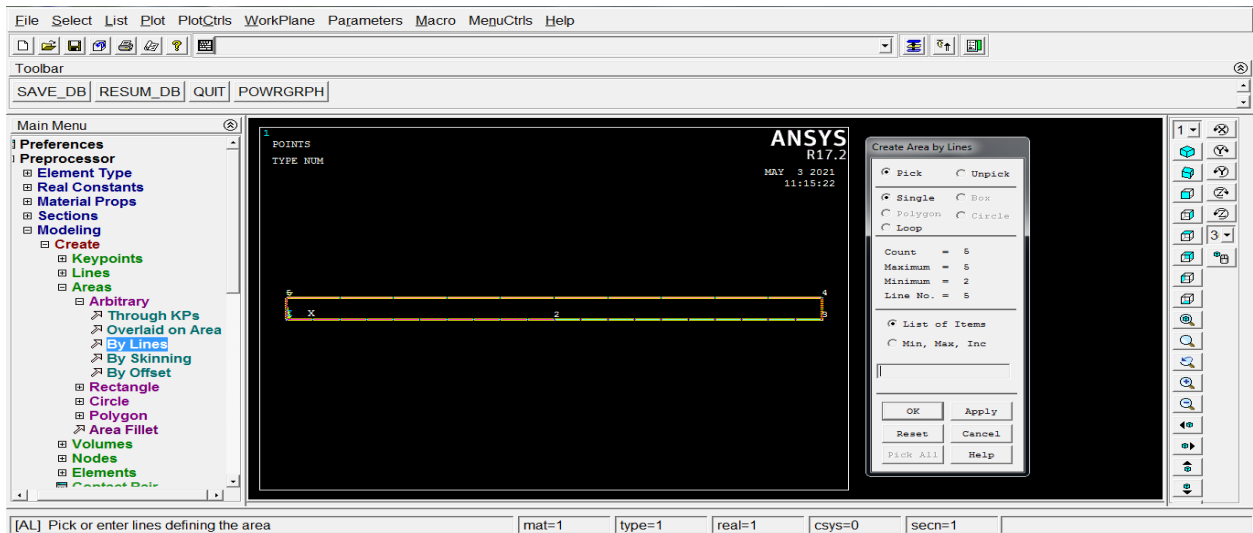


Figure II.7: Création d'une surface.

3.6. Le Maillage :

Pour mailler la surface créée, on procède comme suit :

1. Preprocessor → Meshing → Mesh tool → Areas → Set → (Figure II-8).

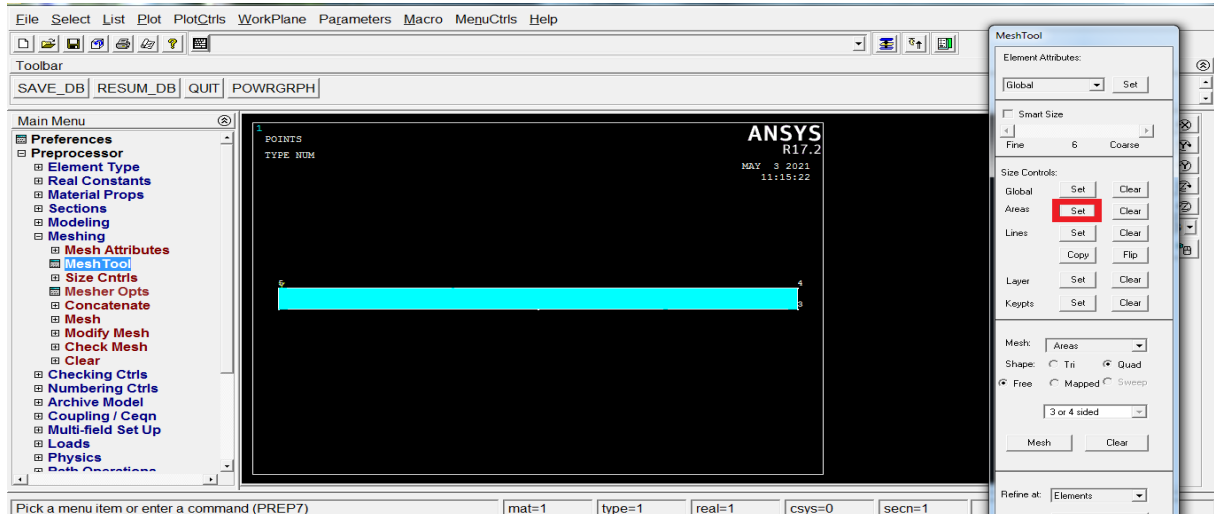


Figure II.8 : Maillage 1

On sélectionne notre surface et on définit « l'element edge length » par « 0.2 » qui représente la taille du maillage (Figure II-9). Le résultat obtenu est représenté sur la Figure II-10.

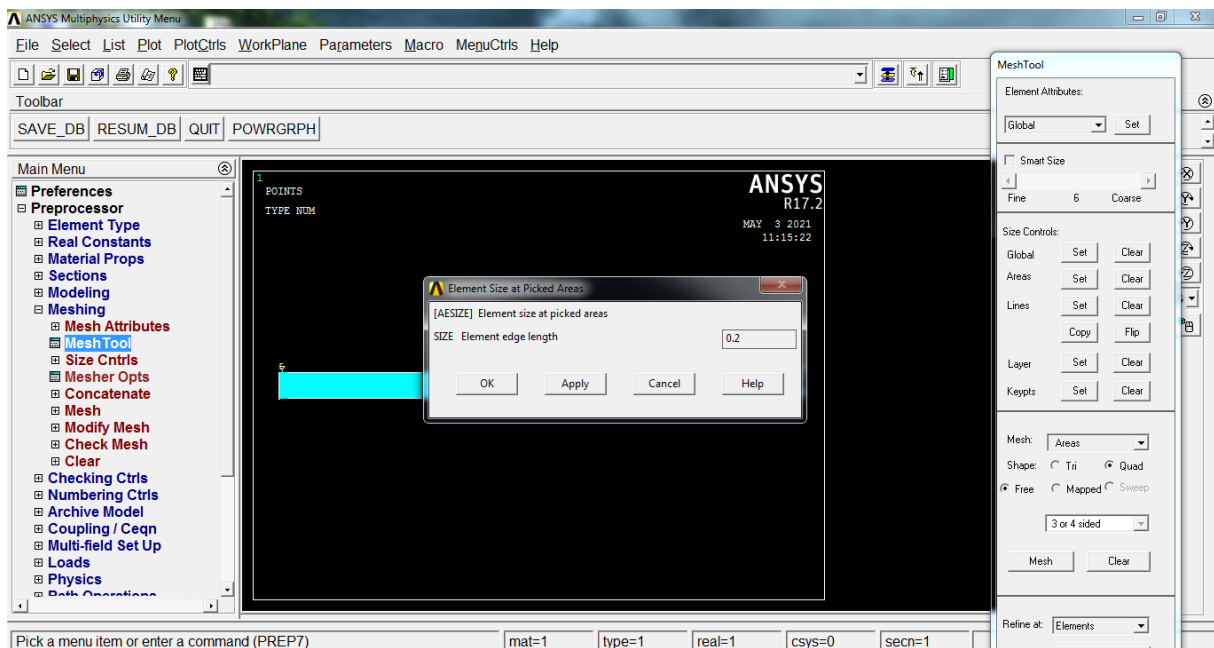


Figure II.9 : Maillage 2

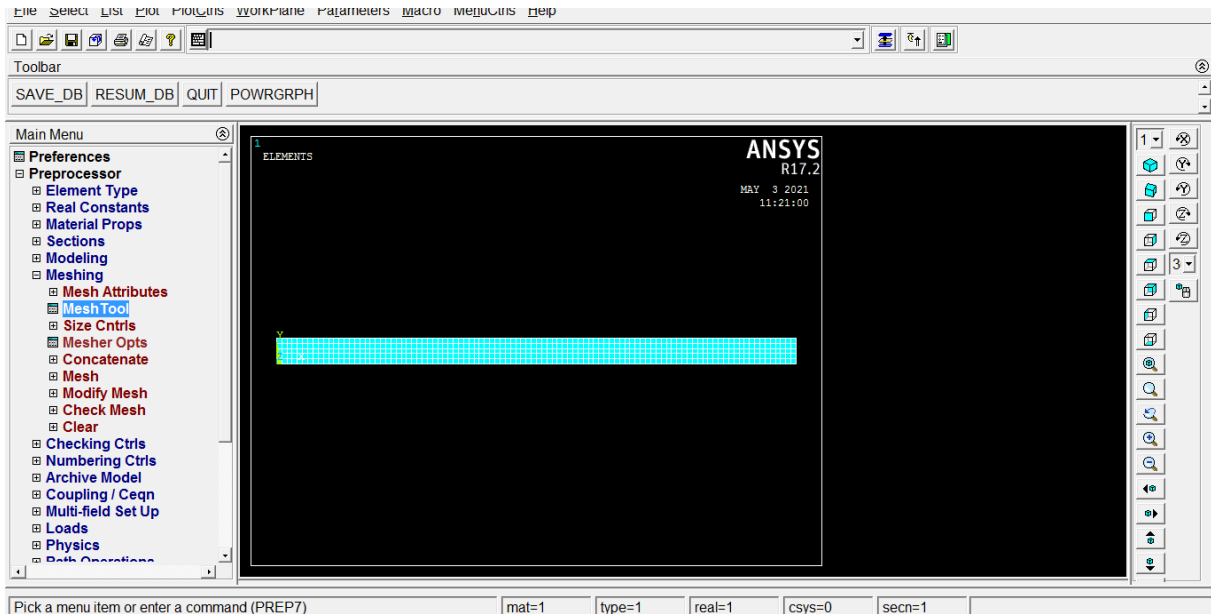


Figure II.10 : Maillage 3

On obtient un maillage à 500 nœuds.

3.7. Conditions aux limites :

3.7.1. Conditions de symétrie :

A cause de la symétrie du problème par rapport à l'axe horizontal, nous ne modélisons que la moitié de la structure. On doit donc appliquer des conditions de symétries sur la ligne correspondante.

Preprocessor → Loads → Define loads → Apply → structural → displacement → symmetry B.C → On lines (Figure II-11).

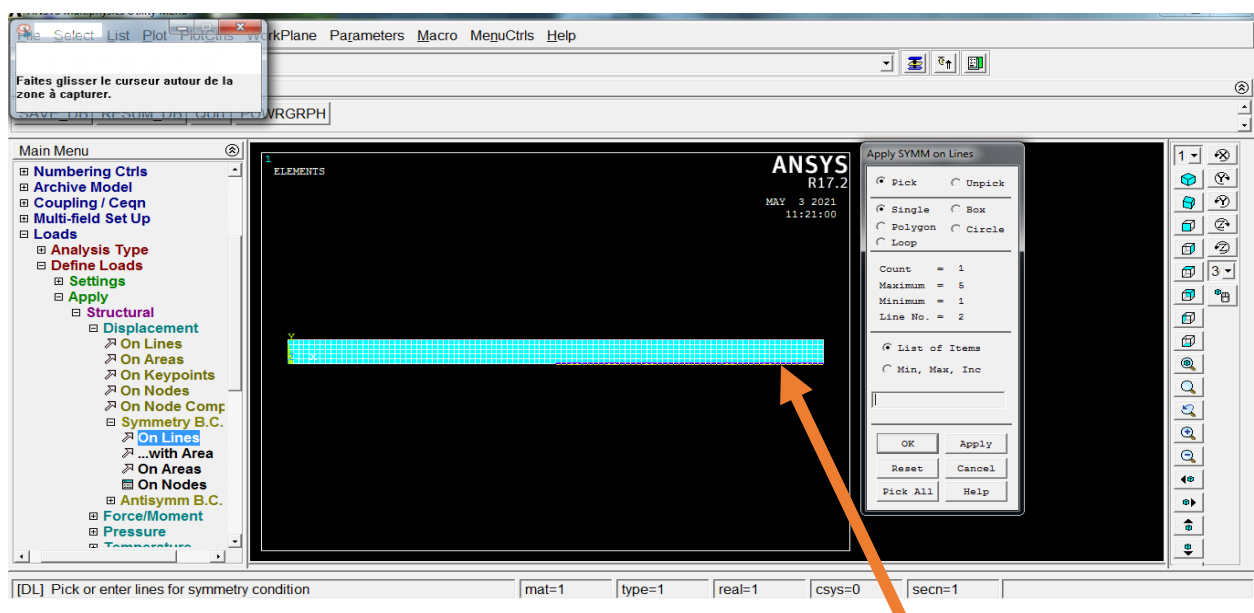


Figure II.11 : Conditions de symétrie.

3.7.2. Elimination des déplacements de corps rigide :

Pour éviter les déplacements de corps rigide, nous devons bloquer tous les degrés de liberté d'un nœud de l'axe de symétrie. Nous choisissons de bloquer le nœud de coordonnées (20,0).

Preprocessor → Loads → Defineloads → Apply → structural → displacement → On Keypoints 3 (20,0) → ALL DOF → OK (Figure II-12).

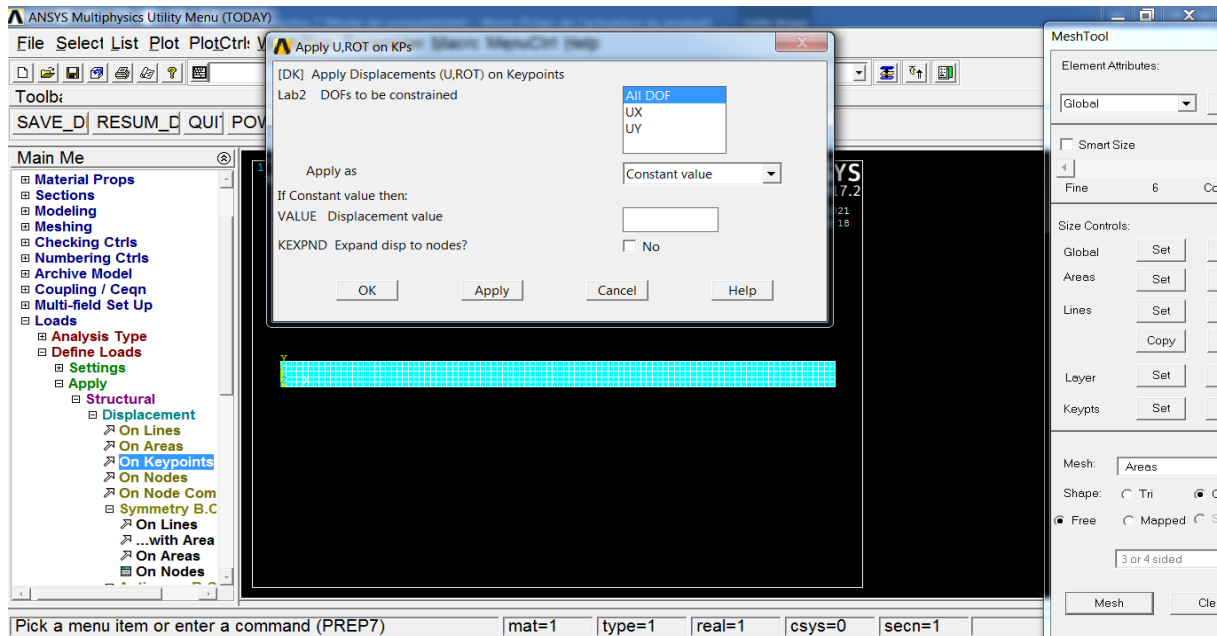


Figure II.12 : Bloquer les degrés de liberté d'un nœud de l'axe de symétrie.

3.7.3. Conditions aux limites en forces (force imposée):

Nous appliquons une force ponctuelle verticale d'intensité 1 au nœud « 1 » de coordonnées (0,1).

Preprocessor → Loads → Define loads → Apply → structural → Force/moment → On nodes (Figure II-13).

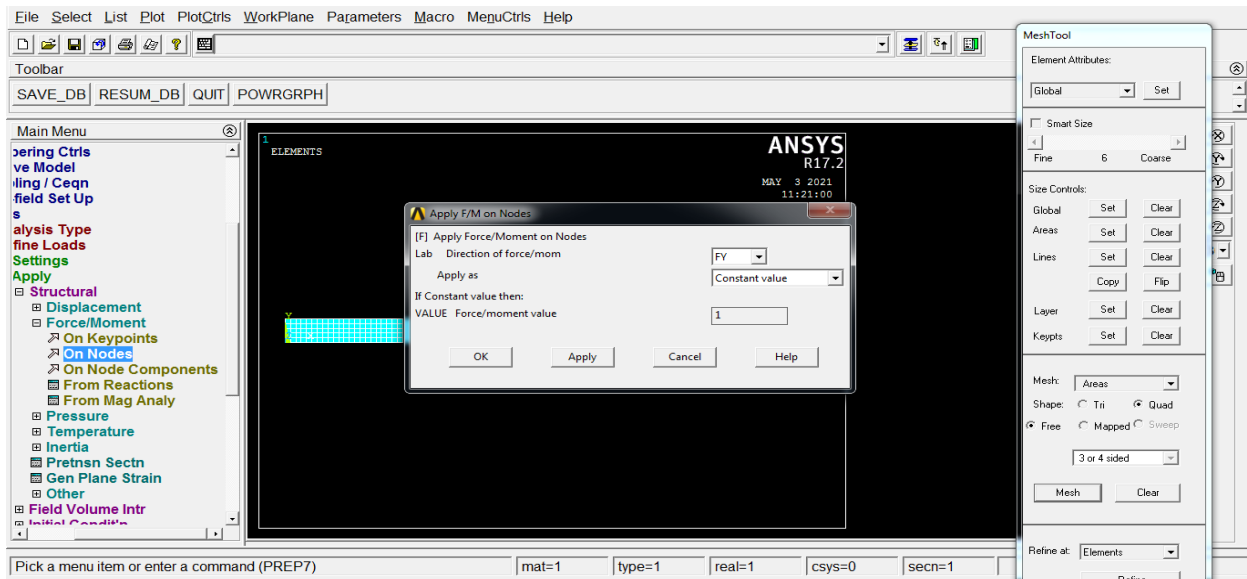


Figure II.13 : Application de la force.

3.7.4 Condition aux limites en déplacement (déplacement imposé) :

Nous appliquons un déplacement « $v/2$ » égale a (0.5) au nœud « 1 » de coordonnées (0,1).

Preprocessor → Loads → Define loads → Apply → structural → displacement → On nodes (Figure II-14).

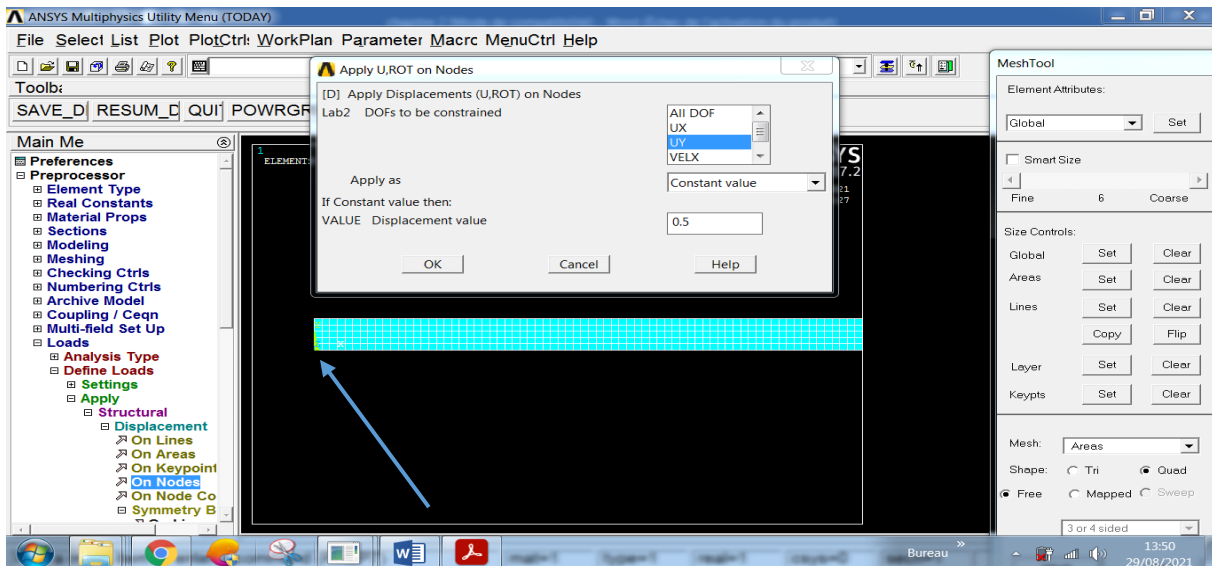


Figure II-14 : Application du déplacement

3.8. Lancement des calculs :

Pour lancer les calculs, on effectue les opérations suivantes :

Solution → solve → Current LS (Figure II-15).

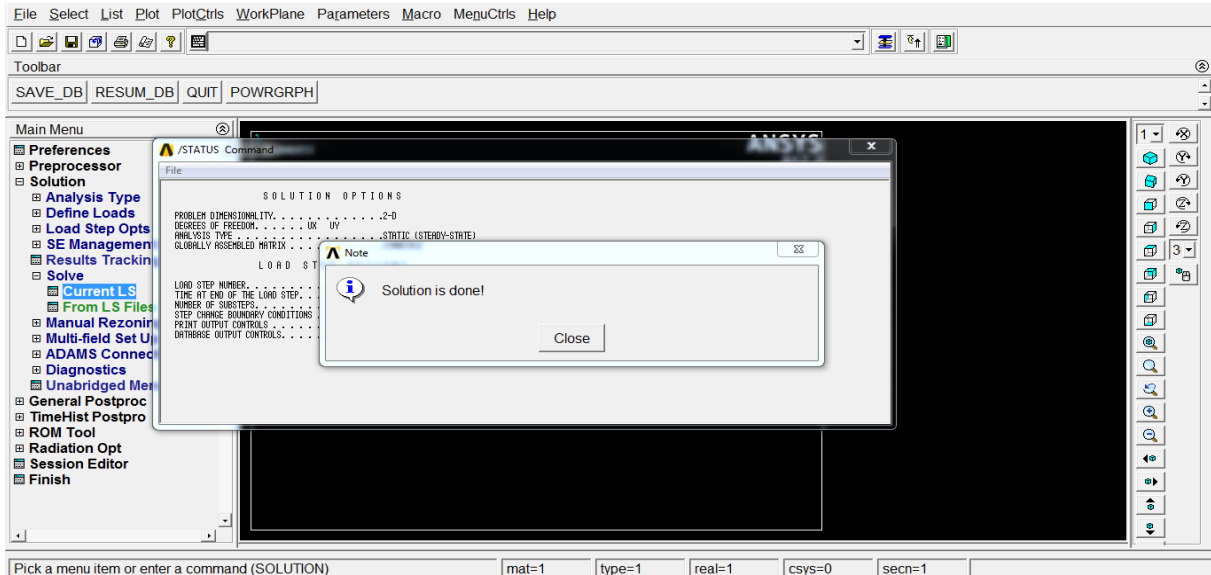


Figure II.15 : Lancement des calculs.

3.9. Obtention du déplacement du point d'application de la force (force imposée) :

Les étapes suivantes permettent d'afficher le déplacement du nœud « 1 » :

General Postproc → List results → Nodal solution (Figure II-16)

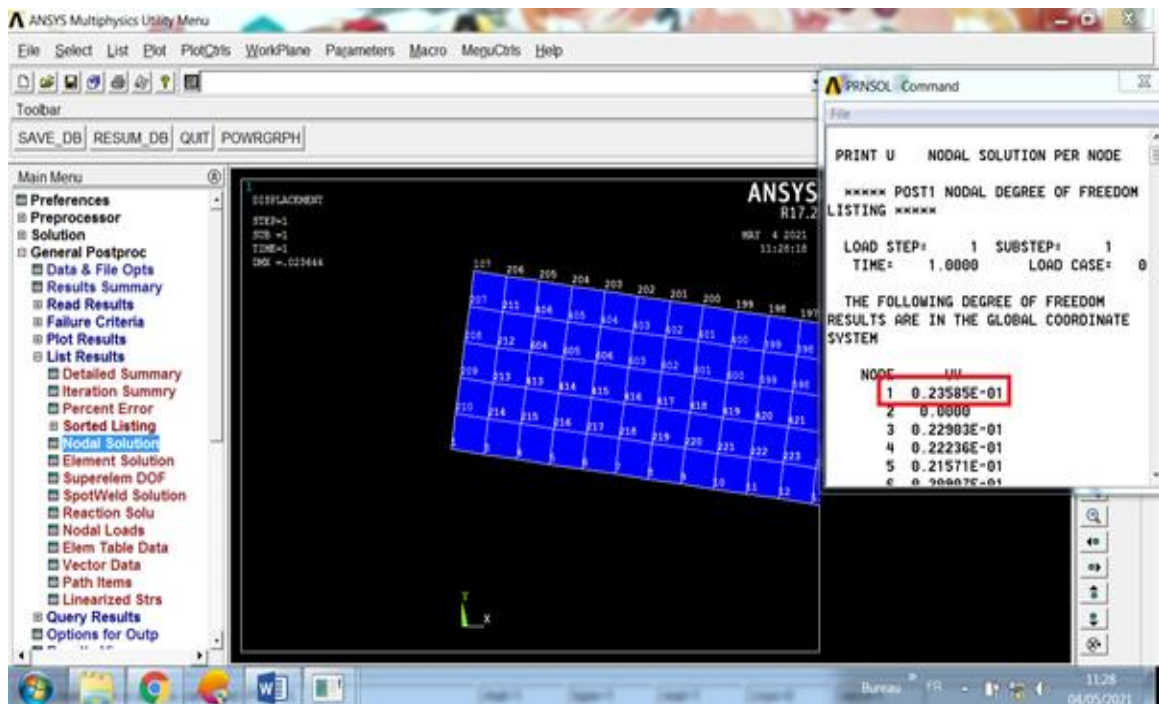


Figure II.16 : Obtention du déplacement

❖ **Remarque :**

Étant donné que nous avons modélisé seulement la partie supérieure de la poutre (notre modèle est symétrique), on doit multiplier le déplacement affiché par deux afin d'avoir le déplacement total « v ».

3.10. Obtention de la réaction au point d'application du déplacement (déplacement imposé) :

Afin d'obtenir la réaction « R » au nœud numéro « 1 » on procède comme suit :

General Postproc → List results → Reaction solution → FY → OK.(Figure II.17)

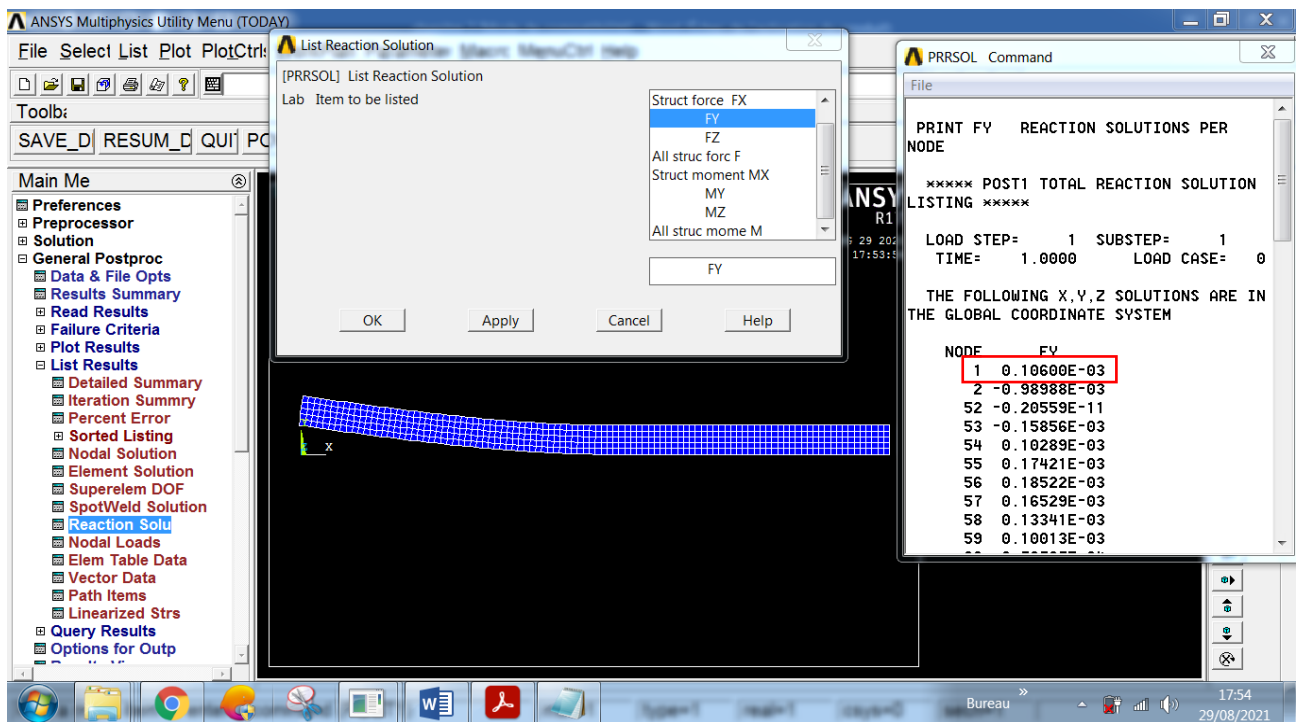


Figure II.17 : Obtention de la réaction

4. Création d'une macro :

Nous devons effectuer les calculs pour plusieurs valeurs de a . Pour éviter la répétition fastidieuse des étapes précédentes pour chaque longueur, nous avons créé une macro regroupant toutes ces étapes. Il suffira de lancer la macro en changeant à chaque fois la valeur de « a », qui correspond à l'abscisse du keypoint 2. Pour créer la macro dans ANSYS, on suit les étapes suivantes :

- file → clear & start now → on clique sur ok. (Figure II.18)

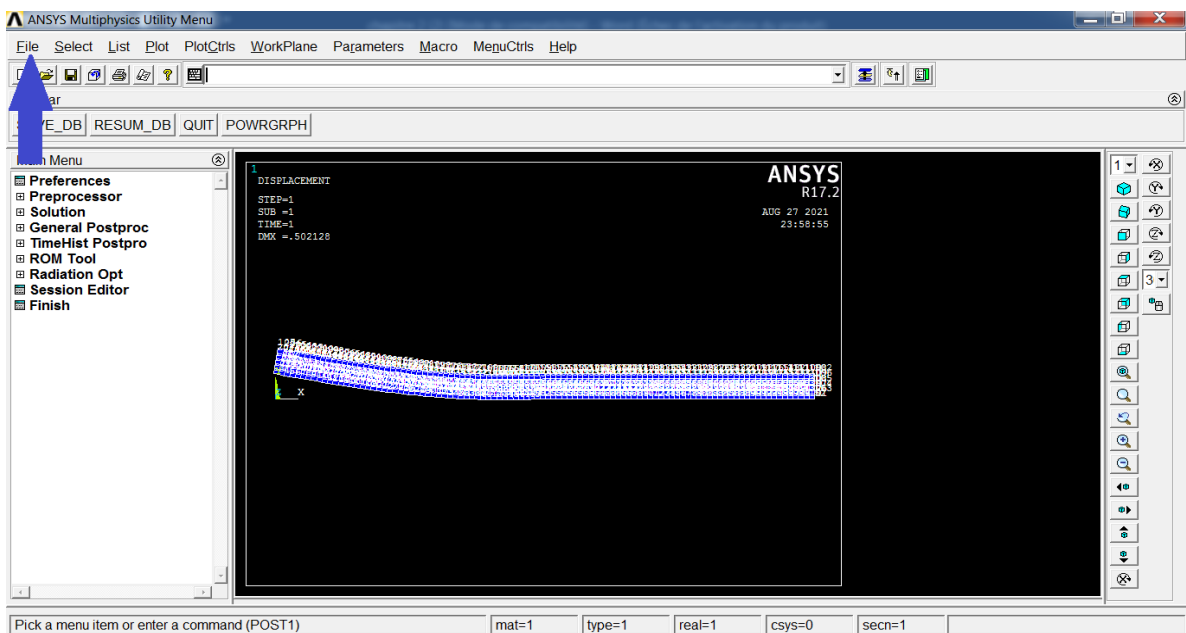


Figure II.18 : Etape 1

- Dans la Fenêtre des entrées on introduit le message suivant (!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!) qui permettra de connaître le début du code qu'on souhaite extraire. (Figure II.19)

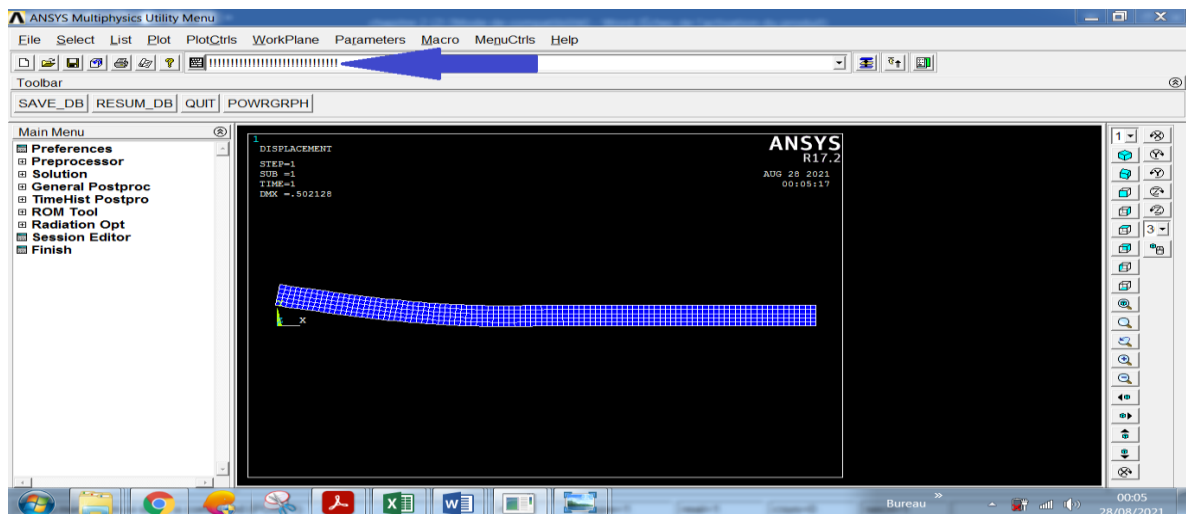


Figure II.19: Etape 2

- Ensuite on modélise notre modèle de la première jusqu'à la dernière étape.
- Après l'obtention du résultat final on procède comme suit : lest → files → log file
.(Figure II.20)

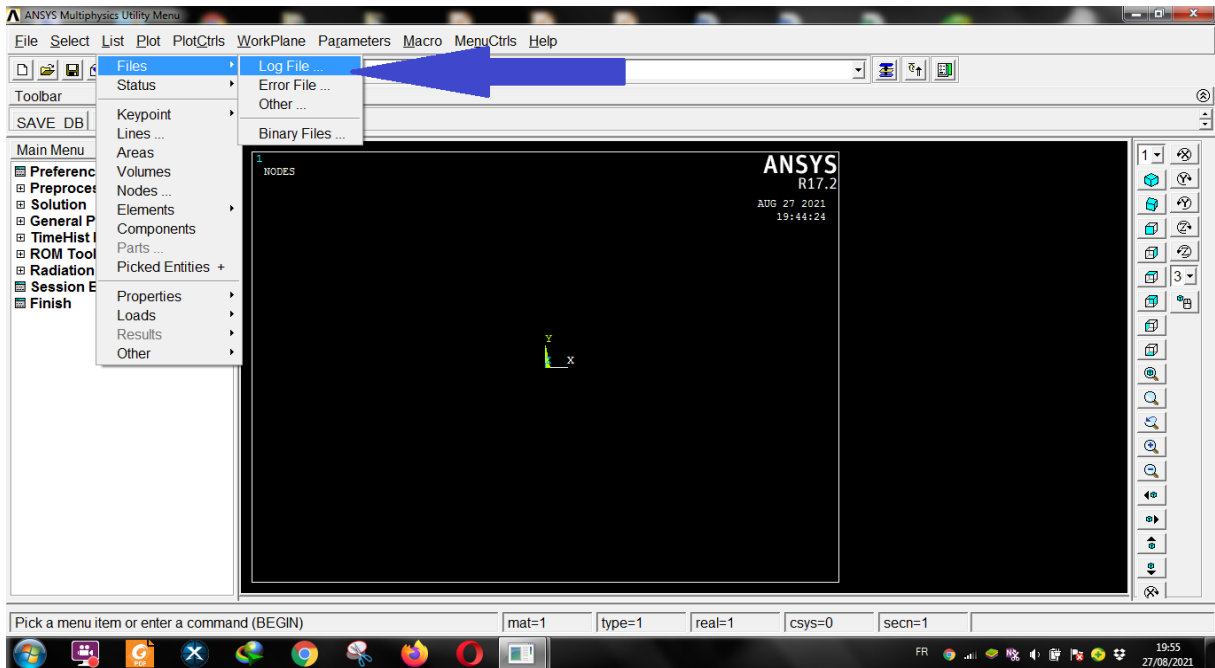


Figure II.20: Etape 3

- On copie le code apparu après le message suivant (!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!). On obtient notre macro donnée en Annexe. (Figure II.21)

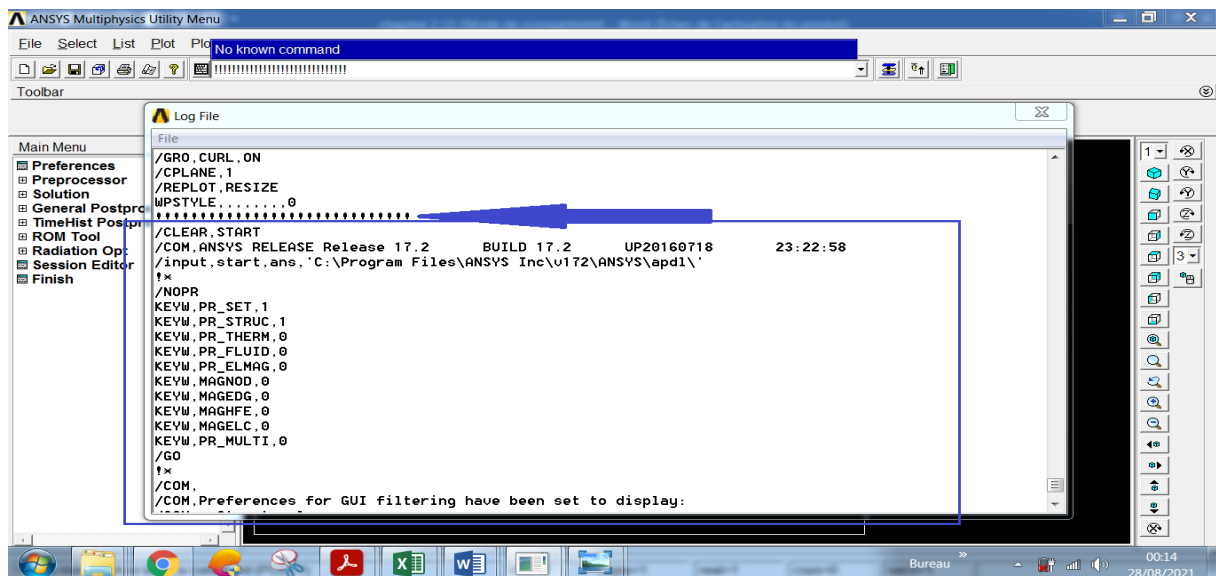


Figure II.21: Etape 4

5. Exécution de la macro :

Pour exécuter la macro, il suffit juste de la copier, de changer la valeur de « a » (abscisse du keypoint 2) (Figure II.22), puis l'introduire dans la fenêtre des entrées (Figure II.23)

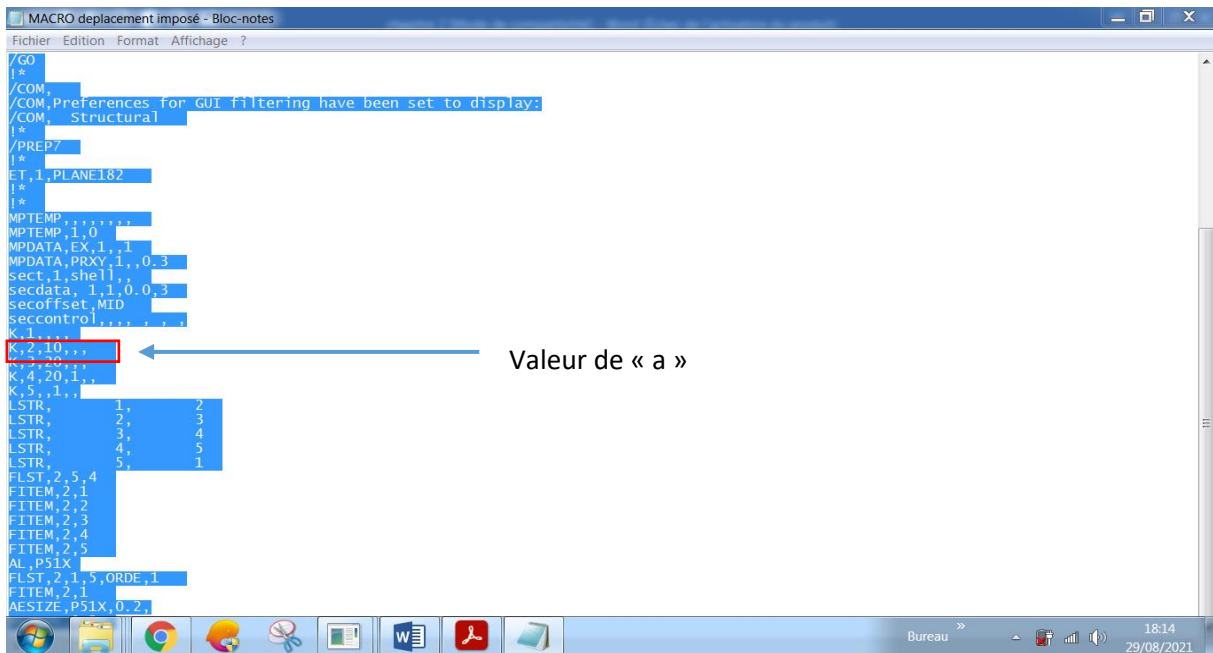


Figure II.22 : Etape 5

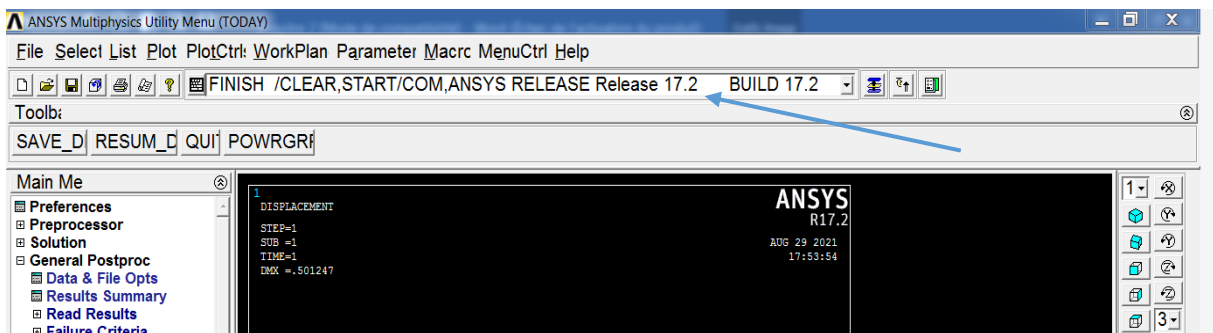


Figure II.23 : Etape 6

Chapitre III

Résultats numériques et comparaison avec la théorie

1. Introduction :

Dans ce chapitre, nous présentons les résultats des calculs numériques effectués avec ANSYS. Nous calculons pour plusieurs longueurs de fissure le taux de restitution de l'énergie potentielle G correspondant avec la méthode de la complaisance. Puis nous comparons les résultats obtenus avec la valeur théorique.

2. Procédure de calcul et résultats :

Dans la suite du processus d'adimensionnalisation entamé dans le précédent chapitre, nous définissons les quantités adimensionnelles suivantes :

- La complaisance adimensionnelle est donnée par :

$$C' = \begin{cases} \frac{v'}{F'} = v' & \text{force imposée} \\ \frac{v'}{R'} = \frac{1}{R'} & \text{déplacement imposé} \end{cases} \quad (\text{II-2})$$

- Le taux de restitution d'énergie adimensionnel donné par la formule de la complaisance s'écrit :

$$G'_n = \begin{cases} \frac{F'^2}{2B'} \frac{dC'}{da'} = \frac{1}{2} \frac{dC'}{da'} \text{ force imposée} \\ \frac{R'^2}{2B'} \frac{dC'}{da'} = \frac{R'^2}{2} \frac{dC'}{da'} \text{ déplacement imposé} \end{cases} \quad (\text{II-3})$$

- Le taux de restitution d'énergie adimensionnel théorique est donné par :

$$G'_t = \begin{cases} \frac{12F'^2 a'^2}{B'^2 E' h'^3} = \frac{12a'^2}{E'} \text{ force imposée} \\ \frac{3E' h'^3 v'^2}{16a'^4} = \frac{3}{16a'^4} \text{ déplacement imposé} \end{cases} \quad (\text{II-4})$$

Dans la suite du chapitre, on travaillera avec les quantités adimensionnelles. Pour simplifier la rédaction, l'indice (') sera omis ainsi que le terme "adimensionnel". Nous effectuons les étapes de calcul suivantes pour différentes longueurs de a dans l'intervalle $[0,2-19,8]$ avec un incrément $\Delta a = 0.2$:

1. Soient a_i et $a_{i+1} = a_i + \Delta a$ deux longueurs consécutives de la fissure.
2. Pour chacune des deux longueurs, on calcule avec ANSYS les déplacements v_i et v_{i+1} du point d'application de la force (force imposée), ou les réactions R_i et R_{i+1} correspondants au point d'application du déplacement (déplacement imposé).

Remarque *A cause de la symétrie du problème, les déplacements donnés par ANSYS représentent la moitié des valeurs utilisées dans nos calculs.*

3. Les complaisances sont déduites $C_i = v_i$ et $C_{i+1} = v_{i+1}$ (force imposée), ou $C_i = \frac{1}{R_i}$ et $C_{i+1} = \frac{1}{R_{i+1}}$ (déplacement imposé).
4. L'approximation de la dérivée de la complaisance est calculée par :

$$\left(\frac{dC}{da}\right)_i = \frac{C_{i+1} - C_i}{\Delta a}$$

5. Le taux de restitution d'énergie potentielle numérique G_n^i est calculé par la formule de la complaisance :

$$G_n^i = \begin{cases} \frac{1}{2} \left(\frac{dC}{da}\right)_i & \text{force imposée} \\ \frac{R_i^2}{2} \left(\frac{dC}{da}\right)_i & \text{déplacement imposé} \end{cases}$$

6. Le taux de restitution d'énergie potentielle théorique G_t^i est donné par :

$$G_t^i = \begin{cases} \frac{12a_i^2}{E} & \text{force imposée} \\ \frac{16a_i^4}{3} & \text{déplacement imposé} \end{cases}$$

Nous présentons ci-après les résultats obtenus. Les déplacements (force imposées) et réactions (déplacements imposés) obtenus par ANSYS pour chaque longueur de fissure sont présentés dans les Annexes 1 et 2 respectivement.

3. Force imposée :

Nous présentons les résultats obtenus dans le Tableau III-1 ci-dessous.

a	v = C	$\frac{dC}{da}$	G_n	G_t	Erreur relative=$\frac{ G_n - G_t }{G_t \times 100}$
0,2	0,00005183	0,0001288	0,0000644	2,4E-06	2583,3
0,4	0,00007759	0,00015778	0,00007889	9,6E-06	721,8
0,6	0,00010915	0,00020525	0,000102625	2,16E-05	375,1
0,8	0,00015020	0,0002721	0,00013605	3,84E-05	254,3
1	0,00020462	0,00035	0,000175	6E-05	191,7
1,2	0,00027462	0,0004373	0,00021865	8,64E-05	153,1
1,4	0,00036208	0,0005338	0,0002669	0,0001176	127,0
1,6	0,00046884	0,0006392	0,0003196	0,0001536	108,1
1,8	0,00059668	0,0007538	0,0003769	0,0001944	93,9
2	0,00074744	0,0008777	0,00043885	0,00024	82,9
2,2	0,00092298	0,001011	0,0005055	0,0002904	74,1
2,4	0,00112518	0,0011537	0,00057685	0,0003456	66,9
2,6	0,00135592	0,0013058	0,0006529	0,0004056	61,0
2,8	0,00161708	0,0014673	0,00073365	0,0004704	56,0
3	0,00191054	0,0016383	0,00081915	0,00054	51,7
3,2	0,00223820	0,001819	0,0009095	0,0006144	48,0
3,4	0,00260200	0,002008	0,001004	0,0006936	44,8
3,6	0,00300360	0,002208	0,001104	0,0007776	42,0
3,8	0,00344520	0,002416	0,001208	0,0008664	39,4
4	0,00392840	0,002634	0,001317	0,00096	37,2
4,2	0,00445520	0,002862	0,001431	0,0010584	35,2
4,4	0,00502760	0,003099	0,0015495	0,0011616	33,4
4,6	0,00564740	0,003345	0,0016725	0,0012696	31,7
4,8	0,00631640	0,0036	0,0018	0,0013824	30,2
5	0,00703640	0,003866	0,001933	0,0015	28,9
5,2	0,00780960	0,00414	0,00207	0,0016224	27,6
5,4	0,00863760	0,004425	0,0022125	0,0017496	26,5
5,6	0,00952260	0,004717	0,0023585	0,0018816	25,3
5,8	0,01046600	0,005021	0,0025105	0,0020184	24,4
6	0,01147020	0,005333	0,0026665	0,00216	23,4
6,2	0,01253680	0,005654	0,002827	0,0023064	22,6
6,4	0,01366760	0,005985	0,0029925	0,0024576	21,8
6,6	0,01486460	0,006326	0,003163	0,002613599	21,0
6,8	0,01612980	0,006676	0,003338	0,002774399	20,3
7	0,01746500	0,007035	0,0035175	0,002939999	19,6
7,2	0,01887200	0,0074	0,0037	0,003110399	19,0
7,4	0,02035200	0,00779	0,003895	0,003285599	18,5
7,6	0,02191000	0,00817	0,004085	0,003465599	17,9

7,8	0,02354400	0,00856	0,00428	0,003650399	17,2
8	0,02525600	0,00898	0,00449	0,003839999	16,9
8,2	0,02705200	0,00938	0,00469	0,004034399	16,3
8,4	0,02892800	0,00982	0,00491	0,004233599	16,0
8,6	0,03089200	0,01025	0,005125	0,004437599	15,5
8,8	0,03294200	0,01069	0,005345	0,004646399	15,0
9	0,03508000	0,01115	0,005575	0,004859999	14,7
9,2	0,03731000	0,0116	0,0058	0,005078399	14,2
9,4	0,03963000	0,01209	0,006045	0,005301599	14,0
9,6	0,04204800	0,01256	0,00628	0,005529599	13,6
9,8	0,04456000	0,013	0,0065	0,005762399	12,8
10	0,04716000	0,01361	0,006805	0,005999999	13,4
10,2	0,04988200	0,01406	0,00703	0,006242399	12,6
10,4	0,05269400	0,01459	0,007295	0,006489599	12,4
10,6	0,05561200	0,01511	0,007555	0,006741599	12,1
10,8	0,05863400	0,01565	0,007825	0,006998399	11,8
11	0,06176400	0,0162	0,0081	0,007259999	11,6
11,2	0,06500400	0,01676	0,00838	0,007526398	11,3
11,4	0,06835600	0,01741	0,008705	0,007797598	11,6
11,6	0,07183800	0,01781	0,008905	0,008073598	10,3
11,8	0,07540000	0,01848	0,00924	0,008354398	10,6
12	0,07909600	0,01908	0,00954	0,008639998	10,4
12,2	0,08291200	0,01968	0,00984	0,008930398	10,2
12,4	0,08684800	0,0203	0,01015	0,009225598	10,0
12,6	0,09090800	0,02092	0,01046	0,009525598	9,8
12,8	0,09509200	0,02155	0,010775	0,009830398	9,6
13	0,09940200	0,0222	0,0111	0,010139998	9,5
13,2	0,10384200	0,02284	0,01142	0,010454398	9,2
13,4	0,10841000	0,02351	0,011755	0,010773598	9,1
13,6	0,11311200	0,02417	0,012085	0,011097598	8,9
13,8	0,11794600	0,02486	0,01243	0,011426398	8,8
14	0,12291800	0,02554	0,01277	0,011759998	8,6
14,2	0,12802600	0,02625	0,013125	0,012098398	8,5
14,4	0,13327600	0,02695	0,013475	0,012441598	8,3
14,6	0,13866600	0,02766	0,01383	0,012789597	8,1
14,8	0,14419800	0,0284	0,0142	0,013142397	8,0
15	0,14987800	0,02913	0,014565	0,013499997	7,9
15,2	0,15570400	0,02987	0,014935	0,013862397	7,7
15,4	0,16167800	0,03063	0,015315	0,014229597	7,6
15,6	0,16780400	0,0314	0,0157	0,014601597	7,5
15,8	0,17408400	0,03217	0,016085	0,014978397	7,4
16	0,18051800	0,03295	0,016475	0,015359997	7,3
16,2	0,18710800	0,03374	0,01687	0,015746397	7,1
16,4	0,19385600	0,03452	0,01726	0,016137597	7,0
16,6	0,20076000	0,0354	0,0177	0,016533597	7,1

16,8	0,20784000	0,0362	0,0181	0,016934397	6,9
17	0,21508000	0,037	0,0185	0,017339997	6,7
17,2	0,22248000	0,0378	0,0189	0,017750396	6,5
17,4	0,23004000	0,0387	0,01935	0,018165596	6,5
17,6	0,23778000	0,0396	0,0198	0,018585596	6,5
17,8	0,24570000	0,0403	0,02015	0,019010396	6,0
18	0,25376000	0,0418	0,0209	0,019439996	7,5
18,2	0,26212000	0,0431	0,02155	0,019874396	8,4
18,4	0,27074000	0,0458	0,0229	0,020313596	12,7
18,6	0,27990000	0,051	0,0255	0,020757596	22,8
18,8	0,29010000	0,0624	0,0312	0,021206396	47,1
19	0,30258000	0,0887	0,04435	0,021659996	104,8
19,2	0,32032000	0,159	0,0795	0,022118396	259,4
19,4	0,35212000	0,394	0,197	0,022581595	772,4
19,6	0,43092000	1,712	0,856	0,023049595	3613,7
19,8	0,77332000				

Tableau III-1 : Résultats numériques et comparaison avec la théorie (force imposée).

4. Déplacement imposé

Les résultats obtenus sont classés dans le Tableau III-2 ci-dessous.

a	R	C= 1/R	$\frac{dC}{da}$	G_n	G_t	Erreur relative= $ G_n - G_t /G_t \times 100$
0,2	9,64620E-02	1,03668E+01	2,57613E+01	1,19853E-01	117,1875	99
0,4	6,44370E-02	1,55190E+01	3,15537E+01	6,55075E-02	7,32421875	99,1
0,6	4,58090E-02	2,18298E+01	4,10509E+01	4,30719E-02	1,44675926	97,0
0,8	3,32890E-02	3,00400E+01	5,44247E+01	3,01556E-02	0,45776367	93,4
1	2,44350E-02	4,09249E+01	6,99951E+01	2,08960E-02	0,1875	88,9
1,2	1,82070E-02	5,49239E+01	8,74630E+01	1,44968E-02	0,09042245	84,0
1,4	1,38090E-02	7,24165E+01	1,06785E+02	1,01813E-02	0,04880779	79,1
1,6	1,06640E-02	9,37734E+01	1,27820E+02	7,26790E-03	0,02861023	74,6
1,8	8,37960E-03	1,19337E+02	1,50764E+02	5,29315E-03	0,01786123	70,4
2	6,68940E-03	1,49490E+02	1,75535E+02	3,92742E-03	0,01171875	66,5
2,2	5,41720E-03	1,84597E+02	2,02202E+02	2,96692E-03	0,00800406	62,9
2,4	4,44370E-03	2,25038E+02	2,30744E+02	2,27819E-03	0,0056514	59,7
2,6	3,68750E-03	2,71186E+02	2,61144E+02	1,77547E-03	0,00410306	56,7
2,8	3,09200E-03	3,23415E+02	2,93435E+02	1,40269E-03	0,00305049	54,0
3	2,61710E-03	3,82102E+02	3,27726E+02	1,12233E-03	0,00231481	51,5
3,2	2,23390E-03	4,47648E+02	3,63625E+02	9,07300E-04	0,00178814	49,3
3,4	1,92170E-03	5,20373E+02	4,01681E+02	7,41691E-04	0,00140309	47,1
3,6	1,66470E-03	6,00709E+02	4,41643E+02	6,11946E-04	0,00111633	45,2
3,8	1,45130E-03	6,89037E+02	4,83160E+02	5,08833E-04	0,00089922	43,4
4	1,27280E-03	7,85669E+02	5,26790E+02	4,26705E-04	0,00073242	41,7
4,2	1,12230E-03	8,91027E+02	5,72465E+02	3,60526E-04	0,00060257	40,2
4,4	9,94510E-04	1,00552E+03	6,19755E+02	3,06484E-04	0,00050025	38,7
4,6	8,85370E-04	1,12947E+03	6,68965E+02	2,62194E-04	0,00041876	37,4
4,8	7,91600E-04	1,26326E+03	7,20085E+02	2,25614E-04	0,00035321	36,1
5	7,10590E-04	1,40728E+03	7,73165E+02	1,95200E-04	0,0003	34,9
5,2	6,40240E-04	1,56191E+03	8,28096E+02	1,69721E-04	0,00025644	33,8
5,4	5,78860E-04	1,72753E+03	8,84873E+02	1,48251E-04	0,00022051	32,8
5,6	5,25070E-04	1,90451E+03	9,43623E+02	1,30078E-04	0,00019066	31,8
5,8	4,77730E-04	2,09323E+03	1,00409E+03	1,14580E-04	0,00016569	30,8
6	4,35910E-04	2,29405E+03	1,06578E+03	1,01259E-04	0,00014468	30,0
6,2	3,98850E-04	2,50721E+03	1,13151E+03	9,00010E-05	0,00012689	29,1
6,4	3,65830E-04	2,73351E+03	1,19703E+03	8,01004E-05	0,00011176	28,3
6,6	3,36370E-04	2,97292E+03	1,26549E+03	7,15918E-05	9,8816E-05	27,6
6,8	3,09980E-04	3,22601E+03	1,33474E+03	6,41258E-05	8,7693E-05	26,9
7	2,86290E-04	3,49296E+03	1,40739E+03	5,76762E-05	7,8092E-05	26,1
7,2	2,64940E-04	3,77444E+03	1,48031E+03	5,19538E-05	6,977E-05	25,5
7,4	2,45670E-04	4,07050E+03	1,55714E+03	4,69896E-05	6,2528E-05	24,9
7,6	2,28210E-04	4,38193E+03	1,63306E+03	4,25248E-05	5,6201E-05	24,3
7,8	2,12380E-04	4,70854E+03	1,71365E+03	3,86472E-05	5,0655E-05	23,7
8	1,97970E-04	5,05127E+03	1,79407E+03	3,51567E-05	4,5776E-05	23,2
8,2	1,84840E-04	5,41008E+03	1,87807E+03	3,20829E-05	4,1471E-05	22,6

8,4	1,72840E-04	5,78570E+03	1,96240E+03	2,93121E-05	3,766E-05	22,2
8,6	1,61860E-04	6,17818E+03	2,04935E+03	2,68452E-05	3,4277E-05	21,7
8,8	1,51790E-04	6,58805E+03	2,14009E+03	2,46540E-05	3,1266E-05	21,1
9	1,42530E-04	7,01607E+03	2,22753E+03	2,26259E-05	2,8578E-05	20,8
9,2	1,34020E-04	7,46157E+03	2,32435E+03	2,08742E-05	2,6173E-05	20,2
9,4	1,26160E-04	7,92644E+03	2,41640E+03	1,92301E-05	2,4015E-05	19,9
9,6	1,18910E-04	8,40972E+03	2,51070E+03	1,77501E-05	2,2076E-05	19,6
9,8	1,12210E-04	8,91186E+03	2,61050E+03	1,64345E-05	2,0328E-05	19,2
10	1,06000E-04	9,43396E+03	2,71048E+03	1,52275E-05	0,00001875	18,8
10,2	1,00240E-04	9,97606E+03	2,81453E+03	1,41403E-05	1,7322E-05	18,4
10,4	9,48860E-05	1,05390E+04	2,91697E+03	1,31313E-05	1,6028E-05	18,1
10,6	8,99090E-05	1,11224E+04	3,02273E+03	1,22173E-05	1,4852E-05	17,7
10,8	8,52740E-05	1,17269E+04	3,12971E+03	1,13791E-05	1,3782E-05	17,4
11	8,09530E-05	1,23528E+04	3,24006E+03	1,06167E-05	1,2807E-05	17,1
11,2	7,69180E-05	1,30009E+04	3,35121E+03	9,91352E-06	1,1916E-05	16,8
11,4	7,31470E-05	1,36711E+04	3,46500E+03	9,26972E-06	1,1102E-05	16,5
11,6	6,96180E-05	1,43641E+04	3,57949E+03	8,67430E-06	1,0355E-05	16,2
11,8	6,63130E-05	1,50800E+04	3,69641E+03	8,12731E-06	9,671E-06	16,0
12	6,32140E-05	1,58193E+04	3,81546E+03	7,62331E-06	9,0422E-06	15,7
12,2	6,03050E-05	1,65824E+04	3,93742E+03	7,15959E-06	8,4637E-06	15,4
12,4	5,75710E-05	1,73699E+04	4,05981E+03	6,72796E-06	7,9308E-06	15,2
12,6	5,50000E-05	1,81818E+04	4,18229E+03	6,32572E-06	7,4391E-06	15,0
12,8	5,25810E-05	1,90183E+04	4,31022E+03	5,95836E-06	6,9849E-06	14,7
13	5,03010E-05	1,98803E+04	4,44056E+03	5,61773E-06	6,5649E-06	14,4
13,2	4,81500E-05	2,07684E+04	4,56833E+03	5,29565E-06	6,176E-06	14,3
13,4	4,61210E-05	2,16821E+04	4,70145E+03	5,00034E-06	5,8154E-06	14,0
13,6	4,42040E-05	2,26224E+04	4,83485E+03	4,72363E-06	5,4808E-06	13,8
13,8	4,23920E-05	2,35894E+04	4,96978E+03	4,46555E-06	5,1699E-06	13,6
14	4,06780E-05	2,45833E+04	5,11129E+03	4,22883E-06	4,8808E-06	13,4
14,2	3,90540E-05	2,56056E+04	5,24861E+03	4,00263E-06	4,6116E-06	13,2
14,4	3,75160E-05	2,66553E+04	5,38901E+03	3,79239E-06	4,3607E-06	13,0
14,6	3,60580E-05	2,77331E+04	5,53478E+03	3,59810E-06	4,1266E-06	12,8
14,8	3,46740E-05	2,88401E+04	5,67534E+03	3,41169E-06	3,908E-06	12,7
15	3,33610E-05	2,99751E+04	5,82943E+03	3,24395E-06	3,7037E-06	12,4
15,2	3,21120E-05	3,11410E+04	5,97123E+03	3,07871E-06	3,5126E-06	12,4
15,4	3,09260E-05	3,23353E+04	6,12587E+03	2,92944E-06	3,3336E-06	12,1
15,6	2,97970E-05	3,35604E+04	6,28046E+03	2,78809E-06	3,1659E-06	11,9
15,8	2,87220E-05	3,48165E+04	6,43586E+03	2,65464E-06	3,0087E-06	11,8
16	2,76980E-05	3,61037E+04	6,58629E+03	2,52643E-06	2,861E-06	11,7
16,2	2,67230E-05	3,74209E+04	6,75382E+03	2,41151E-06	2,7223E-06	11,4
16,4	2,57920E-05	3,87717E+04	6,90434E+03	2,29648E-06	2,5919E-06	11,4
16,6	2,49050E-05	4,01526E+04	7,07681E+03	2,19473E-06	2,4693E-06	11,1
16,8	2,40570E-05	4,15679E+04	7,23255E+03	2,09288E-06	2,3538E-06	11,1
17	2,32480E-05	4,30145E+04	7,40705E+03	2,00164E-06	2,2449E-06	10,8
17,2	2,24740E-05	4,44959E+04	7,56440E+03	1,91032E-06	2,1423E-06	10,8
17,4	2,17350E-05	4,60087E+04	7,74580E+03	1,82960E-06	2,0455E-06	10,6
17,6	2,10270E-05	4,75579E+04	7,91074E+03	1,74881E-06	1,9541E-06	10,5

17,8	2,03500E-05	4,91400E+04	8,09398E+03	1,67595E-06	1,8678E-06	10,3
18	1,97010E-05	5,07588E+04	8,32897E+03	1,61636E-06	1,7861E-06	9,5
18,2	1,90750E-05	5,24246E+04	8,63004E+03	1,57004E-06	1,7089E-06	8,1
18,4	1,84670E-05	5,41506E+04	9,15495E+03	1,56106E-06	1,6358E-06	4,6
18,6	1,78630E-05	5,59816E+04	1,01991E+04	1,62721E-06	1,5666E-06	3,9
18,8	1,72350E-05	5,80215E+04	1,24645E+04	1,85126E-06	1,501E-06	23,3
19	1,65250E-05	6,05144E+04	1,77562E+04	2,42439E-06	1,4388E-06	68,5
19,2	1,56090E-05	6,40656E+04	3,17847E+04	3,87202E-06	1,3797E-06	180,6
19,4	1,42000E-05	7,04225E+04	7,88104E+04	7,94566E-06	1,3237E-06	500,3
19,6	1,16030E-05	8,61846E+04	3,42388E+05	2,30478E-05	1,2705E-06	1714,1
19,8	6,46570E-06	1,54662E+05				

Tableau III-2 : Résultats numériques et comparaison avec la théorie (déplacement imposée).

Nous présentons également sur la Figure III-1, l'erreur relative en fonction de « a » pour les deux cas de chargement. Pour une meilleure visibilité de la figure, nous nous contentons de l'intervalle $a \in [0.8,19]$.

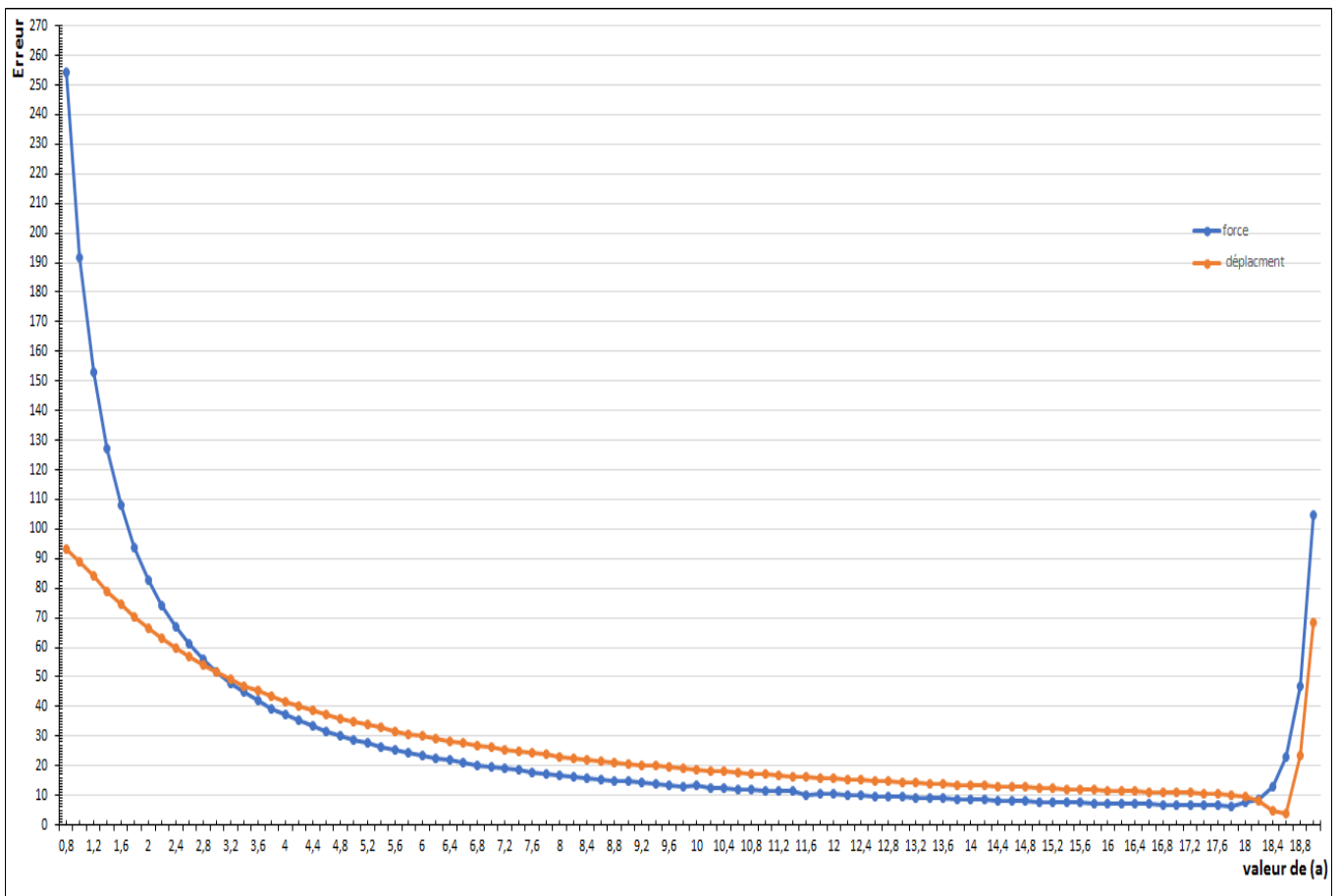


Figure III-1 : Le graphe de Gn et Gt

5. Discussion des résultats :

On remarque, pour les deux cas de chargement, une même évolution qualitative de l'erreur relative. D'abord, elle est très importante pour les petites longueurs de fissure. Ensuite, elle devient décroissante jusqu'à atteindre un minimum. Finalement, elle redevient croissante. L'explication de cette variation est la suivante :

1. Lorsque la fissure est trop petite, la formule théorique n'est plus valable. Car cette formule est basée sur la théorie des poutres. C'est-à-dire qu'on assimile la partie fissurée à une poutre en flexion. Or cette théorie n'est valable que lorsque la longueur de la poutre, qui correspond à la longueur de la fissure, est grande par rapport aux dimensions transversales ($h=1$, $B=1$) (certaines références disent au moins 5 fois, d'autres au moins 20 fois). Par conséquent, il est logique que l'erreur soit très grande lorsque la longueur de la fissure est très petite, et qu'elle diminue ensuite avec son augmentation.
2. Le modèle utilisé pour la détermination de G_t est celui d'une poutre en flexion encastree sur un côté. Ce côté correspond au début de la partie non fissurée de la poutre. Lorsque la fissure est courte, il est raisonnable de penser que toute la déformation se situe dans la partie fissurée. La partie non fissurée est donc exempte de déformation et l'hypothèse de l'encastrement est valable. Par contre lorsque la fissure devient trop grande par rapport à la longueur totale L . La déformation de la partie non fissurée devient trop importante pour être négligée et le modèle de la poutre encastree n'est plus valable. Pour cette raison on observe qu'à partir d'un certain seuil de longueur l'erreur se remet à augmenter.

Les différences quantitatives entre les deux cas de chargement sont les suivantes :

- Pour les petites et grandes longueurs de fissure ($a < 3$ et $a > 18.2$) l'erreur relative est plus importante en force imposée (max = 3613,7 %) qu'en déplacement imposé (max = 1714,1 %).
- Pour les longueurs intermédiaires ($a \in [3,18.2]$), l'erreur moyenne est de (16,27%) en force imposée et de (21,76%) en déplacement imposé. L'erreur est du même ordre de grandeur, et supérieure en déplacement imposé.
- L'erreur minimale n'est pas la même, et ne correspond pas à la même longueur de fissure (6 % pour $a = 17.8$ en force imposée, et 3.9 % pour $a = 18.6$ en déplacement imposé).

Enfin, nous constatons que, pour les longueurs intermédiaires, les erreurs sont trop élevées. Ce phénomène peut avoir trois causes :

6. Les éléments utilisés sont des éléments classiques valables dans des problèmes généraux de calcul des structures. Or pour une structure fissurée, il y a le problème de la singularité des contraintes en pointe de fissure. Les éléments classiques sont incapables de capter cette singularité, ce qui induit une erreur importante dans les calculs. Il existe des éléments particuliers, appelés « éléments singuliers », capables de la capter ([4]). Ces éléments permettent d'avoir des résultats plus précis. Ils n'ont pas été utilisés dans nos calculs.
7. L'incrément $\Delta a = 0.2$ n'est pas suffisamment petit. En effet, plus il est petit plus l'approximation de la dérivée de C est proche de la dérivée exacte, et plus le calcul de G_n est précis.
8. La poutre n'est pas assez longue. En effet si elle était plus longue, l'erreur continuerait peut être à diminuer au-delà de $a=17.8$ (en force imposé) et de $a = 18.6$ (en déplacement imposé).

Conclusion Générale

Ce travail est une application de la méthode des éléments finis sur un modèle choisi pour deux cas différents (force imposé et déplacement imposé). Les résultats obtenus numériquement et analytiquement nous ont permis de déterminer l'erreur relative. Cette erreur nous a permis d'avoir un aperçu sur le domaine de validité de la méthode analytique.

Les principaux résultats de ce travail sont les suivant :

- Dans le cas des longueurs de fissures très petites ($a < 3$) ou très grandes ($a > 18.6$) l'erreur est élevée. On en conclut que, pour ces longueurs, la formule théorique n'est pas valable.
- Dans le cas des longueurs de fissures intermédiaire, l'erreur est décroissante et atteint une valeur minimale (6%) en force imposé et (3.9%) en déplacement imposé. Cependant ça reste une erreur non-négligeable.

Le problème majeur est l'importance relative de cette erreur minimale. Les hypothèses expliquant ce phénomène sont les suivantes :

- Les éléments utilisés ne sont pas conçus pour les structures fissurées. En effet, il faut utiliser des éléments singuliers pour plus de précision.
- L'incrément $\Delta a = 0.2$ n'est pas suffisamment petit.
- La longueur de notre poutre n'est pas assez longue

L'étude de l'influence de ces hypothèses sur la précision des résultats fera l'objet de prochains travaux.

Annexe 1 :
Code macro pour
force imposé

```

FINISH
/CLEAR,START
/COM,ANSYS RELEASE Release 17.2   BUILD 17.2   UP20160718   21:00:57
/input,start,ans,'C:\Program Files\ANSYS Inc\v172\ANSYS\apdl\
!*
/NOPR
KEYW,PR_SET,1
KEYW,PR_STRUC,1
KEYW,PR_THERM,0
KEYW,PR_FLUID,0
KEYW,PR_ELMAG,0
KEYW,MAGNOD,0
KEYW,MAGEDG,0
KEYW,MAGHFE,0
KEYW,MAGELC,0
KEYW,PR_MULTI,0
/GO
!*
/COM,
/COM,Preferences for GUI filtering have been set to display:
/COM, Structural
!*
/PREP7
!*
ET,1,PLANE182
!*
!*
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,2E5
MPDATA,PRXY,1,,0.3
sect,1,shell,,
secdata, 1,1,0.0,3
secoffset,MID
secontrol,,,, , , ,
K,1,,,
K,2,10,,
K,3,20,,
K,4,20,1,,
K,5,,1,,
LSTR, 1, 2
LSTR, 2, 3
LSTR, 3, 4
LSTR, 4, 5
LSTR, 5, 1
FLST,2,5,4
FITEM,2,1
FITEM,2,2
FITEM,2,3
FITEM,2,4

```

```
FITEM,2,5
AL,P51X
FLST,2,1,5,ORDE,1
FITEM,2,1
AESIZE,P51X,0.2,
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,0
!*
CM,_Y,AREA
ASEL,,,, 1
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!*
DL, 2, ,SYMM
/ZOOM,1,SCRN,1.565968,-0.081365,1.608598,-0.174354
FLST,2,1,3,ORDE,1
FITEM,2,3
!*
/GO
DK,P51X, , , ,0,ALL, , , , ,
/AUTO,1
/REP,FAST
/ZOOM,1,SCRN,-0.875602,-0.073616,-0.774839,-0.120111
FLST,2,1,1,ORDE,1
FITEM,2,1
!*
/GO
F,P51X,FY,1
FINISH
/SOL
/STATUS,SOLU
SOLVE
FINISH
/POST1
PLDISP,0
/AUTO,1
/REP,FAST
!*
PRNSOL,U,Y
```

Annexe 2 :

Code macro pour déplacement imposé

```

FINISH
/CLEAR,START
/COM,ANSYS RELEASE Release 17.2   BUILD 17.2   UP20160718   15:04:39
/input,start,ans,'C:\Program Files\ANSYS Inc\v172\ANSYS\apdl\'
!*
/NOPR
KEYW,PR_SET,1
KEYW,PR_STRUC,1
KEYW,PR_THERM,0
KEYW,PR_FLUID,0
KEYW,PR_ELMAG,0
KEYW,MAGNOD,0
KEYW,MAGEDG,0
KEYW,MAGHFE,0
KEYW,MAGELC,0
KEYW,PR_MULTI,0
/GO
!*
/COM,
/COM,Preferences for GUI filtering have been set to display:
/COM, Structural
!*
/PREP7
!*
ET,1,PLANE182
!*
!*
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,1
MPDATA,PRXY,1,,0.3
sect,1,shell,,
secdata, 1,1,0.0,3
secoffset,MID
seccontrol,,,, , , ,
K,1,,,,
K,2,18.2,,,
K,3,20,,,
K,4,20,1,,
K,5,,1,,
LSTR, 1, 2
LSTR, 2, 3
LSTR, 3, 4
LSTR, 4, 5

```

```
LSTR, 5, 1
FLST,2,5,4
FITEM,2,1
FITEM,2,2
FITEM,2,3
FITEM,2,4
FITEM,2,5
AL,P51X
FLST,2,1,5,ORDE,1
FITEM,2,1
AESIZE,P51X,0.2,
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,0
!*
CM,_Y,AREA
ASEL, , , , 1
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!*
DL, 2, ,SYMM
/ZOOM,1,SCRN,1.528443,-0.048165,1.620943,-0.086697
FLST,2,1,3,ORDE,1
FITEM,2,3
!*
/GO
DK,P51X, , , ,0,ALL, , , , ,
/AUTO,1
/REP,FAST
/ZOOM,1,SCRN,-0.849583,-0.028899,-0.741666,-0.071284
FLST,2,1,1,ORDE,1
FITEM,2,1
!*
/GO
D,P51X, ,0.5, , , ,UY, , , , ,
/AUTO,1
/REP,FAST
FINISH
```



```
/SOL  
/STATUS,SOLU  
SOLVE  
FINISH  
/POST1  
PLDISP,0  
PRRSOL,FY
```

Annexe 3 :
**Résultats pour force
imposée**

Force imposée :

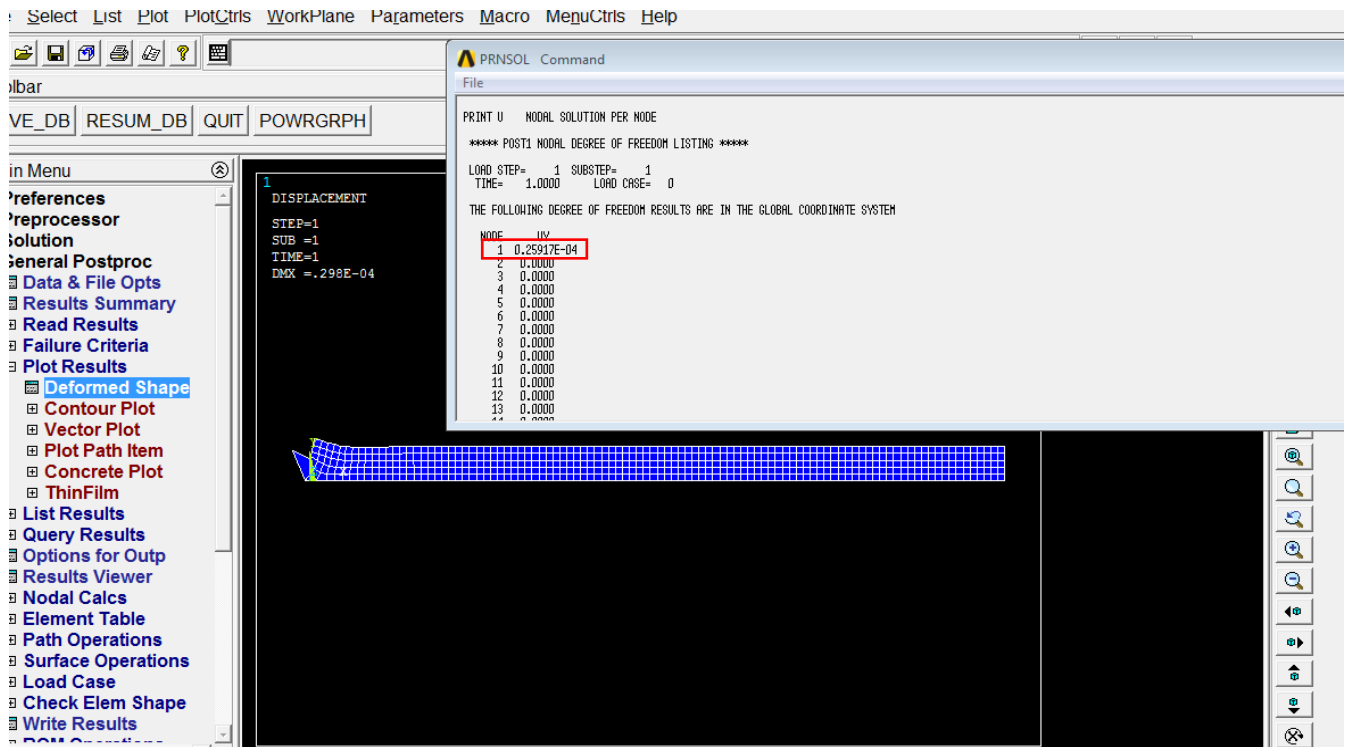


Figure A3-1 : a = 0.2

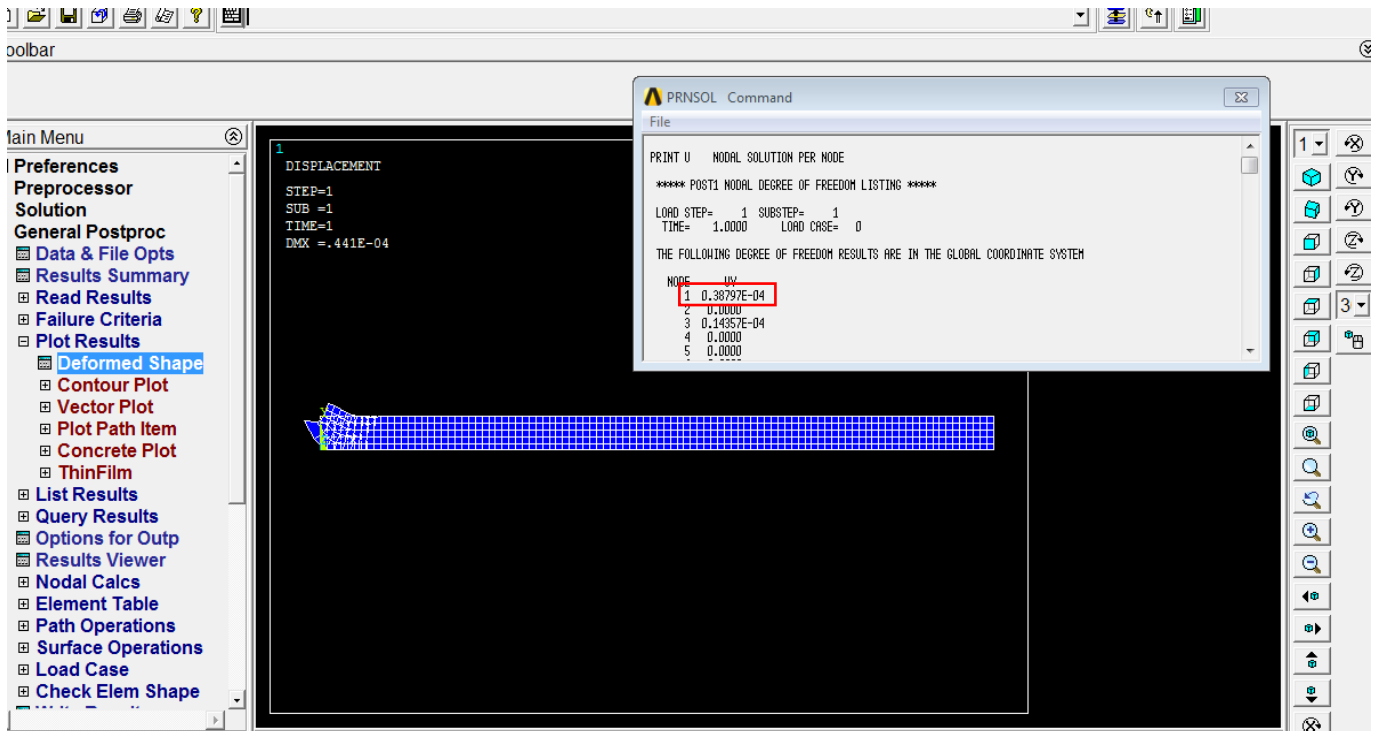


Figure A3-2 : a = 0.4

Force imposée :

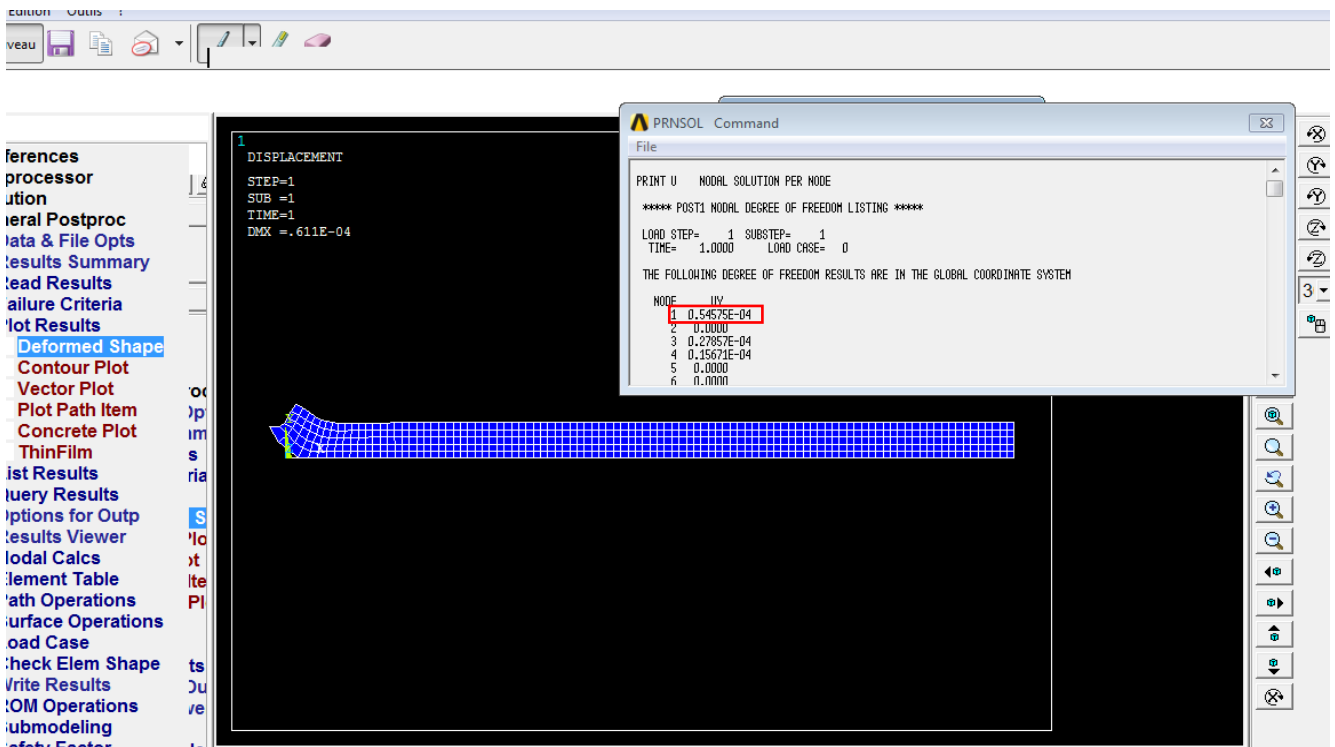


Figure A3-3 : $a = 0.6$

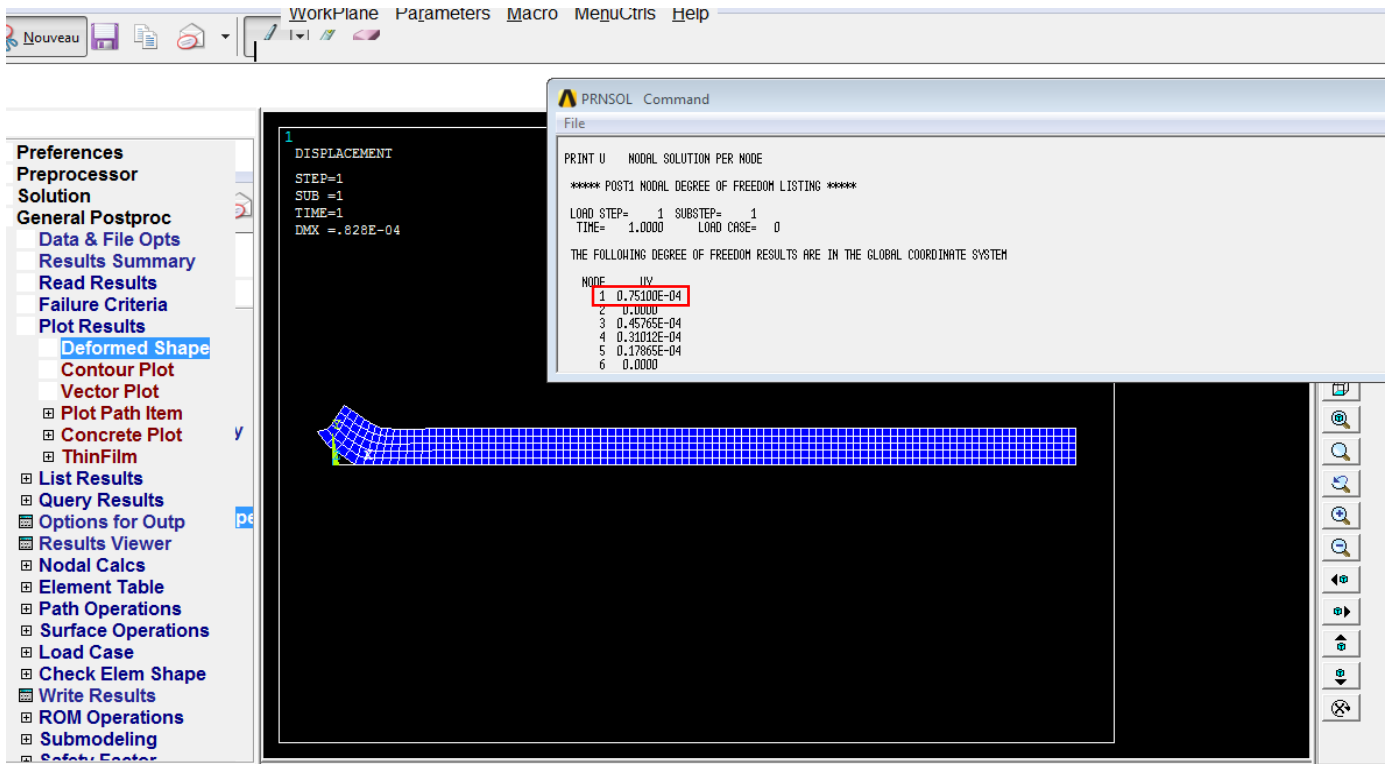


Figure A3-4 : $a = 0.8$

Force imposée :

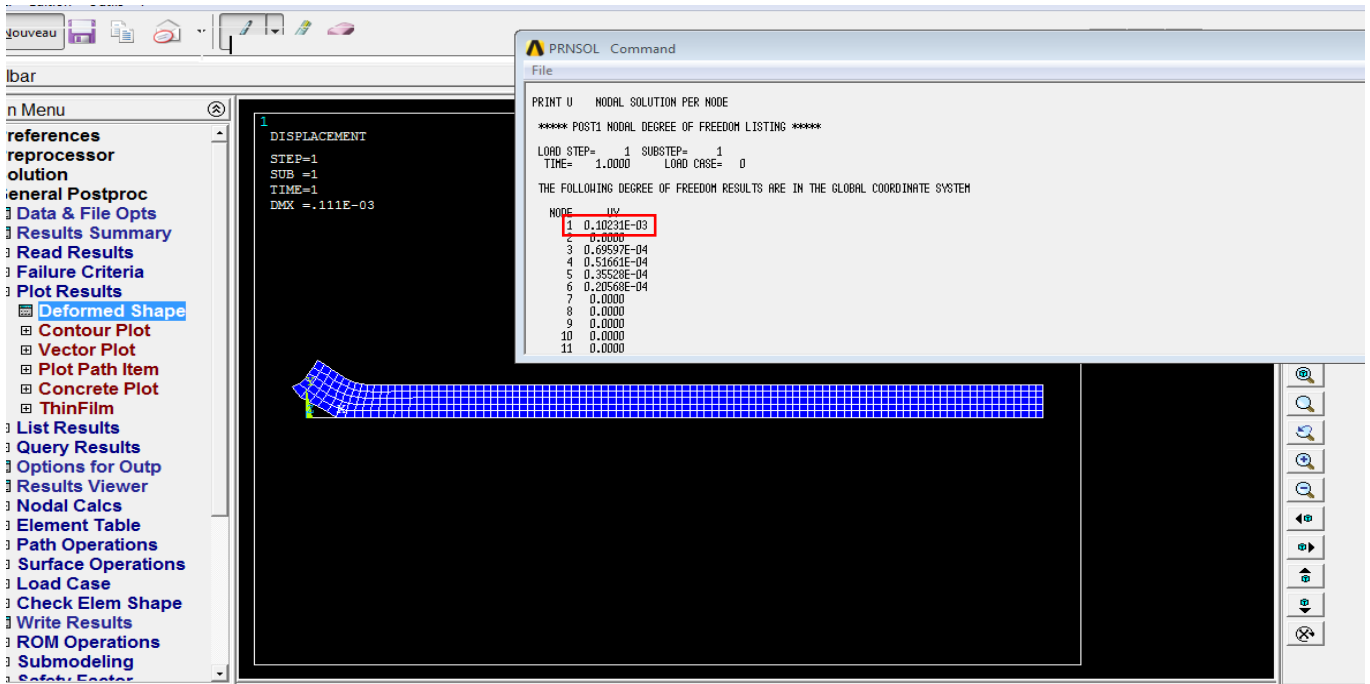


Figure A3-5 : a= 1

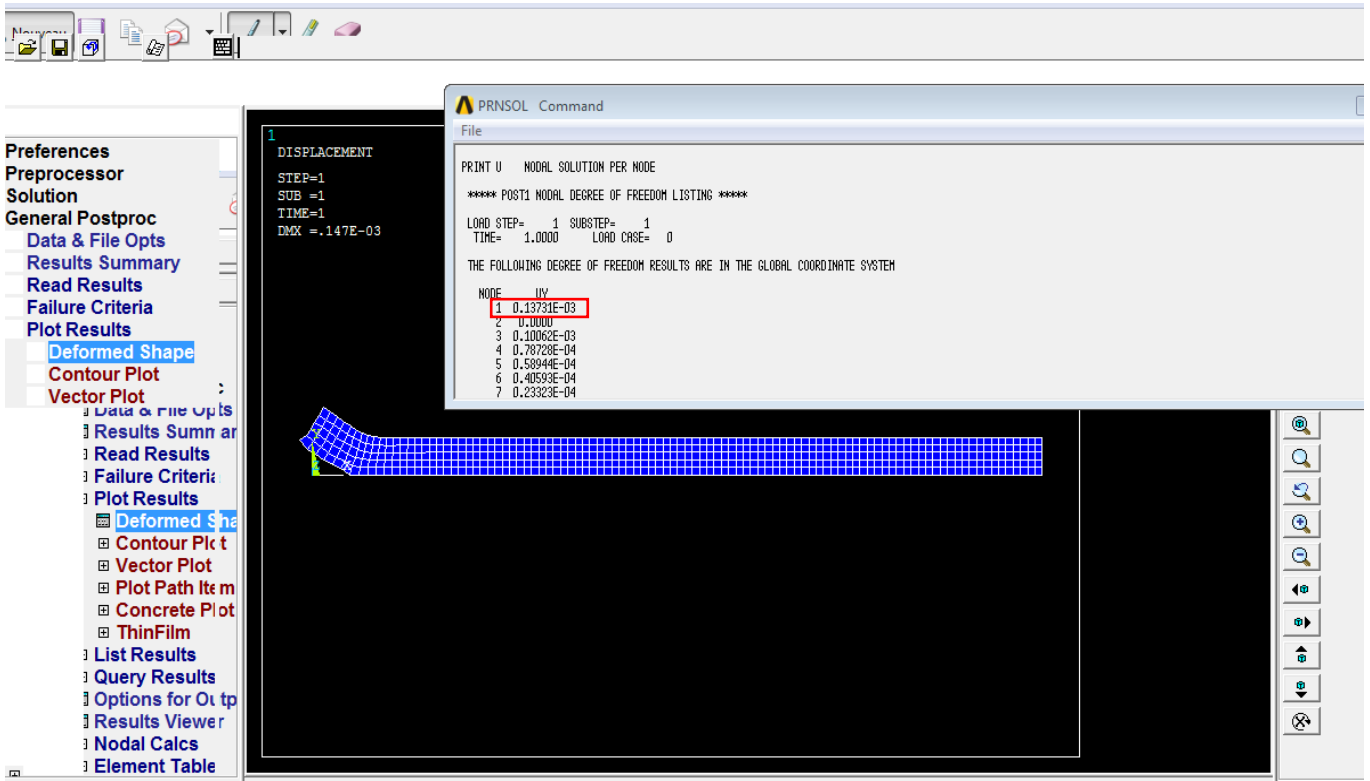


Figure A3-6 : a= 1.2

Force imposée :

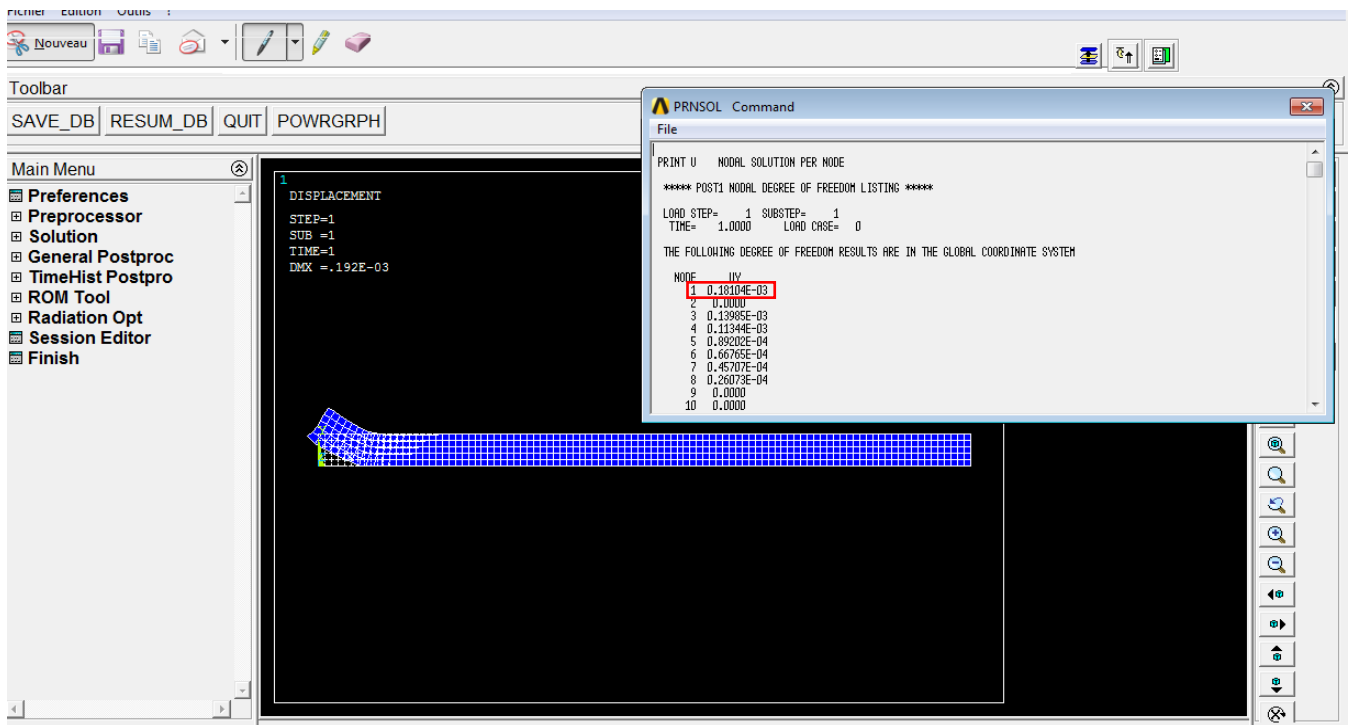


Figure A3-7 : a = 1.4

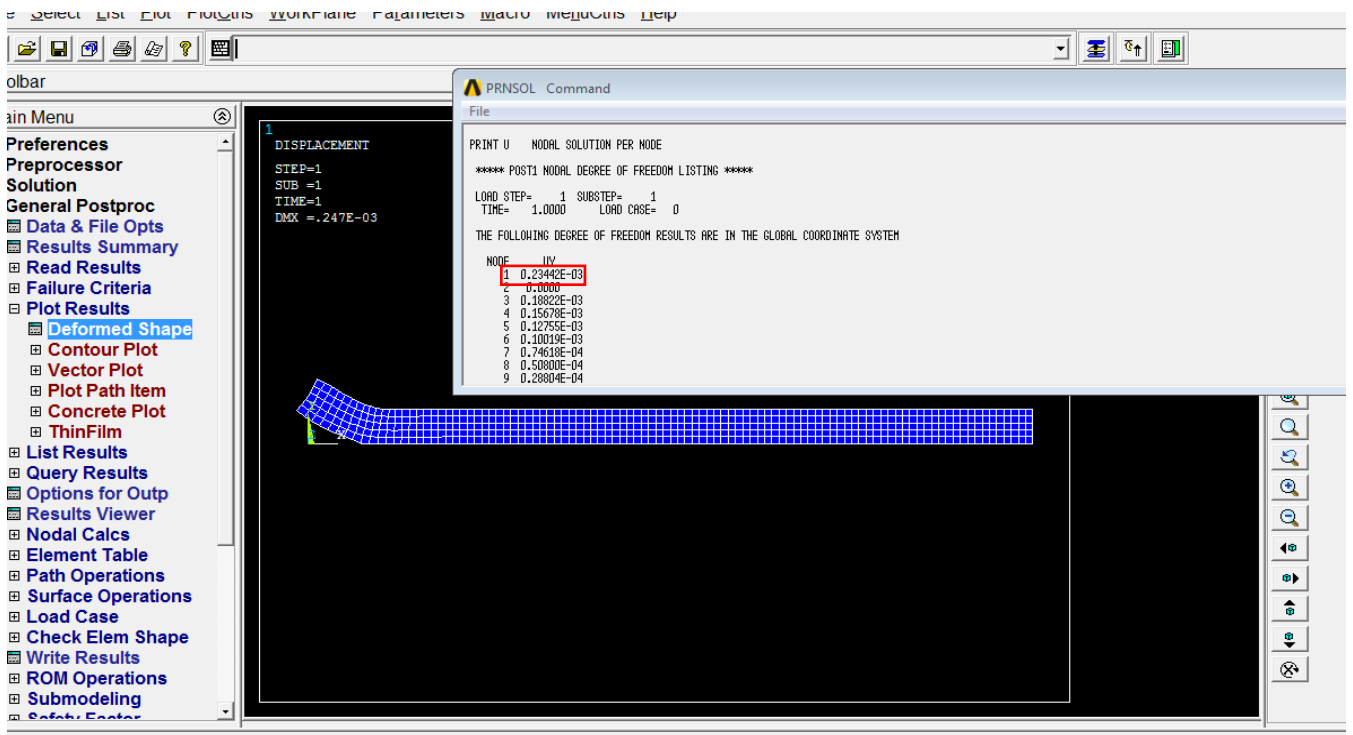


Figure A3-8 : a = 1.6

Force imposée :

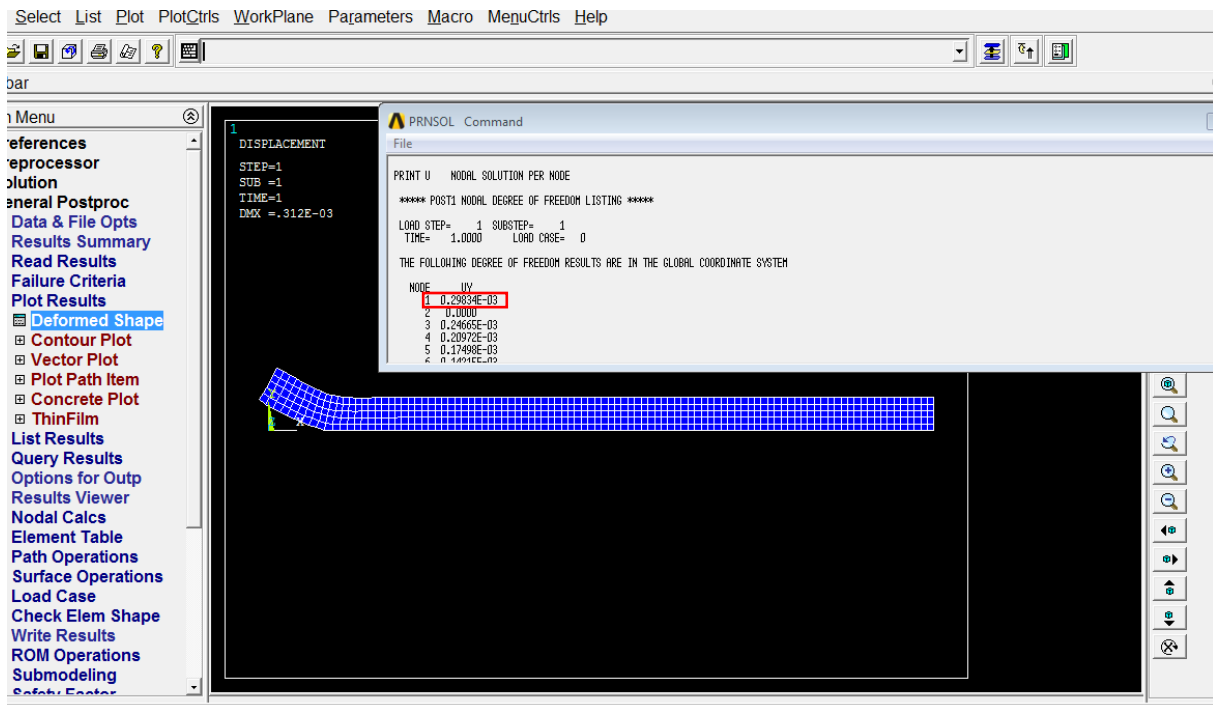


Figure A3-9 : a = 1.8

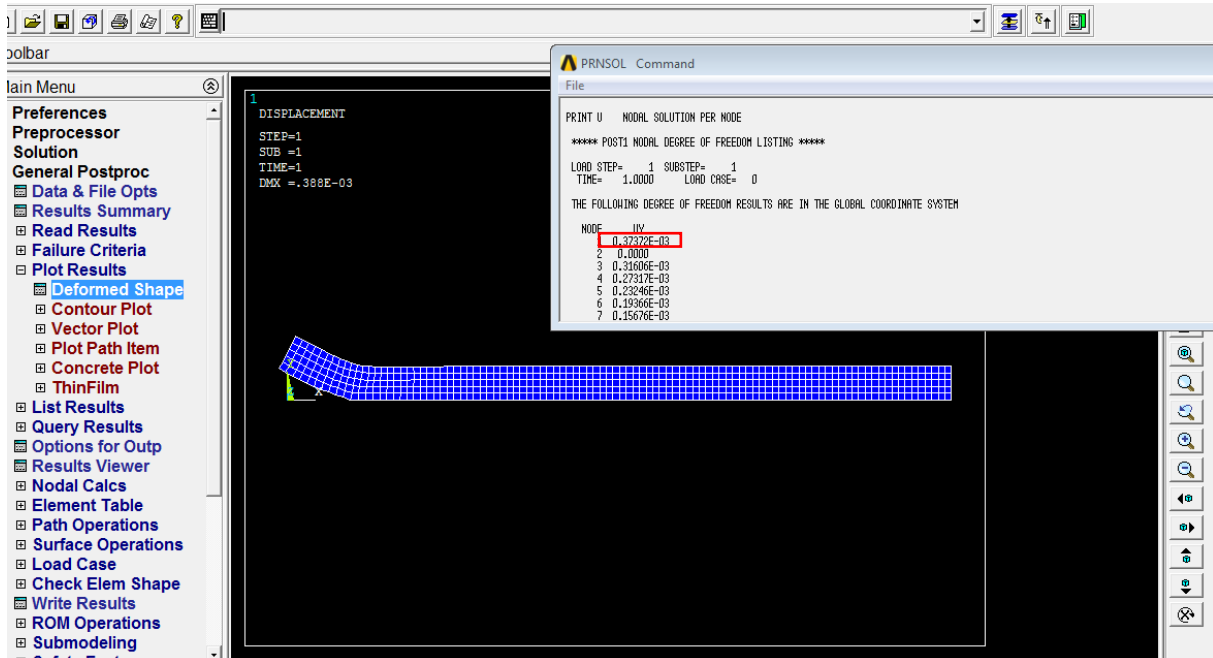


Figure A3-10 : a = 2

Force imposée :

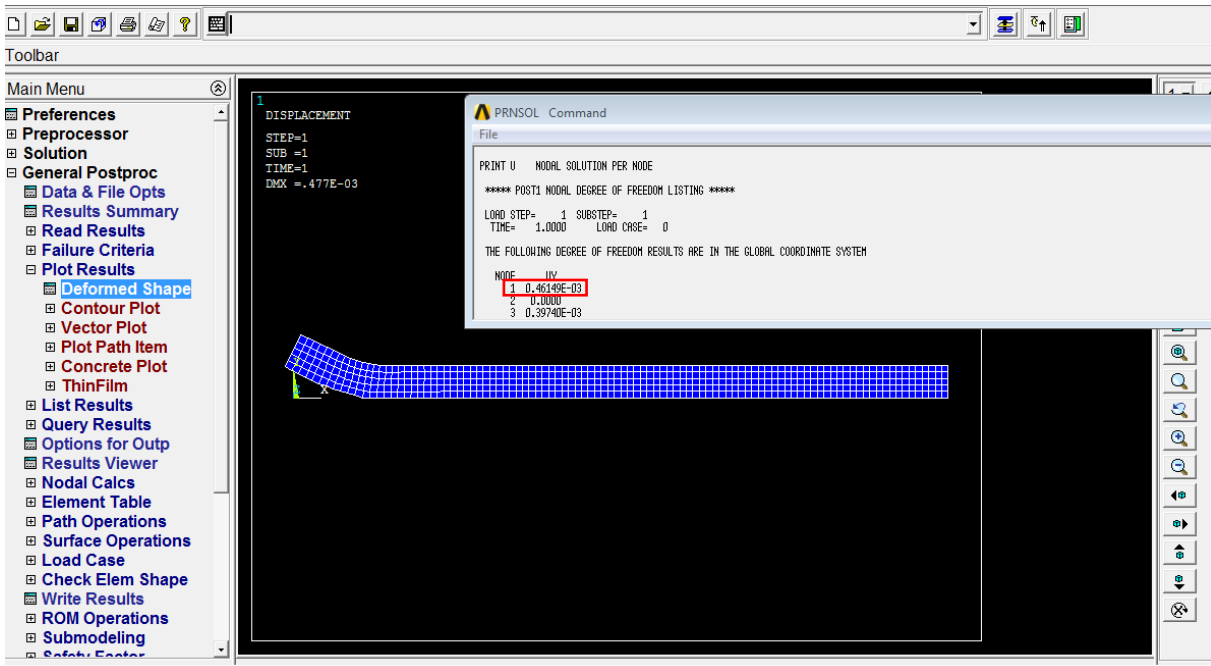


Figure A3-11 : a= 2.2

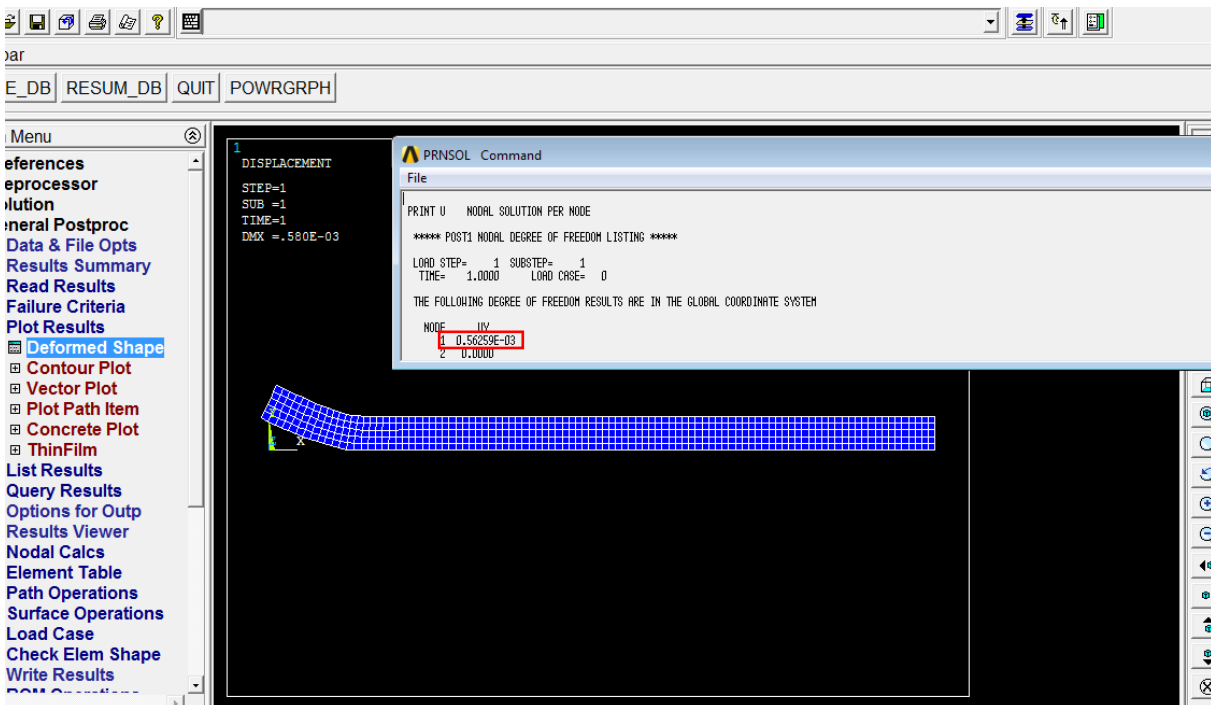


Figure A3-12 : a= 2.4

Force imposée :

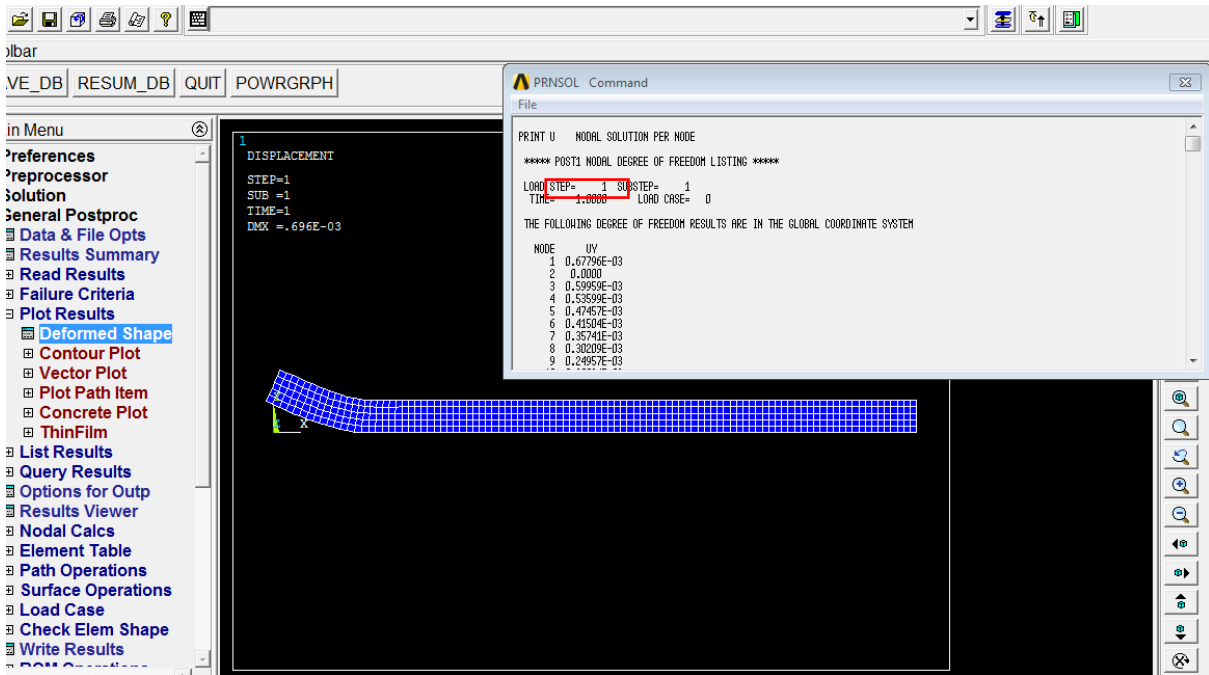


Figure A3-13 : $a = 2.6$

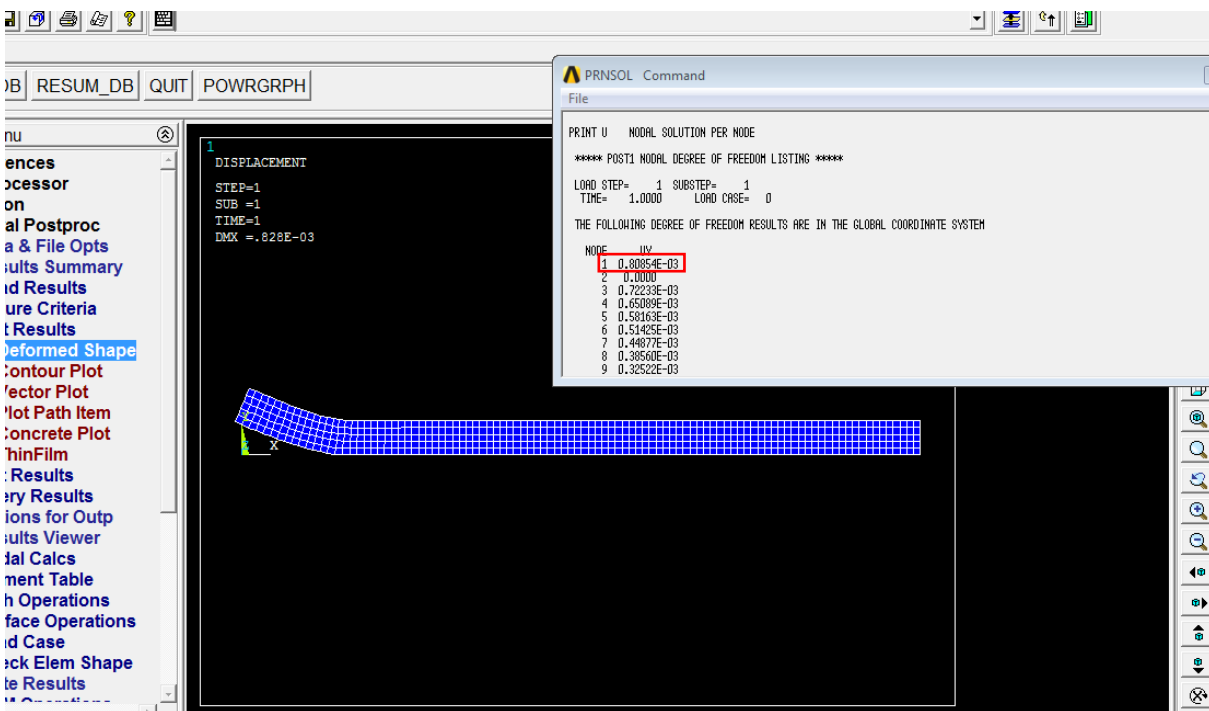


Figure A3-14 : $a = 2.8$

Force imposée :

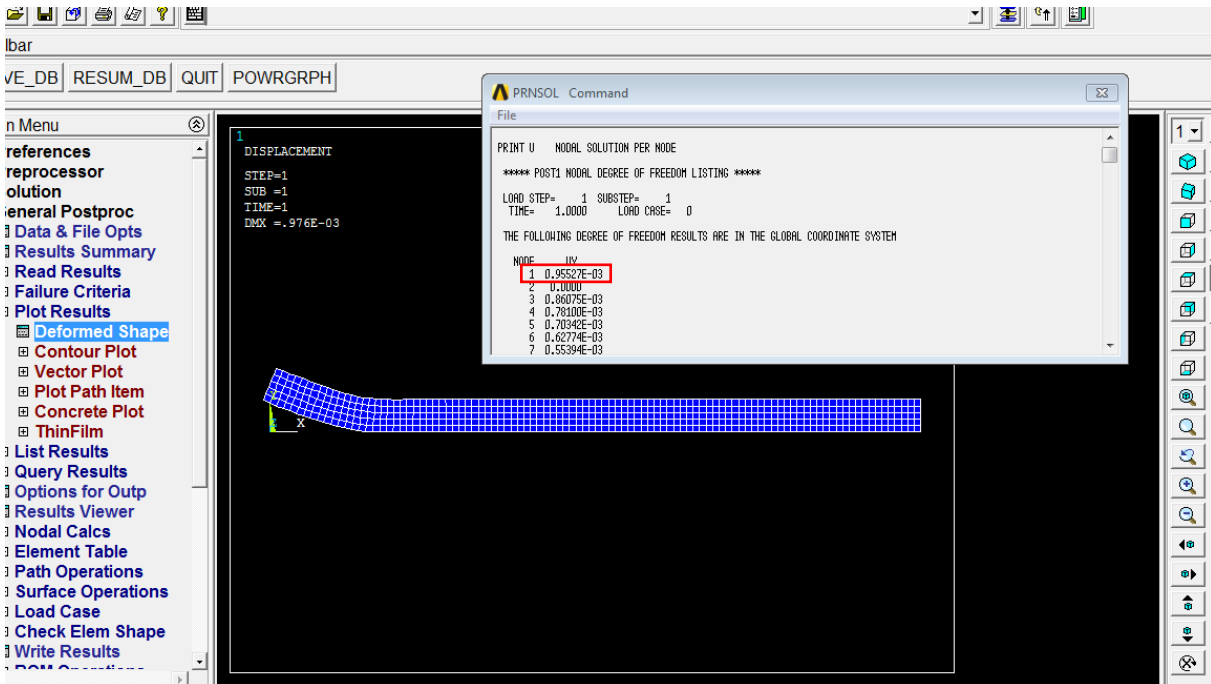


Figure A3-15 : a = 3

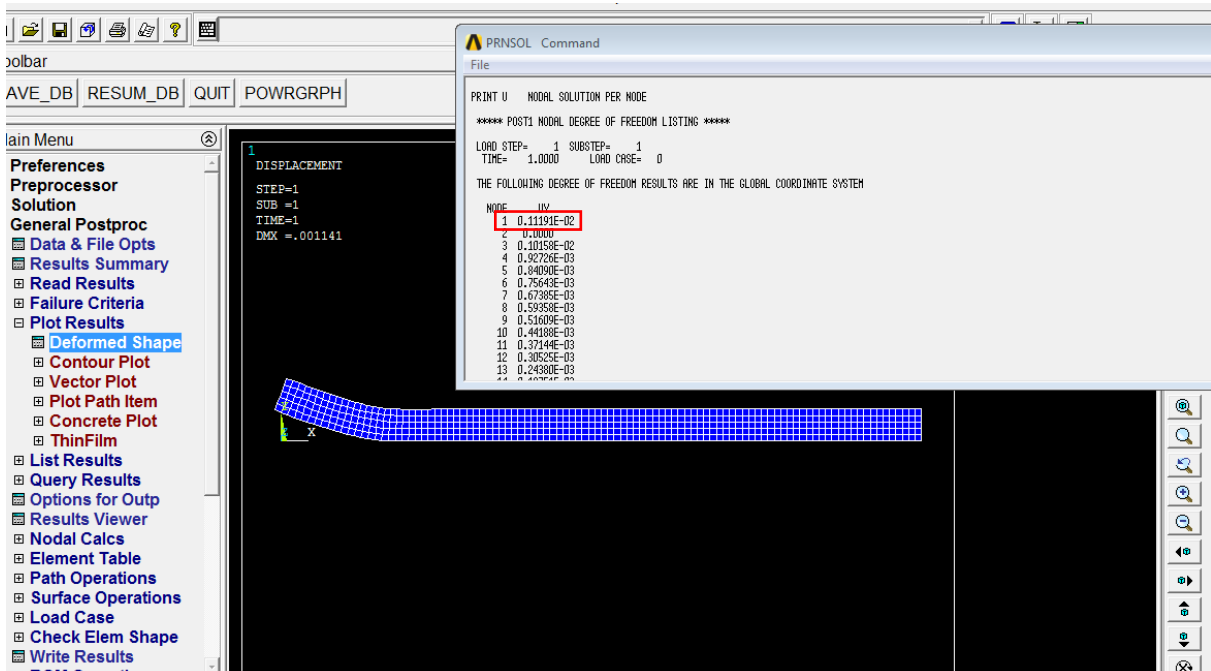


Figure A3-16 : a = 3.2

Force imposée :

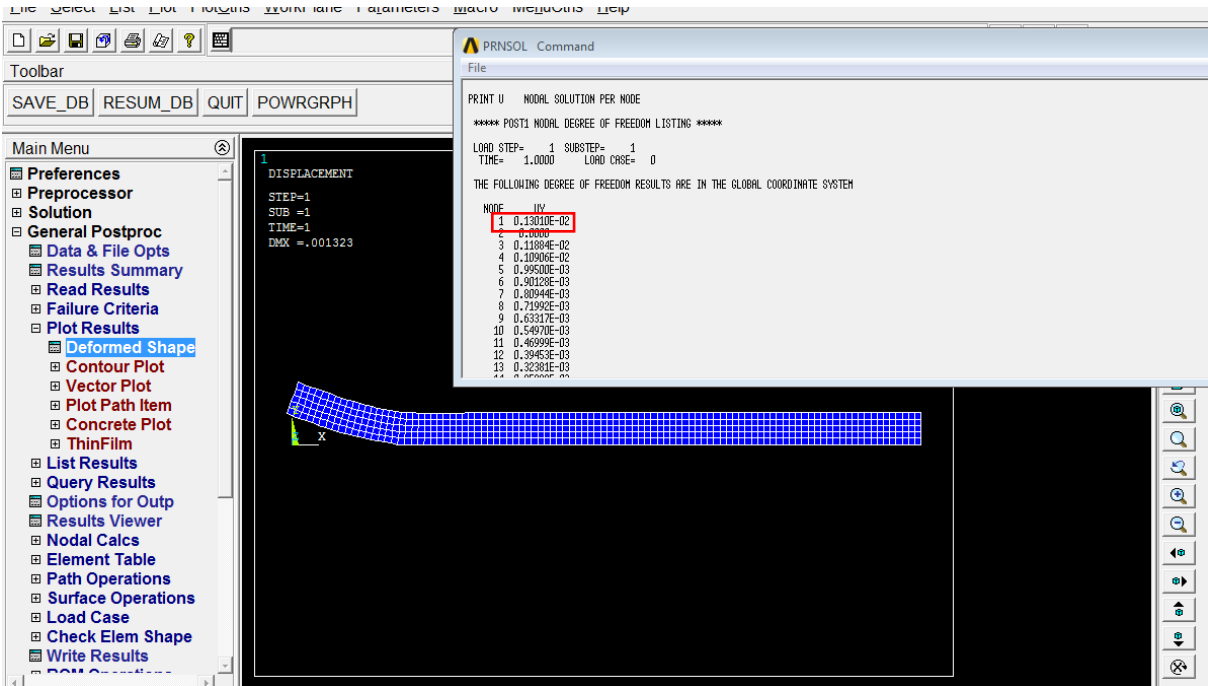


Figure A3-17 : a = 3.4

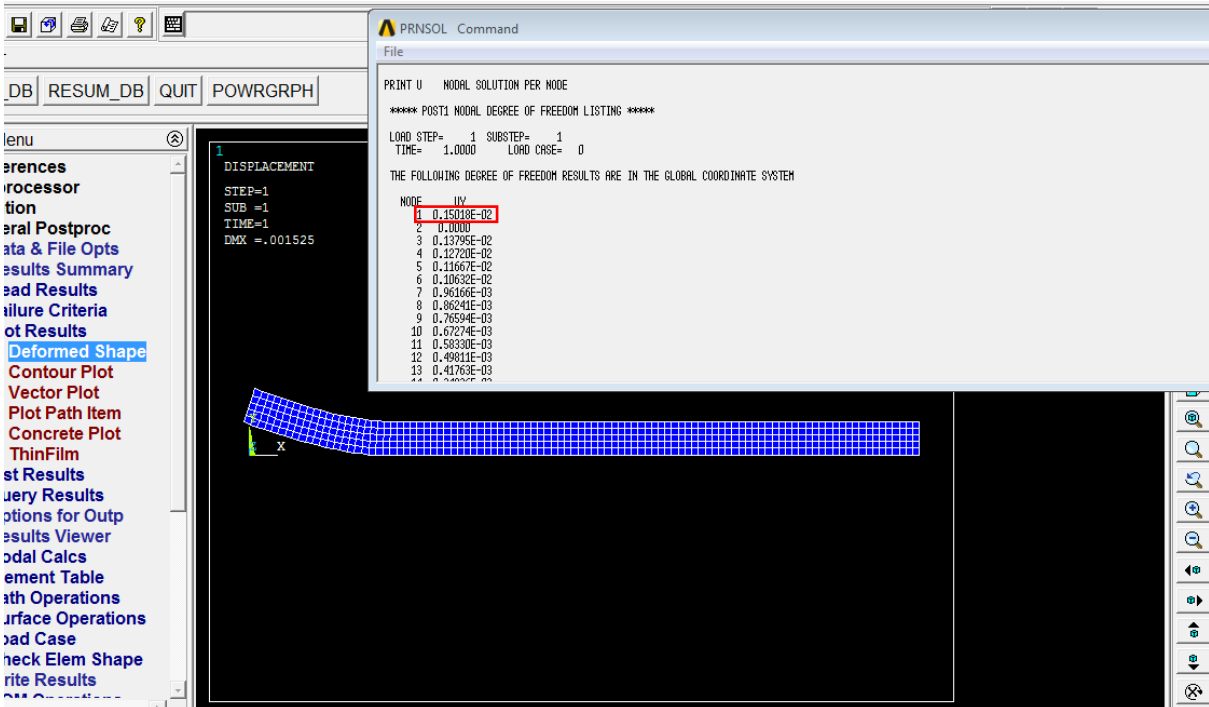


Figure A3-18 : a = 3.6

Force imposée :

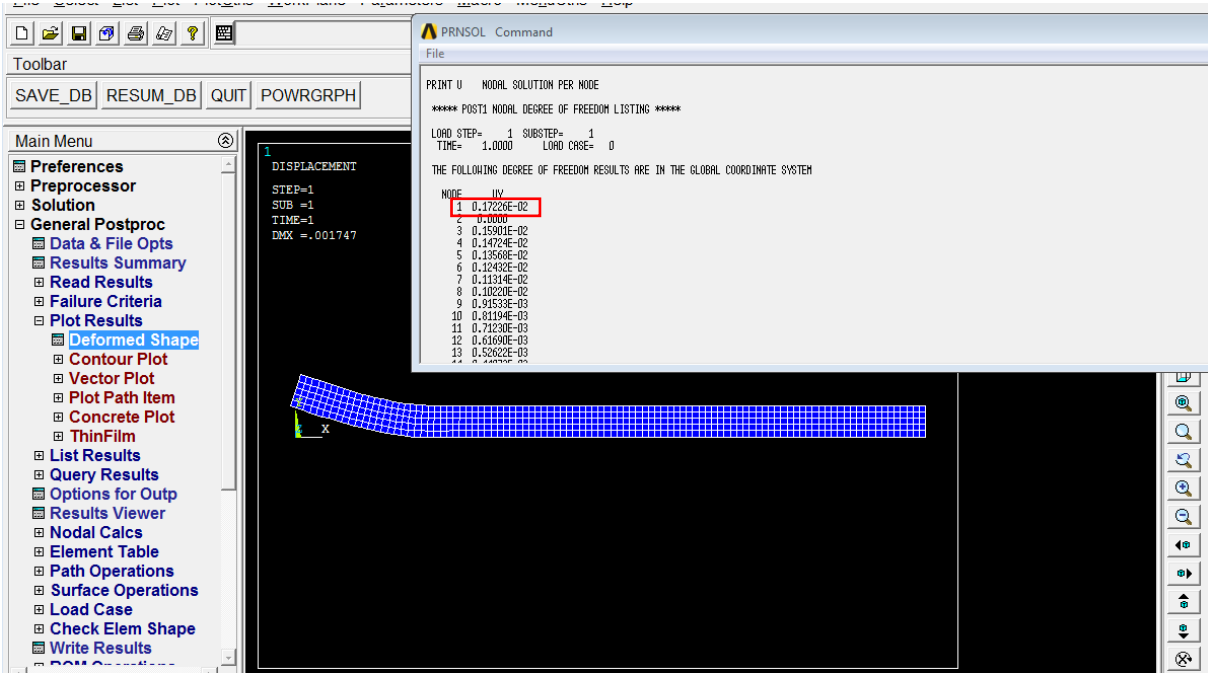


Figure A3-19 : a = 3.8

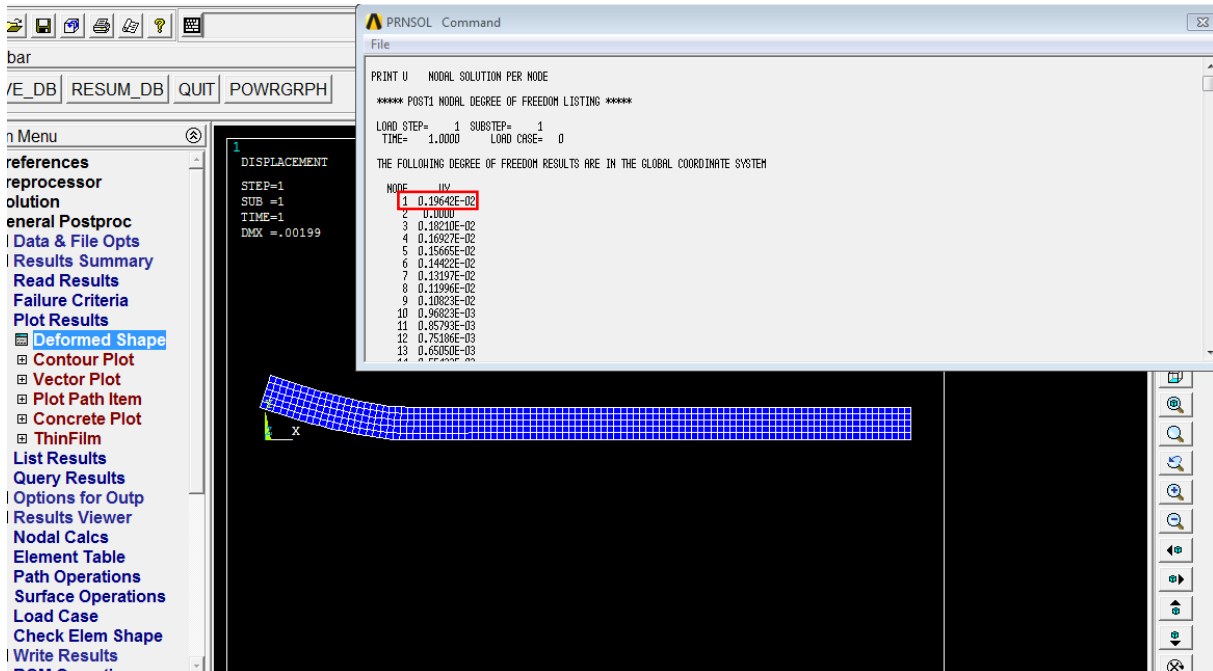


Figure A3-20 : a = 4

Force imposée :

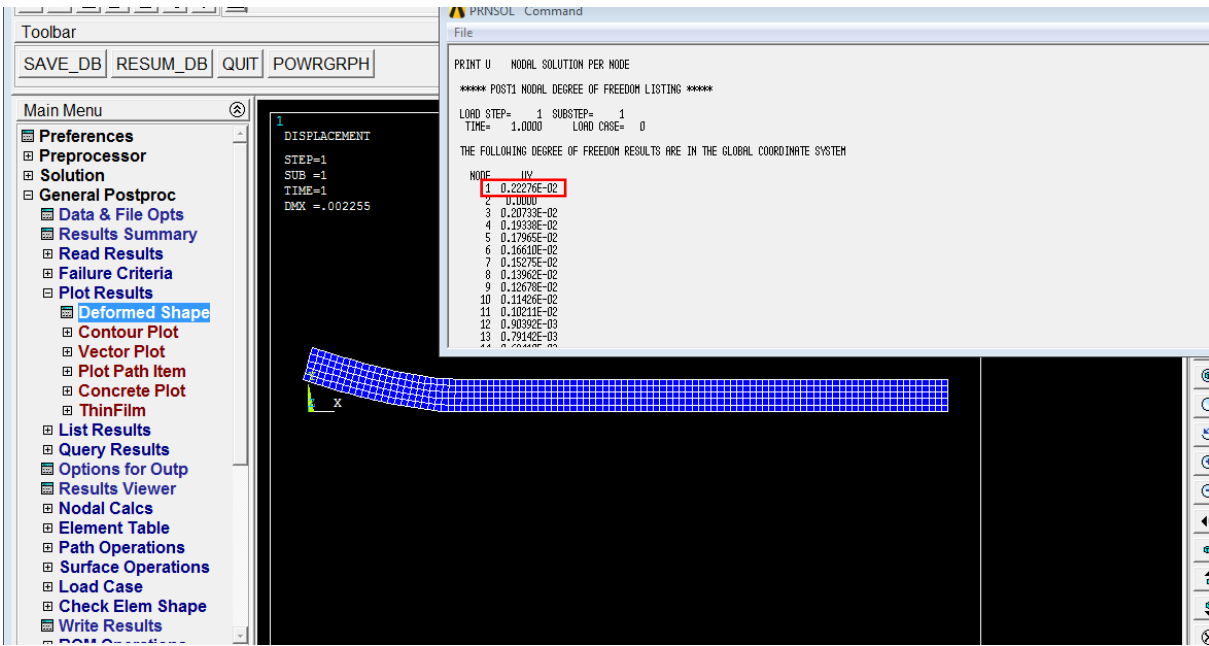


Figure A3-21 : a = 4.2

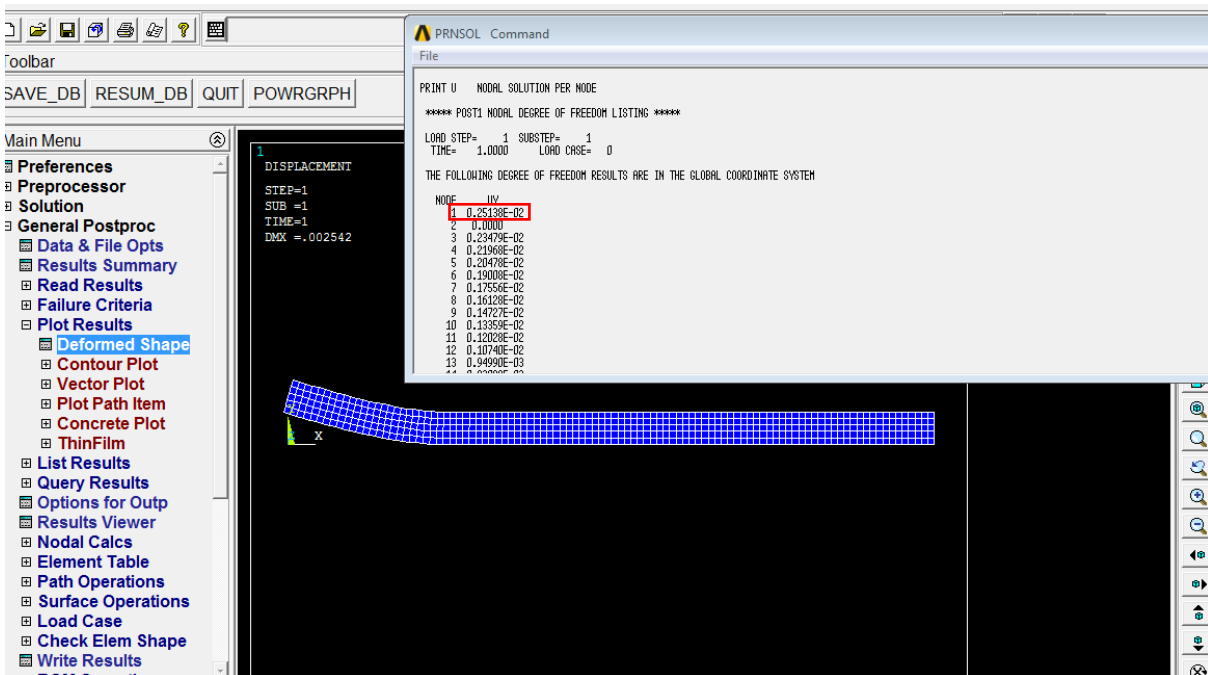


Figure A3-22 : a = 4.6

Force imposée :

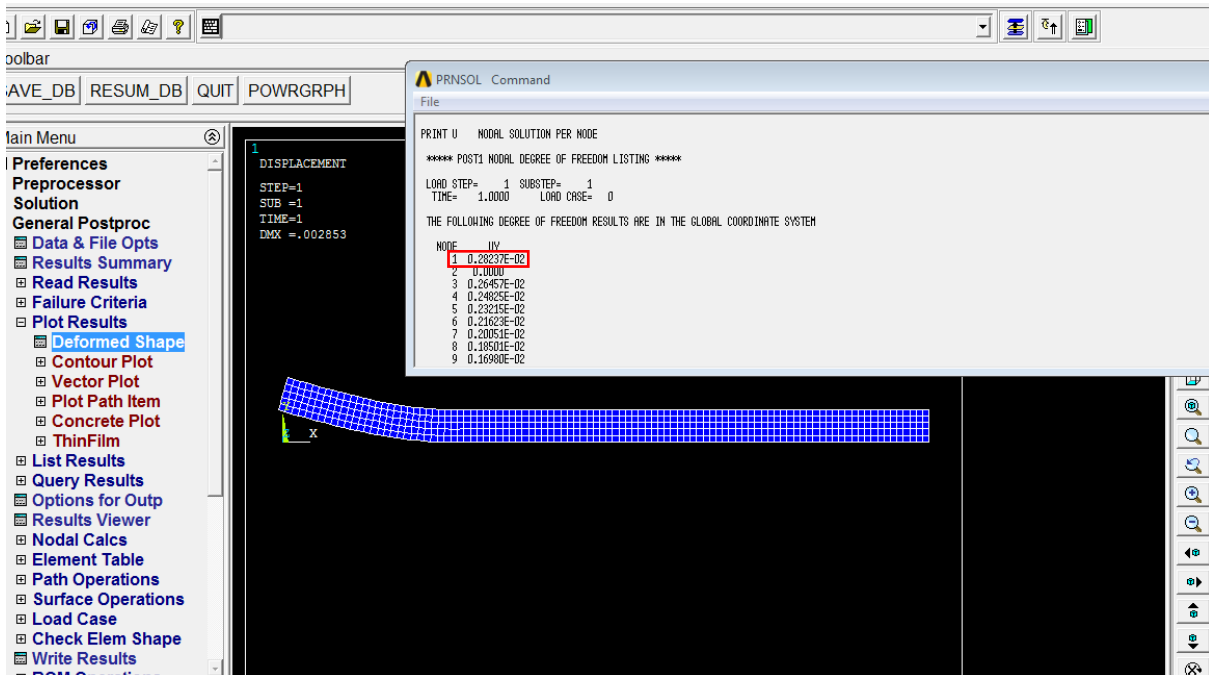


Figure A3-23 : $a = 4.8$

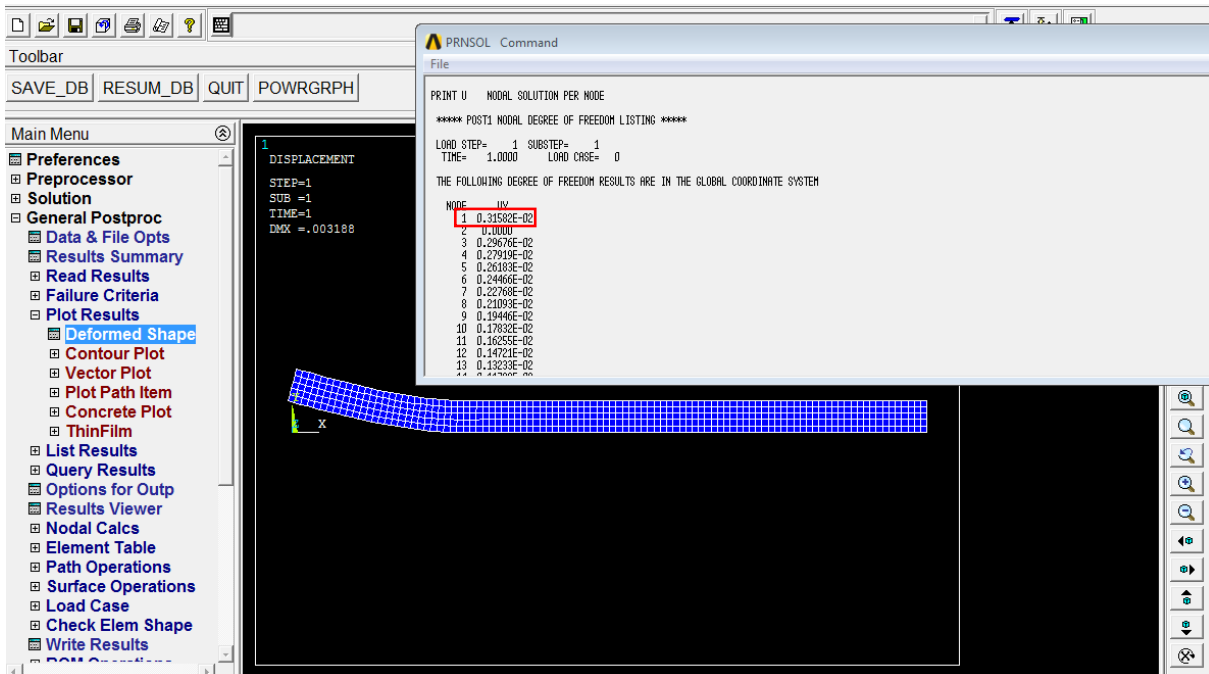


Figure A3-24 : $a = 5$

Force imposée :

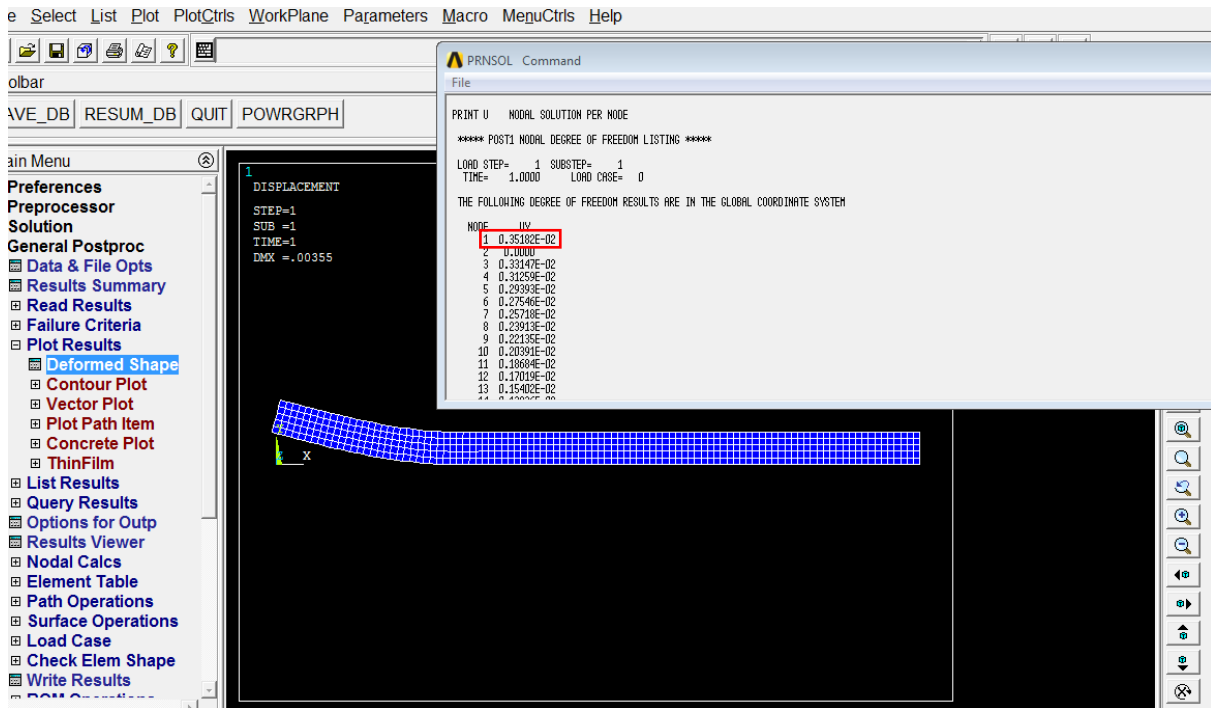


Figure A3-25 : $a = 5.2$

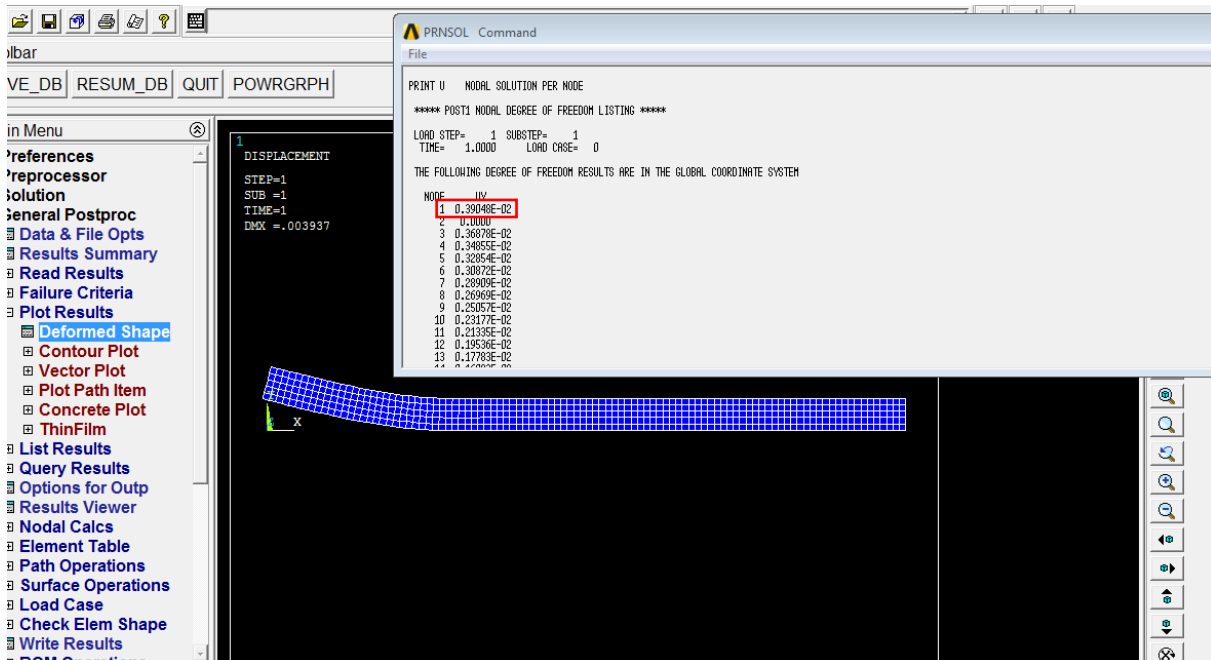


Figure A3-26 : $a = 5.4$

Force imposée :

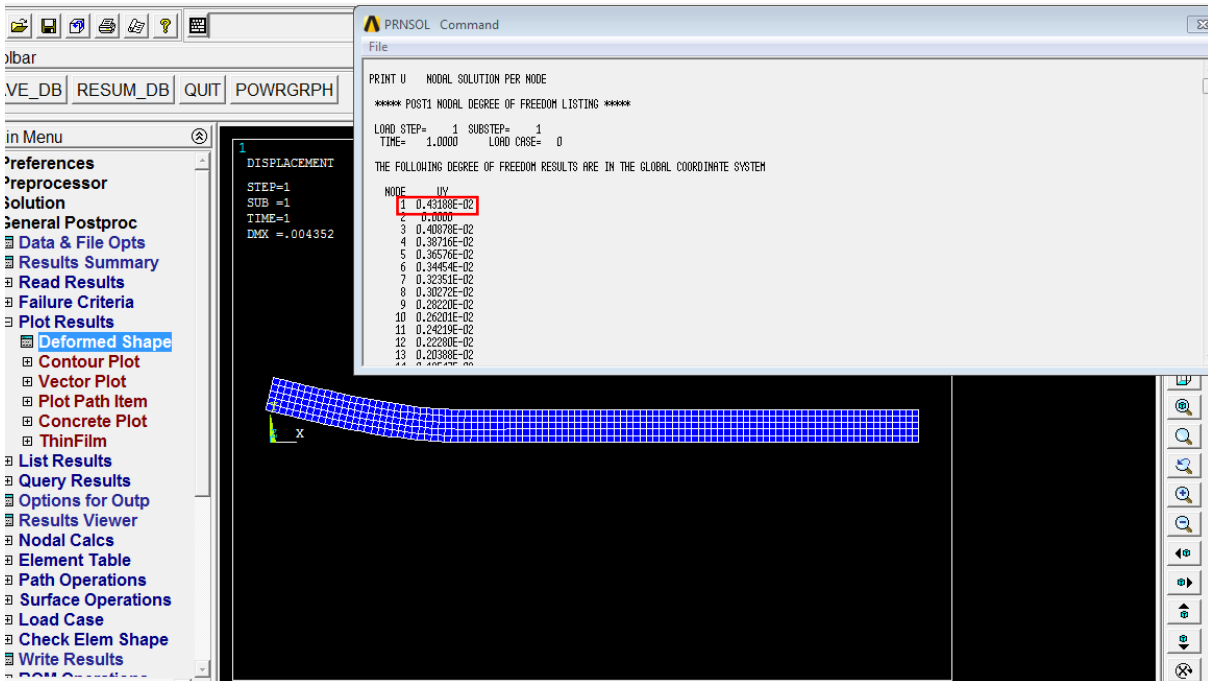


Figure A3-27 : a = 5.6

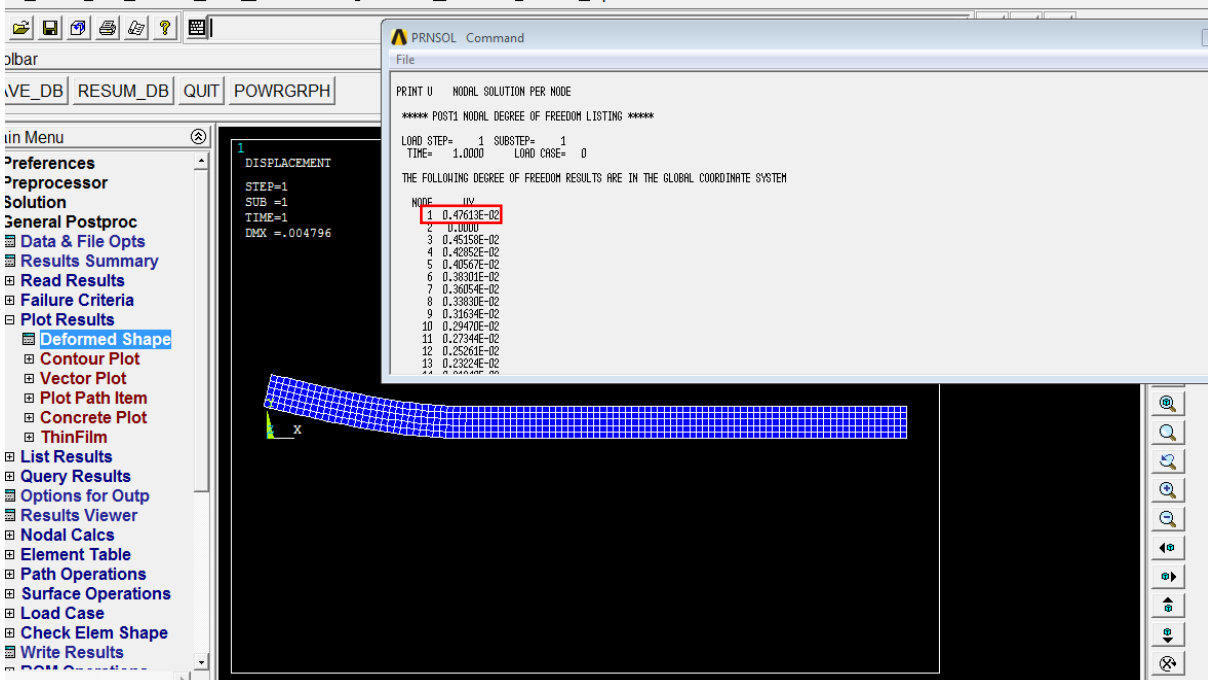


Figure A3-28 : a = 5.8

Force imposée :

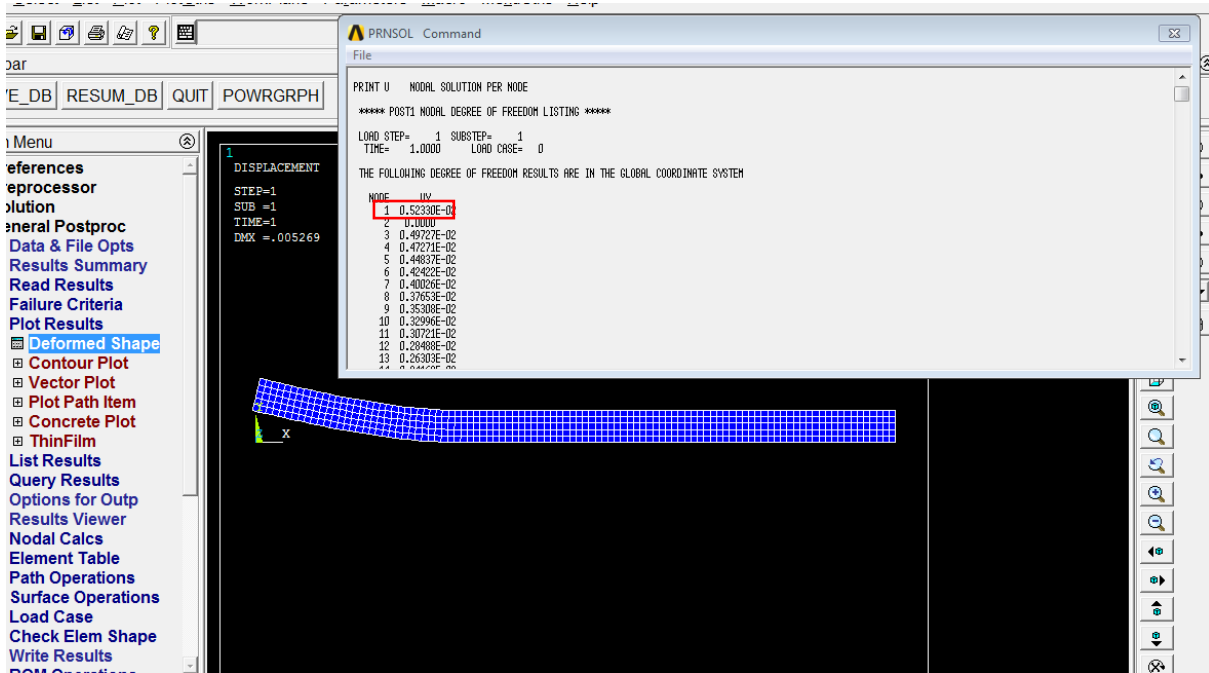


Figure A3-29 : $a = 6$

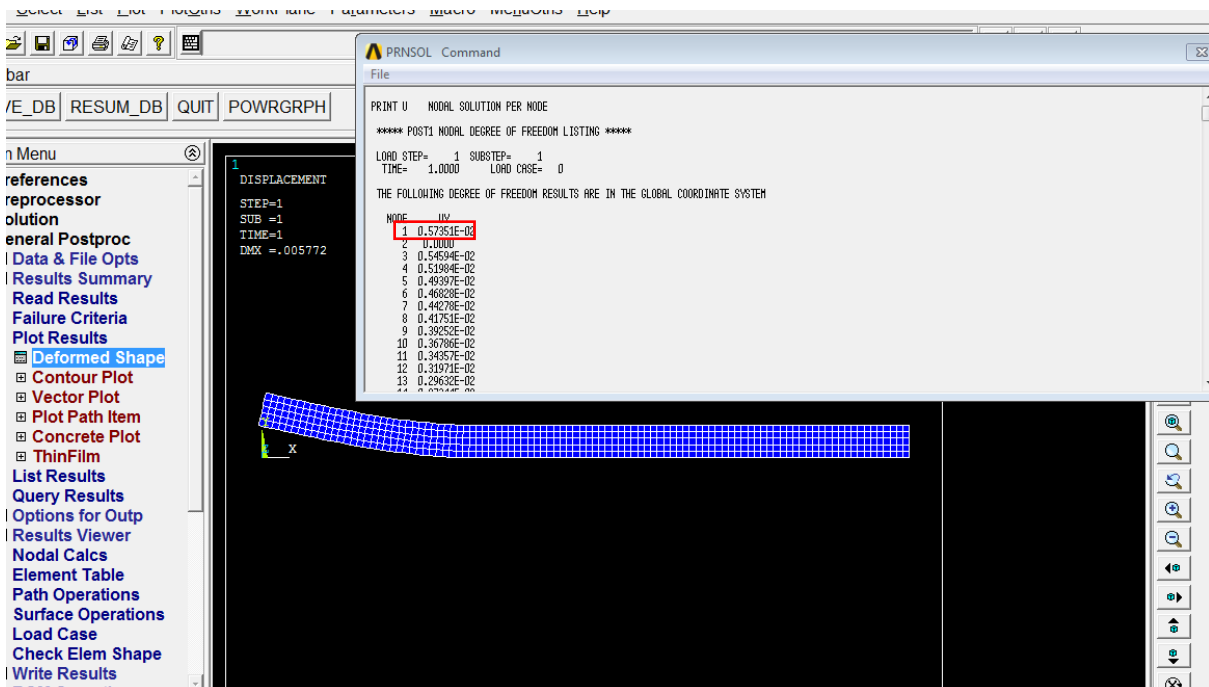


Figure A3-30 : $a = 6.2$

Force imposée :

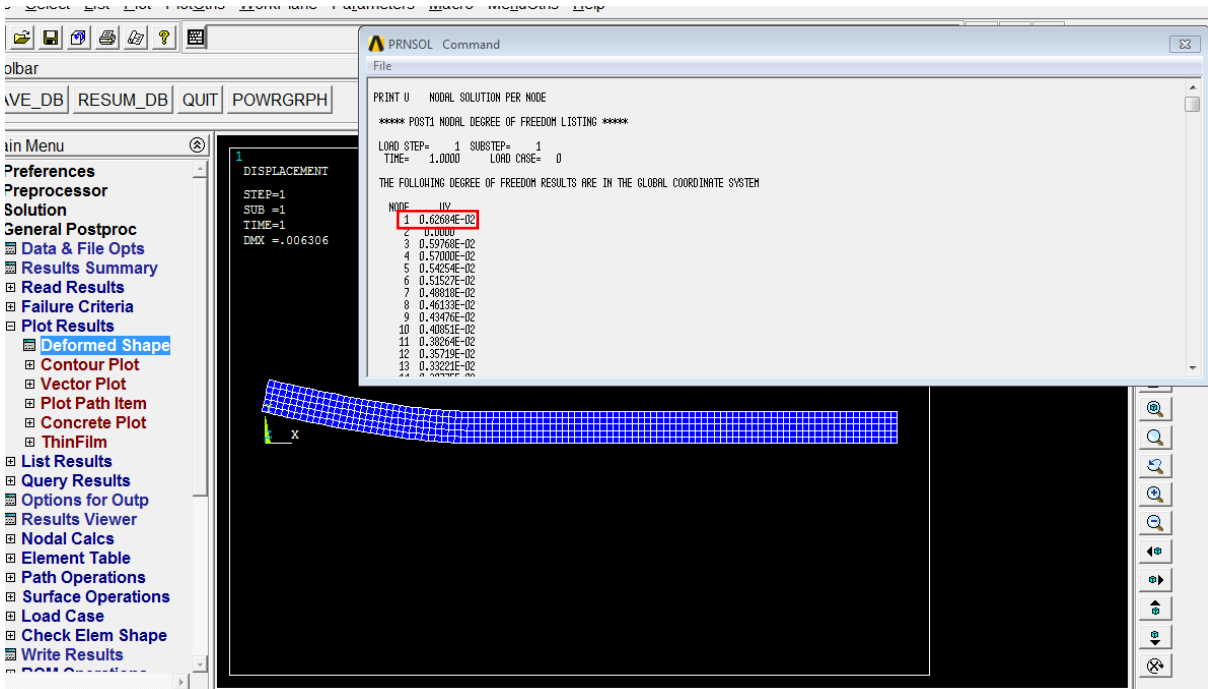


Figure A3-31 : a = 6.4

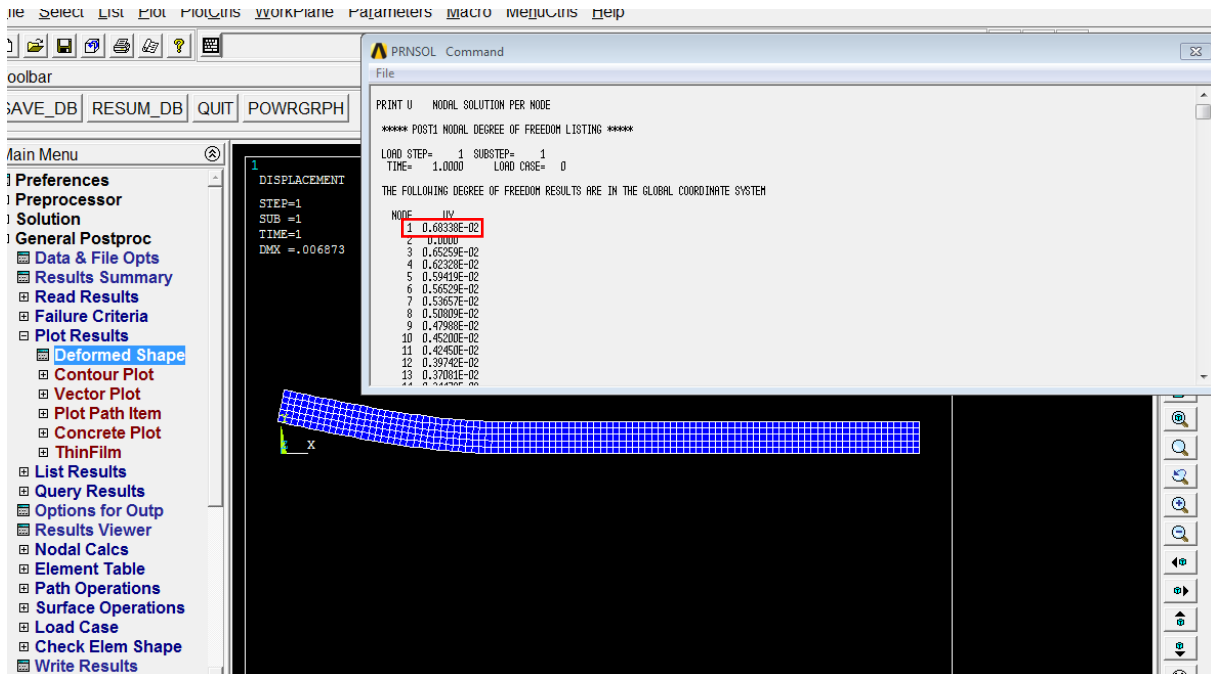


Figure A3-32 : a = 6.6

Force imposée :

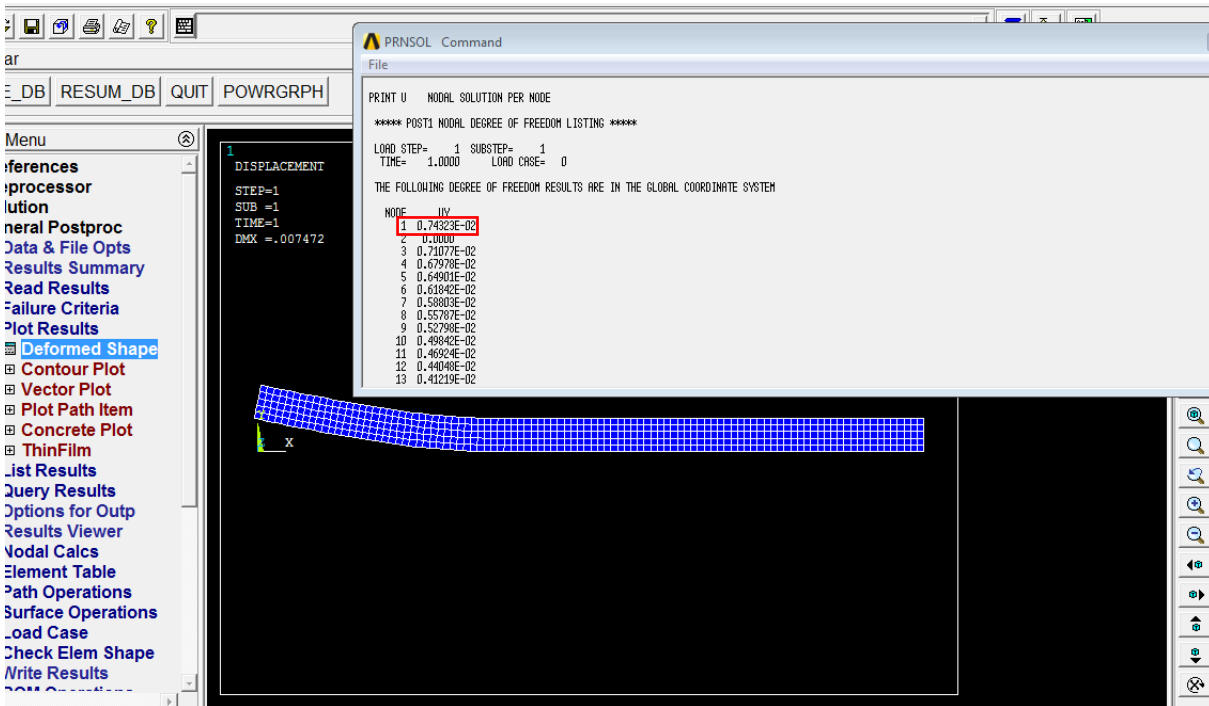


Figure A3-33 : a = 6.8

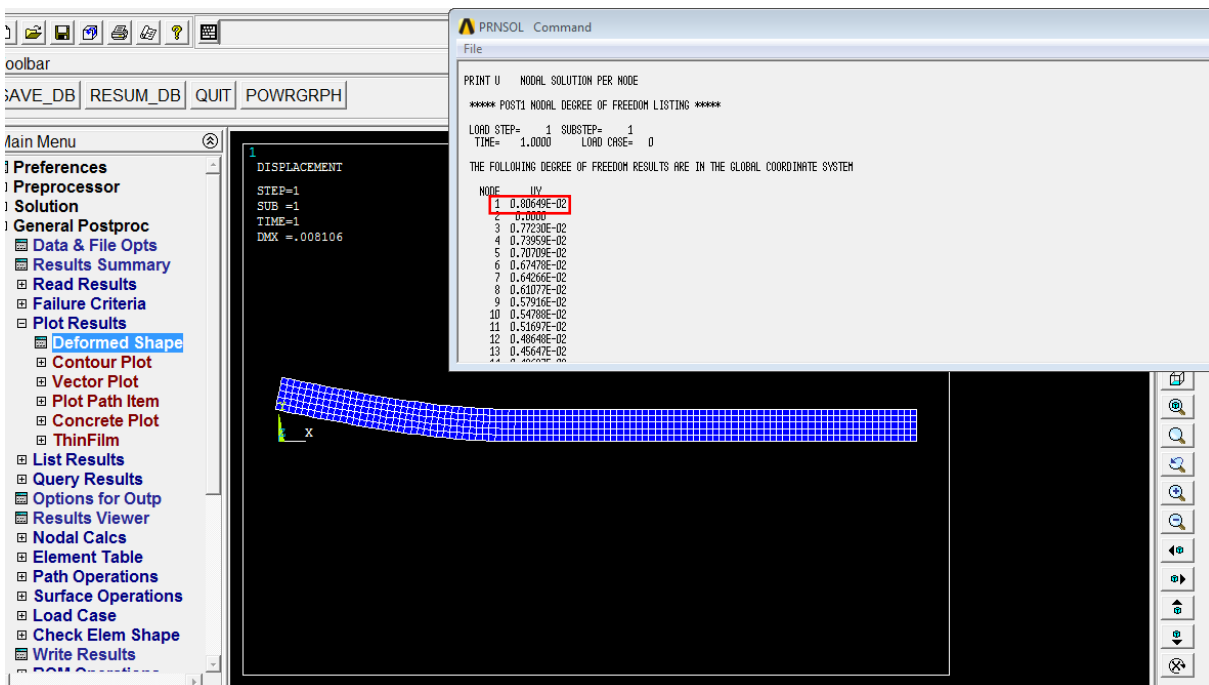


Figure A3-34 : a = 7

Force imposée :

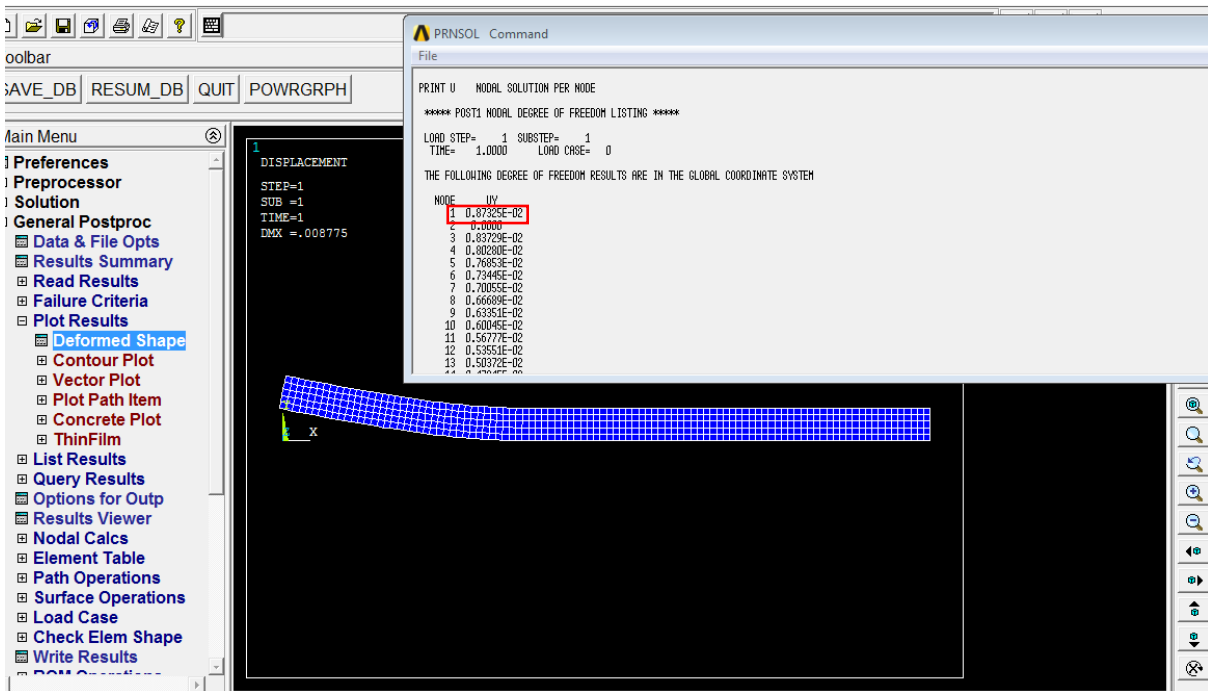


Figure A3-35 : a = 7.2

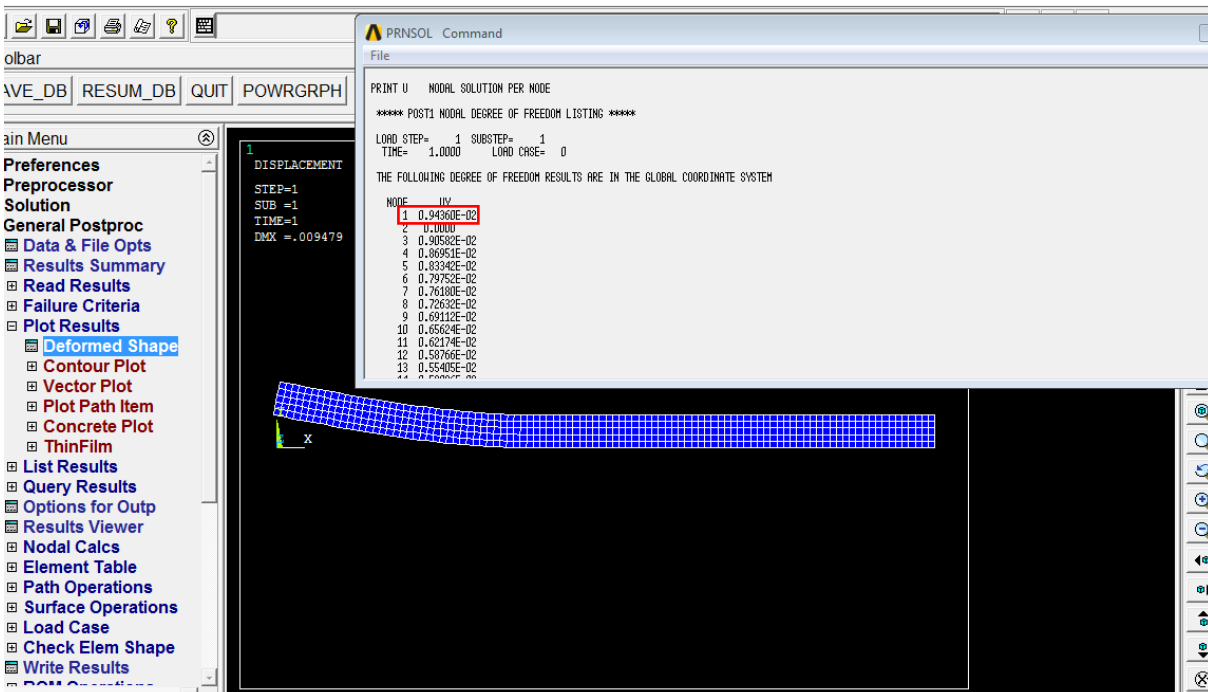


Figure A3-36 : a = 7.4

Force imposée :

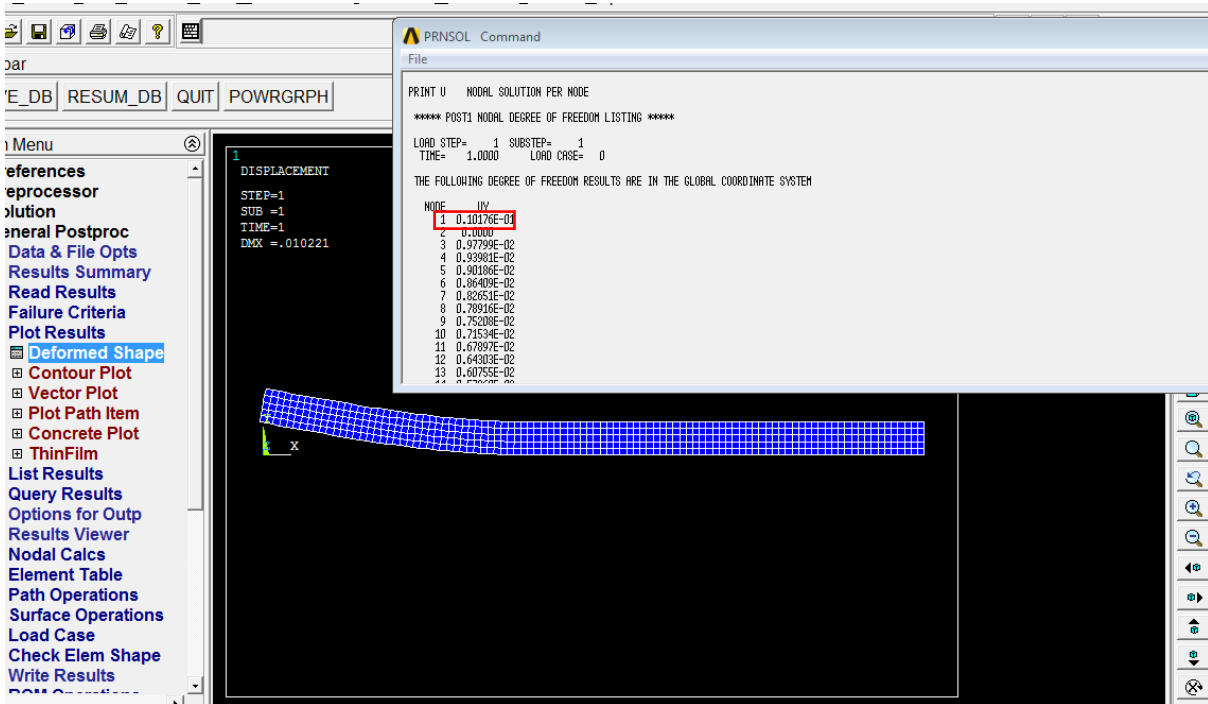


Figure A3-37 : a = 7.6

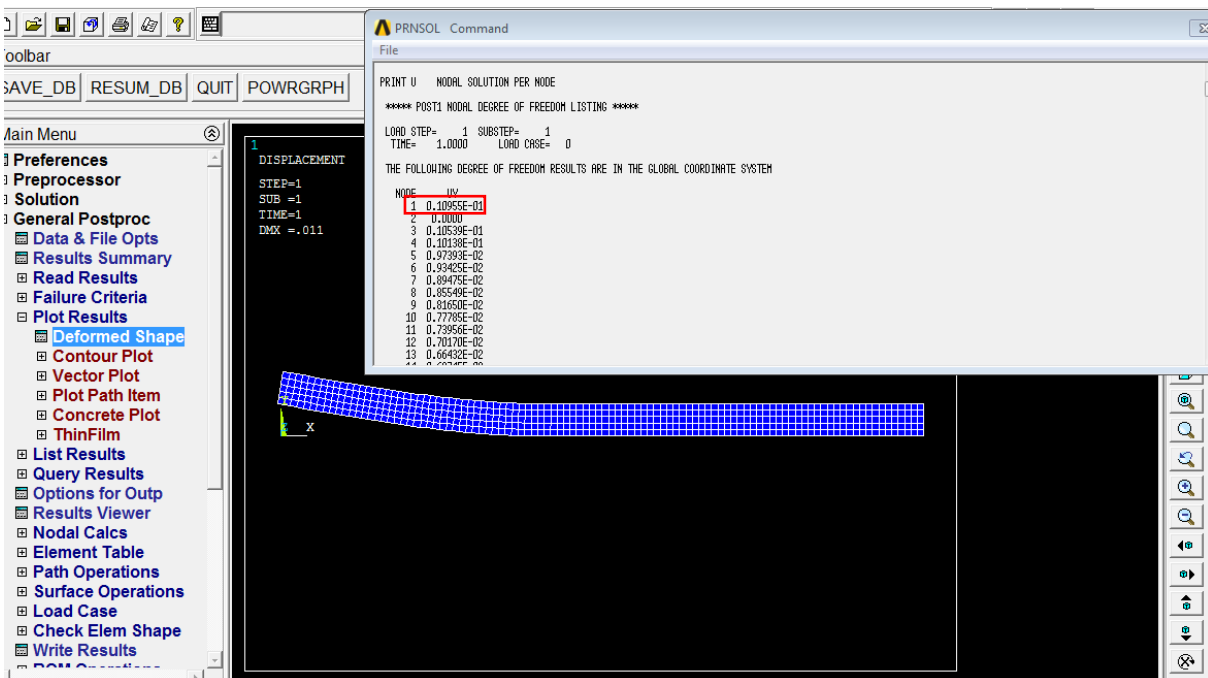


Figure A3-38 : a = 7.8

Force imposée :

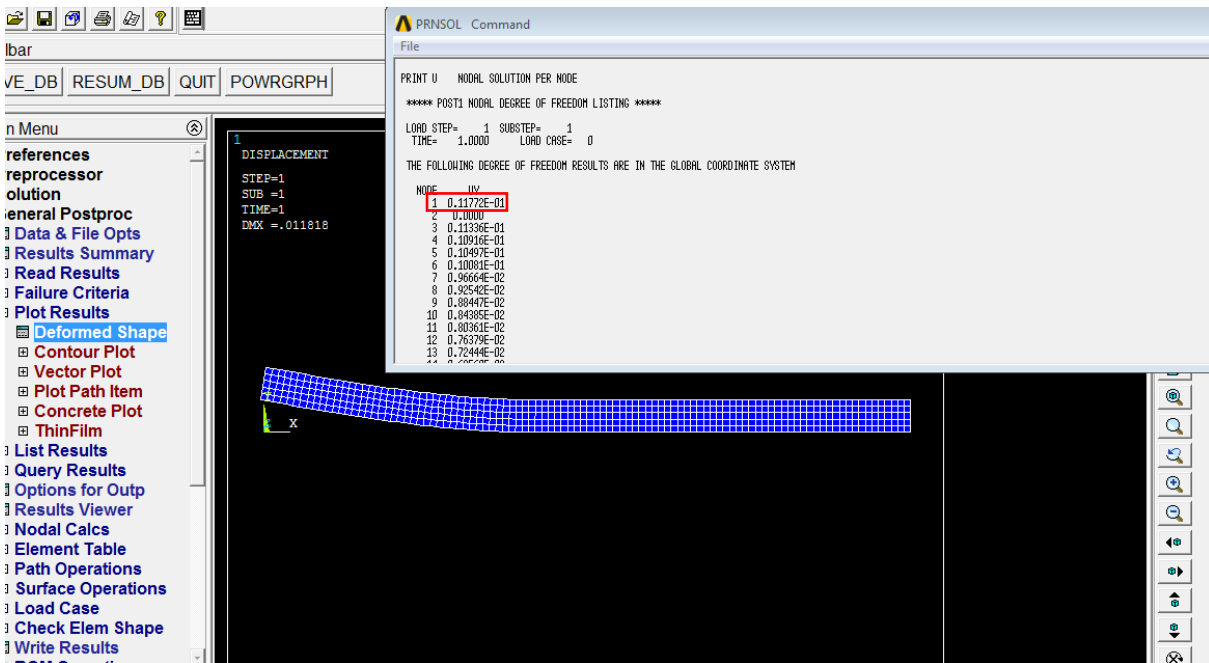


Figure A3-39 : $a = 8$

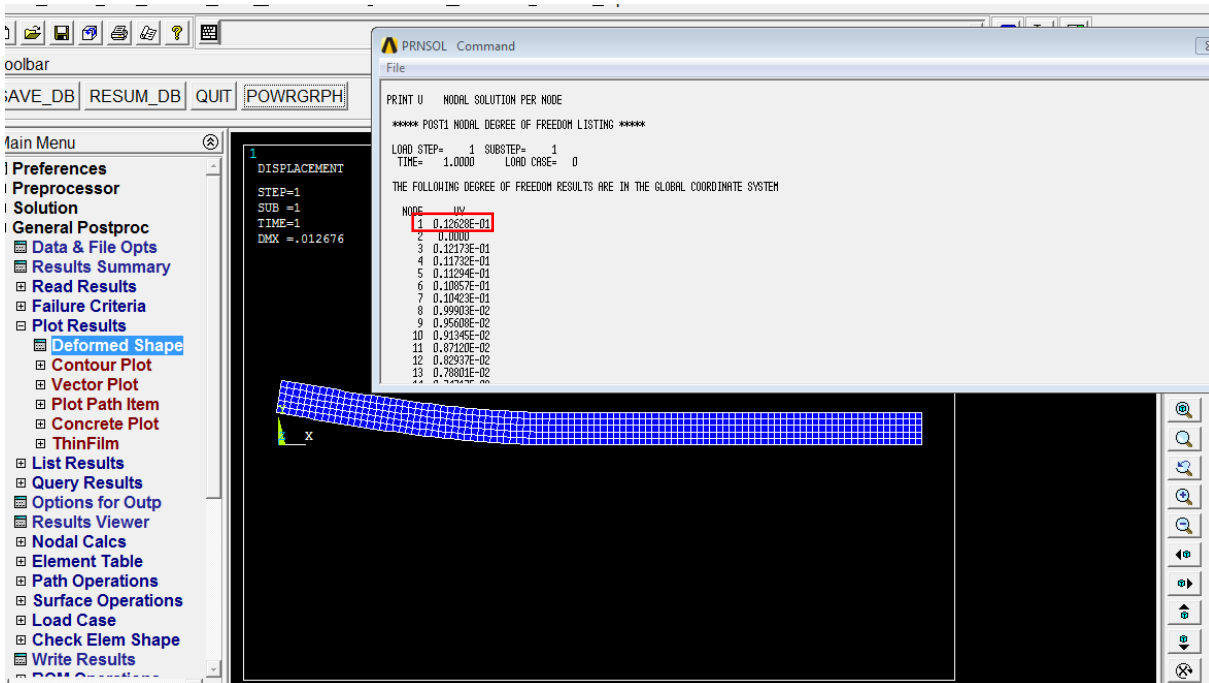


Figure A3-40 : $a = 8.2$

Force imposée :

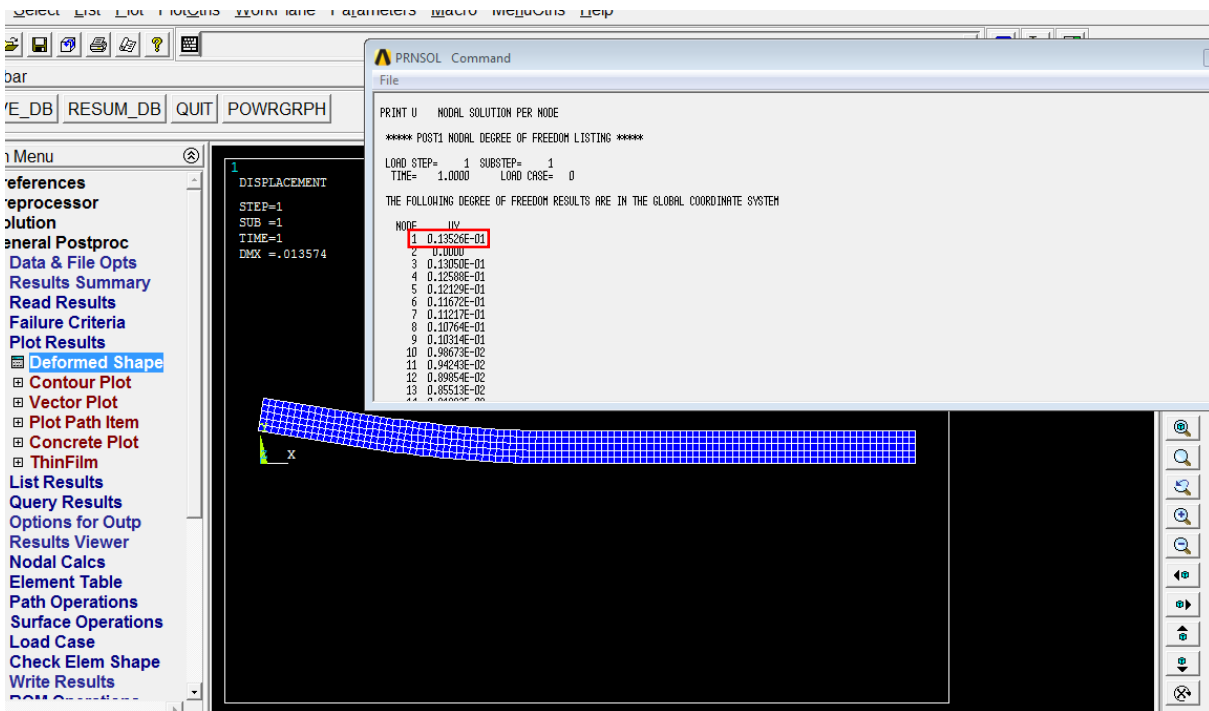


Figure A3-41 : $a = 8.4$

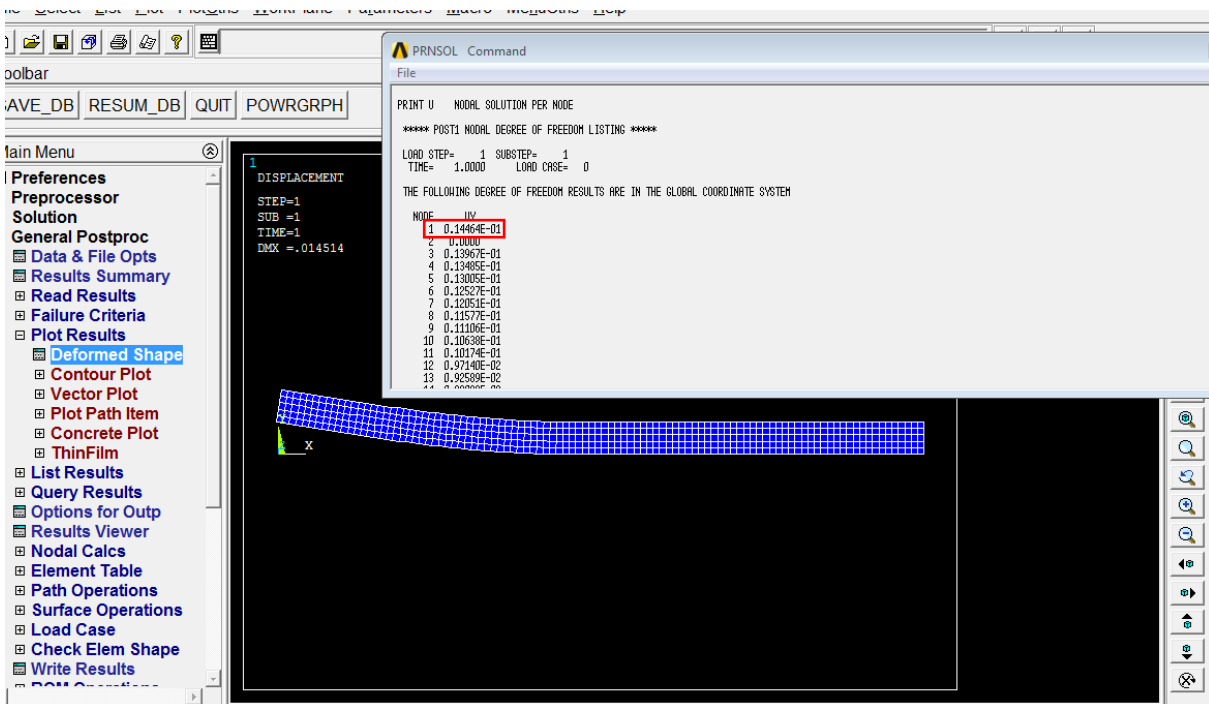


Figure A3-42 : $a = 8.6$

Force imposée :

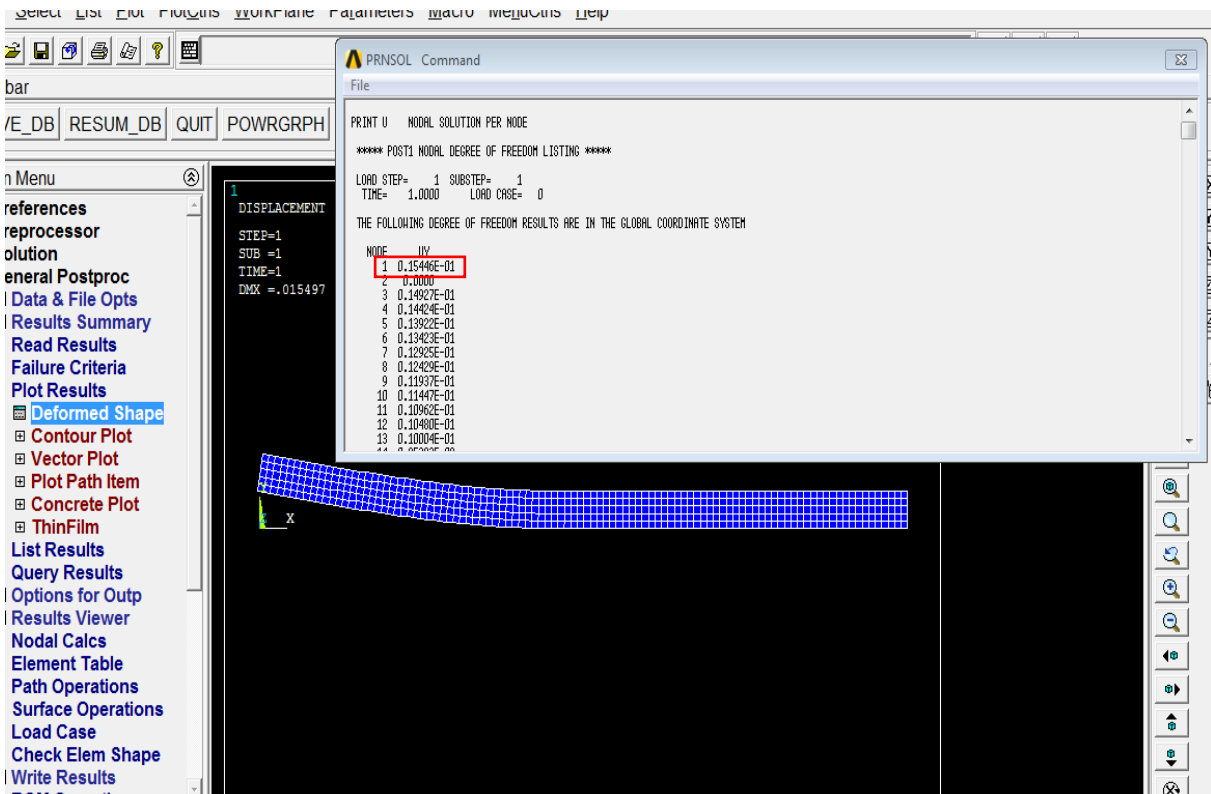


Figure A3-43 : a = 8.8

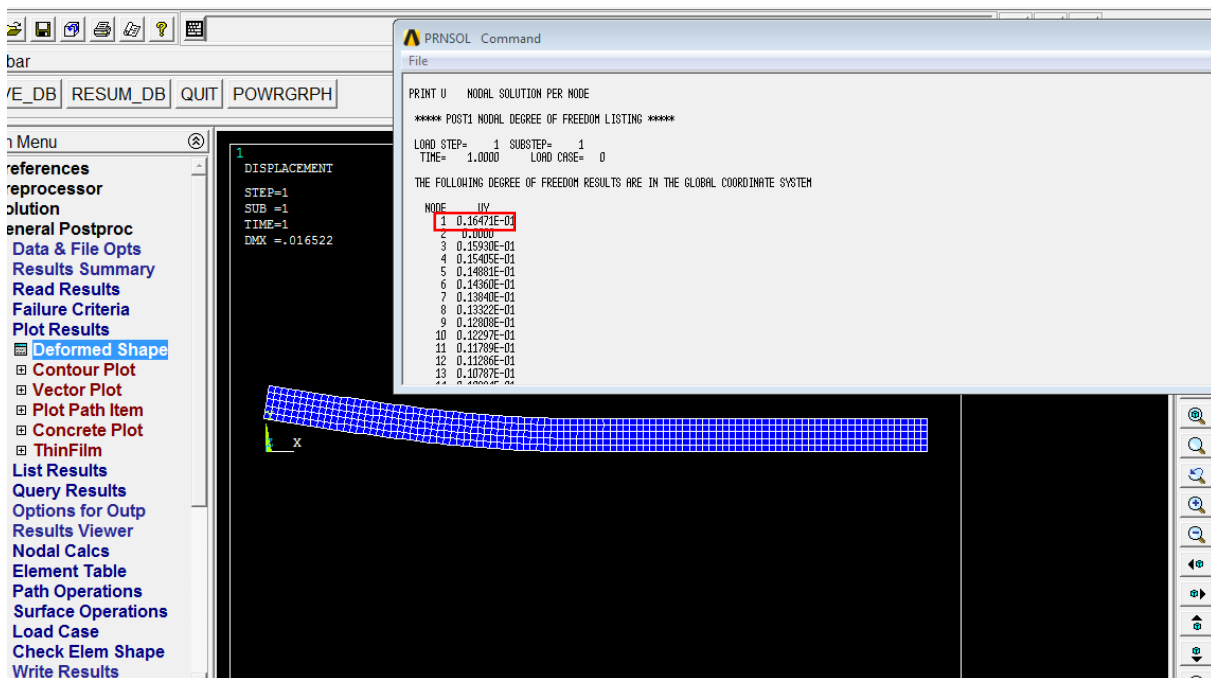


Figure A3-44 : a = 9

Force imposée :

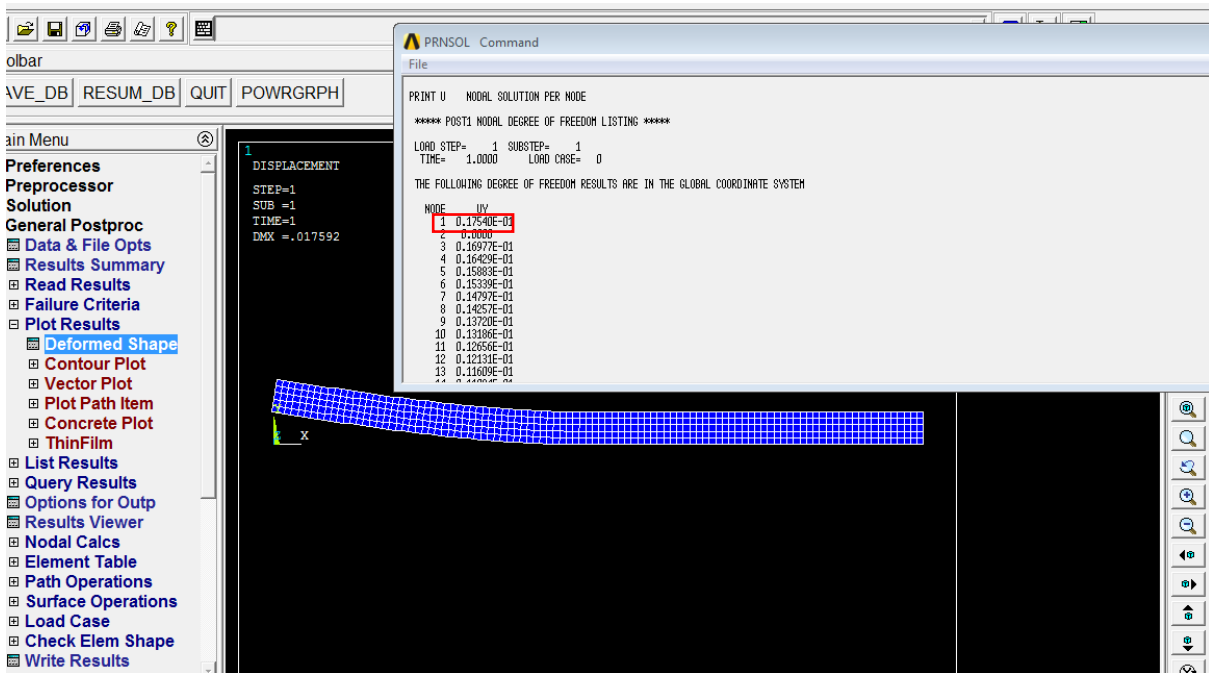


Figure A3-45 : $a = 9.2$

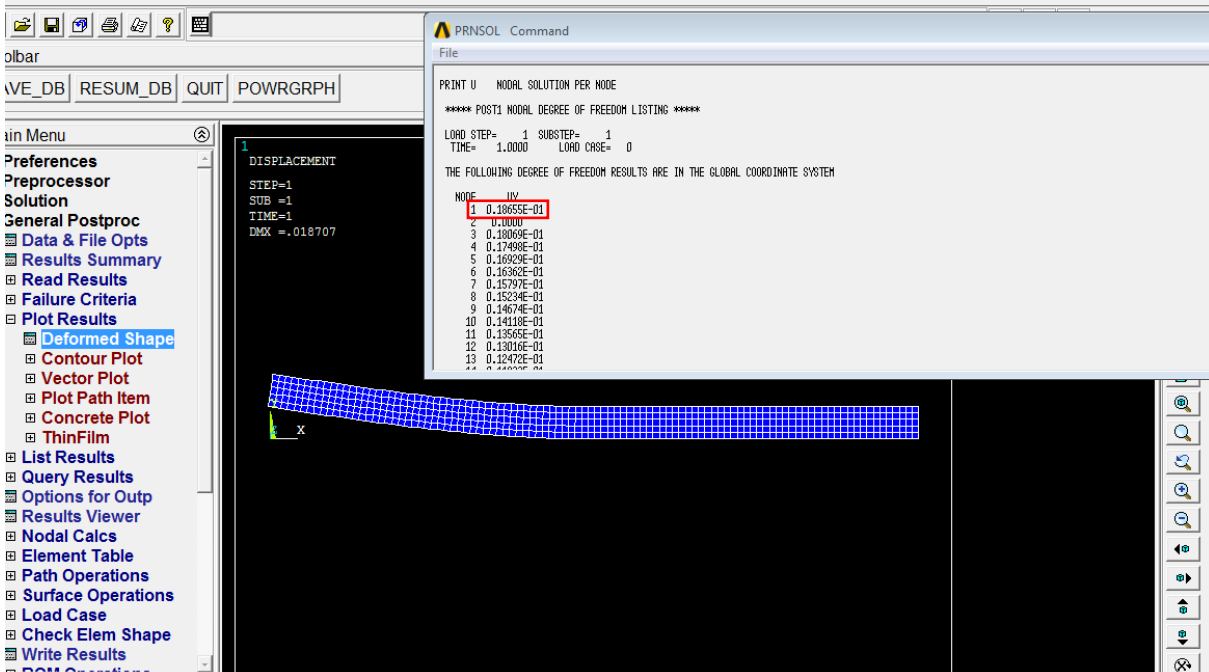


Figure A3-46 : $a = 9.4$

Force imposée :

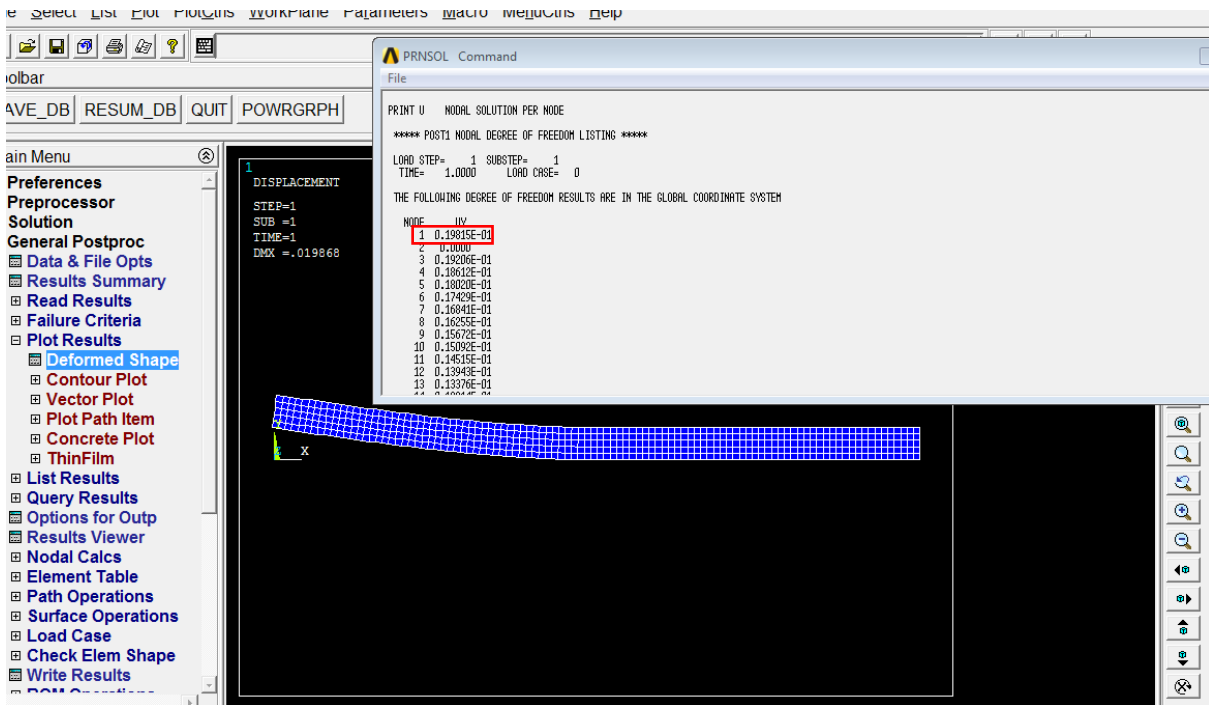


Figure A3-47 : $a = 9.6$

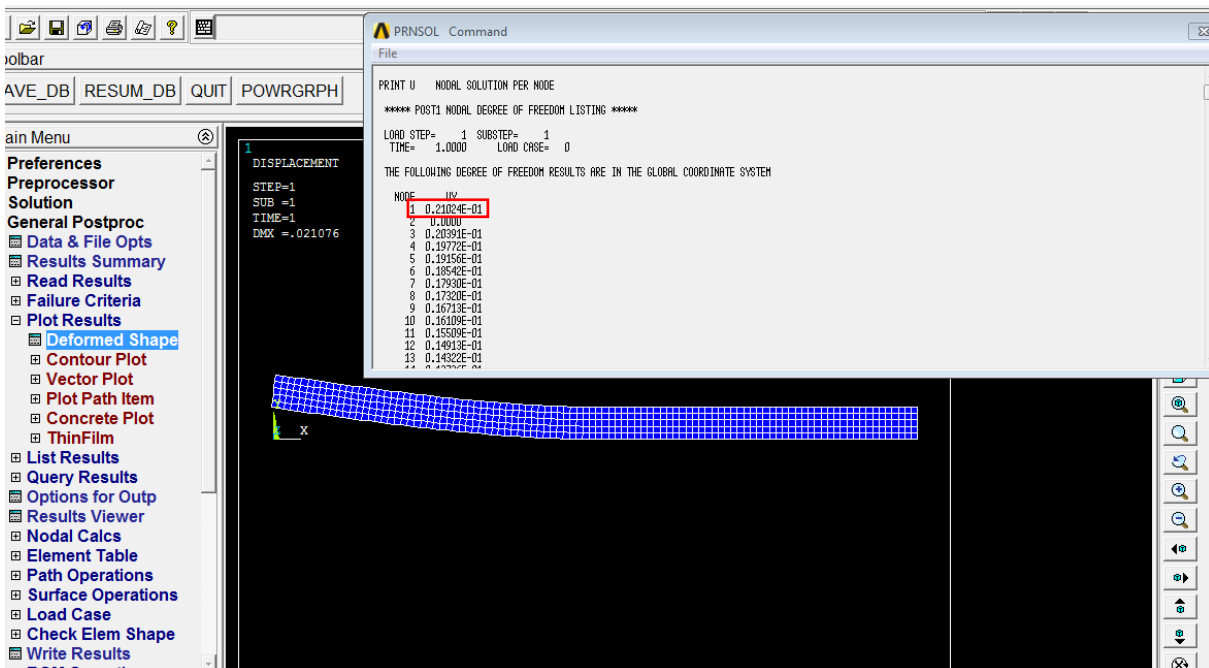


Figure A3-48 : $a = 9.8$

Force imposée :

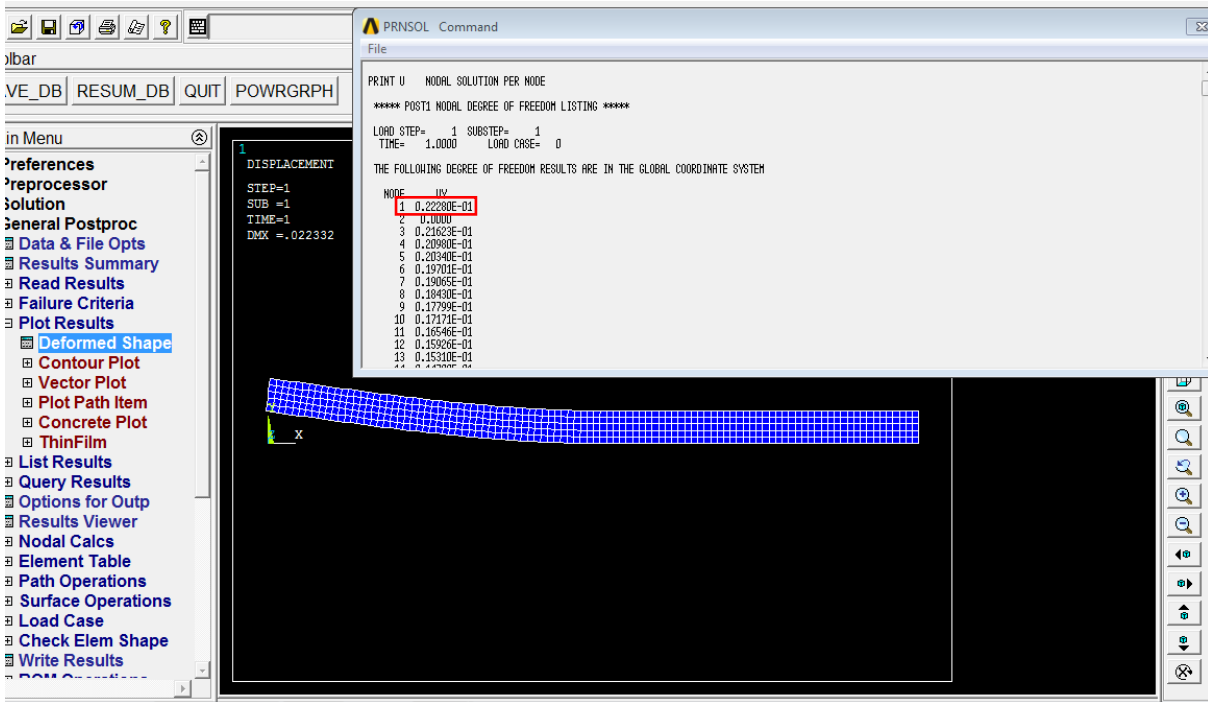


Figure A3-49 : $a = 10$

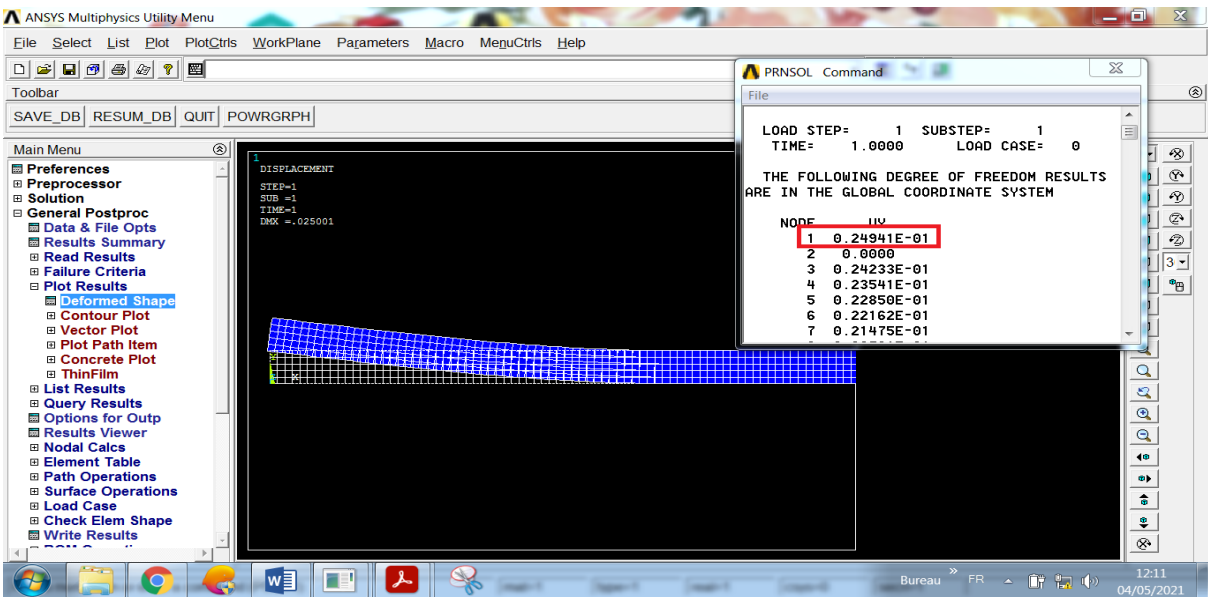


Figure A3-50 : $a = 10.2$

Force imposée :

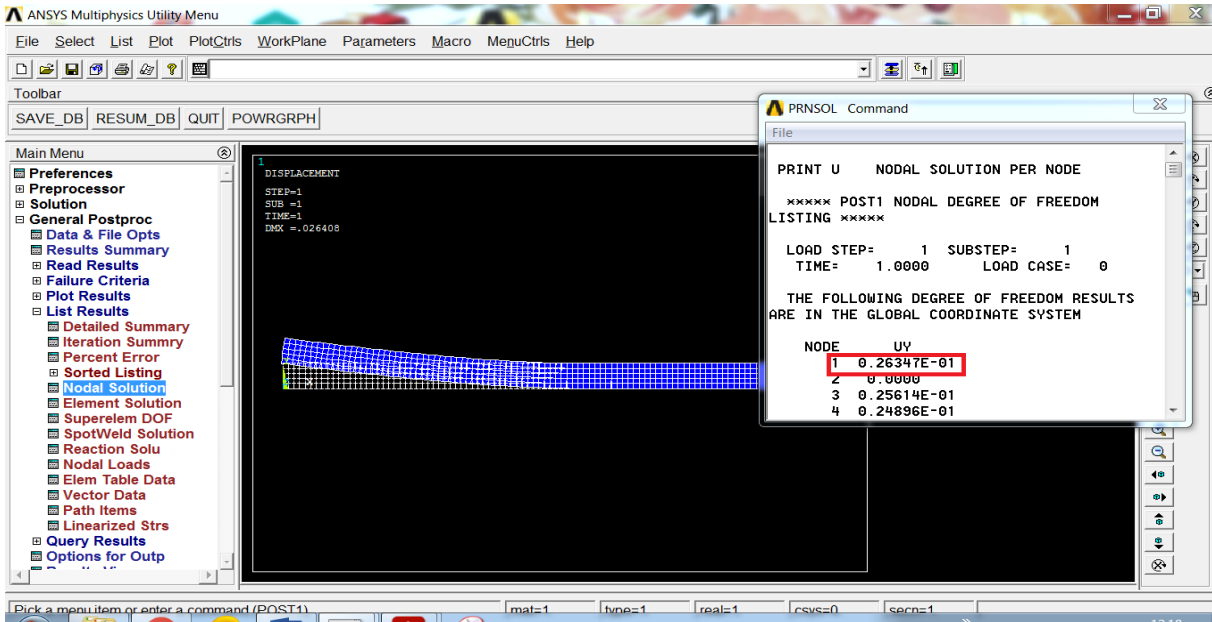


Figure A3-51 : $a = 10.4$

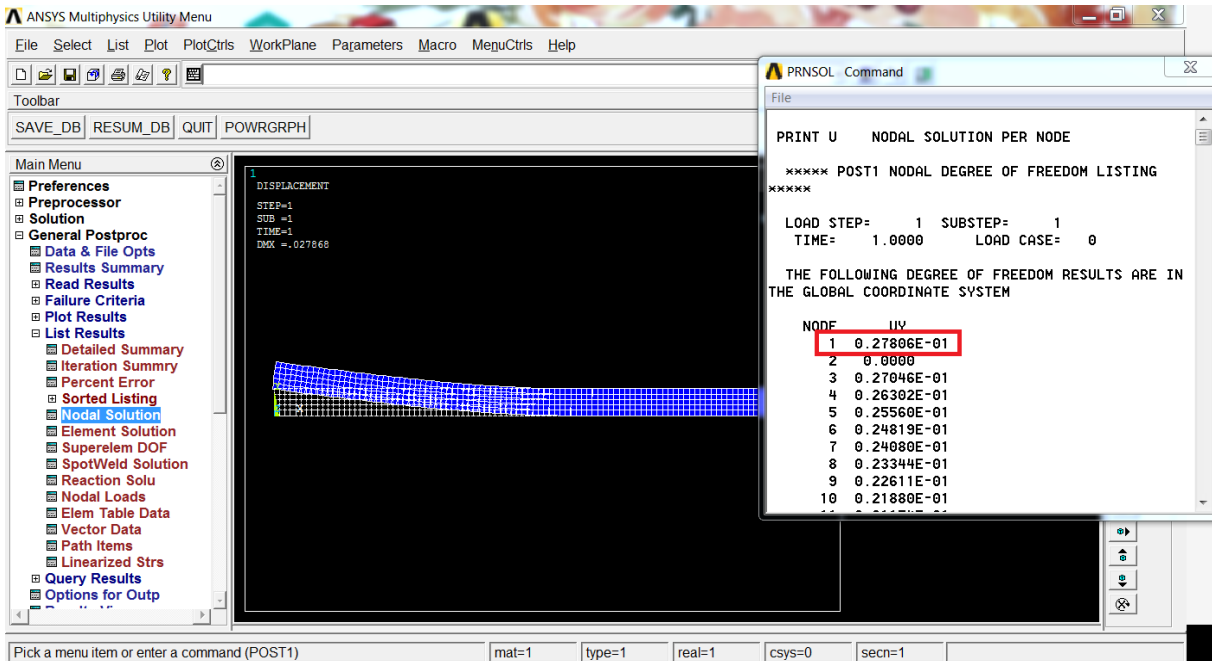


Figure A3-52 : $a = 10.6$

Force imposée :

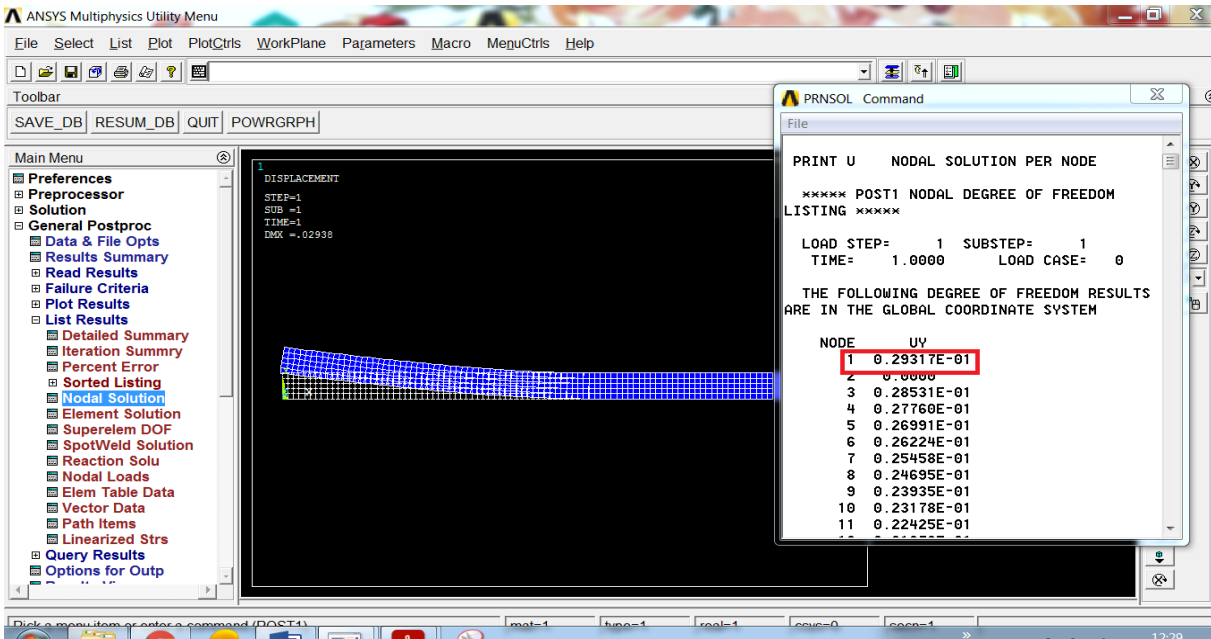


Figure A3-53 : $a = 10.8$

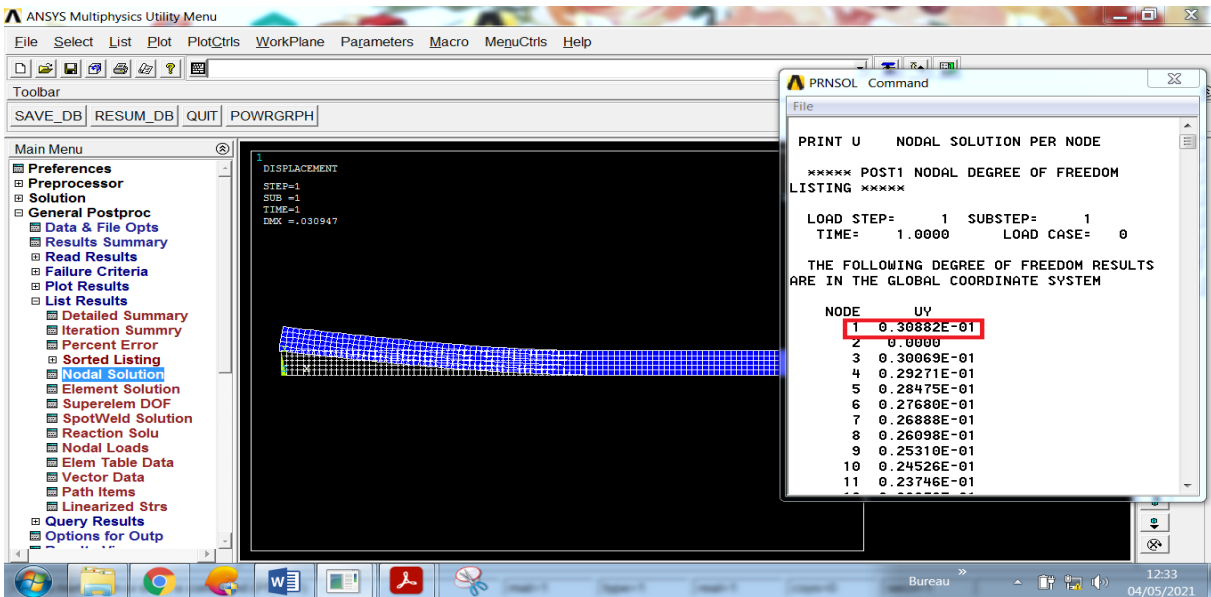


Figure A3-54 : $a = 11$

Force imposée :

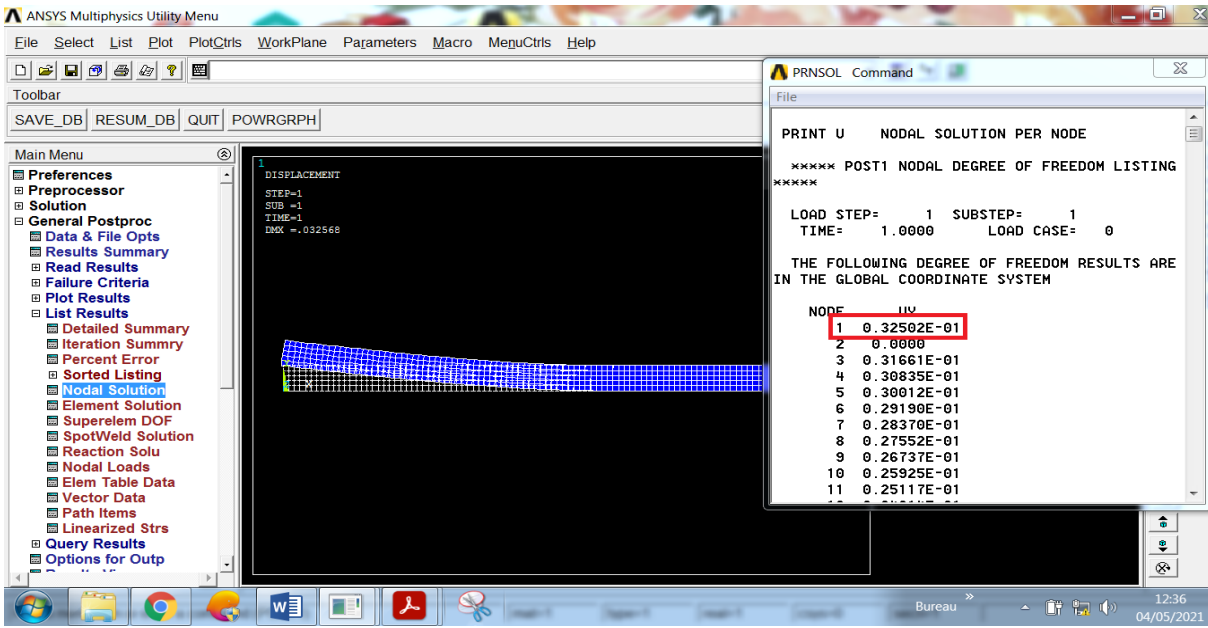


Figure A3-55 : 11.2

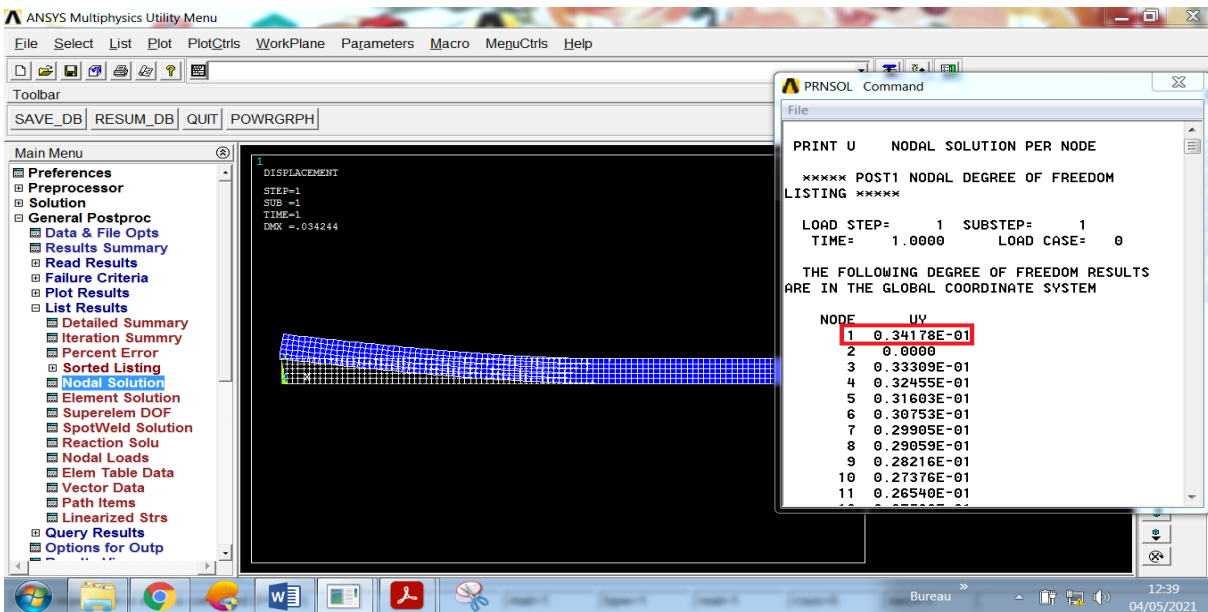


Figure A3-56 : 11.4

Force imposée :

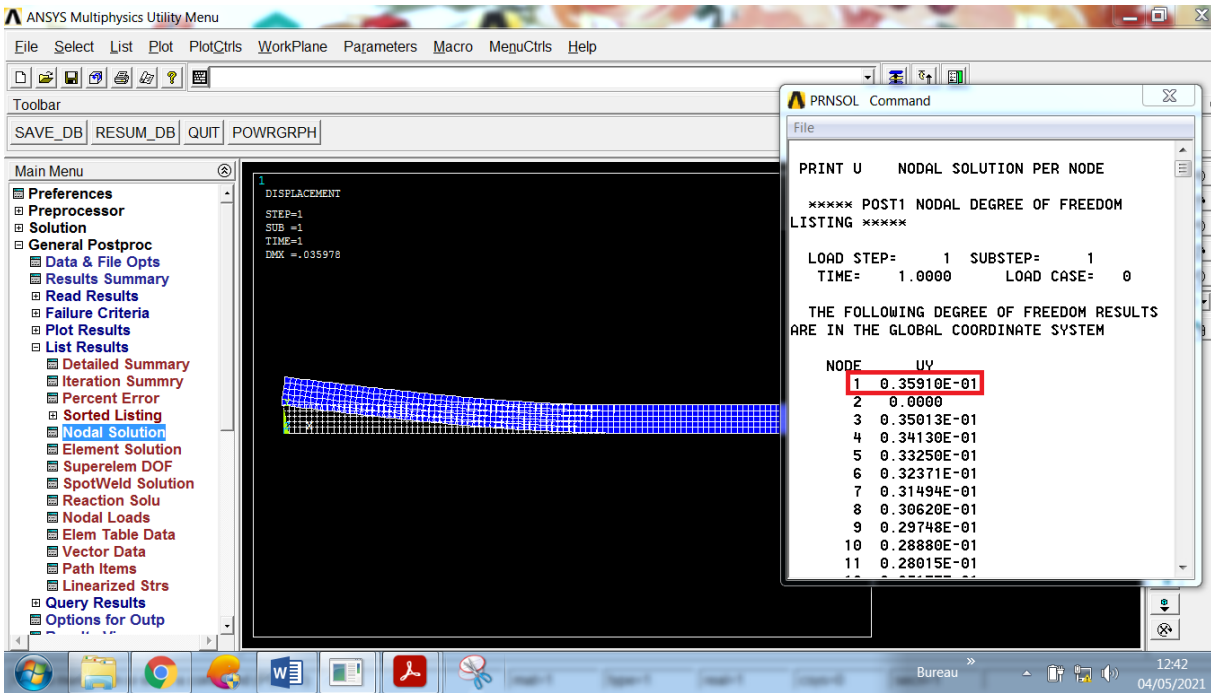


Figure A3-57 : $a = 11.6$

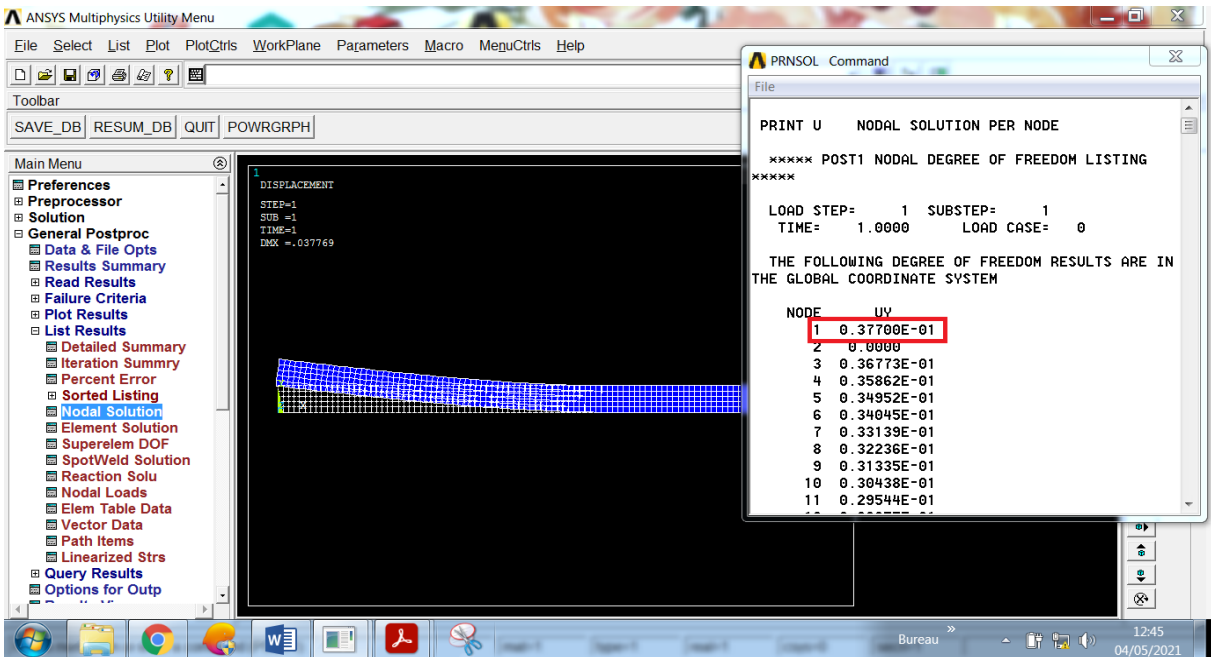


Figure A3-58 : $a = 11.8$

Force imposée :

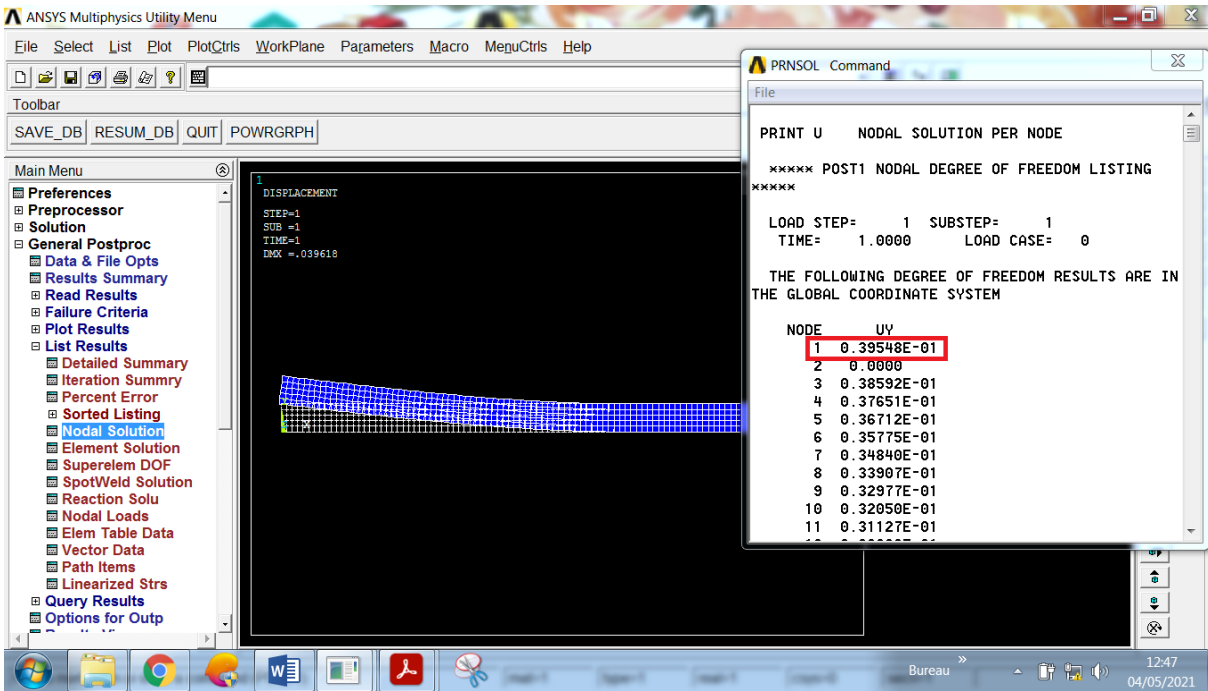


Figure A3-59 : a = 12

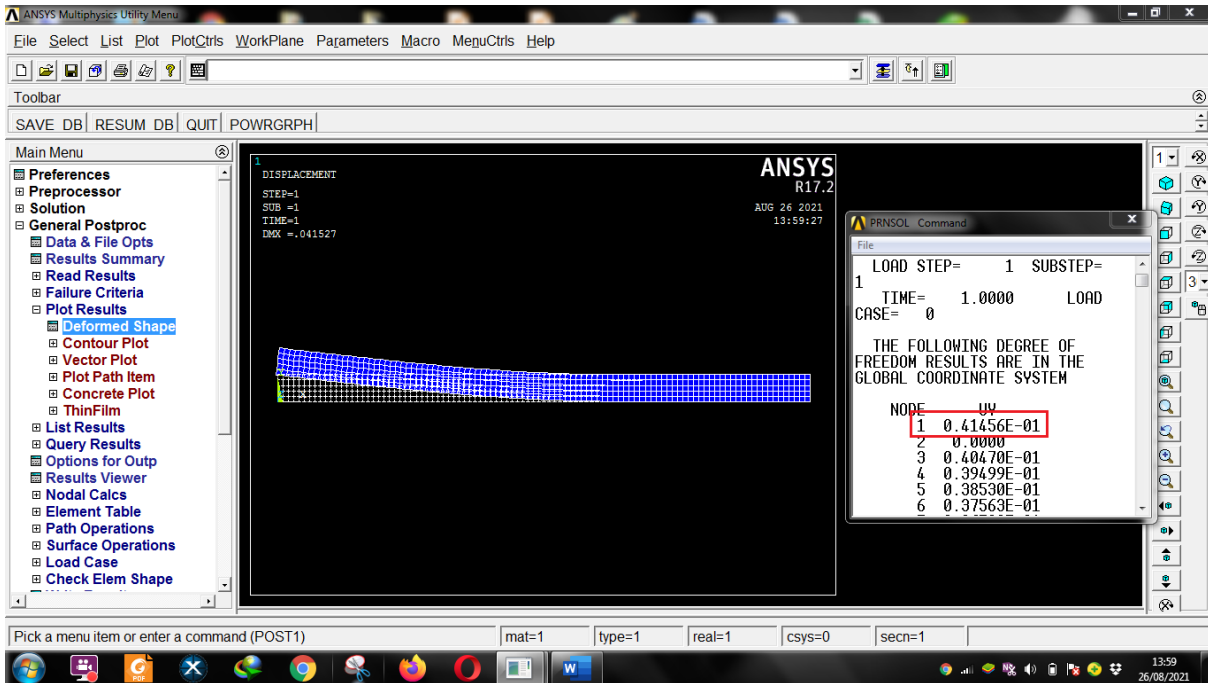


Figure A3-60 : a = 12.2

Force imposée :

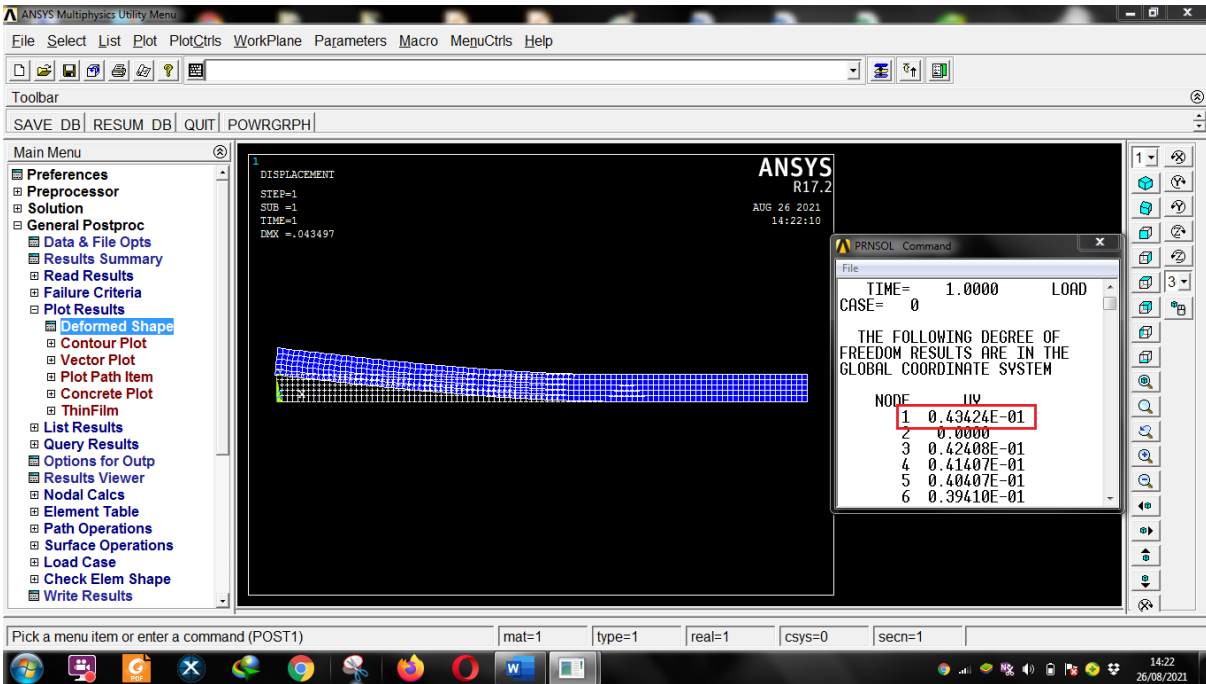


Figure A3-61 : $a = 12.4$

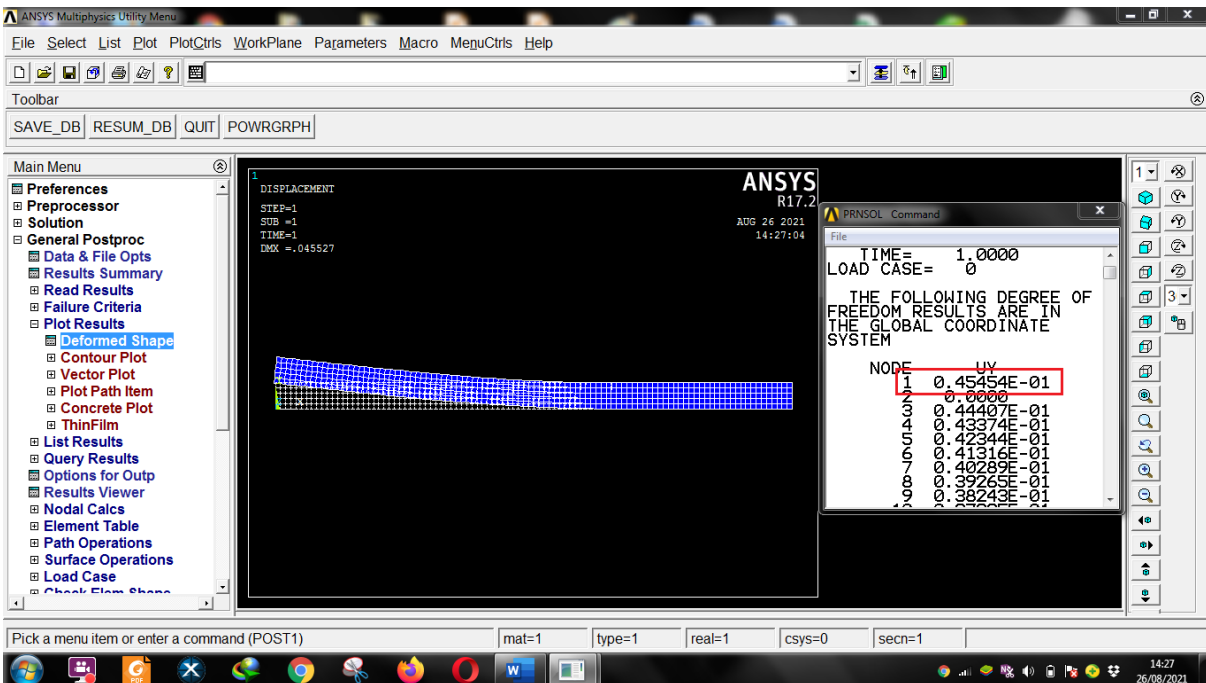


Figure A3-62 : $a = 12.6$

Force imposée :

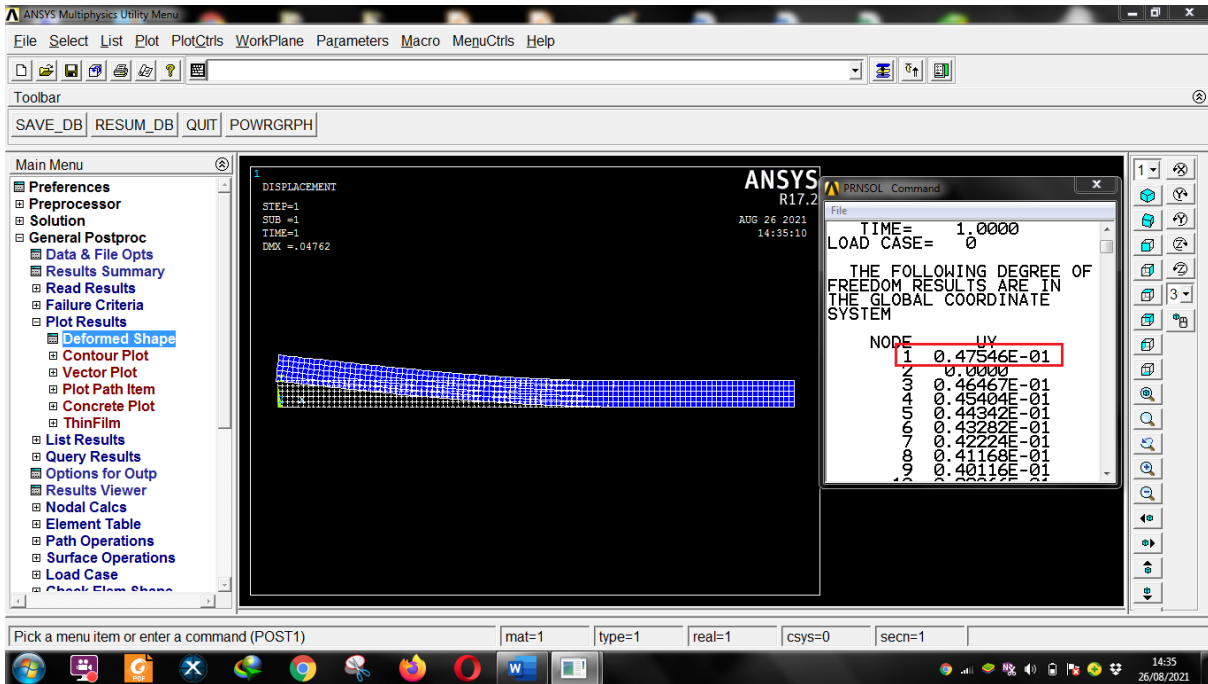


Figure A3-63 : a = 12.8

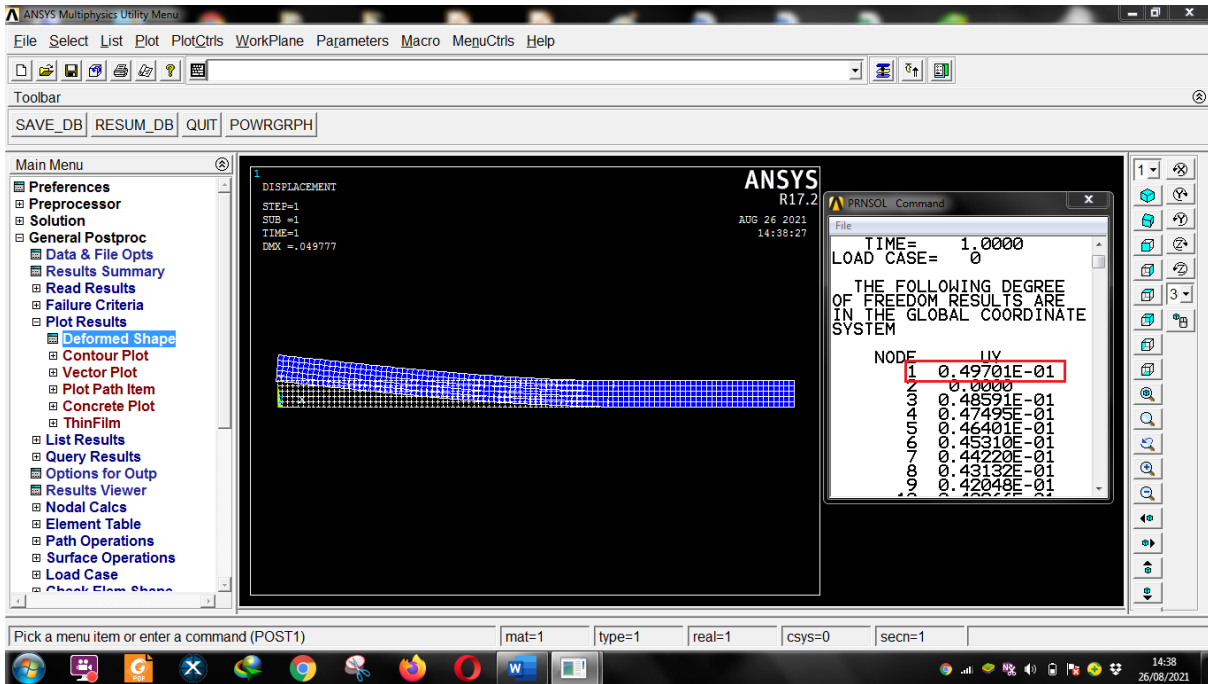


Figure A3-64 : a = 13

Force imposée :

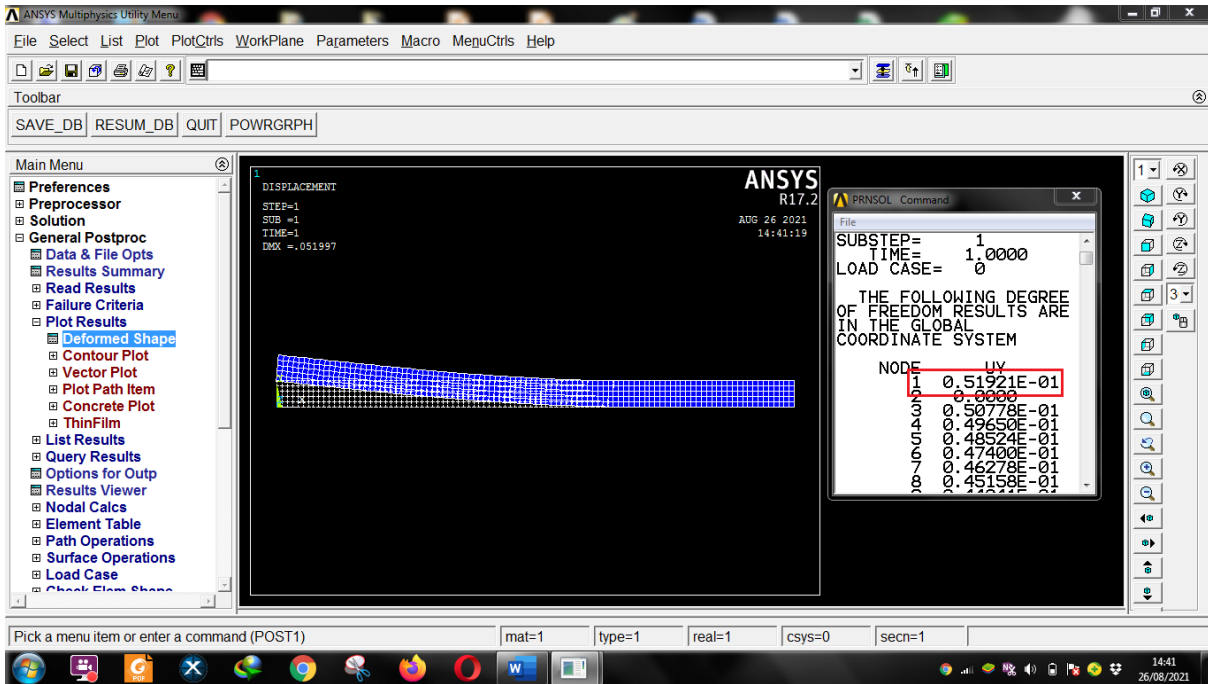


Figure A3-65 : $a = 13.2$

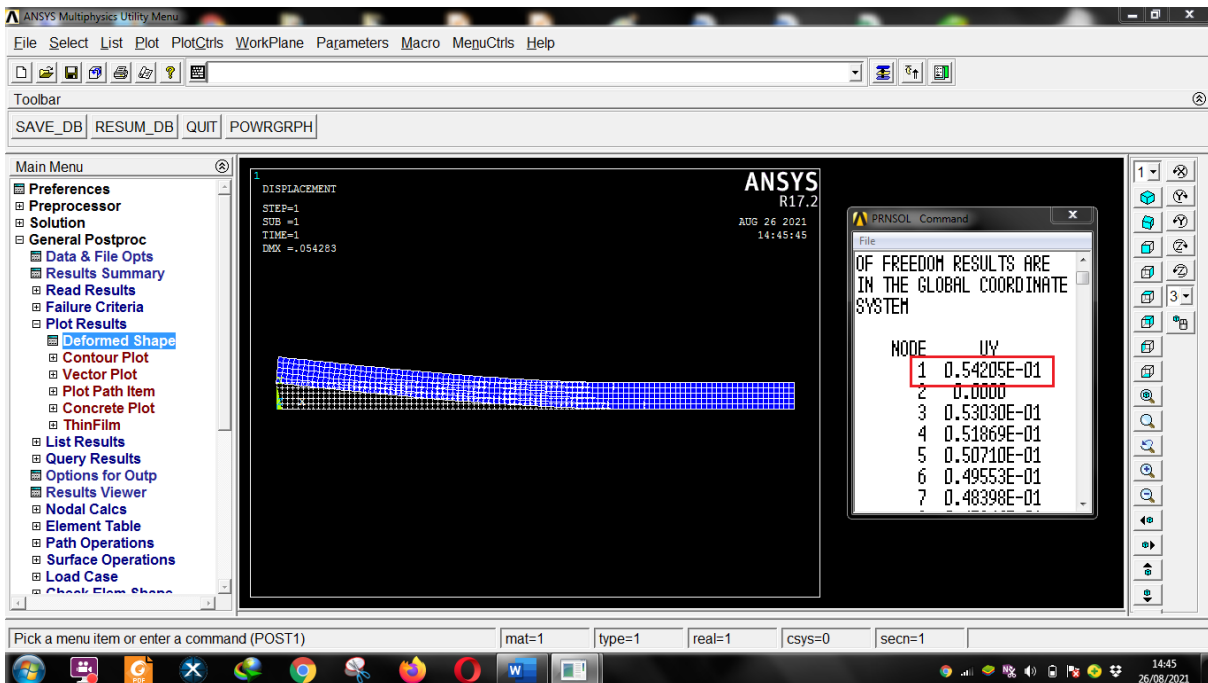


Figure A3-66 : $a = 13.4$

Force imposée :

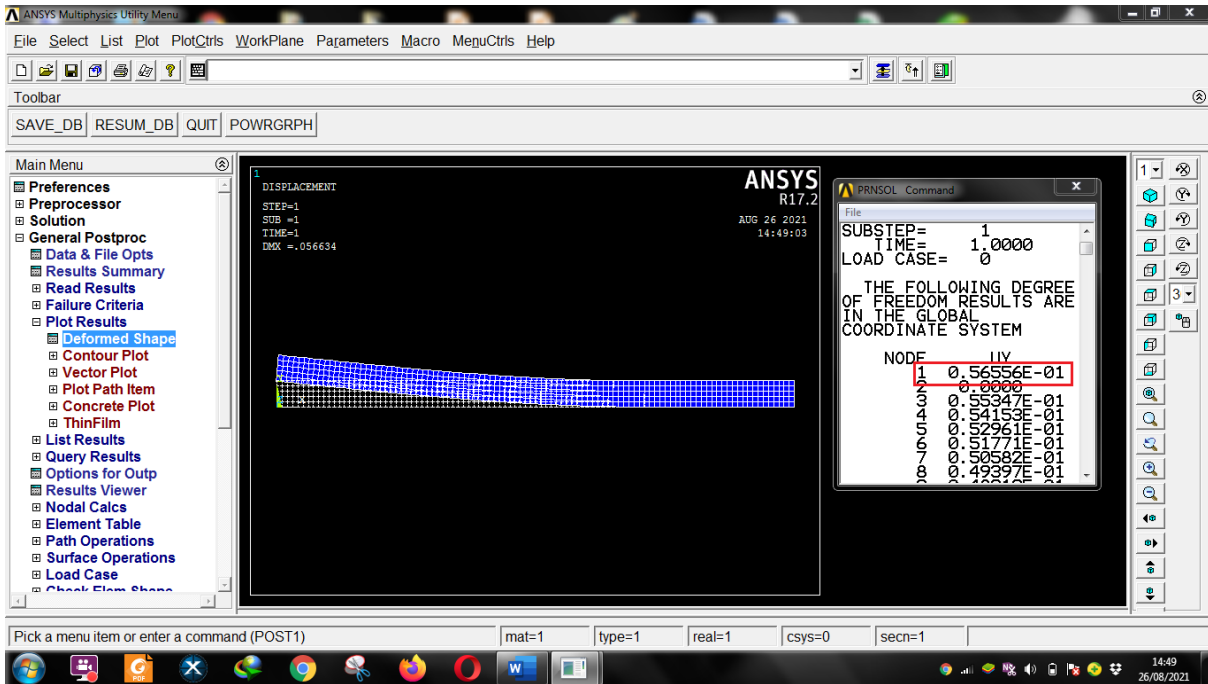


Figure A3-67 : a = 13.6

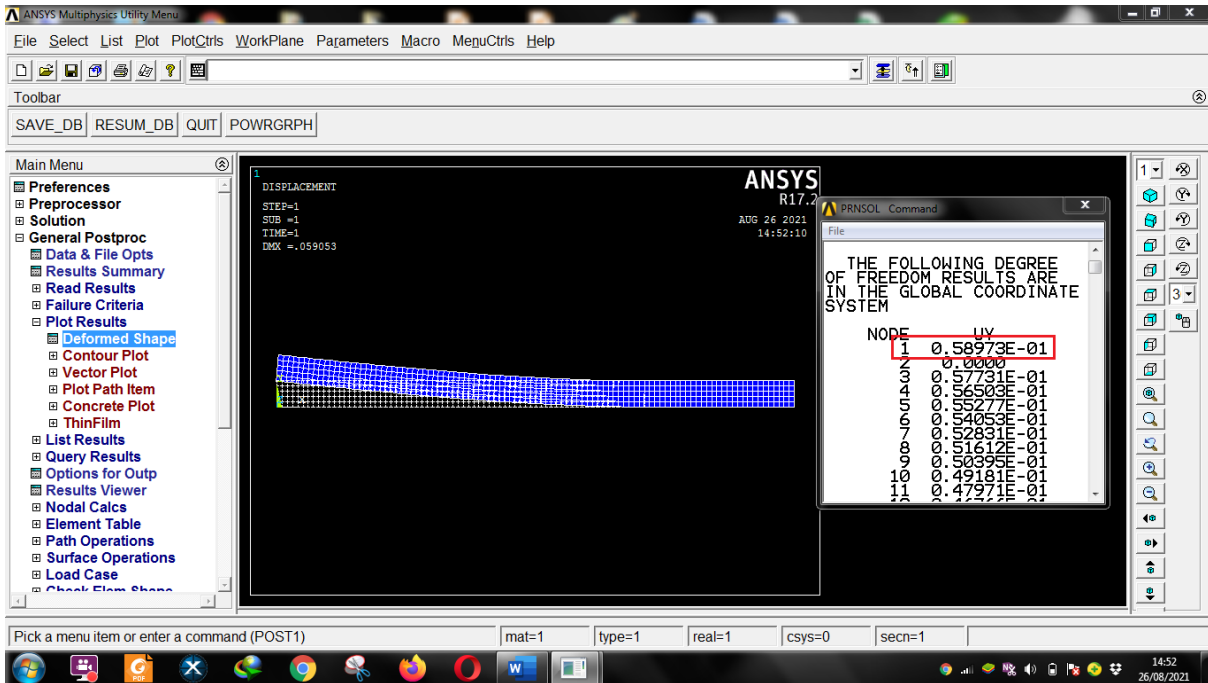


Figure A3-68 : a = 13.8

Force imposée :

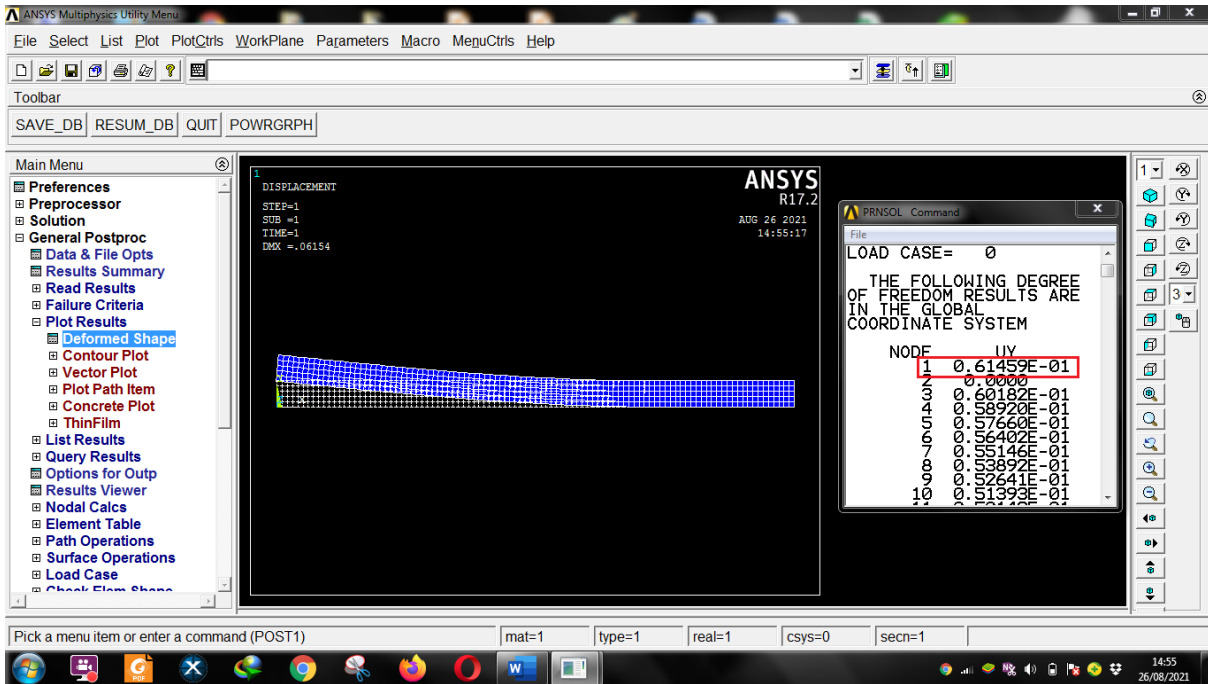


Figure A3-69 : a = 14

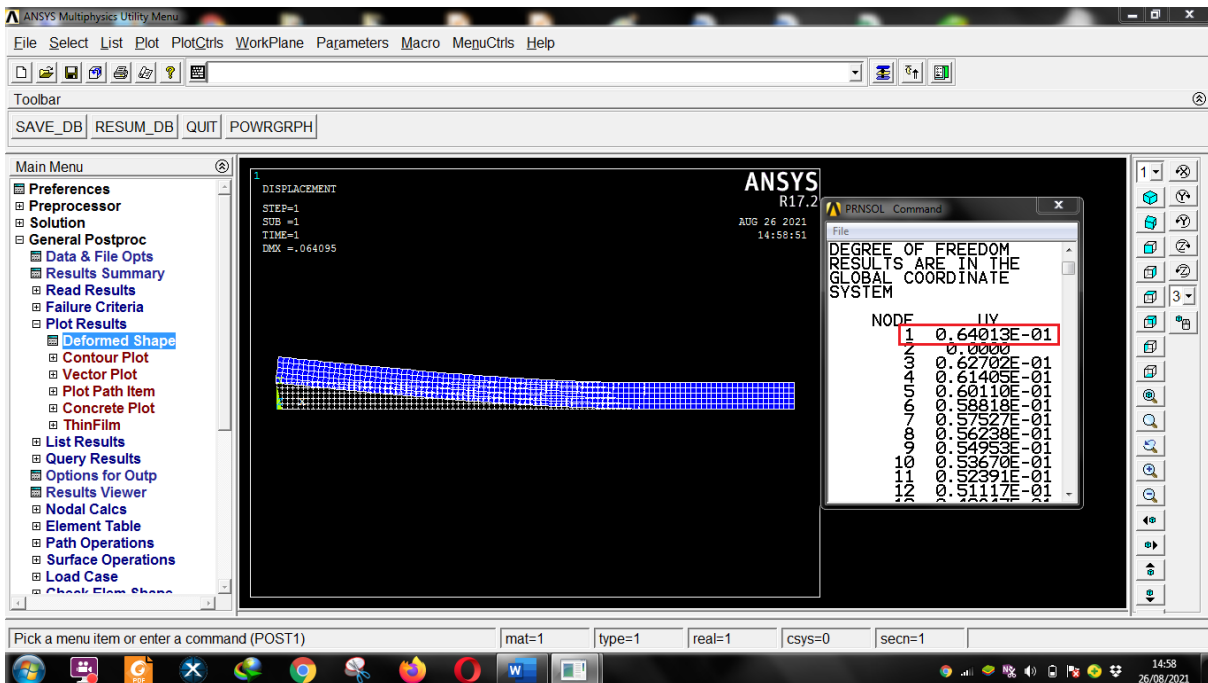


Figure A3-70 : a = 14.2

Force imposée :

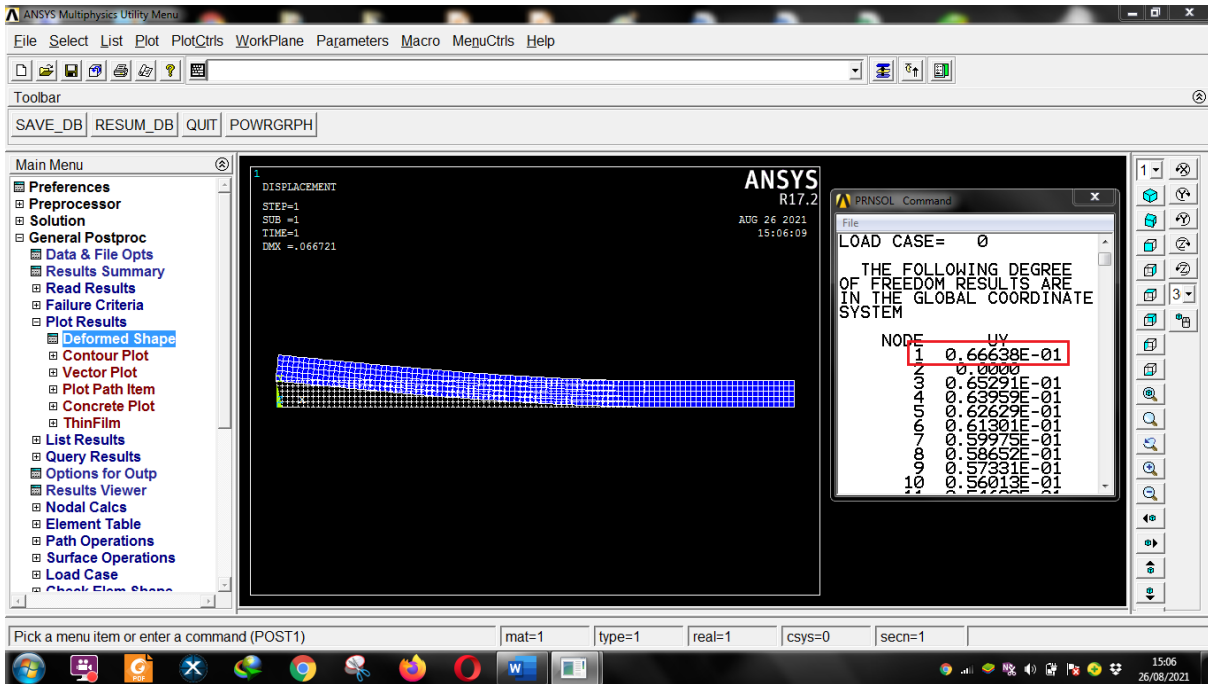


Figure A3-71 : $a = 14.4$

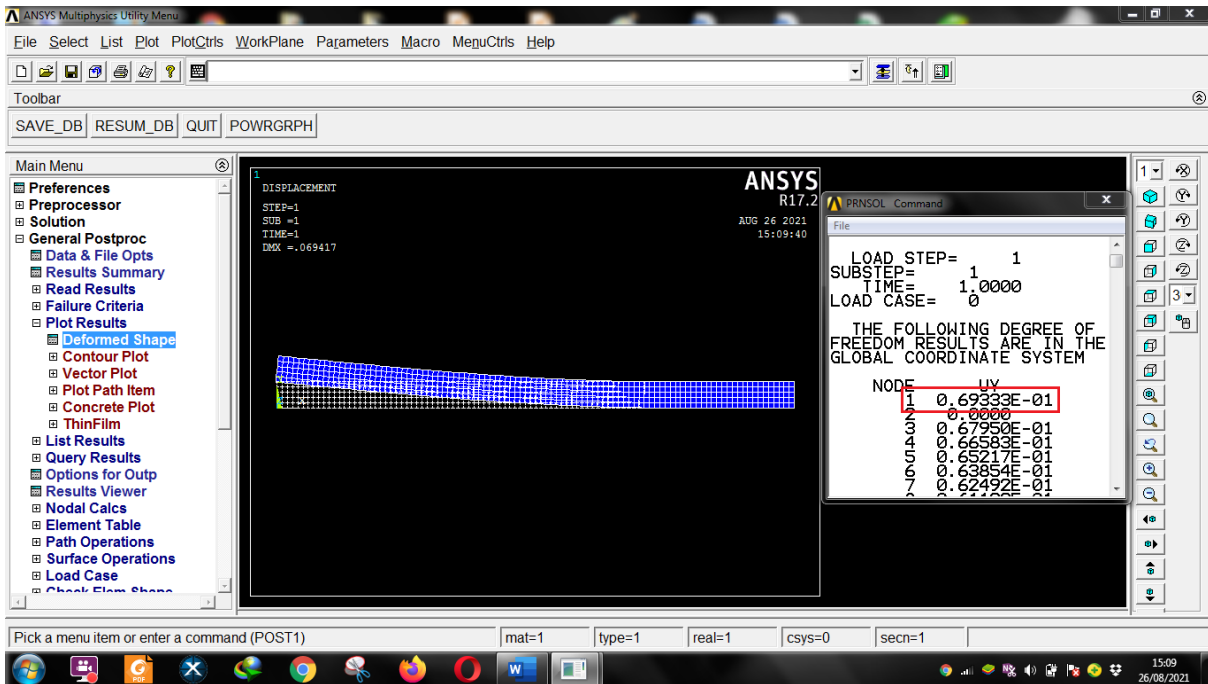


Figure A3-72 : $a = 14.6$

Force imposée :

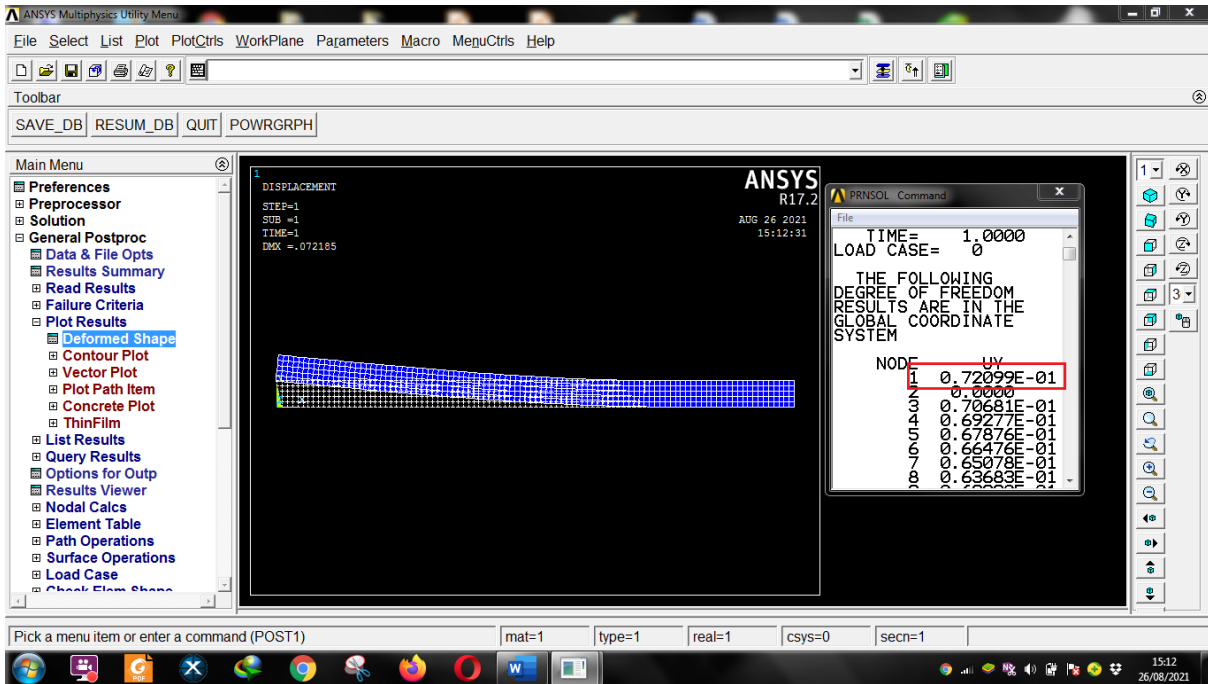


Figure A3-73 : $a = 14.8$

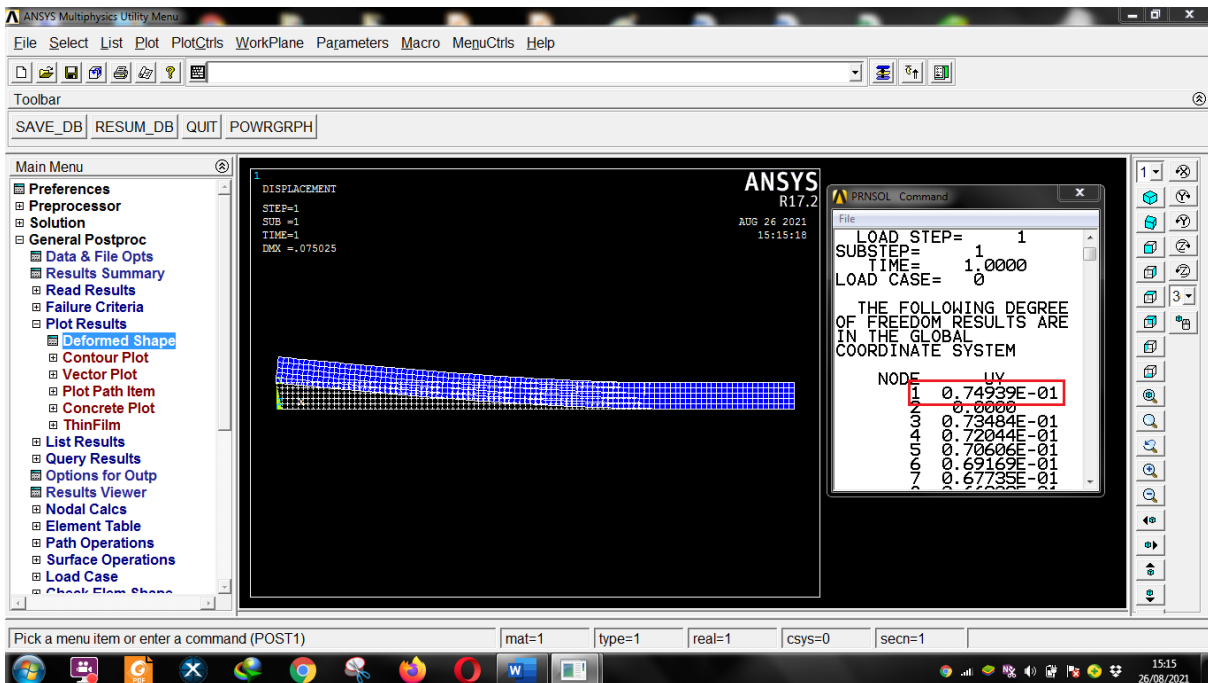


Figure A3-74 : $a = 15$

Force imposée :

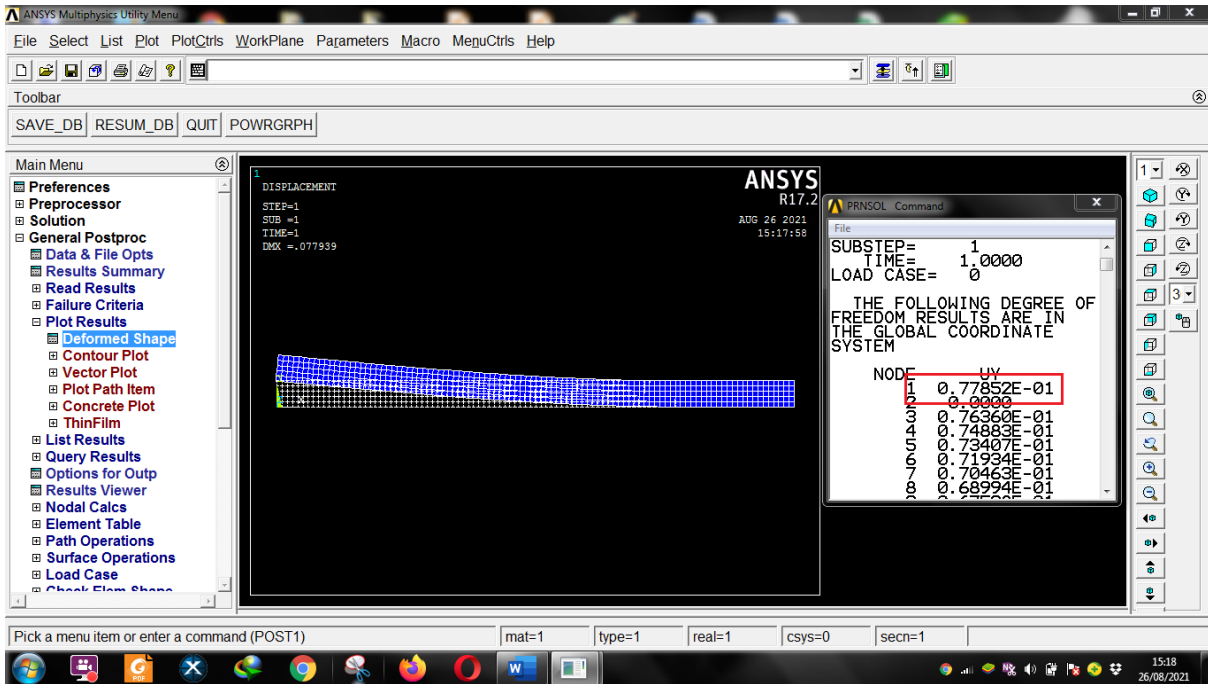


Figure A3-75 : $a = 15.2$

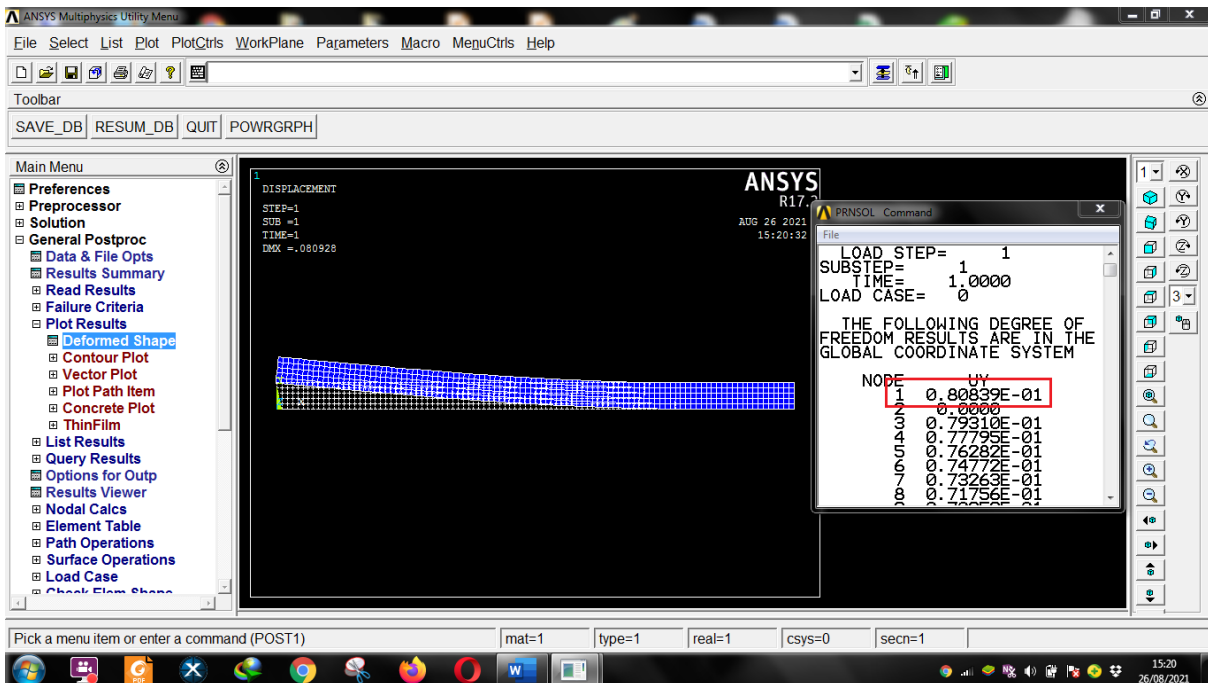


Figure A3-76 : $a = 15.4$

Force imposée :

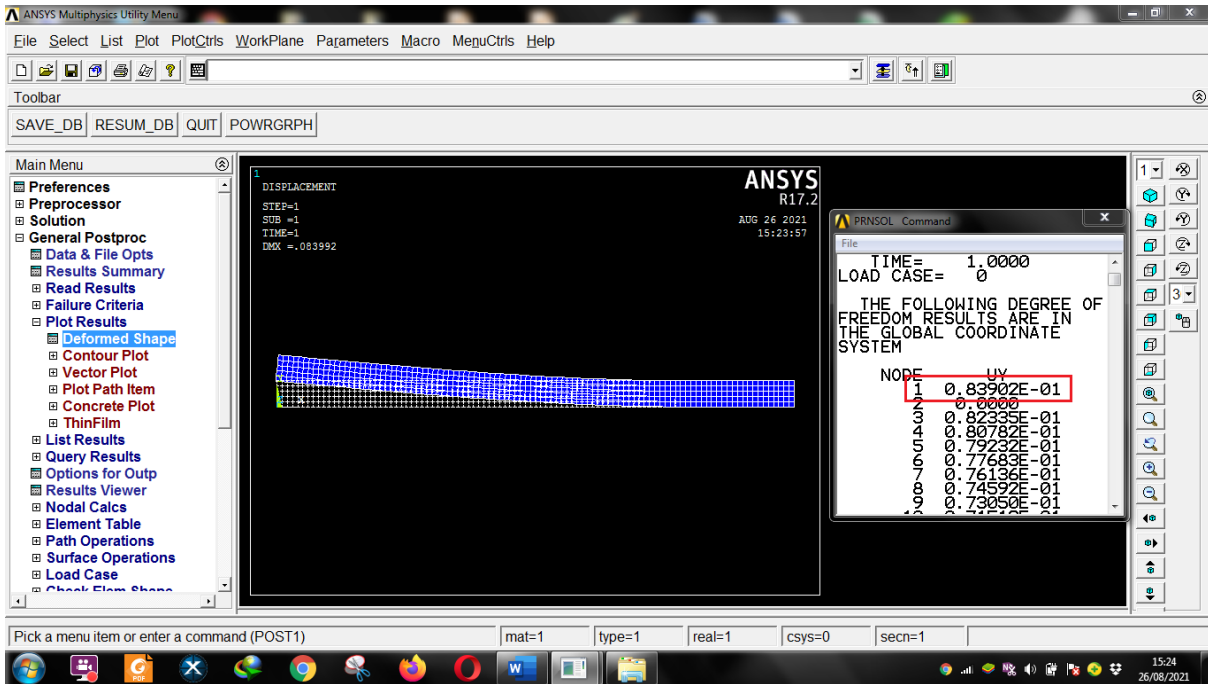


Figure A3-77 : $a = 15.6$

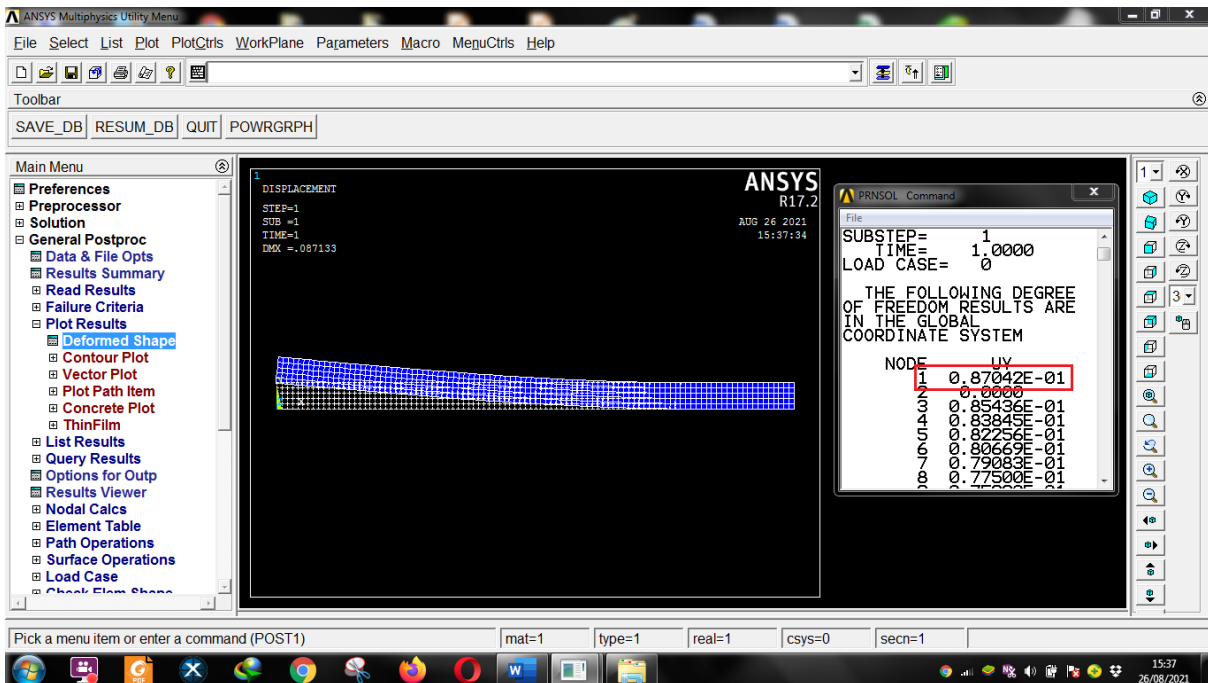


Figure A3-78 : $a = 15.8$

Force imposée :

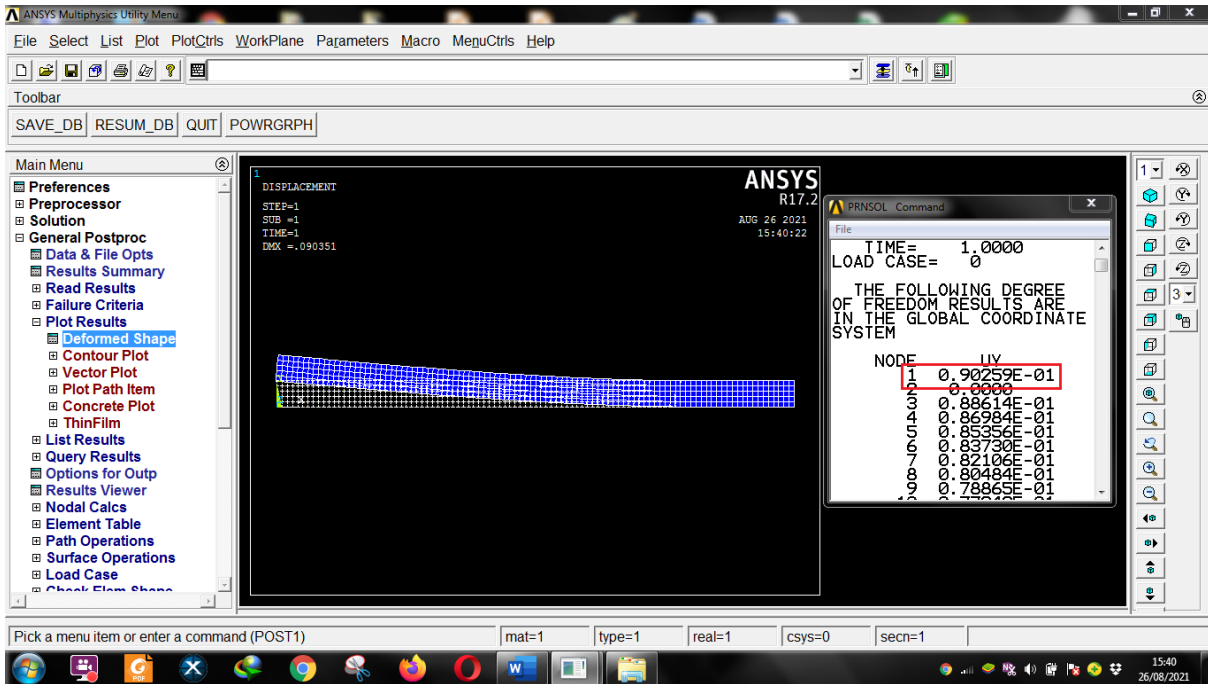


Figure A3-79 : a = 16

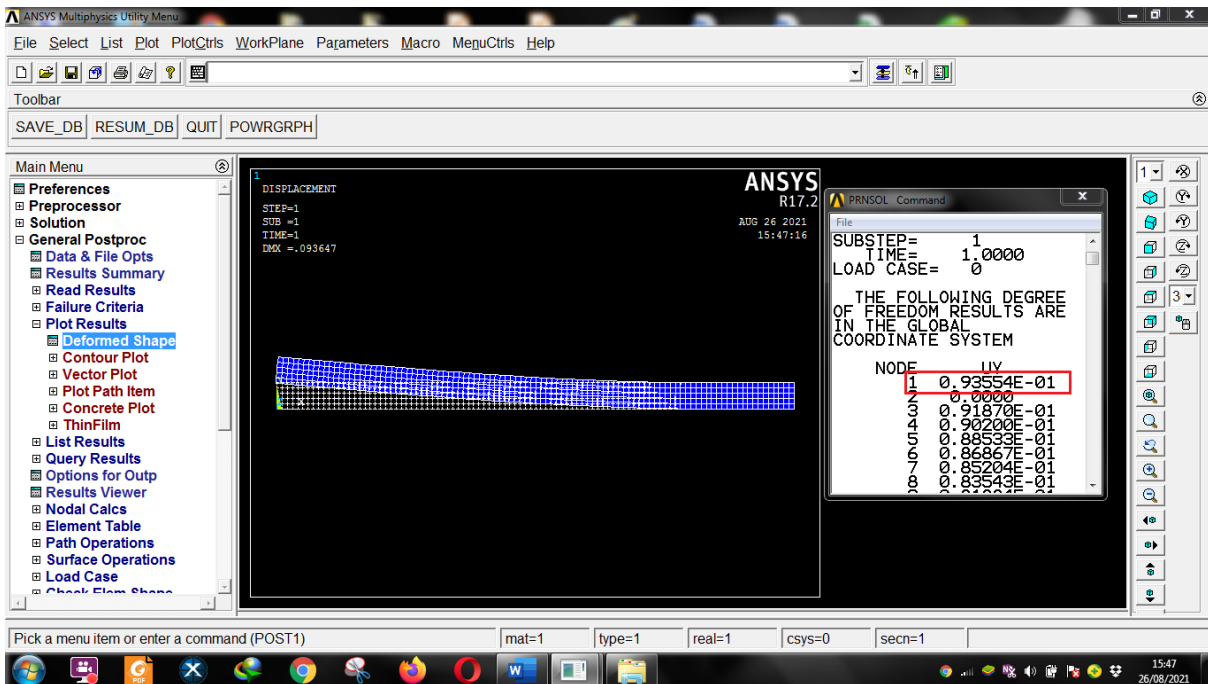


Figure A3-80 : a = 16.2

Force imposée :

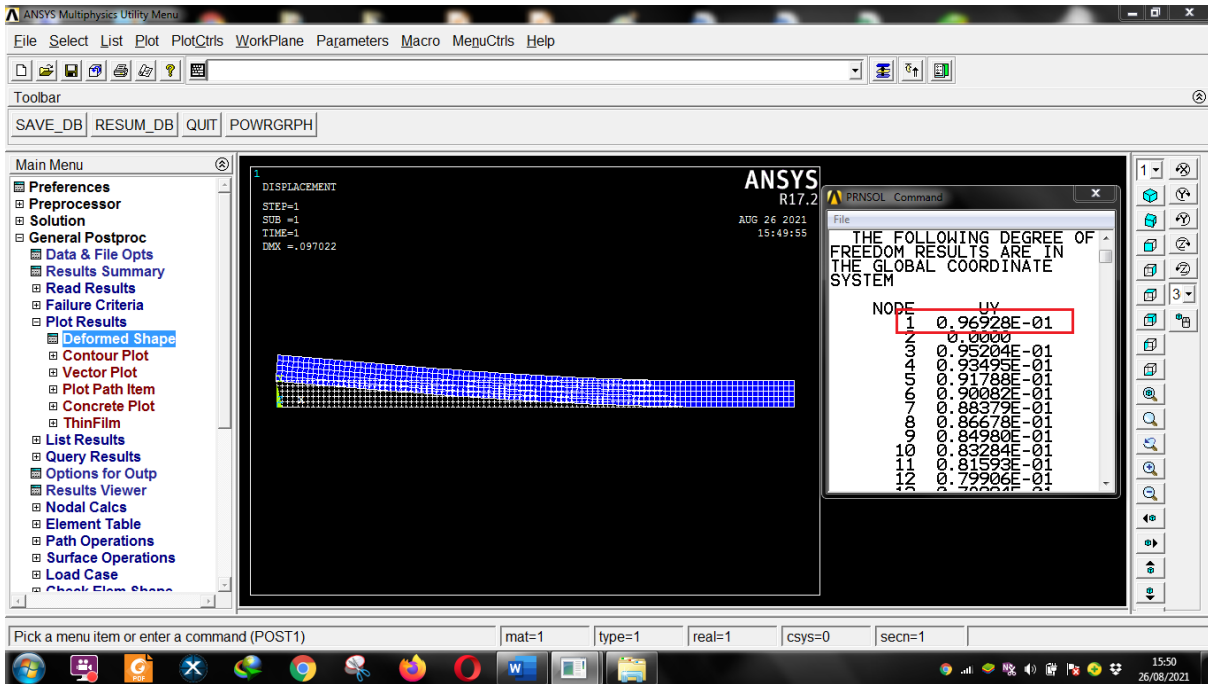


Figure A3-81 : $a = 16.4$

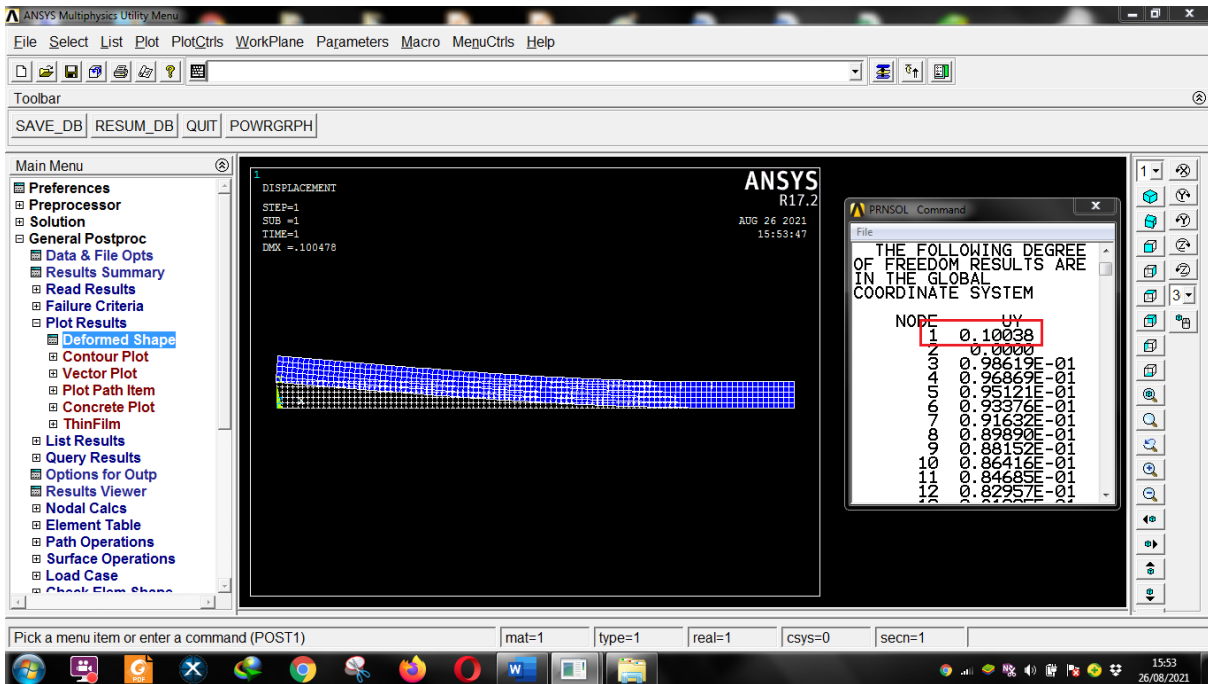


Figure A3-82 : $a = 16.6$

Force imposée :

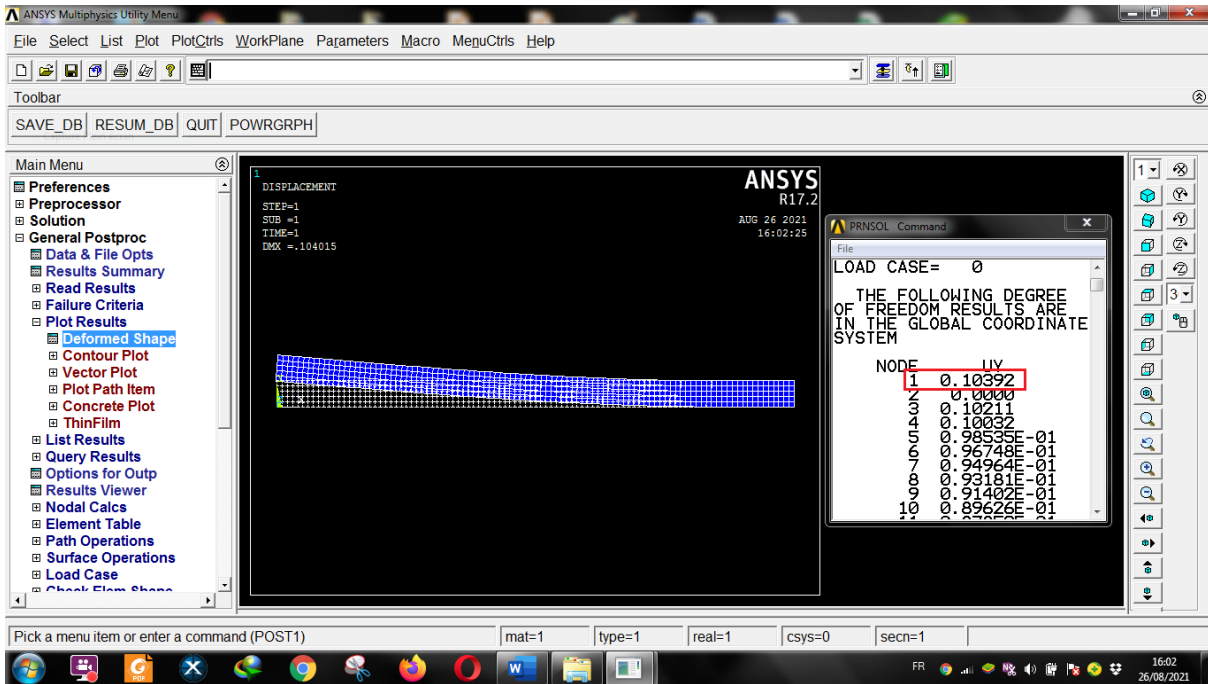


Figure A3-83 : a = 16.8

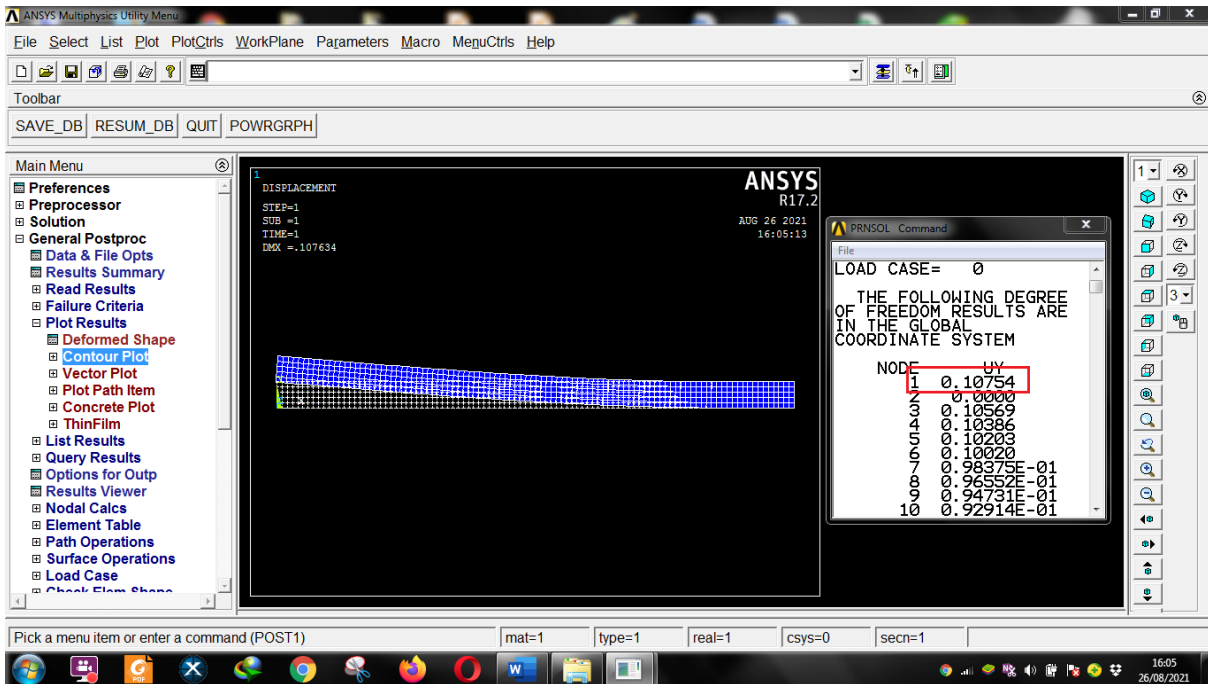


Figure A3-84 : a = 17

Force imposée :

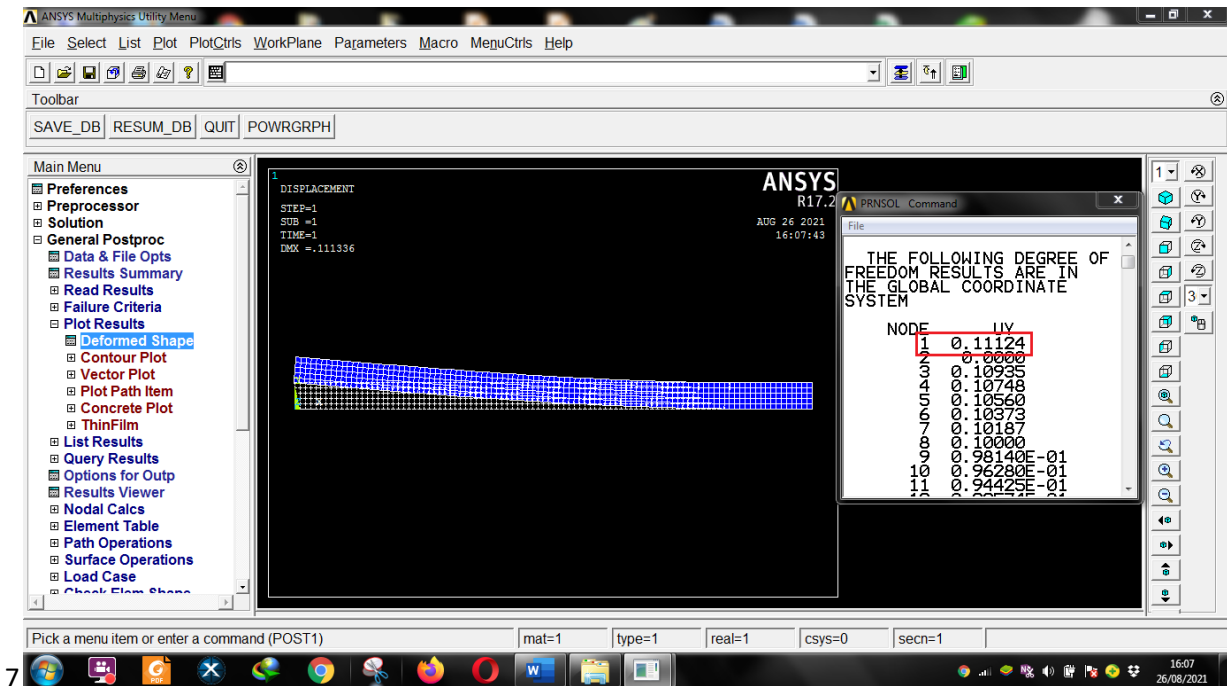


Figure A3-85 : a = 17.2

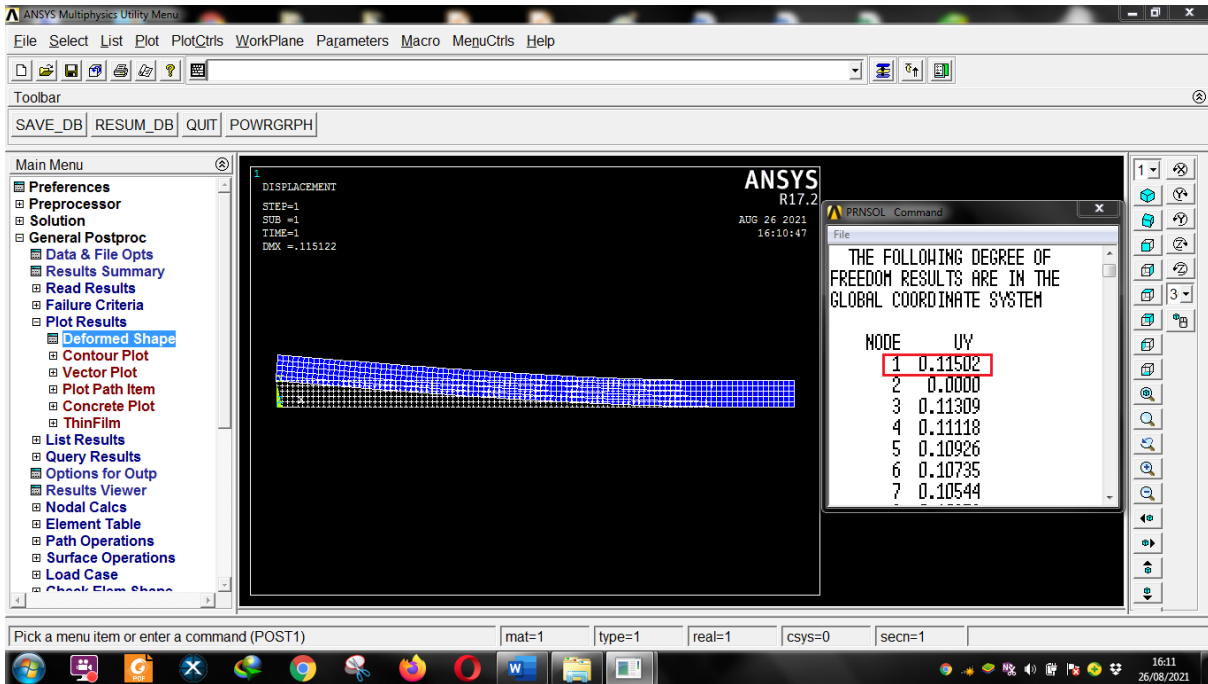


Figure A3-86 : a = 17.4

Force imposée :

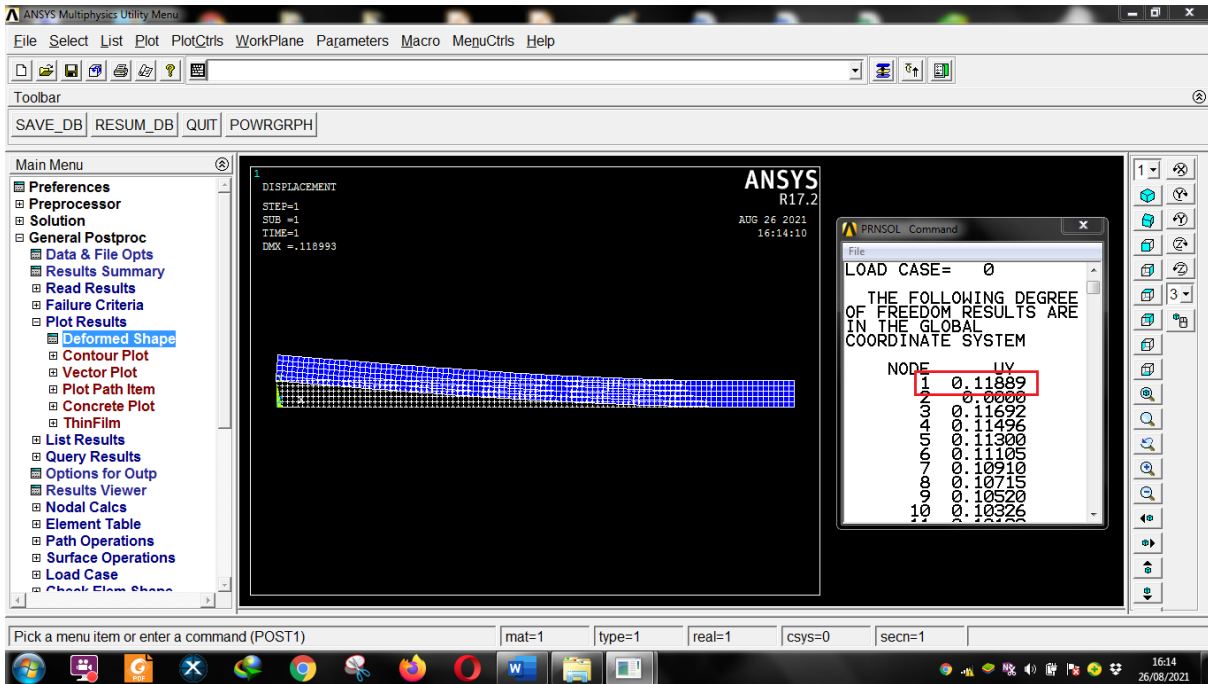


Figure A3-87 : $a = 17.6$

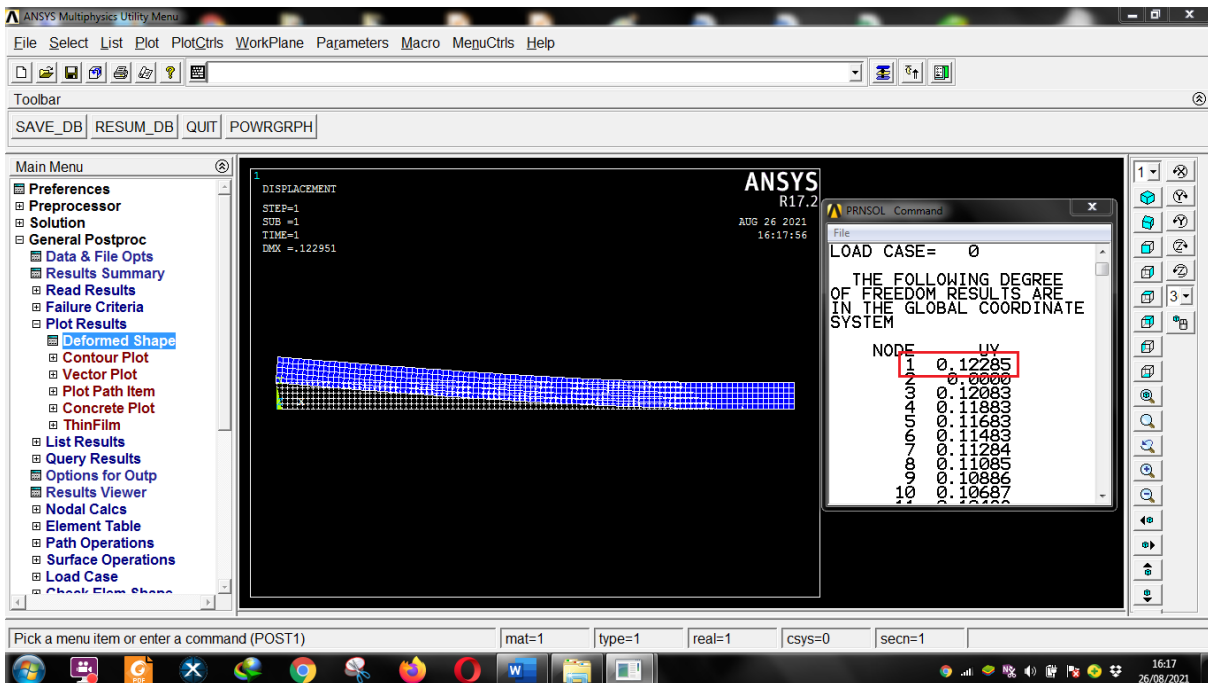


Figure A3-88 : $a = 17.8$

Force imposée :

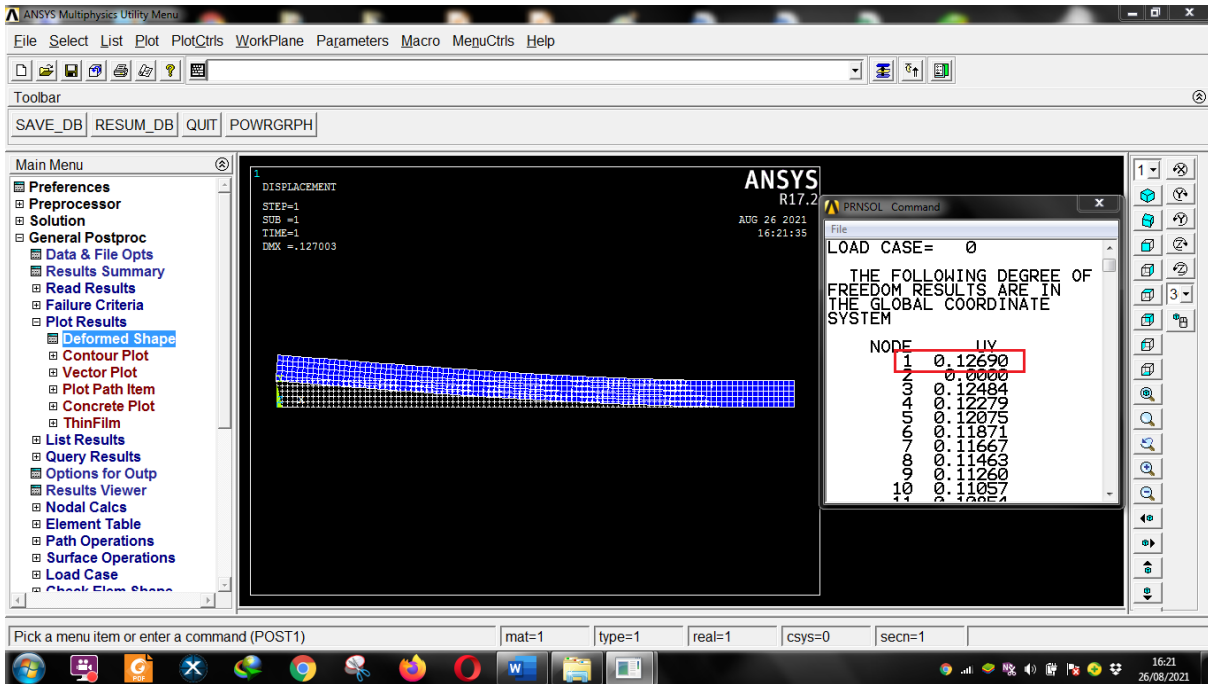


Figure A3-89 : a = 18

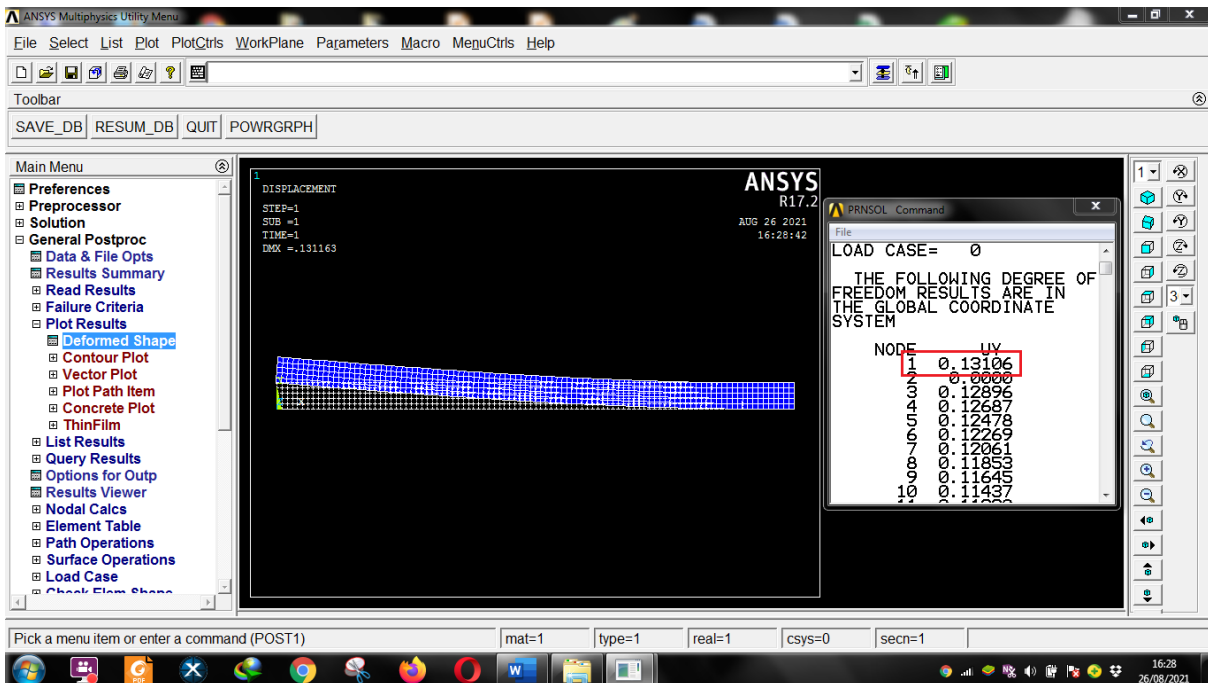


Figure A3-90 : a = 18.2

Force imposée :

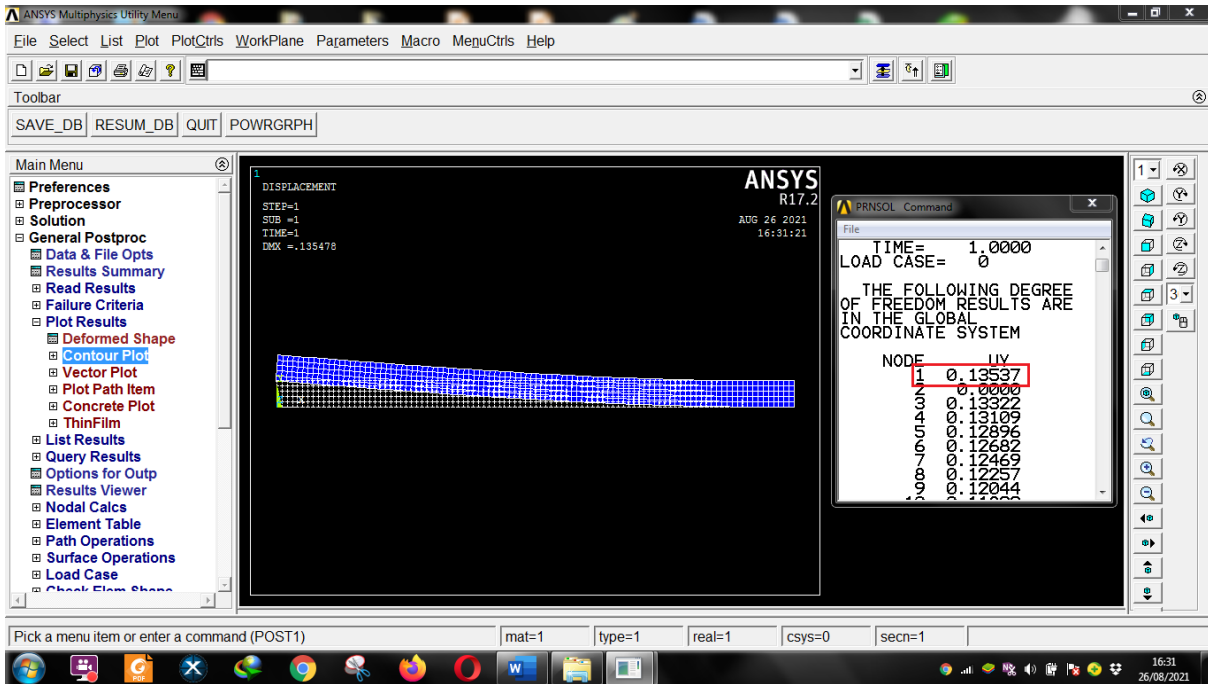


Figure A3-91 : $a = 18.4$

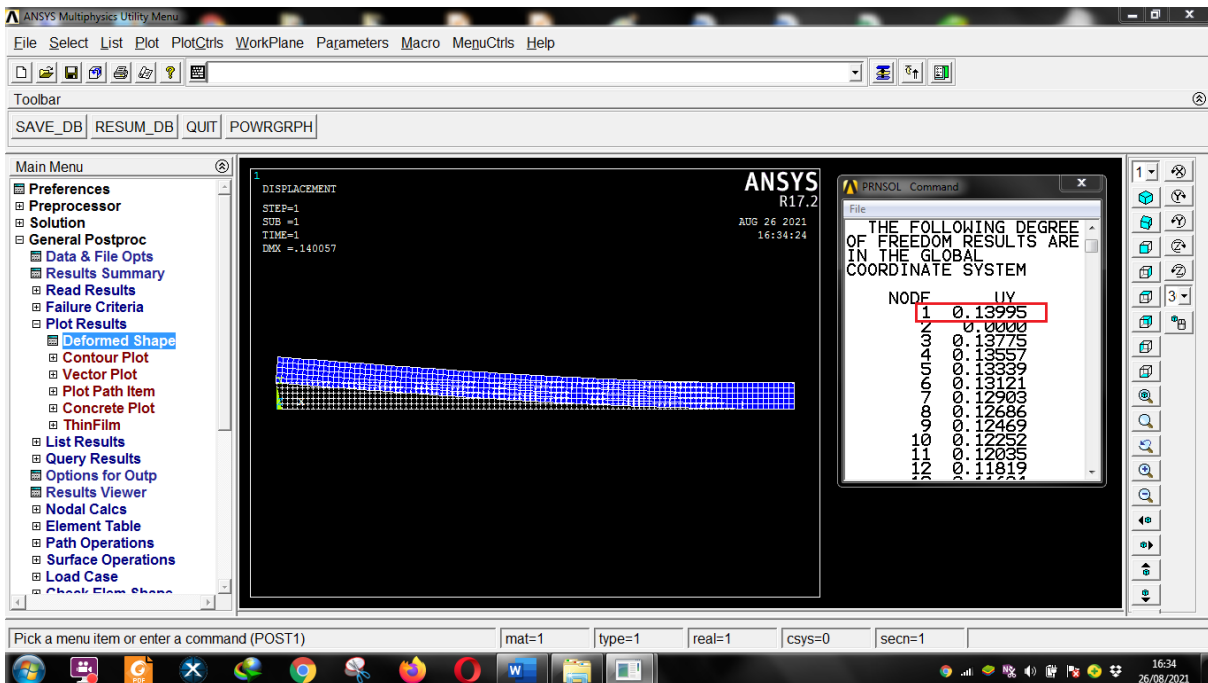


Figure A3-92 : $a = 18.6$

Force imposée :

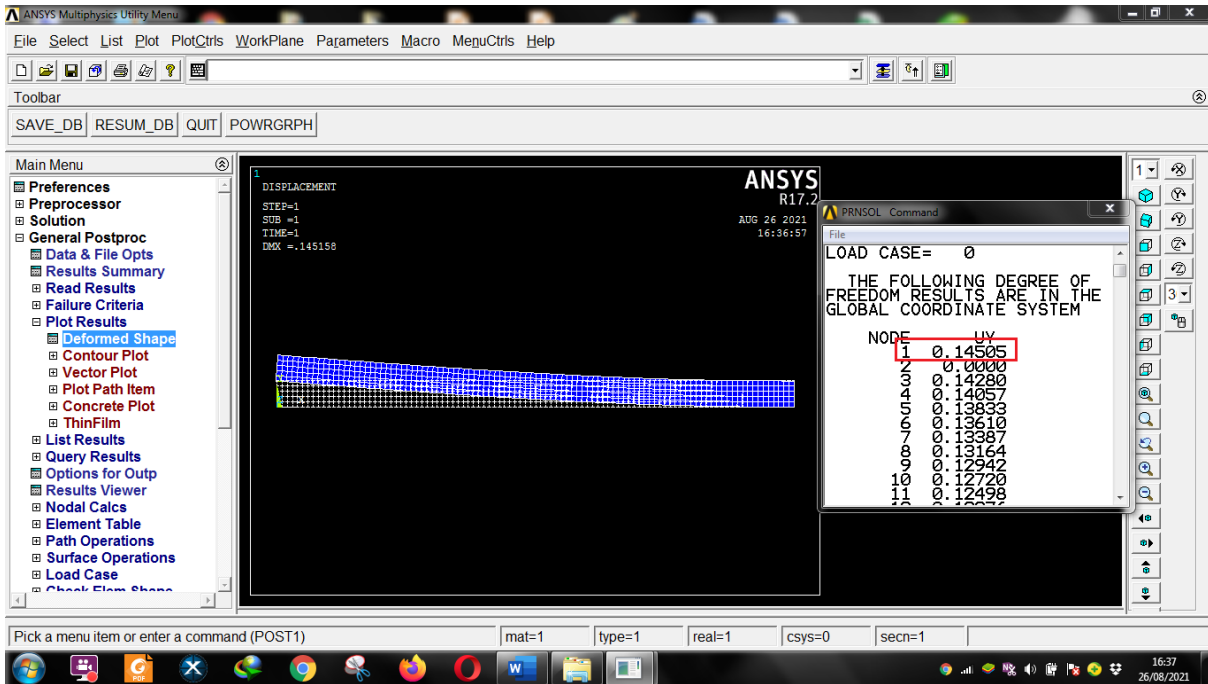


Figure A3-93 : $a = 18.8$

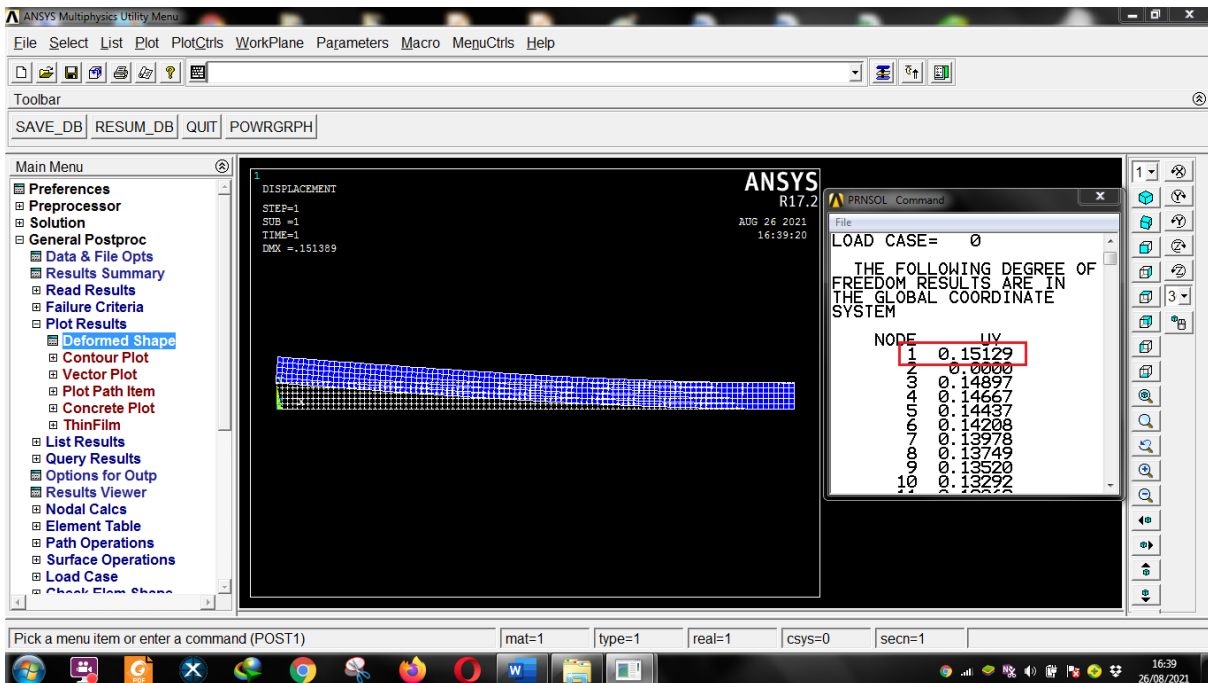


Figure A3-94 : $a = 19$

Force imposée :

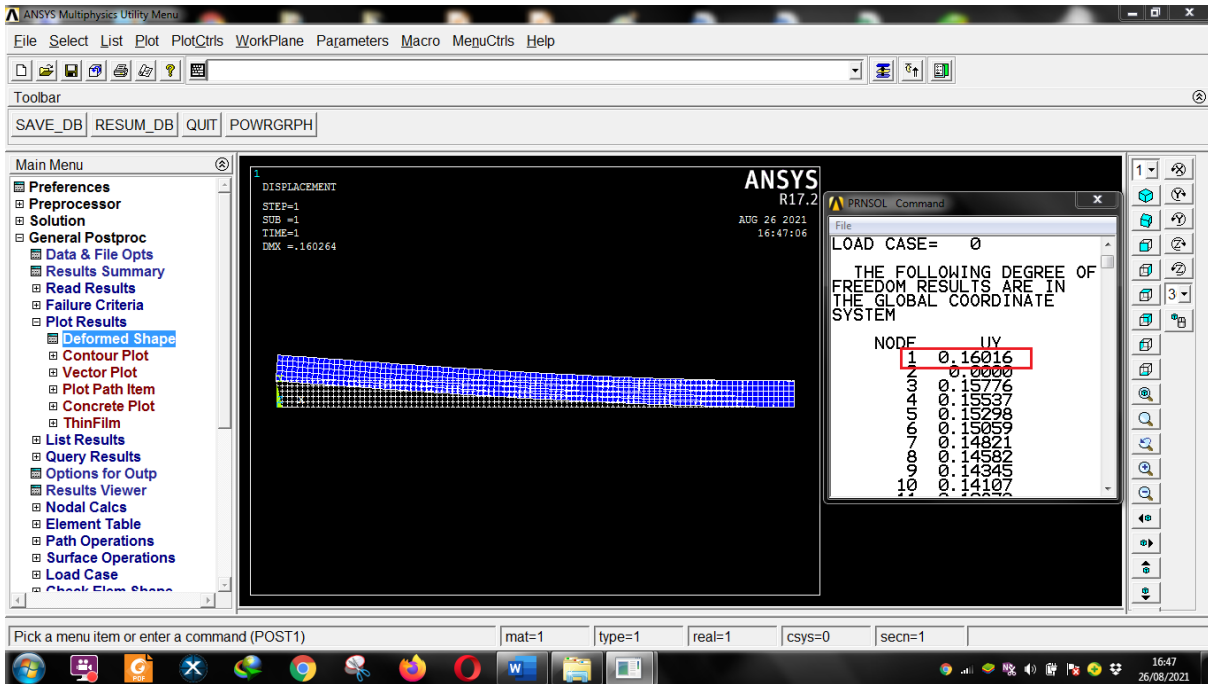


Figure A3-95 : $a = 19.2$

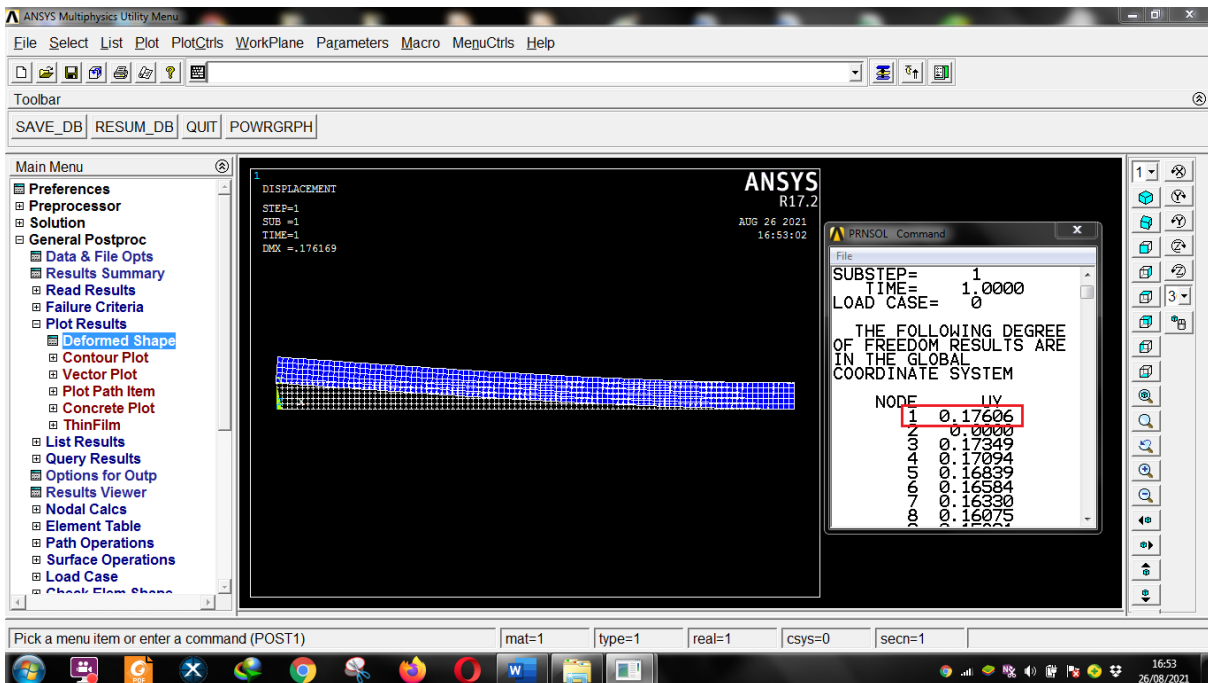


Figure A3-96 : $a = 19.4$

Force imposée :

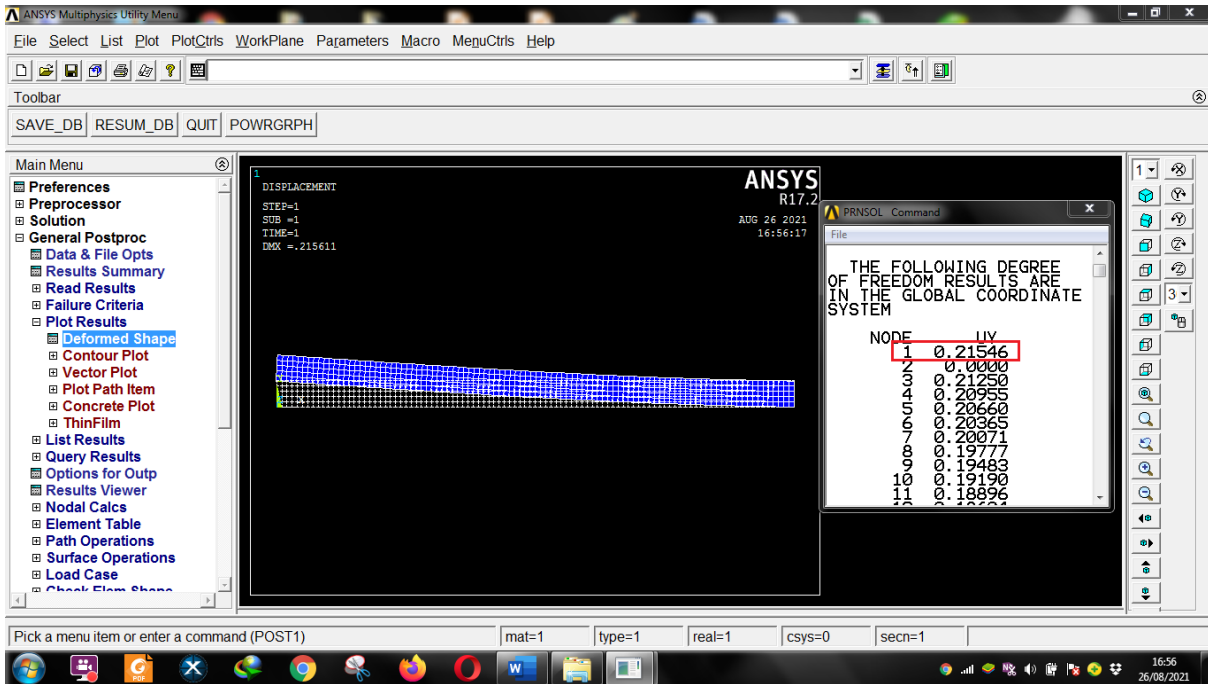


Figure A3-97 : $a = 19.6$

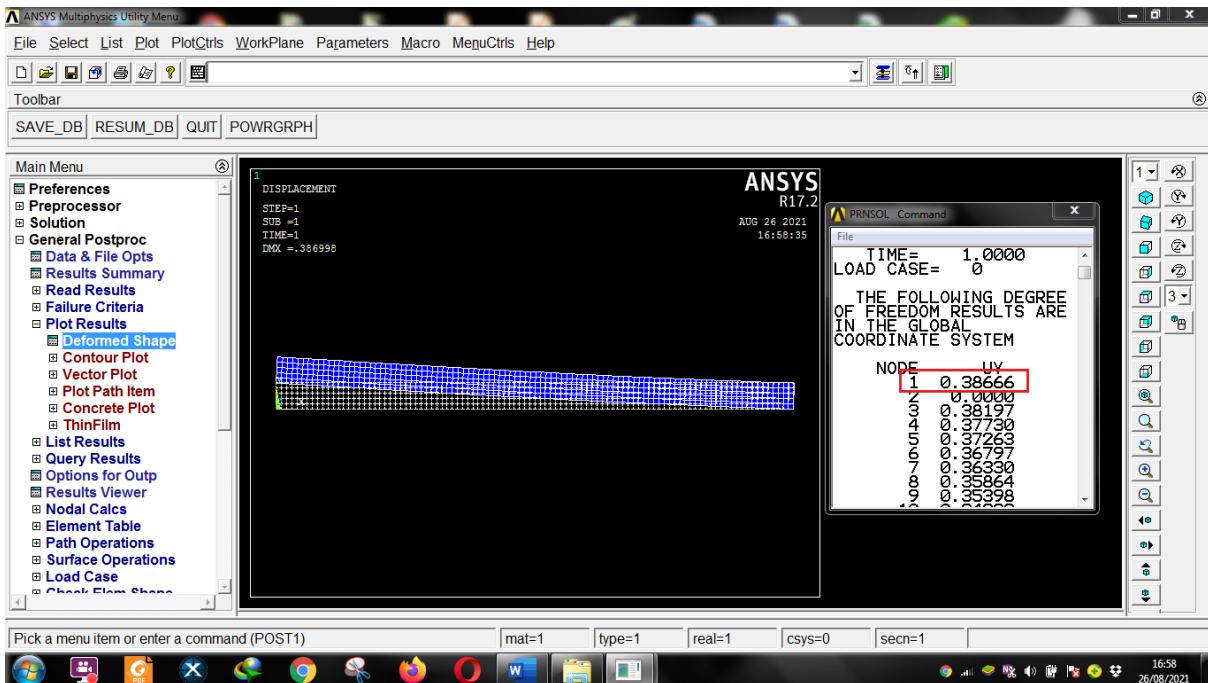


Figure A3-98 : $a = 19.8$

Annexe 4 :
Résultats pour
déplacement imposée

Déplacement imposée :

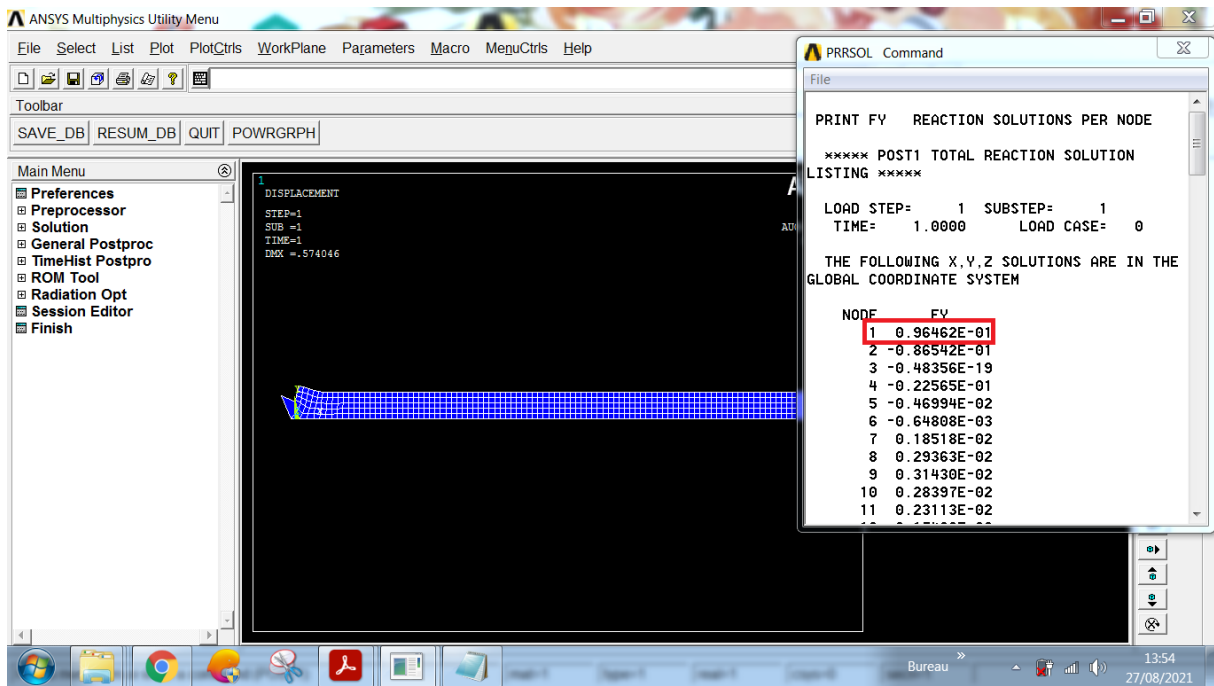


Figure A4-1 : $a = 0.2$

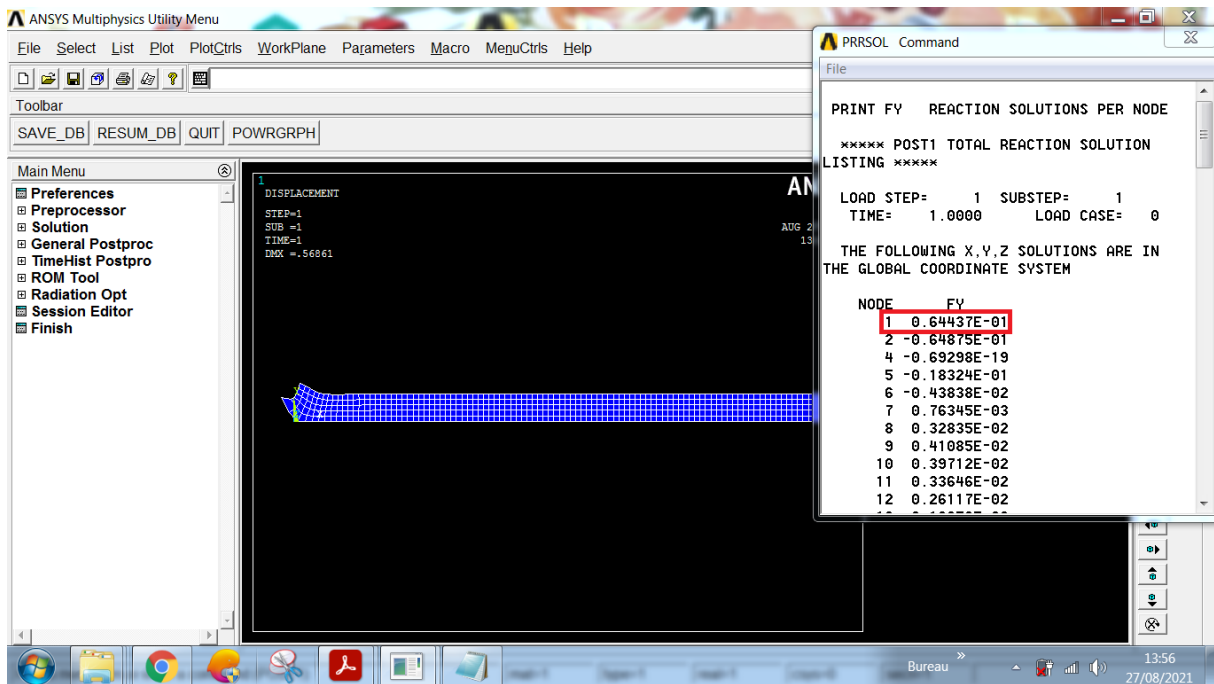


Figure A4-2 : $a = 0.4$

Déplacement imposée :

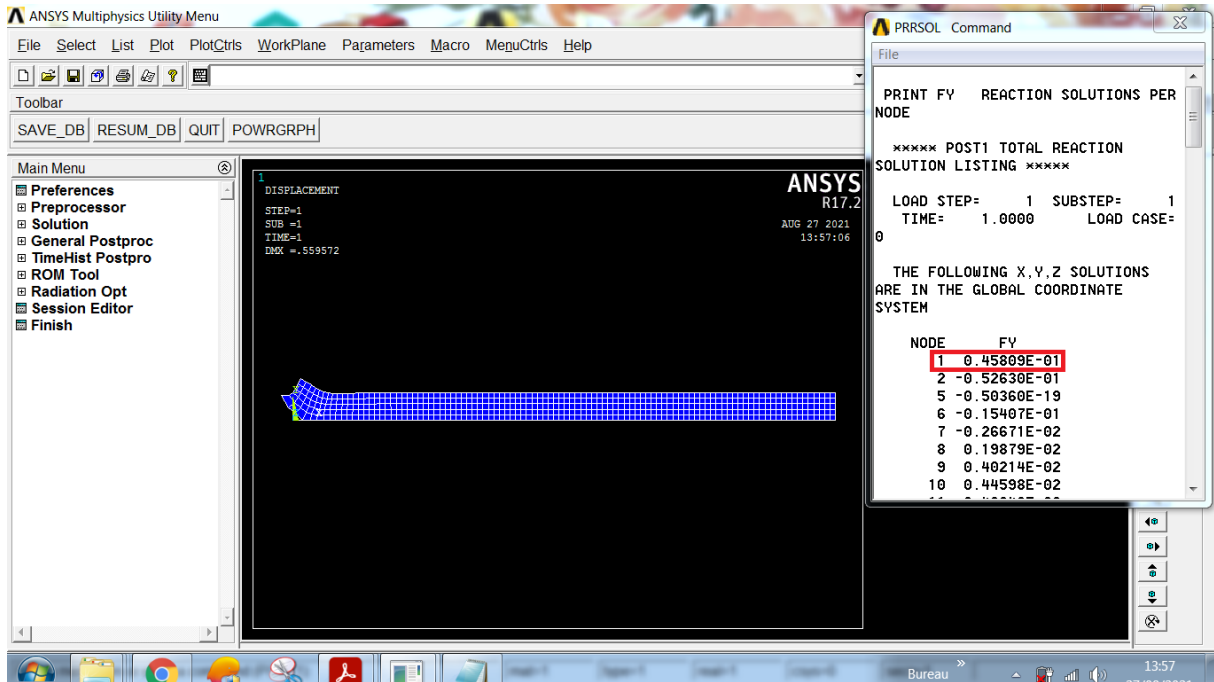


Figure A4-3 : $a = 0.6$

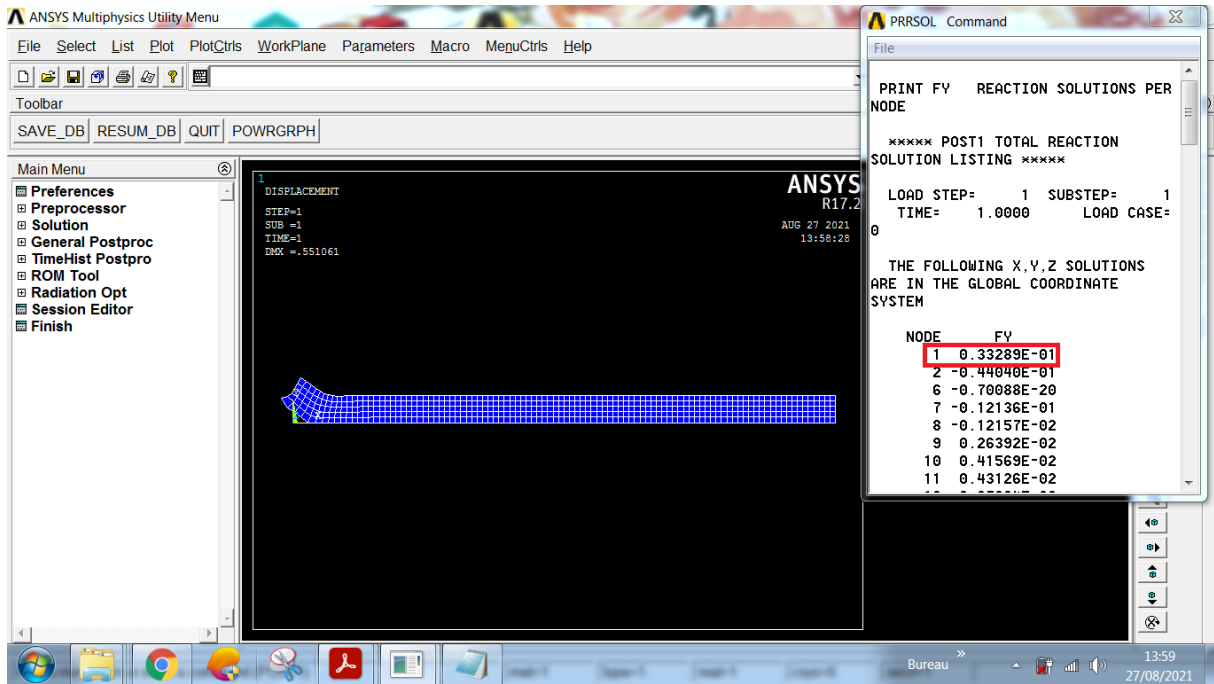


Figure A4-4 : $a = 0.8$

Déplacement imposée :

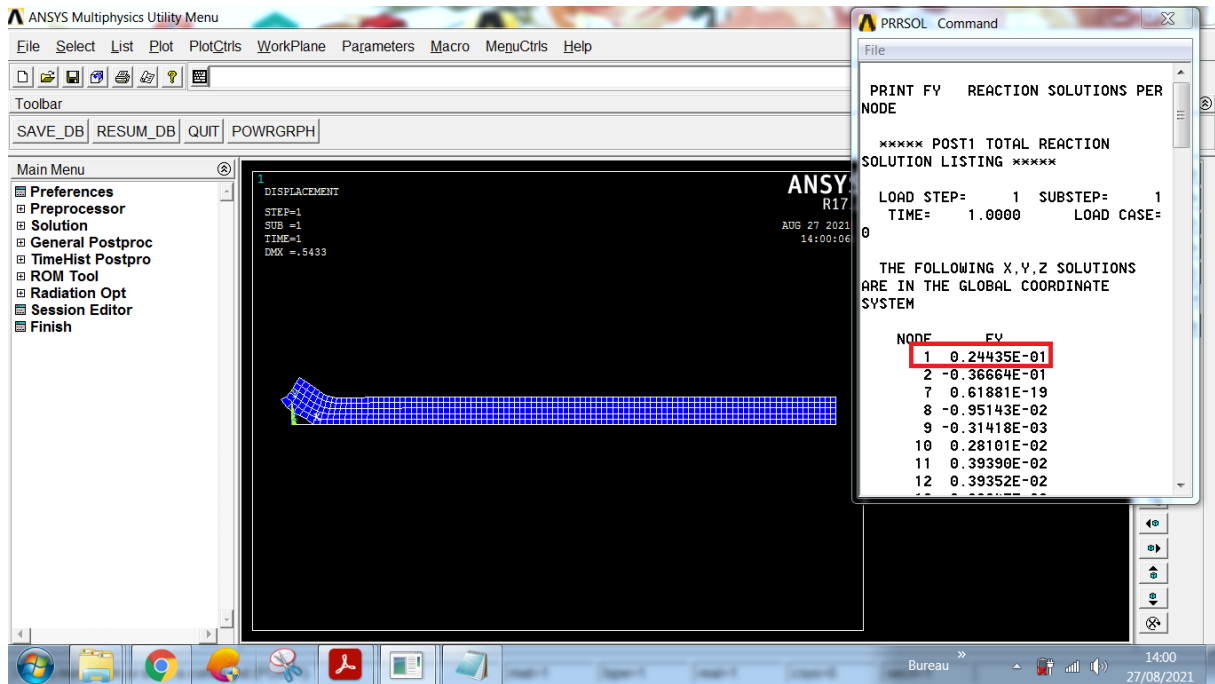


Figure A4-5 : $a = 1$

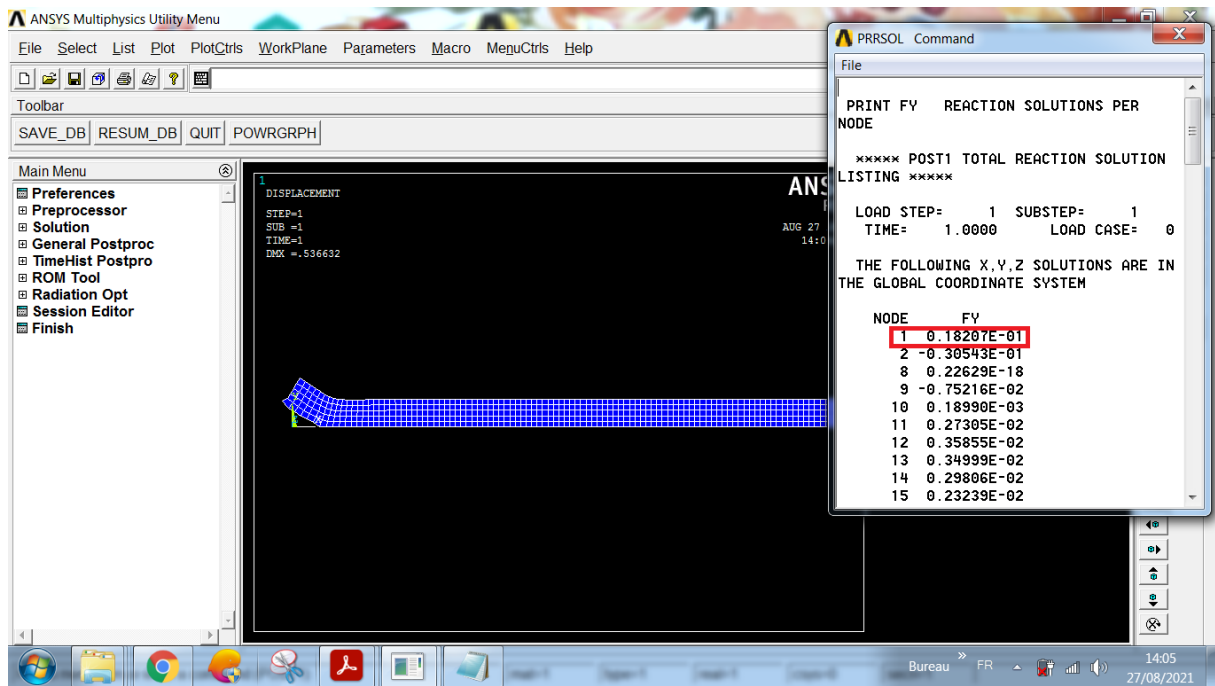


Figure A4-6 : $a = 1.2$

Déplacement imposée :

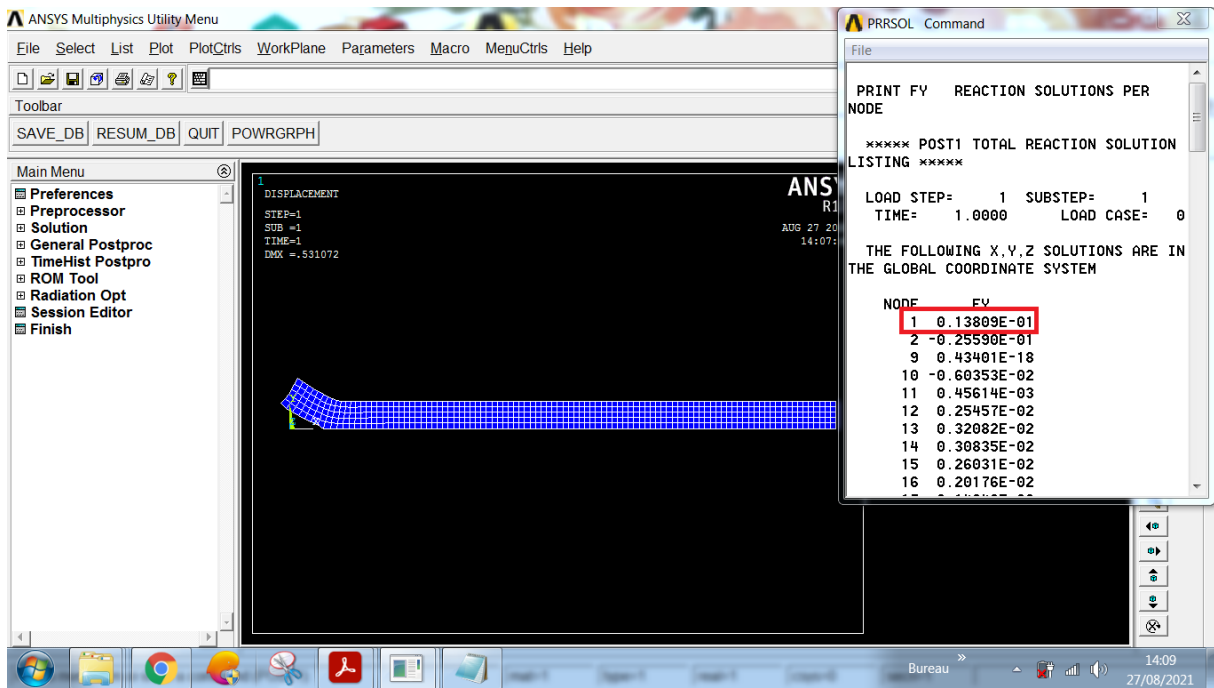


Figure A4-7 : $a = 1.4$

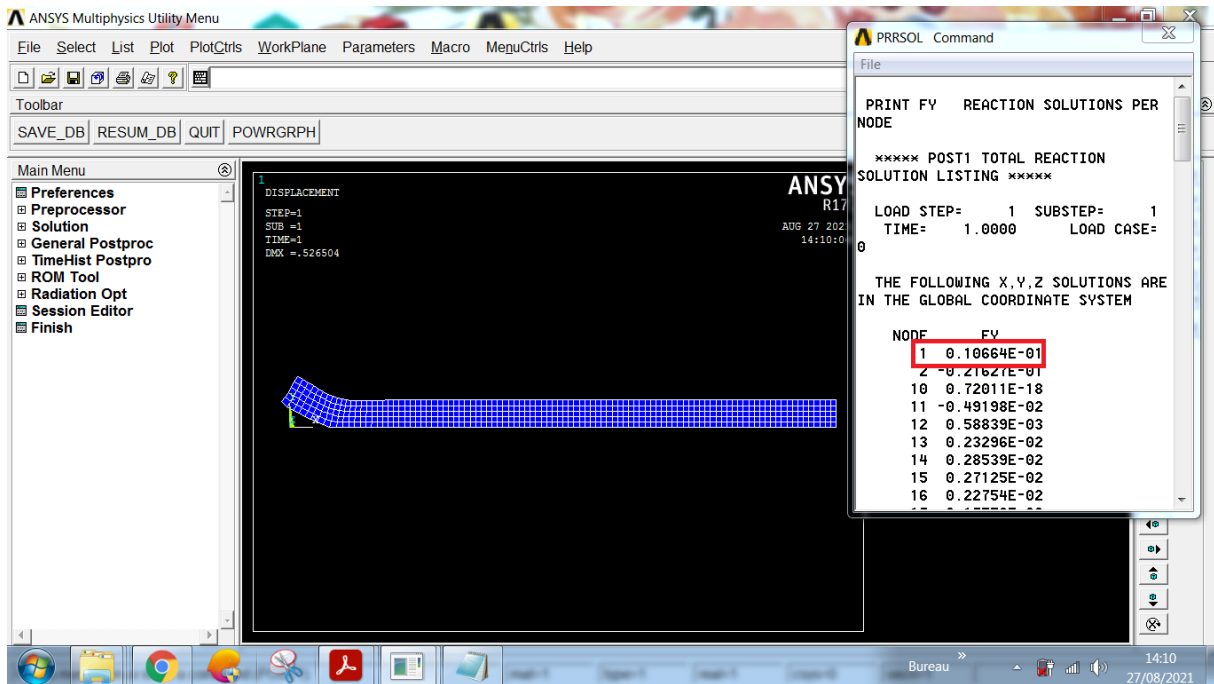


Figure A4-8 : $a = 1.6$

Déplacement imposée :

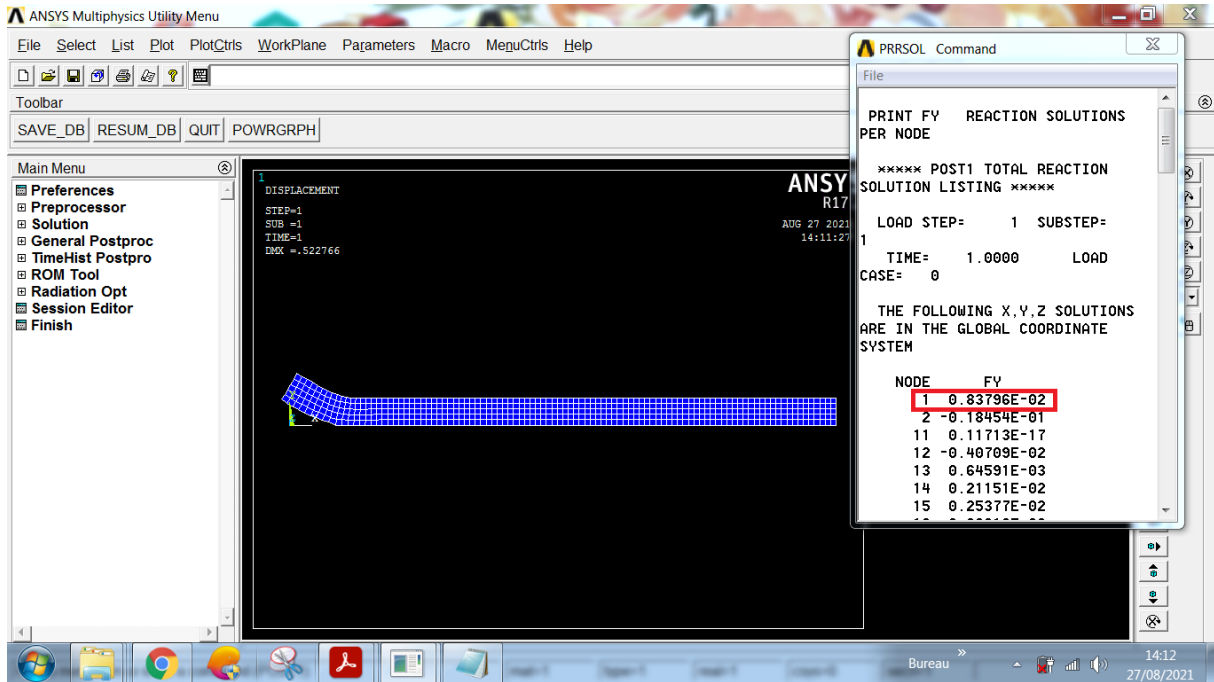


Figure A4-9 : $a = 1.8$

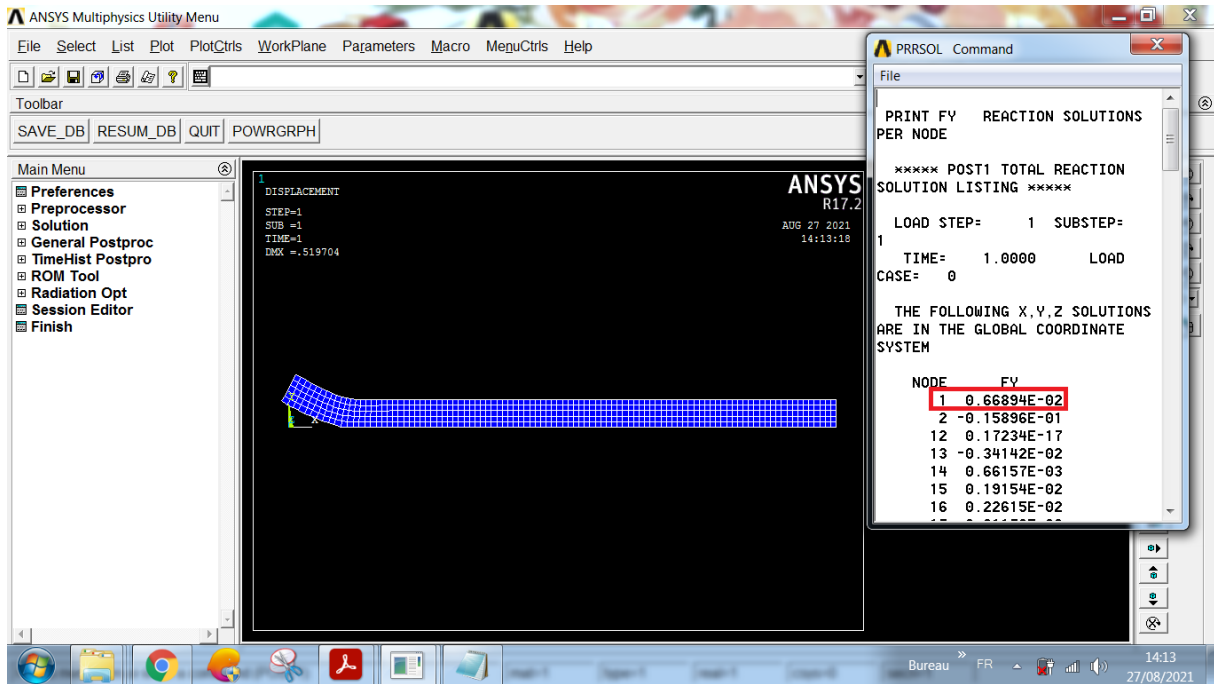


Figure A4-10 : $a = 2$

Déplacement imposée :

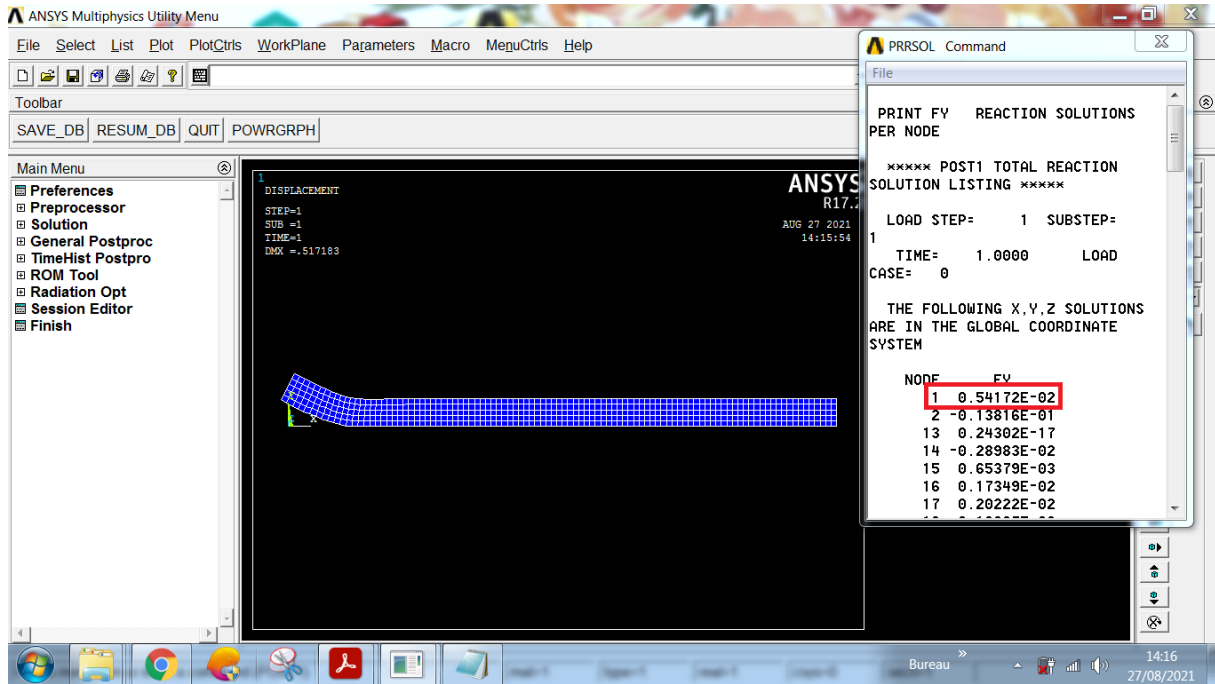


Figure A4-11 : $a = 2.2$

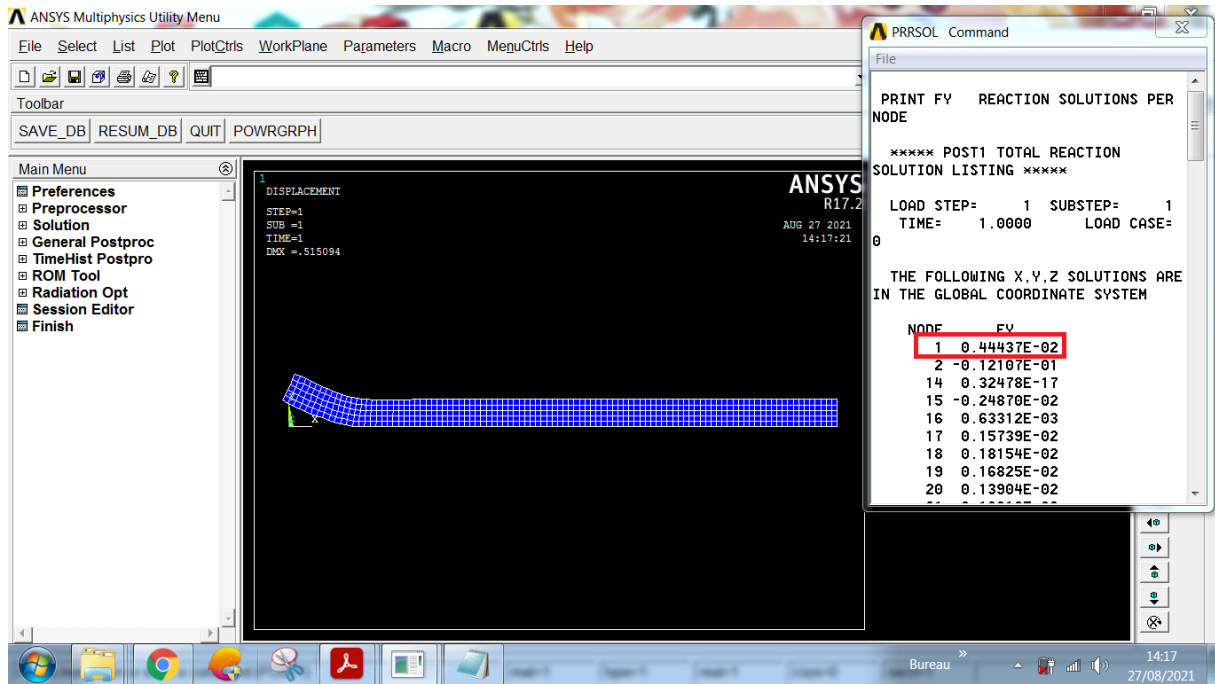


Figure A4-12 : $a = 2.4$

Déplacement imposée :

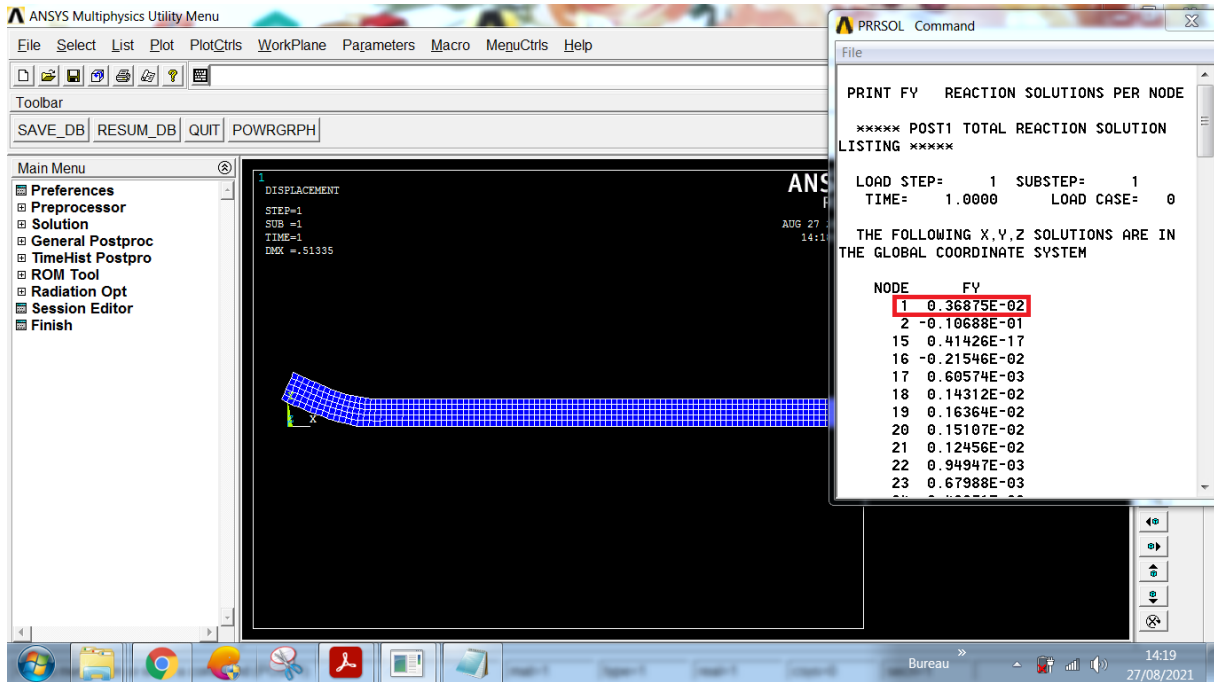


Figure A4-13 : $a = 2.6$

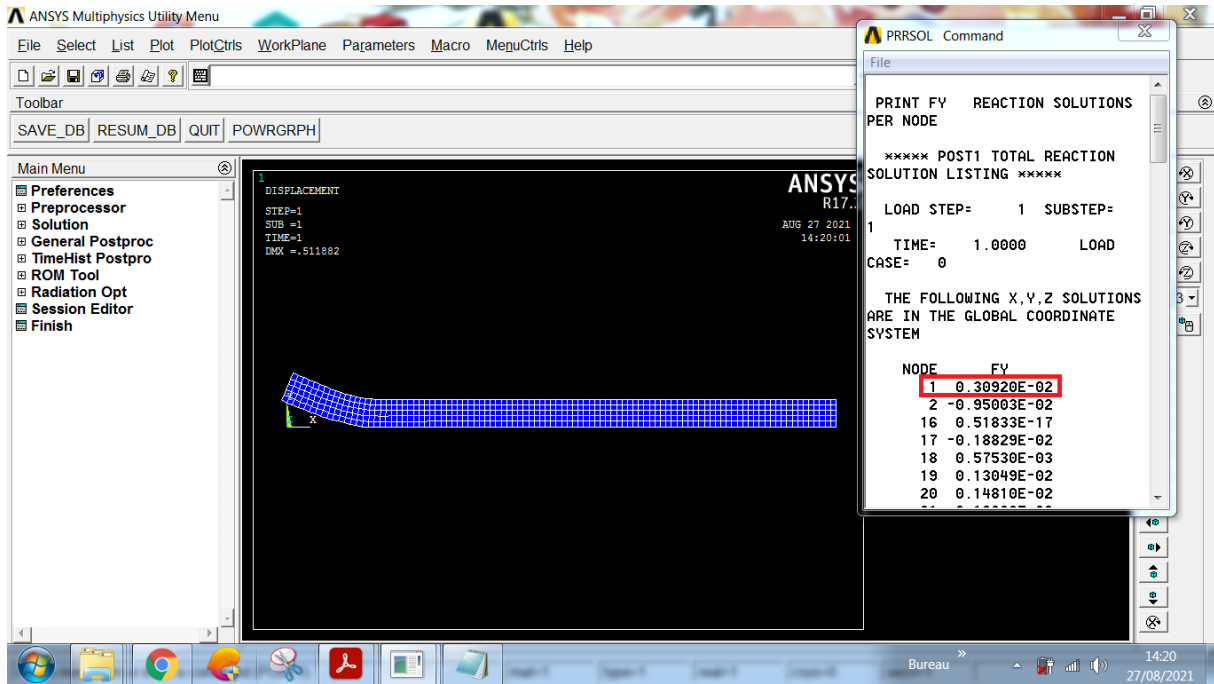


Figure A4-14 : $a = 2.8$

Déplacement imposée :

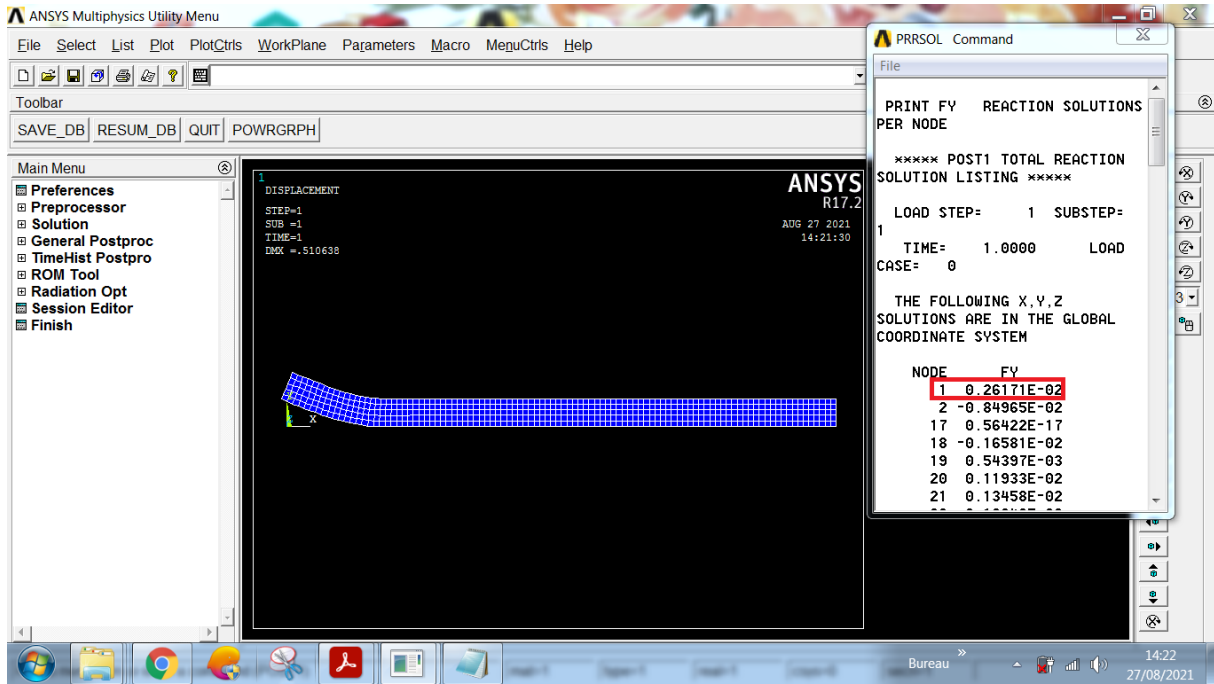


Figure A4-15 : a = 3

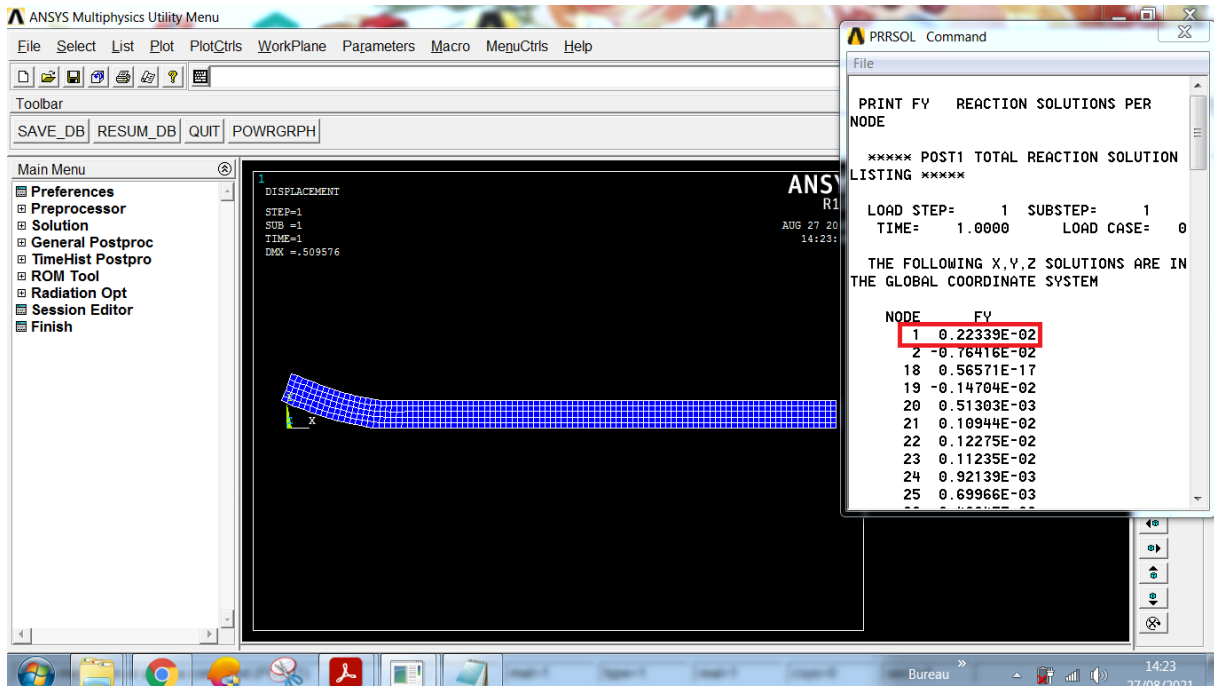


Figure A4-16 : a = 3.2

Déplacement imposée :

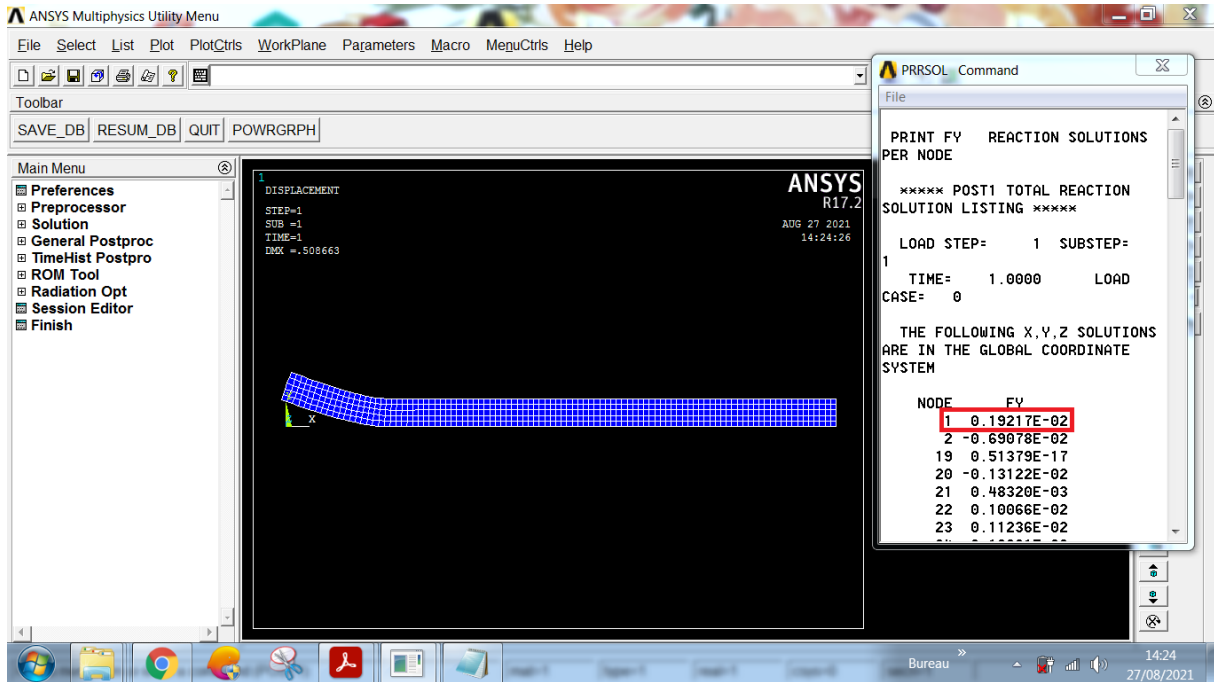


Figure A4-17 : $a = 3.4$

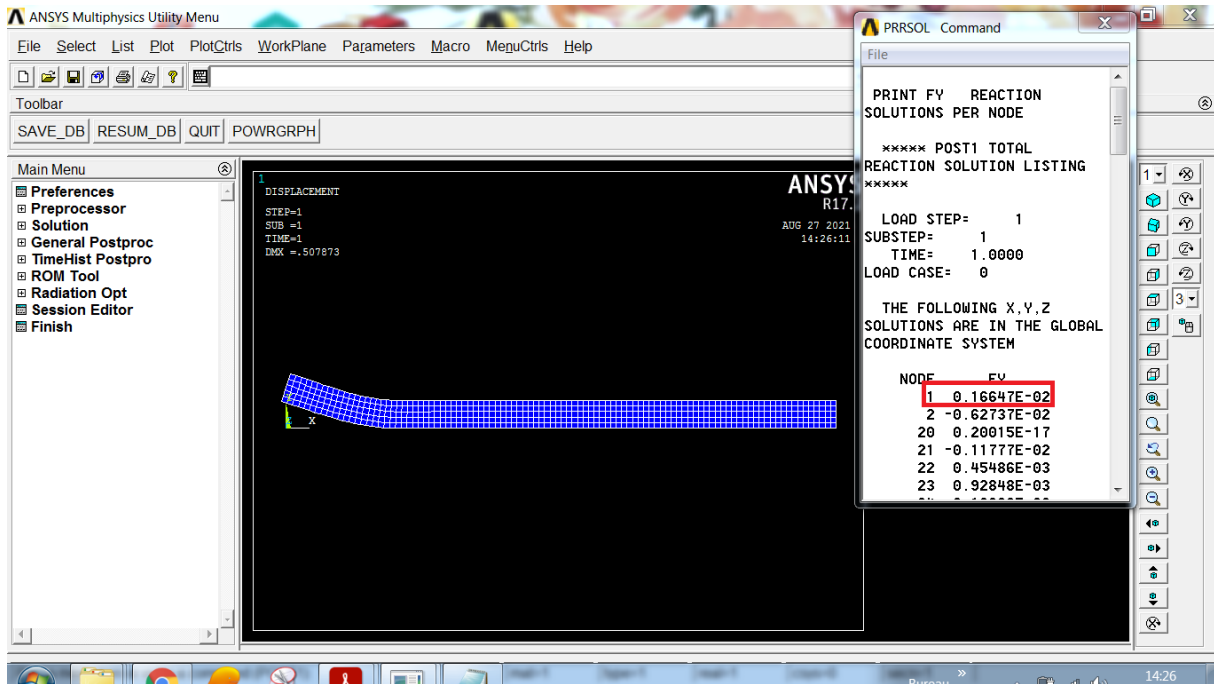


Figure A4-18 : $a = 3.8$

Déplacement imposée :

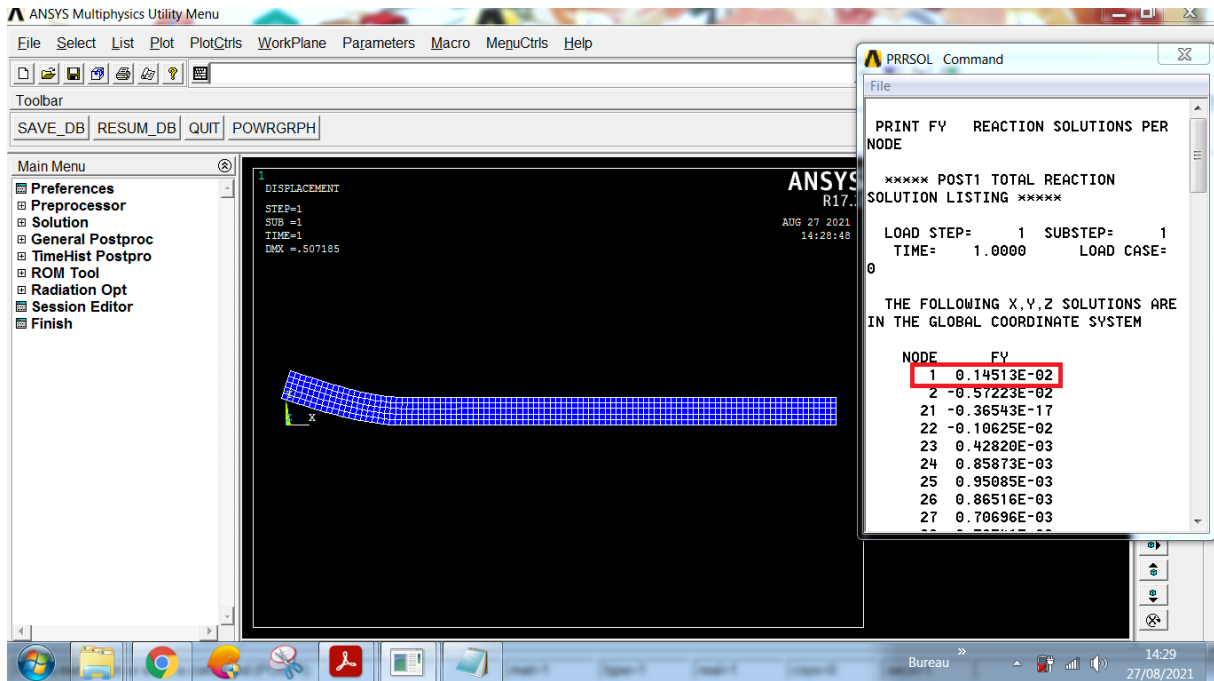


Figure A4-19 : a = 4

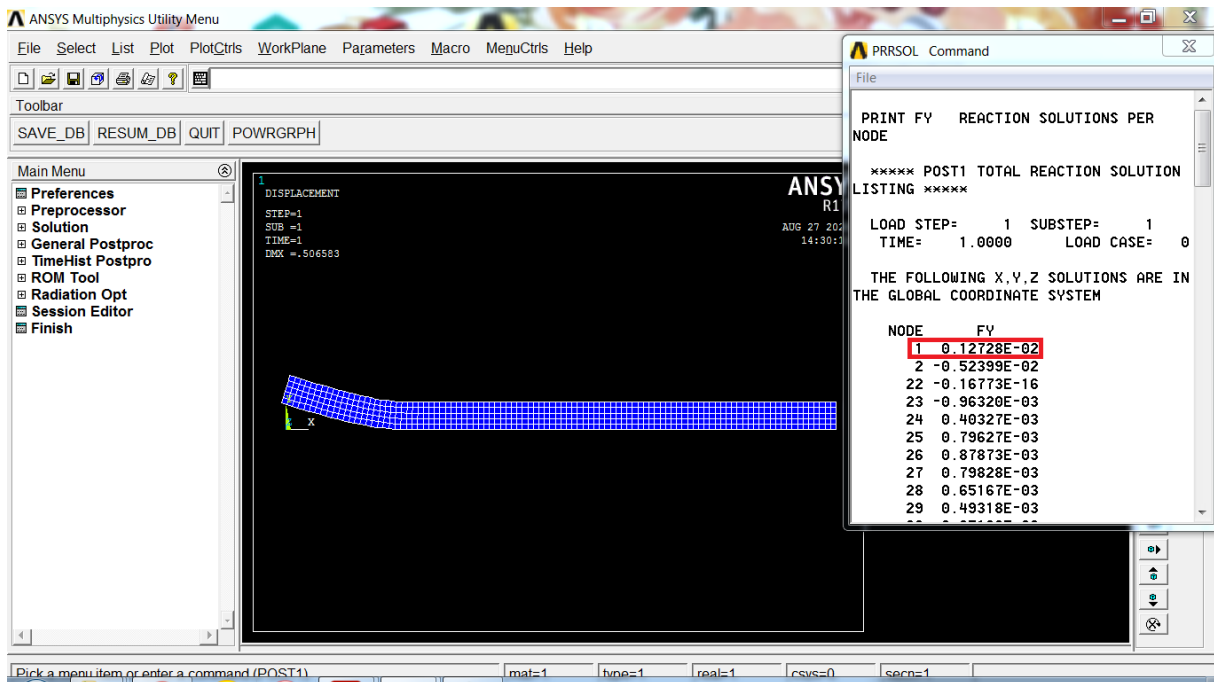


Figure A4-20 : a = 4.2

Déplacement imposée :

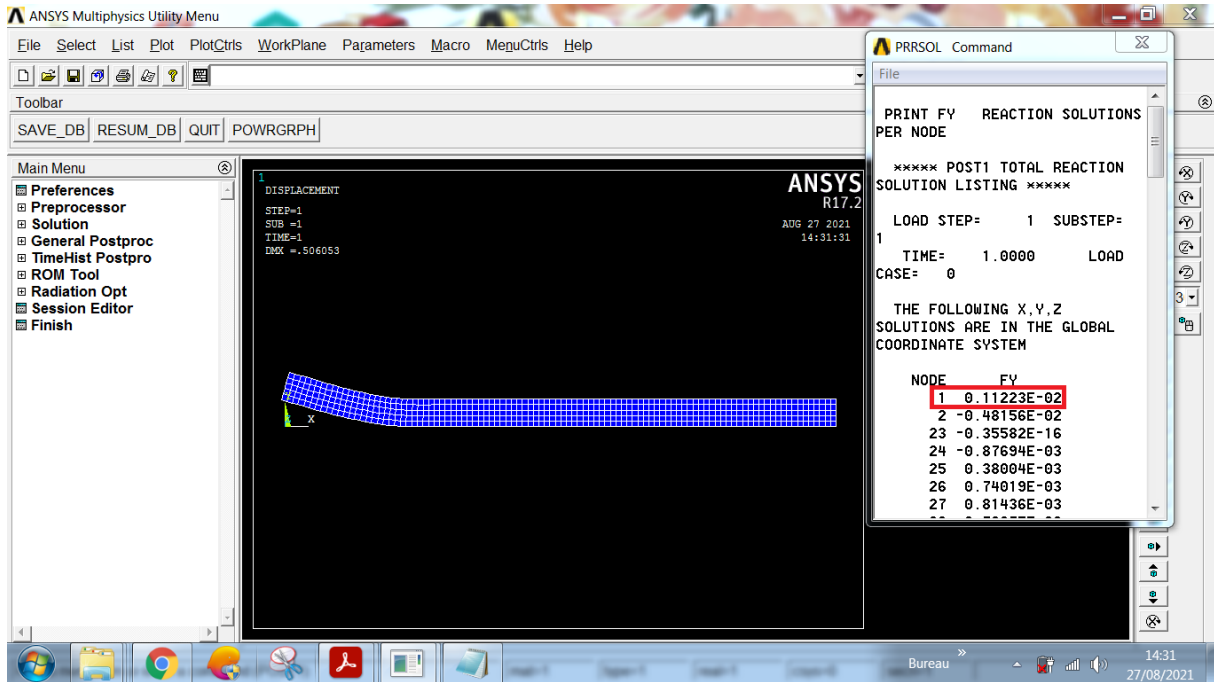


Figure A4-21 : $a = 4.4$

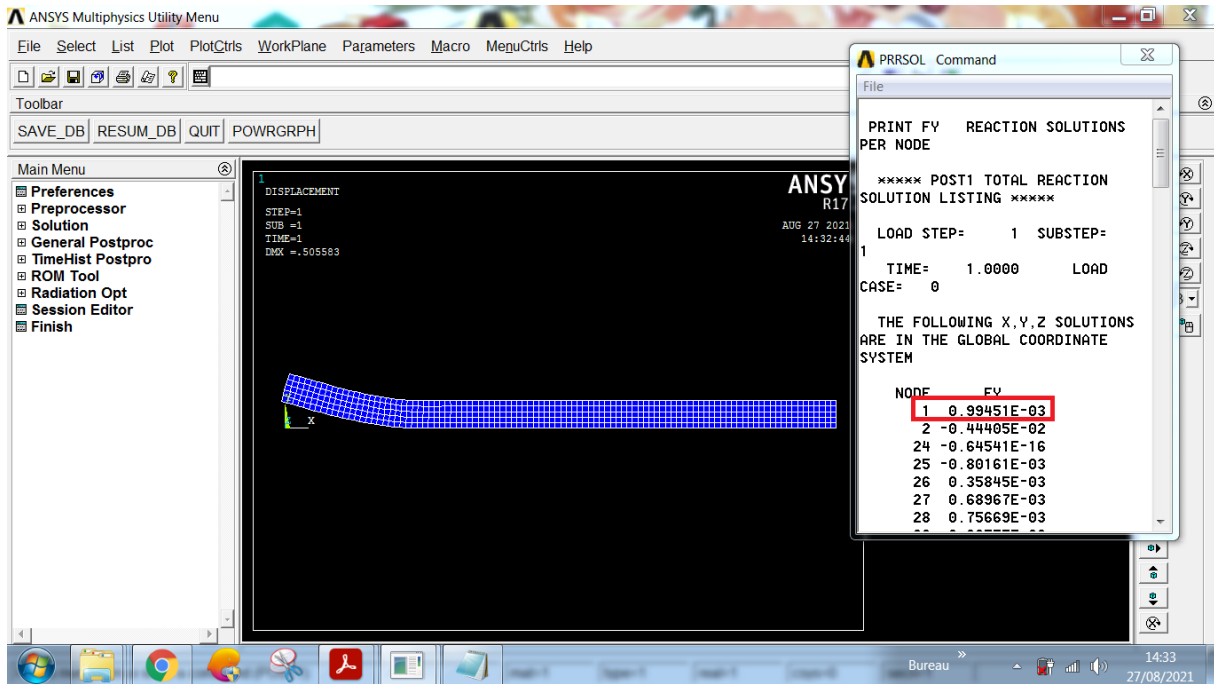


Figure A4-22 : $a = 4.6$

Déplacement imposée :

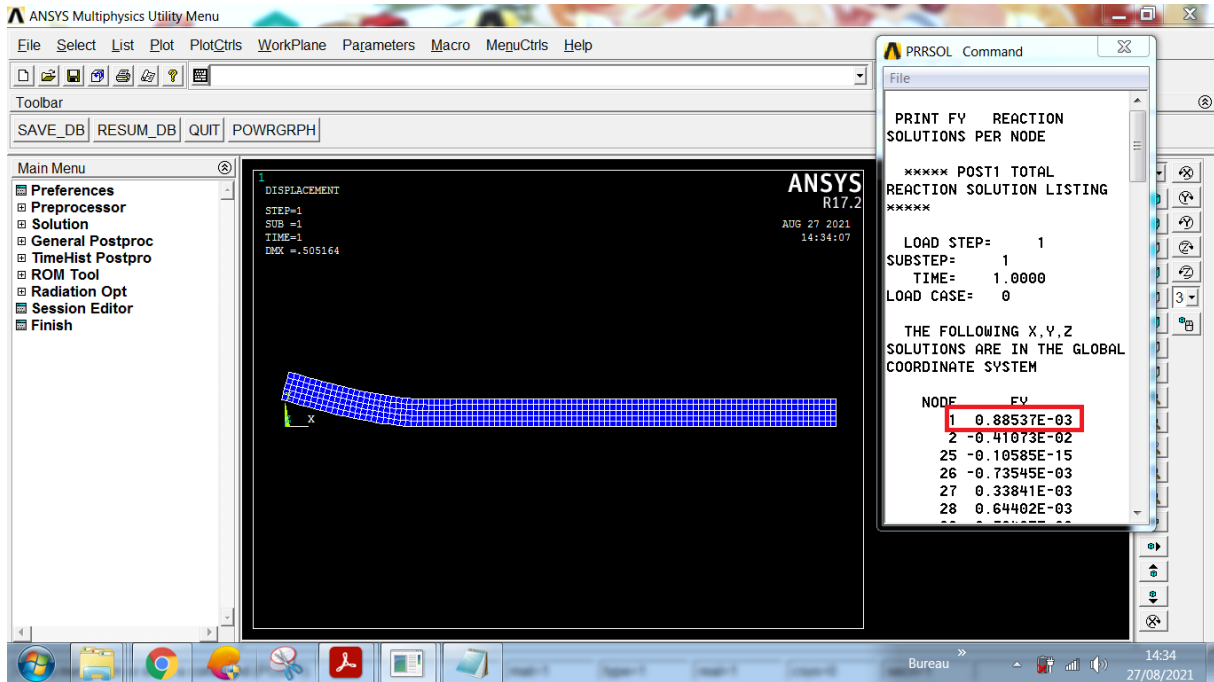


Figure A4-23 : $a = 4.8$

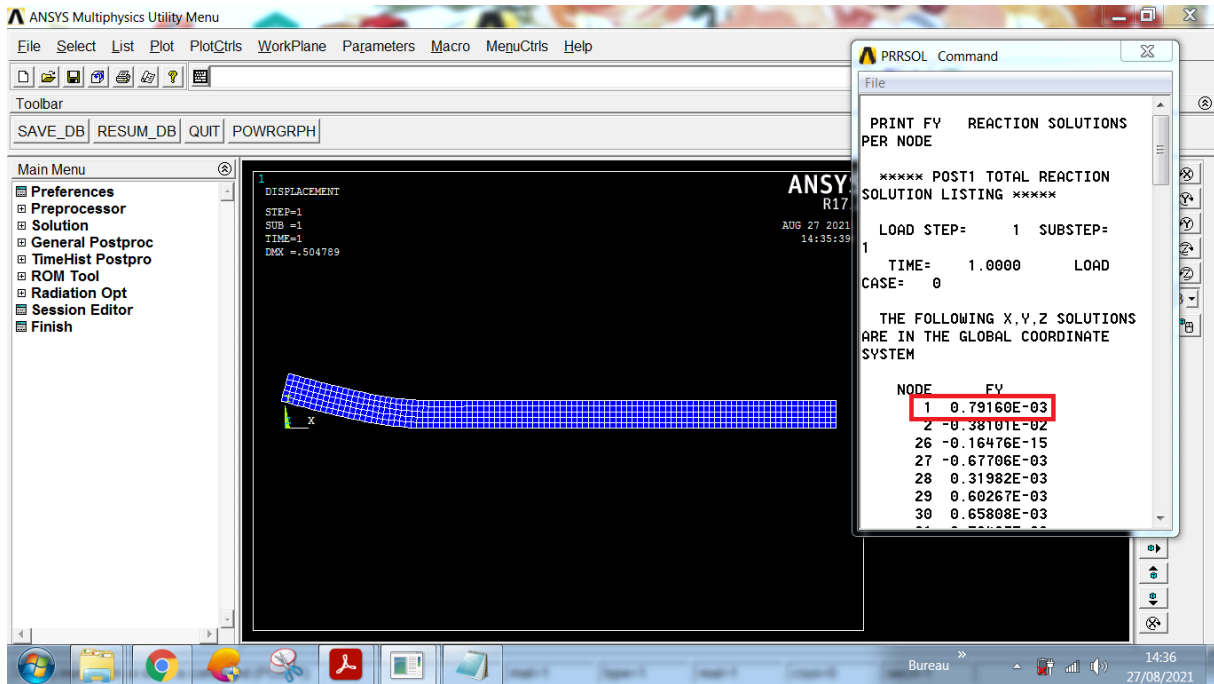


Figure A4-24 : $a = 5$

Déplacement imposée :

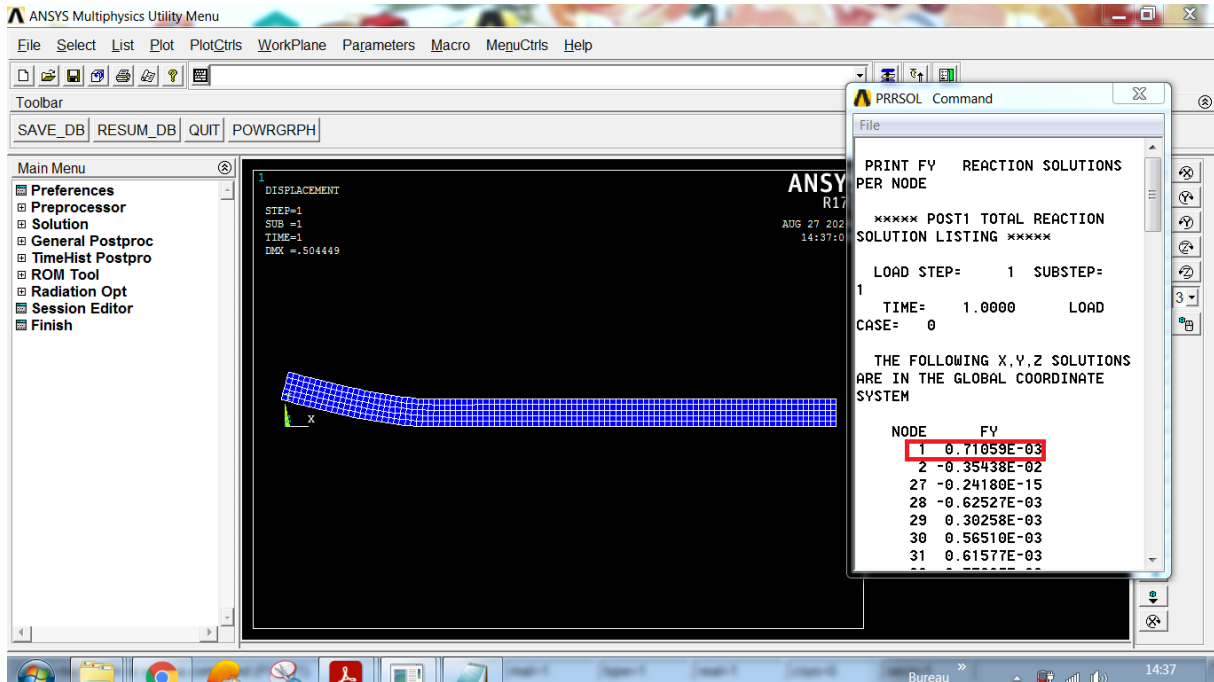


Figure A4-25 : a = 5

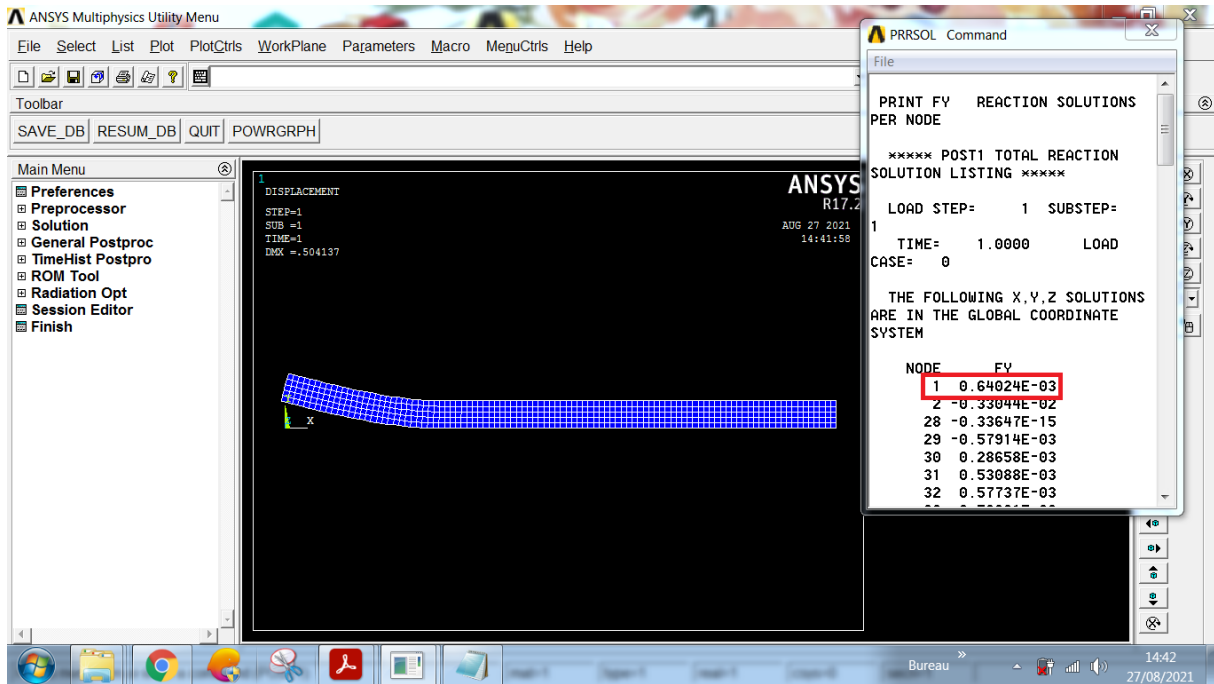


Figure A4-26 : a = 5.2

Déplacement imposée :

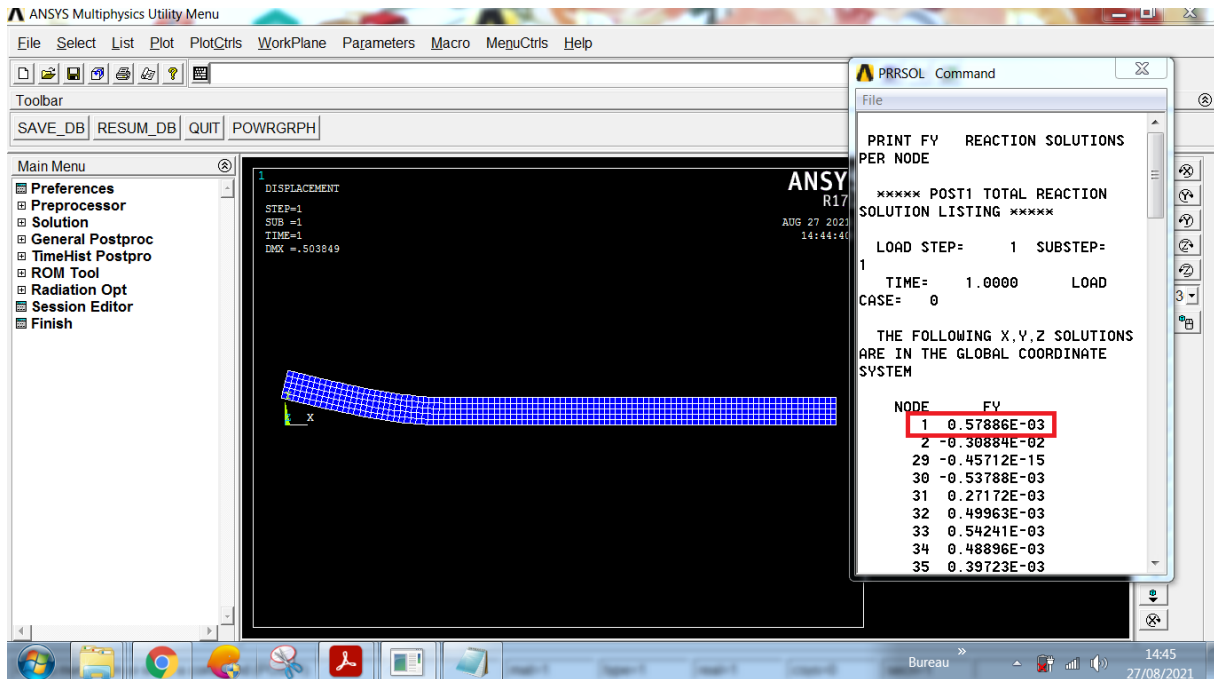


Figure A4-27 : $a = 5.4$

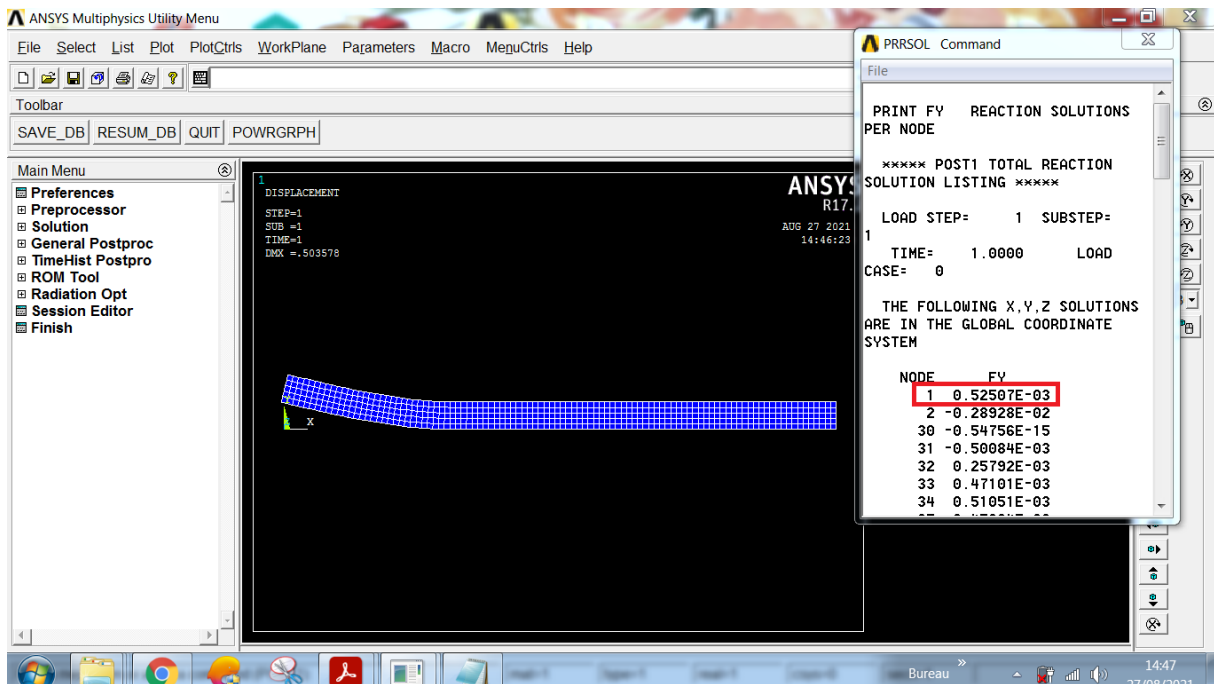


Figure A4-28 : $a = 5.6$

Déplacement imposée :

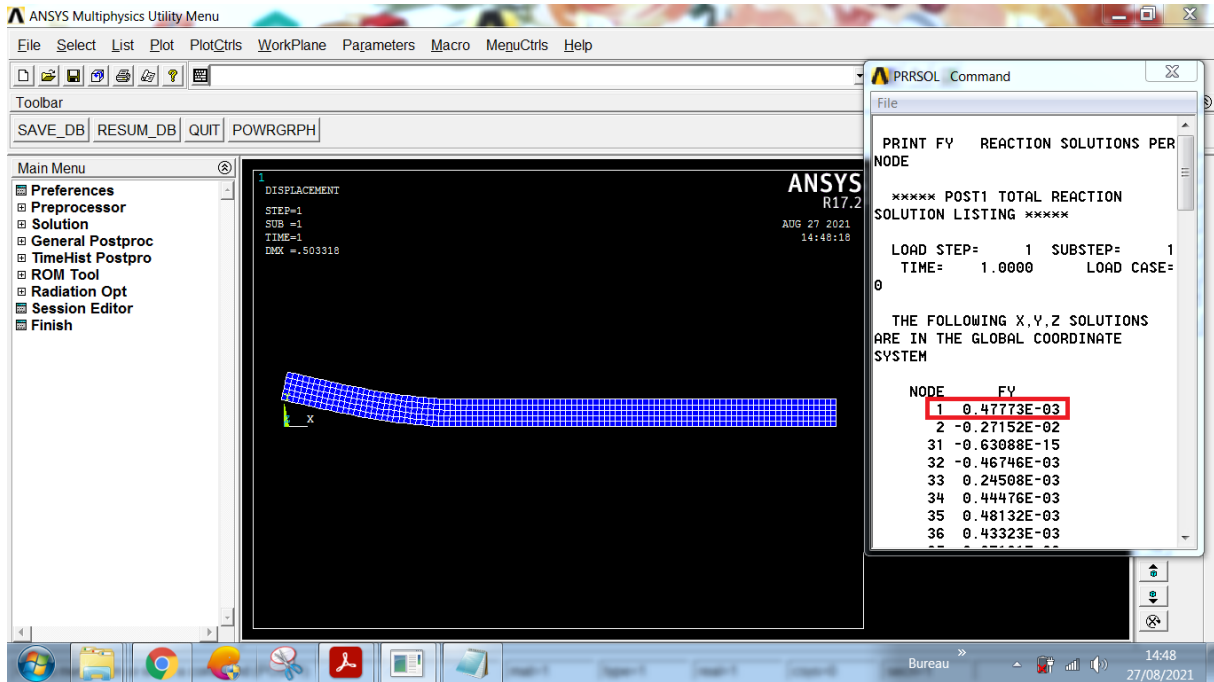


Figure A4-29 : $a = 5.8$

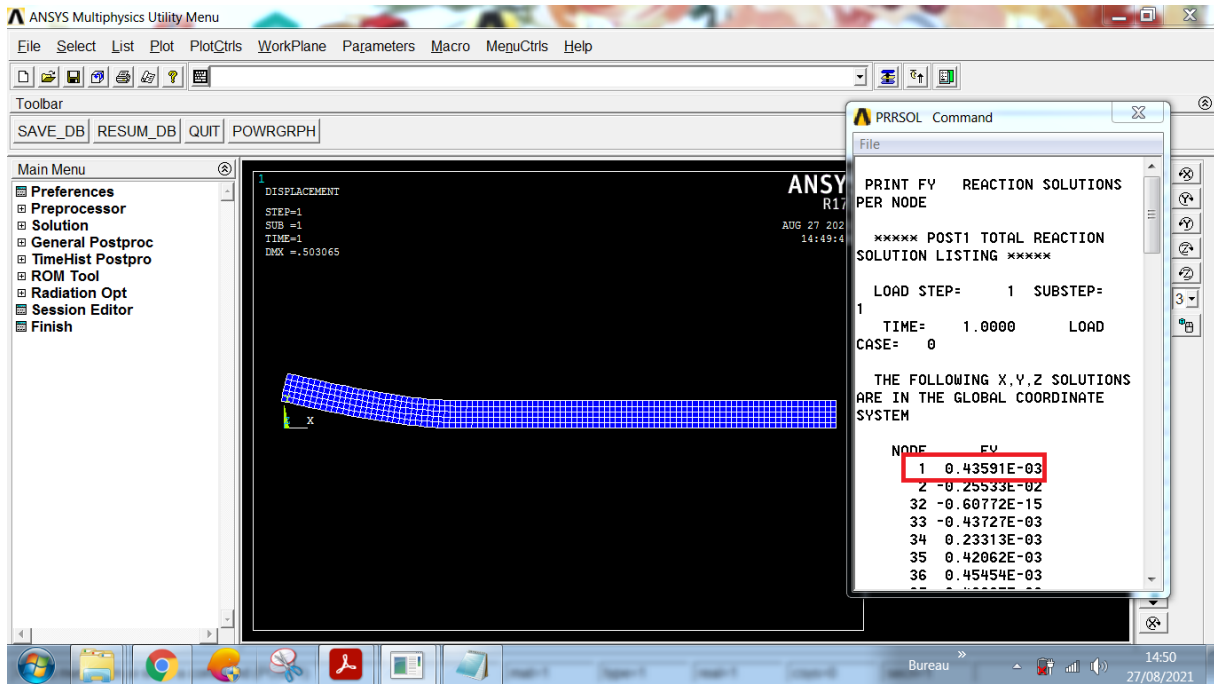


Figure A4-30 : $a = 6$

Déplacement imposée :

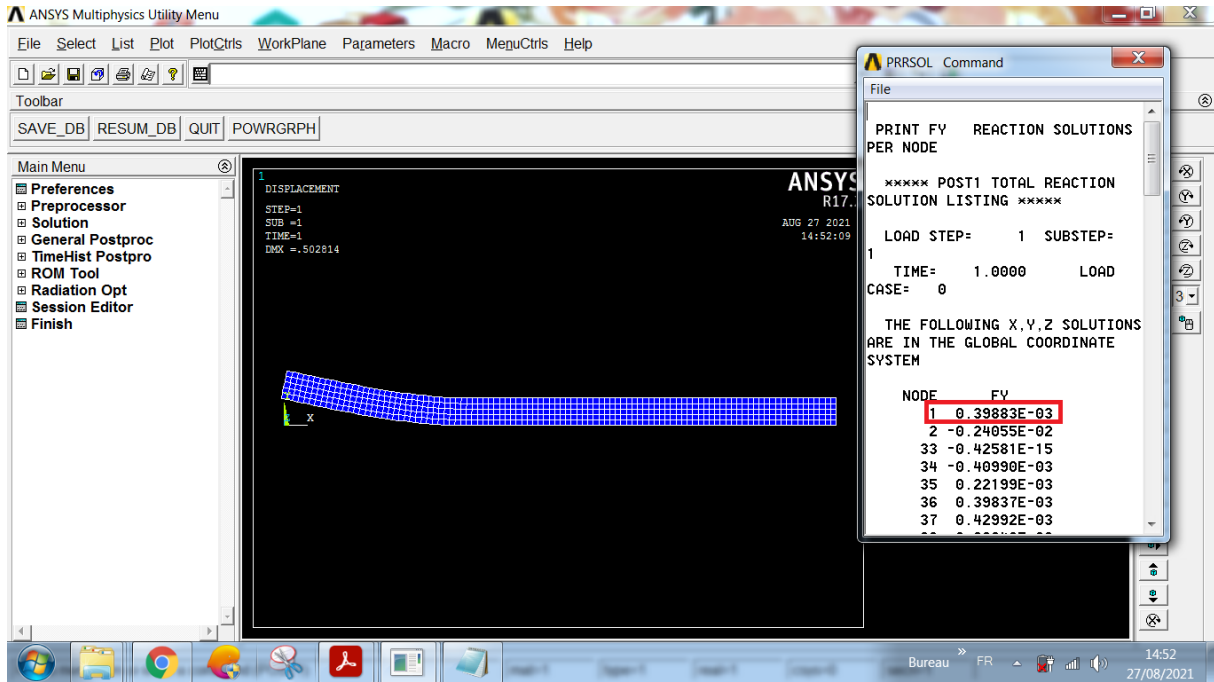


Figure A4-31 : $a = 6.2$

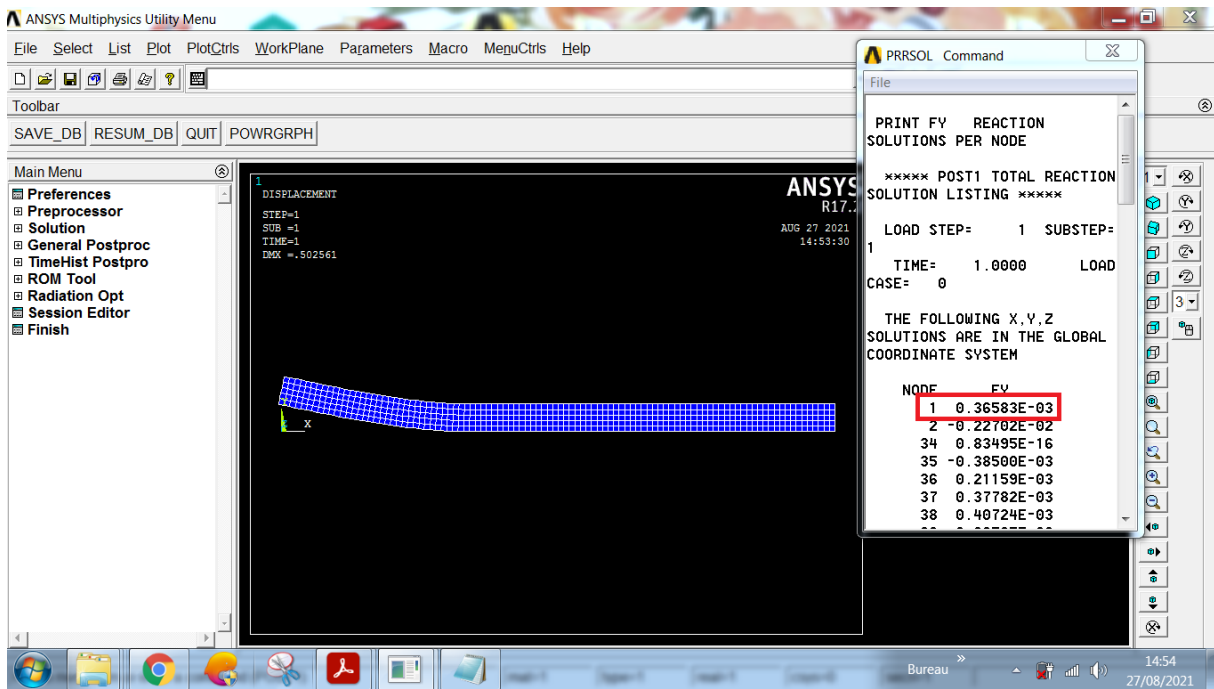


Figure A4-32 : $a = 6.4$

Déplacement imposée :

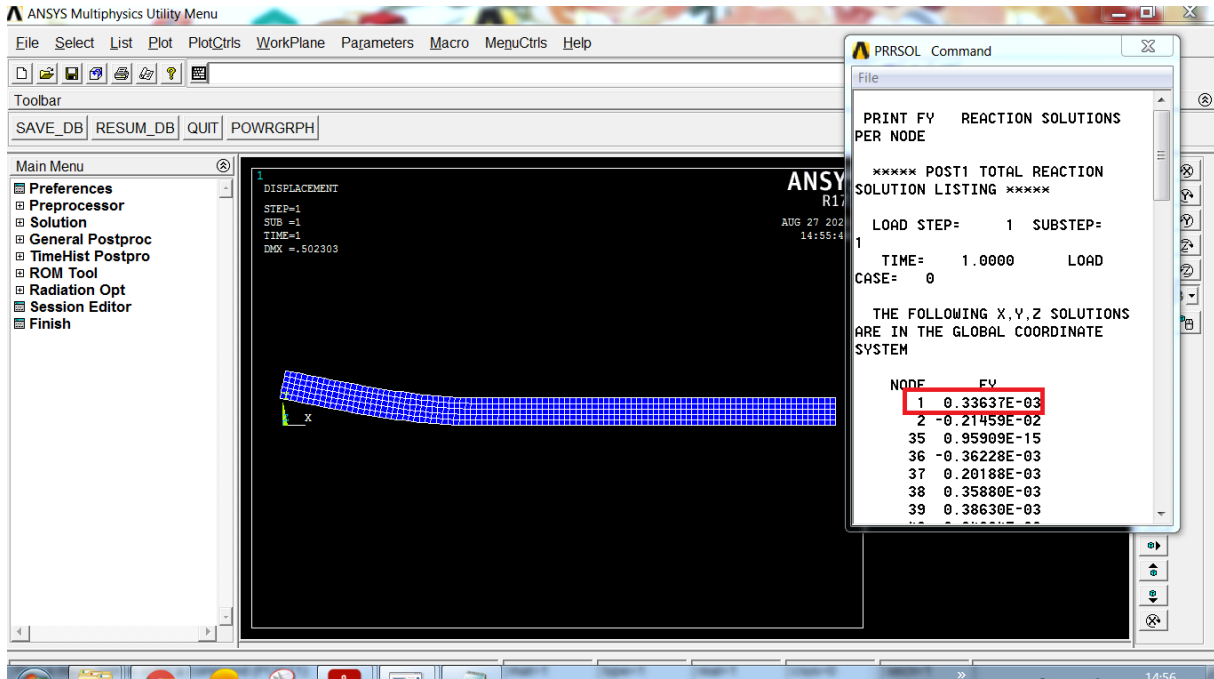


Figure A4-33 : $a = 6.6$

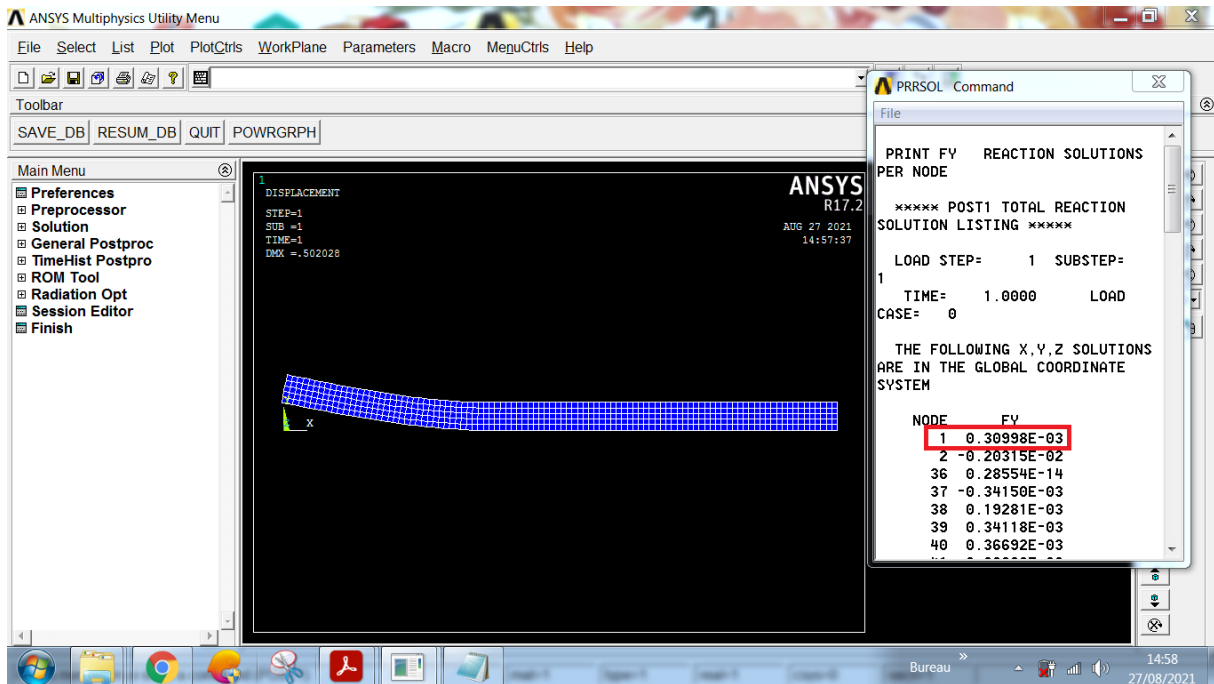


Figure A4-34 : $a = 6.8$

Déplacement imposée :

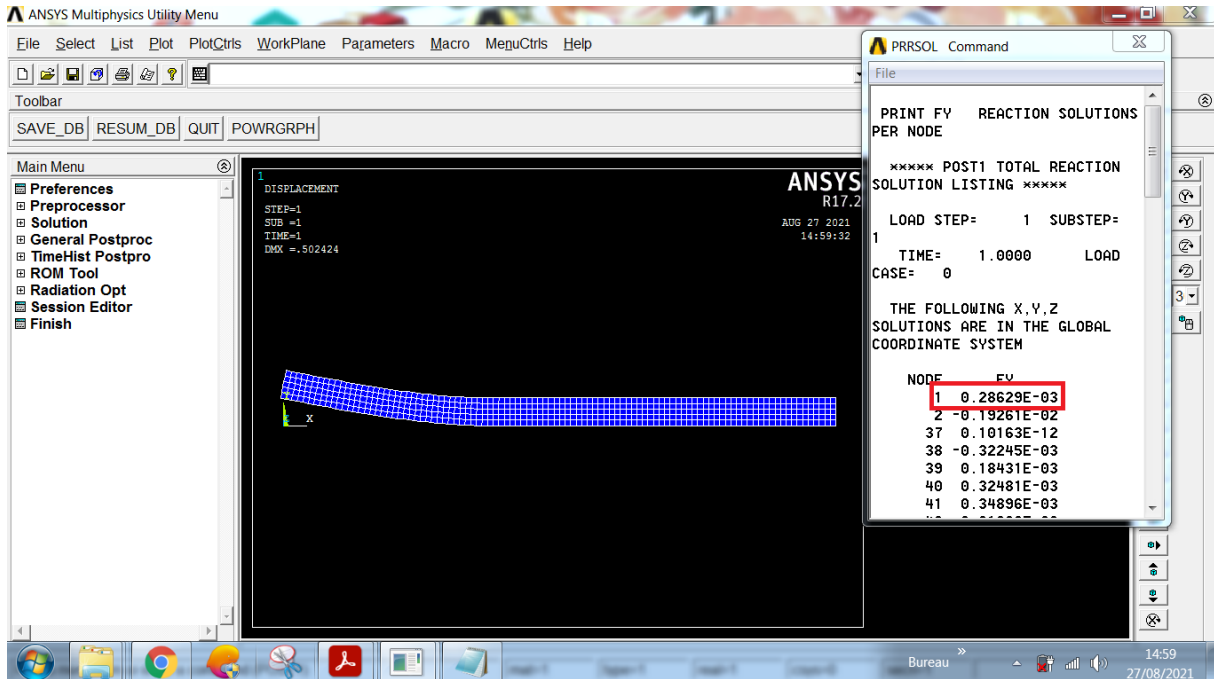


Figure A4-35 : a = 7

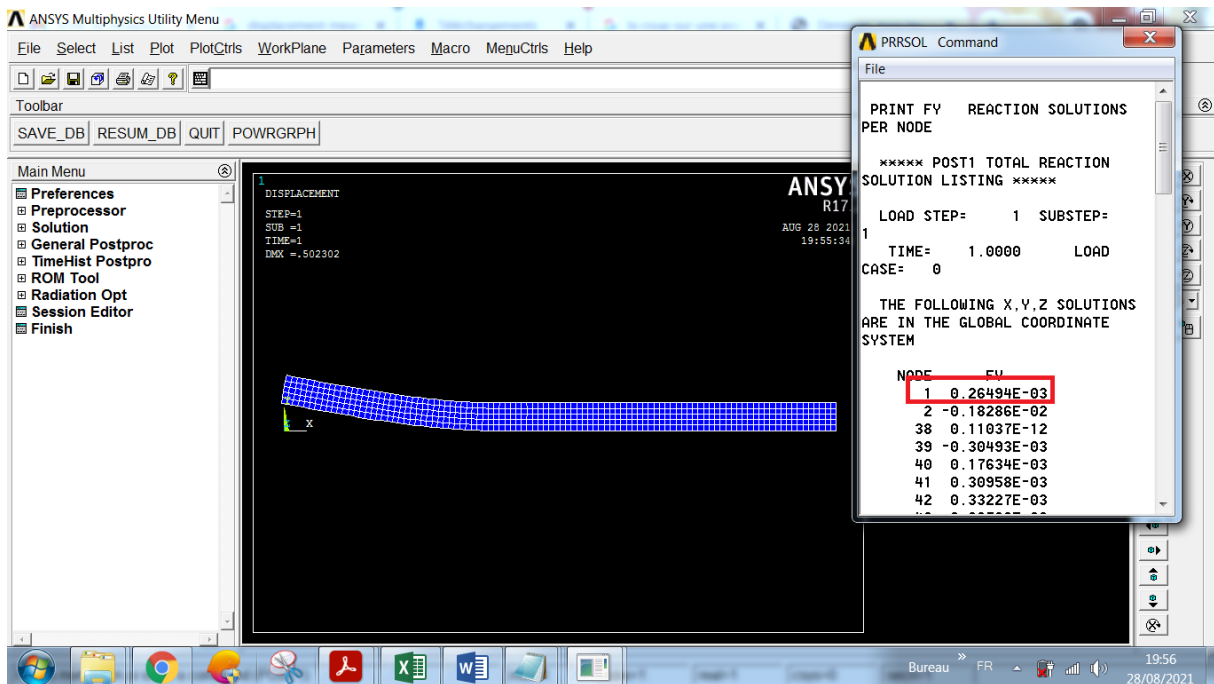


Figure A4-36 : a = 7.2

Déplacement imposée :

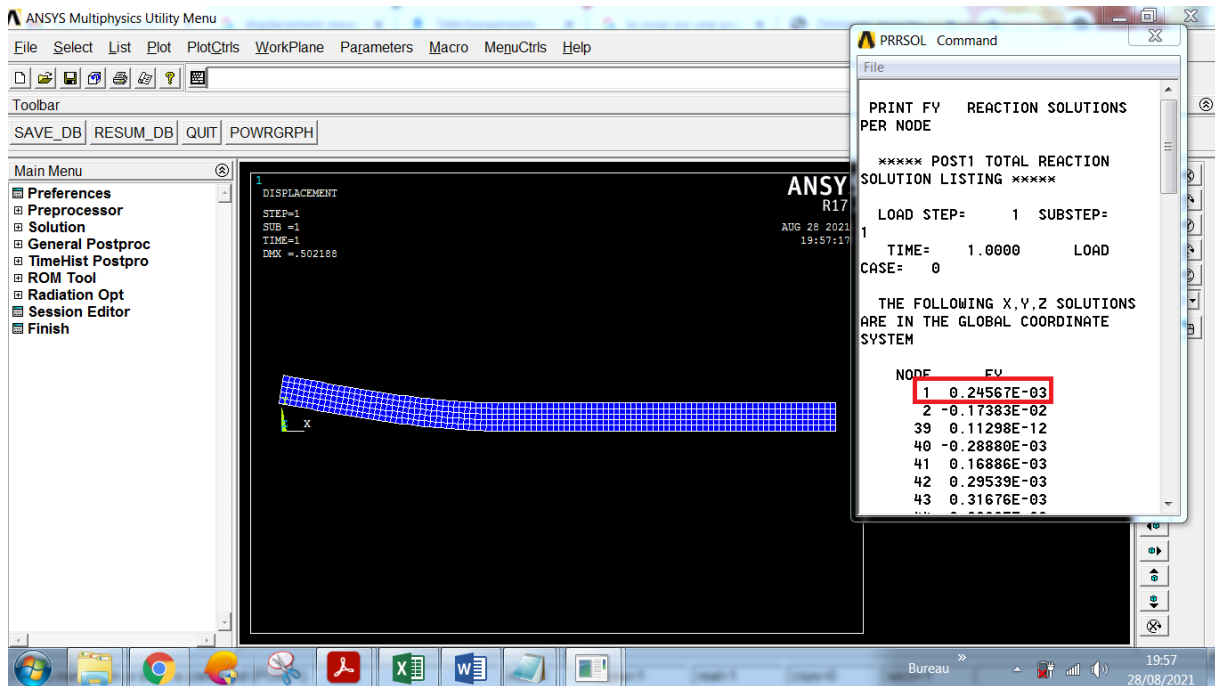


Figure A4-37 : $a = 7.4$

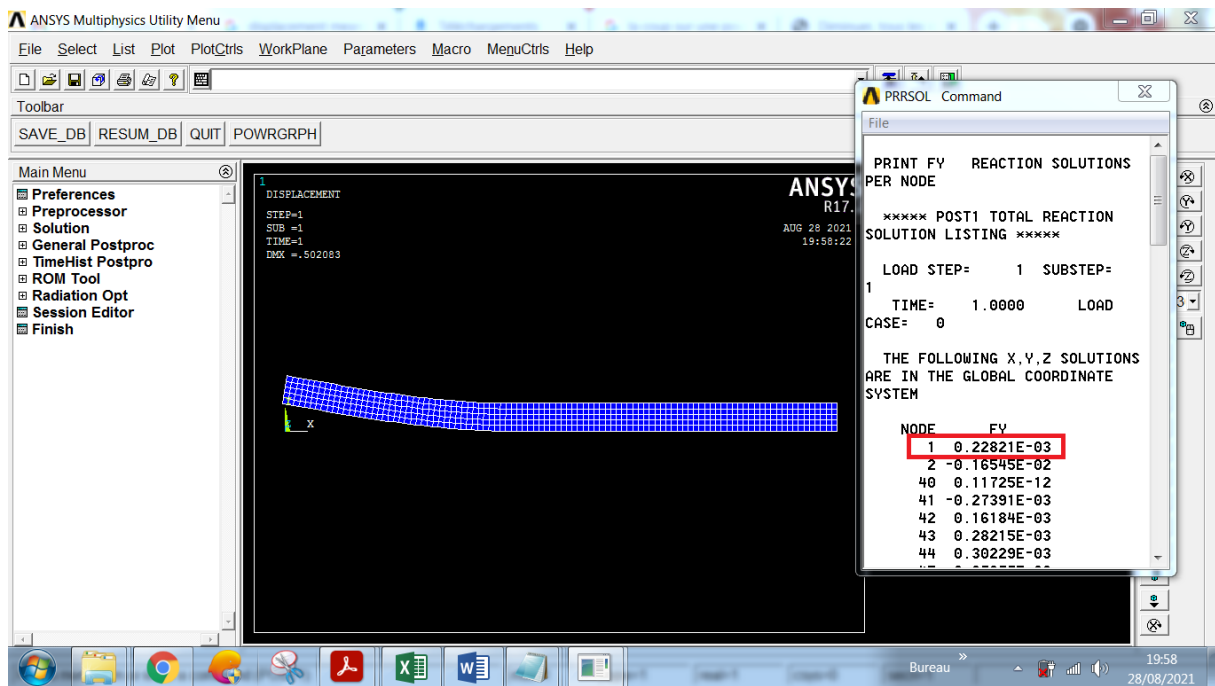


Figure A4-38 : $a = 7.6$

Déplacement imposée :

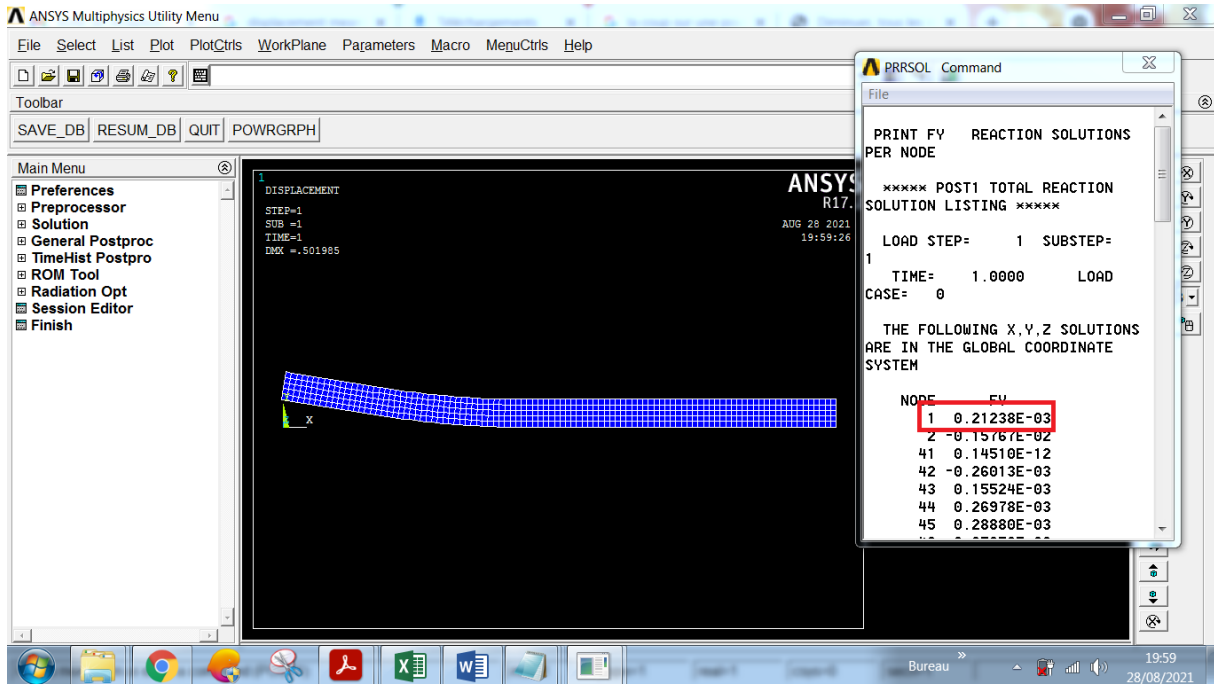


Figure A4-39 : $a = 7.8$

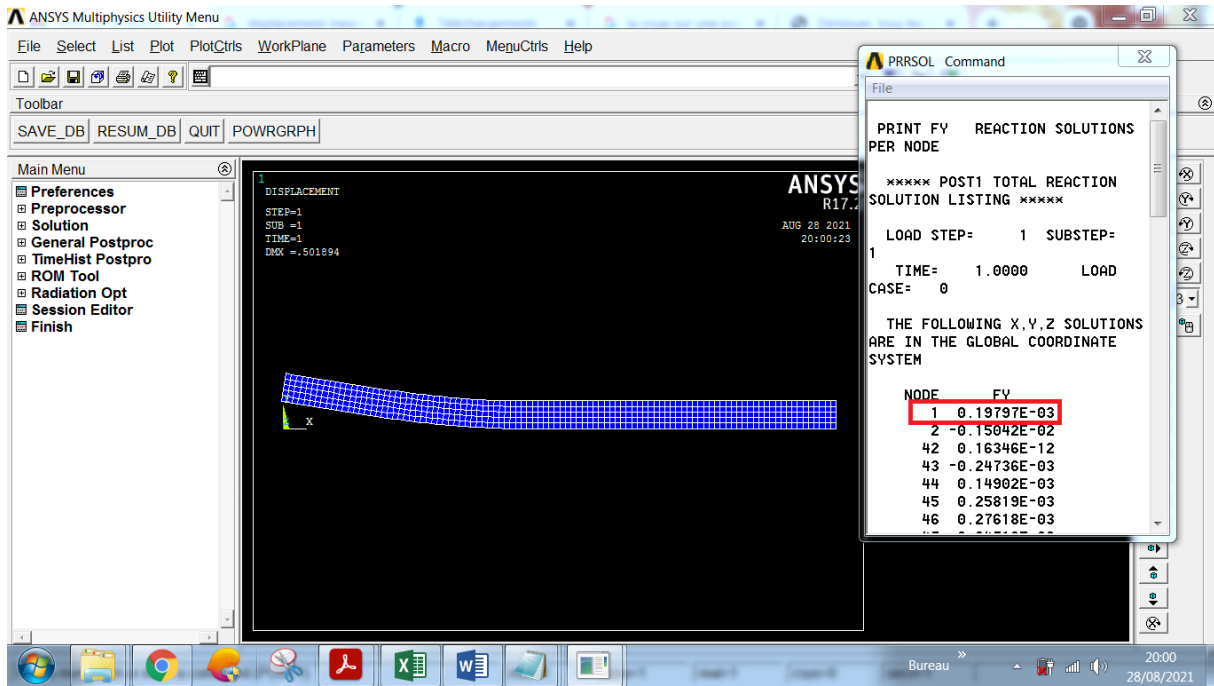


Figure A4-40 : $a = 8$

Déplacement imposée :

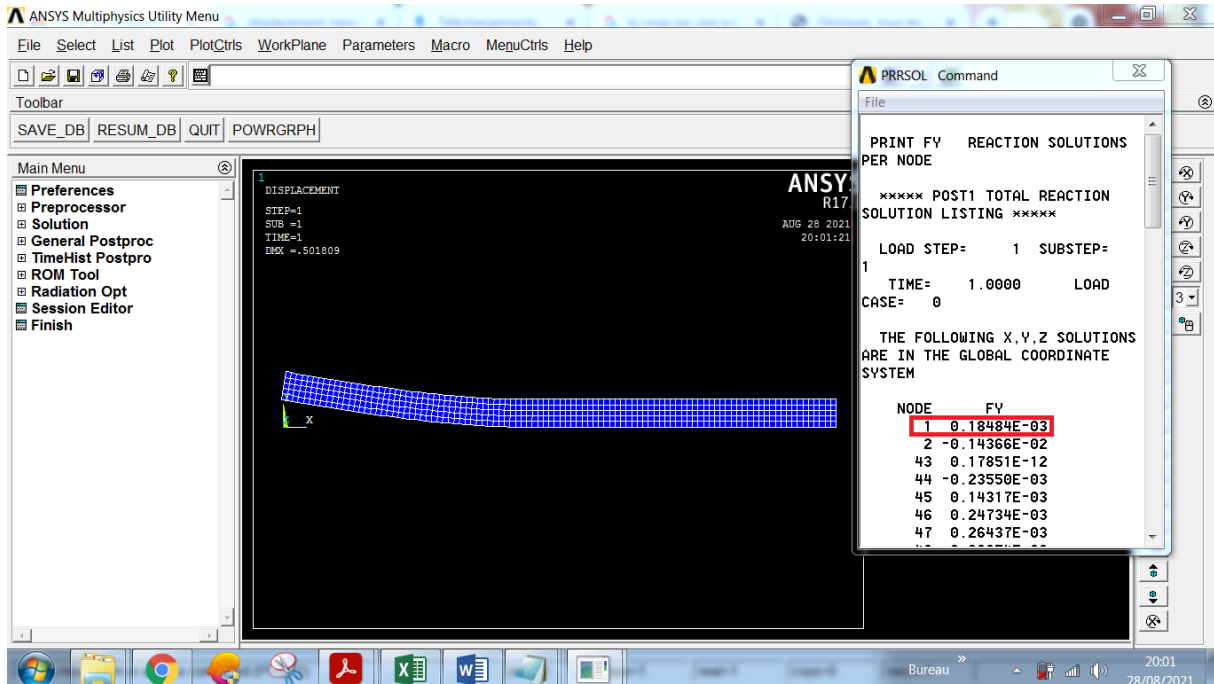


Figure A4-41 : $a = 8.2$

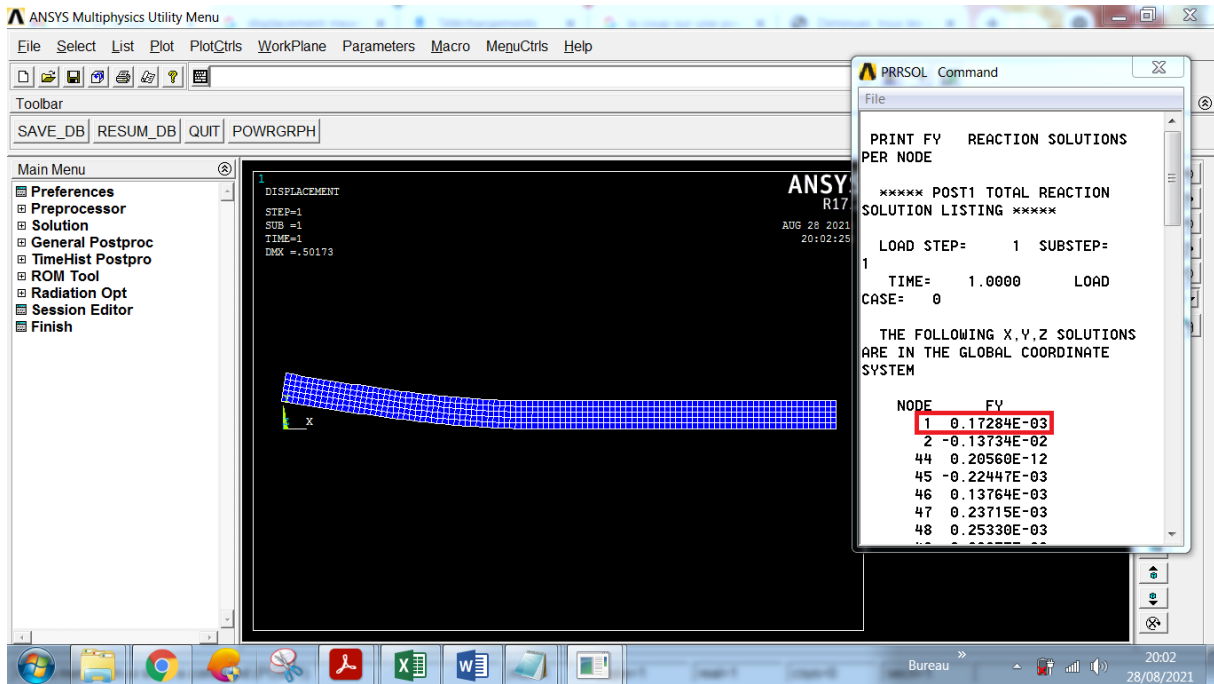


Figure A4-42 : $a = 8.4$

Déplacement imposée :

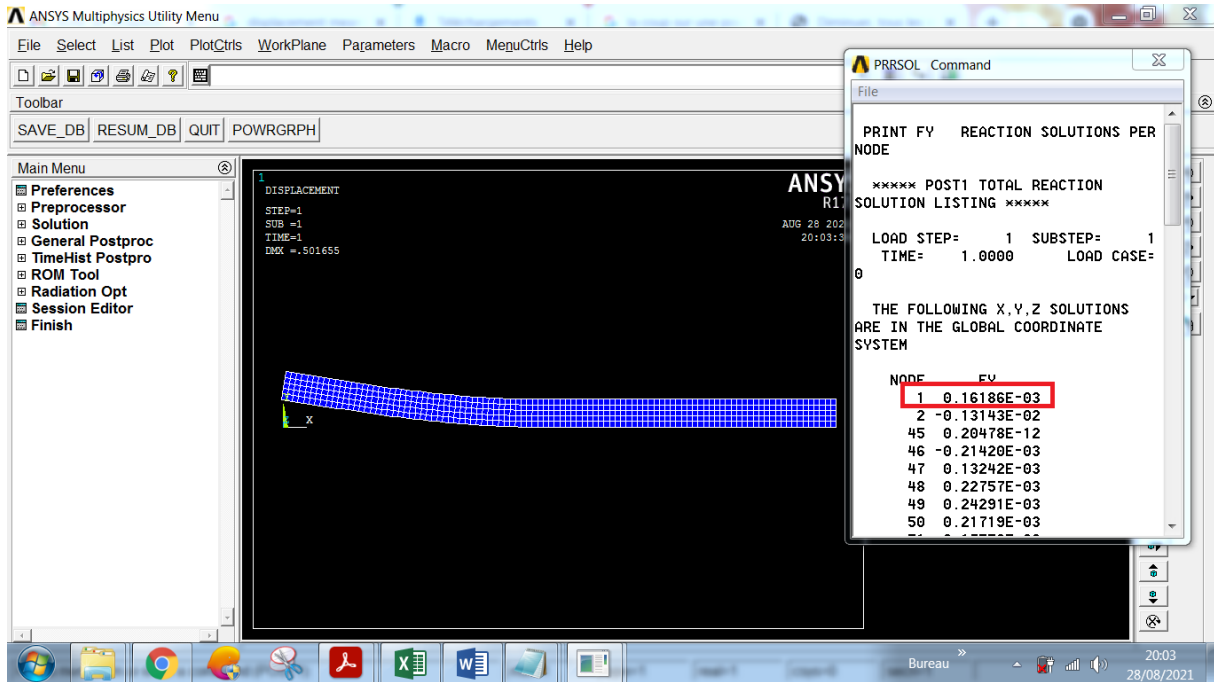


Figure A4-43 : $a = 8.6$

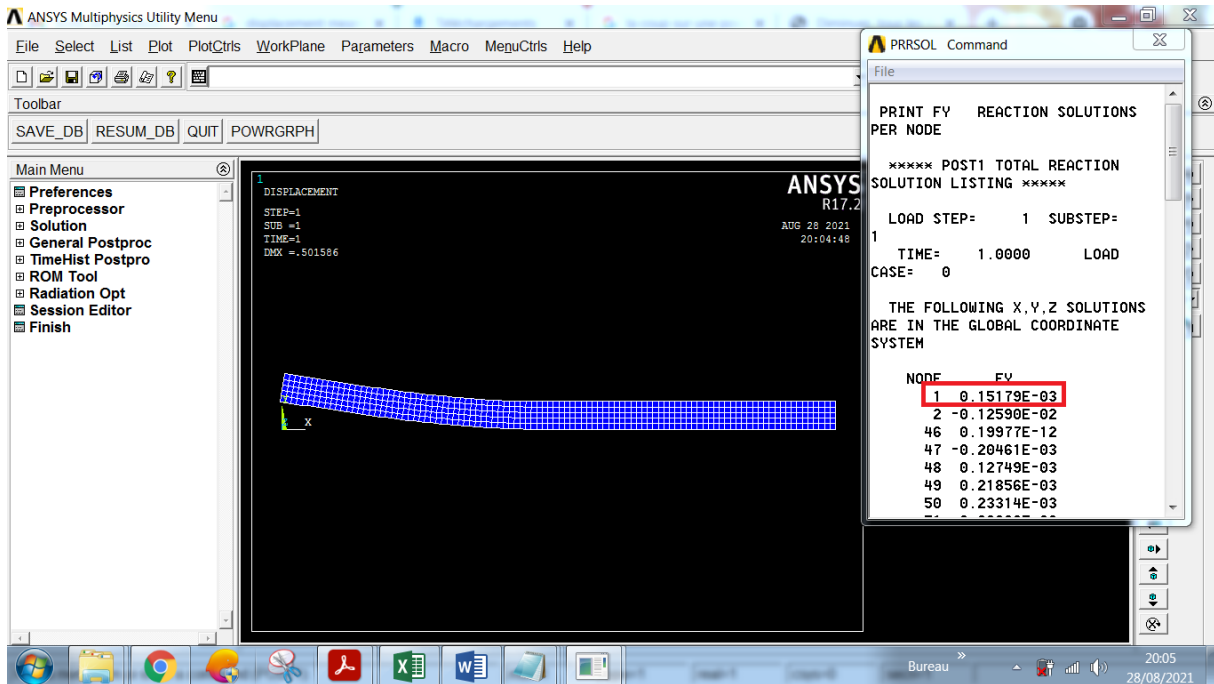


Figure A4-44 : $a = 8.8$

Déplacement imposée :

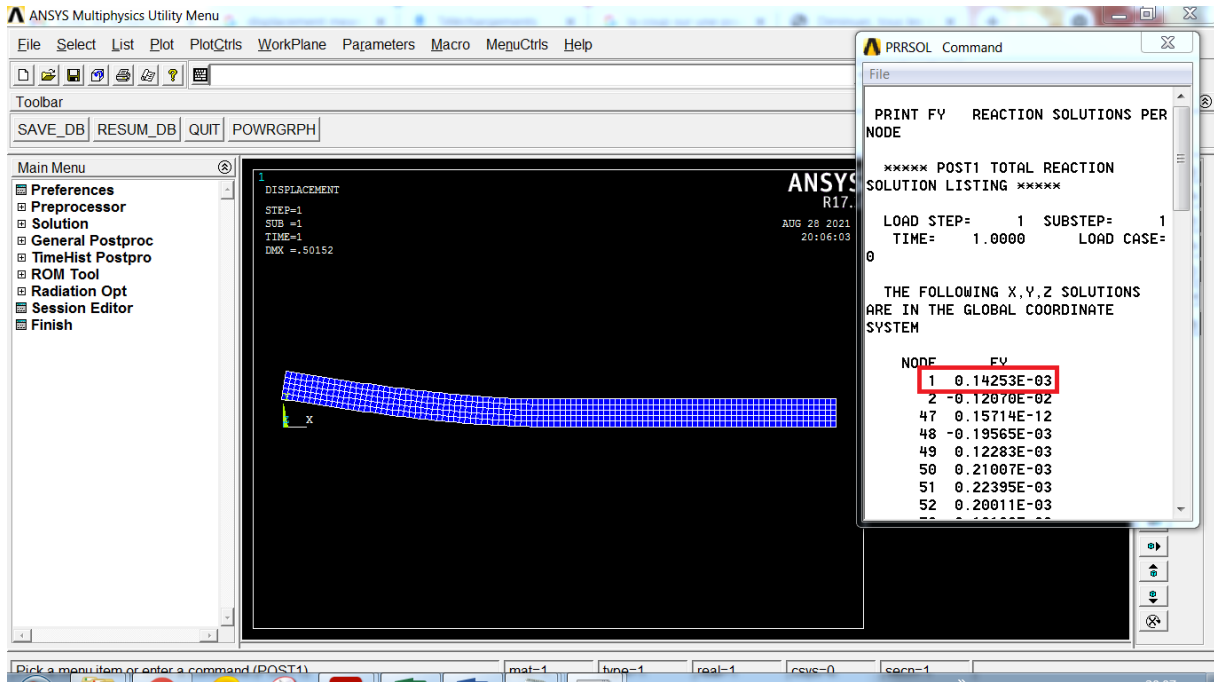


Figure A4-45 : a = 9

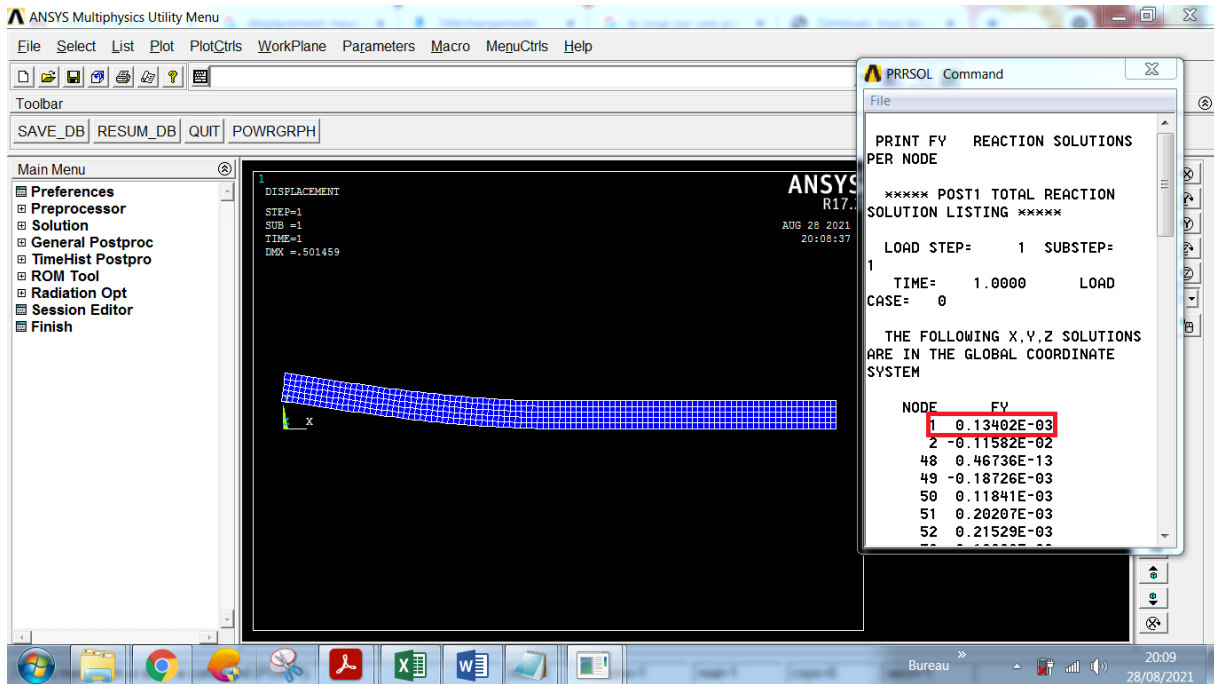


Figure A4-46 : a = 9.2

Déplacement imposée :

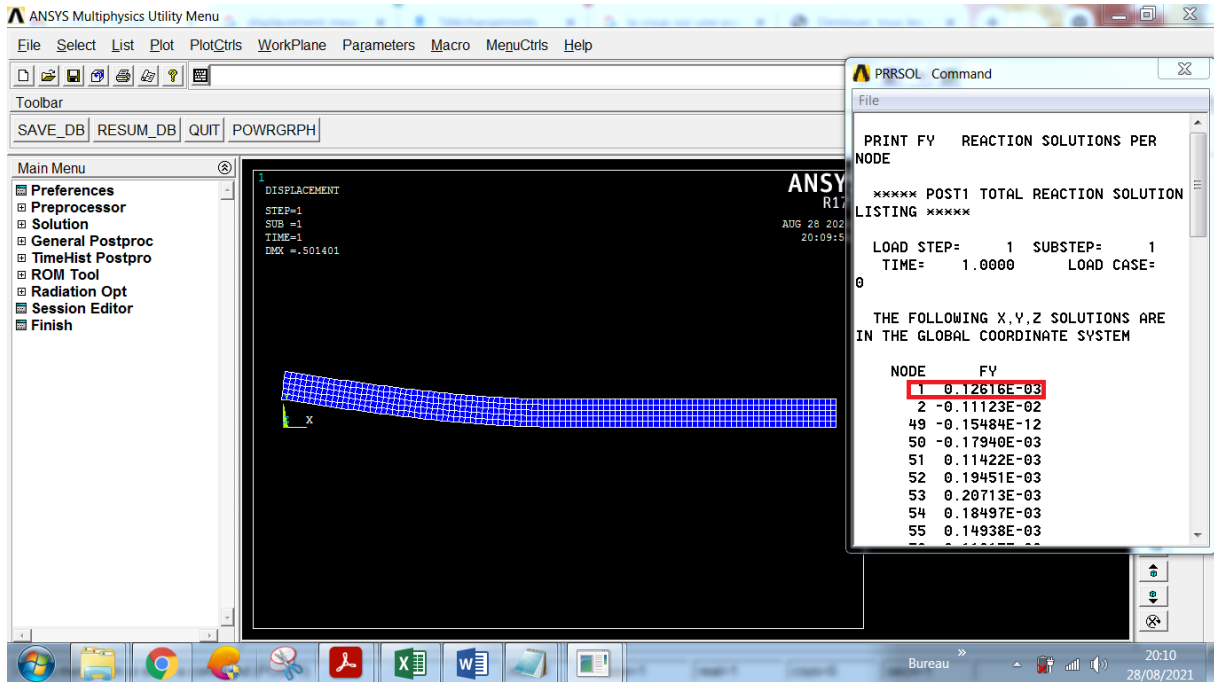


Figure A4-47 : $a = 9.4$

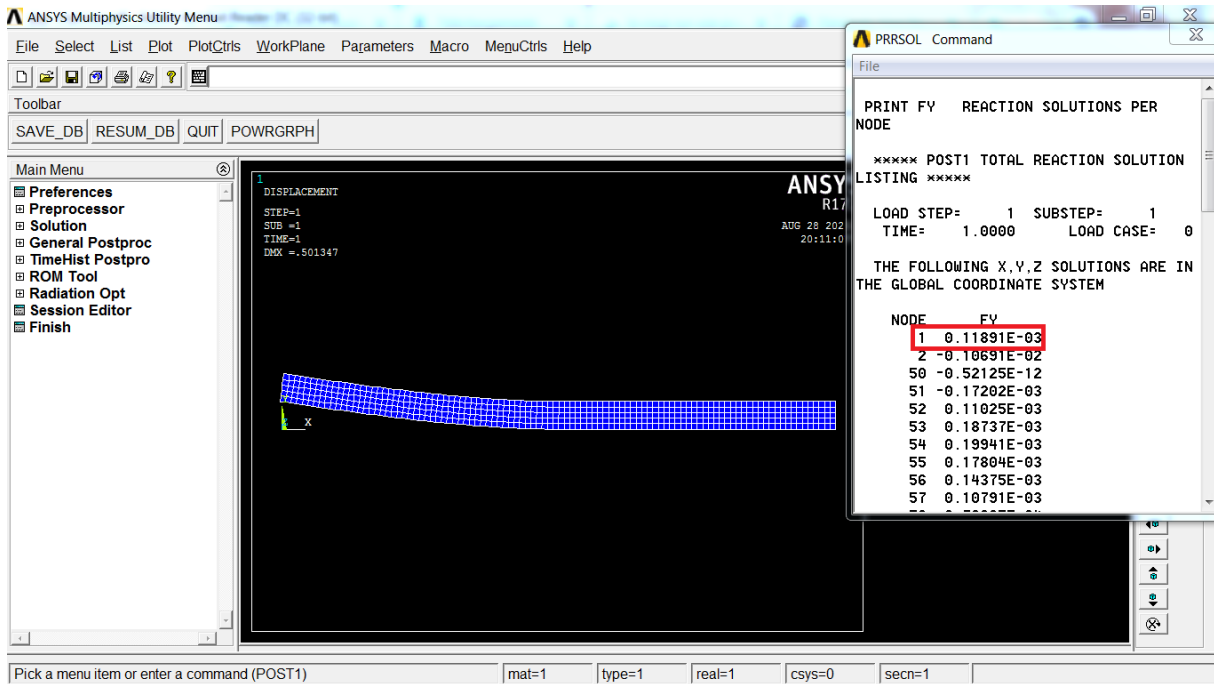


Figure A4-48 : $a = 9.6$

Déplacement imposée :

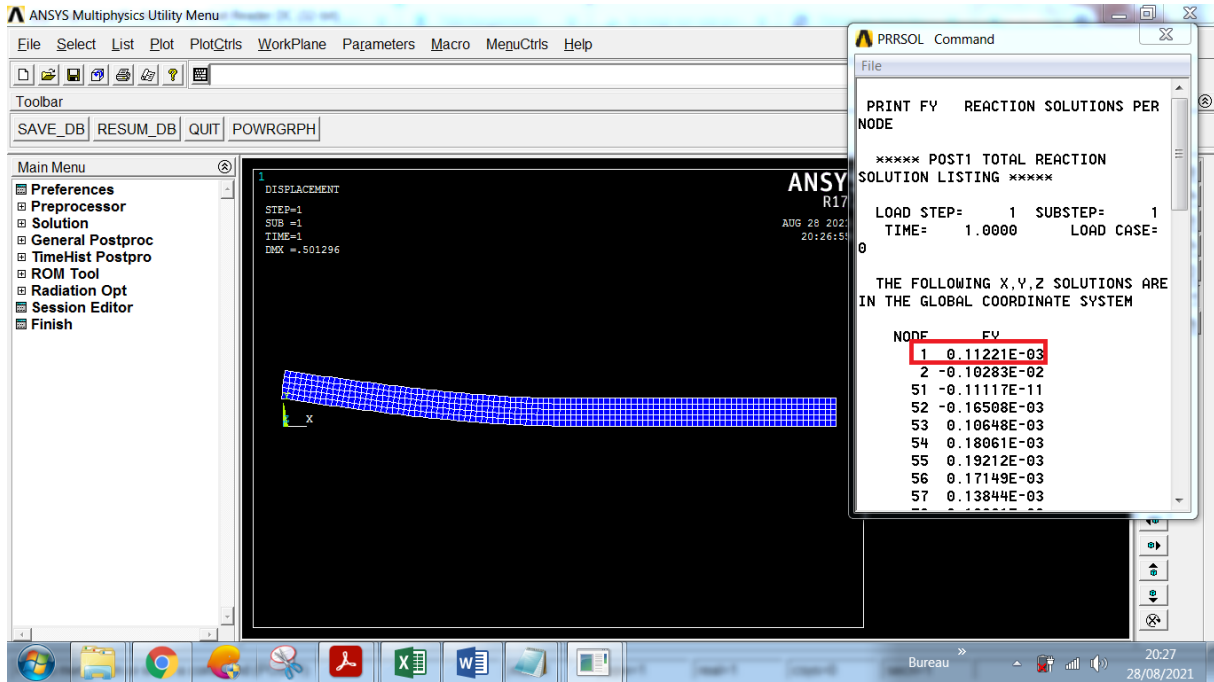


Figure A4-49 : $a = 9.8$

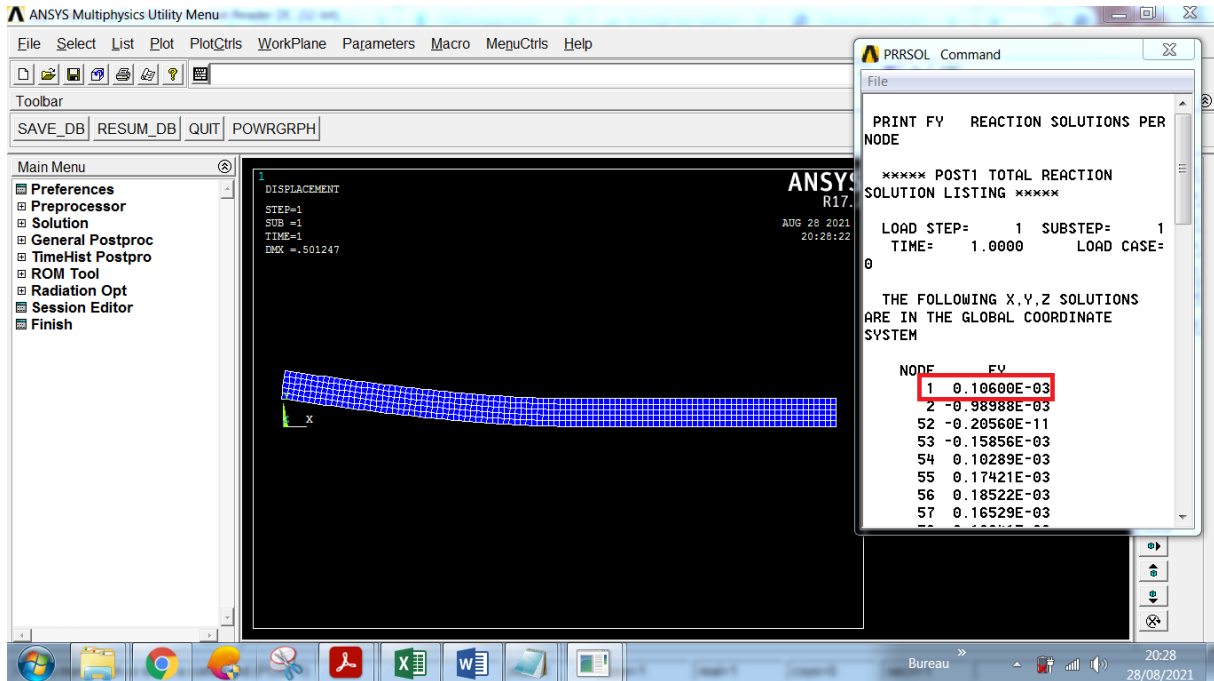


Figure A4-50 : $a = 10$

Déplacement imposée :

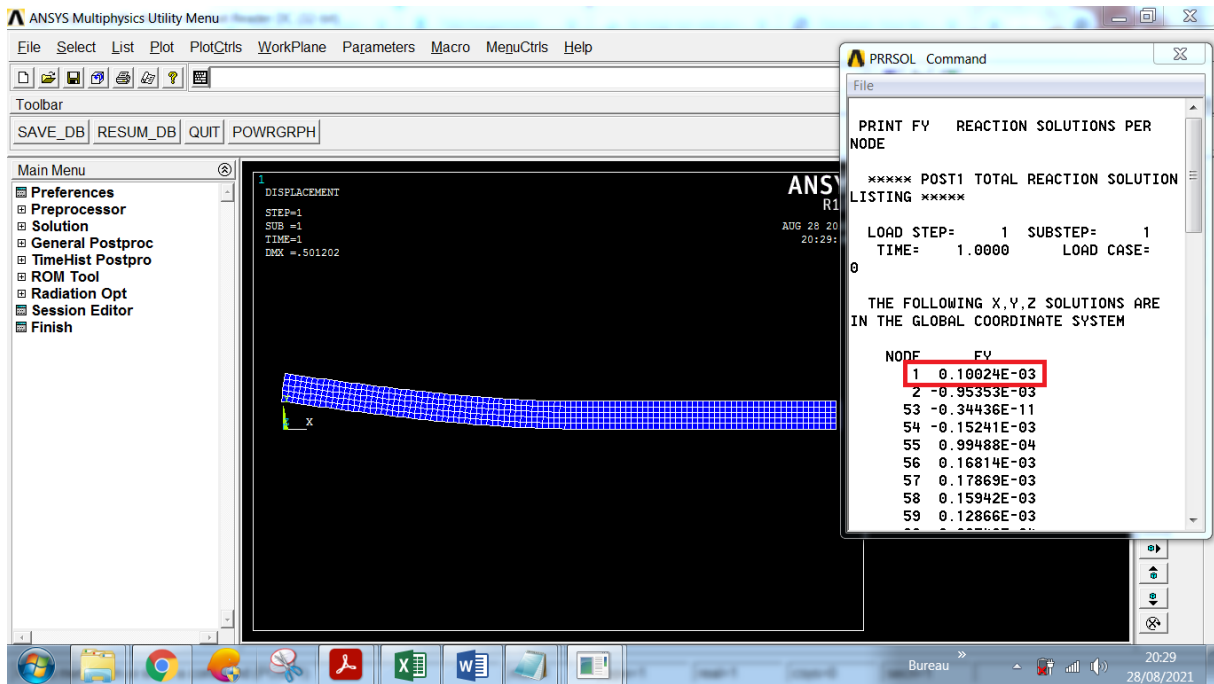


Figure A4-51 : $a = 10.2$

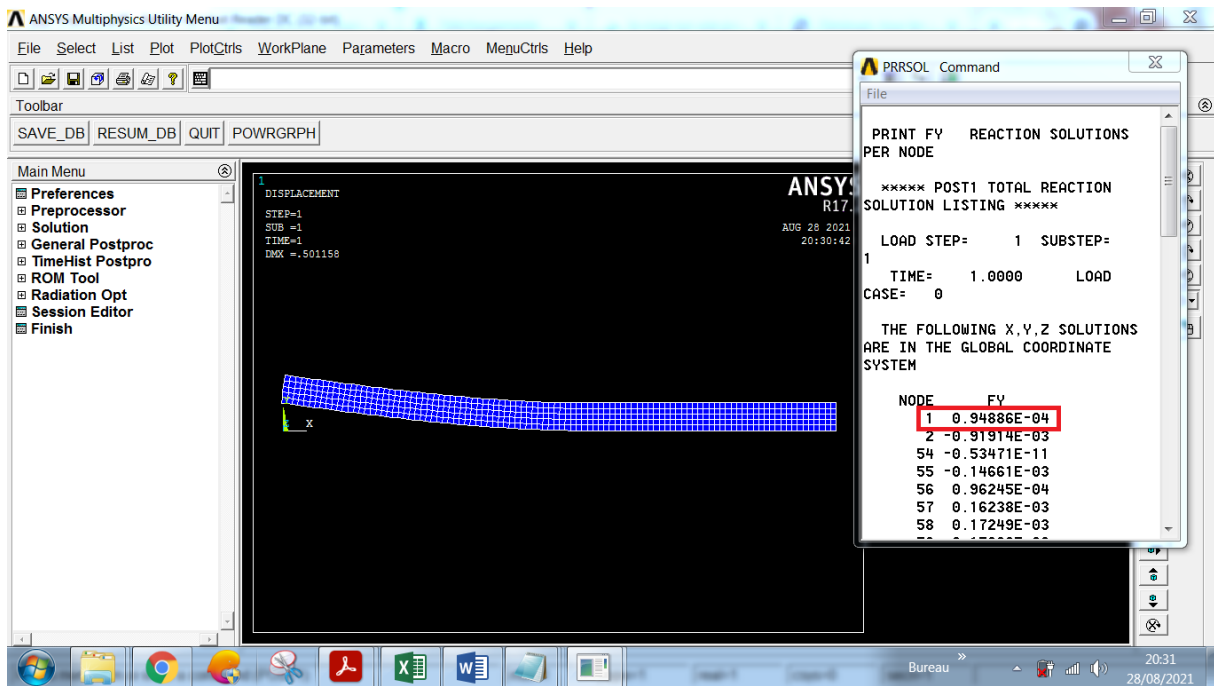


Figure A4-52 : $a = 10.4$

Déplacement imposée :

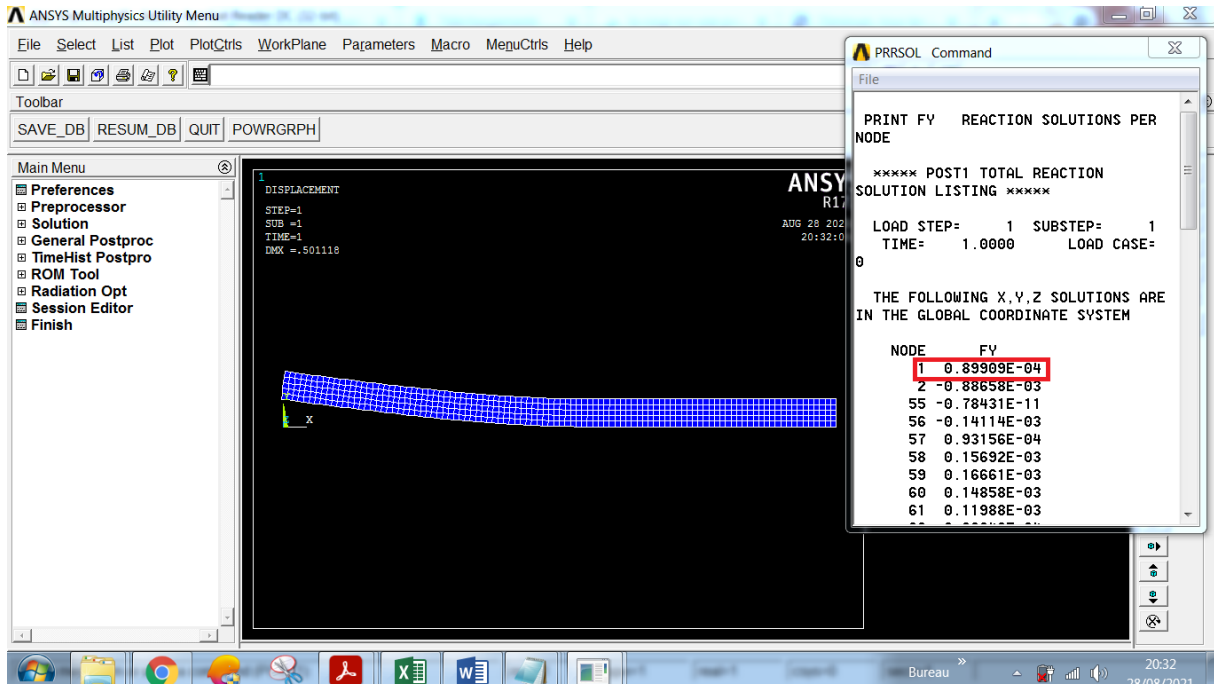


Figure A4-53 : $a = 10.6$

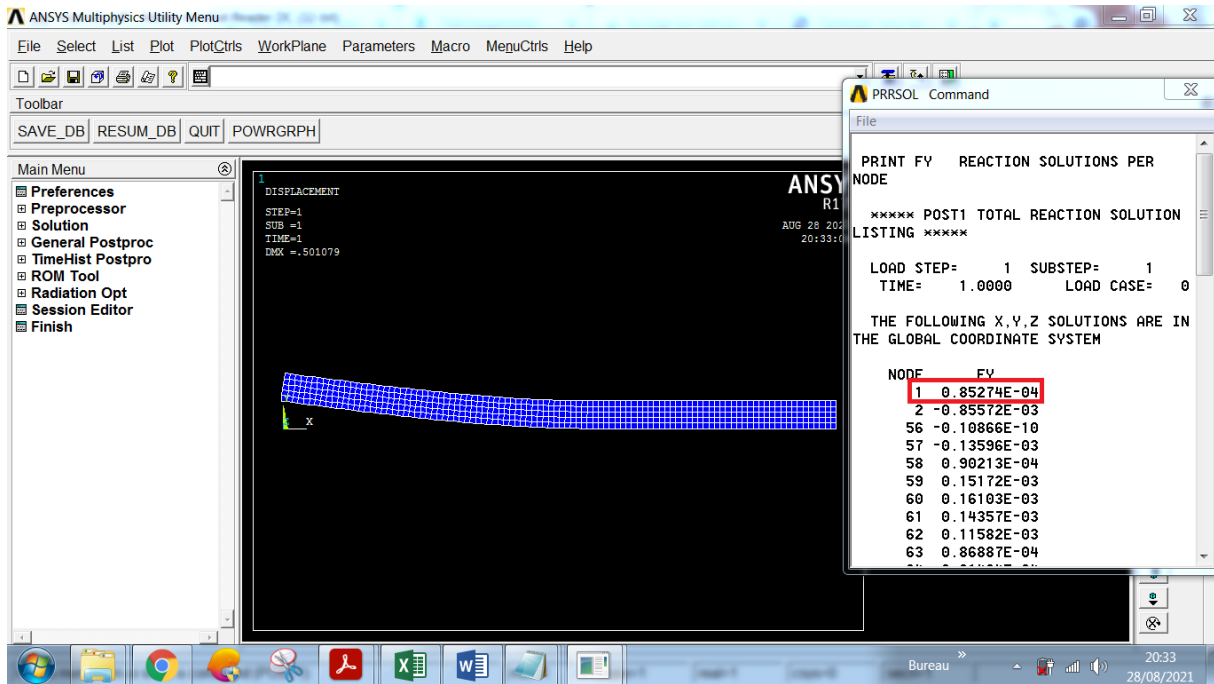


Figure A4-54 : $a = 10.8$

Déplacement imposée :

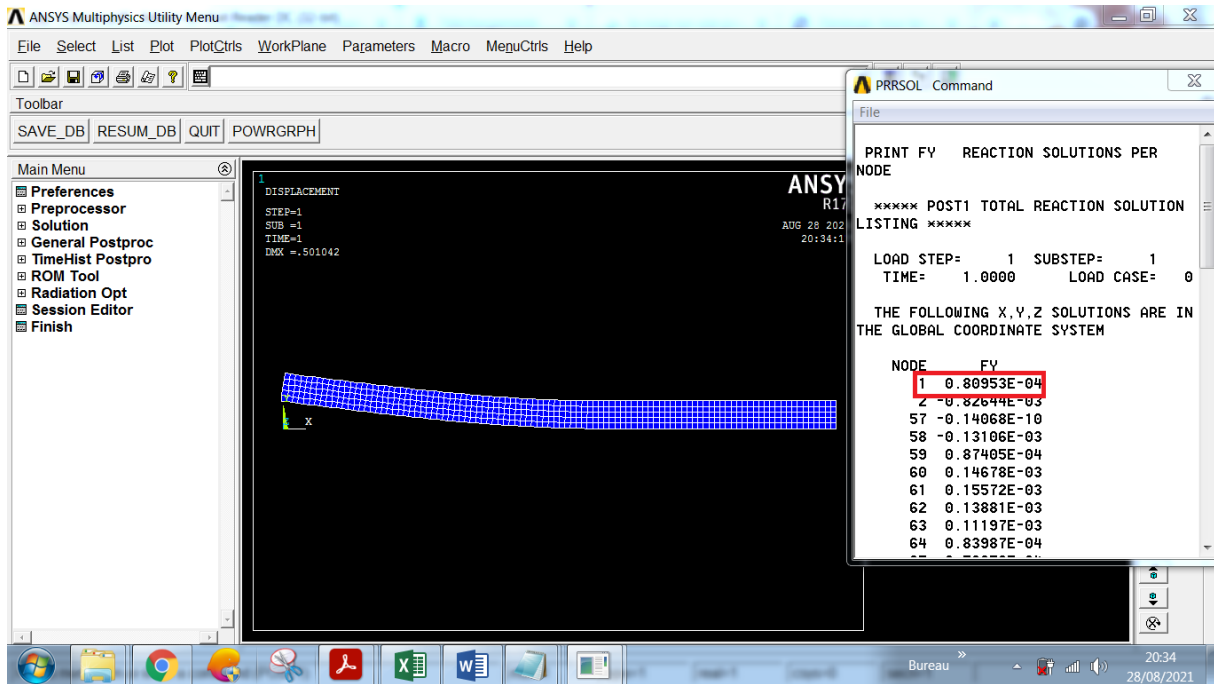


Figure A4-55 : a = 11

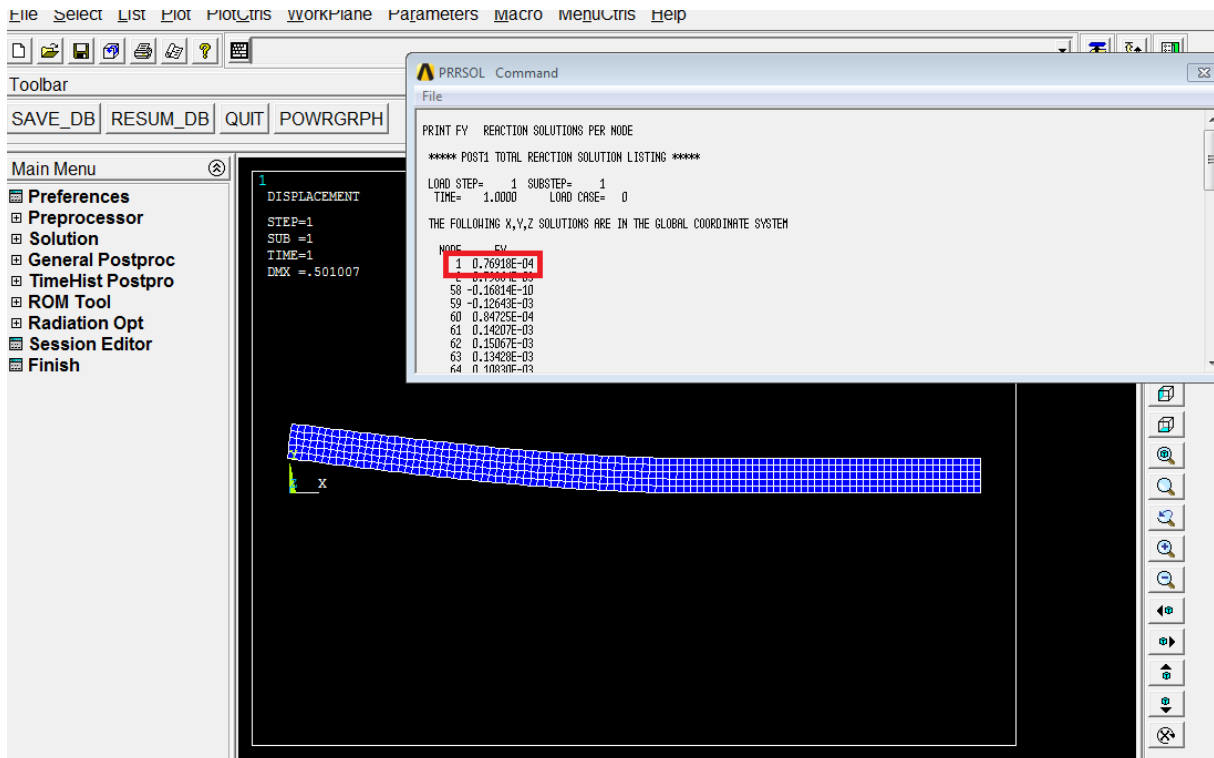


Figure A4-56 : a = 11.2

Déplacement imposée :

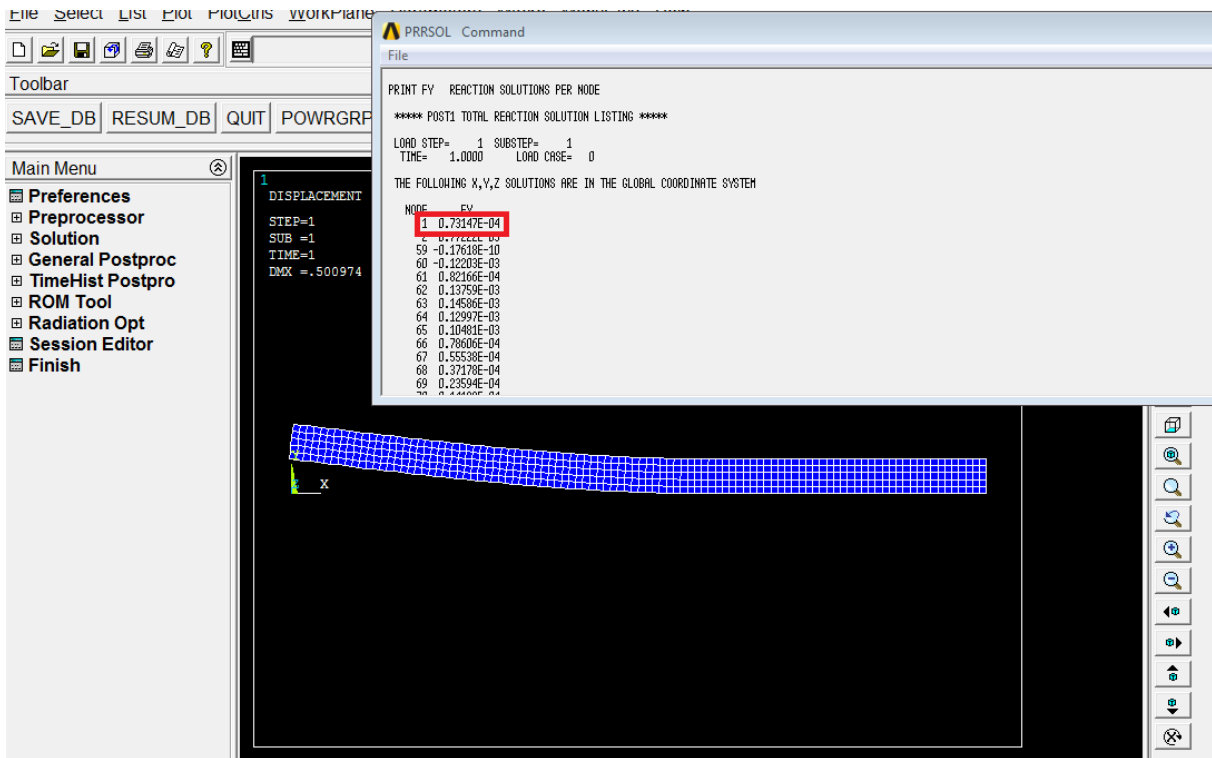


Figure A4-57 : $a = 11.4$

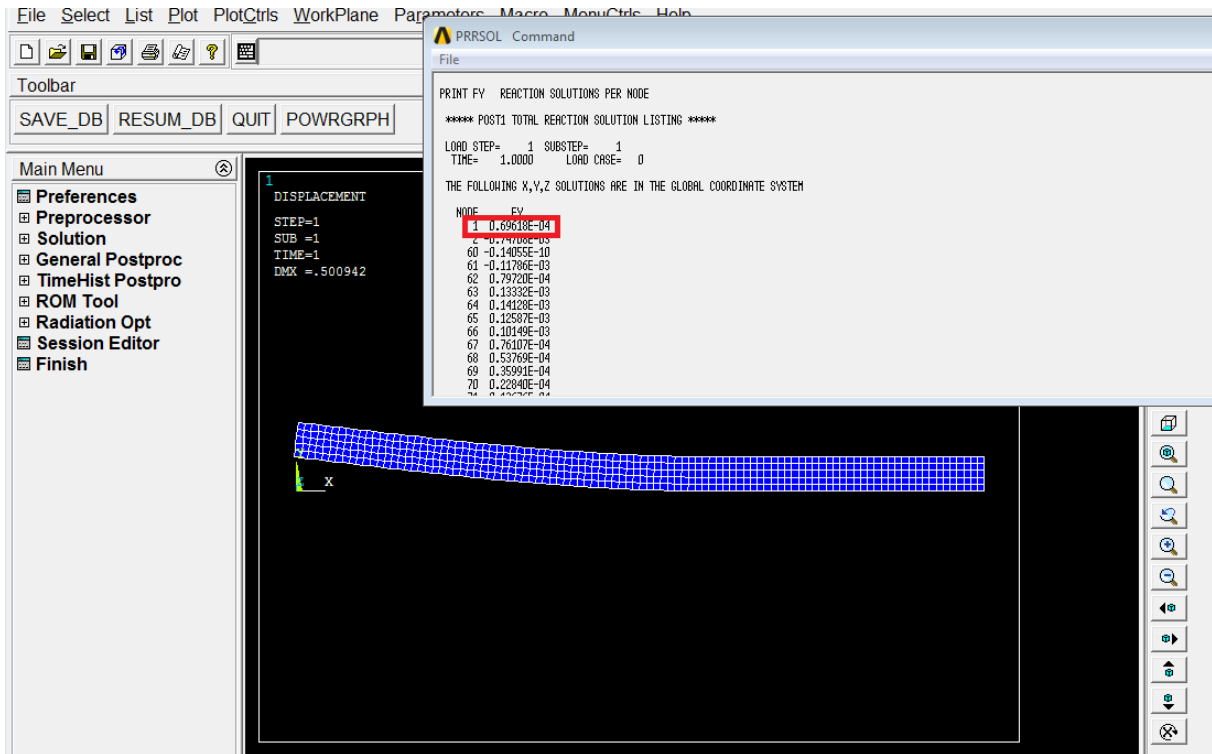


Figure A4-58 : $a = 11.6$

Déplacement imposée :

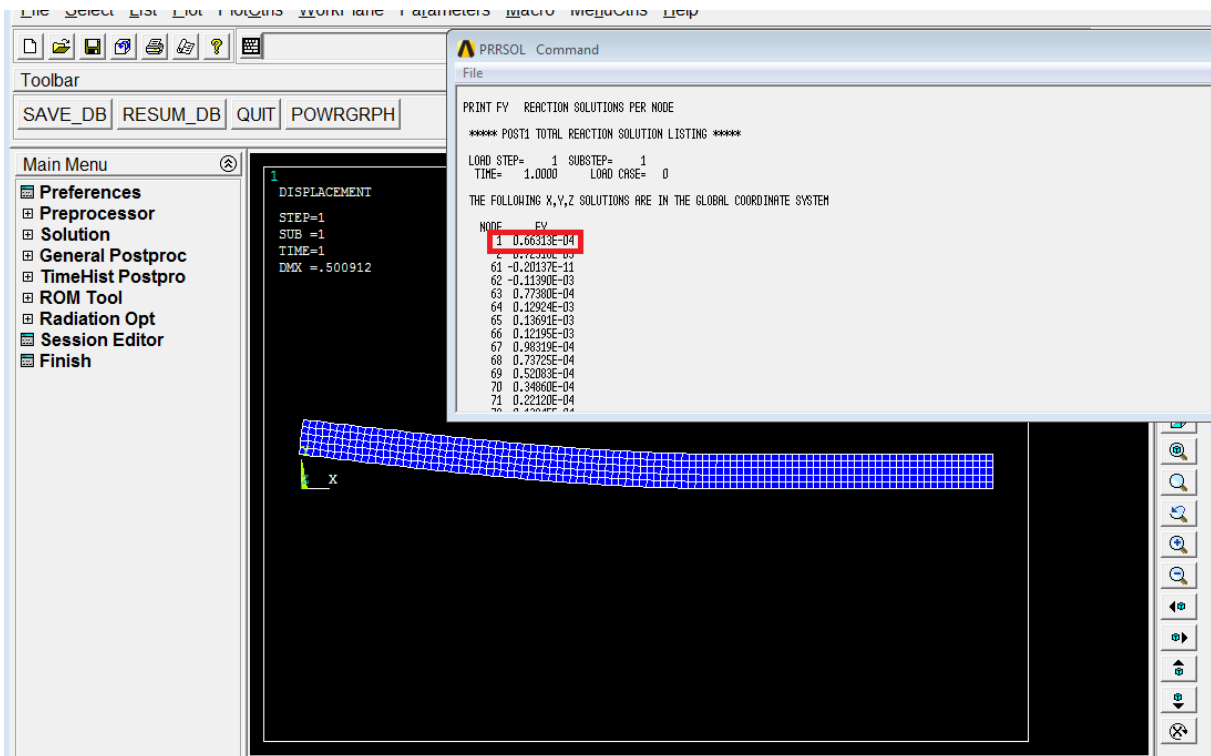


Figure A4-59 : $a = 11.8$

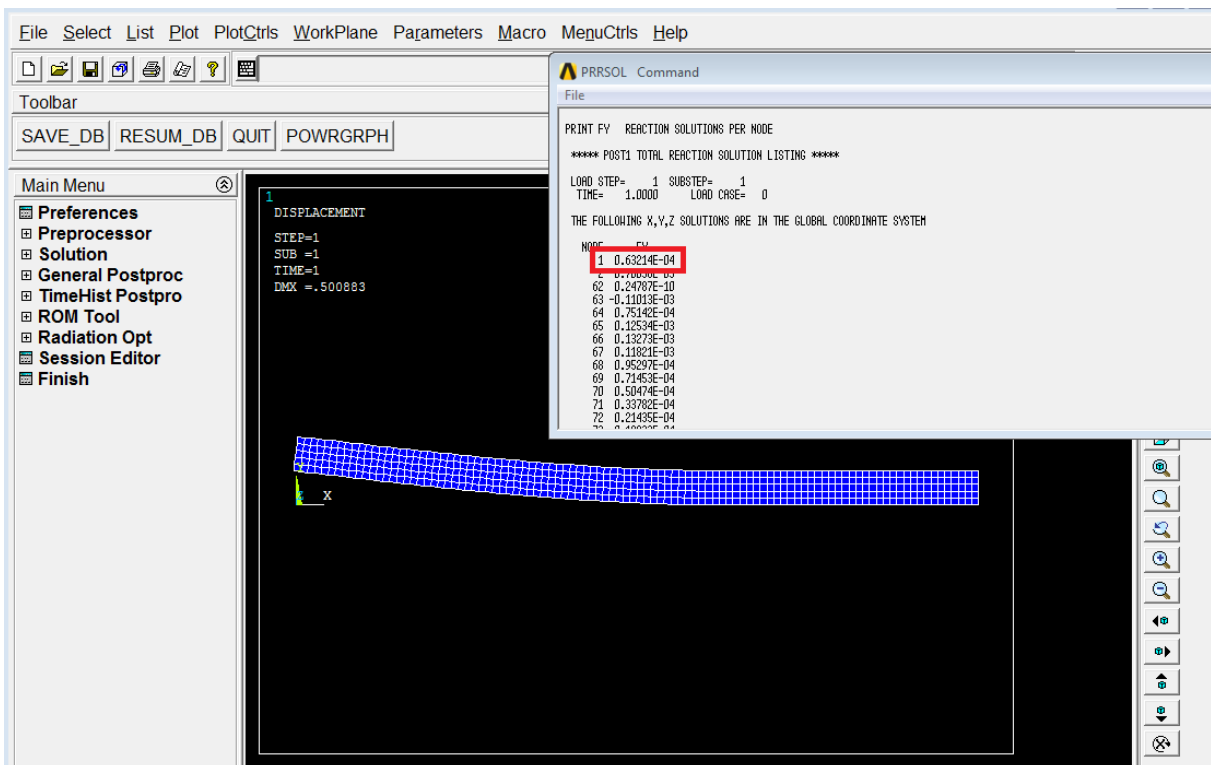


Figure A4-60 : $a = 12$

Déplacement imposée :

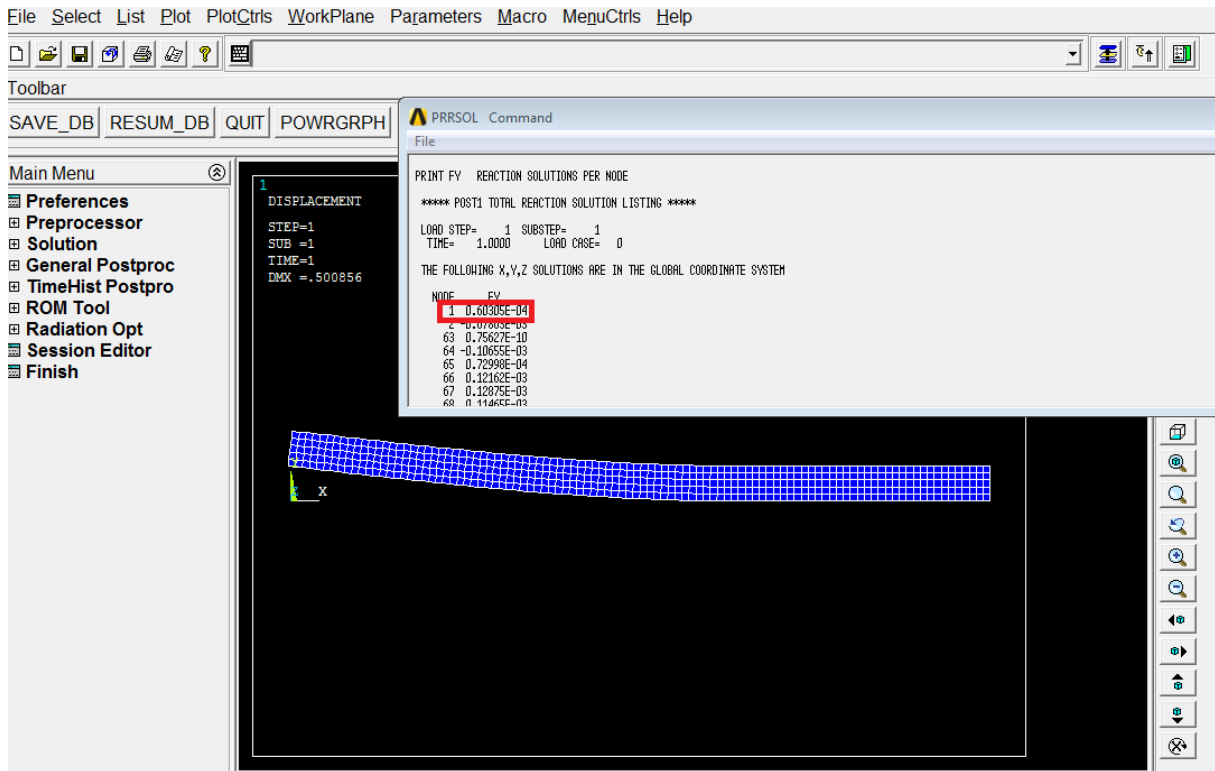


Figure A4-61 : $a = 12.2$

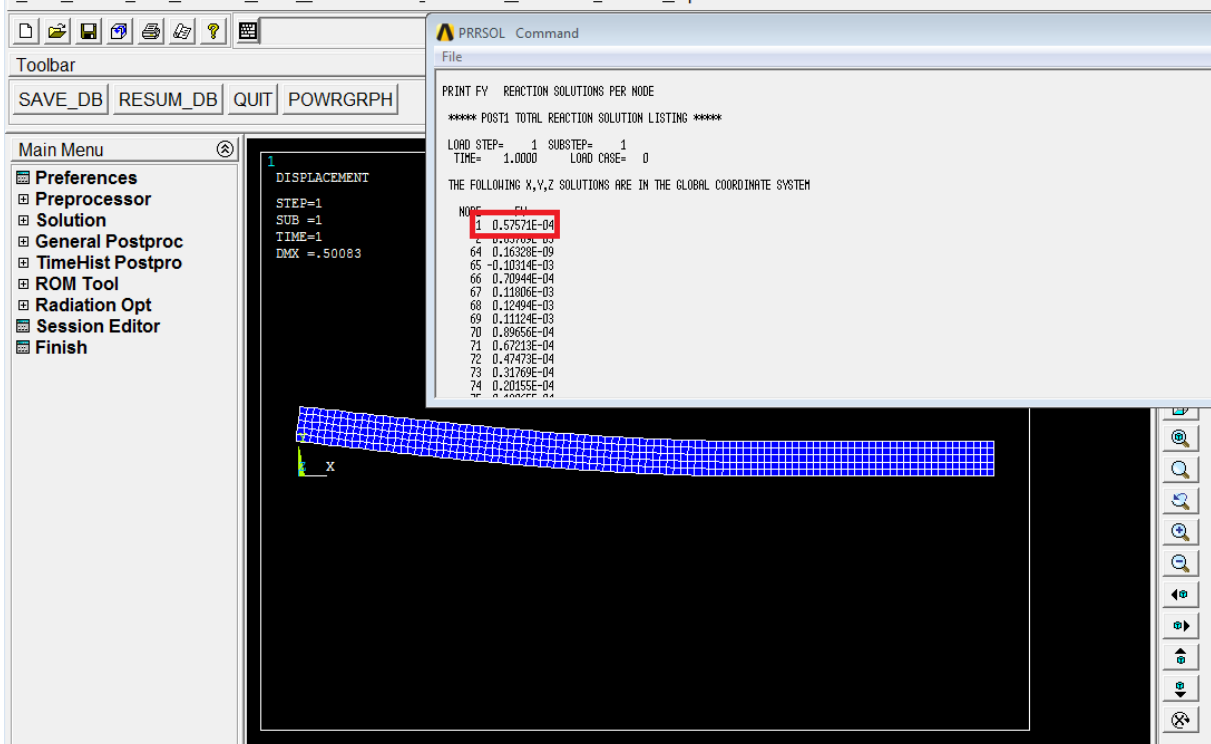


Figure A4-62 : $a = 12.4$

Déplacement imposée :

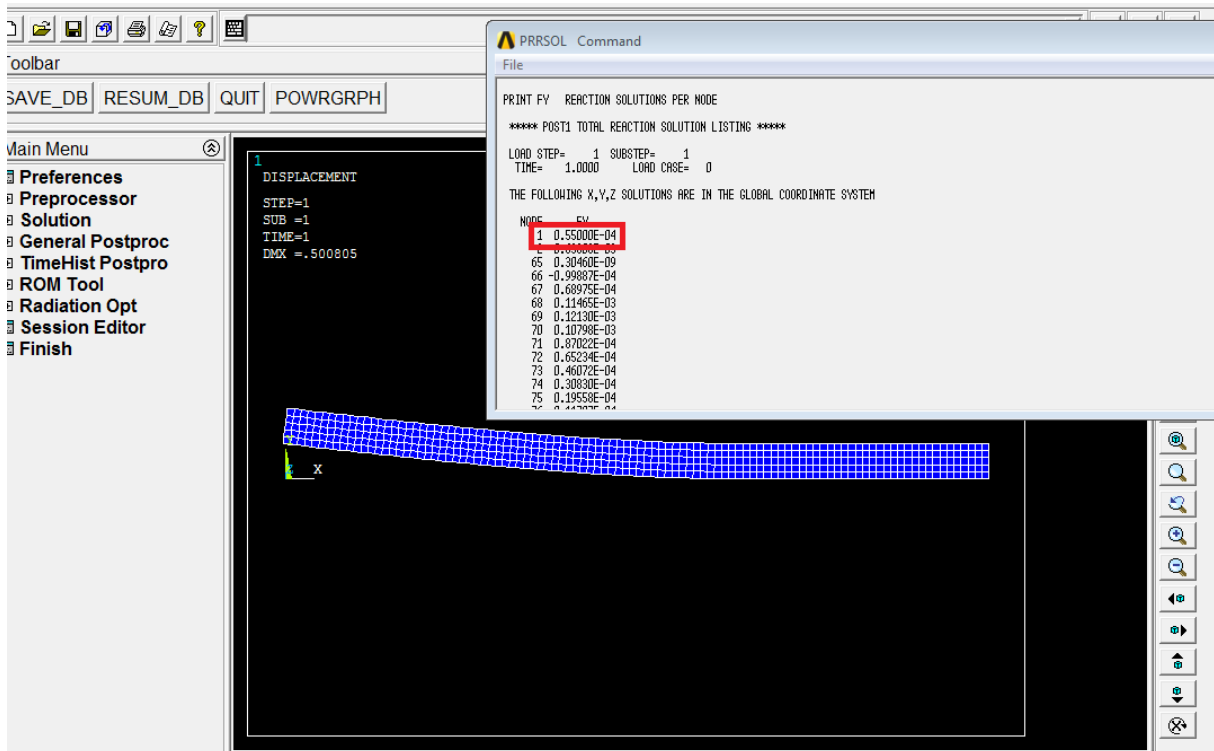


Figure A4-63 : $a = 12.6$

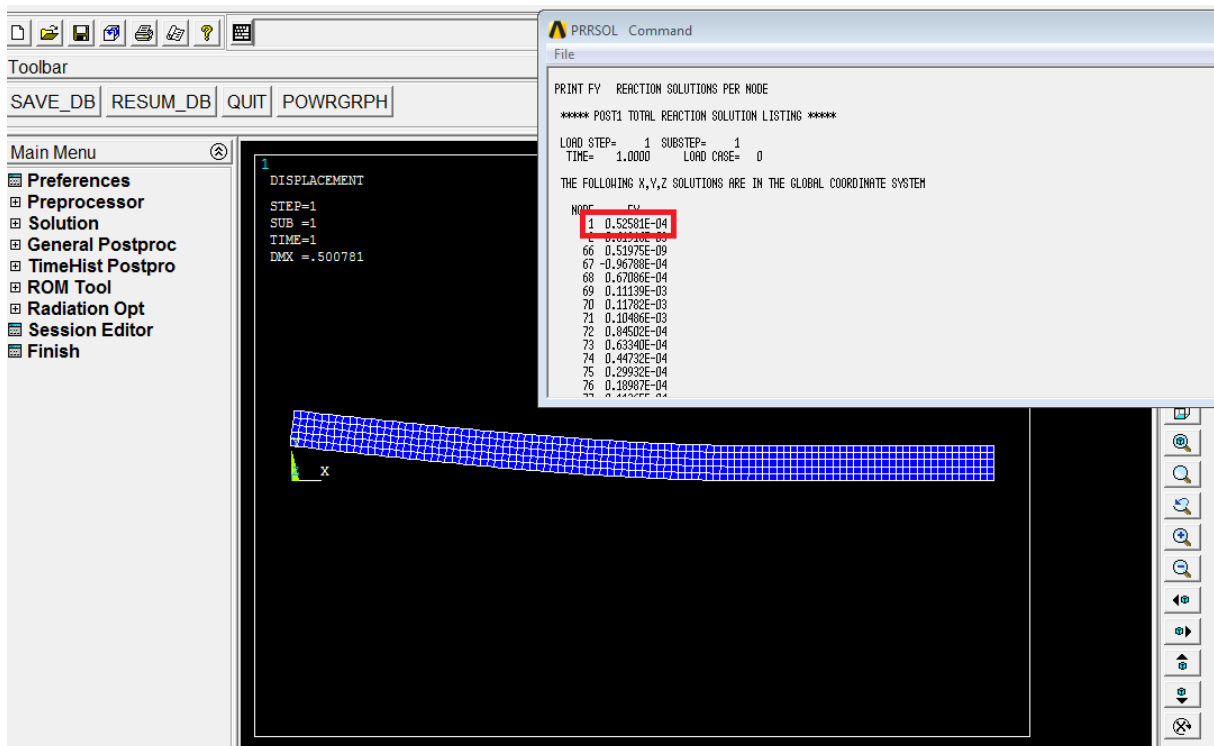


Figure A4-64 : $a = 12.8$

Déplacement imposée :

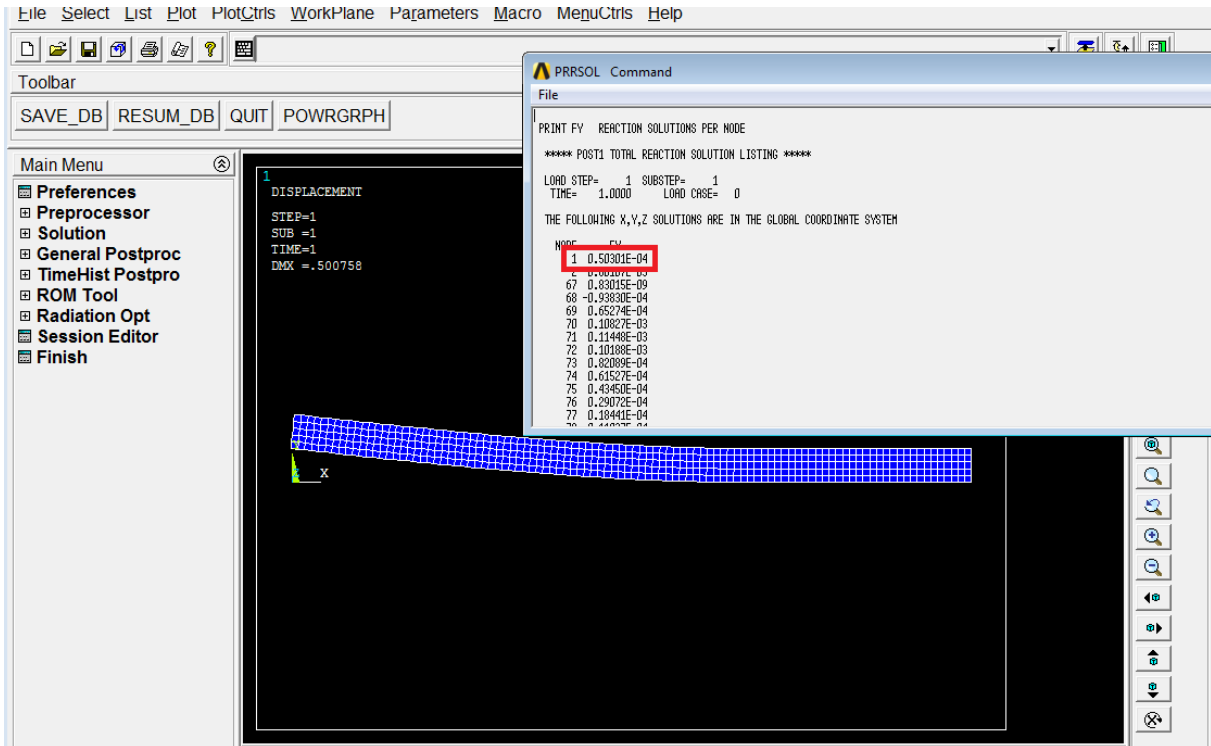


Figure A4-65 : a = 13

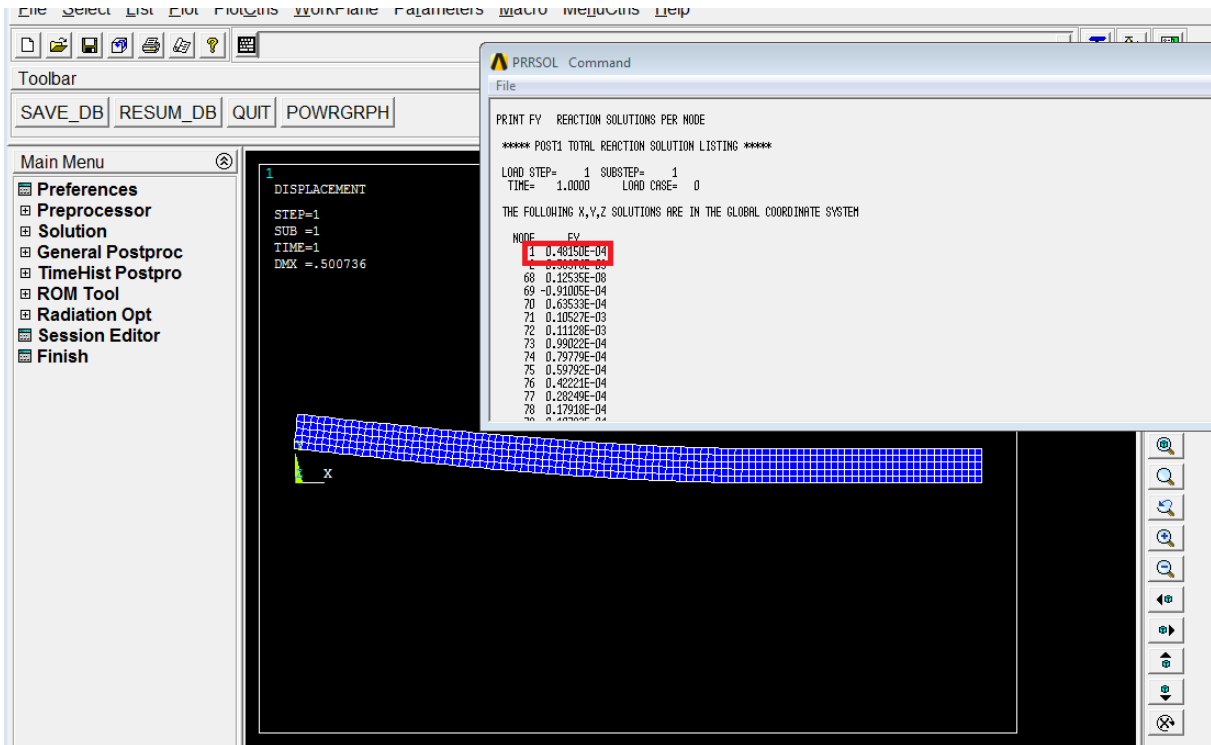


Figure A4-66 : a = 13.2

Déplacement imposée :

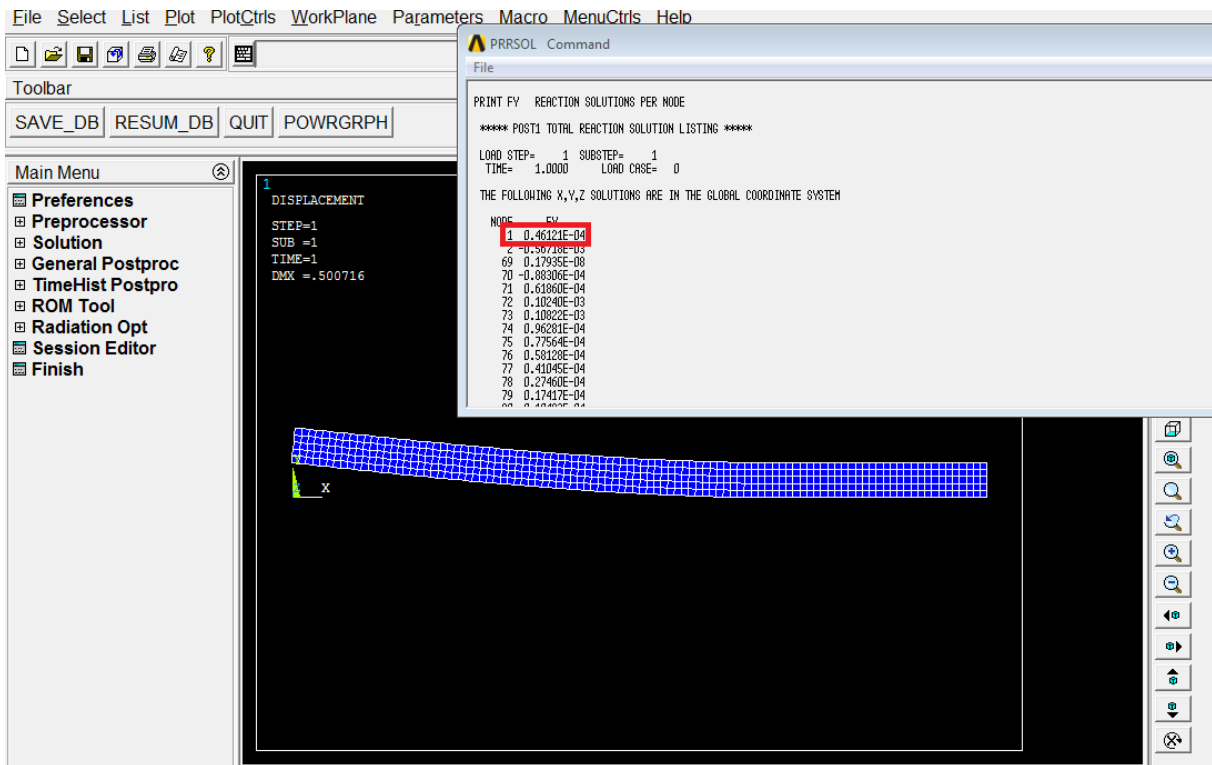


Figure A4-67 : $a = 13.4$

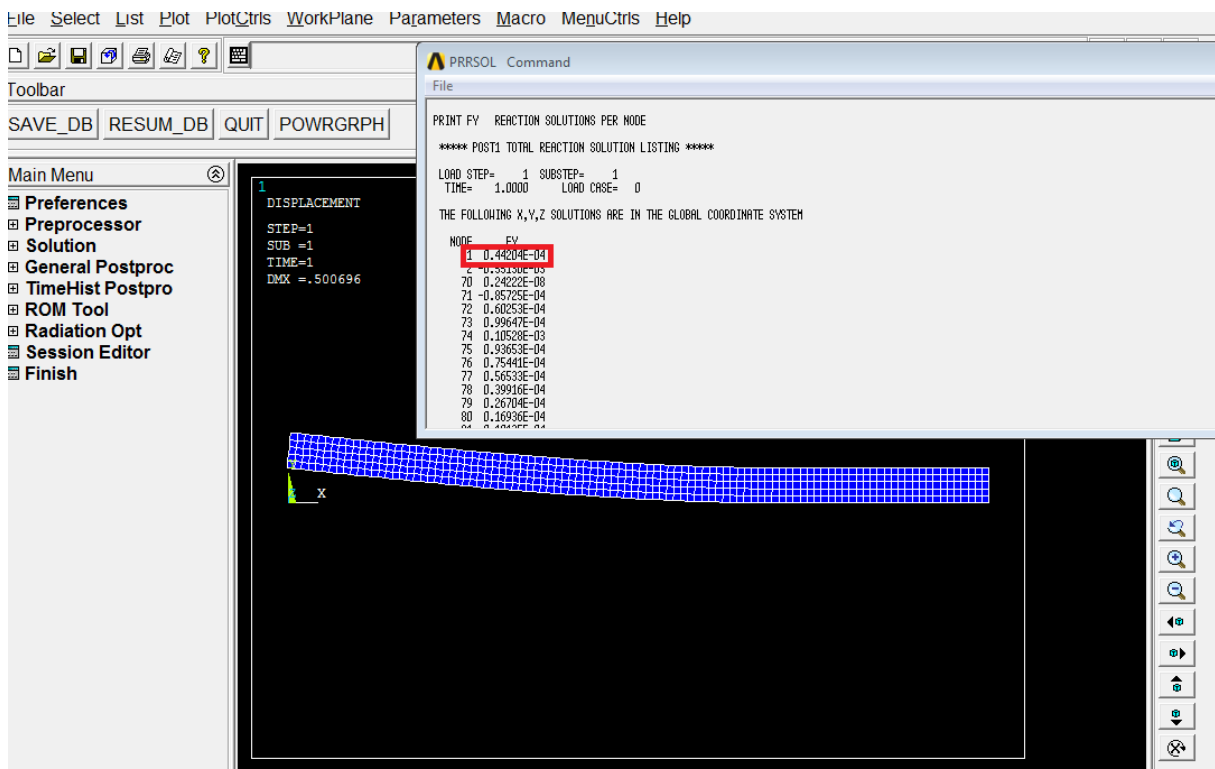


Figure A4-68 : $a = 13.6$

Déplacement imposée :

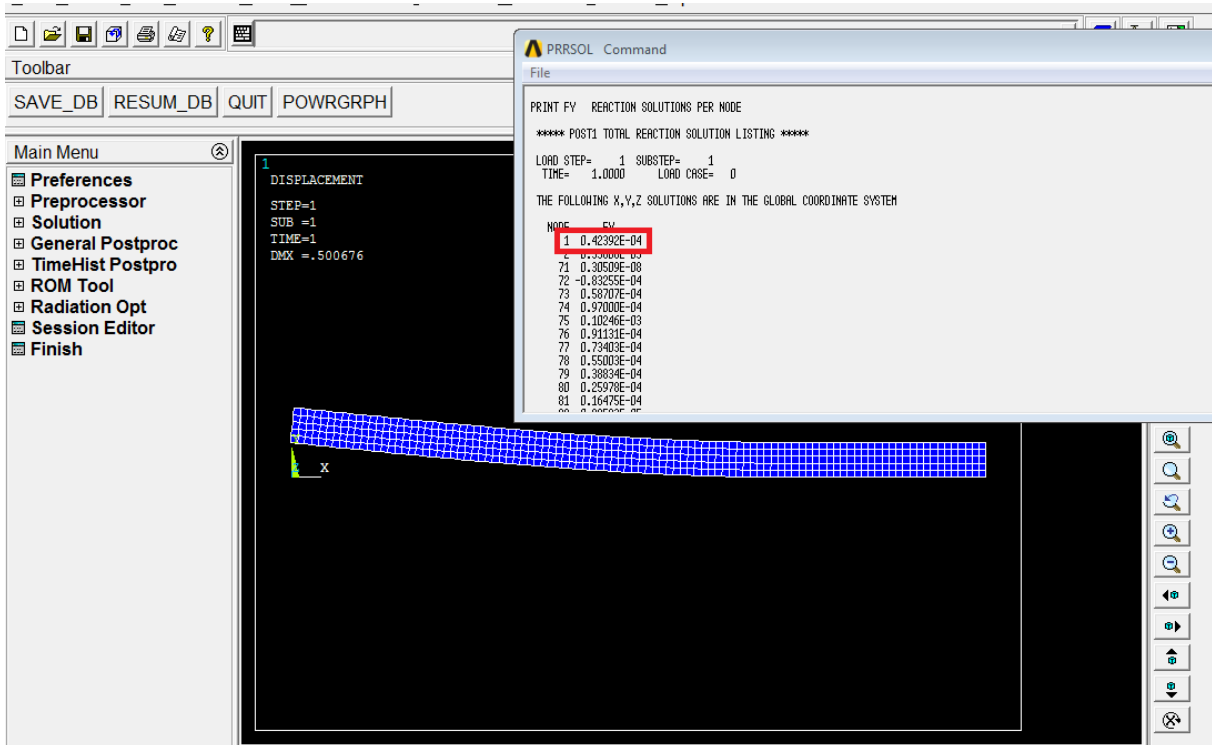


Figure A4-69 : $a = 13.8$

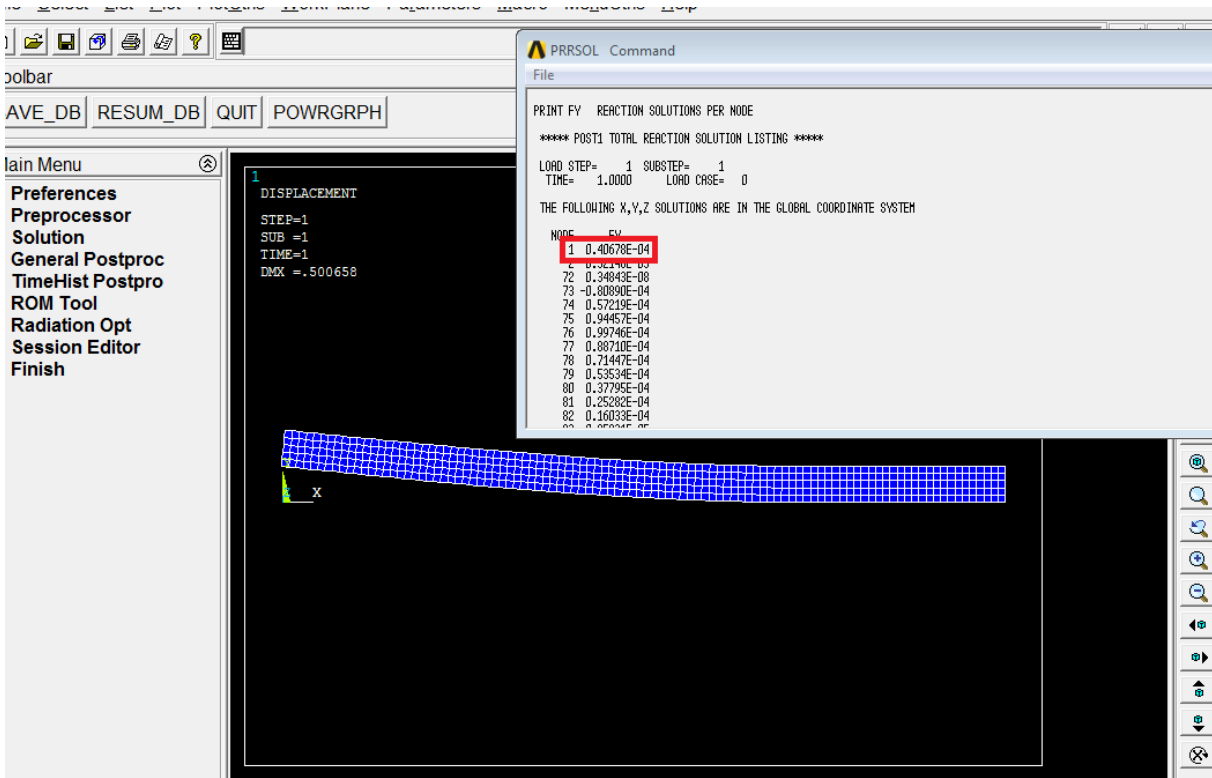


Figure A4-70 : $a = 14$

Déplacement imposée :

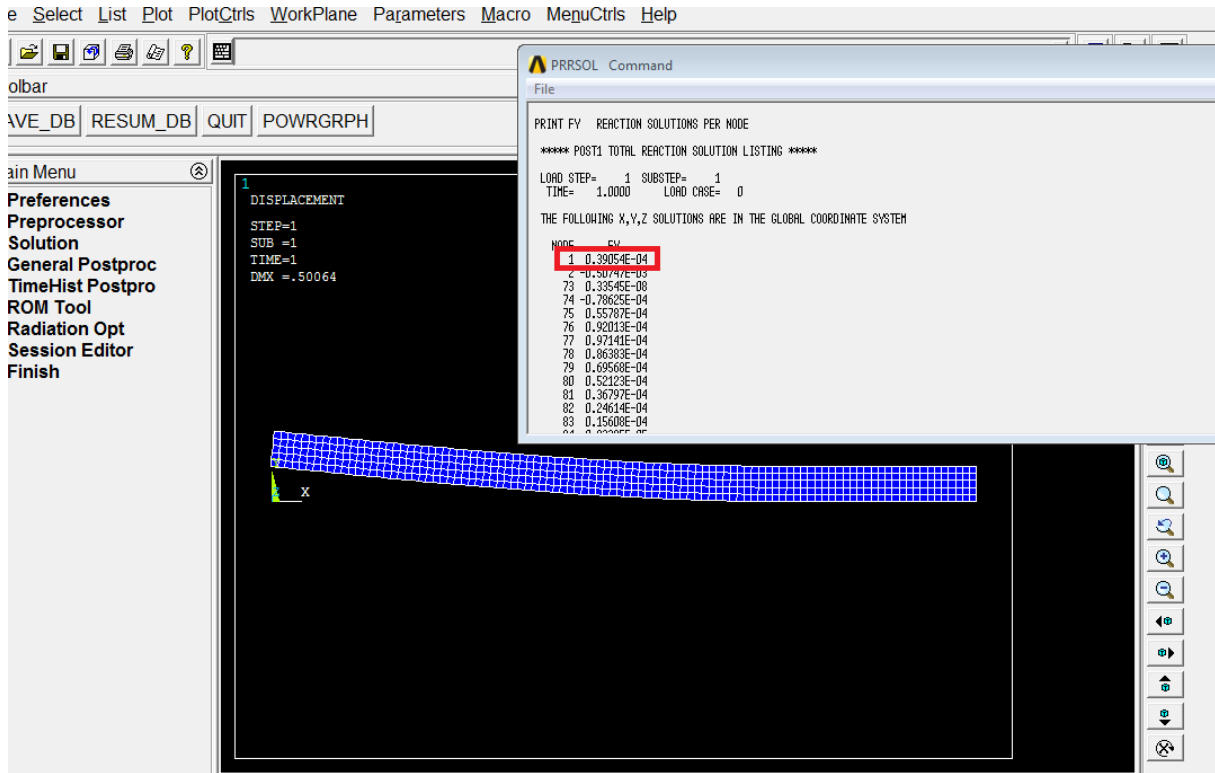


Figure A4-71 : $a = 14.2$

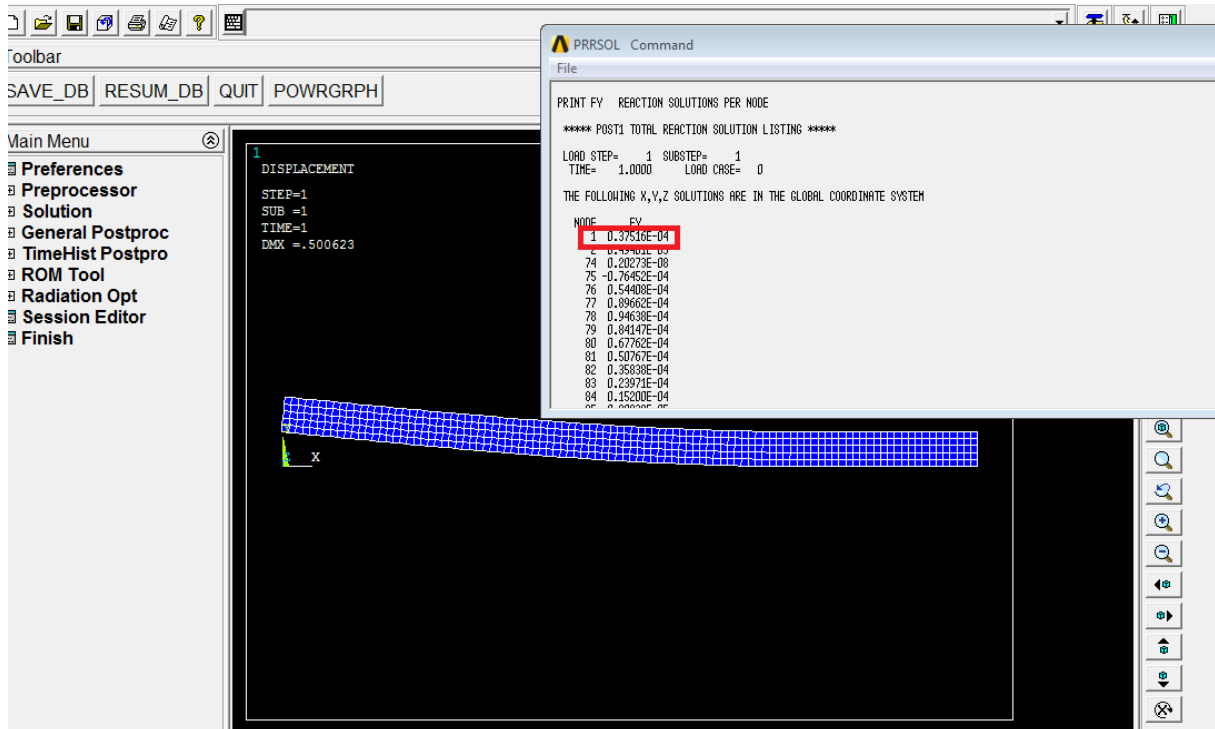


Figure A4-72 : $a = 14.4$

Déplacement imposée :

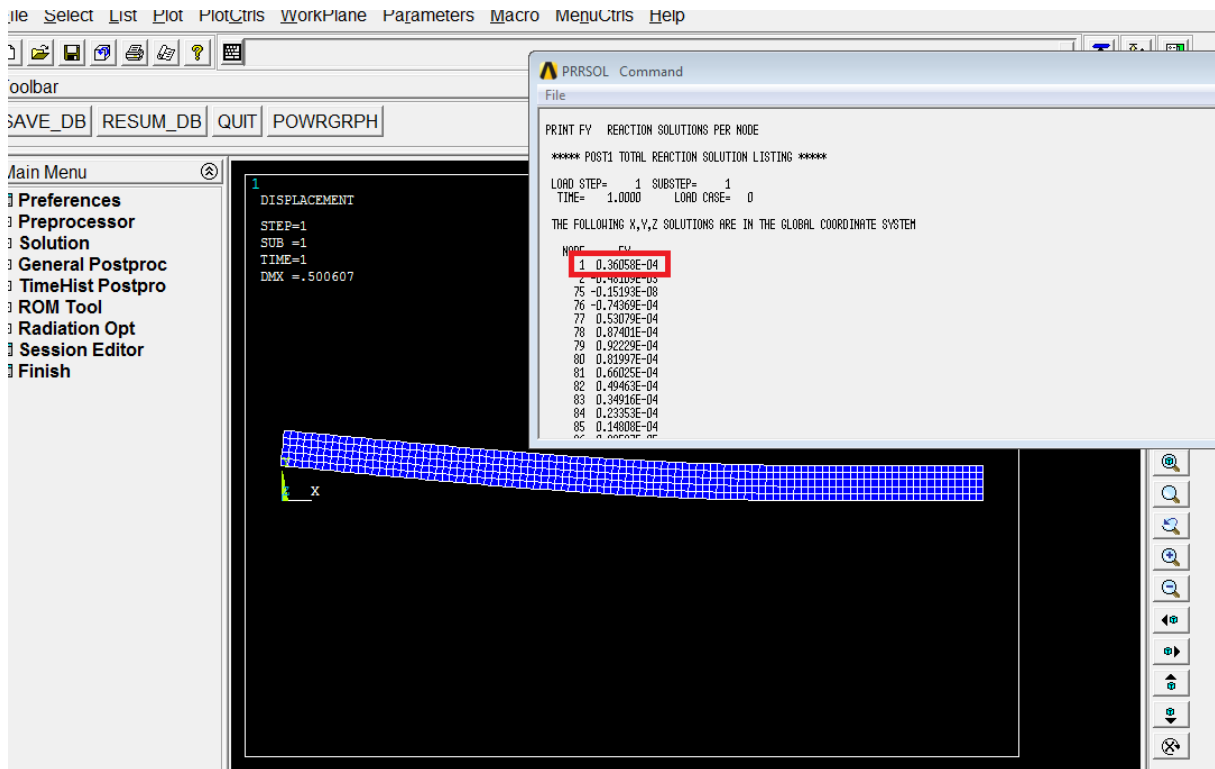


Figure A4-73 : $a = 14.6$

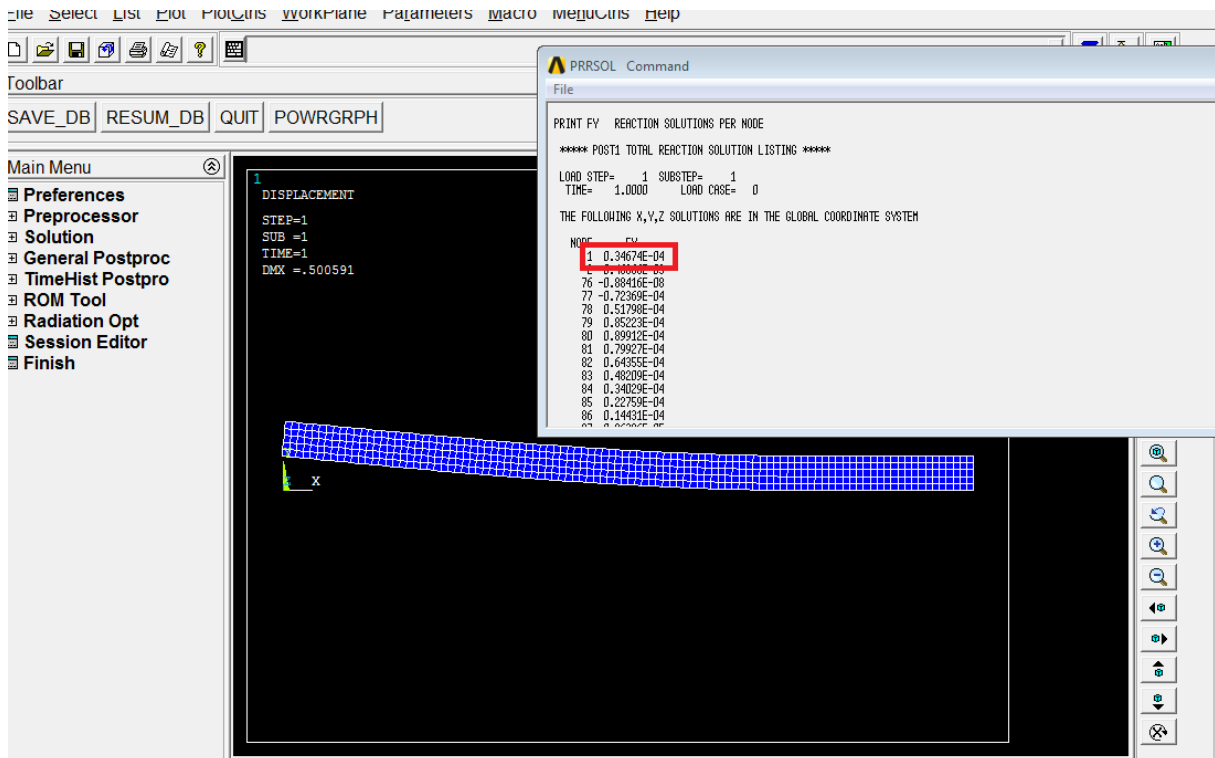


Figure A4-74 : $a = 14.8$

Déplacement imposée :

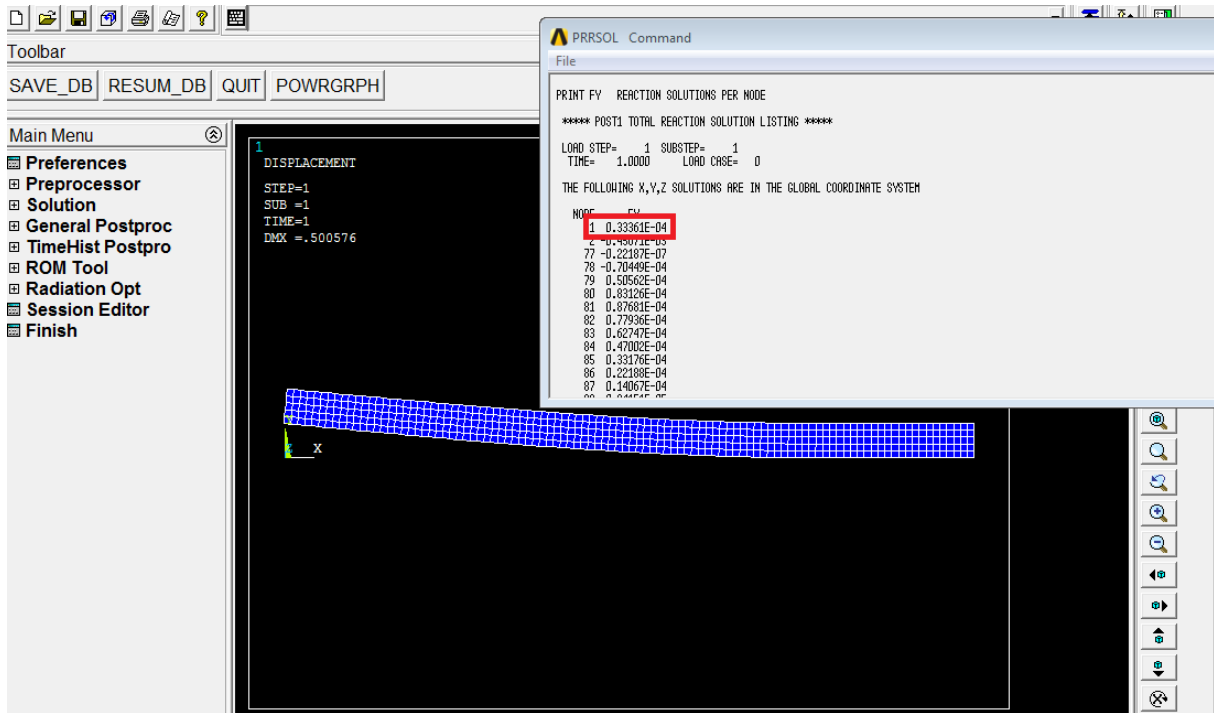


Figure A4-75 : $a = 15$

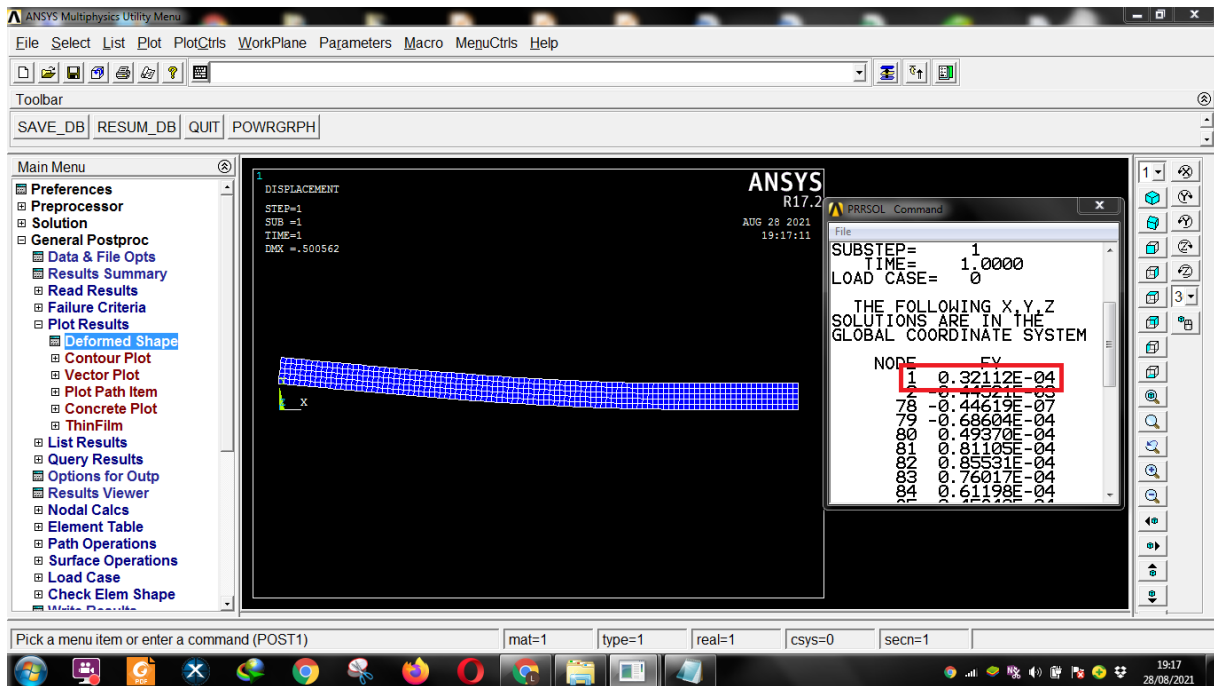


Figure A4-76 : $a = 15.2$

Déplacement imposée :

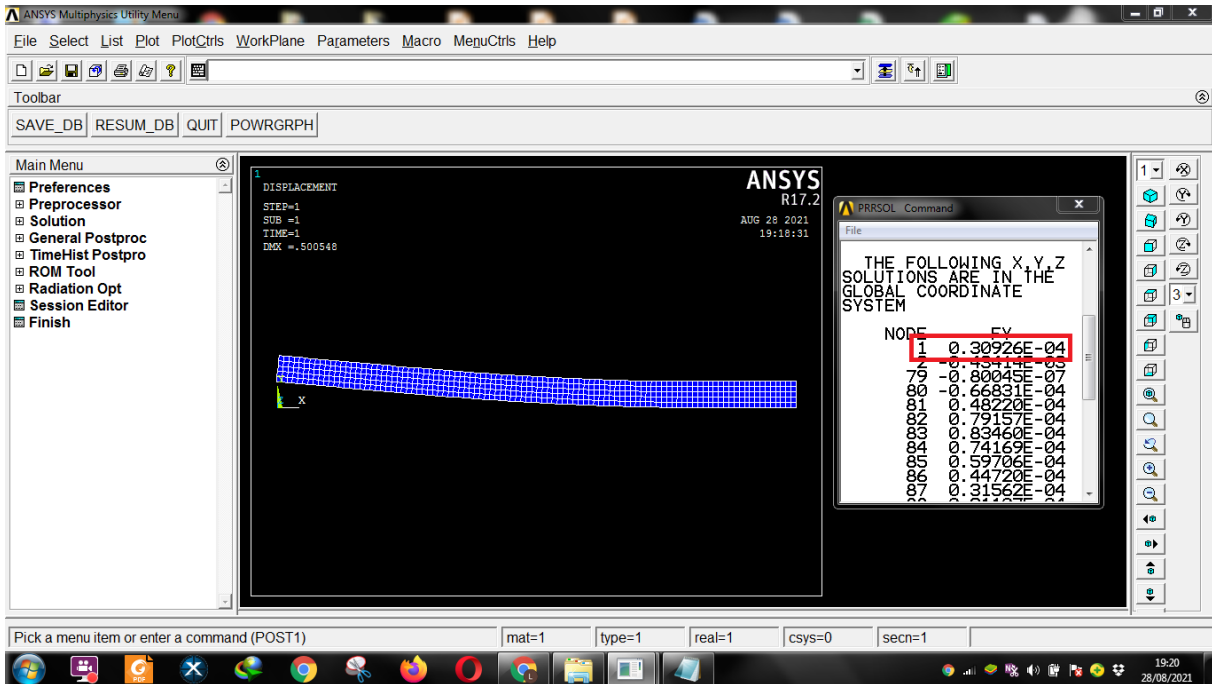


Figure A4-77 : $a = 15.4$

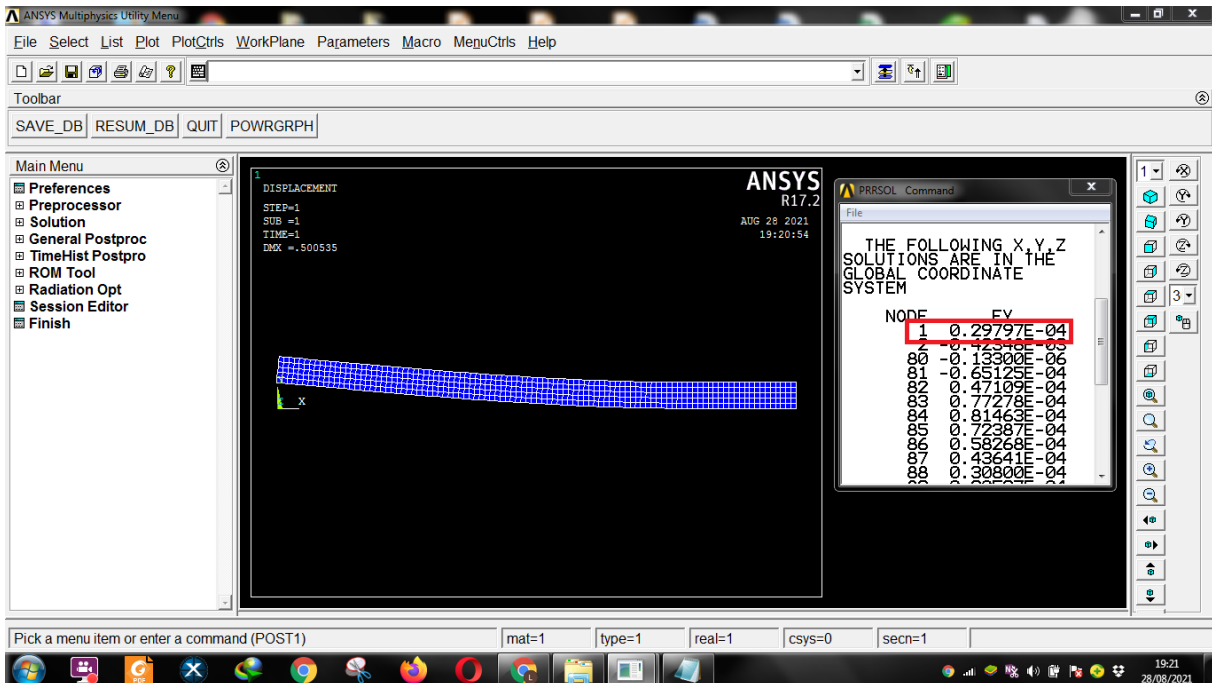


Figure A4-78 : $a = 15.6$

Déplacement imposée :

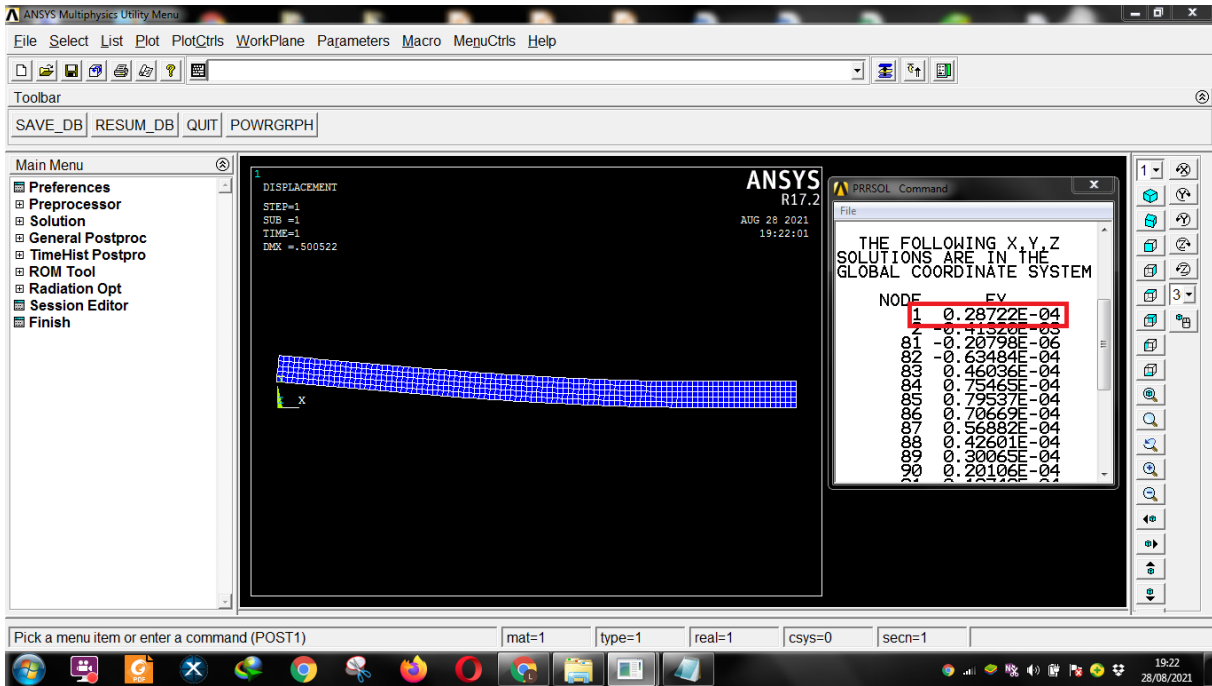


Figure A4-79 : $a = 15.8$

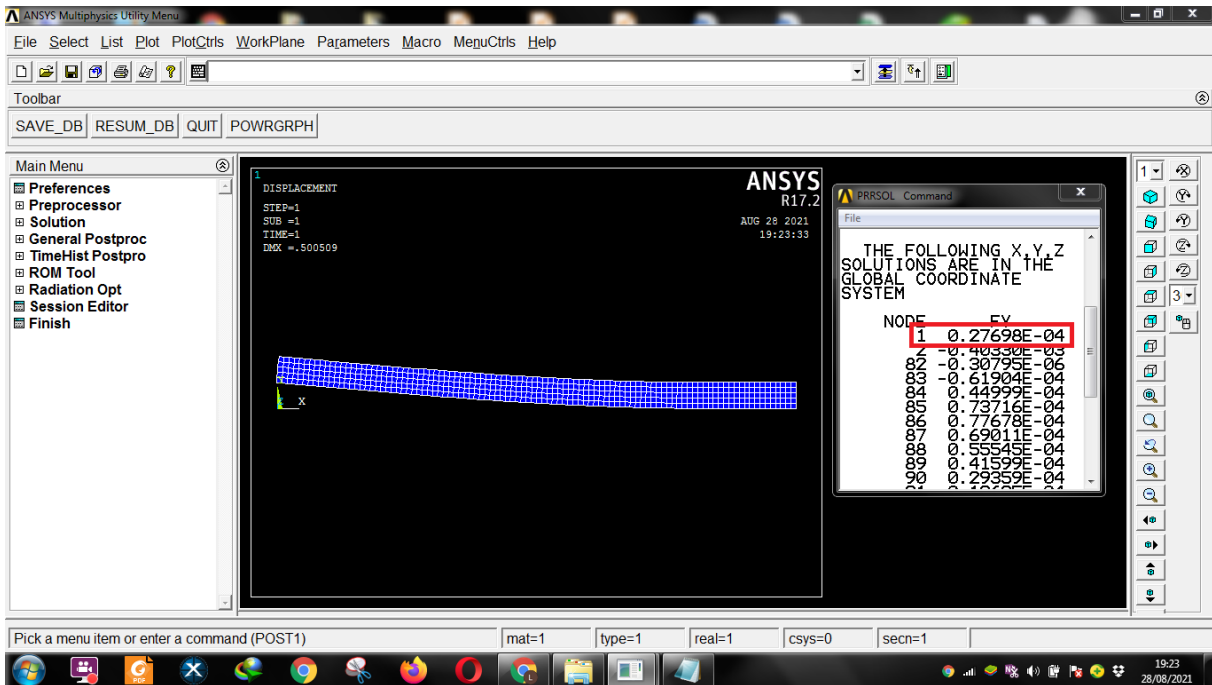


Figure A4-80 : $a = 16$

Déplacement imposée :

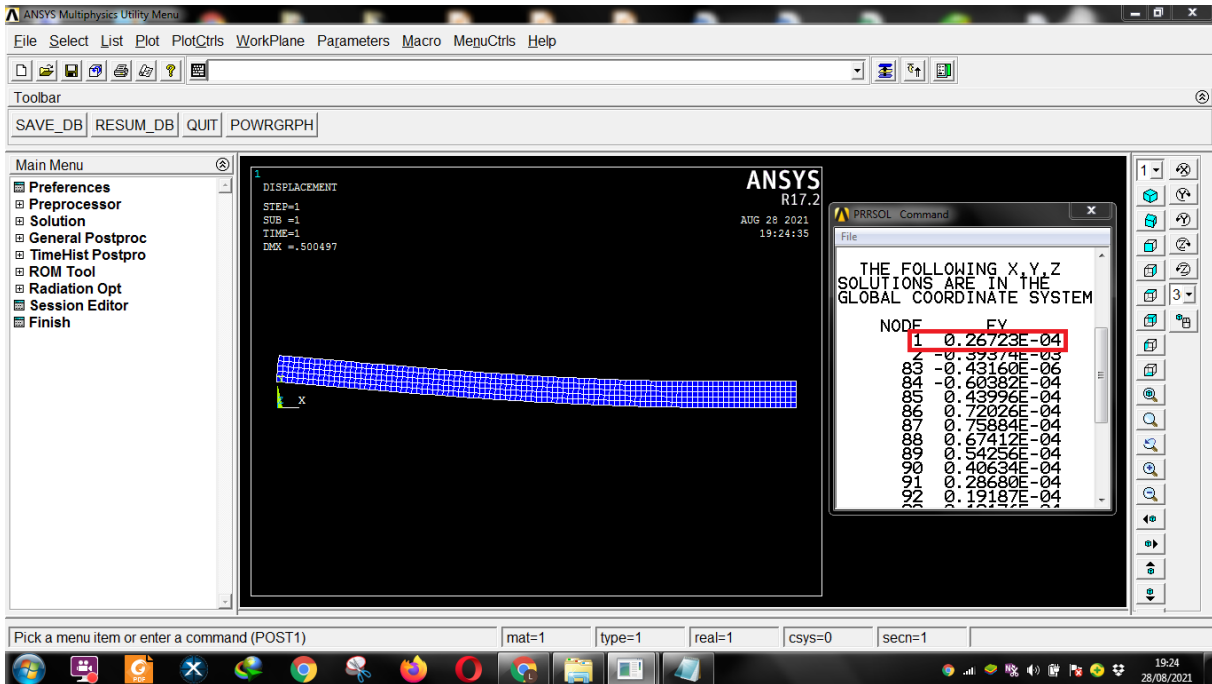


Figure A4-81 : $a = 16.2$

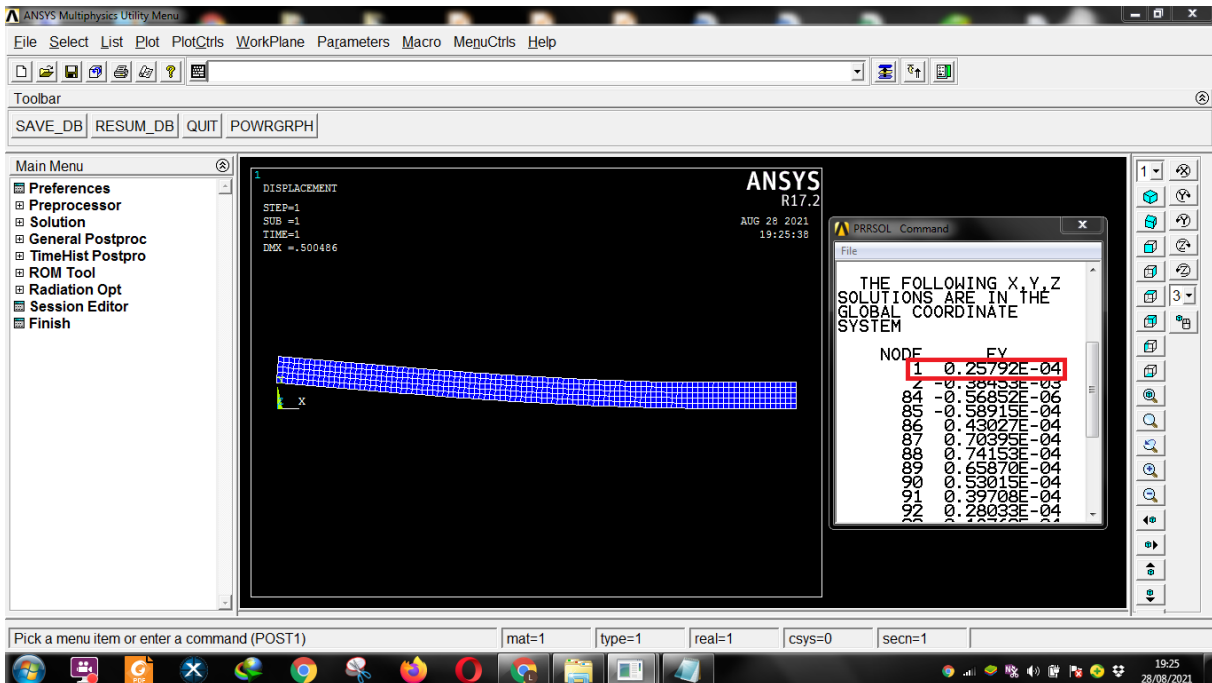


Figure A4-82 : $a = 16.4$

Déplacement imposée :

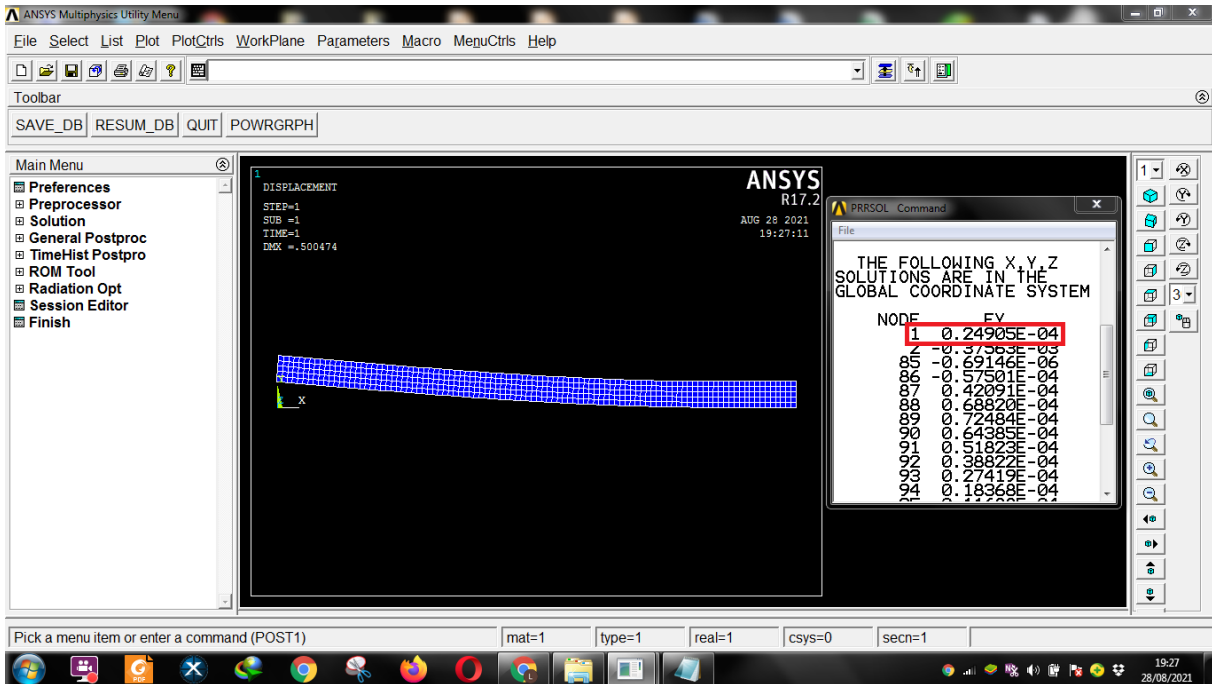


Figure A4-83 : $a = 16.6$

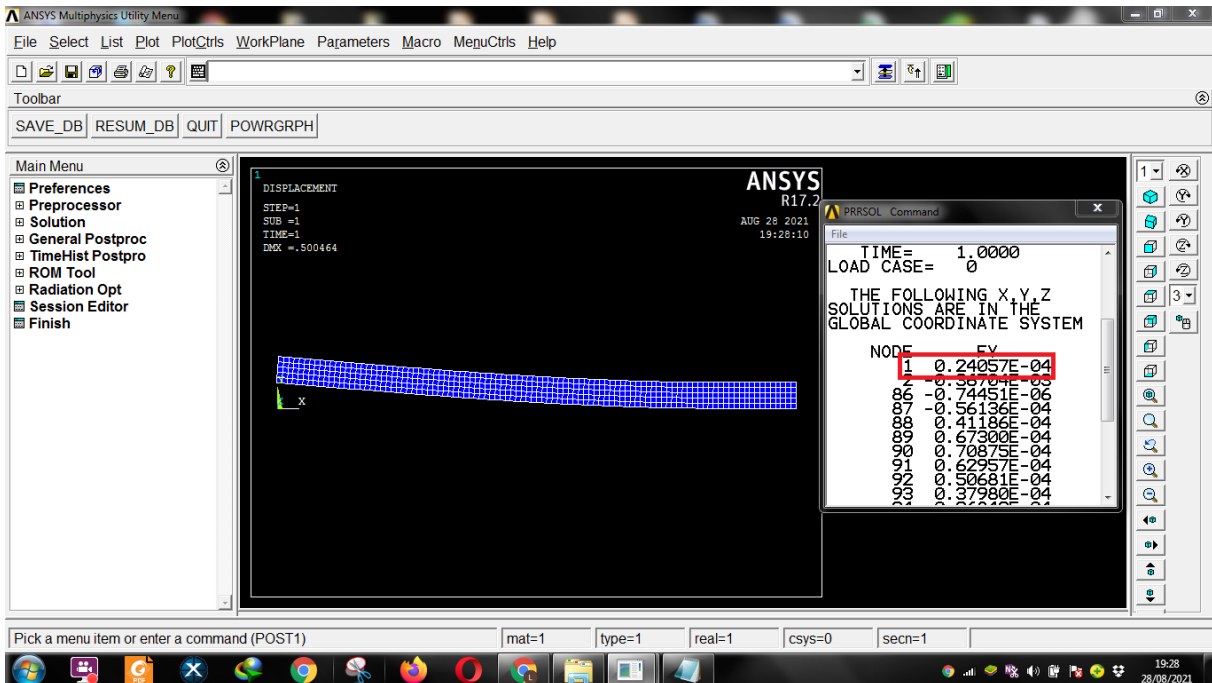


Figure A4-84 : $a = 16.8$

Déplacement imposée :

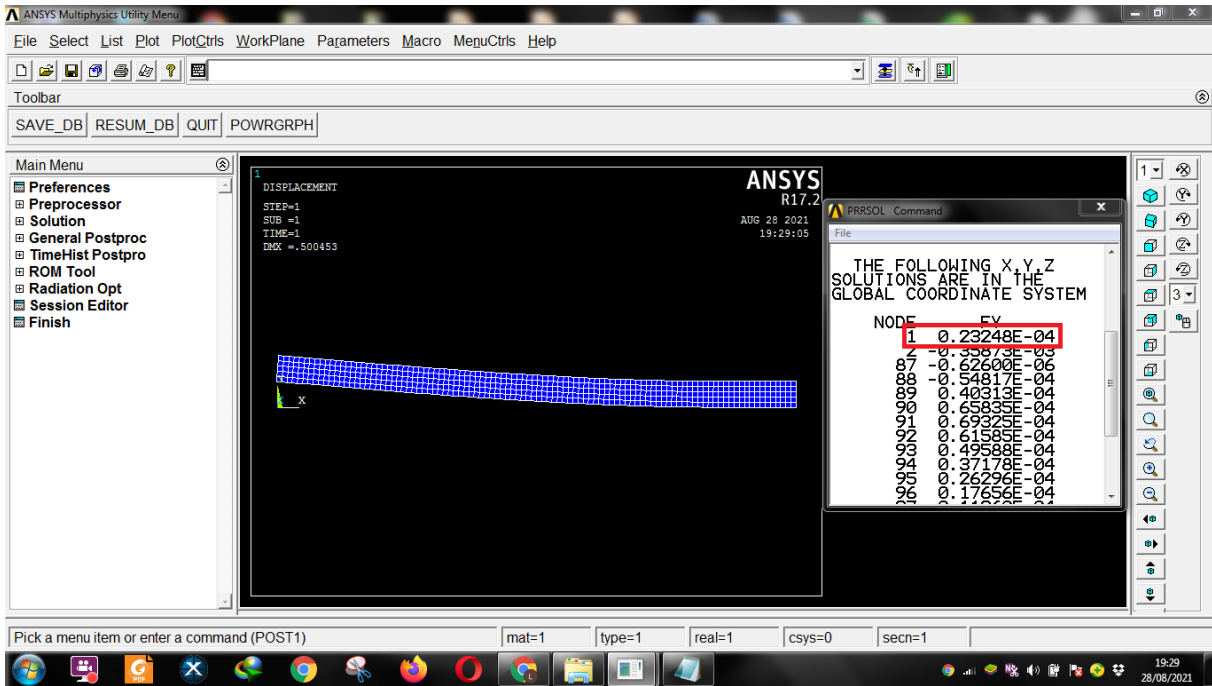


Figure A4-85 : a = 17

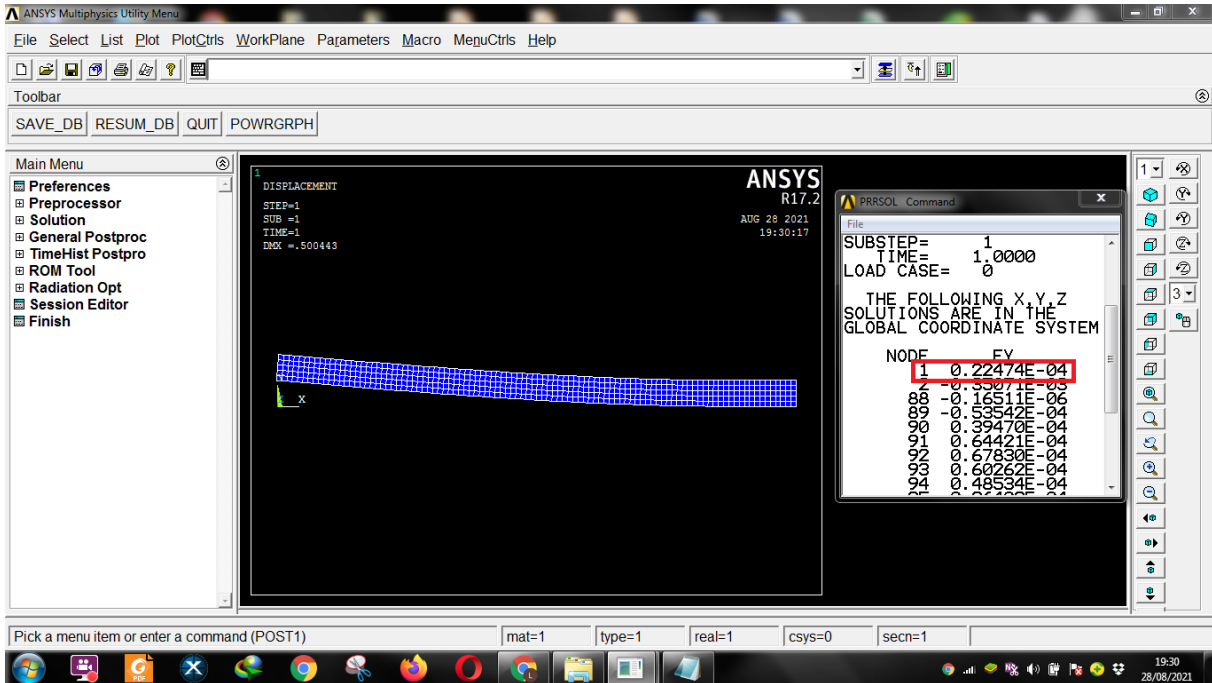


Figure A4-86 : a = 17.2

Déplacement imposée :

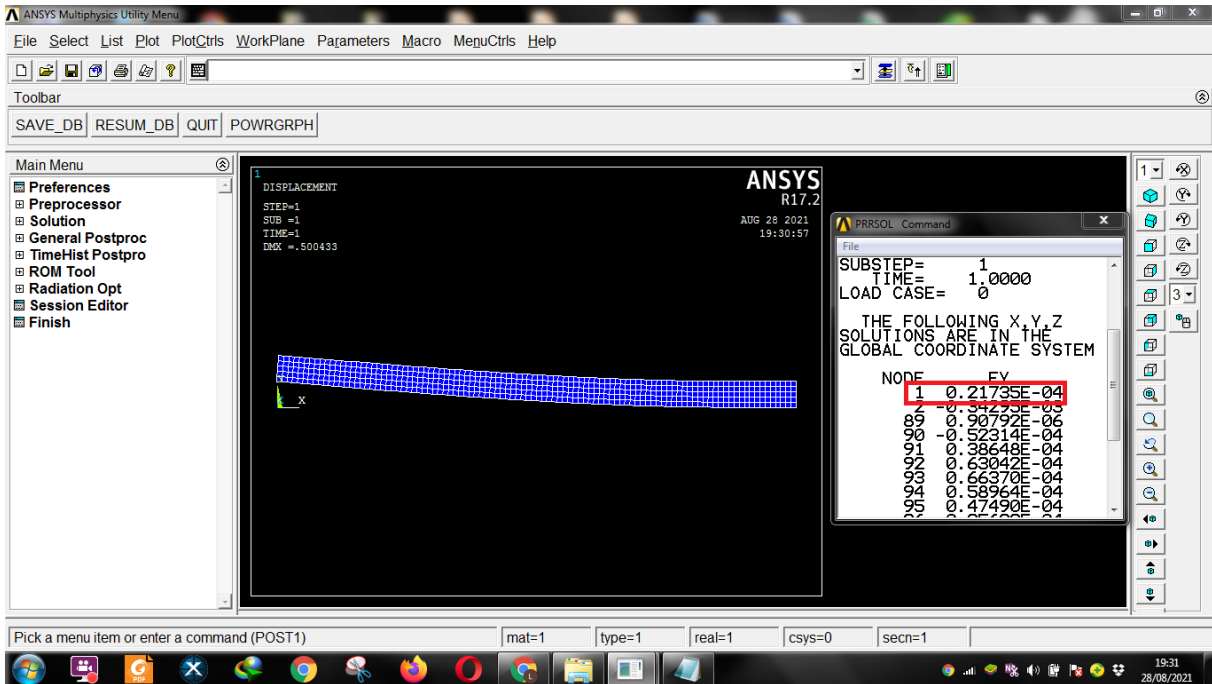


Figure A4-87 : $a = 17.4$

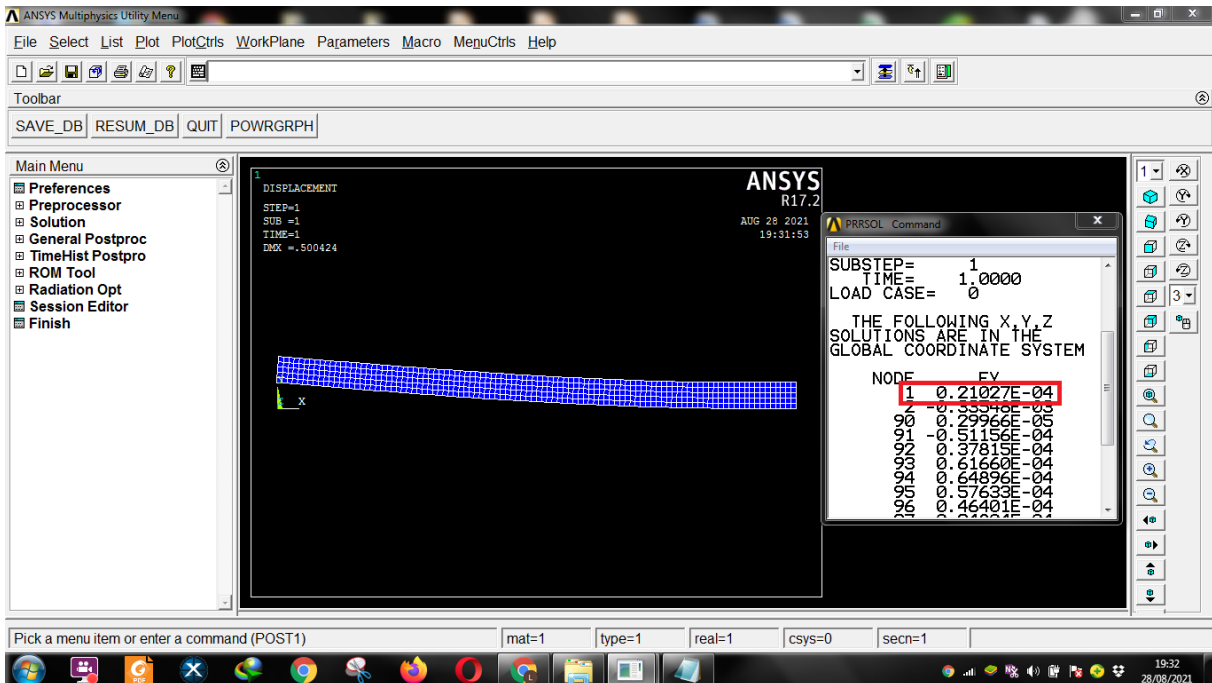


Figure A4-88 : $a = 17.6$

Déplacement imposée :

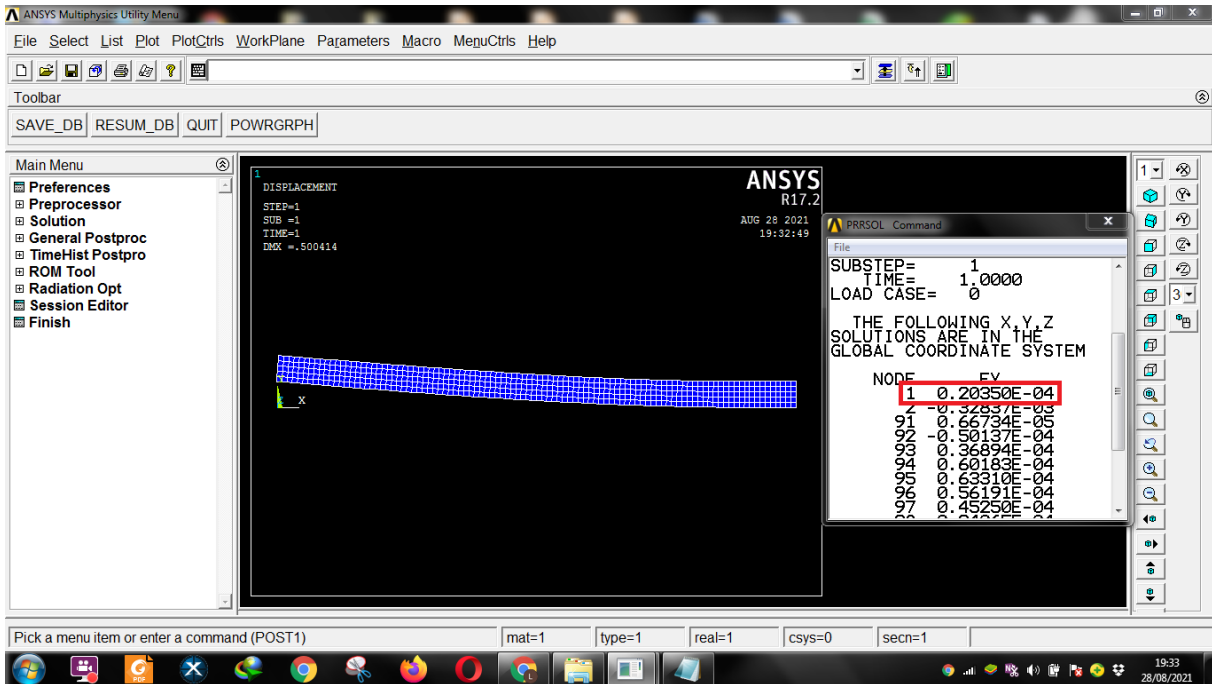


Figure A4-89 : $a = 17.8$

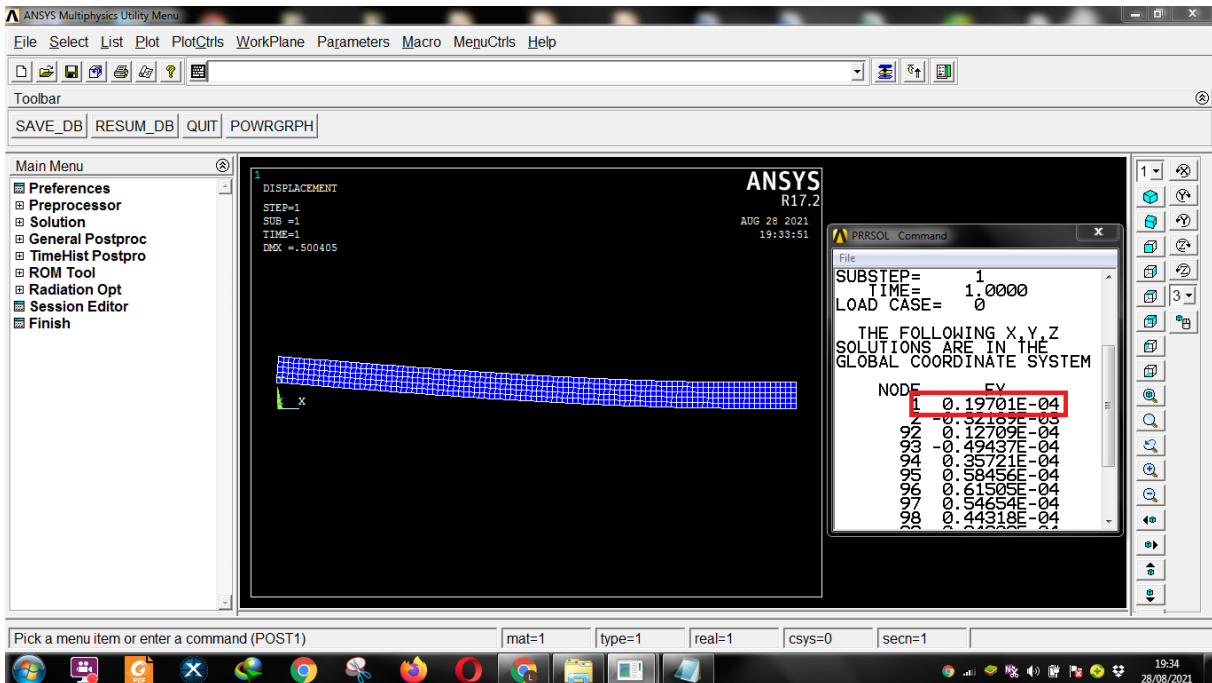


Figure A4-90 : $a = 18$

Déplacement imposée :

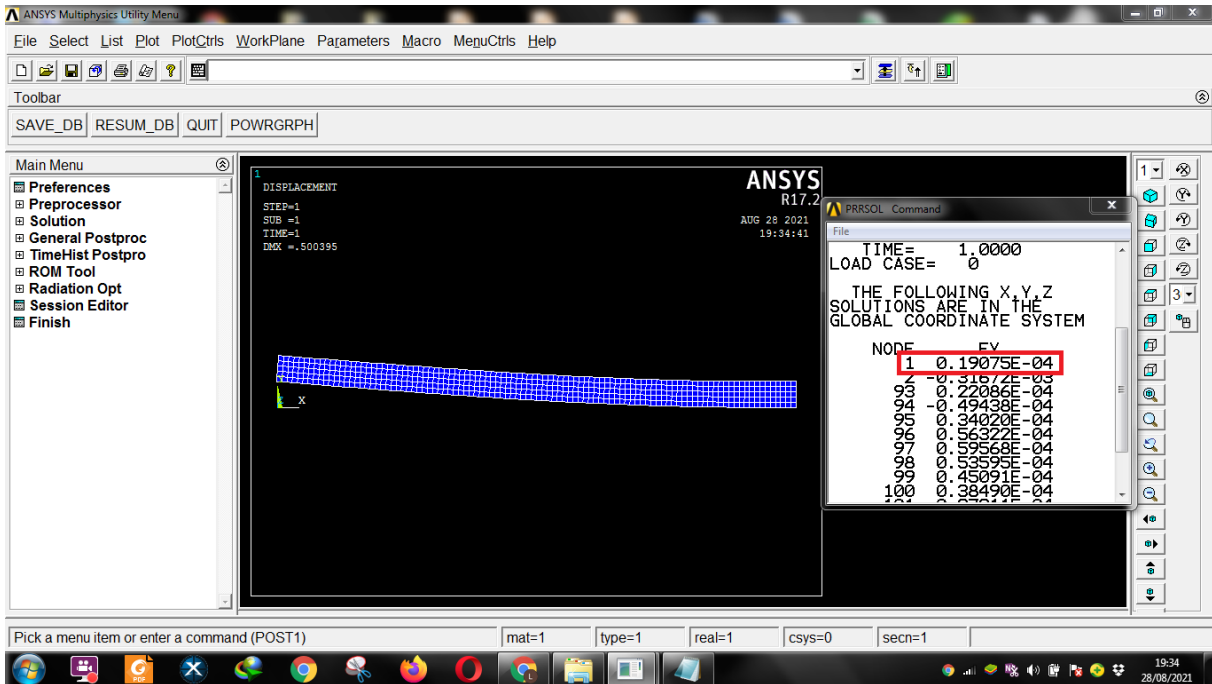


Figure A4-91 : $a = 18.2$

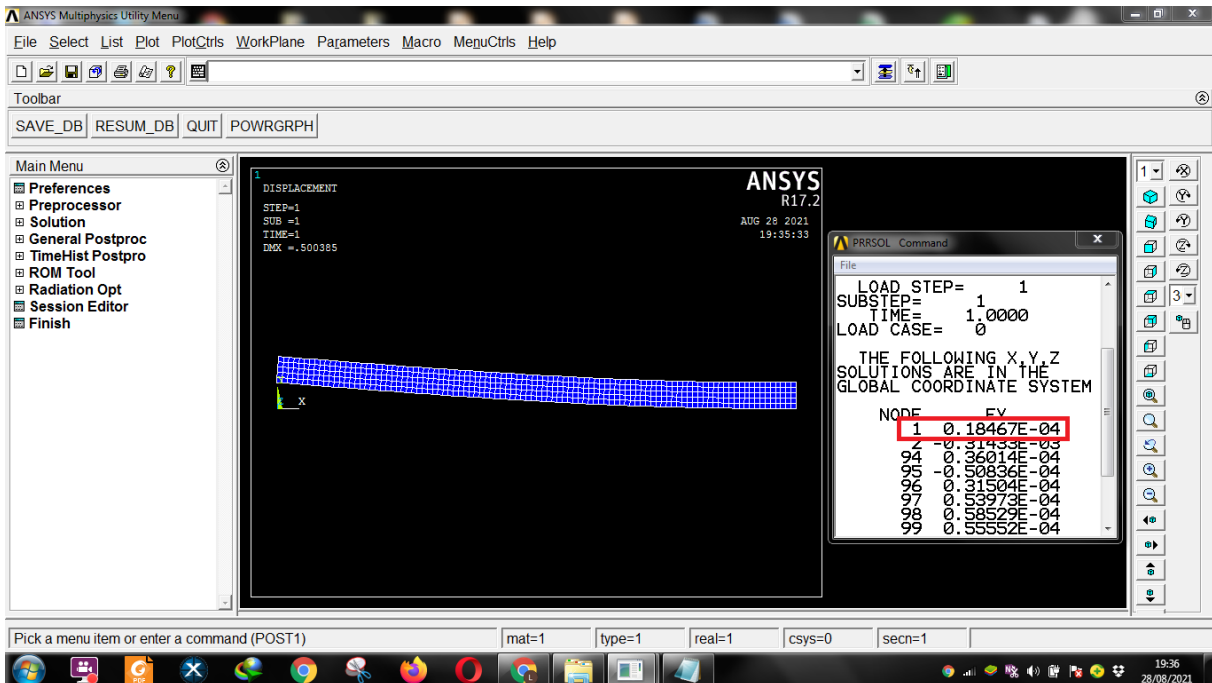


Figure A4-92 : $a = 18.4$

Déplacement imposée :

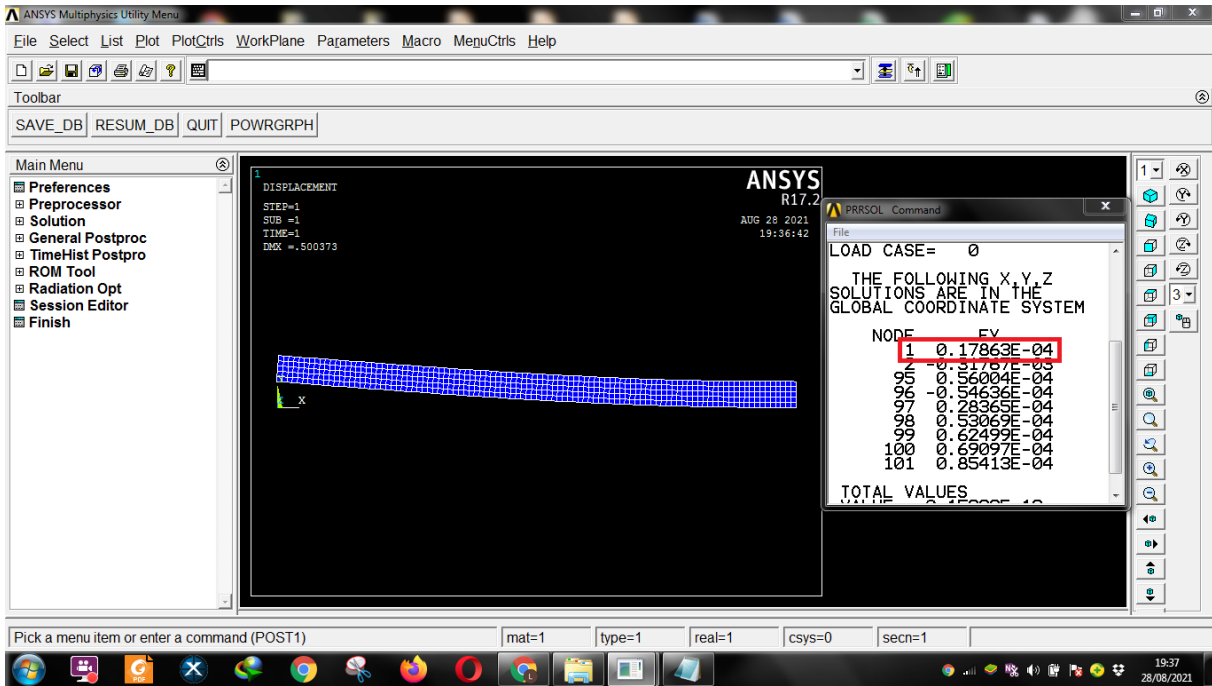


Figure A4-93 : a = 18.6

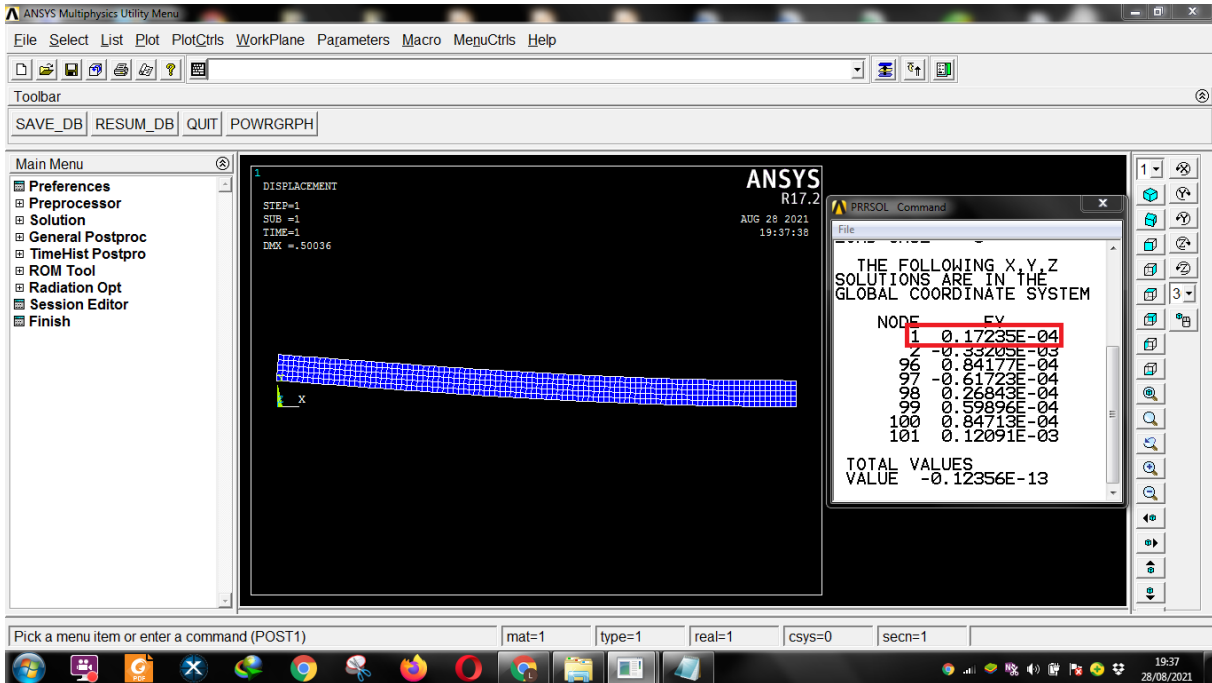


Figure A4-94 : a = 18.8

Déplacement imposée :

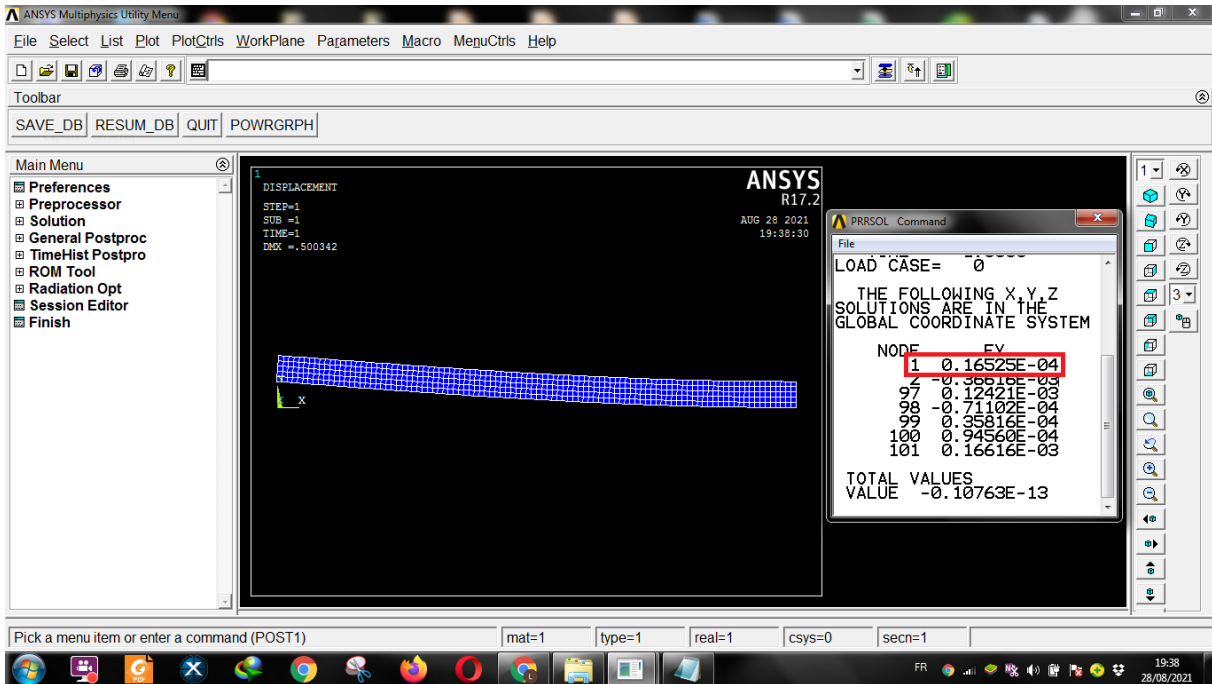


Figure A4-95 : a = 19

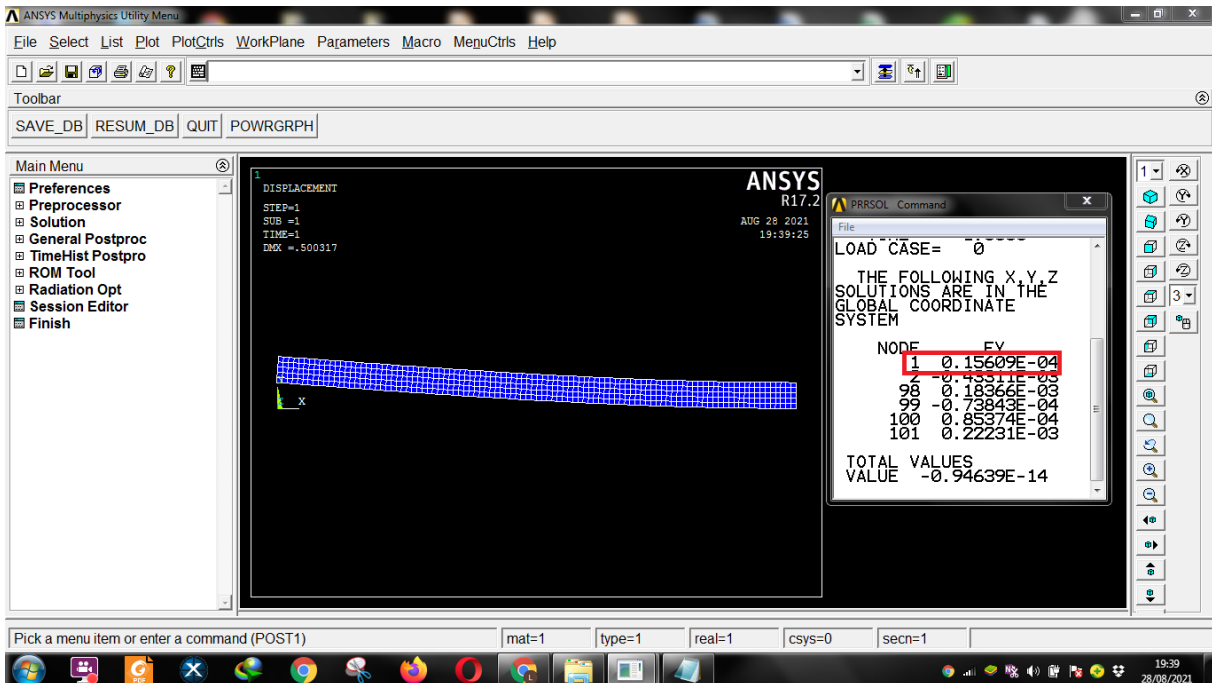


Figure A4-96 : a = 19.2

Déplacement imposée :

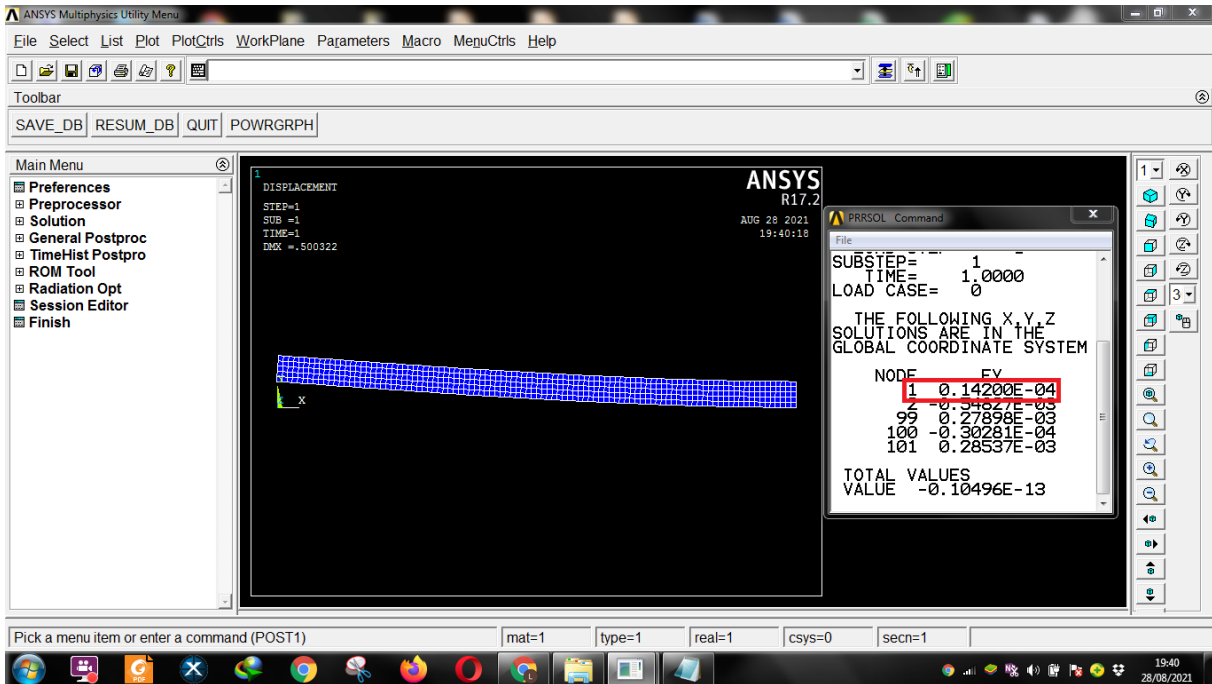


Figure A4-97 : $a = 19.4$

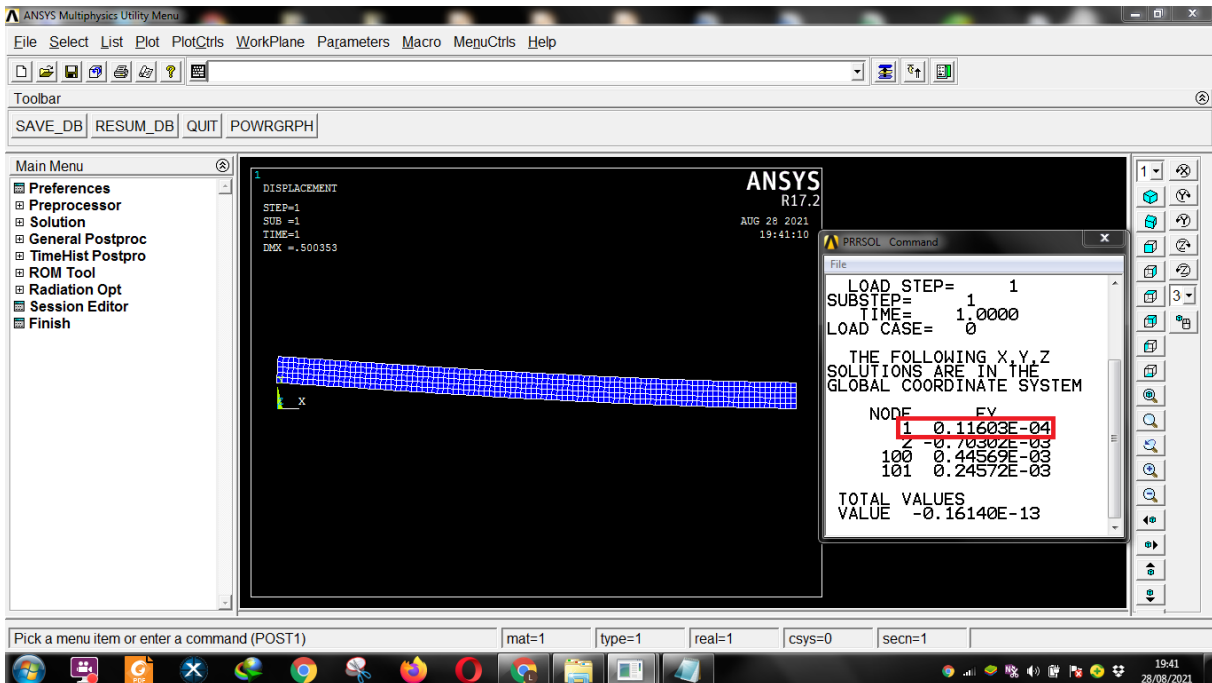


Figure A4-98 : $a = 19.6$

Déplacement imposée :

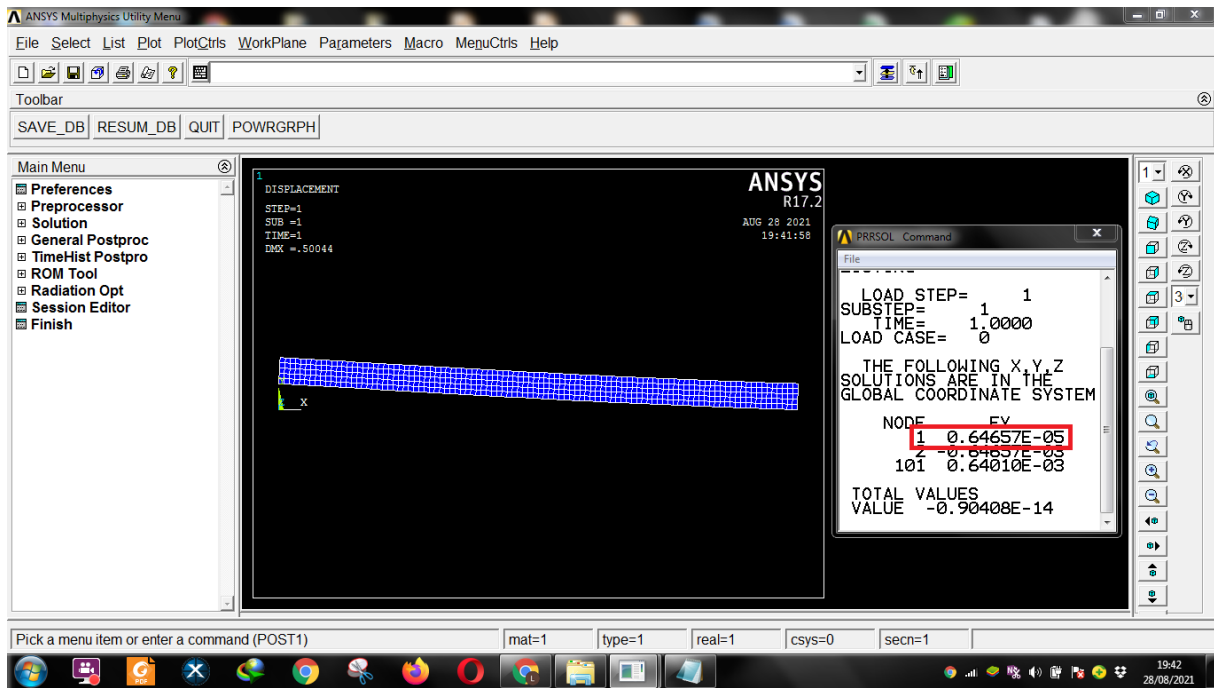


Figure A4-99 : a = 19.8

Bibliographie

[1] : Abderrahim ZEGHLOUL, « CONCEPTS FONDAMENTAUX DE LA MECANIQUE DE LA RUPTURE »

http://www.lem3.univ-lorraine.fr/mmsp/cours/CFMR_Poly%20de%20cours.pdf.

[2] : H. FERDJANI, « Mécanique de la rupture fragile », Département de mécanique, Université de Blida, 2021.

[3] : Jean-Baptiste Leblond, « Mécanique de la rupture fragile et ductile »

Paris : Hermes science publications : Lavoisier; DL 2003, 2003

[4] : T. Zehnder, « Lecture notes on Fracture Mechanics » Cornell University, 2007.