الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية République Algérienne démocratique et populaire وزارة التعليم السعسالي و البحث العلمي Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique جسمعة سعدد حلب البليدة Université SAAD DAHLAB de BLIDA كلية التكنولوجيا Faculté de Technologie قسم الإلكترونيك Département d'Électronique



Filière Télécommunication Spécialité Réseaux & Télécoms Présenté par

METMATI Meriem & RAZAFIMANJARY Andrinantenanina Fabrice

Etude des Performances des Détecteurs CFAR dans des Milieux Homogènes et Non-Homogènes

Proposé par : Mr. MELIANI Hamza

Année Universitaire 2020-2021

Remerciements

Après avoir rendu grâce à Dieu le Tout Puissant et le Miséricordieux nous tenons à remercier vivement tous ceux qui, de près ou de loin nous ont soutenu le long du parcours de l'élaboration de ce mémoire.

En tout premier lieu, nous tenons à remercier le professeur MELIANI Hamza qui s'est acquitté de la délicate tâche de nous encadrer à travers ses multiples conseils et avec beaucoup de patience afin de nous assurer un apprentissage de qualité et pour aboutir habilement à la réalisation de ce projet de fin d'études ici prêt.

Nous souhaitons particulièrement remercier Mme Doudou Faiza enseignante au niveau du Département de l'aéronautique en récompense à ses conseils et sa disponibilité.

Notre vif remerciement s'oriente ensuite vers le corps enseignant administratif de la faculté de technologie de l'université de Saâd Dahleb Blida, qui nous a menés à ce niveau d'enseignement et d'apprentissage.

Toute notre gratitude s'adresse aussi à Monsieur AIDOUD Mahmoud Directeur de la sécurité aéronautique qui, sous ses directives, ses personnels des différents services nous ont apporté le support technique et administratif nécessaire pour le développement des différents volets abordés dans ce mémoire.

Nous tenons à remercier sincèrement les membres de jury qui nous font le grand honneur d'évaluer ce travail.

Dédicaces

Ce projet fin d'étude est dédié à tous mes camarades au Master deux ainsi que tous mes autres camarades de cette Université pour leur présence dans les moments difficiles et les excellents moments que j'ai passés avec eux tout au long de cette année.

Je ne peux, à ce stade, oublier à remercier ma chère Maman et mes frères et sœurs pour m'avoir soutenu lors de tout mon parcours d'enseignement et me donné tout ce que j'en avais besoin pour réussir dans mes études.

A la fin je m'incline avec émotion à la mémoire de mon cher Papa décédé qui, certainement aurait été fier de moi après cet aboutissement honorable. (Dieu te bénisse Papa)

METMATI Meriem

Dédicaces

Je dédie cet humble et modeste travail avec grand amour, sincérité et fierté : A mes chers parents, source de noblesse, de tendresse et d'affection. Puisse cette étape constituer pour vous un motif de satisfaction. A mes deux frères, en témoignage de fraternité, avec mes souhaits de bonheur, de santé et de succès. Et à tous les membres de ma famille. A tous mes amis et mes professeurs. Et à tous ceux qui me sont chers.

RAZAFIMANJARY A.Fabrice

Résumé

Dans un système radar, il est toujours primordial de décider sur la présence ou non présence d'une cible. De ce fait, plusieurs méthodes sont utilisées dont la méthode de la détection CFAR (Constant False Alarm Rate) fait partie. Le travail présenté dans ce mémoire se base sur l'analyse des performances des quatre types de CFAR suivants à savoir le CA-CFAR, l'OS-CFAR, le GO-CFAR et le SO-CFAR dans des milieux homogène et non homogène. Pour mener à bien ce travail des simulations de ces détecteurs ont été réalisées en utilisant le logiciel MatLab. Les différents résultats obtenus montrent que le détecteur CA-CFAR présente de meilleures performances dans un milieu homogène, par contre dans un milieu non-homogène le détecteur OS-CFAR donne de meilleurs résultats

Mots clés : radar, detection, CA-CFAR, OS-CFAR, GO-CFAR, SO-CFAR, clutter.

Abstract

In a radar system, it is always essential to decide on the presence or absence of a target. As a result, several methods are used, including the CFAR (Constant False Alarm Rate) detection method. The work presented in this thesis is based on the performance analysis of the following four types of CFAR namely CA-CFAR, OS-CFAR, GO-CFAR and SO-CFAR in homogeneous and non-homogeneous media. To carry out this work, simulations of these detectors were carried out using the MatLab software. The various results obtained show that the CA-CFAR detector has better performance in a homogeneous medium, on the other hand in a non-homogeneous medium the OS-CFAR detector gives better results.

Keywords: radar, detection, CA-CFAR, OS-CFAR, GO-CFAR, SO-CFAR, clutter.

الملخص

في نظام الرادار، من الضروري دائمًا تحديد ما إذا كان الهدف موجودًا أم لا. نتيجة لذلك، يتم استخدام عدة طرق، بما في ذلك طريقة الكشف CFAR (معدل الإنذار الكاذب الثابت). يعتمد العمل المقدم في هذه الأطروحة على تحليل أداء الأنواع الأربعة التالية من CFAR وهي CA-CFAR و OS-CFAR و GO-CFAR و GO-CFAR و SO-CFAR في وسائط متجانسة وغير متجانسة. لتنفيذ هذا العمل ، تم إجراء محاكاة لهذه الكواشف باستخدام برنامج MatLab. تظهر النتائج المختلفة التي تم الحصول عليها أن كاشف CA-CFAR لديه أداء أفضل في وسط متجانس، من ناحية أخرى في وسط غير متجانس ، يعطي كاشف OS-CFAR نتائج أفضل.

الكلمات الرئيسية:الرادار،الكشف، SO-CFAR ،GO-CFAR ،OS-CFAR ،CA-CFAR ،GO-CFAR ،

Liste des abréviations

- CA-CFAR: Cell Averaging CFAR
- CFAR: Constant False Alarm Rate
- **CST:** Cellule Sous-Test
- CNR: Clutter to Noise Ratio (rapport clutter sur bruit)
- Cdf: La fonction de densité cumulative
- GO-CFAR: Greatest Of CFAR
- Gt: Gain de l'antenne d'émission
- **G**_r: Gain de l'antenne de réception
- H0: Hypothèses pour déclarer l'absence d'une cible
- H1: Hypothèses pour déclarer la présence d'une cible
- I: Rapport de puissance des cibles interférentes sur le bruit total
- j: La position des signaux cibles dans un signal aléatoire
- K: La position de la cellule pour l'OS-CFAR
- Lsy: Perte du système
- M: Le nombre de cellules dans une fenêtre de référence
- M_z: La fonction génératrice des moments
- N: Représente le nombre de cellules de référence
- n: Représente la position d'une cible interférente dans un fenêtre de référence par
- **OS-CFAR:** Ordered Statistic CFAR
- Pd: Probabilité de Détection
- Pfa: Probabilité de Fausse Alarme
- Pdf: Fonction de Densité de Probabilité
- P_r: Puissance reçue par le radar

- Pt: Puissance transmise
- r : Représente le nombre de cibles interférentes
- R1: Distance émetteur-cible
- R2: Distance cible-récepteur
- SO-CFAR: Smallest Of CFAR
- SER: Surface équivalente radar
- SNR: Signal-to-Noise Ration (rapport de puissance de la cible sur le bruit total)
- STR: Surface Thermique Radar
- Sr: Energie reçu par la cible
- St: Energie rétrodiffusée par la cible
- T: Facteur d'échelle
- t: Temps
- U:Somme de la puissance de fenêtre de référence 1
- V: Somme de la puissance de fenêtre de référence 2
- Xi: Echantillon des signaux dans les cellules de références
- Z: Estimation des seuils

Liste des symboles

- **α:** Facteur de forme
- **β:** Facteur d'échelle
- σ : Surface équivalente radar
- λ_0 : La longueur d'onde
- μ: Représente la puissance totale du clutter+ bruit thermique

INTRODUCTION GENERALE	1
CHAPITRE 1: Généralité sur le Système Radar	2
1.1 Introduction	2
1.2 Historique	2
1.3 Composantes radar	3
1.4 Classement radar	3
1.4.1 Configuration radar	3
1.4.2 Types de radars	4
1.4.3 Modes d'émissions radar	5
1.4.4 Types d'affichage du radar	5
1.5 La surface équivalente radar	6
1.6 Principe de fonctionnement du radar	7
1.7 Bande de fréquences radar	7
1.8 Les équations radar	8
1.9 Classification des clutters	9
1.9.1 Types de clutters	9
1.9.2 Caractéristique des clutter	9
1.10 Modélisation des cibles ponctuelles	9
1.11 Conclusion	10
CHAPITRE 2: Eléments D'analyse des Détecteurs radar	11
2.1 Introduction	۲۲ ۸۸
2.2 Generalite sur le CFAR	۱۱ ۱۸
2.3 Principe de l'unclionnement	 15
2.4 2 Elude des differents types de detecteur CFAR	10 15
2.4.1 Environmentent homogene	10 15
2.4.1.1 Le délecteur CA-CFAR	10
2.4.1.2 Le détecteur CO-CEAR	، ا 10
2.4.1.3 Le détecteur SO-CEAR	10
2.4.2 Environnement non-homogène	13 21
2.4.2.1 Le signal de la cellule, testorovenant de la région en debors de clutter	21
2.4.2.1 Le signal de la cellule resiprovenant de la region en denois de clutter	21
2.4.2.1.1 Le détecteur OS-CEAR	21
2 4 2 1 3 Le détecteur GO-CEAR	22
2.4.2.14 Le détecteur SO-CFAR	22 22
2422 Le signal de la cellule test provenant de la région de clutter	20 ספ
2.4.2.2 Le détecteur CA-CFAR	23

Sommaire

2.4.2.2.2 Le détecteur OS-CFAR	24
2.4.2.2.3 Le détecteur GO-CFAR	24
2.4.2.2.4 Le détecteur SO-CFAR	24
2.5 Conclusion	

3.1 Introduction	26
	20
3.2 Les etapes suivies	26
3.3 Résultats de simulations pour le CA-CFAR	27
3.3.1 Résultats avec N =24et P _{fa} variable	27
3.3.2 Résultats avec $P_{fa} = 10^{-4}$ et N variable	28
3.4 Résultats de simulations pour l'OS-CFAR	30
3.4.1 Résultats avec N =24et P _{fa} variable	30
3.4.2 Résultats avec $P_{fa} = 10^{-4}$ et N variable	32
3.5 Résultats de simulations pour le GO-CFAR	33
3.5.1 Résultats avec N =24et P _{fa} variable	33
3.5.2 Résultats avec $P_{fa} = 10^{-4}$ et N variable	35
3.6 Résultats de simulations pour le SO-CFAR	36
3.6.1Résultats avec N =24et P _{fa} variable	36
3.6.2 Résultats avec $P_{fa} = 10^{-4}$ et N variable	38
3.7 Comparaison des algorithmes des détecteurs CA-CFAR, OS-CFAR, GO-	CFAR
et le SO-CFAR	39
3.8 Conclusion	42

4.1 Introduction4.2 Simulations du détecteurs CA-CFAR		43 43
4.2.1 Résultats de la probabilité P _d en fonction du nombre i interférentes	de cil	bles 43
4.2.2 Résultats de la probabilité P_d en fonction de la position de cibles	5	
interférentes		44
4.3 Simulations du détecteurs OS-CFAR		45
4.3.1 Résultats de la probabilité Pd en fonction du nombre r de cibles		
interférentes		45
4.3.2 Résultats de la probabilité Pd en fonction de la position de cibles	5	
interférentes		46
4.4 Simulations du détecteurs GO-CFAR		47

4.4.1 Résultats de la probabilité P _d en fonction du nombre r de cibles interférentes	47
4.4.2 Résultats de la probabilité P _d en fonction de la position interférentes	de cibles 48
4.5 Simulations du détecteurs SO-CFAR.	50
4.5.1 Résultats de la probabilité P _d en fonction du nombre r de cibles	
interférentes	50
4.5.2 Résultats de la probabilité Pd en fonction de la position de cibles	
interférentes	51
4.6 Comparaison des algorithmes des détecteurs CA-CFAR, OS-CFAR,	GO-CFAR
et le SO-CFAR	53
4.6.1 Comparaison de la P _d pour r=1	53
4.6.2 Comparaison de la P _d pour r=2	54
4.8 Conclusion	55

5.1 Introduction	56
5.2 Détection de cibles dans le cas homogène	56
5.2.1 Détecteur CA-CFAR	57
5.2.2 Détecteur OS-CFAR	58
5.2.3 Détecteur GO-CFAR	59
5.2.4 Détecteur SO-CFAR	60
5.3 Détection de cibles dans le cas non-homogène	61
5.3.1 Détecteur CA-CFAR	61
5.3.2 Détecteur OS-CFAR	63
5.3.3 Détecteur GO-CFAR	64
5.3.4 Détecteur SO-CFAR	65
5.4 Conclusion	67
CONCLUSION GENERALE	68
Bibliographie	70
ANNEXE A	72
ANNEXE B	73

Liste des figures

Figure 1.1: Bloc diagramme simplifié d'un radar a impulsions	3
Figure 1.2: Radar monostatique a base de circulateur et un radar bistatique	4
Figure 1.3: Émission pulsée	5
Figure 1.4: Émission continue	5
Figure 1.5: Classification des systèmes radars	6
Figure 1.6: Principe de fonctionnement	7
Figure 2.1: Schéma bloc du détecteur CFAR	.12
Figure 2.2: Détection d'une cible	.13
Figure 2.3: Principe de fonctionnement de CA-CFAR	.16
Figure 2.4: Principe de l'algorithme OS-CFAR	.17
Figure 2.5: Schéma fonctionnel de GO-CFAR	.18
Figure 2.6: Schéma fonctionnel du détecteur SO-CFAR	.20
Figure 3.1: Courbes de la p _d du CA-CFAR avec eq (2.10) en fonction de SNR et pour N=24	р _{fa} .28
Figure 3.2: Courbes de la pd du CA-CFAR avec Monte Carlo en fonction de SNR	≀ et
p _{fa} pour N=24	.28
Figure 3.3: Courbes de la pd du CA-CFAR avec eq.(2.10)en fonction de SNR e	t N
pour $p_{fa} = 10^{-4}$.29
Figure 3.4: Courbes de la pd du CA-CFAR avec Monte Carlo en fonction de SNR	tet ک
N pour p _{fa} = 10 ⁻⁴	.30
Figure 3.5: Courbesde la pd du OS-CFAR avec eq.(2.13) en fonction de SNR et	Pfa
pour N=24	.31
Figure 3.6: Courbes de la pd de l'OS-CFAR avec Monte Carlo en fonction de SNR	≀ et
pfa pour N=24	.31
Figure 3.7: Courbes de la p _d du OS-CFAR avec eq.(2.13) en fonction de SNR e pour p _{fa} = 10 ⁻⁴	t N .32
Figure 3.8: Courbes de la pd de l'OS-CFAR avec Monte Carlo en fonction de SNF	₹ et
N pour $p_{fa} = 10^{-4}$.33
Figure 3.9: Courbes de la p _d du GO-CFAR avec eq.(2.17)en fonction de SNR et	p fa
pour N=24	.34
Figure 3.10: Courbes de la p _d du GO-CFAR avec Monte Carlo en fonction de SNF	≀ et .34
Figure 3.11: Courbes de la pd du GO-CFAR avec eq.(2.17) en fonction de SNR e	et N
pour $p_{fa} = 10^{-4}$.35
Figure 3.12: Courbes de la pd du GO-CFAR avec Monte Carlo en fonction de SNR	et د
N pour $p_{fa} = 10^{-4}$.36

 Figure 3.14: Courbes de la p_d du SO-CFAR avec Monte Carlo en fonction de SNR et p_{fa} pour N=24
 p_{fa} pour N=24
 Figure 3.15: Courbes de la p_d du SO-CFAR avec eq.(2.20) en fonction de SNR et N pour p_{fa}= 10⁻⁴
 pour p_{fa}= 10⁻⁴
 Figure 3.16: Courbes de la p_d du SO-CFAR avec Monte Carlo en fonction de SNR et N pour p_{fa}= 10⁻⁴
N pour p_{fa} = 10 ⁻⁴
 Figure 3.17: Comparaison des p_d (methode theorique) des detecteurs CA-CFAR, OS-CFAR, GO-CFAR et SO-CFAR en fonction de SNR pour N= 24 et p_{fa}= 10⁻⁴40 Figure 3.18: Comparaison des p_d (methode theorique) des detecteurs CA-CFAR, OS-CFAR, GO-CFAR et SO-CFAR en fonction de snr pour N= 16 et p_{fa}= 10⁻⁴ .40 Figure 3.19: Comparaison des p_d (methode de Monte Carlo) des detecteursCA CFAR, OS-CFAR, GO-CFAR et SO-CFAR en fonction deSNR pour N= 24 et
OS-CFAR, GO-CFAR et SO-CFAR en fonction de SNR pour N= 24 et p_{fa} = 10 ⁻⁴ 40 Figure 3.18: Comparaison des p_d (methode theorique) des detecteurs CA-CFAR, OS-CFAR, GO-CFAR et SO-CFAR en fonction de snr pour N= 16 et p_{fa} = 10 ⁻⁴ .40 Figure 3.19: Comparaison des p_d (methode de Monte Carlo) des detecteursCA CFAR, OS-CFAR, GO-CFAR et SO-CFAR en fonction deSNR pour N= 24et
 Figure 3.18: Comparaison des p_d (methode theorique) des detecteurs CA-CFAR, OS-CFAR, GO-CFAR et SO-CFAR en fonction de snr pour N= 16 et p_{fa}= 10⁻⁴.40 Figure 3.19: Comparaison des p_d (methode de Monte Carlo) des detecteursCA CFAR, OS-CFAR, GO-CFAR et SO-CFAR en fonction deSNR pour N= 24et
OS-CFAR, GO-CFAR et SO-CFAR en fonction de snr pour N= 16 et p_{fa} = 10 ⁻⁴ .40 Figure 3.19: Comparaison des p_d (methode de Monte Carlo) des detecteursCA CFAR, OS-CFAR, GO-CFAR et SO-CFAR en fonction deSNR pour N= 24et
Figure 3.19: Comparaison des p _d (methode de Monte Carlo) des detecteursCA CFAR, OS-CFAR, GO-CFAR et SO-CFAR en fonction deSNR pour N= 24et
CFAR, OS-CFAR, GO-CFAR et SO-CFAR en fonction deSNR pour N= 24et
p _{fa} = 10 ⁻⁴
Figure 3.20: Comparaison des pd (methode de Monte Carlo) des detecteurs CA-
CFAR, OS-CFAR, GO-CFAR et SO-CFAR en fonction de SNR pour N= 16 et
p _{fa} = 10 ⁻⁴
Figure 4.1: Courbes de la p _d du CA-CFAR avec Monte Carlo en fonction de SNR et r
pour $p_{fa} = 10^{-4}$. N=24 et n fixe
Figure 4.2: Courbes de la p _d du CA-CFAR avec Monte Carlo en fonction de SNR et
n pour $p_{fa} = 10^{-4}$. N=24 et r=3
Figure 4.3: Courbesde la p _d du OS-CFAR avec Monte Carlo en fonction de SNR et r
pour $p_{f_2} = 10^{-4}$. N=24 et n fixe
Figure 4.4: Courbes de la p _d de l'OS-CFAR avec Monte Carlo en fonction de SNR et
n pour $p_{f_2} = 10^{-4}$. N=24 et r=3
Figure 4.5: Courbes de la p _d du GO-CFAR avec Monte Carlo en fonction de SNR et
r pour $p_{f_2} = 10^{-4}$. N=24 et n fixe
Figure 4.6.a: Courbes de la p _d du GO-CFAR avec Monte Carlo en fonction de SNR
et n pour $p_{fa} = 10^{-4}$. N=24 et r=3
Figure 4.6.b : Zoom de la figure 4.6.a pour SNR ≈[8.5, 9.7] dB
Figure 4.7: Courbes de la p _d du SO-CFAR avec Monte Carlo en fonction de SNR et r
pour $p_{f_2} = 10^{-4}$. N=24 et n fixe
Figure 4.8.a: Courbes de la p _d du SO-CFAR avec Monte Carlo en fonction de SNR
et n pour $p_{f_2} = 10^{-4}$. N=24 et r=3
Figure 4.8.b : Zoom de la figure 4.8.a pour SNR ≈[4.75, 4.86] dB
Figure 4.9 : Comparaison des pd (méthode Monte Carlo) des détecteurs CA-CFAR.
OS-CFAR. GO-CFAR et SO-CFAR en fonction de SNR pour N= 24. p_{fa} = 10 ⁻⁴ .
r=1 et n=1
Figure 4.10 : Comparaison des pd (méthode Monte Carlo) des détecteurs CA-CFAR
OS-CFAR, GO-CFAR et SO-CFAR en fonction de SNR pour N= 24. p_{fa} = 10 ⁻⁴
r=2 dans une seule fenêtre

Figure 4.11: Comparaison des p_d (méthode Monte Carlo) des détecteurs CA-CFAR, OS-CFAR, GO-CFAR et SO-CFAR en fonction de SNR pour N= 24, p_{fa}= 10⁻⁴, r=2 dans deux fenêtres55 Figure 5.1: Détecteur CA-CFAR-Cas Homogène-Comparaison d'un signal aléatoire avec un seuil adaptatif pour P_{fa}=10⁻⁴, N=24 et SNR=10dB57 Figure 5.2: Détecteur CA-CFAR-Cas Homogène-Comparaison d'un signal aléatoire avec un seuil adaptatif pour P_{fa}=10⁻⁴, N=24 et SNR=30dB58 Figure 5.3: Détecteur OS-CFAR-Cas Homogène-Comparaison d'un signal aléatoire avec un seuil adaptatif pour P_{fa}=10⁻⁴, N=24 et SNR=10dB58 Figure 5.4: Détecteur OS-CFAR-Cas Homogène-Comparaison d'un signal aléatoire Figure 5.5: Détecteur GO-CFAR-Cas Homogène-Comparaison d'un signal aléatoire avec un seuil adaptatif pour P_{fa}=10⁻⁴, N=24 et SNR=10dB59 Figure 5.6 : Détecteur GO-CFAR-Cas Homogène-Comparaison d'un signal aléatoire avec un seuil adaptatif pour P_{fa}=10⁻⁴, N=24 et SNR=30dB60 Figure 5.7: Détecteur SO-CFAR-Cas Homogène-Comparaison d'un signal aléatoire avec un seuil adaptatif pour P_{fa}=10⁻⁴, N=24 et SNR=10dB60 Figure 5.8: Détecteur SO-CFAR-Cas Homogène-Comparaison d'un signal aléatoire avec un seuil adaptatif pour P_{fa}=10⁻⁴, N=24 et SNR=30dB61 Figure 5.9: Détecteur CA-CFAR-Cas non-Homogène-Comparaison d'un signal aléatoire avec un seuil adaptatif pour Pfa=10-4, N=24 et SNR=10dB,CNR=10dB Figure 5.10: Détecteur CA-CFAR-Cas non-homogène-Comparaison d'un signal aléatoire avec un seuil adaptatif pour Pfa=10⁻⁴, N=24 et SNR=30dB, CNR=10dB Figure 5.11: DétecteurOS-CFAR-Cas non-homogène-Comparaison d'un signal aléatoire avec un seuil adaptatif pour Pfa=10-4, N=24 et SNR=10dB, CNR=10dB Figure 5.12: DétecteurOS-CFAR-Cas non-homogène-Comparaison d'un signal aléatoire avec un seuil adaptatif pour Pfa=10⁻⁴, N=24 et SNR=30dB, CNR=10dB Figure 5.13: Détecteur GO-CFAR-Cas non-homogène-Comparaison d'un signal aléatoire avec un seuil adaptatif pour Pfa=10-4, N=24 et SNR=10dB, CNR=10dB Figure 5.14: Détecteur GO-CFAR-Cas non-homogène-Comparaison d'un signal aléatoire avec un seuil adaptatif pour Pfa=10⁻⁴, N=24 et SNR=30dB, CNR=10dB Figure 5.15: Détecteur SO-CFAR-Cas non-homogène-Comparaison d'un signal aléatoire avec un seuil adaptatif pourPfa=10⁻⁴, N=24 et SNR=10dB, CNR=10dB ...

Liste des tableaux

10
3
27
30
33
36

Le radar est un dispositif opérationnel d'émission et de réception d'ondes électromagnétiques qui présente de nos jours un grand nombre d'applications.

Dans les détecteurs radar, le problème majeur consiste à détecter des cibles noyées dans un bruit et un clutter (fouillis) non stationnaire tout en maintenant un taux de fausse alarme constant.

La détection classique à seuil fixe est médiocre du fait qu'une faible variation de la puissance du bruit engendre une dégradation des performances du détecteur radar.

Afin de résoudre ce problème, un nouveau type de détecteur qui consiste à établir un seuil adaptatif agissant en fonction du bruit et des signaux indésirables ont été proposé par des chercheurs. Cette technique est appelée la détection à taux de fausse alarme constant CFAR.

Dans ce cadre, l'objet du travail à présenter dans ce mémoire est l'étude des performances de quatre types d'algorithmes CFAR à savoir le CA-CFAR, l'OS-CFAR, le GO-CFAR et le SO-CFAR dans des milieux homogène et non homogène. Le mémoire est organisé en cinq chapitres comme suit :

- Le premier chapitre présente des notions générales sur le radar telles ses différents types et son principe de fonctionnement. Le chapitre donne aussi quelques définitions concernant les clutters (fouillis) et les modèles d'une cible.
- Le deuxième chapitre est consacré aux Eléments d'analyse des détecteurs radar. Dans ce chapitre, le principe de base de la technique CFAR est présenté. L'étude théorique des quatre types de CFAR à savoir le CA-CFAR, l'OS-CFAR, le GO-CFAR et le SO-CFAR y est présentée dans un environnement homogène et non-homogène.
- Le troisième chapitre est consacré à l'étude des performances, par simulation des quatre détecteurs CFAR mentionnés ci-dessus dans un environnement homogène. Ensuite une comparaison des différents résultats est faite afin de voir lequel des différents détecteurs présents de meilleures performances quant à la probabilité de détection.
- Le chapitre quatre présente le même travail effectué au chapitre trois, mais cette fois-ci dans un environnement non-homogène.
- Le cinquième chapitre concerne la détection d'une cible en utilisant un seuil adaptatif au niveau du détecteur CFAR dans deux milieux différents : homogène et non homogène.
- Une conclusion générale est donnée à la fin du mémoire.
- En dernier lieu une liste de références bibliographiques et une annexe contenant la démonstration de quelques expressions mathématiques closent le mémoire.

Chapitre1 Généralités sur le Système Radar

1.1Introduction:

Le terme radar, l'acronyme de « Radio Detection and Ranging », est un système qui fonctionne grâce à l'emploi des ondes électromagnétiques. Sa fonction principale s'est basée au début sur la détection. Avec le temps, le radar a connu une grande évolution grâce aux recherches qui lui a permis de réaliser plusieurs autres tâches. Il est surtout plus utilisé dans certains domaines comme dans le cadre militaire, aéronautique, maritime, météorologique et la sécurité routière [1].

Dans la suite de ce chapitre, nous allons présenter quelques notions de base essentielles à savoir sur le système radar.

1.2 Historique:

Des chercheurs originaires des différentes nationalités ont participé à l'amélioration du radar surtout durant la deuxième guerre mondiale. Les dates marquantes dans l'évolution du radar sont [1,2] :

- 1865: le physicien anglais James Clerk Maxwell a développé des théories sur les propagations des ondes électromagnétiques.
- 1886: le physicien allemand Heinrich Rudolf Hertz a confirmé la théorie de Maxwel grâce à la démonstration physique de l'existence des ondes électromagnétiques.
- 1904: invention du « Telemobiloskop » utilisé pour éviter les collisions maritimes par le technicien allemand spécialiste des ondes hertziennes appelé Christian Hülsmeyer
- 1934: essais sur des systèmes de détection par ondes courtes en France par la CSF (16 et 80 cm de longueur d'onde). Un brevet a été déposé. C'est ainsi que naissent les « radars » à ondes décimétriques.
- 1935 : premier réseau de radars commandé par les Britanniques suite à un brevet deRobert Watson-Watt (l'inventeur dit « officiel » du radar).

1.3 Composantes radar:

La **figure 1.1** montre les différents blocs principaux constituants d'un système radar [3].



Figure 1.1 : Bloc diagramme simplifié d'un radar à impulsions [3]

Une chaine d'émission: elle est constituée du bloc Emetteur/Modulateur qui assure la génération et l'amplification des impulsions hautes fréquences radars.

Un guide d'onde: son rôle est de relié le bloc Emetteur/Modulateur à l'antenne pour les radars à hautes fréquences.

Un circulateur (duplexeur): quand l'émetteur et le récepteur partagent la même antenne, ce dispositif servira à diriger l'onde de l'émetteur vers l'antenne pour l'émission et de l'antenne vers le récepteur pour les échos reçus.

Une antenne: elle diffuse et reçoit les ondes électromagnétiques.

Une Chaine de réception: ce bloc s'occupe de l'amplification du signal reçu. Ensuite, il procède aux filtrages des signaux parasites et l'analyse du signal reçu. Le bloc de traitement de signal sert à extraire les données utiles pour la détection et l'identification d'une cible.

1.4 Classement radar:

Dans ce qui suit, un classement de radars est donné [1].

1.4.1 Configuration radar:

Dans un système radar, on peut distinguer trois types de configurations différentes :

Radar monostatique: dans la configuration monostatique des radars (**figure1.2**), l'émetteur et le récepteur du radar partagent une électronique et une antenne commune. Cette méthode permet à l'émetteur et au récepteur de réduire l'encombrement et les coûts de synchronisation. En contrepartie, seulle signal rétrodiffusé par la cible en direction de l'antenne est reçu par le radar.

Radar bistatique: dans ce type de radar les stations de l'émission et de réception sont séparées (**figure1.2**). Cette configuration nécessite une bonne synchronisation entre l'émetteur et le récepteur. Son avantage réside sur la possibilité de positionner les deux stations à volonté afin d'explorer d'autres configurations de réflexion. Cela permet d'augmenter le volume d'informations récoltées sur la cible.

Radar multistatique: dans ce type de configuration, le système radar doit contenir un émetteur et plusieurs récepteurs.



Figure 1.2: Radar monostatique à base de circulateur et un radar bistatique [3]

1.4.2 Types de radars:

Il existe deux types de radar :

Les radars primaires: ces radars émettent des ondes de hautes puissances et détectent les signaux échos pour obtenir des informations sur les cibles à savoir leur position, leur direction et leur altitude quand ces dernières se trouvent dans leur zone d'émission.

Les radars secondaires: dans la navigation aérienne, ce type de radar se limite à interroger un aéronef en émettant un signal codé et à mesurer les signaux émis par le transpondeur de l'avion. Cela permet d'obtenir la position et l'identification de l'avion sous réserve que celui-ci soit coopératif (qu'il utilise son transpondeur pour émettre ces informations) [4].

1.4.3 Modes d'émissions radar:

Radars à impulsions: ces types de radars envoient avec une haute puissance des impulsions des signaux hyperfréquences suivis d'un temps d'écoute plus long que les impulsions elles-mêmes (**figure1.3**). Il permet de mesurer l'altitude, la direction et la distance de la cible. Le problème avec les radars à impulsions, c'est la possibilité de l'existence d'une ambiguïté.



Figure1.3: Émission pulsée [4]

Radars à onde continue: Ces types de radars mesurent la vitesse d'une cible grâce au traitement des signaux hyperfréquences. La génération de ces signaux ce fait de façon continue (**figure 1.4**) [1].



Figure 1.4: Émission continue [4]

1.4.4 Types d'affichage du radar:

Radar imageur: Un radar imageur donne une image de l'objet (ou la zone) observé. Les radars imageurs sont utilisés en cartographie.

Radar non-imageur: Ce sont des radars cinémomètres et les radars altimètres. Ce type de radar est également appelé diffusomètre puisqu'il mesure les propriétés de réflexions de la région ou de l'objet observé [1].





Figure 1.5: Classification des systèmes radars

1.5 La surface équivalente radar:

La surface équivalente radar (SER) notée σ est caractérisée par la forme de l'objet, l'angle incident, la longueur d'onde ainsi que la capacité de rétrodiffusion de l'objet. On peut évaluer la SER comme étant le rapport de l'énergie reflétée dans la direction du radar sur l'énergie totale reçue par la cible. Elle est donnée par l'équation [2] :

$$\sigma = \frac{4*\pi * r^2 * S_r}{S_t} \quad [\mathrm{m}^2] \tag{1.1}$$

Avec :

- r: la distance de la cible
- St: énergie rétrodiffusée par la cible, en [W/m²]
- Sr: énergie reçu par la cible [W/m²]

L'utilisation des matériaux comme les Kevlar et les fibres à carbone diminue la SER d'un objet. Si on utilise ces matériaux pour la conception d'un objet et on diminue son STR (Surface Thermique Radar), cela provoque la furtivité de l'objet[1].

1.6 Principe de fonctionnement du radar:

La **figure 1.6** présente le principe de base de fonctionnement du radar. A l'émission le radar envoie un puissant signal haut fréquence dans une direction donnée. Dans le cas des radars à impulsions ce signal est constitué de plusieurs impulsions consécutives de durée τ . Lorsque cette onde porteuse haute fréquence rencontre un obstacle, une partie de l'énergie émise est réfléchie vers le système radar. Le radar va alors capter l'écho réfléchi par la cible avec un retard t permettant de déterminer la position et éventuellement la vitesse de la cible à partir des ondes électromagnétiques reçue [1,2].



Figure 1.6 : Principe de fonctionnement [4]

Sachant que si le signal d'un radar à impulsions a parcouru un aller-retour pendant une période*t*, la valeur de la distance d entre la cible et le radar peut être obtenue par la relation suivante où c représente la vitesse de la lumière :

$$d = \frac{C * t}{2} \tag{1.2}$$

1.7 Bande de fréquences radar:

Le **tableau 1.1**ci-dessous donne les différentes fréquences normalisées IEEE pour les systèmes radars [5].

Fréquence	IEEE	Types de radars	
3-30 MHz	HF	Radars transhorizon,	
30-300 MHz	VHF	Radars spécifiques (contre avions furtifs)	
0.3-1 GHz	UHF	Radars longue portée : suivi des satellites	
1-2 GHz	L	Radars longue portée : suivi du trafic aérien	
2-4 GHz	S	Trafic aérien, côtier et météo	
4-8 GHz	С	Surveillance aérienne, conduite de tir	
8-12 GHz	X	Dedera córoportós	
12-18 GHz	Ku	- conduites de tir, radar - d'atterrissage	
18-27 GHz	K		
27-40 GHz	Ka		
40-75 GHz	V	Auto-Diroctours do missilos	
75-110 GHz	W		

Tableau 1.1 : Principales gammes de fréquences porteuses pour applications radar [5]

1.8 Les équations radar:

L'équation radar reflète l'influence des phénomènes physiques sur la puissance rayonnée, la propagation des ondes, et la réception du signal réfléchi (écho).

En effet, cette équation permet d'estimer les performances d'un système radar. En prenant en considération que les ondes électromagnétiques se propagent dans des conditions idéales, l'équation radar est définie par l'expression **(1.3)**cidessous[1,3].

$$P_{r} = \frac{P_{t}.G_{t}}{4.\pi.R_{1}^{2}} \cdot \frac{\sigma}{4.\pi.R_{2}^{2}} \cdot \frac{G_{r}\lambda_{0}^{2}}{4.\pi}$$
(1.3)

Avec :

- *P_r*: Puissance reçue par le radar
- P_t : Puissance transmise
- *G_t*: Gain de l'antenne d'émission
- G_r : Gain de l'antenne de réception
- σ: Surface équivalente radar
- λ_0 : La longueur d'onde
- R₁: Distance émetteur-cible
- R₂: Distance cible-récepteur

Si on définit par $P_{r,min}$ la puissance minimale détectable par le récepteur, l'expression de la distance maximale R_{max} correspondante est définie par :

$$R_{max} = \sqrt[4]{\frac{P_t \cdot G \cdot \sigma \cdot \lambda_0^2}{P_{r,min}(4\pi)^3}}$$
(1.4)

L'équation radar définie ci -dessus dans l'expression **(1.4)** ne tient pas compte des différentes pertes du signal dues à l'environnement. Si l'onde écho subit une perte du système L_{sy} , la distance R_{max} diminue et son expression devient :

$$R_{max} = \sqrt[4]{\frac{P_{t}.G.\sigma.\lambda_{0}^{2}}{P_{r,min}(4\pi)^{3}.L_{sy}}}$$
(1.5)

1.9 Classification des clutters:

1.9.1 Types de clutters:

Clutter de Volume: Le clutter de volume est généralement lié aux phénomènes atmosphériques à titre d'exemple les pluies, les oiseaux et insectes. Ce type de clutter affecte le processus de détection pour les signaux radar à haute fréquences [6].

Clutter de surface: Le clutter de mer et le clutter de terre constituent le clutter de surface et il change d'une zone à l'autre [6].

1.9.2 Caractéristique des clutter:

On dit qu'un Clutter est homogène quand celui-ci est stationnaire ou uniforme. Les signaux suivent la même variable aléatoire et en même temps chaque échantillon de signal est indépendant et identiquement distribué.

Un clutter est dit hétérogène quand différentes situations peuvent affecter l'homogénéité des signaux tels que l'existence du bord de clutter et/ou des cibles interférentes. Dans ce cas, les hypothèses statistiques pour le cas d'un clutter homogène ne sont plus valides, car le signal n'est plus identiquement distribué [6].

1.10 Modélisation des cibles ponctuelles:

Les cibles peuvent être modélisées sous deux formes :

Modèle I: Ce Modèle considère la cible comme étant un ensemble de plusieurs réflecteurs élémentaires indépendants mais de même taille. Dans ce cas, la SER suit une distribution Rayleigh telle que sa pdf est [6] :

$$f(s) = \frac{1}{\bar{s}} exp\left(-\frac{s}{\bar{s}}\right) , s \ge 0$$
 (1.6)

Modèle II: ce Modèle considère la cible comme étant un grand réflecteur constant dominant entouré par un certain nombre de petits réflecteurs indépendants. Dans ce cas, sa SER suit une distribution Rayleigh modifiée (one-dominant-plus Rayleigh) telle que sa pdf est :

$$f(s) = \frac{4s}{\overline{s^2}} exp\left(-\frac{2s}{\overline{s}}\right), \ s \ge 0$$
(1.7)

Cibles Fluctuantes:

Nous disposons deux types de fluctuation de cible :

Cible Lentement Fluctuante: une cible est dite lentement fluctuante si l'amplitude du son signal échos ne change pas pendant le temps d'un balayage quelconque.

Cible Rapidement Fluctuante: elle est dite rapidement fluctuante si l'amplitude de son signal échos change d'une impulsion à l'autre.

Le **tableau 1.2**ci-dessous montre les différents modèles statistiques des cibles classées par Swerling [6,7]

	Modèle 1	Modèle 2
Cible lentement fluctuant	Swerling 1	Swerling 3
Cible rapidement fluctuant	Swerling 2	Swerling 4

Tableau 1.2:Classement des cibles

1.11 Conclusion:

Dans ce chapitre un bref historique a été donné sur l'évolution du système radar. Nous avons présenté le principe de base du fonctionnement d'un système radar avec ses différentes composantes et ses différents types. Ensuite nous avons défini les différents types de clutter et les modèles d'une cible.

Le système radar est basé sur l'émission, la réception et le traitement du signal écho reçu par l'antenne de réception. Le signal échos radar dépend de plusieurs paramètres à savoir les caractéristiques de la cible, les bruits et les différents paramètres de l'antenne qui influent sur l'équation radar.

Dans le chapitre suivant, nous donnerons quelques éléments d'analyse des détecteurs radar

Chapitre 2 Eléments D'analyse des Détecteurs Radar

2.1 Introduction:

Dans les détecteurs radar, le problème majeur consiste à détecter des cibles noyées dans un bruit et un clutter (fouillis) non stationnaire tout en maintenant un taux de fausse alarme constant. La détection classique à seuil fixe est médiocre du fait qu'une faible variation de la puissance du bruit engendre une dégradation des performances du détecteur radar. Pour remédier à ce problème, les chercheurs dans le domaine de la détection ont pensé à la détection adaptative dans laquelle un seuil adapté est utilisé en fonction du bruit et des signaux indésirables. Cette technique est appelée détection à taux de fausse alarme constant CFAR (Constant False Alarm Rate) [8].

2.2 Généralité sur le CFAR:

Un processus de détection radar consiste à tester si le niveau du signal dans la cellule sous test dépasse un seuil de détection. Pour être utile en pratique, un détecteur radar non seulement devrait être capable de détecter des cibles avec une probabilité élevée mais devrait également contrôler simultanément le taux de fausses alarmes à une valeur spécifiée. Dans les systèmes radar modernes, le taux de fausses alarmes est automatiquement maintenu à un niveau constant en ajustant d'une manière adaptative le seuil de détection en fonction du clutter (signaux indésirables) et du bruit en utilisant un détecteur de taux de fausses alarmes constant (CFAR) [9].

Il y a un grand nombre d'algorithmes de détection CFAR qui ont été développés. On peut citer les suivants qui ont été étudiés dans ce projet de fin d'études :

- Cell Averaging CFAR (CA-CFAR)
- Smallest Of CFAR (SO-CFAR)
- Greatest Of CFAR (GO-CFAR)
- Ordered Statistic CFAR (OS-CFAR).

2.3 Principe de fonctionnement :

Le principe de fonctionnement des détecteurs CFAR suscités est présenté par la **figure2.1** ci-dessous :



Figure 2.1: Schéma bloc du détecteur CFAR [9]

Dans le schéma de la **figure 2.1** ci-dessus, le détecteur reçoit les signaux aléatoires à l'entrée d'un détecteur quadratique. Ces signaux sont ensuite envoyés dans un registre à décalage contenant, une cellule sous-test (CST) dont le signal est X_{cst} entourée par ses cellules de gardes et N cellules de référence formées par deux fenêtres de référence qui se situent de part et d'autre de la cellule CST [10].

Les cellules de référence servent à établir une estimation du niveau d'interférence nommée Z et multiplier par un facteur d'échelle T pour être comparé ensuite avec le signal contenu dans la CST. Le facteur d'échelle est une valeur constante qui permet de maintenir un taux de fausse alarme désiré [10].

Ainsi, une décision représentée sous deux hypothèses H₀ et H₁ est prise pour déclarer la présence ou l'absence d'une cible [9] :

- (H0 pour declarer l'absence d'une cible
- (H1 pour declarer la presence d'une cible

Le détecteur prend l'une des quatre décisions suivantes avec leurs probabilités correspondantes :

Décision	Signification	Probabilité
Décider H1, sachant H1 est vraie	Détection correcte de la cible	Pd
Décider H1, sachant H0 est vraie	Fausse alarme	P _{fa}
Décider H0, sachant H1 est vraie	Non détection	Pm
Décider H0, sachant H0est vraie	Détection correcte du bruit	P _{bs}

Tableau 2.1: Possibilités sur les décisions

Si le seuil de détection est trop élevé par rapport au signal reçu, les cibles peuvent ne pas être détectées, et s'il est trop bas la probabilité de fausse alarme augmente. La **figure 2.2** donnée ci-dessous résume cette situation qui peut être formulée en termes de tests d'hypothèses statistiques.



Figure 2.2: Détection d'une cible

L'idée de la technique CFAR (Constant False Alarm Rate) est de réaliser un système adaptatif capable de détecter une cible en utilisant un taux de fausse alarme constant, quels que soient les signaux parasites qui existent. En effet, le principe du CFAR est d'utiliser quelques échantillons du bruit pour pouvoir l'estimer et établir un seuil de détection qui s'adapte à ses fluctuations [9].

Dans ce qui suit, le modèle de Swerling 1 est utilisé pour représenter la cible à l'intérieur des cellules CUT et le bruit gaussien aussi sera utilisé comme bruit de fond.

Afin d'analyser les performances d'un processeur CFAR dans un environnement bruité, on va supposer que le signal à la sortie du détecteur quadratique pour n'importe quelle plage de cellules est distribuée exponentiellement avec une fonction de densité de probabilité (pdf) donnée par [10]:

$$f(x) = \frac{1}{2\lambda} exp\left(\frac{-x}{2\lambda}\right)$$
(2.1)

Où :

$$\lambda = \begin{cases} \mu & \text{sous } H_0 \\ \mu(1+S) & \text{sous } H_1 \end{cases}$$
(2.2)

- μ définit la puissance totale du clutter+ bruit thermique
- S représente le rapport de la puissance du signal reçu sur bruit μ

Les performances de chaque type de détecteur CFAR peuvent être évaluées en fonction de leur P_{fa} et P_d respectives.

L'établissement de l'expression de ces deux probabilités dépend à la fois de la distribution de Z qui change en fonction de la technique CFAR utilisée pour sa conception et de la distribution de chacune des cellules de référence. Ces deux probabilités sont démontrées dans l'**Annexe A** et sont définies par [10] :

$$\begin{cases} P_{fa} = E_Z \{ P[Y > TZ/H_0] \} \\ P_d = E_Z \{ P[Y > TZ/H_1] \} \end{cases}$$
 (2.3)

Qui peuvent être reformulées comme suit :

$$\begin{cases}
P_{fa} = E_Z \left\{ \int_{TZ}^{x} (1/2\mu) \exp\left(-\frac{y}{2}\mu\right) dy \right\} = E_Z \left\{ \exp\left(-\frac{TZ}{2}\mu\right) \right\} \\
P_d = E_Z \left\{ \int_{TZ}^{x} (1/2\mu(1+S)) \exp\left(-\frac{y}{2}\mu(1+S)\right) dy \right\} = E_Z \left\{ \exp\left(-\frac{TZ}{2}\mu(1+S)\right) \right\} \end{cases}$$
(2.4)

La différence entre les expressions de P_{fa} et P_d est que dans la probabilité P_d µ est remplacé par µ(1 + S).

Les deux équations ci-dessus peuvent s'écrire comme suit :

$$\begin{cases}
P_{fa} = M_Z \left(\frac{T}{2 \mu} \right) \\
P_d = M_Z \left(\frac{T}{2 \mu (1+S)} \right)
\end{cases}$$
(2.5)

Où Mz la fonction génératrice des moments.

2.4 Etude des différents types de détecteur CFAR:

Dans cette section, l'étude des différents types de détecteurs CFAR est faite dans un environnement homogène et non homogène.

2.4.1Environnement homogène:

L'étude des CFAR dans le cas homogène est caractérisée par la valeur de puissance du bruit $\mu = \mu_0$ où μ_0 représente la puissance des bruits thermiques [10]. Dans le cas homogène en remplaçant μ par μ_0 dans l'équation (2.2), on obtient l'expression de λ donnée ci-dessous :

$$\lambda = \begin{cases} \mu_0 & \text{sous } H_0 \\ \mu_0(1+S) & \text{sous } H_1 \end{cases}$$
(2.6)

2.4.1.1 le détecteur CA-CFAR:

Le détecteur CA-CFAR (voir **figure2.3**) a été introduit pour la première fois en 1968 par Finn et Johnson. Il fonctionne en prenant la somme des échantillons contenus dans les cellules de référence et en calculant le seuil en fonction de la puissance du signal contenue dans ces cellules.

Ici, la CUT est représentée par CST et N fait référence au nombre de cellules de référence prises en considération [10].



Figure 2.3: Principe de fonctionnement de CA-CFAR

Dans cet algorithme les valeurs de U, V et Z sont données par [10].

$$\begin{cases} U = \sum_{i=1}^{N} x_i \\ V = \sum_{i=\frac{N}{2}+1}^{N} x_i \end{cases}$$

$$Z = U + V$$
(2.8)

> Expression des différentes probabilités:

À partir du système d'équation **(2.5)** et l'équation **(2.8)** ci-dessus, on peut exprimer la probabilité de fausse alarme et la probabilité de détection P_{fa} et P_d démontrées dans **l'annexe B** comme suit [10,11]

$$P_{fa} = [1 + T]^{-N}$$
 (2.9)

L'expression de la probabilité de détection P_d peut se déduire de l'équation (2.9) en remplaçant dans celle-ci T par $\frac{T}{1+S}$, soit :

$$P_d = [1 + \frac{T}{1+S}]^{-N}$$
 (2.10)

Le facteur d'échelle constant T peut être déduit à partir de l'expression de la probabilité de fausse alarme P_{fa} :

$$T = (-1 + P_{fa}^{(-1/N)})$$
 (2.11)

2.4.1.2 le détecteur OS-CFAR:

Le détecteur OS-CFAR a été proposé par Herman ROHLING en 1983.L'analyse de ce détecteur consiste à ordonner d'une manière croissante toutes les cellules contenues dans les cellules de référence afin de choisir une cellule à la position $k = \frac{3N}{4}$ [10] pour établir l'estimation Z=X(k) qui nous servira ensuite pour l'établissement d'un seuil de détection comme le montre la **figure 2.4** ci-dessous :



Figure 2.4 : Principe de l'algorithme OS-CFAR

> Expression des différentes probabilités:

Grâce aux calculs faits dans l'annexe D, l'expression des Pfa est donnée par [2,6]:

$$P_{fa} = \frac{k\binom{N}{k}\Gamma(N-k+T+1)\Gamma(k)}{\Gamma(N+T+1)}$$
(2.12)

Où Γest la fonction génératrice des moments avec : $\Gamma(x) = (x - 1)!$

L'expression de P_d peut aussi être déduite à partir de l'équation (2.12) en remplaçant T par T/ (1+S), soit :

$$P_d = \frac{k\binom{N}{k}\Gamma\left(N-K+\frac{T}{1+S}+1\right)\Gamma(k)}{\Gamma\left(N+\frac{T}{1+S}+1\right)}$$
(2.13)

2.4.1.3 le détecteur GO-CFAR:

La figure 2.5 montre le schéma fonctionnel de GO-CFAR.

Pour ce détecteur, l'estimation de Z est obtenue en faisant la somme total de la puissance des signaux contenus dans chacune des deux fenêtres de référence.

Ensuite, le processeur fait la comparaison entre la puissance totale des deux fenêtres et choisit la fenêtre de référence qui aura la plus grande puissance pour établir le seuil.



Figure 2.5: Schéma fonctionnel de GO-CFAR

> Expression des différentes probabilités:

L'expression **(2.14)** ci-dessous définit l'estimation de Z pour le détecteur GO-CFAR [10,13].

$$Z = max(U, V) \tag{2.14}$$

Où

$$\begin{cases} U = \sum_{i=1}^{M} xi \\ V = \sum_{i=M}^{N} xi \end{cases}$$
(2.15)

Avec M=N/2.

Nous avons développé dans **l'annexe C** l'expression de la probabilité de fausse alarme pour le GO-CFAR. Son expression est donnée par [10,15] :

$$P_{fa} = 2(1+T)^{-M} - 2\sum_{i=0}^{M-1} {M+i-1 \choose i} (2+T)^{-(M+i)}$$
(2.16)

La probabilité de détection du détecteur GO-CFAR est obtenue en remplaçant T par T/ (1 + S) dans (2.16) [10,14]:

$$P_d = 2(1+T/(1+S))^{-M} - 2\sum_{i=0}^{M-1} {\binom{M+i-1}{i}} (2+T/1+S)^{-(M+i)}$$
(2.17)

2.4.1.4 le détecteur SO-CFAR:

La figure 2.6 montre le schéma fonctionnel du détecteur SO-CFAR. Son principe de fonctionnement est similaire à celui du GO-CFAR. Dans le détecteur SO-CFAR, la valeur de Z est prise comme étant la plus petite des valeurs entre U et V [14] :



Figure 2.6: Schéma fonctionnel du détecteur SO-CFAR

> Expression des différentes probabilités:

L'expression de Z (voir figure 2.6) est donnée par:

$$Z = min(U, V) \tag{2.18}$$

Dans **l'annexe C**, l'expression de la probabilité de fausse alarme pour le SO-CFAR a été évaluée en utilisant sa fonction de densité de probabilité $f_z(Z)$. Cette probabilité de fausse alarme est donnée par [10,14] :

$$P_{fa} = 2\sum_{i=0}^{M-1} \binom{M+i-1}{i} (2+T)^{-(M+i)}$$
(2.19)

La probabilité de détection du détecteur SO-CFAR est déduite de l'équation (2.19) en remplaçant T par $^{T}\!/_{(1+S)}$ [10,15] soit :

$$P_d = 2 \sum_{i=0}^{M-1} {\binom{M+i-1}{i} \left(2 + \frac{T}{(1+S)}\right)^{-(M+i)}}$$
(2.20)
Une relation générale entre les probabilités de fausse alarme des détecteurs GO-CFAR et le SO-CFAR est donnée par [10]:

$$P_{fa,SO} = M_U(T/2\mu) + M_V(T/2\mu) - P_{fa,GO}$$
(2.21)

2.4.2 Environnement non-homogène:

L'existence d'un environnement non-homogène se traduit par l'existence du bord de clutter ou/et des cibles interférentes. Dans le cas de l'existence d'un bord de clutter, la puissance μ qui est la somme du bruit thermique et clutter est donnée par [17] :

$$\mu = \mu_0 (1 + C) \tag{2.22}$$

Où C est le rapport clutter sur bruit qu'on appelle CNR (Clutter to Noise Ratio).

Dans le cas de l'existence des cibles interférentes au niveau des cellules de référence, l'expression de μ devient :

$$\mu = \mu_0 (1 + I) \tag{2.23}$$

Où I est le rapport de puissance des cibles interférentes sur le bruit total. I est appelé INR (Interférence to total Noise Ratio)

Dans ce qui suit nous allons considérer deux situations :

- Cas où le signal de la cellule test provient d'une région en dehors du clutter
- Cas où le signal de la cellule test provient d'une région du clutter

2.4.2.1 Le signal de la cellule test prévenante de la région en dehors du clutter:

2.4.2.1.1 Le détecteur CA-CFAR:

Supposons que la fenêtre de référence contienne r cellules recevant des signaux en provenance d'une zone du clutter ou des cibles interférentes avec une puissance de bruit μ et N - r cellules avec une puissance de bruit en arrière-plan μ_0 . La puissance totale estimée du bruit est donnée par :

$$Z = \sum_{i=1}^{r} X_i + \sum_{i=r+1}^{N} X_i \approx Z1 + Z2$$
 (2.24)

 Z_1 et Z_2 ont chacune leur propre Pdf .Ainsi, l'expression de la probabilité de fausse alarme P_{fa} correspondante est [10,16]:

$$P_{fa} = [1 + (1 + C)T]^{-r}(1 + T)^{r-N}$$
(2.25)

L'expression de la probabilité de détection P_d est obtenue en remplaçant dans l'équation (2.25) T par T/ (1+S) et C par I soit :

$$P_{\rm d} = \left[1 + \frac{(1+I)T}{1+S}\right]^{-r} \left(1 + \frac{T}{1+S}\right)^{r-N}$$
(2.26)

2.4.2.1.2 Le détecteur OS -CFAR:

Pour le détecteur OS-CFAR, la probabilité de fausse alarme est définie par [17] :

$$P_{fa} = T \sum_{i=k}^{N} \sum_{L=\max(0,i-r)}^{\min(i,N-r)} {N-r \choose L} {r \choose i-L} \sum_{j=1}^{L} \sum_{m=0}^{i-L} \frac{{\binom{L}{j}\binom{i-L}{m}(-1)^{j+m}}}{(N+T+j-r-L)+\frac{(m+r+L-i)}{(1+C)}}$$
(2.27)

Nous pouvons aussi utiliser cette expression pour analyser la performance de l'OS-CFAR dans la situation de l'existence de plusieurs cibles interférentes.

Nous pouvons calculer la probabilité de détection en remplaçant T par T/(1+S) et C par I dans l'équation (2.27). Ce qui donne :

$$P_{\rm D} = \frac{T}{1+S} \sum_{i=k}^{N} \sum_{\rm L=max(0,i-r)}^{\rm min(i,N-r)} {N-r \choose \rm L} {r \choose i-L} \sum_{j=1}^{\rm L} \sum_{m=0}^{\rm i-L} \frac{{\binom{L}{j} \binom{i-L}{m}(-1)^{j+m}}}{{\left(N + \frac{T}{1+S} + j - r - L\right) + \frac{(m+r+L-i)}{(1+l)}}}$$
(2.28)

Dans l'expression (2.28), r définit le nombre des cibles interférentes.

2.4.2.1.3 Le détecteur GO -CFAR:

Le principe de l'algorithme du détecteur GO-CFAR dans le cas non-homogène est le même que celui du cas homogène sauf qu'il ya un changement de pdf sur l'une des fenêtres de référence à cause de l'existence du bord de clutter ou des cibles interférentes.

La sortie de la fenêtre de référence U est donnée par [17] :

$$\begin{cases} U = \sum_{i=1}^{r} Xi + \sum_{i=r}^{M} Xi = U1 + U2 \\ V = \sum_{i=M+1}^{N} Xi \end{cases}$$
(2.29)

$$Z = max(U, V) \tag{2.30}$$

Avec M = N/2

La probabilité de fausse alarme est donnée par l'équation (2.31) ci-dessous [10,13] :

$$P_{fa} = (1+T)^{-M} + (1+(1+C)T)^{-M} - \sum_{j=0}^{M-1} {\binom{M+j-1}{j}} \left(1+T+\frac{1}{1+C}\right)^{-(M+j)} \left((1+C)^{-M} + (1+C)^{-j}\right)$$
(2.31)

L'expression de la probabilité de détection P_d est déduite de l'expression de la P_{fa} , en remplaçant le T par T/(1 + S) et C parl, ce qui donne :

$$P_{d} = \left(1 + \frac{T}{1+S}\right)^{-M} + \left(1 + (1+I)\frac{T}{1+S}\right)^{-M} - \sum_{j=0}^{M-1} \binom{M+j-1}{j} \left(1 + \frac{T}{1+S} + \frac{1}{1+I}\right)^{-(M+j)} \left((1 + I)^{-M} + (1+I)^{-j}\right)$$
(2.32)

2.4.2.1.4 Le détecteur SO -CFAR:

Nous avons déjà vu en haut que la différence entre le SO-CFAR et le GO-CFAR réside seulement sur le choix entre les deux sommes des fenêtres de référence. La probabilité de fausse alarme pour le détecteur SO-CFAR est donnée [10].

$$P_{fa} = \sum_{j=0}^{M-1} \binom{M+j-1}{j} \left(1+T+\frac{1}{1+C}\right)^{-(M+j)} \left((1+C)^{-M}+(1+C)^{-j}\right)$$
(2.33)

L'expression de la probabilité de détection est obtenue en remplaçant T par $\frac{T}{1+S}$ et C par I dans l'équation (2.33) soit :

$$P_D = \sum_{j=0}^{M-1} \binom{M+j-1}{j} \left(1 + \frac{T}{1+S} + \frac{1}{1+I}\right)^{-(M+J)} \left((1+I)^{-M} + (1+I)^{-j}\right)$$
(2.34)

2.4.2.2 Le signal de la cellule test provenant de la région de clutter:

Au fur et à mesure que les signaux provenant d'une zone de clutter sont traités par le processeur, le nombre de cellules de référence contenant des signaux du clutter ne cessera d'augmenter jusqu'à ce que ces signaux parviennent la cellule sous-test.

Les expressions des probabilités de fausse alarme de chaque détecteurs CFAR dans ce cas sont obtenues en remplaçant T par $\frac{T}{1+C}$ dans leurs expressions quand le CST ne plonge dans le clutter [10,16] soit :

2.4.2.2.1 Le détecteur CA -CFAR:

La probabilité de fausse alarme :

$$P_{FA} = (1+T)^{-r} \left(1 + \frac{T}{1+C}\right)^{r-N}$$
(2.35)

✤ La probabilité de détection :

$$P_D = \left(1 + \frac{T}{1+S}\right)^{-r} \left(1 + \frac{T}{(1+I)(1+S)}\right)^{r-N}$$
(2.36)

2.4.2.2.2 Le détecteur OS-CFAR:

✤ La probabilité de fausse alarme :

$$P_{FA} = \frac{T}{1+C} \sum_{i=k}^{N} \sum_{L=max(0,i-r)}^{min(i,N-r)} {N-r \choose L} {r \choose i-L} \sum_{j=1}^{L} \sum_{m=0}^{i-L} \frac{{\binom{L}{j}\binom{i-L}{m}(-1)^{j+m}}}{{\left(N + \frac{T}{1+C} + j - r - L\right) + \frac{(m+r+L-i)}{(1+C)}}$$
(2.37)

✤ La probabilité de détection :

$$P_{D} = \frac{T}{(1+I)(1+S)} \sum_{i=k}^{N} \sum_{L=\max(0,i-r)}^{\min(i,N-r)} {N-r \choose L} {r \choose i-L} \sum_{j=1}^{L} \sum_{m=0}^{i-L} \frac{{\binom{L}{j}}{\binom{i-L}{m}(-1)^{j+m}}}{{\left(N + \frac{T}{(1+I)(1+S)} + j - r - L\right) + \frac{(m+r+L-i)}{(1+I)}}}$$
(2.38)

2.4.2.2.3 Le détecteur GO -CFAR:

✤ La probabilité de fausse alarme :

$$P_{fa} = \left(1 + \frac{T}{1+C}\right)^{-M} + \left(1 + (1+C)\frac{T}{1+C}\right)^{-M} - \sum_{j=0}^{M-1} \binom{M+j-1}{j} \left(1 + \frac{T}{1+C} + \frac{1}{1+C}\right)^{-(M+j)} \left((1+C)^{-M} + (1+C)^{-j}\right)$$
(2.39)

✤ La probabilité de détection :

$$P_{\rm D} = \left(1 + \frac{T}{(1+I)(1+S)}\right)^{-M} + \left(1 + (1+I)\frac{T}{(1+I)(1+S)}\right)^{-M} - \sum_{j=0}^{M-1} \binom{M+j-1}{j} \left(1 + \frac{T}{(1+I)(1+S)} + \frac{1}{1+I}\right)^{-(M+j)} \left((1+I)^{-M} + (1+I)^{-j}\right)$$
(2.40)

2.4.2.2.4 Le détecteur SO-CFAR:

✤ La probabilité de fausse alarme

$$P_{fa} = \sum_{j=0}^{M-1} \binom{M+j-1}{j} \left(1 + \frac{T}{1+C} + \frac{1}{1+C} \right)^{-(M+j)} \left((1+C)^{-M} + (1+C)^{-j} \right)$$
 (2.41)

✤ La probabilité de détection :

$$P_{D} = \sum_{j=0}^{M-1} \binom{M+j-1}{j} \left(1 + \frac{T}{(1+I)(1+S)} + \frac{1}{1+I} \right)^{-(M+j)} \left((1+I)^{-M} + (1+I)^{-j} \right)$$
(2.42)

2.5 Conclusion:

Dans ce chapitre nous avons présenté le principe de fonctionnement général du détecteur CFAR. Ensuite, nous avons étudié les techniques CFAR à savoir le CA-CFAR, l'OS-CFAR, le GO-CFAR et le SO-CFAR dans un environnement homogène et non-homogène en évaluant leurs probabilités de fausse alarme et de détection.

La différence entre les détecteurs CFAR réside sur la façon d'établir l'estimation de Z. Chaque Z estimé à sa propre expression de la fonction de densité de probabilité (Pdf).

Dans les chapitres suivants nous allons évaluer par simulation les différents détecteurs étudiés dans ce chapitre.

Chapitre 3 Simulation de CA, OS, GO et SO-CFAR dans un environnement homogène

3.1 Introduction :

Dans ce chapitre nous allons présenter les différents résultats de simulation des algorithmes du radar CFAR dans un milieu homogène. Pour ce faire nous avons utilisé le logiciel MatLab R2018A.

Dans cette partie de simulation nous avons évalué la probabilité de détection P_d de chaque détecteur en utilisant deux méthodes. Dans la première méthode nous avons programmé les équations développées dans le chapitre2. Dans la deuxième méthode nous avons utilisé les algorithmes donnés dans les différentes figures des différents détecteurs en se basant sur la méthode de Monté Carlo. Dans cette dernière méthode, on compare le contenu de la cellule sous test (CST) avec TZ pour une valeur donnée du SNR qu'on répète 10^5 fois. On compte le nombre M de cas où le contenu de la CST est plus grand que TZ. Ensuite on évalue la valeur de $P_d = M/10^5$. On répète ce processus pour différentes valeurs du SNR. Il est à noter que le signal de la cellule test est la somme du signal provenant de la cible plus le bruit thermique.

3.2 Les étapes suivies :

- En premier lieu, on fixe les paramètres suivants :

- Nombre d'itérations = 10⁵
- P_{fa} = 10⁻⁴, 10⁻⁶, 10⁻⁸
- SNR = [1-40] dB
- Le nombre de cellules de référence : N= 8, 16, 24

- Ensuite on calcule le paramètre T donné par son équation au chapitre2.

Dans le cas détecteur CA-CFAR, T est évalué directement par sa formule. Mais dans le cas des autres détecteurs, comme l'expression de T n'est pas simple, nous avons recours à une méthode itérative dont l'algorithme est donné ci-dessous :

Entrées : E_{max} , P_{fa} , x, p_{fa} Initiations : $P_{fa} \leftarrow 10^{x}$ $T \leftarrow 0$ Pour i allant de 0 à Iter y=f(T); f(T) expression du P_{fa} en fonction de T $Err \leftarrow abs (P_{fa}-y)$ Si $Err > E_{max}$ $T \leftarrow T+0.001$ Sinon Fin Fin Sorties : T

3.3 Résultats de simulations pour le CA-CFAR :

Les **figures(3.1)** et **(3.3)** représentent les résultats de la probabilité de détection P_d en fonction du SNR en utilisant l'équation **(2.10)** pour des nombres de cellules N=8,16,24 et différentes probabilités de fausse alarme $P_{fa}=10^{-4}P_{fa}=10^{-6}$, $P_{fa}=10^{-8}$.

Les **figures (3.2)** et **(3.4)** sont obtenus en utilisant l'algorithme de fonctionnement du CA-CFAR **(figure2.3)** en appliquant la méthode de Mont Carlo.

Le tableau ci-dessous donne les différentes valeurs T en fonction de la valeur de probabilité de fausse alarme P_{fa} et le nombre de cellules de référence N.

	Т		
P _{fa}	N=8	N=16	N=24
10 ⁻⁴	2.1623	0.7783	0.4678
10 ⁻⁶	4.6234	1.3714	0.7783
10 ⁻⁸	9.0000	2.1623	1.1544

Tableau 3.1 : Variation du facteur T en fonction de P_{fa} et N pour le CA-CFAR

3.3.1Résultats avec N =24 et Pfa variable :

D'après les **figures (3.1)** et **(3.2)** ci-dessous, les deux méthodes utilisées pour l'évaluation de la probabilité de détection du détecteur CA-CFAR donnent des résultats identiques. On constate que la probabilité de détection P_d dans les deux figures est meilleure pour une $P_{fa} = 10^{-4}$. On constate aussi qu'il y a trois plages de variation dans ces graphes. Le premier est [0-5]dB où disant le CA-CFAR commence à pouvoir détecter les cibles. La deuxième plage est [5-35] dB où la P_d croit rapidement. La troisième commence à partir de 35dB où la P_d atteint presque l'unité.



Figure 3.1: Courbes de la Pd du CA-CFAR avec eq(2.10) en fonction de SNR et Pfapour N=24



La courbe de probabilite de detection en fonction de SNR pour un probabilite de fausse alarme Pfa variable et N=24

Figure 3.2: Courbes de la P_d du CA-CFAR avec Monte Carlo en fonction de SNR et P_{fa} pour N=24

3.3.2Résultats avec P_{fa}= 10⁻⁴ et N variable :

Dans ce cas aussi, et d'après les **figures (3.3)** et **(3.4)** ci-dessous, les deux méthodes utilisées pour l'évaluation de la probabilité de détection du détecteur CA-CFAR donnent des résultats identiques. On constate que les résultats de la probabilité de détection P_d dans les deux figures sont sensiblement égaux pour les

valeurs de N égales à 16 et 24. Notant que la P_d est meilleur dans ces deux cas par rapport à celle obtenue pour un nombre de cellules N =8. On constate aussi qu'il y a trois plages de variation dans ces graphes. Le premier est [0-5] dB où disant le CA-CFAR commence à pouvoir détecter les cibles. La deuxième plage est [5-35] dB où la P_d croit rapidement. La troisième commence à partir de 35dB où la P_d atteint presque l'unité.



Figure 3.3: Courbes de la P_d du CA-CFAR avec eq.(2.10) en fonction de SNR et N pour P_{fa} = 10⁻⁴



La courbe de probabilite de detection en fonction de SNR pour Pfa=10exp(-4) et N variable

Figure 3.4: Courbes de la Pd du CA-CFAR avec Monte Carlo en fonction de SNR et N pour Pfa=10-4

3.4Résultats de simulations pour l'OS-CFAR :

Les **figures(3.5)** et **(3.7)** représentent les résultats de la probabilité de détection P_d en fonction du SNR en utilisant l'équation **(2.13)** pour des nombres de cellules N=8,16,24 et différentes probabilités de fausse alarme $P_{fa}=10^{-4} P_{fa}=10^{-6}$, $P_{fa}=10^{-8}$.

Les **figures (3.6)** et **(3.8)** Sont obtenus en utilisant l'algorithme de fonctionnement de l'OS-CFAR **(figure2.4)** en appliquant la méthode de Mont Carlo. Le tableau ci-dessous donne les différentes valeurs T en fonction de la valeur de probabilité de fausse alarme P_{fa} et le nombre de cellules de référence N.

	Т		
P _{fa}	N=8	N=16	N=24
10 ⁻⁴	18.7750	11.0810	9.3410
10 ⁻⁶	46.6990	20.9550	16.2940
10 ⁻⁸	107.0970	35.5570	25.3620

Tableau 3.2 : Variation du facteur T en fonction de P_{fa} et N pour l'OS-CFAR

3.4.1Résultats avec N =24 et Pfa variable :

Dans ce cas aussi et d'après les **figures (3.5)** et **(3.6)** ci-dessous, les deux méthodes utilisées pour l'évaluation de la probabilité de détection du détecteur OS-CFAR donnent des résultats identiques. On constate que la probabilité de détection P_d dans les deux figures est meilleure pour une $P_{fa} = 10^{-4}$. On constate aussi qu'il y a

trois plages de variation dans ces graphes. Le premier est [0-5] dB où disant l'OS-CFAR commence à pouvoir détecter les cibles. La deuxième plage est [5-35] dB où la P_d croit rapidement. La troisième commence à partir de 35dB où la P_d atteint presque l'unité.



Figure 3.5: Courbes de la Pd du OS-CFAR avec eq. (2.13) en fonction de SNR et Pfa pour N=24



Figure 3.6: Courbes de la Pd de l'OS-CFAR avec Monte Carlo en fonction de SNR et Pfa pour N=24

3.4.2 Résultats avec P_{fa} = 10⁻⁴ et N variable :

Dans ce cas aussi, et d'après les **figures (3.7)** et **(3.8)** ci-dessous, les deux méthodes utilisées pour l'évaluation de la probabilité de détection du détecteur OS-CFAR donnent des résultats identiques.

On constate que les résultats de la probabilité de détection P_d dans les deux figures sont sensiblement égaux pour les valeurs de N égales à 16 et 24. Notant que la P_d est meilleur dans ces deux cas par rapport à celle obtenue pour un nombre de cellules N =8. On constate aussi qu'il y a trois plages de variation dans ces graphes. Le premier est [0-5] dB où disant l'OS-CFAR commence à pouvoir détecter les cibles. La deuxième plage est [5-35] dB où la P_d croit rapidement. La troisième commence à partir de 35dB où la P_d atteint presque l'unité.



Figure 3.7: Courbes de la P_d du OS-CFAR avec eq.(2.13) en fonction de SNR et N pour P_{fa} = 10⁻⁴



Figure 3.8: Courbes de la Pd du OS-CFAR avec Monte Carlo en fonction de SNR et N pour Pfa=10-4

3.5 Résultats de simulations pour le GO-CFAR :

Les **figures (3.9)** et**(3.11)** représentent les résultats de la probabilité de détection P_d en fonction du SNR en utilisant l'équation **(2.17)** pour des nombres de cellules N=8,16,24 et différentes probabilités de fausse alarme $P_{fa}=10^{-4} P_{fa}=10^{-6}$, Pfa=10⁻⁸.

Les **figures (3.10)** et (**3.12)** Sont obtenus en utilisant l'algorithme de fonctionnement du GO-CFAR (**figure2.5**) en appliquant la méthode de Mont Carlo. Le tableau ci-dessous donne les différentes valeurs T en fonction de la valeur de probabilité de fausse alarme P_{fa} et le nombre de cellules de référence N.

	Т		
P _{fa}	N=8	N=16	N=24
10 ⁻⁴	3.6030	1.3580	0.8330
10 ⁻⁶	7.7770	2.4190	1.4000
10 ⁻⁸	15.2140	3.8410	2.0910

Tableau 3.3: Variation du facteur T en fonction de P_{fa} et N pour le GO-CFAR

3.5.1Résultats avec N =24 et Pfa variable :

Dans ce cas aussi et d'après les **figures (3.9)** et **(3.10)** ci-dessous, les deux méthodes utilisées pour l'évaluation de la probabilité de détection du détecteur GO-CFAR donnent des résultats identiques. On constate que la probabilité de détection

 P_d dans les deux figures est meilleure pour une $P_{fa} = 10^{-4}$. On constate aussi qu'il y a trois plages de variation dans ces graphes. La première est [0-5]dB où disant le GO-CFAR commence à pouvoir détecter les cibles. La deuxième plage est [5-35] dB où la P_d croit rapidement. La troisième commence à partir de 35dB où la P_d atteint presque l'unité.



Figure 3.9: Courbes de la P_d du GO-CFAR avec eq.(2.17) en fonction de SNR et P_{fa} pour N=24



Figure3.10: Courbes de la Pd du GO-CFAR avec Monte Carlo en fonction de SNR et Pfa pour N=24

3.5.2 Résultats avec P_{fa}= 10⁻⁴ et N variable :

Dans ce cas aussi, et d'après les **figures (3.11)** et **(3.12)** ci-dessous, les deux méthodes utilisées pour l'évaluation de la probabilité de détection du détecteur GO-CFAR donnent des résultats identiques. On constate que les résultats de la probabilité de détection P_d dans les deux figures sont sensiblement égaux pour les valeurs de N égales à 16 et 24. Notant que la P_d est meilleur dans ces deux cas par rapport à celle obtenue pour un nombre de cellules N =8. On constate aussi qu'il y a trois plages de variation dans ces graphes. Le premier est [0-5] dB où disant le GO-CFAR commence à pouvoir détecter les cibles. La deuxième plage est [5-35] dB où la P_d croit rapidement. la troisième commence à partir de 35dB où la P_d atteint presque l'unité.



Figure 3.11: Courbes de la Pd du GO-CFAR avec eq.(2.17) en fonction de SNR et N pour Pfa= 10⁻⁴



Figure 3.12: Courbes de la P_d du GO-CFAR avec Monte Carlo en fonction de SNR et N pour P_{fa} = 10⁻⁴

3.6 Résultat de simulation pour le SO-CFAR :

Les **figures (3.13)** et **(3.15)** représentent les résultats de la probabilité de détection P_d en fonction du SNR en utilisant l'équation **(2.20)** pour des nombres de cellules N=8,16,24 et différentes probabilités de fausse alarme P_{fa} =10⁻⁴ P_{fa} =10⁻⁶, P_{fa} =10⁻⁸.

Les **figures (3.14)** et **(3.16)**sont obtenus en utilisant l'algorithme de fonctionnement du SO-CFAR **(figure2.6)** en appliquant la méthode de Mont Carlo.

Le tableau ci-dessous donne les différentes valeurs T en fonction de la valeur de probabilité de fausse alarme P_{fa} et le nombre de cellules de référence N.

	Т		
P _{fa}	N=8	N=16	N=24
10 ⁻⁴	10.8880	2.4440	1.2770
10 ⁻⁶	36.6050	3.8410	2.3490
10 ⁻⁸	117.9200	5.1320	3.9170

Tableau3.4 : Variation du facteur T en fonction de Pfa et N pour le SO-CFAR

3.6.1Résultats avec N =24 et Pfa variable :

Dans ce cas aussi et d'après les **figures (3.13)** et **(3.14)** ci-dessous, les deux méthodes utilisées pour l'évaluation de la probabilité de détection du détecteur SO-CFAR donnent des résultats identiques. On constate que la probabilité de détection

 P_d dans les deux figures est meilleure pour une $P_{fa} = 10^{-4}$. On constate aussi qu'il y a trois plages de variation dans ces graphes. Le premier est [0-5] dB où disant le SO-CFAR commence à pouvoir détecter les cibles. La deuxième plage est [5-35] dB où la P_d croit rapidement. La troisième commence à partir de 35dB où la P_d atteint presque l'unité.







Figure 3.14: Courbes de la Pd du SO-CFAR avec Monte Carlo en fonction de SNR et Pfa pour N=24

3.6.2 Résultats avec P_{fa}= 10⁻⁴ et N variable :

Dans ce cas aussi, et d'après les **figures (3.15)** et **(3.16)** ci-dessous, les deux méthodes utilisées pour l'évaluation de la probabilité de détection du détecteur SO-CFAR donnent des résultats identiques. On constate que les résultats de la probabilité de détection P_d dans les deux figures sont sensiblement égaux pour les valeurs de N égales à 16 et 24. Notant que la P_d est meilleur dans ces deux cas par rapport à celle obtenue pour un nombre de cellules N =8. On constate aussi qu'il y a trois plages de variation dans ces graphes. Le premier est [0-5] dB où disant le SO-CFAR commence à pouvoir détecter les cibles. La deuxième plage est [5-35] dB où la P_d croit rapidement. La troisième commence à partir de 35dB où la P_d atteint presque l'unité.



Figure 3.15: Courbes de la P_d du SO-CFAR avec eq.(2.20) en fonction de SNR et N pour P_{fa} = 10⁻⁴



Figure3.16:Courbes de la Pd du SO-CFAR avec Monte Carlo en fonction de SNR et N pour P_{fa} = 10⁻⁴

3.7 Comparaison des algorithmes des détecteurs CA-CFAR, OS-CFAR, GO-CFAR et le SO-CFAR :

Dans cette section nous avons comparé les performances des différents détecteurs en termes de probabilité de détection dans un milieu homogène. Comme dans les sections précédentes. Pour ce faire nous avons fixé la probabilité de fausse alarme à une valeur P_{fa} =10⁻⁴et pour deux différentes valeurs de N à savoir N =16 et N=24. Pour la méthode de Monte Carlo, nous avons fixé le nombre d'itérations à10⁵. Les différents résultats sont consignés dans les différentes figures données cidessous.

D'après les **figures (3.17)**, **(3.18)** et **(3.19)** les résultats des différents détecteurs sont sensiblement les mêmes bien qu'il y a une légère baisse de la P_d dans le cas du SO-CFAR par rapport aux autres. Par contre les résultats de la figure **(3.20)**, montrent que pour la méthode Monte Carlo, les algorithmes CA-CFAR et OS-CFAR présentent de meilleures performances en ce qui concerne la probabilité de détection. Le moins performent et le SO-CFAR.



Figure3.17: Comparaison des Pd (méthode théorique) des détecteurs CA-CFAR, OS-CFAR, GO-
CFAR et SO-CFAR en fonction de SNR pour N= 24 et P_{fa} = 10-4



Figure 3.18:Comparaison des P_d (méthode théorique) des détecteurs CA-CFAR, OS-CFAR, GO-CFAR et SO-CFAR en fonction de SNR pour N= 16 et P_{fa} = 10⁻⁴



Figure 3.19:Comparaison des P_d (méthode de Monte Carlo) des détecteurs CA-CFAR, OS-CFAR, GO-CFAR et SO-CFAR en fonction de SNR pour N= 24 et P_{fa} = 10⁻⁴



Figure3.20:Comparaison des P_d (méthode de Monte Carlo) des détecteurs CA-CFAR, OS-CFAR,
GO-CFAR et SO-CFAR en fonction de SNR pour N= 16 et P_{fa} = 10-4

3.8 Conclusion:

Dans ce chapitre, nous avons étudié par simulation les performances de détecteurs CA-CFAR, OS-CFAR, GO-CFAR et SO-CFAR en termes de probabilité de détection P_d dans un environnement homogène. Les résultats obtenus montrent que la probabilité de détection de ces détecteurs augmente avec le SNR, le nombre de cellules de références et l'augmentation de la probabilité de fausse.

Les résultats montrent aussi que le CA-CFAR est le plus performant et le SO-CFAR est le moins-performant des quatre.

Chapitre 4

Simulation de CA, OS, GO et SO-CFAR dans un environnement nonhomogène

4.1 Introduction:

Dans ce chapitre nous allons présenter les différents résultats de simulation des algorithmes du radar CFAR dans un milieu non homogène en utilisant ici aussi le logiciel MatLab R2018A.

Dans les différentes simulations du chapitre3 précédent les paramètres $P_{fa} = 10^{-4}$ et le nombre de cellules de référence N= 24 donnent de meilleurs résultats en ce qui concerne la probabilité de détection des différents algorithmes étudiés. Pour cette raison ces mêmes valeurs sont utilisées dans ce chapitre.

Notons aussi, vue la complexité des différentes équations de la probabilité de détection P_d, nous avons considéré ici uniquement les algorithmes utilisant la méthode de Monte Carlo.

Dans ce qui suit nous allons étudier l'influence de la présence des cibles interférentes dans la zone de détection.

Pour faciliter les simulations, le bruit utilisé est gaussien. On considère aussi le rapport I/S = 1. I étant le rapport de puissance des cibles interférentes sur le bruit total dans les cellules de références et S (SNR) le rapport de puissance de la cible sur le bruit total dans la cellule sous test.

Il est à noter que dans ces simulations nous avons utilisé dans la méthode de Monte Carlo un nombre d'itérations égal à 5*10⁵ au lieu de 10⁵ pour obtenir des courbes avec des fluctuations le moins possible.

Dans toutes les figures ci-dessous :

N : représente le nombre de cellules de référence

r : représente le nombre de cibles interférentes

n : représente la position d'une cible interférente par rapport à la première cellule

de la fenêtre de référence située à gauche de la cellule sous test (CST)

4.2 Simulations du détecteurs CA-CFAR:

Les **figures (4.1)** et **(4.2)** sont obtenus en utilisant l'algorithme de fonctionnement du CA-CFAR **(figure2.3)**

4.2.1 Résultats de la probabilité P_d en fonction du nombre r de cibles interférentes :

Les cibles utilisées dans cette simulation se trouvent dans une seule fenêtre de référence. D'après la **figure (4.1)**, on remarque que la probabilité de détection diminue avec l'augmentation du nombre des cibles interférentes. A titre d'exemple pour une valeur de SNR égal à 40 dB, la valeur la probabilité de détection P_d est comme suit :

- Absence de cible : $P_d \approx 1$
- Présence d'une cible : $P_d \approx 0.7$
- Présence de deux cibles : $P_d \approx 0.5$
- Présence de trois cibles : $P_d \approx 0.33$
- Présence de trois cibles : $P_d \approx 0.23$

On remarque aussi que les différents résultats obtenus dans ce chapitre présentent trois plages de variation des valeurs de la P_d . En effet la première plage est de [0-5] dB, la deuxième plage est [5-35] dB où la P_d croit rapidement et la troisième commence à partir de 35dB où la P_d atteint presque sa valeur limite.



Figure4.1:Courbes de la P_d du CA-CFAR avec Monte Carlo en fonction de SNR et r pour $P_{fa} = 10^{-4}$, N=24 et n fixe

4.2.2 Résultats de la probabilité P_d en fonction de la position de cibles interférentes:

Dans cette simulation, nous avons considéré deux situations ; le cas où les signaux des cibles interférentes sont dans une même fenêtre et le cas où ces signaux sont dans deux fenêtres différentes.

D'après la **figure (4.2)**, les deux situations suscitées donnent des résultats identiques en ce qui concerne la probabilité de détection P_d pour le détecteur CA-CFAR que ça soit dans une même ou dans deux fenêtres différentes.



Figure 4.2:Courbes de la P_d du CA-CFAR avec Monte Carlo en fonction de SNR et n pour $P_{fa} = 10^{-4}$, N=24 et r=3

4.3 Simulations du détecteurs OS-CFAR:

Les **figures (4.3)** et **(4.4)** sont obtenus en utilisant l'algorithme de fonctionnement de l'OS-CFAR **(figure2.4)**.

4.3.1 Résultats de la probabilité Pd en fonction du nombre r de cibles interférentes:

Les cibles utilisées dans cette simulation se trouvent dans une même fenêtre de référence.

D'après la **figures (4.3)** ci-dessous, on constate que les résultats de la probabilité de détection P_d sont meilleurs dans le cas homogène(r=0). P_d diminue sensiblement avec l'augmentation du nombre de cibles interférentes r. On constate aussi qu'il y a trois plages de variation dans ces graphes. La première est [0-5]dB où disant l'OS-CFAR commence à pouvoir détecter les cibles. La deuxième plage est [5-35] dB où la P_d croit rapidement. La troisième commence à partir de 35dB où la P_d atteint presque l'unité.



La courbe de la probabilite de detection en fonction de SNR et r pour Pfa=10exp(-4) et N=24

Figure 4.3:Courbes de la P_d du OS-CFAR avec Monte Carlo en fonction de SNR et r pour $P_{fa} = 10^{-4}$, N=24 et n fixe

4.3.2 Résultats de la probabilité P_{d} en fonction de la position de cibles interférentes:

Dans cette simulation, nous avons considéré deux situations ; le cas où les signaux des cibles interférentes sont dans une même fenêtre et le cas où ces signaux sont dans deux fenêtres différentes.

D'après la **figure (4.4)**, les deux situations mentionnées précédent donnent des résultats identiques pour le détecteur OS-CFAR en ce qui concerne la P_d.



Figure 4.4:Courbes de la P_d de l'OS-CFAR avec Monte Carlo en fonction de SNR et n pour $P_{fa} = 10^{-4}$, N=24 et r=3

4.4 Simulations du détecteurs GO-CFAR:

Les **figures (4.5)** et **(4.6)** sont obtenus en utilisant l'algorithme de fonctionnement du GO-CFAR **(figure2.5)** en appliquant la méthode de Monte Carlo.

4.4.1 Résultats de la probabilité Pd en fonction du nombre r de cibles interférentes:

Les cibles utilisées dans cette simulation se trouvent dans une seule fenêtre de référence. D'après la **figure (4.5)**, on remarque que la probabilité de détection diminue avec l'augmentation du nombre des cibles interférentes. A titre d'exemple pour un SNR de 40 dB, la valeur la probabilité de détection P_d est comme suit :

- Absence de cible : $P_d \approx 1$
- Présence d'une cible : $P_d \approx 0.55$
- Présence de deux cibles : $P_d \approx 0.30$
- Présence de trois cibles : $P_d \approx 0.16$
- Présence de quatre cibles : $P_d \approx 0.10$

On remarque aussi que les différents résultats obtenus dans ce chapitre présentent trois plages de variation des valeurs de la P_d comme dans le cas homogène étudié au chapitre 3. En effet la première plage est de [0-5] dB, la deuxième plage est [5-35] dB où la P_d croit rapidement et la troisième commence à partir de 35dB où la P_d atteint presque sa valeur limite.





Figure 4.5: Courbes de la P_d du GO-CFAR avec Monte Carlo en fonction de SNR et r pour $P_{fa} = 10^{-4}$, N=24 et n fixe

4.4.2 Résultats de la probabilité Pd en fonction de la position de cibles interférentes:

Dans cette simulation, nous avons considéré deux situations ; le cas où les signaux des cibles interférentes sont dans une même fenêtre et le cas où ces signaux sont dans deux fenêtres différentes.

D'après les **figures (4.6.a)** et **(4.6.b)**, lorsque les signaux des cibles interférentes sont dans les deux fenêtres, la probabilité de détection est meilleure.

A titre d'exemple pour un SNR de 40 dB, la valeur la probabilité de détection P_d est comme suit :

- les signaux des cibles interférentes sont dans une même fenêtre de référence : P_d≈0.15
- les signaux des cibles interférentes sont dans deux fenêtres de référence différentes : P_d≈0.25

On constate aussi que les positions des signaux des cibles interférentes au sein d'une même fenêtre de référence n'influent pas sur la valeur de la probabilité de détection P_d .



Figure 4.6.a: Courbes de la P_d du GO-CFAR avec Monte Carlo en fonction de SNR et n pour $P_{fa} = 10^{-4}$, N=24 et r=3



Figure 4.6.b: Zoom de la figure 4.6.a pour SNR ~[8.5, 9.7] dB

4.5 Simulations du détecteurs SO-CFAR:

Les **figures (4.7)** et **(4.8)** sont obtenus en utilisant l'algorithme de fonctionnement du SO-CFAR **(figure2.6)** en appliquant la méthode de Monte Carlo.

4.5.1 Résultats de la probabilité P_d en fonction du nombre r de cibles interférentes:

Les cibles utilisées dans cette simulation se trouvent dans une seule fenêtre de référence.

D'après la **figure (4.7)** ci-dessous, les courbes de la probabilité de détection du détecteur SO-CFAR sont identiques pour les nombres des cibles interférentes1, 2 et 3. Notons que la courbe de la P_d est sensiblement meilleure dans le cas homogène (r=0) par rapport aux autres courbes de P_d . On constate aussi qu'il y a trois plages de variation dans ces graphes. La première est [0-5] dB où disant le SO-CFAR commence à pouvoir détecter les cibles. La deuxième plage est [5-35] dB où la P_d croit rapidement. La troisième commence à partir de 35dB où la P_d atteint presque l'unité.



La courbe de la probabilite de detection en fonction de SNR et r pour Pfa=10exp(-4) et N=24

Figure 4.7:Courbes de la P_d du SO-CFAR avec Monte Carlo en fonction de SNR et r pour $P_{fa} = 10^{-4}$, N=24 et n fixe

4.5.2 Résultats de la probabilité P_{d} en fonction de la position de cibles interférentes :

Dans cette simulation, nous avons considéré deux situations ; le cas où les signaux des cibles interférentes sont dans une même fenêtre de référence et le cas où ces signaux sont dans deux fenêtres de référence différentes.

D'après les **figures (4.8.a)**, **(4.8.b)** lorsque les signaux des cibles interférentes sont dans une même fenêtre de référence, la probabilité de détection est meilleure. A titre d'exemple pour un SNR de 40 dB, la valeur la probabilité de détection P_d est comme suit :

- les signaux des cibles interférentes sont dans une même fenêtre de référence : $P_d \approx 1$
- les signaux des cibles interférentes sont dans deux fenêtres de référence différentes : $P_d \approx 0.5$

On constate aussi que les positions des signaux des cibles interférentes au sein d'une fenêtre de référence ne modifient pas la probabilité de détection P_d .



Figure4.8.a: Courbes de la Pd du SO-CFAR avec Monte Carlo en fonction de SNR et n pour $P_{fa} = 10^{-4}$, N=24 et r=3



Figure 4.8.b : Zoom de la figure 4.8.a pour SNR ≈ [4.75, 4.86] dB

4.6 Comparaison des algorithmes des détecteurs CA-CFAR, OS-CFAR, GO-CFAR et le SO-CFAR:

Dans cette section nous avons comparé les performances des différents détecteurs en termes de probabilité de détection dans un milieu non-homogène. Comme dans les sections précédentes. Pour ce faire nous avons fixé la probabilité de fausse alarme à une valeur P_{fa} =10⁻⁴, N=24 et pour deux différentes valeurs de rà savoir r=1 et r=2. Pour la méthode de Monte Carlo, nous avons fixé le nombre d'itérations à 5*10⁵. Les différents résultats sont consignés dans les différentes figures données ci-dessous.

4.6.1 Comparaison de la Pd pour r=1:

D'après la **figure (4.9)**, les résultats de la probabilité de détection P_d sont les meilleurs pour les détecteurs OS-CFAR et SO-CFAR. On constate aussi qu'il y a une grande baisse de la valeur de P_d dans le cas de CA-CFAR et GO-CFAR par rapport aux deux autres détecteurs. Le moins performant est le GO-CFAR et le plus performant est le détecteur OS-CFAR.



Figure4.9 : Comparaison des P_d(méthode Monte Carlo) des détecteurs CA-CFAR, OS-CFAR, GO-CFAR et SO-CFAR en fonction de SNR pour N= 24,P_{fa}= 10⁻⁴, r=1 et n=1

4.6.2 Comparaison de la Pd pour r=2:

Dans cette simulation, nous avons considéré deux situations ; le cas où les signaux des cibles interférentes sont dans une même fenêtre de référence et le cas où ces signaux sont dans deux fenêtres de référence différentes.

D'après les **figures (4.10)** et **(4.11)**, on remarque que le détecteur OS-CFAR est le meilleur en termes de probabilité de détection dans les deux situations. Le détecteur GO-CFAR reste le moins performant quelques soit les positions des cibles interférentes aux niveaux des cellules de références.



Comparaison des courbes de Pd des CFAR en fonction de SNR pour une Pfa=10exp(-4), N=24,r=2(avec n=1 et n=12)

Figure4.10:Comparaison des P_d(méthode Monte Carlo) des détecteurs CA-CFAR, OS-CFAR, GO-CFAR et SO-CFAR en fonction de SNR pour N= 24, P_{fa}= 10⁻⁴, r=2 dans une seule fenêtre



Comparaison des courbes de Pd des CFAR en fonction de SNR pour une Pfa=10exp(-4), N=24,r=2(avec n=1 et n=13))

Figure4.11:Comparaison des P_d (méthode Monte Carlo) des détecteurs CA-CFAR, OS-CFAR, GO-CFAR et SO-CFAR en fonction de SNR pour N= 24, P_{fa} = 10⁻⁴, r=2 dans deux fenêtres

4.8 Conclusion:

Dans ce chapitre nous avons étudié les performances par simulation des détecteurs CA-CFAR, OS-CFAR, GO-CFAR et SO-CFAR dans un environnement non-homogène. La probabilité de détection P_d de ces différents algorithmes a été évaluée en fonction de SNR, des nombres de cibles interférentes et des différentes positions de ces cibles au niveau des fenêtres de référence pour un nombre fixe de cellules de références N=24 et une probabilité de fausse alarme 10⁻⁴.

Nous avons noté dans ce cas aussi que la modification des positions des cibles interférentes n'affecte pas la performance de détection pour les détecteurs CA-CFAR et l'OS-CFAR. Par contre cette modification affecte les performances de détection du GO-CFAR et du SO-CFAR.

L'augmentation du nombre de cibles interférentes influent sur les performances des différents détecteurs étudiés dans ce chapitre. Le moins performant de ces quatre détecteurs est le GO-CFAR et le plus performant est le détecteur OS-CFAR.

Chapitre 5

Simulation des détecteurs CFAR dans le cas d'un seuil adaptatif

5.1 Introduction:

Dans ce chapitre, nous avons établi une détection d'un signal aléatoire ayant une allure assez proche de la réalité avec les détecteurs CA-CFAR, OS-CFAR, GO-CFAR et SO-CFAR dans un environnement homogène et non-homogène avec le logiciel MatLab.

La réalisation est faite grâce aux fonctions MatLab citées ci-dessous :

- « cfar =phased.CFARDetector('NumTrainingCells',N,'NumGuardCells', Nguard) » : Cette fonction met en œuvre les détecteur CFAR à savoir le (CA, OS, GO et SO)-CFAR en utilisant N cellules de références et N guard cellules de garde. Cette fonction doit être aussi configurée pour le choix d'un algorithme donné comme suit:
 - « cfar.Method = 'X' » où X peut être définie par CA-OS-GOCA-SOCA.
 Cette fonction permet de choisir la méthode CFAR.
 - cfar.ProbabilityFalseAlarm=Pfa » permet de fixer une valeur de probabilité de fausse alarme Pfa.
 - cfar.ThresholdOutputPort = true » permet d'obtenir le seuil de détection en l'associant avec « step »
 - « cfar.Rank=k » :c'est pour choisir la position k cellules de l'OS-CFAR.
 - « cfar.ThresholdFactor = 'Auto' » confirme l'application des différents paramètres mentionnés ci-dessus.
- « R=exprnd(µ,n,m) » : la fonction « exprnd » permet de générer une matrice de dimension m*n contenant des variables aléatoires suivant une distribution exponentielle (IID) de paramètre moyen µ. Par la suite, comme nous utilisons la distribution exponentielle généralisée, la valeur de µ sera l'unité.
- « [Y,th] = step(cfar,R',1 :lenght(R')) » : la fonction « step » réalise le traitement du signal R(vecteur colonne) à partir du détecteur CFAR configuré précédemment nommé 'cfar'. « th » qui représente le seuil de détection et Y est le résultat d'une décision(H0 ou H1).
- « X=db2pow(y) » : permet de transformer une valeur de puissance décibel (dB) en Watt(W).
- « Y=pow2db(x) » : permet de transformer une valeur de puissance Watt(W) en décibel (dB)

5.2 Détection de cibles dans le cas homogène :

Dans cette partie de la simulation, nous avons généré un signal de 500 échantillons. On a considéré ensuite que les échantillons aux positions j suivantes contiennent des signaux cibles : j=45, 158, 200 et j=450. Ensuite, nous avons
configuré les détecteurs CA-CFAR, OS-CFAR, GO-CFAR et SO-CFAR avec une probabilité de fausse alarme $P_{fa} = 10^{-4}$, N=24, k=18 pour le OS-CFAR et SNR= [10,30] dB.

Ensuite nous avons appliqué pour chaque détecteur CFAR le signal généré et nous avons obtenu les différents résultats ci-dessous.

5.2.1 Détecteur CA-CFAR :

D'après les **figures (5.1)** et **(5.2)**, on remarque la variation du seuil adaptatif en conjonction avec les 500 échantillons du signal qui arrivent au détecteur. Le niveau de la puissance du seuil monte brusquement aux alentours du signal de la cible pour le détecteur CA-CFAR. On constate aussi qu'une seule cible sur quatre a été détectée pour une valeur du SNR=10dB. Pour un SNR = 30 dB, quatre cibles sur quatre ont été détectées.



Figure5.1:Détecteur CA-CFAR-Cas Homogène-Comparaison d'un signal aléatoire avec un seuil adaptatif pour P_{fa}=10⁻⁴, N=24 et SNR=10dB



Figure5.2: Détecteur CA-CFAR-Cas Homogène-Comparaison d'un signal aléatoire avec un seuil adaptatif pour P_{fa} =10⁻⁴, N=24 et SNR=30dB

5.2.2 Détecteur OS-CFAR :

D'après les **figures (5.3)** et **(5.4)**, on remarque ici aussi la variation du seuil adaptatif en conjonction avec les 500 échantillons du signal qui arrivent au détecteur. Dans ce cas aussi une seule cible sur quatre a été détectée pour une valeur du SNR=10dB. Pour un SNR = 30 dB, quatre cibles sur quatre ont été détectées.



Figure5.3: Détecteur OS-CFAR-Cas Homogène-Comparaison d'un signal aléatoire avec un seuil adaptatif pour P_{fa}=10⁻⁴, N=24 et SNR=10dB



Figure5.4: Détecteur OS-CFAR-Cas Homogène-Comparaison d'un signal aléatoire avec un seuil adaptatif pour P_{fa}=10⁻⁴, N=24 et SNR=30dB

5.2.3 Détecteur GO-CFAR :

D'après les **figures (5.5)** et **(5.6)**, on remarque la variation du seuil adaptatif en conjonction avec les 500 échantillons du signal qui arrivent au détecteur. Le niveau de la puissance du seuil monte brusquement aux alentours du signal de la cible pour le détecteur GO- CFAR comme dans le cas du CA-CFAR. On constate aussi qu'une seule cible sur quatre a été détectée pour une valeur du SNR=10dB. Pour un SNR = 30 dB, quatre cibles sur quatre ont été détectées.



Figure5.5: Détecteur GO-CFAR-Cas Homogène-Comparaison d'un signal aléatoire avec un seuil adaptatif pour P_{fa}=10⁻⁴, N=24 et SNR=10dB



Figure5.6: Détecteur GO-CFAR-Cas Homogène-Comparaison d'un signal aléatoire avec un seuil adaptatif pour P_{fa}=10⁻⁴, N=24 et SNR=30dB

5.2.4 Détecteur SO-CFAR:

D'après les **figures (5.7)** et **(5.8)**, on remarque ici aussi la variation du seuil adaptatif en conjonction avec les 500 échantillons du signal qui arrivent au détecteur. Dans ce cas aussi une seule cible sur quatre a été détectée pour une valeur du SNR=10dB. Pour un SNR = 30 dB, quatre cibles sur quatre ont été détectées.



Figure5.7: Détecteur SO-CFAR-Cas Homogène-Comparaison d'un signal aléatoire avec un seuil adaptatif pour P_{fa}=10⁻⁴, N=24 et SNR=10dB



Figure 5.8: Détecteur SO-CFAR-Cas Homogène-Comparaison d'un signal aléatoire avec un seuil adaptatif pour P_{fa} =10⁻⁴, N=24 et SNR=30dB

5.3 Détection de cibles dans le cas non-homogène:

Dans cette simulation du cas non-homogène, nous avons gardé les mêmes paramètres des fonctions. Nous avons généré un signal de 500 échantillons. On a considéré ensuite que les échantillons contiennent des signaux cibles aux positions j suivantes : j=45, 49, 51,60 (pour simuler l'existence des cibles interférentes) et j=250, 400,450 sans interférence. Ensuite, nous avons configuré les détecteurs CA-CFAR, OS-CFAR, GO-CFAR et SO-CFAR avec une probabilité de fausse alarme P_{fa} =10⁻⁴, N=24, k=21(OS-CFAR) et SNR= [10,30]dB. Pendant cette simulation, on a fixé la valeur du CNR à 10dB au niveau des échantillons de j= 200 à j = 350.

Ensuite nous avons appliqué pour chaque détecteur CFAR le signal généré et nous avons obtenu les différents résultats ci-dessous.

5.3.1 Détecteur CA-CFAR:

D'après les **figures (5.9)** et **(5.10)**, on remarque la variation du seuil adaptatif en conjonction avec les 500 échantillons du signal qui arrivent au détecteur. Le niveau de la puissance du seuil monte brusquement aux alentours du signal de la cible pour le détecteur CA-CFAR. On constate aussi qu'une seule cible sur sept a été détectée pour une valeur du SNR=10dB. Pour un SNR = 30 dB, quatre cibles sur sept ont été détectées.Une cible sur quatre qui se trouvent à j=45, 49, 51,60 a été détectée. Le détecteur CA-CFAR n'a pas pu discriminer les cibles lorsqu'elles sont très rapprochées.



Figure5.9: Détecteur CA-CFAR-Cas non-homogène-Comparaison d'un signal aléatoire avec un seuil adaptatif pour P_{fa}=10⁻⁴, N=24 et SNR=10dB, CNR=10dB



Figure5.10: Détecteur CA-CFAR-Cas non-homogène-Comparaison d'un signal aléatoire avec un seuil adaptatif pour P_{fa}=10⁻⁴, N=24 et SNR=30dB, CNR=10dB

5.3.2 Détecteur OS-CFAR :

D'après les **figures (5.11)** et **(5.12)**, on remarque la variation du seuil adaptatif en conjonction avec les 500 échantillons du signal qui arrivent au détecteur. Dans ce cas aussi une seule cible sur sept a été détectée pour une valeur du SNR=10dB. Pour un SNR = 30 dB, sept cibles sur sept ont été détectées. Le détecteur OS-CFAR a pu discriminer les cibles rapprochées.



Figure5.11: Détecteur OS-CFAR-Cas non-homogène-Comparaison d'un signal aléatoire avec un seuil adaptatif pour P_{fa}=10⁻⁴, N=24 et SNR=10dB, CNR=10dB





5.3.3 Détecteur GO-CFAR:

Le détecteur GO-CFAR se comporte comme le CA-CFAR. D'après les **figures** (5.13) et (5.14) seule cible sur sept a été détectée pour une valeur du SNR=10dB. Pour un SNR = 30 dB, quatre cibles sur sept ont été détectées. Une cible sur quatre qui se trouvent à j=45, 49, 51,60 a été détectée. Le détecteur GO-CFAR n'a pas pu discriminer les cibles lorsqu'elles sont très rapprochées.







Figure5.14: Détecteur GO-CFAR-Cas non-homogène-Comparaison d'un signal aléatoire avec un seuil adaptatif pour P_{fa}=10⁻⁴, N=24 et SNR=30dB, CNR=10dB

5.3.4 Détecteur SO-CFAR:

D'après les **figures (5.15)** et **(5.16)**, les résultats détecteurs SO-CFAR sont similaires à ceux de celui de l'OS-CFAR. Dans ce cas aussi une seule cible sur sept a été détectée pour une valeur du SNR=10dB. Pour un SNR = 30 dB, sept cibles sur sept ont été détectées.

Le détecteur SO-CFAR a pu discriminer les cibles rapprochées. Il est à noter dans le cas de ce détecteur qu'il y a présence de fausse alarme au niveau des bords de clutters.



Figure 5.15 : Détecteur SO-CFAR-Cas non-homogène-Comparaison d'un signal aléatoire avec un seuil adaptatif pour P_{fa} =10⁻⁴, N=24 et SNR=10dB, CNR=10dB



Figure 5.16 : Détecteur SO-CFAR-Cas non-homogène-Comparaison d'un signal aléatoire avec un seuil adaptatif pour $P_{fa}=10^{-4}$, N=24 et SNR=30dB, CNR=10dB

5.4 Conclusion:

Nous avons présenté dans ce chapitre les différents résultats de détection de cibles lorsque le signal du détecteur est comparé à un seuil adaptatif et ceci dans les environnements homogènes et non-homogène en utilisant les différents algorithmes CFAR. Dans les deux environnements considérés, nous avons constaté que les différents détecteurs considérés ne sont pas performants pour de faibles valeurs du SNR. Nous avons aussi constaté que dans le cas non-homogène, même si la valeur de SNR est suffisamment élevée, la capacité de détection des détecteurs CA-CFAR et GO-CFAR est limitée lorsque les cibles sont rapprochées. Nous avons vu aussi que le détecteur SO-CFAR a une bonne performance de détection mais il n'est pas fiable en présence des bords de clutters, le plus performant de ces quatre détecteurs est l'OS-CFAR.

Le travail dans ce mémoire a été consacré à l'analyse des performances des quatre types de détecteurs CFAR suivantes : CA-CFAR, l'OS-CFAR, le GO-CFAR et le SO-CFAR. Dans le premier chapitre des notions générales sur le radar ont été données. Dans le deuxième chapitre nous avons présenté les éléments d'analyse des quatre détecteurs CFAR. Dans le troisième chapitre nous avons étudié par simulation les performances des dits détecteurs en termes de probabilité de détection dans le cas homogène. Dans le chapitre quatre nous avons répété le travail effectué au troisième chapitre mais cette fois ci dans le cas non-homogène. Dans le cinquième chapitre nous avons étudié par simulation les performances des dits détecteurs en termes de probabilité de travail effectué au troisième chapitre mais cette fois ci dans le cas non-homogène. Dans le cinquième chapitre nous avons étudié par simulation les performances des détecteurs en question en utilisant un seuil adaptatif pour la détection des cibles dans les environnements homogène et non homogène. Pour ce faire nous avons utilisé le logiciel MatLab R2018A.

Afin de maintenir un taux de fausse alarme constante durant un travail de détection, l'algorithme CFAR estime la puissance du signal qui arrive au détecteur (en présence du bruit et du clutters) qui se propage à l'intérieur des cellules au voisinage de la cellule sous-test appelé aussi cellules de référence. Le produit de cette estimation avec un facteur d'échelle donne un seuil adaptatif aux variations du signal reçu. Ce seuil adaptatif est ensuite comparé au signal de la cellule sous test pour décider de la présence ou de l'absence de la cible. Les quatre détecteurs CFAR étudié dans ce projet de fin d'études diffèrent principalement dans leur manière d'effectuer cette estimation.

Après avoir étudié les performances en termes de probabilité de détection de chaque détecteur dans l'environnement homogène, les résultats obtenus ont montré que les performances des détecteurs CA-CFAR, l'OS-CFAR, le GO-CFAR et le SO-CFAR sont assez similaires sauf que la méthode de détection CA-CFAR présente une performance légèrement supérieure à celle des autres. Cette similarité de performance a été confirmée par les résultats de la détection des signaux cibles en utilisant le seuil adaptatif dans le cas homogène.

Dans le cas de l'environnement non-homogène, les résultats de simulation ont montré que les détecteurs CA-CFAR et GO-CFAR sont moins performants, surtout dans le cas de la présence d'un groupe des cibles rapprochées. Les résultats nous ont montré aussi qu'en cas de présence des cibles interférentes, la probabilité de détection des cibles pour les détecteurs GO-CFAR et SO-CFAR dépend de l'emplacement de leurs signaux au niveau des deux fenêtres de référence. Il est à noter que dans le cas de la présence des bords de clutters, le SO-CFAR donne des fausses alarmes. Pour des valeurs de SNR élevées, la probabilité de détection du détecteur OS-CFAR atteint toujours l'unité quel que soit le nombre de cibles interférentes. Cela a été confirmé dans le cas de l'utilisation du seuil adaptatif car il arrive aussi à identifier toutes les cibles mêmes rapprochées. De ce fait le détecteur OS-CFAR présente de meilleures aptitudes de détection parmi les quatre étudiés dans des environnements non-homogènes.

En termes de comparaison générales, l'OS-CFAR est le meilleur parmi les quatre algorithmes étudiés car sa performance est la plus proche que celle du CA-CFAR dans l'environnement homogène et elle dépasse celle de tous les autres détecteurs dans le cas non-homogène.

Pour la continuité du travail présenté dans ce mémoire, II serait intéressant de concevoir un nouveau type de détecteur CFAR qui combine l'OS-CFAR avec d'autres types de détecteur CFAR comme par exemple le CA-CFAR. On peut aussi modifier l'algorithme de l'OS-CFAR en additionnant les signaux d'un groupe de cellules consécutives (de k-i à k+i) au lieu de prendre le signal d'une seule cellule à la position k.

[1] Annick PLAGELLAT-PENARIER, « Introduction aux RADARS », Université de Montpellier, Département électronique, cours de Master 2 EEA, 2015-2016

[2] Christian Wolff, «Les Principes du Radar », radartutorial.eu, consulté le 11 juillet 2021<u>https://www.radartutorial.eu/04.history/hi04.fr.html?fbclid=lwAR09cRvai5x3qTd8</u> 0VV-rwSZR-FDaXJNUf2U-pYLt4Exil_Qavmq403w2cc

[3] Jamal ZAIDOUNI, « Traitement en temps réel de signaux radar » appliqués aux Transports terrestres », Université de Valenciennes et du Hainaut Cambresis, Spécialité électronique, Thèse de Doctorat soutenue le 27/06/2008

[4] Groupe RNI Carsat-Cramif/INRS, « Les radars », Institut national de recherche et de sécurité pour la prévention des accidents du travail et des maladies professionnelles, Champs électromagnétiques ED 4212 2e édition • novembre 2020 • 1 000 ex. • ISBN 978-2-7389-2609-8.

[5] Julien DELPRATO, « Analyse de la stabilité d'impulsion à impulsion des amplificateurs de puissance HEMT Ga N pour applications radar en bande S », Université de Limoges, Département de C2S2, Thèse de Doctorat présenté le 8 Septembre 2016.

[6] Souad CHABBI, « Détection CFAR en Milieux Non-Gaussiens Corrélés », Université de Constantine, Spécialité électronique, Thèse de Doctorat soutenue 2014\2015

[7] CHALABI Izzeddine, « Estimation et Détection Adaptative des Cibles pour Radars MIMO dans un Environnement de Clutter non-Gaussien », Université de Mohamed Boudiaf-M'sila, Faculté de technologie, Département d'électronique, Thèse de Doctorat 2016-2017

[8] Boualem MAGAZ, Ali ABBADI, Toufik MABED, « Exploitation des D.S.P dans le Domaine Radar Application : Implémentation Optimale des Algorithmes de Détection CFAR sur DSP type TMS320C6711 », SETIT 2009 5th International Conference : Sciences of Electronic, Technologies of Information and Telecommunications March 22-26, 2009-TUNISIA

[9] Chehla Alioua, « Détection Adaptative CFAR Distribuée Utilisant la Logique Floue et les Réseaux Neuro-Flous », Université de mentouri Constantine, Option Traitement du signal, Thèse de Doctorat le 18 Mai 2011

[10] P.P.GANDHI, S.A.KASSAJI, « Analysis of CFAR Processors in Non homogeneous Background », IEEE TRANSACTIONS ON AEROSPACE AND ELECTRONIC SYSTEMS VOL. 24. NO 4 JULY 1988

[11] MucahitK. UNER, Pramoud K.VARSHNEY, « Distributed CFAR Detection in Homogeneous and Nonhomogeneous Backgrounds », IEEE TRANSACTIONS ON AEROSPACE AND ELECTRONIC SYSTEMS VOL. 32, NO. 1 JANUARY 1996

[12] HERMANN ROHLING, « Radar CFAR Thresholding in Clutter and Multiple Target Situations », IEEE TRANSACTIONS ON AEROSPACE AND ELECTRONIC SYSTEMS VOL. AES-19, NO.4 JULY 1983

[13] Yang-Won Kwon, In-Kyu Kim, Bum-Soo Kim, Keun-Sup Shin, « Target Identification Method by Adaptive GO-CFAR Processor and DSP Implementation for Radar System », Proceedings of the 7th WSEAS International Conference on Signal, Speech and Image Processing, Beijing, China, September 15-17, 2007 106

[14] Dejan Ivkovic, Bojan Zrnic, Milenko Andric, « Fusion CFAR Detector in Receiver of the Software Defined Radar »Military technical institute, Defence Technologies Department, University of Defence, SERBIA

[15] Zhen Jia, «Multi-target CFAR Detection of a Digital Phased Array Radar System », 2019 J. Phys.: Conf. Ser. 1314 012011.Journal of Physics: Conference Series

[16] Hong Gil Kim, lickho Song, Sun Yong Kim, Jung Hoon Lee, Suk Chan Kim «Adaptative code acquisition using a GO-CFAR processor in DS-CDMA systems », Departement of electrical Enginneering Korea Advanced Institue of Science and Technology (KAIST), department of electronics Enginnering, Hallym University 1 Okchen Dong, Chuncheon Kangwon Do, 200-702, Korea, 0-7803-5739-6/99/\$10.000 1999 IEEE

[17] Hilal Abdenour MEZIANI, « Analyse des détecteurs adaptatifs CFAR dans un fouillis de distribution Pearson », Thèse de Doctorat en sciences, Spécialité : Électronique, Option : Traitement du signal, UNIVERSITÉ MENTOURI CONSTANTINE, 21 Janvier 2009

Annexe A :

> Relation entre la P_{fa} et la fonction génératrice des moments :

Comme nous avons considéré au-dessus que toutes les plages de cellules formé à partir des signaux de sorties d'un détecteur quadratique suivent la loi de la distribution exponentielle de distribution indépendante et identique, le signal à l'intérieur de chaque cellule aura une pdf :

$$f(x) = \frac{1}{2\lambda} exp\left(\frac{-x}{2\lambda}\right)$$

$$P_{fa} = \int_{TZ}^{+\infty} P[Y > TZ|H_o] \cdot f_z(z) dz$$
A.1

Sachant que : $P[Y > TZ|H_o] = exp\left(-\frac{TZ}{2\mu}\right)$

$$P_{fa} = \int_{TZ}^{+\infty} exp\left(\frac{-TZ}{2\mu}\right) \cdot f_z(z)dz$$

La fonction génératrice des moments est donnée par :

$$M_x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} exp(tx) \cdot f(x) dz$$

La formule de P_{fa} devient :

$$P_{fa} = M_z(T/2\mu)$$
 A.2

Annexe B :

> Expression de P_{fa} pour CA-CFAR dans le cas non-homogène :

La MGF d'une pdf est défini par la relation :

$$M_{x}(t) = \int_{x} e^{tx} f(x) dx \, x > 0 \qquad et \ \lambda > 0$$
$$M_{x}(t) = \int_{x} e^{tx} \cdot \frac{1}{2\lambda} e^{\frac{-x}{2\lambda}} dx$$
$$M_{x}(t) = \frac{1}{2\lambda} \frac{1}{\left(t + \frac{-1}{2\lambda}\right)} \left[e^{tx + \frac{-x}{2\lambda}} \right]_{0}^{+\infty}$$
$$M_{x}(t) = \frac{1}{2\lambda} \frac{1}{\left(t + \frac{-1}{2\lambda}\right)} \left[e^{tx + \frac{-x}{2\lambda}} \right]_{0}^{+\infty}$$

Pour tout t < 0, l'équation devient :

$$M_{\chi}(t) = \frac{1}{2\lambda} \frac{1}{\left(t + \frac{-1}{2\lambda}\right)} (0 - 1) = \frac{-1}{2\lambda t - 1} = \frac{1}{1 - 2\lambda t}$$

Au final, en posant y=-t, on a le MGF d'un signal dans une cellule :

$$M_x(y) = \frac{1}{1+2\lambda y}$$
 Où y>0 B1

Pour le détecteur CA-CFAR, on a $Z = U + V = \sum_{i=1}^{N} x_i = x_1 + x_2 + \dots + x_N$. D'après la propriété de MGF, comme les x_i ont des pdf indépendantes,

$$M_z(y) = \prod_{i=1}^N M_i(x_i)$$

Or on sait que les pdf des x_i pour la distribution exponentielle sont identique, on a :

$$M_z(y) = \left(\frac{1}{1+2\lambda y}\right)^N$$

Comme $\lambda = \mu_0$ dans le cas homogène, cette expression devient

$$M_z(y) = \left(\frac{1}{1+2\mu_0 y}\right)^N$$
B2

En utilisant (A2) et (B2), nous obtenant le P_{fa} du CA-CFAR en par :

$$P_{fa} = M_z \left(\frac{T}{2\mu_0}\right) = \left(\frac{1}{1 + 2\mu_0 \frac{T}{2\mu_0}}\right)^N = (1+T)^{-N}$$

Pour l'expression de la probabilité de détection :

$$P_d = M_z \left(\frac{T}{2\mu_0(1+S)}\right) = \left(\frac{1}{1+2\mu_0 \frac{T}{2\mu_0(1+S)}}\right)^N = \left(1+\frac{T}{(1+S)}\right)^{-N}$$

Annexe C :

> Expression de Pfa pour GO-CFAR et SO-CFAR dans le cas homogène :

Avant de commencer l'analyse, nous allons nous soulignons le fait que :

$$\int_{0}^{b} y^{m} exp\left(-qy\right) dy = m! \, q^{-(m+1)} * \left\{ 1 - \sum_{j=0}^{m} (yp)^{j} \frac{exp(-qy)}{j!} \right\}$$
C1

La pdf de GO-CFAR est définie par :

Comme la densité exponentielle est un cas particulier de la densité gamma avec $\alpha = 1$:

$$f(y) = \beta^{-\alpha} y^{\alpha-1} \exp(-y/\beta) / \Gamma(\alpha)$$

$$Y \ge 0 \ \alpha \ge 0; \beta \ge 0$$
C3

Où $\Gamma(\alpha)$ désigne la fonction gamma habituelle qui vaut $(\alpha - 1)!$ pour l'entier α . $\alpha, \beta D$ ésigne échelle le facteur de forme et facteur d'échelle. La fonction de distribution cumulative (CDF) correspondant à ce pdf est notée G (α,β). Nous écrivons Y \approx G (α,β) pour signifier que Y est une variable aléatoire. Le MGF correspondant à la distribution G (α,β) est :

$$M_{v}(u) = (1 + \beta u)^{-\alpha}$$

Nous allons considérer que pour U, la puissance du bruit est $\lambda = \gamma_1/2$ et pour V, ce sera

$$\lambda = \gamma_2/2.$$

La CDF(fonction de densité de cumulative) de U et V peut aussi respectivement s'écrire sous forme $U \approx G(1, \gamma_1)$ et $V \approx G(N, \gamma_2)$.

En utilisant la définition de la densité gamma C3, on a :

$$f_i(y) = \gamma_i^{-n} y^{n-1} \exp(-y/\gamma_i) / (n-1)!$$
 C4

$$F_{i}(y) = 1 - \exp(-y/\gamma_{i}) \sum_{j=0}^{n-1} (y/\gamma_{i})^{j} / j!$$
 C5

En utilisant le pdf de GO-CFAR qui est : $f_z(Z) = f_1(Z)F_2(Z) + f_2(Z)F_1(Z)$ avec l'expression générale de P_{fa},nous avons :

$$M_{z}(T) = \int_{0}^{\infty} e^{-Ty} f_{z}(y) dy = \int_{0}^{\infty} e^{-Ty} f_{1}(Z) F_{2}(Z) dy + \int_{0}^{\infty} e^{-Ty} f_{2}(Z) F_{1}(Z) dy$$
$$M_{z}(T) \underline{\wedge} I_{1} + I_{2}$$
 C6

En utilisant (C1) avec $b=\infty$, (C4),(C5) dans (C6), on a :

$$I_{1} = (1 + \gamma_{i}T)^{-n} - \sum_{j=0}^{n-1} {n+j-1 \choose j} \gamma_{1}^{-n} \gamma_{2}^{-j} (\frac{1}{\gamma_{1}} + \frac{1}{\gamma_{2}} + T)^{-(n+i)}$$
C7a

Et

$$I_{2} = (1 + \gamma_{2}T)^{-n} - \sum_{j=0}^{n-1} {n+j-1 \choose j} \gamma_{2}^{-n} \gamma_{1}^{-j} (\frac{1}{\gamma_{1}} + \frac{1}{\gamma_{2}} + T)^{-(n+i)}$$
C7b

En remplaçant **(C7a)** et **(C7b)** dans **C6** avec $\gamma_1 = \gamma_2 = 1$, on obtient l'expression de la P_{fa} de GO-CFAR dans le cas homogène. La Pdf de SO-CFAR est définie par :

$$f_{z}(Z) = f_{1}(Z) + f_{2}(Z) - [f_{1}(Z)F_{2}(Z) + f_{2}(Z)F_{1}(Z)]$$

En utilisant la même méthode précédente, on obtient la Pfa du détecteur SO-CFAR.

Annexe D :

> Expression de P_{fa} pour OS-CFAR dans le cas homogène :

Soit x_i , ..., x_n une séquence de variables aléatoires statistiquement indépendantes et distribuées de manière identique. La pdf des variables aléatoires est notée p(x), et leur fonction de distribution par P(x). Le pdf de la k-ième valeur de la statistique ordonnée est donné par :

$$P_{X_{(k)}}(z) = p_k(x) = k \binom{n}{k} (1 - P_x(x))^{N-k} (P_x(x))^{k-1} p_x(x)$$

Pour une distribution exponentielle. Cette équation devient :

$$P_{X_{(k)}}(x) = \frac{k}{\mu} {n \choose k} \left(1 - e^{-\frac{x}{\mu}} \right)^{k-1} \left(e^{-\left(\frac{x}{\mu}\right)} \right)^{N-k+1}$$
D1

On peut calculer la P_{fa} en fonction de T en utilisant **D1**.

$$P_{fa} = \int_{0}^{+\infty} e^{-Tx/\mu} \frac{k}{\mu} {n \choose k} \left(1 - e^{-\frac{x}{\mu}}\right)^{k-1} \left(e^{-\left(\frac{x}{\mu}\right)}\right)^{N-k+1} dx$$
$$P_{fa} = k {n \choose k} \int_{0}^{+\infty} e^{-(T+N+1-k)y} (1 - e^{-y})^{k-1} dy$$

Posons l'expression :

$$G = \int_{0}^{+\infty} e^{-(T+N+1-k)y} (1-e^{-y})^{k-1} dy$$
$$G = \frac{-(k-1)}{T+N+1-k} \left[e^{-(T+N+1-k)y} \frac{(1-e^{-y})^{k-1}}{T+N+1-k} \right]_{0}^{+\infty}$$
$$-\left(\frac{-(k-1)}{T+N+1-k}\right) \int_{0}^{+\infty} e^{-(T+N+2-k)y} (1-e^{-y})^{k-2} dy$$

$$G = \frac{(k-1)(k-2)\dots(k-(k-1))}{(T+N+1-k)(T+N+2-k)\dots(T+N+(k-1)-k)} \int_0^{+\infty} e^{-(T+N+k-k)y} (1-e^{-y})^{k-k} dy$$

$$G = \frac{(k-1)(k-2)\dots(1)}{(T+N+1-k)(T+N+2-k)\dots(T+N)} \left[e^{-(T+N)y}\right]_{0}^{+\infty}$$
$$G = \frac{(k-1)!(T+N-k)!}{(T+N)!}$$

 $\mathsf{Ou}\Gamma(x) = (x-1)!$

$$G = \frac{\Gamma(k).\,\Gamma(T+N-k+1)}{\Gamma(T+N+1)}$$

L'expression de P_{fa} devient :

$$P_{fa} = k \binom{n}{k} \frac{\Gamma(k).\,\Gamma(T+N-k+1)}{\Gamma(T+N+1)}$$