### REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIR MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

520.

## UNIVERSITE DE BLIDA INSTITUT DE GENIE MECANIQUE

## **MEMOIRE**

Présenté par ALIBENYAHIA BRAHIM

Pour l'obtention du diplôme de

## MAGISTER

EN GENIE MECANIQUE OPTION : ENERGETIQUE

#### THEME

Simulation numérique d'un écoulement turbulent compressible instationnaire dans un domaine à frontière mobile application aux moteur à combustion interne

Devant le jury composée de :

Président	AIT MESAOUDANE .N	Professeur	UST.Blida
Examinateurs :	NEMOUCHI . Z	Maître de Conférences	U. Constantine
	BENKHEDDA . Y	Maître de Conférences	UST.Blida
Rapporteur	BOUMEDDANE . B	Chargé de cours	UST.Blida

ALGERIE 2001

#### REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

32-530-165-1-1

## UNIVERSITE DE BLIDA INSTITUT DE GENIE MECANIQUE

## **MEMOIRE**

Présenté par ALIBENYAHIA BRAHIM

Pour l'obtention du diplôme de

# MAGISTER

EN GENIE MECANIQUE OPTION : ENERGETIQUE

THEME

Simulation numérique d'un écoulement turbulent compressible instationnaire dans un domaine à frontière mobile application aux moteur à combustion interne

Devant le jury composée de :

Président	AIT MESAOUDANE .N	Professeur	UST.Blida
Examinateurs :	NEMOUCHI . Z	Maître de Conférences	U. Constantine
	BENKHEDDA . Y	Maître de Conférences	UST.Blida
Rapporteur	BOUMEDDANE . B	Chargé de cours	UST.Blida

ALGERIE 2001

### REMERCIEMENTS

Je tiens à exprimer vivement mes remerciements aux termes de respects et de reconnaissances à mon promoteur Mr .B .Boumeddane Chargé de Cours à l'Université de blida m'avoir guidé et orienté durant la réalisation de ce modeste travail.

J'exprime ma vive gratitude à Mr AIT MESAOUDANE N Professeur à l'Université de BLIDA, pour ces aides en matières de documentation et pour l'honneur qu'il me fait en acceptant de présider le jury.

Mes profonds remerciements sont adressés à Mr BENKHEDDA . Y. Maître de Conférences à l'Université de BLIDA, pour ces encouragements et pour l'honneur qu'il me fait en acceptant de juger ce travail.

Qu'il me soit d'exprimer ma profonde gratitude NEMOUCHI. Z Maître de Conférences à l'Université de Constantine, pour l'honneur qu'ils me font en acceptant de juger ce travail.

Je remercie également le corps administratif et pédagogique de l'institut de mécanique, ainsi que tous ceux qui ont aidé de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

#### Resumé

L'écoulement instationnaire turbulent et compressible dans un moteur a combustion interne en tenant compte l'influence du déplacement de piston, est simulé numériquement par la méthode de volume finie avec un schéma dit "PLDS" dans l'espace et un schéma implicite dans le temps, une technique de génération automatique de maillage est utilisée pour faire un transfert du domaine mobile vers le domaine fixe. le modèle de turbulence est celui a deux équation de transport .la procedure numérique est basé sur un calcul elliptique avec le concept de volumes de Contrôle finies. La pression est évaluée par le biais de l'équation de continuité en utilisant l'algorithme SIMPLE (Semi Implicit for Pression Linked Equation), le système d'équation algébrique est résolu par l'algorithme TDMA (Tri -Diagonal Matrix Algotithm).

#### ABSTRACT

The turbulent and compressible non stationary flow in an internal combustion engine by holding account the influence of the displacement of piston, is simulated numerically by the finite volume method with scheme " PLDS " in space and an implicit scheme in time, an automatic technique of generation of grid is used to make a transfer of the mobile domain towards the fixed domain . the model of turbulence is that has two transport equation .the numerical procedure is based on an elliptic calculation with the concept of finite volumes of Control. The pressure is evaluated by the means of the equation of continuity by using the SIMPLE algorithm (Semi Implicit for Pression Linked Equation),the algebraic system of equation is solved by algorithm TDMA (T ri - Diagonal Matrix Algorithm).

## NOMENCLATURE

S	Terme source
cμ	Constante dans le modèle k- e
E	Constante dans la loi de paroi
k	énergie cinétique de turbulent
р	pression moyenne
p <sub>ij</sub>	taux de production des $u_i u_j$
u , v , w	composante de la vitesse moyenne dans les direction x ,r, $\theta$
$u_i u_j$	tensions de Reynolds
$\overline{()}$	valeur moyenne temporelle
x,r	coordonnée axiale et radiale
Г	coefficient d'échange dans l'équation de transport
${\delta}_{ij}$	symbole de kronecker
Е	taux de dissipation total de l'énergie cinétique de turbulent
V	viscosité moléculaire de turbulence
Vt	viscosité cinématique de turbulence
$\mu_l, \mu_t$	viscosité dynamique et laminaire de turbulente
ρ	masse volumique du fluide
Φ	variable générale
$\Phi_p$	grandeur physique au point p
$\Phi_E$	grandeur physique au point E
$\Phi_W$	grandeur physique au point W
$\Phi_N$	grandeur physique au point N
$\Phi_s$	grandeur physique au point S

 $\tau_p$  Contrainte de cisaillement sur le paroi

 $v^+$  Vitesse dimensionnelle

$X^+$	Nombre de Reynolds sur la couche limite		
χ	Constante de von karman		
Т	Température moyenne		
$T_p$	Température de la paroi		
Re	Nombre de Reynolds		
R	Constante des gaz parfait		
Uin	Vitesse initiale		
H(t)	Déplacement du piston		
t	Temps		
Р	Nombre de peclet		

# Sommaire

sommaire		
Remerciemen	t	
Introduction	générale	1
Orientation du	u sujet	2
CHAPITRE	1. FORMULATION MATHEMATIQUE DU PROBLEME	
	1-1-Equation de continuité	4
	1-2-Equation de continuité de mouvement	4
	1-3-Equation d ' énergie	5
	1-4-Ecoulement turbulent	
	1-4-1-Introduction	5
	1-4-2 considération générale	5
	1-4-2-Opération moyenne	8
	1-4-3-Décomposition de Reynolds	9
	1-4-4-Equation de Reynolds	9
	1-4-5-Equation de transport des contraintes de Reynolds	10
	1-5-Modélisation de la turbulence	
	1-6-1-Introduction	11
	1-6-2-Concept de la viscosité de turbulence	12
	1-6-3-Modèle algébrique aux tensions de Reynolds (ASM)	12
	1-6-4-Modèle à zéro équation	12
	1-6-5-Modèle à une équation de transport	13
	1-6-6-Modèle à deux équations K-E	14
	1-6-traitement mathématique des équations de transport	
	1-7-1-introduction	15
	1-7-2-domaine d'étude et caractéristique du moteur	16
	1-7-3-génération d'équation mathématique	19

CHAPITRE 2. GENERATION DE MAILLAGE	
2-1 introduction	22
2-2-transformation des système de maillage	23
2-3-matrice de transformation	25
2-4-équation de transport dans le domaine transformé	30
2-5-génération du modèle mathématique dans le domaine	
transformé	32
CHAPITRE 3. MODELISATION NUMERIQUE	
3-1-introduction	35
3-2-méthode des volume finie	35
3-3-maillage	36
3-4-discritisation temporelle	38
3-5-discritisation spatiale	39
3-6-schéma de discrétisation	42
3-6-chois de schéma de spatiale	43
3-7-linéarisation de terme source	
3-7-1-terme source pour composante axiale de U	46
3-7-2-terme source pour composante radiale de V	47
3-7-3-terme source pour composante tangentielle de W	47
3-7-4-terme source pour la température T	48
3-7-5- terme source pour l'énergie turbulence K	48
3-7-6-terme source pour le taux de dissipation	48
<b>CHAPITRE 4. METHODE DE SOLUTION</b>	
4-1-traitement de la relation vitesse pression	50
4-2- algorithme simple	50
4-3-solution numérique du système algébrique	55
4-4-méthode TDAM	56
4-5-condition aux limites	57
4-5-1-entrée de fluide	58
4-5-2-axes de symétrie	58
4-5-3-sortie de fluide	58
4-5-4-paroi solide	58
4-6-séquence des étapes de solution	60

		SOMMAIRE	
4-7-critére de	convergence		61
4-8-structure	e de code de calcul		61
chapitre 5. Interprétation	de résultat		
5-1- introdu	ction		
5-2-champ d	les vitesse		63
5-3-paramét	res de la turbulence		64 66
5-4-paramét	res thermodynamique		67
5-5-grandeu	rs moyenne	····	68
5-6-swirl			81
5-7-influence	e de vitesse de rotation		98
5-8-influence	e de taux de compression		98
conclusion			20
bibliographie			

Averie Ilerie



1

### INTRODUCTION GENERALE

#### **INTRODUCTION:**

Sur le thème méthodes numériques en mécanique des fluides, les travaux s'orientent essentiellement vers des recherches de formulations alternatives et des méthodes numériques adaptées à la résolution des équations de Navier-Stokes instationnaires correspondant à des écoulements des fluides compressibles ou incompressibles. Ainsi que la plupart des travaux sur les jets orientés vert la combustion dans la chambre de combustion afin d'obtenir un mélange homogène entre le carburant et le comburant ou dans les applications de climatisation. Et pour étudier les écoulements compressibles instationnaires on dispose plusieurs outils construits avec des schémas implicites ou explicites en maillage curviligne et capables de résoudre les équations de Navier-Stokes d'un fluide compressible en régime subsonique, supersonique et hypersonique, et à nombre de Reynolds modérés[12].

La turbulence dans les moteurs à combustion interne est très compliquée, ainsi que le déplacement de piston met le fluide sous une grande variation de densité le modèle de la turbulence et non applicable directement la compressibilité de l'écoulement doit être considérée.

Un code existant TEAM (Turbulent Elliptique Algorithm Manchester) qui calcule les écoulements turbulents stationnaires incompressibles et isothermes d'un seul fluide a été la base du travail. La modélisation numérique directe et complète des phénomènes qui permet de relier, les variations d'injection du mélange de combustion aux variations des paramètres de construction et de fonctionnement d'un moteur diesel est extrêmement compliquée[08].

#### INTRODUCTION GENERALE

Donc des travaux de recherche poussés et continue ont été élaborés, et on conduit au développement récent des modèles mathématiques et numériques simplifiés traitant ces phénomènes physiques complexes. Aussi l'évolution et le net progrès qu'a vu le domaine informatique par l'amélioration des capacités de stockage et la capacité de calcul des ordinateurs, ces dernières ont été suivies par le développement des méthodes numériques multidimensionnelles pour le calcul des écoulements dans les moteurs a combustion interne[23].

Pour les moteurs alternatifs, la forme de la chambre de combustion dépend de nombreux facteurs et, en premier lieu, du cycle choisi :diesel ou essence, deux ou quatre temps, lent ou rapide.

Les facteurs à prendre en considération dans le dessin de la chambre de combustion sont : -La disposition des soupapes d'admission et d'échappement, afin d'obtenir le meilleur remplissage à tous les régimes de fonctionnement ( Le nombre et la forme des conduits d'admission et d'échappement qui influencent la turbulence ).

- La position de la bougie pour avoir le plus petit parcours possible de la flamme, en fonction de la vitesse de propagation de la combustion.

- La forme du piston (tête bombée ou creusée) pour augmenter la chambre de combustion et obtenir une combustion complète et homogène, sans risque de pré-allumage ou détonation.

Enfin, la forme de la chambre de combustion doit être conçue en fonction du rapport volumétrique choisi et tenir compte de la surface offerte par rapport au volume, afin d'acquérir un rendement thermodynamique élevé et un bon refroidissement.

#### Orientation du sujet :

Les phénomènes intervenant dans les moteurs alternatifs et plus particulièrement les moteurs diesel sont nombreux et complexes en raison du très vaste du domaine d'application du moteur diesel. Les problèmes qu'il soulève prennent une importance relative différente suivant chaque point de vue particulier. Cependant l'analyse de ces problèmes(fiabilité, amélioration de la combustion, contrainte thermique ...)montre qu'ils sont presque tous intimement subordonné à l'aérodynamique interne. Il est par exemple illusoire d'espérer décrire la combustion sans avoir préalablement finement étudié le phénomène qui la contrôle c'est - a - dire l'aérodynamique. Bien qu'il soit souhaitable de disposer de programme de calcul analogue.

En effet, la complexité de la géométrie d'un moteur semble avoir rebuté les chercheurs qui d'un part limitent tous études de l'aérodynamique interne au cylindre seul et d'autre part ne prend pas en compte l'influence des soupapes, ou la prennent de façon extrêmement sommaire. L'aérodynamique interne du moteur diesel relève tout entière de phénomène instationnaire visqueux en présence des parois déformables et doit être traitée comme telle. Le code de calcul TEAM initialement conçu pour simulé des écoulements stationnaires et compressibles dans un jet libre a été étendu aux écoulements compressibles et instationnaires. Donc L'objectif de ce sujet est la simulation numérique des écoulements compressibles turbulents et instationnaires dans le cas des domaines à frontière mobile et en particulier le cas des moteurs à combustion interne ou la tête du piston est considérée comme une frontière mobile, des techniques de génération de maillage sont utilisées dans ce cas de problème pour trois cas de la géométrie de chambre de combustion .

Le mémoire est divisé en cinq chapitres. Le premier traité la formulation mathématique du problème dans le cas d'une paroi mobile puis on a fait le passage du repère mobile au repère fixe avec l'utilisation de la technique de génération de maillage qui on a bien détaillé dans le chapitre deux. Le troisième chapitre a été consacré la modélisation numérique ainsi que le quatrième chapitre contient les méthodes de solution, enfin L'étude est accomplie par une exploitation des résultats présentés dans le chapitre cinq et puis une conclusion générale.

Chapitre 1
FORMULATION MATHEMATIQUE

Chapitre 1

# FORMULATION MATHEMATIQUE

#### Chapitre1

#### FORMULATION MATHEMATIQUE

#### **1-1-FORMULATION MATHEMATIQUE DU PROBLEME**

#### **1-1-1 EQUATION DE CONTINUITE**

L'application du principe de conservation de la masse sur un volume élémentaire de fluide donne l'équation dite de continuité :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho \, \mathcal{U}_i}{\partial \, \chi_i} = 0 \tag{1-1}$$

#### 1-1-2 EQUATION DE QUANTITE DE MOUVEMENT

L'application du théorème de quantité de mouvement sur un volume élémentaire de fluide indique que la variation du fluide passant à travers le volume est égal à la somme des forces extérieures qui s'exercent sur la surface de ce volume

$$\frac{\partial(\rho u_{j})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_{i} u_{j})}{\partial(x_{i})} = \operatorname{Fi} + \frac{\partial(\sigma_{ij})}{\partial(x_{i})}$$
(1-2)

----1--- représente le taux de variation de la quantité de mouvement dans le temps par unité de volume.

----2--- représente le taux de transport de la quantité de mouvement.

----3--- représente la force nette par unité de volume.

----4--- représente les forces de surface (frottement).

Tenant compte des hypothèses de cette étude, l'équation (1-2) devient :

$$\frac{\partial \rho \, \boldsymbol{u}_{i}}{\partial t} + \frac{\partial \left(\rho \, \boldsymbol{u}_{i} \, \boldsymbol{u}_{j}\right)}{\partial \, \boldsymbol{\chi}_{j}} = -\frac{\partial P}{\partial \, \boldsymbol{\chi}_{j}} + \frac{\partial}{\partial \, \boldsymbol{\chi}_{j}} \left[ \mu \left( \frac{\partial \, \boldsymbol{u}_{i}}{\partial \, \boldsymbol{\chi}_{j}} + \frac{\partial \, \boldsymbol{u}_{j}}{\partial \, \boldsymbol{\chi}_{i}} \right) - \frac{2}{3} \, \boldsymbol{\delta}_{ij} \frac{\partial \, \boldsymbol{u}_{m}}{\partial \, \boldsymbol{\chi}_{m}} \right]$$
(1-3)

L'équation (1-3) est connue sous le nom d'équation de NAVIER- STOCKS d'un fluide compressible et instationnaire.

#### **1-1-3-EQUATION D'ENERGIE**

Elle est déduite de la loi de conservation de l'énergie et s'exprime d'énthalpie massique H comme suite :

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \, \boldsymbol{\mathcal{U}}_{j} h)}{\partial \, \boldsymbol{\mathcal{X}}_{j}} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\boldsymbol{\mathcal{\mu}}_{eff}}{\boldsymbol{\sigma}_{n}} \frac{\partial h}{\partial \, \boldsymbol{\mathcal{X}}_{j}}\right) = \frac{Dp}{Dt}$$

Les trois termes du nombre gauche de l'équation (1-4) représentent respectivement le taux de variation de l'énergie par unité de temps, le terme de transport de l'énergie par convection par unité de volume et le terme de transport de cette énergie par diffusion par unité de volume. Le terme droit représente le terme source.

#### **1-2-ECOULEMENTS TURBULENTS**

#### **1-2-1-INTRODUCTION**

Le plus part des écoulements d'intérêt technologique sont turbulents. Le jet qui s'échappe d'un turboréacteur, le panache de fumée issu d'une cheminée, la couche limite qui s'établit sur la voilure d'un avion, l'eau qui circule dans une conduite forcée de barrage, la flamme qui se propage dans un moteur à allumage commandé, le fluide tournant dans un réacteur chimique agité sont des exemples des écoulements turbulents. L'étude de la turbulence est donc très importante par sa nombreuse application. On souhaite en générale déterminer la structure de l'écoulement les coefficients aérodynamiques, les coefficients de frottement, les pertes de charge, les flux turbulents de chaleur et de masse. On s'intéresse aux problèmes de décollement, de stabilité d'écoulement, amélioration de mélange ou encore au rayonnement de bruit par les fluctuations turbulentes.

la turbulence pose aussi des nombreux problèmes fondamentaux sur son origine le rôle de l'instabilité dans le processus de transition, la présence de structure ordonnée, les échanges énergétiques entre les diverses échelles des fluctuations, le rôle de l'intermittence etc....

#### **1-2-2-CONSIDERATION GENERALE**

Les écoulements turbulents apparaissent dans des circonstances varies et sous des formes très différentes.

a- Les écoulements turbulents sont caractérisés par leur irrégularité. Les variables comme la vitesse, la Pression, la masse volumique et la température fluctuent de façon aléatoire. Où la figure (1-2) donne la forme du signal de vitesse mesuré en un point d'une zone de mélange turbulente ?



Figure (1-1)

- b- La turbulence apparaît dans des écoulements dont le nombre de Reynolds est élevé, elle a souvent pour origine le développement d'une instabilité d'un écoulement laminaire. Lorsque le nombre de Reynolds une certaine valeur critique, la petite perturbation de l'écoulement devient instable et leur croissance produit la transition vers la turbulence
- c- Les écoulements turbulents sont caractérisés par une large gamme d'échelles de longueur de vitesse et de fréquences. La structure des fluctuations à grande échelle est principalement liée à la configuration de l'écoulement moyen, alors que les fluctuations à petite échelle ont une dynamique propre et sont influencées par la configuration moyenne.
- d- Les écoulements turbulents sont dissipatifs. L'énergie cinétique turbulente tirée de l'écoulement moyenne est transférée vert les petites structures turbulentes ou elle est dissipée par les contraintes visqueuses. L'énergie est dissipée lorsque la taille des fluctuations est devenue suffisamment faible pour que les contraintes visqueuses puissent agir.
- e- Les écoulements turbulents sont fortement rotationnels. L'écoulement est formé par un enchevêtrement de tourbillons ayant des tailles et des orientations distribuées de façon aléatoire.
- f- Des structures organisées plus ou moins cohérentes existent dans la plupart des écoulements turbulents. Ces structures jouent un rôle important dans les mécanismes de transfert d'énergie et de mélange turbulent.

g- La turbulence accélère les processus de mélange Les transferts de masse de quantité de mouvement et d'énergie sont fortement augmentés. La turbulence accroît le frottement pariétal, les pertes de charges et les flux de chaleur.

## <u>1-2-3-TRAITEMENT STATISTIQUE DES ECOULEMENTS TURBULENTS</u> <u>LES EQUATIONS DE REYNOLDS</u>

La description d'écoulements turbulents en tout point de l'espace et du temps est difficile à réaliser en générale. On effectue depuis quelques années des simulations directes de la turbulence mais uniquement dans des configurations simples et pour des nombres de Reynolds peu élevés.

Le temps de calcul requis est considérable mais ils diminuent constamment avec l'amélioration des performances des ordinateurs. Il semble possible d'envisager l'utilisation dans un avenir proche, les méthodes de simulation directe pour le traitement de problèmes pratique. Actuellement les méthodes les plus courantes restent fondés sur une approche statistique. On décompose toutes les variables qui décrivent l'écoulement en une valeur moyenne et une fluctuation. La résolution des équations moyennes nécessite la modélisation des contraintes de turbulentes.

#### **1-2-4-OPERATEURS MOYENNE**

La moyenne des variables  $\Phi(x,t)$  peut être définie des différentes manières. Une première méthode consiste à effectuer une moyenne sur le temps.

$$\overline{\Phi} = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} \Phi(x,t) dt$$
(1-4)

En principe la période d'interrogation T doit être vers l'infini, mais on ne dispose pas jamais de l'historique complet des évolutions d'une variable. On se conteste d'effectuer la moyenne sur un périodique T, suffisamment grande par rapport au temps caractéristique des fluctuations de  $\Phi$ 

On pour séparer  $\Phi$  en une valeur moyenne et la fluctuation donc on peut écrire :

$$\Phi = \Phi + \Phi' \tag{1-5}$$

$$\overline{\Phi} = \lim \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} \Phi(x,t) dt$$
(1-6)

Avec :

Pour décomposer une variable  $\Phi(x,t)$  en une valeur  $\overline{\Phi}$  et une fluctuation, on effectue une moyenne sur un temps T suffisamment grand par rapport aux fluctuations rapides du signale et suffisamment petit par rapport aux variations lentes de  $\phi$ .

La fluctuation  $\Phi$  s'obtient à chaque instant en retranchant de  $\Phi$  la valeur moyenne  $\overline{\Phi}$ 



t-T/2 t+T/2 Figure (1-3)

#### **1-2-5-DECOMPOSITION DE REYNOLDS**

La décomposition de Reynolds consiste à représenter chaque variable par la somme d'une valeur moyenne et d'une fluctuation

D'après cette relation la fluctuation  $\Phi$  peut être déterminée en retranchant  $\overline{\Phi}$  de  $\Phi$ Les fluctuations ont une moyenne nulle. En effet :

$$\overline{\Phi} = \overline{\Phi - \overline{\Phi}} = \overline{\Phi} - \overline{\Phi} = 0 \tag{1-8}$$

Considérons à présent une deuxième variable  $\Psi = \overline{\Psi} + \Psi'$  et envisageons le produit. On a :

$$\Phi \Psi = \left(\overline{\Phi} + \Phi'\right) \left(\overline{\Psi} + \Psi'\right)$$
  
=  $\overline{\Phi} \overline{\Psi} + \Phi' \overline{\Psi} + \overline{\Phi} \Psi' + \Phi' \Psi'$  (1-9)

La moyenne de l'expression précédente a pour forme :

$$\overline{\Phi\Psi} = \overline{\Phi\Psi} + \overline{\Phi'\Psi'} + \overline{\Psi}\overline{\Phi} + \overline{\Phi'\Psi'}$$
(1-10)

Comme les moyennes des fluctuations sont nulle on trouve :

$$\overline{\Phi\Psi} = \overline{\Phi\Psi} + \overline{\Phi'\Psi'}$$
(1-11)

La moyenne du produit est constituée par la somme du produit des moyennes et une moyenne du produit des fluctuations.

#### 1-2-6-équation de Reynolds

En remplaçant les expressions (1-7) dans l'équation de Navier-stocks on obtient :

$$\frac{\partial \rho \overline{u_{i}} + u_{i}}{\partial t} + \frac{\partial (\rho \overline{u_{i}} + u_{i})}{\partial x_{j}} = \frac{\partial \overline{P} + P}{\partial x_{j}} + \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left[ \mu \left( \frac{\partial \overline{u_{i}} + u_{i}}{\partial x_{j}} + \frac{\partial \overline{u_{j}} + u_{j}}{\partial x_{i}} \right) \right] - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \overline{u_{M}} + u_{M}}{\partial x_{m}}$$

En prenant la moyenne des termes il reste :

$$\frac{\partial \rho \left( \overline{u_{i}} u_{i} \right)}{\partial t} + \frac{\partial \left( \rho \left( \overline{u_{i}} \right) \overline{u_{j}} \right)}{\partial \chi_{j}} = \frac{\partial \overline{P}}{\partial \chi_{j}} + \frac{\partial}{\partial \chi_{J}} \left[ \mu \left( \frac{\partial \left( \overline{u_{I}} \right)}{\partial \chi_{j}} + \frac{\partial \left( \overline{u_{J}} \right)}{\partial \chi_{i}} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \left( \overline{u_{M}} \right)}{\partial \chi_{m}} - \overline{u_{i}} \overline{u_{j}} \right]$$

$$1-13$$

Le terme  $\overline{u_i u_j}$  représente les contraintes de Reynolds

L'équation (1-13) permet de déterminer l'écoulement moyen à condition de connaître l'expression des termes supplémentaires.

L'apparition de ces termes turbulents est liée au caractère non linéaire des équations de Navier-Stockes.

1-12

#### 1-3-technique de description de la turbulence

La voie idéale pour la turbulence est d'établir une équation de transport pour la tension de Reynolds  $\overline{u_i u_i}$  à partir une équation instantanée de Navier –Stockes.

#### 1-3-1 équations de transport des contraintes de Reynolds :

En multipliant par  $u_i$  l'équation de Navier –stocke projetée suivant  $x_i$  en lui ajoutant sa conjuguée en sommant nombre à nombre on obtient l'équation de transport de la grandeur  $u_i u_i$  :

$$\frac{D\overline{u_{i}u_{j}}}{Dt} = -(\overline{u_{i}u_{j}}\frac{\partial u_{i}}{\partial x_{k}} + \overline{u_{i}u_{j}}\frac{\partial u_{i}}{\partial x_{k}}) - 2\nu \frac{\overline{\partial u_{i}}^{\partial} u_{j}}{\partial x_{k} \partial x_{k}} + \rho \left(\frac{\partial u_{i}}{\partial x_{j}}\frac{\partial u_{j}}{\partial x_{i}}\right) - \frac{\partial}{\partial x_{k}}(\overline{u_{i}u_{j}u_{k}} - \nu \frac{\partial \overline{u_{i}u_{j}}}{\partial x_{k}} + \frac{p}{\rho}(\delta_{jk}u_{i} + \delta_{jk}u_{ji})) - \frac{\partial}{\partial x_{k}}(\overline{u_{i}u_{j}u_{k}} - \nu \frac{\partial \overline{u_{i}u_{j}}}{\partial x_{k}} + \frac{p}{\rho}(\delta_{jk}u_{i} + \delta_{jk}u_{ji})) - \frac{\partial}{\partial x_{k}}(\overline{u_{i}u_{j}u_{k}} - \nu \frac{\partial \overline{u_{i}u_{j}}}{\partial x_{k}} + \frac{p}{\rho}(\delta_{jk}u_{i} + \delta_{jk}u_{ji})) - \frac{\partial}{\partial x_{k}}(\overline{u_{i}u_{j}u_{k}} - \nu \frac{\partial \overline{u_{i}u_{j}}}{\partial x_{k}} + \frac{p}{\rho}(\delta_{jk}u_{i} + \delta_{jk}u_{ji})) - \frac{\partial}{\partial x_{k}}(\overline{u_{i}u_{j}u_{k}} - \nu \frac{\partial \overline{u_{i}u_{j}}}{\partial x_{k}} + \frac{p}{\rho}(\delta_{jk}u_{i} + \delta_{jk}u_{ji})) - \frac{\partial}{\partial x_{k}}(\overline{u_{i}u_{j}u_{k}} - \nu \frac{\partial \overline{u_{i}u_{j}}}{\partial x_{k}} + \frac{p}{\rho}(\delta_{jk}u_{i} + \delta_{jk}u_{ji})) - \frac{\partial}{\partial x_{k}}(\overline{u_{i}u_{j}u_{k}} - \nu \frac{\partial \overline{u_{i}u_{j}}}{\partial x_{k}} + \frac{p}{\rho}(\delta_{jk}u_{i} + \delta_{jk}u_{ji})) - \frac{\partial}{\partial x_{k}}(\overline{u_{i}u_{j}u_{k}} - \nu \frac{\partial \overline{u_{i}u_{j}}}{\partial x_{k}} + \frac{p}{\rho}(\delta_{jk}u_{i} + \delta_{jk}u_{ji})) - \frac{\partial}{\partial x_{k}}(\overline{u_{i}u_{j}u_{k}} - \nu \frac{\partial \overline{u_{i}u_{j}}}{\partial x_{k}} + \frac{p}{\rho}(\delta_{jk}u_{i} + \delta_{jk}u_{ji})) - \frac{\partial}{\partial x_{k}}(\overline{u_{i}u_{j}u_{k}} - \nu \frac{\partial}{\partial x_{k}} + \frac{p}{\rho}(\delta_{jk}u_{k} + \delta_{jk}u_{ji}) - \frac{\partial}{\partial x_{k}}(\overline{u_{i}u_{j}u_{k}} - \nu \frac{\partial}{\partial x_{k}} + \frac{p}{\rho}(\delta_{jk}u_{k} + \delta_{jk}u_{ji}) - \frac{\partial}{\partial x_{k}}(\overline{u_{i}u_{j}u_{k}} - \nu \frac{\partial}{\partial x_{k}} + \frac{p}{\rho}(\delta_{jk}u_{k} + \delta_{jk}u_{ji}) - \frac{\partial}{\partial x_{k}}(\overline{u_{i}u_{j}u_{k}} - \nu \frac{\partial}{\partial x_{k}} + \frac{p}{\rho}(\delta_{jk}u_{k} + \delta_{jk}u_{k}) - \frac{\partial}{\partial x_{k}}(\overline{u_{i}u_{j}u_{k}} - \nu \frac{\partial}{\partial x_{k}} + \frac{p}{\rho}(\delta_{jk}u_{k} + \delta_{jk}u_{k}) - \frac{\partial}{\partial x_{k}}(\overline{u_{i}u_{j}u_{k}} - \nu \frac{\partial}{\partial x_{k}} + \frac{p}{\rho}(\delta_{jk}u_{k} + \delta_{jk}u_{k}) - \frac{\partial}{\partial x_{k}}(\overline{u_{i}u_{k}} - \nu \frac{\partial}{\partial x_{k}} + \frac{\partial}{\partial x_{k}}(\overline{u_{i}u_{k}} - \nu \frac{\partial}{\partial x_{k}} - \frac{\partial}{\partial x_{k}} + \frac{\partial}{\partial x_{k}} - \frac{\partial}{$$

Avec :

 $\frac{D}{Dt}$  La dérivée totale

-1- est la dérivée matricielle de  $\overline{u_i u_j}$  représente le transport convectif du gradient

-2-est la production de turbulence représente une action du gradient de la vitesse moyenne sur la contrainte de Reynolds.

-3-exprime la dissipation de la contrainte visqueuse il représente l'effet du gradient de la vitesse d'agitation turbulente sur la contrainte visqueuse

-4- exprime une corrélation entre les fluctuations des gradients de vitesse set de la pression

-5- représente le transport par diffusion des tensions du à l'écoulement turbulent et à la viscosité

#### 1-4-modélisation de la turbulence

#### **1-4-1 introductions**

Le problème de la modélisation de la turbulence apparaît lorsqu'on applique un traitement statistique aux équations de Navier - Stockes, l'objectif de la modélisation est établir des relations ou des équations permettant le calcul des contraintes de Reynolds à partir des caractéristiques de l'écoulement moyenne, ces relations forment avec l'équation de Reynolds un système fermé.

Donc La modélisation de la turbulence doit être introduite à un certain niveau celle ci consiste à approximé les contraintes de Reynolds  $\overline{u_i u_j}$  un examen de l'équation de transport pour  $\overline{u_i u_j}$  permet de constater qu'il est impossible de résoudre directement les équations de l'écoulement moyenne et celle des tensions de Reynolds, en effet on voit apparaît des inconnues supplémentaires. Le modèle de fermeture utilisée est intervenir soit le concept de la viscosité turbulence, soit une équation de transport des contraintes de Reynolds il existe plusieurs type de modélisation basée sur le concept de la viscosité de turbulence

#### 1-4-2-concept de la viscosité de turbulence

La plus ancienne des hypothèses de la modélisation de turbulence qui est devenue aujourd'hui une proposition de la plus grande importante est le concept de boussinesq (1877. par analogie avec la viscosité moléculaire dans les écoulements laminaires, les contraintes turbulentes sont liées aux gradients des vitesses moyennes par le bais d'un coefficient appelé viscosité turbulence est donnée par :

$$-\overline{u_{i}u_{j}} = v_{t}\left(\frac{\partial u_{i}}{\partial x_{k}} + \frac{\partial u_{i}}{\partial x_{k}}\right) - \frac{2}{3} \cdot k \cdot \delta_{ij}$$
(1-15)

La viscosité turbulence comme son nom l'indique dépend de la turbulence en tout point du domaine d'écoulement. Donc elle n'est pas une propriété du fluide lui-même, mais une propriété de la turbulence, elle varie sensiblement d'un point à un autre et d'un écoulement à un autre pour un même fluide.

### 1-4-3-modèle algébrique aux tensions de Reynolds (ASM)

A partir des équations de transports des tensions de Reynolds, des hypothèses ont été faites : Isotropie locale pour les petites structures de turbulence ; approximation de ROTTO (1951) HANJALIC et LANDER (1975) pour la corrélation de pression/ déformation ; approximation de DALY et HARLOW (1970) des termes de diffusion par un modèle du type gradient. Le modèle algébrique aux tensions de Reynolds à été développé par RODI (1972) qui a Proposé les hypothèses suivant : le transport net des tensions de Reynolds est proportionnel à celui correspondant à k.

#### 1-4-4.modèle à zéro équation

La première génération de la modélisation de la turbulence est celle proposée par Prandtl (1925) connue par «hypothèses de longueur de mélange ».

La viscosité de turbulente est exprimée par :

$$v_{t} = l_{0}^{2} \sqrt{\frac{\partial u^{2}}{\partial z} + \frac{\partial v^{2}}{\partial z}}$$
(1.16)

Le modèle de longueur de mélange n'est pas adaptée à l'étude du sillage proche et de la zone prés de la sortie du jet. Mais, il peut être employé pour l'étude des zones lointaines du jet. Toutefois, ce modèle n'est pas valable lorsque le nombre de Reynolds basés sur la viscosité turbulence  $Re_t = \frac{k^2}{v_t \cdot \mathcal{E}}$  est grand. Par contre quand ce nombre est faible, la viscosité du fluide devient capitale la longueur de mélange doit être déterminée de façon empirique

#### 1-4-5-modèle à une équation de transport :

Pour surpasser les difficultés de l'hypothèses de Prandtl, le modèle à une équation a été développé modèle à une équation prend en considération les caractéristiques de l'agitation turbulente par l'évolution d'une grandeur transportable analogue à la vitesse. Ainsi Prandtl et Kolmogorov ont introduit indépendamment que l'échelle de la vitesse du mouvement fluctuant  $\overline{v}$  est proportionnelle à k.

Par conséquent :

$$v_t = c_{\mu} \cdot k^{1/2} \cdot l_s \tag{1.17}$$

c<sub>u</sub> : Constante empirique de Prandtl

K : énergie cinétique de turbulence

L : échelle de longueur des grosses structures.

Ce modèle exige la détermination de l'énergie cinétique k qui est donnée par l'équation de transport modélisée [24]:

$$u_{j}\frac{\partial k}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left( \left( \frac{v}{\sigma_{k,l}} + \frac{v}{\sigma_{k,t}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_{k}} \right) + v_{t} \left( \frac{\partial u_{i}}{\partial x_{k}} + \frac{\partial u_{k}}{\partial x_{i}} \right) \frac{\partial u_{i}}{\partial x_{j}} \varepsilon$$
(1-18)

Le taux de dissipation étant donné par la formule empirique :  $\varepsilon = \frac{k^{3/2}}{l}$  (1-19)

#### 1-4-6-Modèle à deux équations k-ε.

L'utilisation d'une seule équation de transport ne permet pas la détermination de l'échelle caractéristique L. comme la distribution de cette échelle n'est pas connue a priori la spécification empirique de L s'avère difficile. Pour lever cette difficulté on peut rechercher une nouvelle équation de transport permettant la détermination de cette échelle.

Le modèle de turbulence à deux équations est basé sur le concept de la viscosité de turbulence qui à été défini à partir d'une analyse dimensionnelle par Prandtl et Komogorov

$$v_t = c_\mu k^{1/2} l_s$$
 1-20

Les relations de type Boussinesq permettent en suite de lier les tenseurs de Reynolds et des champs de déformation moyenne :

$$\frac{2}{3}\delta_{ij}.kv_i.v_j = v_t.(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i})$$
1-21

Le champ turbulent est décrit par deux échelles de vitesse et de longueur définie indirectement par k et  $\varepsilon$ .

#### CHAPITRE I

Les équations de transport de cette quantité sont [18]:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u_i \frac{\partial k}{\partial \chi_i} = \frac{\partial}{\partial \chi_i} \left( \frac{v_e \ \partial k}{\sigma_k \partial \chi_i} \right) + \frac{u_i u_i}{u_i \partial \chi_k} \frac{\partial u_j}{\partial \chi_k} - \varepsilon$$
1-22

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + u_i \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_i} (\frac{v_e}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i}) + C_{sk} \frac{\varepsilon}{k} (\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}) \frac{\partial}{\partial x_k} - C_{sk} \frac{\varepsilon}{k}$$

$$1.23$$

Le modèle k - $\varepsilon$  contient des constantes empiriques dont en verront les valeurs numériques dans le tableau (1-2) [05].

C1	C2	C3	$\sigma_n$	$\sigma_{\varepsilon}$	$\sigma_d$
1.44	1.0	1.373	1.0	1.3	0.09

Tableau 1-2 : les constantes du modèle k- $\varepsilon$ 

#### **1-5-MODELE MATHEMATIQUE APPLIQUE AUX PROBLEME ETUDIE**

L'écoulement est décrit par les équations de conservation de la masse, quantité de mouvement et l'énergie couplée aux modèles de turbulence k - $\varepsilon$ . Le système est fermé par l'équation d'état d'un fluide supposé parfait [18].

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial \chi_i} = 0$$
 1-24

$$\frac{\partial \rho \, u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho \, u_j \, u_i}{\partial \, x_j} = -\frac{\partial p}{\partial \, x_i} + \frac{\partial}{\partial \, x_j} \left[ \mu_{eff} \left( \frac{\partial \, u_i}{\partial \, x_j} + \frac{\partial \, u_j}{\partial \, x_i} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial \, x_j} \left( -\frac{2}{3} \, \delta_{ij} \frac{\partial \, u_m}{\partial \, x_m} \right)$$

$$1-25$$

$$\frac{\partial \rho h}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j h}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu_{eff} / \sigma_n \right) \left( \frac{\partial h}{\partial x_j} \right) \right]$$
 1-26

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \chi_{j}} \left( \rho u_{j} k \right) - \frac{\partial}{\partial \chi_{j}} \left[ \left( \frac{\partial \mu_{effi} \partial k}{\sigma_{k} \partial \chi_{j}} \right) \right] = \mu_{i} G_{ij} - \frac{2 \partial u_{m}}{3 \partial \chi_{m}} \left( \mu_{ij} \frac{\partial u_{m}}{\partial \chi_{m}} - \rho \varepsilon \right) \right]$$

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_{j} \varepsilon}{\partial \chi_{j}} + \frac{\partial}{\partial \chi_{j}} \left[ \left( \frac{\partial \mu_{effi} \partial \varepsilon}{\sigma_{k} \partial \chi_{j}} \right) \right] = G_{k} \varepsilon \left[ \mu_{i} G_{ij} - \frac{2 \partial u_{m}}{3 \partial \chi_{m}} \left( \mu_{ii} \frac{\partial u_{m}}{\partial \chi_{m}} + \rho k \right) \right] + C_{3} \rho \varepsilon \frac{\partial u_{m}}{\partial \chi_{m}} C_{2} \rho \frac{\varepsilon}{k} \right]$$

$$1-27$$

Avec:  $p = \rho r T$ 

1-28

H: enthalpie massique

$$G_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$
1-29

$$\mu_{t} = \rho_{C_{\mu}} \frac{k^{2}}{\varepsilon}$$

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t$$

1-30

1.31

#### **1-6-TRAITEMENT MATHEMATIQU DES EQUATIONS DE TRANSPORT SUR LE**

#### **DOMAINE CHOISI :**

#### **1-6-1-INTRODUCTION:**

La compréhension des phénomènes prenant lieu dans la chambre de combustion des moteurs alternatifs, à depuis longtemps suscite l'intérêt de la communauté scientifique et industrielle, en vue de l'amélioration des performances de telles machines.

La plus importante investigation scientifique dans ce domaine est certainement la tentative de l'approche de mesure et de moyen de calcul de plus en plus performants.

#### **1-6-2-DOMAINE D'ETUDE ET CARACTERISTIQUE DU MOTEUR**

La configuration du lieu d'écoulement prise dans cette étude est exposée dans la figure (1-4). Elle est axisymétrique, à élargissement brusque sans soupape et a tète de piston plat. Les caractéristiques du moteur utilisé pour cette étude sont données dans le tableau (1-2)



Figure (1-4)- : géométrique et lieu d'écoulement

Diamètre piston *course	81*83.5mm*mm
Volume mort	430.25cc
Taux de compression	9.2
Vitesse de rotation du moteur	1000 tr/mn
Tête de piston	plate, concave
Tête de cylindre	plate, hémisphère

Tableau (1-2)

#### **1-6-3-POSITION DE PISTON**

La position de piston est donnée par la loi du système bielle - manivelle, l'entraxe B à une Importance capitale pour la construction d'ensemble du moteur car il détermine la hauteur totale du Moteur. On utilise souvent le rapport  $\lambda = F/B$  ou F est le rayon de manivelle (demi - course).

$$H(t) = H0 + r\left((1 - \cos\theta) + (1/\lambda)\sqrt{1 - \left((\lambda \sin\theta)^2\right)}\right)$$
1-32

H0 : est la distance entre la culasse et le point mort haut donnée par :

$$H0 = \frac{4v_c}{\rho - 1} \frac{1}{\Pi D^2}$$
 1-33

$$D = \left(\frac{4v_c}{\Pi\alpha}\right)^{1/3}$$
 1-34

Avec : Vc : volume de cylindre

 $\rho$  : Taux de compression

- D : Diamètre du cylindre
- S: course

 $\alpha$  : Rapport course diamètre  $\alpha = S / D$ 

 $\lambda$  : Rapport bielle manivelle

1-35

Vitesse de piston  $wp = \sin \theta + 0.5\lambda \sin \theta / \sqrt{1 - (\lambda \sin \theta)^2}$  1-36

La vitesse moyenne du piston est donnée par :

Avec

c (m) course du moteur

N (tr/min) vitesse de rotation du vilebrequin



Figure (1-5) : Schéma du système bielle- manivelle

#### **1-6-4-FORMULATION MATHEMATIQUE**

Les écoulements turbulents sont souvent décrits par les équations de quantité de mouvement ainsi que l ' équation de conservation de la masse. La résolution de ce système d 'équation aux dérivées partielles nécessite un traitement mathématique préalable qui sera présenté dans ce qui suit repose sur la résolution numérique de ce système d 'équation [02].

Et puisque l'écoulement est axisymétrique on a :

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0$$

1-38

1-39

1-6-4-1 équations de continuité :

$$\frac{\partial(\rho)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\rho v)}{\partial r} = 0$$

## 1-6-4-2 équations de quantité de mouvement

## 1-6-4-2-1- équations axiales de quantité de mouvement

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u u)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho u v)}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial z} (r \Gamma \frac{\partial u}{\partial z}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \Gamma \frac{\partial u}{\partial r}) + s(z,r) \quad 1.40$$

$$\frac{1-6-4-2-2-Equation de quantité de mouvement pour v :}{\frac{\partial(\rho u v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u v)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho v v)}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial z} (r \Gamma \frac{\partial v}{\partial z}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \Gamma \frac{\partial v}{\partial r}) + s(z,r) \quad 1.41$$

$$\frac{1-6-4-2-3-Equation de quantité de mouvement pour w :}{\frac{\partial(\rho u v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u v)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho v w)}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial z} (r \Gamma \frac{\partial w}{\partial z}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \Gamma \frac{\partial w}{\partial r}) + s(z,r) \quad 1.42$$

$$\frac{1-6-4-3-equation d'energie :}{\frac{\partial(\rho v t)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u v)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho v \rho T}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial z} (r \Gamma \frac{\partial v}{\partial z}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \Gamma \frac{\partial c \rho T}{\partial r}) + s(z,r) \quad 1.42$$

$$\frac{1-6-4-3-equation d'energie :}{\frac{\partial(\rho v t)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v t)}{\partial z} + \frac{\partial(\rho v t)}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial z} (r \Gamma \frac{\partial c \rho T}{\partial z}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \Gamma \frac{\partial c \rho T}{\partial r}) + s(z,r) + \frac{\partial P}{\partial t'} \quad 1.43$$

$$\frac{1-6-4-4-equation de l'energie cinétique k}{\frac{\partial(\rho t k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v k)}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial z} (r \Gamma \frac{\partial k}{\partial z}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \Gamma \frac{\partial k}{\partial r}) + \rho(G-\varepsilon) \quad 1.44$$

$$\frac{1-6-5-5-equation du taux de dissipation}{\frac{\partial(r \rho \partial k)}{\partial t} + \frac{\partial(r \rho v c)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} (r \Gamma \frac{\partial c}{\partial x}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \Gamma \frac{\partial c}{\partial r}) + \rho(G-\varepsilon) \quad 1.45$$

## **1-7-GENERATION DE L'EQUATION MATHEMATIQUE**

Donc l'étude des équations de conservation pour n'importe quelle variable générale peut être exprimée par :

$$\frac{\partial(\rho\Phi)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}(\rho r \iota \Phi) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(\rho r \iota \Phi) = \frac{\partial}{\partial z}\left(r\Gamma_{\Phi}\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\Gamma_{\Phi}\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right) + rS_{\Phi}$$

Ou u et v sont des vitesses locales moyennes dans les directions x, r respectivement.

 $\Gamma_{\Phi} \quad et \quad S_{\Phi}$  Sont respectivement le coefficient d'échange turbulent et le terme source

De la variable  $\Phi$ 

Le tableau (2-1) engendre les expressions pour  $\Gamma_{\Phi}$  et  $s_{\Phi}$ 

	Г	S
Φ		
	0	0
1		
u	$\mu_{e\!f\!f}$	$s^{u} - \frac{\partial p}{\partial z}$
v	$\mu_{etf}$	$s^{\nu} - \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} \frac{-2 \mu_{eff}}{r^2}$
W	$\mu_{eff}$	
		$-\left(\rho\frac{v}{r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r\mu_{eff})\right)W$
Т	$\frac{\mu_{eff}}{\sigma_T}$	$\left(\frac{dp}{dt} + G_k\right) / c_p$
k	$\frac{\mu_{eff}}{\sigma_k}$	$-c_{\mu}k\rho^{2}/\mu_{t}+G$
3	$\frac{\mu_{eff}}{\sigma_{\varepsilon}}$	$c_1 c_\mu G \rho K / \mu_t - \frac{c_\mu c_2 \rho \varepsilon}{k} + c_3 \rho \nabla u$

Tableau (2-1) : les expressions pour  $\Gamma_{\Phi}$  et  $S_{\Phi}$ 

Avec :

$$G = \mu_{eff} \left\{ 2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{v}{r} \right)^2 \right] + \left( \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + r \left( \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{w}{r} \right) \right)^2 \right) \right\}$$
$$- \frac{2}{3} \left( \overline{\nabla} u \right) \left\{ \mu_{eff} \left( \overline{\nabla} u \right) + \rho k \right\}$$
$$\frac{Dp}{Dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial r}$$
$$C = \frac{\partial p}{\partial t} k^2$$

$$\mu_{eff} = \frac{c_d \rho k^2}{\varepsilon + \mu_{lam}}$$

1-42

$$s^{u} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu_{eff} \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \mu_{eff} \frac{\partial rv}{\partial z} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu_{eff} \nabla \vec{u} + \rho k \right)$$

$$s^{v} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu_{eff} \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \mu_{eff} \frac{\partial rv}{\partial r} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu_{eff} \nabla \vec{u} + \rho k \right)$$

$$1-43$$

$$1-44$$

G: taux de production de l'énergie cinétique turbulente.

 $\mu_{e\!f\!f}$  : Viscosité effective

 $\mu_{lam}$  : Viscosité laminaire

Chapitre 2

# GENERATION DE MAILLAGE

.....

•••••

117

**GENERATION DE MAILLAGE** 

**Chapitre 2** 

### **GENERATION DE MAILLAGE**

#### **2-1-INTRODUCTION**

La technique de la génération de maillages est employée de manière intensive dans les nombreux domaines de l'ingénierie reposant sur des modèles physiques basés sur des systèmes d'équations aux dérivées partielles (E.D.P) . la simulation numérique de tels modelés est largement utilisée à des fins de conception, de dimensionnement et de validation,. L'une des méthodes très fréquemment utilisée pour ce type de calcul est la méthode des éléments finies, dans cette approche le problème continué est remplacé par un problème discret dont la solution peut être obtenue garces à la puissance des ordinateurs, maintenant disponible la solution approchée du problème discret et ainsi une solution approchée du problème de départ dont la précision dépend des nombreux chois ayant été faits dans l'ensemble du processus numérique.

La première étape (du point de vue de calcul) d'une telle simulation est la construction d'un maillage du domaine de calcul, le domaine ou le phénomène étudie intervient de façon à remplacer cette région par une union finie éléments (géométriquement simples et bornés ) tels que des triangles, quadriangle, selon le domaine spatiale, pour cette raison la construction d'un maillage est un pré - requis essentiel pour toute simulation numérique d'un problème aux EDP, de plus cette construction peut être vue comme un point bloquant du processus numérique au sens ou tout échec dans cette phase de maillage interdit tout calcul ultérieur.

#### 2-2-transformation des systèmes de maillage

Les methodes de genération de maillage par résolution de E. D.P. representent une aternative élégante aux methodes algebriques utilisables quand le demaine calcul peut etre identifies a un quadrariangle ( en deux dimenssions ).

la reference de base pour les methodes par E .D.P est { thompon et AL 1985} contrairement aux methodes algebriques. une trausformation du demaine vers ce quadrangle le demaine de calcul est a trouver . un systeme de generation est associe a une telle transformation qui permet de construire le maillage voulu.

La complexité de la forme du domaine de calcul ne permet pas la définition analytique de la transformation de coordonnées. Il faut recourir des méthodes purement numériques.

La figure (3-1) montre les domaines physiques et calcul pour le calcul des champs d'écoulement cylindriques. Pour le domaine physique, seul la moitié du cylindre est considérée (à cause de symétrie). La tête de la chambre de combustion est déformée en hémisphère est la tête du piston est plat.

Pour les domaines spatiaux à 2D et qui varient en fonction du temps, trois variables dépendant sont utilisées pour transformé l'équation régissante du domaine physique au domaine de calcul. Les termes (z, r, t) représentent le domaine physique et (x, r,  $\tau$ ) représentent le domaine de calcul.

fl(x, r, t), f2(x, r, t) sont des fonctions définies seulement dans les frontières du domaine physique.

Nous venons de voir que l'utilisation les mailles des formes géométriques simples facilitent la mise en œuvre des méthodes de différences finies. Il est possible de définie un changement de variable de coordonnées qui transfert le domaine physique au domaine de calcul.


Domaine de calcul

domaine physique

Figure (2-1)

$$F_{1}(z,r,t) = f_{1}(x=0,\eta,\tau)$$

$$F_{2}(z,r,t) = f_{2}(x=1,\eta,\tau)$$

$$F_{3}(z,r,t) = f_{3}(x,\eta=0,\tau)$$

$$F_{4}(z,r,t) = f_{3}(x,\eta=1,\tau)$$
(2-1)

La relation de  $(x, \eta)$  en fonction de (x, r) est définie par la relation suivant :

$$x = \frac{z - f_{1}(x, r, t)}{\int_{2} (x, r, t) \frac{f_{2}(x, r, t) - f_{3}(x, r, t)}{f_{4}(x, r, t) - f_{3}(x, r, t)}}$$
(2-2)

Où les intervalles de x,  $\eta$  sont :

$$0 \le x \le 1$$
  
$$0 \le \eta \le 1$$
 (2-3)

Pour les parois du cylindre qui ne dépend pas du temps,  $f_3(x,r,t)$  et  $f_4(x,r,t)$  sont des constantes, la tête du cylindre est stationnaire, ainsi  $f_1(x,r,t)$  est dépend du temps. Soit

$$f_{4}(x,r,t) - f_{3}(x,r,t) = cons \tan t = R$$
  
$$f_{2}(x,r,t) - f_{1}(x,r,t) = \delta(t,r)$$
(2-4)

Ou R : est le rayon du cylindre

 $\delta$  (t, r) : est la distance entre la frontière mobile (tête du piston) et l'extrémité (tête du cylindre).

La relation entre t et  $\tau$  est donnée par :  $t = \tau$ 

Toutes les équations régissant l'écoulement doivent être écrites dans le domaine transformé(x r, t)

### 2-3-matrice de transformation

En introduisant les nouvelles variables dépendantes x, r et en applique la règle de chaîne pour les transformations de dérivées partiales de l'équation originale partielle du domaine physique au domaine calcul :

$$\begin{pmatrix}
\frac{\partial \Phi}{\partial t} \\
\frac{\partial \Phi}{\partial z} \\
\frac{\partial \Phi}{\partial r} \\
\frac{\partial \Phi}{\partial r}
\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}
x_{t} & \eta_{t} \\
x_{z} & \eta_{z} \\
x_{r} & \eta_{r}
\end{pmatrix} \begin{pmatrix}
\frac{\partial \phi}{\partial x} \\
\frac{\partial \phi}{\partial \eta} \\
\frac{\partial \phi}{\partial \eta}
\end{pmatrix}$$
(2-5)

Les relations fonctionnelles explicites entre le domaine physique et le domaine de calcul sont basées sur cette transformation. Les lignes de maillage sont spécifiées dans des incrémentations spatiaux égaux dans les directions x, r.

$$\begin{pmatrix} x_t & \eta_t \\ x_z & \eta_z \\ x_r & \eta_r \end{pmatrix} : c'est la matrice de transformation (2-6)$$

Avec

La matrice de transformation peut être calculée analytiquement quand les fonctions utilisées sur les frontières sont connues. La matrice de transformation peut être calculée analytiquement quand les fonctions utilisées sur les frontières sont connues.

Evidement, la relation entre le domaine physique et calcul doit être déterminée. cette relation établie la matrice de transformation, ces quantités peuvent être en suite obtenues à partir des expressions :

$$\begin{aligned} x_{z} &= \frac{\partial x}{\partial z} = \left(\frac{\partial r}{\partial x}\right) / J \\ x_{R} &= \frac{\partial x}{\partial r} = -\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right) / J \\ \eta_{z} &= \frac{\partial r}{\partial z} = -\left(\frac{\partial r}{\partial x}\right) / J \\ \eta_{r} &= \frac{\partial r}{\partial r} = \left(\frac{\partial r}{\partial x}\right) / J \end{aligned}$$
(2-7)

Le jacobien J est définis par : 
$$J=_z$$

$$x_{x}r_{\eta} - z_{\eta}r_{x} = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial r}{\partial r} - \frac{\partial z}{\partial r} \cdot \frac{\partial r}{\partial x}$$
(2-8)

comme celui ci est supposé non nul, la transformation inverse existe et leur variable (x, r)peu être exprimées en fonction de z de la façon x = x(z, r),

Les deux manieres d'exprimer les variables sont mathematiquement equivalentes et donnée deux possibilites pour resourder le probleme . si les variables x, r sont exprimees en fonction z,r, le maillage logique peut etre transforme en un maillge du domaine et le probleme physique est resolu sur ce domaine de maniere classique.

Autrement si les variables z,r sont exprimer en fonction x,r, soit le probleme physique peut etre ecrit en fonction de ces variables et etre en suite resolu sur le domaine logique soit en retrouve la situation classique vue plus haut.

Pour les parois du cylindre qui sont rectiligne et ne dépend pas du temps, f3et f4 sont des constantes, la tête du cylindre est stationnaire.

(2-9)

A partir 1 ' équation (2-7 ) on peut écrire [4] :

$$\begin{cases} \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{x}{H(t)} w_p \frac{\partial \Phi}{\partial x} + v \frac{\partial x}{\partial r} \\\\ \frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{1}{H(t)} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \\\\ \frac{\partial \Phi}{\partial r} = \frac{1}{R} \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \end{cases}$$

les équations différentielles sont transformées du domaine physique (z, r, t) au domaine de calcul par la relation(2-11)

1 ' équation générale dans le repère mobile (z, r, t)

$$\frac{\partial(\rho\Phi)}{\partial t} + \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial(r\rho u\Phi)}{\partial x} + \frac{\partial(r\rho v\Phi)}{\partial r} \right] = \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( r\Gamma \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left( r\Gamma \frac{\partial v}{\partial r} \right) \right] + s(x,r)$$
(2-10)

en écrites cette équation dans le domaine transformé et on utilise l'équation (3-5)

$$r\left[\frac{\partial\rho\Phi}{\partial\tau} + x_{t}\frac{\partial\rho\Phi}{\partialx} + \eta_{t}\frac{\partial\rho\Phi}{\partial\eta}\right] + x_{z}\frac{\partial}{\partialx}(\rho ur\Phi) + \eta_{z}\frac{\partial}{\partial r}(\rho vr\Phi) + x_{r}\frac{\partial}{\partialx}(\rho ur\Phi) + \eta_{r}\frac{\partial}{\partial r}(\rho ur\Phi) \\ = x_{z}\frac{\partial}{\partialx}\left[\Gammar\left(x_{z}\frac{\partial\Phi}{\partialx} + \eta_{z}\frac{\partial\Phi}{\partial\eta}\right)\right] + \eta_{z}\frac{\partial}{\partial r}\left[\Gammar\left(x_{z}\frac{\partial\Phi}{\partialx} + \eta_{z}\frac{\partial\Phi}{\partial\eta}\right)\right] + x_{r}\frac{\partial}{\partialx}\left[\Gammar\left(x_{r}\frac{\partial\rho\Phi}{\partialx} + \eta_{r}\frac{\partial\rho\Phi}{\partial\eta}\right)\right] \\ + \eta_{r}\frac{\partial}{\partial\eta}\left[\Gammar\left(x_{r}\frac{\partial\rho\Phi}{\partialx} + \eta_{r}\frac{\partial\rho\Phi}{\partial\eta}\right)\right] + rs(x,\eta)$$
(2-11)

### l ' équation prendre la forme suivante

$$r\frac{\partial\rho\Phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho r\Phi_{G_{1}}) + \frac{\partial}{\partial r}(\rho r\Phi_{G_{2}}) = \frac{\partial}{\partial x}\left[\Gamma r q_{1}\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right] + \frac{\partial}{\partial r}\left[\Gamma r q_{3}\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right] + s(x,r)$$

$$\frac{1}{H(t)}\frac{\partial(\rho H(t)\Phi)}{\partial t} + \frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial x}(\rho r\Phi_{G_{1}}) + \frac{\partial}{\partial r}(\rho r\Phi_{G_{2}})\right] = 2-12$$

$$\frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left[\Gamma r q_{1}\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right] + \frac{\partial}{\partial r}\left[\Gamma r q_{3}\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right]\right] + s(x,r)$$

Ou :

$$G_{1} = u \frac{\partial x}{\partial z} + v \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial x}{\partial t}$$

$$G_{2} = u \frac{\partial r}{\partial z} + v \frac{\partial r}{\partial r} + \frac{\partial r}{\partial t}$$

$$q_{1} = \frac{\partial x^{2}}{\partial z} + \frac{\partial x^{2}}{\partial r}$$

$$q_{2} = \frac{\partial x}{\partial r}$$

$$q_{3} = \left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)^{2} + \left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)^{2}$$

pour le cas d un cylindre hémisphère on a :

$$H(t.r) = H(t) + \sqrt{R^2 - R_1^2} - \sqrt{r^2 - R_1^2}$$





$$G_{1} = \frac{u - x_{W_{p}} - Hv \frac{\partial x}{\partial r}}{H(t, r)}$$

$$G_{2} = v/R$$

$$q_{1} = \frac{1 + \left(\frac{\partial x}{\partial r}\right)^{2}}{H(t, r)^{2}}$$

$$q_{2} = \frac{\partial x}{\partial r}$$

$$q_{3} = \frac{1}{R}$$

2-13

avec :  $\overline{u} = u - x_{W_p} - v \frac{\partial x}{\partial r}$  est définie comme une vitesse du nœud.

R :rayon de courbure de cylinder

R1: rayon de cylindre

pour le cas d un cylindre plat on a :

H(t.r) = H(t)

H (t, r) : est la distance entre la frontière mobile (tête du piston)et l'extrémité (tête du cylindre) est définie par la formule (1-28).

$$G_{1} = \frac{u - x_{W_{p}}}{H(t)}$$

$$G_{2} = v/R$$

$$q_{1} = \frac{1}{H(t,r)^{2}}$$

$$q_{2} = 0$$

$$q_{3} = \frac{1}{R}$$

l'équation générale est écrite sous la forme suivant :

$$\frac{1}{H(t)} \frac{\partial (\rho H(t)\Phi)}{\partial t} + \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial x} (\rho r \Phi G_1) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho r \Phi G_2) \right] = \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left[ \Gamma r q_1 \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial r} \left[ \Gamma r q_3 \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right] \right] + s(x,r)$$
2-14

#### pour le cas d un piston concave on a :

même équation que dans le cas d'un cylindre hémisphère seulement qui change c'est l'équation de H(t, r)

$$H(t,r)=H(t)+H(r)$$

Avec:

$$H(r) = 0$$
 si  $r > R2$   
 $H(r) = tan(a) (R2-r)$  R1H(r) = tan(a) (R2-R1)



Les principaux avantages d'utilisation de la génération algébrique de maillage sont des méthodes directes et que la matrice de transformation peut être calculée analytiquement.

Le maillage à l'intérieure de la chambre de combustion contracté ou élargie

En fonction du mouvement du piston une transformation du coordonnées est introduite pour transformé le problème de valeurs de frontière mobile en un problème de valeurs de frontière fixes le piston est toujours localisé sur X=1, dans le domaine transformé. Cependant une région numérique fixe est obtenue.

La génération de maillage est démontrée par les moyennes de domaine spatial variant avec le temps et à 2D ainsi que cette technique peut être prolongée au domaine spatial à 3D variant avec le temps.

#### **2-4-EQUATION DE TRANSPORT DANS LE DOMAINE TRANSFORME**

### 2-4-1-Equation de continuité

Dans le domaine mobile (z, r, t)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial r \rho v}{\partial r} = 0$$

Dans le domaine transformé (x, r, t) et à partir de l'équation (2-12) on a :

$$\frac{1}{H(t)}\frac{\partial(\rho H(t))}{\partial t} + \frac{1}{H(t)}\frac{\partial\rho u}{\partial x} + \frac{1}{r}\frac{\partial r\rho v}{\partial r} = 0$$
2-15

Avec  $\overline{u} = u - x \mathcal{W}_p$ 

 $\overline{u}$  : est la vitesse du nœud pour le cas d'un cylindre et piston plate

 $W_p$ : Vitesse de piston.

### 2-4-2-Equation de quantité de mouvement pour u:

De la même manière on trouve :

$$\frac{1}{H(t)} \frac{\partial(\rho H(t)u)}{\partial t} + \frac{1}{H(t)} \frac{\partial(\rho uu)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\rho uv)}{\partial r} = \frac{1}{H(t)} \frac{\partial}{\partial x} (r\Gamma \frac{1}{H(t)} \frac{\partial u}{\partial x})$$

$$+ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\Gamma \frac{\partial u}{\partial r}) + s(x,r)$$
2-16

2-4-3- Equation de quantité de mouvement pour v:

$$\frac{1}{H(t,r)}\frac{\partial(\rho H(t)v)}{\partial t} + \frac{1}{H(t,r)}\frac{\partial(\rho uv)}{\partial x} + \frac{1}{r}\frac{\partial(\rho vv)}{\partial r} = \frac{1}{H(t,r)}\frac{\partial}{\partial x}(r\Gamma\frac{1}{H(t,r)}\frac{\partial v}{\partial r})^{2-17}$$

### 2-4-4-Equation de quantité de mouvement pour w:

$$\frac{1}{H(t,r)} \frac{\partial(\rho H(t)w)}{\partial t} + \frac{1}{H(t,r)} \frac{\partial(\rho uw)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\rho vw)}{\partial r} = \frac{1}{H(t,r)} \frac{\partial}{\partial x} (r\Gamma \frac{1}{H(t,r)} \frac{\partial w}{\partial x}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\Gamma \frac{\partial w}{\partial r}) + s(x,r)$$
2-18

2-4-5-équation de énergie :

$$\frac{1}{H(t,r)} \frac{\partial(\rho H(t,r)cpT)}{\partial t} + \frac{1}{H(t,r)} \frac{\partial(\rho ucpT)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho vcpT)}{\partial r} = \frac{1}{H(t,r)} \frac{\partial}{\partial x} \left(r\Gamma \frac{1}{H(t,r)} \frac{\partial cpT}{\partial x}\right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r\Gamma \frac{\partial}{\partial r} \frac{\partial}{\partial t} + s(x,r) + \frac{\partial}{\partial t} + wp\rho cpt\right)$$

$$2-19$$

### 2-4-6-équation de l'énergie cinétique k

$$\frac{1}{H(t,r)}\frac{\partial(\rho H(t,r)k)}{\partial t} + \frac{1}{H(t,r)}\frac{\partial(\rho uk)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho vk)}{\partial r} = \frac{1}{H(t,r)}\frac{\partial}{\partial x}(r\Gamma\frac{1}{H(t,r)}\frac{\partial k}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial r}(r\Gamma\frac{\partial k}{\partial r}) + \rho(G-\varepsilon)$$
2-20

### 2-5-7-équation du taux de dissipation

$$\frac{1}{H(t)}\frac{\partial(r\rho H(t)\varepsilon)}{\partial t} + \frac{1}{H(t)}\frac{\partial(r\rho u\varepsilon)}{\partial x} + \frac{\partial(r\rho v\varepsilon)}{\partial r} = \frac{1}{H(t)}\frac{\partial}{\partial x}(r\Gamma\frac{1}{H(t)}\frac{\partial\varepsilon}{\partial x}) + C_1C_{\mu}G\frac{\rho K}{\mu_T} - C_2\frac{\rho\varepsilon}{K} + C_3\nabla U$$

### 2-4-8-géneration une équation mathématique applique au domaine

### Transforme

Donc l'étude des équations de conservation pour n'importe quelle variable général Dans le domaine transformé (repère fixe) peut être exprimée par :

$$\frac{1}{H(t)}\frac{\partial(\rho H(t)\Phi)}{\partial t} + \frac{1}{H(t,r)}\frac{\partial}{\partial x}(\rho r u \Phi) + \frac{\partial}{\partial r}(\rho r v \Phi) = \frac{1}{H(t,r)}\frac{\partial}{\partial x}\left(r\Gamma_{\Phi}\frac{1}{H(t,r)}\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial r}\left(r\Gamma_{\Phi}\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right) + rs_{\Phi}$$

2-22

2-21

Où u et v sont les vitesses locales moyennes dans les directions x, r respectivement.

 $\Gamma_{\Phi}$  et  $S_{\Phi}$  Sont respectivement le coefficient d'échange turbulent et le terme source de la variable  $\Phi$ 

$$J_{x} = \rho \overline{u} \Phi - \frac{\Gamma_{\Phi}}{H(t,r)} \frac{\partial \Phi}{\partial x}$$
  

$$J_{x} = \rho v \Phi - \Gamma_{\Phi} \frac{\partial \Phi}{\partial r}$$
  
2-23

Prenant

Les flux total (convectifs +diffusifs) suivant x, r

L'équation devient :

$$\frac{1}{H(t,r)}\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho r H(t,r)\Phi\right) + \frac{1}{H(t,r)}\frac{\partial}{\partial x}\left(r J_{x}\right) + \frac{\partial}{\partial r}\left(r J_{r}\right) = r s_{\Phi} \qquad 2-24$$

Le terme source et le coefficient de diffusion sur le domaine transformé est donnée par le tableau (2-4):

Φ	Г	S
1	0	0
u	$\mu_{_{eff}}$	$s^{u} - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{H(t,r)}$
V	$\mu_{_{e\!f\!f}}$	$S^{v} - \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} \frac{-2 \mu_{eff}}{r^{2}}$
W	$\mu_{_{e\!f\!f}}$	$\rho \frac{v}{v} + \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial r} (r \mu)$
		$r^{2} \partial r^{(\mu eff)}$
Τ	$rac{\mu_{eff}}{\sigma_k}$	$\left(\frac{dp}{dt}+G_k\right)/c_p$
k	$rac{\mu_{eff}}{\sigma_k}$	$-c_{\mu}k\rho^{2}/\mu_{t}+G$
3	$rac{\mu_{\scriptscriptstyle eff}}{\sigma_{\scriptscriptstyle arepsilon}}$	$C_1 C_\mu G\rho K / \mu_t - \frac{C_\mu C_2 \rho \varepsilon}{k} + C_3 \rho \nabla u$

Le tableau (2-4) engendre les expression pour  $\Gamma_{\Phi}$  et  $S_{\Phi}$ 

$$s^{u} = \frac{1}{H(t,r)} \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_{eff} \frac{1}{H(t,r)} \frac{1}{H(t,r)} \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \mu_{eff} \frac{\partial rv}{\partial x} \right) - \frac{2}{3} \frac{1}{H(t,r)} \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_{eff} \nabla \vec{u} + \rho k \right)$$

$$s^{v} = \frac{1}{H(t,r)} \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_{eff} \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \mu_{eff} \frac{\partial rv}{\partial r} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_{eff} \nabla \vec{u} + \rho k \right)$$

$$G = \mu_{eff} \left\{ 2 \left[ \frac{1}{H(t,r)} \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^{2} + \left( \frac{\partial v}{\partial r} \right)^{2} + \left( \frac{v}{r} \right)^{2} \right] + \left( \left( \frac{1}{H(t,r)} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} \right)^{2} + \left( \frac{1}{H(t,r)} \frac{\partial w}{\partial x} \right)^{2} + r \left( \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{w}{r} \right) \right)^{2} \right) - \frac{2}{3} \left( \nabla u \right) \left\{ \mu_{eff} \left( \nabla u \right) + \rho k \right\}$$

pour résoudre l'équation générale (2-24) afin de décrire l'écoulement on fait appel à un modèle numérique qui fait l'objet du chapitre suivant.

Chapitre 3

# **MODELISATION NUMERIQUE**

Chapitre 3

### **MODELISATION NUMERIQUE**

### **3-1- INTRODUCTION**

Une prédiction numérique est faite sur les comportements hydrodynamiques et thermiques. Trois types de méthodes numériques sont disponibles à l'heure actuelle pour résoudre numériquement les équations Navier - Stocke, méthodes des différences finies, éléments finies et les méthodes des volumes finies.

### 3-2-méthode des volumes finis

La base de la méthode des volumes finie est de convertir l'équation différentielle générale en un système d'équations algébrique en mettant en relation les valeurs de la variable considérée  $\Phi$  au point polaire P et aux points nodaux adjacents d'un volume de contrôle typique. Cela est obtenu par intégration de l'équation différentielle gouvernante dans ce volume de contrôle avec l'approximation des différents termes (convection, diffusion et terme source).



Figure(3 -1)- volumes de Contrôle typique

La méthode de volume finie est adaptée dans ce travail puisque : .

- Elle est simple dans la dérivation des équations algébrique.
- Elle exprime le principe de conservation pour un volume de Contrôle.
- La solution obtenue implique la conservation de toutes les quantités sur un groupe de volume de contrôle ou sur tout le domaine de calcul.
- Elle est largement utilisée et testée.

### **3-3-MAILLAGE**

Donc avant de discrétisées les équations différentielles partielles il est nécessaire de couvrir le domaine de calcul par un maillage puisque cette étude va tenir compte de la turbulence la seconde technique est préférable, cela est dû aux équations décrivant la distribution de k et  $\varepsilon$  qui sont domines par leurs termes sources. Dans la discrétisation de ces termes on suppose qu'ils sont uniformes sur le volume de contrôles, alors les valeurs dans les centres de ce volume est la plus adéquate à être choisie aussi lors de la simulation des écoulements dans la géométrie compliquée les limites sont considérées comme face de volume de Contrôle. Si on place les faces en premier lieu il sera très facile de positionner les lignes principales. De notre coté si on commence par les lignes principales on devra exercer un arrangement pour que les volumes de Contrôle soient aux bonnes positions.

IL existe deux méthodes différentes pour positionner les nœuds et leurs volumes de contrôles associent au niveau du domaine de solution. Dans la première le maillage des nœuds est définit en plaçant les faces de volume de contrôle à mi-côte entre deux nœuds. Dans la deuxième méthode on place le nœud au centre de volume de Contrôle. Ces deux méthodes sont identiques dans le cas d'un maillage uniforme ceci illustre graphiquement sur la figure(4-2). La différence se présente quand le maillage utilisé est nom uniforme. La deuxième nous offre généralement une meilleure résolution dans le calcul des écoulements turbulents. Ceci parce que les équations décrivant la distribution de k, E sont donnée par leurs sources respectives qui supposée uniforme au niveau de volume de Contrôle. D'ici les valeurs de volume sont les plus appropriée dans la présentation des moyennes. L'objection soulevée est que la vitesse n'est pas localisée au centre de volume de contrôle propre.

Cependant ce fait à moins d'importance puisque les sources des équations de vitesse sont la plus part du type gradient  $(, \frac{\partial u}{\partial r} \dots)$  au lieu d'envelopper les vitesses elles-mêmes.



### Figure (3-2) : maillage

Les quantités scalaires telle que P, K et  $\Gamma_{\Phi}$  sont emmagasiné à l'intersection des Lignes de maillage. Les vitesses sont emmagasinees sur la face de volume de Contrôle qui se représente en placent leurs faces dans les nœuds. L'avantage moyenne est que les sources du gradient du pression primaire reviennent après déscritisation sous forme de différence de pression aux nœuds.

### 3-4-Dérivation des équations de discrétisation :

Après la spécification du système de maillage, l'on peut procéder par la transformation de l 'équation différentielle de transport en une série d'équation algébrique à différence finie.

### 3-4-discritisation temporelle

il consiste à intégrer entre t et t+ $\Delta t$ 

$$\frac{1}{H(t)}\frac{\partial(H\rho\Phi)}{\partial t}rdrdxdt + \frac{1}{H(t)}\frac{\partial}{\partial x}(rj_{x})dxdrdt + \frac{\partial}{\partial r}(rj_{r})dxdrdt = S_{\Phi}dxdrdt$$

$$a = r \Delta r \Delta x \frac{1}{H^{1}} (H^{1} \rho_{p}^{1} \Phi_{p}^{1} - H^{0} \rho_{p}^{0} \Phi_{p}^{0})$$
(3-2)

$$b = \iint j_e r_e dr dt - \iint j_w r_w dr dt = \int (j_e a_e - j_w a_w) dt$$
(3-3)

$$c=\iint h j_n r_n dx dt - \iint h j_s r_s dx dt = \int (j_n a_n - j_s a_s) dt$$
(3-4)

$$a_e = \int_{s}^{n} r_e dr \qquad a_s = \int_{w}^{e} r_s dr \qquad a_w = \int_{s}^{n} r_w dr \qquad a_n = \int_{w}^{e} r_n dr \qquad (3-5)$$

sont les faces de volume de contrôle respectivement est ,ouest ,nord et sud .

Les expressions des flux durant  $\Delta t$  sont :

$$j_e = \int_{\Delta t}^{t+\Delta t} \left[ \rho_e u_e a_e \Phi_e - \frac{\Gamma_e a_e}{H \,\delta x_{pe}} (\Phi_e - \Phi_p) \right] dt$$
(3-6)

$$j_{w} = \int_{\Delta t}^{t+\Delta t} \left[ \rho_{w} u_{w} a_{w} \Phi_{w} - \frac{\Gamma_{w} a_{w}}{H \,\delta x_{wp}} (\Phi_{p} - \Phi_{w}) \right] dt$$
(3-7)

$$j_{n} = \int_{\Delta t}^{t+\Delta t} \left[ \rho_{n} u_{n} a_{n} \Phi_{n} - \frac{\Gamma_{n} a_{n}}{\delta r_{pn}} (\Phi_{n} - \Phi_{p}) \right] dt$$
(3-8)

$$j_{s} = \int_{\Delta t}^{t+\Delta t} \left[ \rho_{s} u_{s} a_{s} \Phi_{s} - \frac{\Gamma_{s} a_{s}}{\delta r_{sp}} (\Phi_{p} - \Phi_{s}) \right] dt$$
(3-9)

donc on a besoin d'une supposition sur la variation de  $\Phi_i$  (i = e, s, n, p) avec le temps de t à t+  $\Delta t$ 

$$\int_{t}^{t+\Delta t} \Phi_{p} dt = \left[ f \Phi_{p}^{1} - (1-f) \Phi_{p}^{0} \right] \Delta t$$
(3-10)

Ou F est un facteur compris entre 0et 1.

Pour certaines valeur particulière de F nous retrouvons des schémas connus, si F=0 nous retrouvons un schéma explicite, si F=0.5 le schéma de Crank-Nicolson, et si F=1 le schéma implicite.

Donc nous avons choisi le schéma implicite parce que si F=1 les coefficients sont tout positifs.

Donc 
$$\int_{t}^{t+\Delta t} \Phi_{p} dt = \left[ \Phi_{p} \right]^{t} \Delta t$$
 3-11

L ' équation (4-1) prendra la forme :

$$\frac{1}{H^{1}}(H^{1}\rho_{p}^{\dagger}\Phi_{p}^{\dagger}-H^{0}\rho_{p}^{0}\Phi_{p}^{0})\frac{\Delta v}{\Delta t}+j_{*}a_{*}-j_{*}a_{*}+j_{*}a_{*}-j_{*}a_{*}=s_{\Phi}\Delta v \quad (3-12)$$

### 3-5-discretisation spatiale

Pour simplifier le travail on va prendre en discussion j<sub>e</sub> quant à  $j_w$ ,  $j_n$  et  $j_s$  sont similaires.

Et a partir de l'équation (4-6) j, prend la forme suivante :

 $j_{o} = (Flux massique à travers la surface e)^{*}(quantité géométrique)^{*} \oplus_{o} - (diffusivité à travers la face e)^{*}(quantité géométrique)^{*} (\oplus_{E} - \oplus_{P})$ . Les valeurs de toute quantité géométrique relative au maillage sont connue à partir du système de maillage, le flux massique et la diffusivité sur l'interface sont les deux connues par une interpolation linéaire le terme plus difficile dans l'évaluation d'est l'approximation de  $\oplus_{o}$ , pour ce but on considère un cas unidimensionnel permanent.



**MODELISATION NUMERIQUE** 

#### CHAPITRE 3

L'équation gouvernant dans ce cas est :

$$\frac{d}{dx}(\rho u \Phi) = \frac{d}{dx} \left( \Gamma \frac{d\Phi}{d(x/\delta)} \right)$$
(3-13)

Qui peut écrire sous la forme : dj/dx=0

Nous écrivons :

$$j^* = \frac{j\delta}{\Gamma} = p \Phi - \frac{d\Phi}{d(x/\delta)}$$
(3-14)

la valeur de l'interface doit être interpolée entre  $\Phi_i et \Phi_{i+1}$  alors que le gradient  $\frac{d\Phi}{d(x/\delta)}$  doit

être un multiple de  $\Phi_{i+1}$ - $\Phi_i$ ,

donc :

$$j^* = p \left[ \alpha \Phi_i + (1 - \alpha) \Phi_{i+1} \right] - \beta (\Phi_{i+1} - \Phi_i).$$
(3-15)

$$j^* = B \Phi_i - A \Phi_{i+1}$$
 et  $j^* = p \Phi_i = p \Phi_{i+1}$  (3-16)

avec :  $\alpha et \beta$  : coefficient dimensionnel qui sont fonction du nombre de peclet.

A, B : coefficient dimensionnel qui sont dépend du p



Figure(3-4)- variation de A, B en fonction de p

Les propriétés des coefficients A. B sont étudies en fonction de nombre de pecklet. A partir de l'équation (3-16) en peut montrer que : B=A+P

La variation de A, B avec P peut être déduite de la solution exacte de l 'équation qui exprime par :

$$j_{e} = f_{e}(\Phi_{p} + \frac{\Phi_{p} - \Phi_{e}}{\exp(p_{e}) - 1})$$
(3-18)

Les fonctions A(p)et B(p)doit être reliée par :

$$A(-p)=B(p)$$
 (3-19)

$$B(p)=A(p) \tag{3-20}$$

Pour tout les valeurs de P nous écrivons :

$$A(p)=A(|p|)+|-p,0||$$
 (3-21)

Ou  $\|-p, 0\|$  indique la plus grande de -p et 0

Et on a :

$$J^* - p \Phi_i = A(\Phi_i - \Phi_{i+1})$$
(3-22)

$$J^* - p \Phi_{i+1} = B(\Phi_i - \Phi_{i+1})$$
(3-23)

D'après la figure (3-4)-et la relation du flux nous obtenons la formulation générale :

11

. .]

$$a_p \Phi_p = a_e \Phi_e + a_w \Phi_w \tag{3-24}$$

avec:

$$a_{e} = D_{e} A(|p| + ||f_{e}, 0||$$
(3-25)

$$a_{w} = D_{w} A(|p| + ||f_{w}, 0|)$$
(3-26)

$$a_p = a_e + a_w \tag{3-27}$$

les différents schémas de discrétisation peut être donc obtenus la fonction A(listé dans le tableau (3-1)

Schéma	Formule de $A( P )$
Différence centrale(C.D.S)	1 - 0.5 p
Upwind (U .D. S)	1
Hybride (H.D. S)	$\left\ 0, (1-0.5 p )^{5}\right\ $
Lois de puissance(P.L.D.S)	$0, (1-0, 1 p )^{s}$
exponentiel	$\sum_{p \in \mathbb{Z}} p \left(  p  \right) - 1 \right]$

Tableau (3-1): A(|P|) pour les différents schémas de discrétisation

# 3-6-Schéma de discrétisation :

Schéma de discrétisation sont des méthodes des calculs adaptés pour évaluer les grandeur à calculés aux différentes points du domaine d'étude qui sont choisis.

D'après les problèmes traités suivant la concordance des résultats qu'il donne avec les résultats physiques.

# 3-6-1-schéma aux differences centrées (CDS)

le schema des differences centrées est base sur l'approximation des valeurs de la

grandeur  $\phi$  au niveau de l'interfaces du volume de control par une interpolation linéaire.

$$\Phi_e = \frac{\Phi_p + \Phi_E}{2}$$
 3-28

# 3-6-2- schéma aux differences décentrées (UDS)

les valeurs de  $\Phi$  au niveau des faces des volumes de control sont évaluées par le schéma aux differences décentrées (dit Upwind) au lieu de les évaluées par une moyennes ,il donne une meilleur contribution ,il prend en consideration le sens de l'écoulement.

$$\Phi_n = \Phi_p \qquad \text{si } F_n > 0 \tag{3-29}$$

$$\Phi_n = \Phi_N \quad \text{si} \quad F_n < 0 \tag{3-30}$$

### 3-6-3-schéma hybride (HDS)

a fin de réaliser un équilibre entre les schemas centrée et décentrée spalding a Proposé qui d'utilise les avantages qui offrent ces deux schemas.

$\Phi_e = \Phi_p$	si $p_e > 2$	(3-31)
$\Phi_e = \Phi_E$	si $p_e < 2$	(3-32)
$\Phi_{z} = \frac{\Phi_{z} + \Phi_{p}}{2}$	si $ p  < 2$	(3-33)

avec  $p_e = F/D$ 

### 3-6-4-schéma de difference de loi de puissance PLDS

qui represent une approximation de la solution analytique de l'équation unidimensionnelle du problèmes convection /diffusion. ce schéma donne une solution stable mais à un prix de fausse diffusion lorsque les lignes de courant sont inclines par rapport au maillage.

#### 3-7-Choix du schéma de l'espace

Les auteurs ont récemment comparé quatre systèmes différents pour l'approximation de  $j_e$  et ont été montrés que pour choisi un schéma numérique il faut respecter plusieurs condition, par exemple le schéma CDS nécessite l'utilisation de maillage fin, ce qui est coûteux en temps de machine, UDS sur estime la diffusion pour les grands nombres de peclet, ceci conduit des résultats erronés, le troisième schéma néglige la diffusion pour un nombre de peclet supérieure ou inférieure a deux, ceci n'est pas tout à fait correct.

En contre partie le schéma PLDS donne une bonne approximation de la solution exacte en plus il a été largement utilisé et à été trouvé la plus stable, c'est pourquoi notre choix est porté sur ce schéma

### 3-8-linéarisation du terme de source

L 'équation générale de transport devient :

$$\frac{1}{H(t)}\frac{\partial(r\rho H(t)\Phi)}{\partial t} + \frac{1}{H(t)}\frac{\partial}{\partial x}(rj_{x}) + \frac{\partial}{\partial r}(rj_{r}) = rS_{\Phi}$$
(3-34)

avec: 
$$j_x = \rho u \Phi - \frac{\Gamma_{\Phi}}{H(t)} \frac{\partial \Phi}{\partial x}$$
 (3-35)

$$j_r = \rho u \Phi - \frac{\Gamma_{\Phi}}{\partial r} \frac{\partial \Phi}{\partial r}$$

Après intégration nous avons :  $(j_n - f_n \Phi_p) a_n = a_N (\Phi_P - \Phi_N)$  (3-36)

de même intégrons l'équation de continuité devient:

$$\frac{1}{H} (H^{1} \rho_{p}^{\ 1} \Phi_{p}^{\ 1} - H^{0} \rho_{p}^{\ 0} \Phi_{p}^{\ 0}) \frac{\Delta v}{\Delta t} + j_{e} a_{e} - j_{w} a_{w} + j_{n} a_{n} - j_{s} a_{s} = s_{p} + s_{p} \Phi_{p} \Delta v$$

$$\frac{1}{H} (H^{1} \rho_{p}^{\ 1} - H^{0} \rho_{p}^{\ 0}) \frac{\Delta v}{\Delta t} + f_{e} a_{e} - f_{w} a_{w} + f_{n} a_{n} - f_{s} a_{s} = 0 \qquad (3-37)$$

si nous multiplions cette équation par  $\Phi_p$  et si nous retranchons a la première, nous obtenons:

$$\frac{1}{H^{1}}(H^{1}\rho_{p}^{1}-H^{0}\rho_{p}^{0})\frac{\Delta v}{\Delta t}+(j_{e}-f_{e}\Phi_{p})a_{e}-(j_{w}-f_{w}\Phi_{p})a_{w}+(j_{n}-f_{n}\Phi_{p})a_{n}$$

$$-(j_{s}-f_{s}\Phi_{p})a_{s}=s_{\Phi}\Delta v$$
(3-38)

avec :

$$a_{E} = a_{e} \left( D_{e} A | p_{e} | + || f_{e}, 0 || \right)$$
3-39

$$(j_e - f_e \Phi_p) a_e = a_E (\Phi_e - \Phi_p)$$
3-40

$$a_{w} = D_{w} A(|p| + ||f_{w}, 0||$$
3-41

$$(j_w - f_w \Phi_p) a_w = a_W (\Phi_w - \Phi_p)$$
3-41

$$(j_n - f_n \Phi_p) a_n = a_n (\Phi_n - \Phi_P)$$
3-42

$$A_N = a_n (D_n A(|p_n| + ||0, -f_n||)$$
 3-43

$$(j_s - f_s \Phi_p) a_s = a_s (\Phi_s - \Phi_p)$$
3-44

$$A_{s} = a_{s} \left( D_{s} A(|p_{s}| + ||0, f_{s}|) \right)$$
3-45

nous avons donc :

$$a_p \Phi_p = a_e \Phi_e + a_w \Phi_w + a_n \Phi_n + a_s \Phi_s + b \qquad 3-46$$

$$b = s_c \Delta v + A_p^0 \Phi_p^0$$
 3-47

$$a_p = a_e + a_w + a_n + a_s + A_p^0 - S_P \Delta V$$
 3-48

 $\Phi_P^{0}$ ,  $A_p^{0}$  sont les valeurs connues au temps t toutes les autres sont des valeurs inconnues au temps t+ $\Delta t$ 

### 3-9- discrétisation du terme de source:

le terme de source dépend de la variable  $\Phi$ , il est nécessaire de calculer cette dépendence dans la discretisation de l'équation gouvernante et pour que l'equation discrétisée resultante soit lineaire le terme de sourse doit ètre linéaire .soit:

$$s_{\Phi} = S_{p} \cdot \Phi_{p} + S_{c}$$
 3-49

ou  $s_c$ : independant de  $\Phi_p$ .

On peut écrire l'équation de transport sous la forme :

$$a_{p} \cdot \Phi_{p} = a_{e} \cdot \Phi_{e} + a_{w} \cdot \Phi_{w} + a_{n} \cdot \Phi_{n} + a_{s} \cdot \Phi_{s} + b \qquad 3-50$$

$$A_p^0 = \frac{H^0}{H} \cdot \frac{\Delta V}{\Delta T} \rho_p^0$$
3-51

$$A_{p} = A_{e} + A_{w} + A_{n} + A_{s} - S_{P} \Delta V + A_{P}^{0}$$
 3-52

$$b = A_p^t \cdot \Phi_P^0 + S_c \cdot \Delta V$$
 3-53

45

3-54

# <u>3-9-1-terme source pour la composante axiale de la vitesse u:</u>

$$S^{u} = S^{u}_{c} + S^{U}_{p} \cdot U_{p}$$

$$S^{u}_{p} = 0$$

$$s^{u}_{c} = -\frac{1}{H(t)} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\mu_{eff}}{h(t)} \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \mu_{eff} r \frac{1}{H(t)} \frac{\partial v}{\partial x} \right) - \frac{2}{3} \frac{1}{H(t)} \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_{eff} \left( div\bar{v} + \rho k \right) \right) + \rho u w_{p}$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p_{p} - p_{w}}{\delta x_{pw}} = [p(i,j) - p(i-1,j)] / \delta x(i)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\mu_{eff}}{H(t)} \frac{\partial u}{\partial x} \right) = \left[ \frac{\mu_{e}}{H(t)} \frac{\partial u}{\partial x} \bigg|_{e} - \frac{\mu_{w}}{H(t)} \frac{\partial u}{\partial x} \bigg|_{w} \right] / \Delta x(i)$$

$$r_{s} \frac{\partial v}{\partial r} \bigg|_{s} = R(j) [v(i,j) - v(i,j-1)] / \Delta r(j)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} \bigg|_{w} = [u(i-1,j) - u(i-1,j)] / \delta X(j)$$

$$r_n \frac{\partial V}{\partial r}\Big|_n = R(j+1) \left[ V(i, j+1) - V(i, j) \right] / \Delta r(j+1)$$
  
$$r_s \frac{\partial V}{\partial r}\Big|_s = R(j) \left[ V(i, ) - V(i, j-1) \right] / \Delta r(j)$$

$$r_n \frac{\partial v}{\partial r}\Big|_n = R(j+1) \left[ v(i,j+1) - v(i,j) \right] / \Delta r(j+1)$$

$$\overrightarrow{\text{Div} \mathbf{v}} = \frac{1}{\mathbf{H}(t)} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} + \frac{1}{\mathbf{r}} \frac{\partial (\mathbf{r}\mathbf{v})}{\partial \mathbf{r}}$$
$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} (\mu_{\text{eff}} \rho \mathbf{k}) = \mu_{e} \rho_{e} \mathbf{k}_{e} - \mu_{w} \rho_{w} \mathbf{k}_{w}$$

# <u>3-9-2-terme source pour la composante axiale de la vitesse v</u>

$$S^{v} = S_{c}^{v} + S_{P}^{v} \cdot U_{P}$$

$$S_{p}^{u} = -2 \mu_{eff} H(t) v / r^{2}$$

$$3-55$$

$$\frac{\partial}{\partial r} (\mu_{eff} \frac{\partial v}{\partial x}) = \mu_{e} \frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{e} - \mu_{w} \frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{s}$$

$$\frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{e} = u(i, j + 1) - u(i, j) / \delta r(j)$$

$$\frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{w} = u(i - 1, j + 1) - u(i - 1, j) / \delta r(j)$$

$$s_{c}^{v} = -H(t) \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial x} (\frac{\mu_{eff}}{\partial r} \frac{\partial u}{\partial r}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\mu_{eff} r \frac{\partial v}{\partial r}) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x} (\mu_{eff} (divv + \rho k)) + \rho v w_{P}$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \mu_{eff} \frac{\partial u}{\partial r}) = \left[ r \mu_{eff} \frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{n} - r \mu_{eff} \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{s} \right]$$

$$r \mu_{eff} \frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{n} = R(j) [v(i, j) - v(i, j)] / \Delta r(j + 1)$$

$$r \mu_{eff} \frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{n} = R(j) [v(i, j) - v(i, j - 1)] / \Delta r(j)$$

# 3-9-3- terme source pour la composante axiale de la vitesse w:

$$s_{w} = -\left(\rho \frac{v}{r} + \frac{1}{r^{2}} \frac{\partial}{\partial r} (r \mu_{eff})\right) w$$

$$\rho \frac{v}{r} = \rho(i, j) \left( v(i, j) + v(i, j) \right) / \left( r(j) + r(j + 1) \right)$$

$$\frac{1}{r^{2}} \frac{\partial}{\partial r} (r \mu_{eff}) = \frac{1}{r(j)^{2}} \left[ \left( \mu_{n} r_{n} - \mu_{s} r_{s} \right) / \Delta r(j) \right]$$

47

3-56

CHAPITRE 3

# <u>3-9-4- terme source pour la temperature T</u>

la temperature est un scalaire elle s'évalue sur le nœud principale du volume de contrôle.

$$s_{p} = 0$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = p(i, j) - p^{0}(i, j) / \Delta t$$

$$u \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{2} (u(i, j) - u(i - 1, j)) \frac{p_{e} - p_{w}}{\Delta x(i)}$$

$$v \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{1}{2} (v(i, j) - v(i, j - 1)) \frac{p_{e} - p_{w}}{\Delta r(j)}$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T_{e} - T_{w}}{\Delta r(i)}$$

$$3-57$$

# 3-9-5- terme source pour l'énergie cinetiquede turbulence k

l'intégration du terme de source pour l'énergie cinétique de turbulence k sera :

$$s_{c}^{k} = G$$
  
 $s_{P}^{k} = -GC_{\mu}\rho^{2}/\mu_{T}$  <sup>3-58</sup>

$$G = \mu_{t} \begin{cases} 2 \left[ \frac{u_{e} - u_{w}}{\Delta x(i)} + \frac{v_{n} - v_{s}}{\Delta r(j)} + \left( \frac{v_{p}}{R(j)} \right)^{2} \right] + \left( \frac{u_{n} - u_{s}}{\Delta r(j)} + \frac{v_{e} - v_{w}}{\Delta x(i)} \right)^{2} \\ + \left( \frac{w_{e} - w_{w}}{\Delta x(i)} \right)^{2} + \frac{1}{r(j)} \left( \frac{(w/r)_{e} - (w/r)_{w}}{\Delta r(i)} \right)^{2} \end{cases} + \frac{2}{3} \left( \mu_{t} \left( Divv + \rho k \right) \right) Divv$$

48

### terme source pour toute grandeur

Φ	Sp	Sc
1	0	0
u	0	$s^{u} - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{H(t)}$
V	$\frac{-2\mu_{eff}}{r^2}$	$s^{v} - \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r}$
W	$\rho \frac{v}{r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r  \mu_{\text{eff}})$	0
h	0	$\Delta p / \Delta t - x_{W_p} \frac{\partial p}{\partial x}$
k	$-c_{\mu}k\rho^2/\mu_t$	G
٤	$\frac{c_{\mu} c_{2} \rho \epsilon}{k} + c_{3} \rho \nabla \vec{u}$	сı с <sub>μ</sub> GρK / μ <sub>t</sub>

Tableau (3-2) : traitement du terme source



Chapitre 4

### **METHODE DE SOLUTION**

### **4-1-introduction**

Dans la résolution des problèmes d'écoulement des fluides compressibles en termes des variables primitives une difficulté de présente, elle est due à l'absence d'une équation qui gouverne explicitement la pression. La pression est impliquée de l'équation de continuité qui impose une condition de compatibilité sur les vitesses U et V. Des méthodes indirectes sont alors utilisée pour obtenir le champ de pression. trois algorithmes sont considérés pour le traitement de la relation vitesse - pression nommés la méthodes semi - implicite des équations de liaison de pression "SIMPLE" (Semi - Implicit for Pression Linked Equation), SIMPLE Révisée (SIMPLER) et la méthodes à opérateur split pour la solution implicite de pression (PISO). Les deux dernières variantes sont relativement récentes pour être plus stable que l'algorithme original SIMPLE.

Les auteurs ont très biens testés les trois algorithmes pour des écoulements turbulents et laminaires à une ou deux dimensions. Généralement, les deux méthodes SIMPLE et PISO ont été trouvées plus performantes que SIMPLER mais le degré de performances diminue avec l'accroissement de la complexité du flux. vu que la structure PISO est clore par rapport à SIMPLE, il à été décidé d'incorporer les deux dans TEAM permettant aux utilisateurs la liberté d expérimentale et de chois.

#### **<u>4-2-ALGORITHME SIMPLE</u>**

Jusqu'ici, le travail fait est valable pour n'importe quelle grandeur transportable. or la pression n'a pas propre équation de transport. En utilisant l'équation de la continuité, le champ de pression peut être déterminé. En cette donne un champ initial de pression, l'équation algébrique résultante de l'équation de continuité contiendra des fluctuations de pression. les fluctuations calculée permettent par la suite, de corriger la pression donnée initialement. l'algorithme résultant de cette transformation est connue sous le nom d'algorithme SIMPLE (Semi-Implicite Méthode for Pressure Linked Equation )

L'équation de mouvement discritisées s ' écrivent[03] :

$$a_{e}u_{e}^{*} = \sum a_{nb}u_{nb}^{*} + b - \zeta_{x}p_{\zeta}^{*}\Delta v$$

$$a_{w}u_{w}^{*} = \sum a_{nb}u_{nb}^{*} + b - \zeta_{x}p_{\zeta}^{*}\Delta v$$

$$a_{e}v_{n}^{*} = \sum a_{nb}v_{nb}^{*} + b - \eta_{x}p_{\eta}^{*}\Delta v$$

$$a_{e}v_{s}^{*} = \sum a_{nb}v_{nb}^{*} + b - \eta_{x}p_{\eta}^{*}\Delta v$$

$$a_{e}v_{s}^{*} = \sum a_{nb}v_{nb}^{*} + b - \eta_{x}p_{\eta}^{*}\Delta v$$

en remplace,  $\Delta v$ ,  $\zeta_x \eta_r p_\eta$  par ces valeurs :

$$\frac{\partial x}{\partial z} = \frac{1}{H(t)}$$

$$\frac{\partial p}{\partial x}_{e}^{*} = \frac{p_{E}^{*} - p_{P}^{*}}{\Delta x} , \qquad \frac{\partial p}{\partial x}_{w}^{*} = \frac{p_{P}^{*} - p_{W}^{*}}{\Delta x}$$

$$4-2$$

$$4-2$$

Tel que le volume est défini par :  $\Delta v = rH\Delta x\Delta r$ donc on a :

$$a_{e}u_{e}^{*} = \sum a_{nb}u_{nb}^{*} + b - (p_{e}^{*} - p_{p}^{*})r\Delta r$$

$$a_{w}u_{w}^{*} = \sum a_{nb}u_{nb}^{*} + b - (p_{p}^{*} - p_{w}^{*})r\Delta r$$

$$a_{e}v_{n}^{*} = \sum a_{nb}v_{nb}^{*} + b - (p_{n}^{*} - p_{p}^{*})rH\Delta x$$

$$a_{e}v_{s}^{*} = \sum a_{nb}v_{nb}^{*} + b - (p_{p}^{*} - p_{s}^{*})r\Delta Hx$$

$$4-4$$

Le champ de pression estimé est utilisé pour calculé est U et V à partir des équations de quantité de mouvement.

(\*) l'exposant note l'estimation et (') sa correction

les valeurs exactes des paramètres sont données par :

A partir de l'équation (4-2)on a :

$$a_{e}u_{e} = \sum a_{nb}u_{nb} + b - (p_{e} - p_{p})r\Delta r$$

$$a_{w}u_{w} = \sum a_{nb}u_{nb} + b - (p_{p} - p_{w})r\Delta r$$

$$a_{e}v_{n} = \sum a_{nb}v_{nb} + b - (p_{n} - p_{p})rH\Delta x$$

$$a_{e}v_{s} = \sum a_{nb}v_{nb} + b - (p_{p} - p_{s})r\Delta Hx$$

La soustraction (4-5)-(4-4) donne [05]:

$$a_{e}u'_{e} = (p'_{p} - p'_{e})r\Delta r$$

$$a_{n}V'_{n} = (p'_{p} - p'_{n})rH\Delta x$$

$$a_{w}u'_{w} = (p'_{w} - p'_{p})r\Delta r$$

$$a_{s}v'_{s} = (p'_{s} - p'_{p})rH\Delta x$$

Et on a négligé le terme  $\sum a_{nb}u'_{nb}$  à cause de raison numérique.

(4-6) s'écrivent :

$$u'_{e} = d_{e} \left( p'_{p} - p'_{e} \right)$$

$$v'_{n} = d_{n} \left( p'_{p} - p'_{n} \right)$$

$$u'_{w} = d_{w} \left( p'_{w} - p'_{e} \right)$$

$$v'_{s} = d_{s} \left( p'_{s} - p'_{e} \right)$$

$$d_{e,w} = r \frac{\Delta r}{\Delta r}$$

$$4-7$$

$$a_{e,w}$$
$$d_{n,s} = rH \frac{\Delta x}{\Delta x}$$

 $a_{n,s}$ 

4-8

avec:

4-6

on peut écrire :

$$u_{e} = u_{e}^{*} + d_{e} \left( p'_{p} - p'_{e} \right)$$

$$v_{e} = u_{e}^{*} + d_{e} \left( p'_{p} - p'_{e} \right)$$

$$u_{e} = u_{e}^{*} + d_{e} \left( p'_{p} - p'_{e} \right)$$

$$v_{w} = u_{e}^{*} + d_{e} \left( p'_{p} - p'_{e} \right)$$
4-9

1

le terme  $\rho u$  sera approximé par [03]:

$$(\rho' + \rho^*)(u' + u^*) = \rho^* u^* + \rho^* u^*$$
4-10

l'équation de continuité s'écrit :

$$\frac{1}{H^{1}}(H^{1}\rho_{p}^{1}-H^{0}\rho_{p}^{0})\frac{\Delta v}{\Delta t}+\rho_{e}u_{e}a_{e}-\rho_{w}u_{w}a_{w}+\rho_{n}u_{n}a_{n}-\rho_{s}u_{s}a_{s}=0$$
4-11

après l'utilisation de l'approximation (8) on trouve :

$$\frac{1}{H^{1}}(H^{1}\rho_{p}^{1}-H^{0}\rho_{p}^{0})\frac{\Delta v}{\Delta t}+a_{e}\left(\rho_{e}^{*}u_{e}^{*}+\rho_{e}^{*}u_{e}^{*}\right)-a_{w}\left(\rho_{w}^{*}u_{w}^{*}+\rho_{w}^{*}u_{w}^{*}\right)+a_{n}\left(\rho_{n}^{*}u_{n}^{*}+\rho_{n}^{*}u_{n}^{*}\right)$$

$$-a_{s}\left(\rho_{s}^{*}u_{s}^{*}+\rho_{s}^{*}u_{s}^{*}\right)=0$$

$$4-12$$

$$\frac{1}{H^{1}}(H^{1}\rho_{p}^{-1}-H^{0}\rho_{p}^{0})\frac{\Delta v}{\Delta t} + a_{e}(\rho_{e}^{*}u_{e}^{*}) - a_{w}(\rho_{w}^{*}u_{w}^{*}) + a_{n}(\rho_{n}^{*}u_{n}^{*}) - a_{s}(\rho_{s}^{*}u_{s}^{*}) + a_{e}\rho_{e}^{*}(d_{e}(p_{p}^{'}-p_{E}^{'})) + a_{w}\rho_{w}^{*}(d_{w}(p_{w}^{'}-p_{p}^{'})) - a_{n}\rho_{n}^{*}(d_{n}(p_{p}^{'}-p_{n}^{'})) + a_{s}\rho_{s}^{*}(d_{s}(p_{s}^{'}-p_{p}^{'})) = 0$$

$$4-13$$

l'équation prendre la forme suivant :

$$A_p p_p = A_E p_E + A_W p_W + A_N p_N + A_S p_{S+b}$$
 4-14

1

avec:

$$\begin{cases} A_E = a_e \rho_e^* d_e \\ A_W = a_w \rho_w^* d_w \\ A_N = a_n \rho_n^* d_n \\ A_S = a_S \rho_S^* d^S \end{cases}$$

4-15

$$A_p = A_E + A_W + A_S + A_N$$

$$d_{n,s} = rH \frac{\Delta x}{a_{n,s}}$$

 $d_{e,w} = r \frac{\Delta r}{a_{e,w}}$ 

$$b = \frac{1}{H^{1}} (H^{1} \rho_{p}^{1} - H^{0} \rho_{p}^{0}) \frac{\Delta v}{\Delta t} + a_{e} (\rho_{e}^{*} u_{e}^{*}) - a_{w} (\rho_{w}^{*} u_{w}^{*}) + a_{n} (\rho_{n}^{*} u_{n}^{*}) - a_{s} (\rho_{s}^{*} u_{s}^{*})$$

$$(4-16)$$

la procédure de résolution de l'équation (4-15) et l'ensemble avec les équations de mouvement constitue l'algorithme simple

### **4-3-SOLUTION NUMERIQUE DU SYSTEME ALGEBRIQUE**

Le chois des méthodes des résolutions numériques ne dépend pas seulement des caractéristiques intrinsèques du problème, mais aussi et surtout une possibilité du calculateur (micro-ordinateurs ). les deux facteurs essentiels sont de capacité de stockage de la mémoire et le temps d'excision, Les méthodes de calcul d'un système sont classées en deux catégories principales :

- 1- Méthodes directes qui sont limitées aux systèmes linéaires et elles exigent une mémoire énorme et un temps de calcul relativement grand.
- 2- Méthodes indirectes qui peuvent s'appliquer aux systèmes non linéaires et sur tout aux problèmes ou des nombreux éléments matriciels sont nulle, par conséquent, ces derniers exigent moins de mémoire d'ordinateur que les méthodes directes.

La résolution directe d'un tel système est très compliquée, une méthode semi- itérative à été suggéré pour rendre le système moins dense que dans sa forme initiale, c'est à dire diminuer le nombre de variables dans les équations.

La méthode semi-itérative consiste à faire un balayage ligne par Ligne, donc rendre le système précèdent à une matrice tri-diagonale.

On suppose que les valeurs de  $\Phi$  pour des lignes (j+1) et (j-1) sont connues, donc nous sommes en présence de trois inconnues seulement dans chaque équation

$$(A_{i,j} + Sp_{i,j}) \Phi_{i,j} - A_{i,j-1} \Phi_{i,j-1} - A_{i,j+1} \Phi_{i,j+1} = A_{i+1,j} \Phi_{i+1,j} + A_{i-1,j} \Phi_{i-1,j} + S_c \quad (4-18)$$

$$1 \le i \le n_i$$

$$1 \le J \le n_j$$

on pose

$$A_{i,j-1} = b(j)$$

$$A_{i,j+1} = a(j)$$

$$A_{i+1,j} \Phi_{i+1,j} + A_{i-1,j} \Phi_{i-1,j} + S_c = c(j)$$

$$A_{i,j} + Sp_{i,j} = d(j)$$
(4-19)

l'équation (6) devient :

$$-b(j)\Phi_{j-1} + d(j)\Phi_j - a(j)\Phi_{j+1} = c(j)$$
(4-20)

ce système peut être représenté sous forme matricielle

$$\{A\}\Phi + C = 0 \tag{4-22}$$

$$\{A.\} = \begin{bmatrix} d(2) & -a(2) \\ -b(3) & d(2) & -a(2) \\ 0 & b(3) & d(2) & -a(2) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & & & \\ 0 & & & \\ \end{bmatrix}$$
(4-23)

pour la résolution du système tri - diagonal l'algorithme de Thomas est utilisé cet algorithme qui transforme le système matriciel tri- diagonal en un système à matrice Bi-diagonale.

### 4-4-DETERMINATION DE LA MATRICE DE L'ALGORITHME DE TOMAS

La matrice A est une matrice tri -diagonal, l'algorithme de **TOMAS**(TDMA : Tri -Diagonal Matrix Algotithm) se résume à sa réduction en une matrice bi-diogonal dont Les termes de la diagonale principale sont égaux a l'unité.

$$\lambda 2 = \frac{a(2)}{b(2)}$$

$$\lambda j = \frac{a(j)}{b(j) - c(j)\lambda_{j-1}}$$

$$j=3, \text{Nj-1}$$

$$\beta j = \frac{c(j) - b(2)\Phi}{d(j) - d(j)\lambda_{j-1}}$$

$$\beta j = \frac{c(j) + b(2)\Phi}{d(j) - b(j)\lambda_{j-1}}$$
(4-25)

La résolution est comme suit est donnée aux conditions aux limites ;

$$\Phi_n = \beta_n$$

$$\Phi_j = \beta_j - \lambda_j \Phi_{j+1}$$
J=n-1,.,1
(4-26)

Après la résolution de la colonne i, on procède à la résolution des colonnes i+1,i+2, jusqu'à la frontière du domaine.

une fois tout le domaine balayé cette opération est répétée jusqu'à ce que les champs des  $\Phi$  ne change plus au cours du balayage

# 4-5-CONDITION LIMITES :

les conditions aux frontières sont principalement exigées le long de tout les frontières du domaine pour toutes les variables dépendantes.

Les frontières peuvent être sous quatre types :

A entrée du fluide.

b- axes de symétrie.

c-sortie du fluide.

d- paroi solide.

Dans ce qui suit, chaque frontière est considérée séparément avec référence de l'écoulement montré sur la figure (4-1)



Parmi ces types de frontière, la paroi exige un traitement compliqué et ceci considérées par plus de détails.
# 4-5-1-Entrée de fluide

Chaque fluide et chaque propriété d'écoulement doivent être connus et décrit le long de cette frontière pour la P.L.D.S, la méthode générale et de mettre aw =0, qui annule au paravent le flux calculé sans prendre en considération la condition aux frontières.

Et pour additionner le vrai flux de convection au volume de la source, ceci est fait automatiquement par le code.

Dans la présente étude une vitesse d'aspiration est modélisée à chaque pas de temps est donnée par expression qui est tirée à partir de l'équation de continuité

$$U_{asp} = 0.9 W_{p} \left( \frac{D}{r} \right)^{2}$$

Ou D : diamètre du cylindre r : rayon de l'orifice

# 4-5-2- axes de symétrie :

Le long de cette limite, les gradients de tous propriété sont zéro, Une condition qui est facilement exécuté en mettant les coefficients as=0

### 4-5-3- sorties de fluide :

Dans le présente étude la frontière (c) ne représente pas une sortie de fluide, mais une paroi mobile du à la déplacement du piston qui se déplacée par la vitesse WP.

### 4-5-4- parois solides

Sur la paroi la vitesse est nul et la température est constante et uniforme. Mais au voisinage de celle-ci un autre modèle est utilisé. il est basé sur l'hypothèse que la viscosité turbulence obéit à la théorie de la longueur de mélange aux couches limite. cette dernière est constituée de deux régions :

1- une plus prés de la paroi, dite «sous couche visqueuse» ou la viscosité joue un role prépondérant.

2-une deuxième zone dite «pleinement turbulente » ou la vitesse axiale suit une loi logarithmique[25].

u

$$\frac{u}{u^*} = \frac{1}{k} \ln(e y^*) \qquad \text{pour y+>} 11.63 \tag{4-27}$$

$$+=y^{+}$$
 pour y+<11.63 (4-28)

avec :

$$u^{+} = \frac{\rho \, u_{\tau} \, r_{p}}{\mu} \qquad \text{nombre de Reynolds} \qquad (4-29)$$
$$y^{+} = \left(\frac{\tau_{W}}{\rho}\right)^{1/2} \qquad \text{vitesse de friction} \qquad (4-30)$$

Ces équations s'appliquent en un point situé à l'intérieure de la couche limite et dans la distance à la paroi est représente par, afin de prendre compte l'influence de l'Intensité de turbulence dans cette zone, dominée par les effets visqueux.

La vitesse tangentielle à un profil logarithmique et la contrainte de cisaillement sur la paroi s'exprime par la relation :

$$\tau_{p} = \rho_{V}^{*2} = C_{\mu}^{1/2} \rho k \tag{4-31}$$

La combinaison de ces deux expressions de  $\tau_p$  (4-31) et (4-29) conduit à l'expression de la contrainte de cisaillement.

$$\tau_{p} = \frac{\rho c_{\mu}^{1/4} k^{1/2} x v}{\log(E y^{+})} \qquad \text{pour } y^{+} \ge 11.63 \qquad (4-32)$$

$$\tau_p = \mu_r \frac{v}{r_p} \quad \text{pour } y \leq 11.63 \tag{4-33}$$

# Résume des conditions initiales et aux limites

# Conditions initiales (à t=0 )

T	<u>P</u>	U	V	<u>k</u>	ρ	<u>3</u>
300°	1 bar	<u>0</u>	<u>0</u>	$0.5 \text{ C W}_{p}^{2}(90^{\circ})$	P/rT	0.41k <sup>1.5</sup> /l

# Condition aux limites à l'entrée

U=Uasp , $w_{in}(r)=2\Pi N\omega r$	V=0	Ka=0.091Ut/(r+0.14)	$\epsilon = 0.41 \text{Ka}^{1.5}/\text{l}$

# Condition aux limites aux parois solide

U=V=W=0	T=300	δT/δn=δk/δn=δε/δn=0

# Condition aux limites sur l'axe symétrie

δu/δn=0	V=0	$\delta T/\delta n=\delta k/\delta n=\delta ε/\delta n=0$
r*=r/D		

Ut vitesse de frottement = $U/(0.75+2.19 \log Re)$ 

l'échelle intégrale de Prandtl  $1 = r_{jet} (1 - 1.5r^* + 0.6r^{*2} - 0.15r^{*3})$ 



Figure (4-2) : conditions aux limites sur le domaine choisi

# 4-7-Critère de convergence :

La solution est accepté si le résidu relatifs des équations de  $u, v, k, \varepsilon, T$ ., k est inférieurs ou égale a un résidu estimer.

ce résidu est définie par: 
$$R_{\Phi} = \sum_{all \ nodes} \left| \sum_{nb} a_{nb} \Phi_{nb} + s_u - a_p \Phi_p \right| / F_{in\Phi}$$

$$R_m = \sum_{all \ nodes} \left| \sum_{nb} b_1 \right| / M_{in\Phi} \quad R_{\Phi} : \text{résidu des équation de U ,V, } \varepsilon \text{ ,k,T}$$

 $R_m$  :résidu de l'équation de continuité;

 $F_{in}$ : est le flux total de la variable  $\Phi$  à l'entrée

 $M_{in}$  :représentés la masse total à l'entrée

	Ru	Rv	Rw
30° VB	0.364 E-02	0.196 E-02	0.695 E-02
90°VB	0.379 E-02	0.256 E-02	0.167 E-02
180°VB	0.359 E-02	0.463 E-02	0.328 E-02

A chaque pas de temps un Contrôle de convergence s'effectue sur la somme des résidus de la masse et de la quantité de mouvement et le processus séquentiel est répété jusqu'à le course de piston prescrite soit atteinte.

# 4-8-structure de code de calcul

Le code de calcul utilisé est constitué d'un programme principal et de sous programmes

- 1- INIT: calcul des différents paramètres géométriques du maillage et initialisation de maillage
- 2- CALCU: calcul des coefficients Ai et résolution de l'équation de transport de U\*
- 3- CALCV: calcul Ai et résolution de l'équation de transport de la vitesse V\*
- 4- CALCW: calcul Ai et résolution de l'équation de transport de la vitesse W\*
- 5- CALCP: calcul des coefficients Ai et résolution de l'équation de transport de la pression et correction de la composante U,V
- 6- CALCK: calcul des coefficients Ai et résolution de l'équation de transport de k
- 7- CALCe: calcul des coefficients Ai et résolution de l'équation de transport de  $\varepsilon$
- 8- MOD  $\Phi$ : calcul des conditions aux limites de  $\Phi$
- 9- LISOLV: résolution du système d'équations algébrique associé a la variable  $\Phi$

10-PRINT: impression des résultats.

# ORGANIGRAMME DU PROGRAMME PRINCIPAL



# Chapitre 5 RESULTAT ET DISCUSSION

Chapitre 5

# **RESULTATS ET DISCUSSIONS**

# 5.1 -INTRODUCTION

Trois types de geometrie de la chambre de combustion ont été considérés dans cette étude . les parois de la chambre de combustion comprise surface de la tête du cylindre, surface de la tête du piston et surface de la paroi du cylindre,pour ce la en va jouer sur la geometie de la tete de cylinder et la tete du piston pour voir l'influence des différentes paramétres liés au régime du moteur.

Le premier type de la chambre de combustion a une tete de cylindre et de piston plate, pour le deuxième type de la géométrie la Tete du piston est plat et la Tete du cylindre est considérés hemisphere et lequel avait le rayon de la courbure est 1/6. le rayon de la courbure était difinie comme le rayon de la courbure de tête du cylindre. la troisiéme types de la chambre de combustion contient un cylindre plat et la forme du piston est concave.

Le code de calcul TEAM est adapté pour simulé numériquement un écoulement turbulent, compressible et instationnaire dans un domaine à frontiére mobile due a la mouvement du piston qui est géré par la Loi cinématique bielle -manivelle dans cette étude le rapport bielle -manivelle est égale 4, en regime de rotation de 1000tr/min ainsi que le taux de compression est 9.2 pour un cylindré unitaire 430.25 cc, l'écoulement à travers une ouverture de 2 cm de rayon localisée sur l'axe d'un cylindre de rayon 4 cm, pour un maillage (50\*30).

A chaque pas de temps un contrôle de convergence s'effectue, sur la somme des residus de la masse et quantité de mouvement et le processus sequentiél est répéte durant les deux phases l'admission et compression. Le retour aux domaine réel se fait par le changement Qui tirer à partir de l'équation (2-11):

 $Z = (F_2(t,r) - F_1(t,r)) * x + F_1(t,r)$ 

# 5-2-CHAMPS DE VITESSE

Pour un maillage de 50 \*30 et un pas de temps de 0.01s, l'évoluation du Piston suivant un mode périodique d'accélération et de décélération, en conjonction avec les caractéristiques géométriques de la chambre de combustion. les propriétés physiques du fluide sont à la base des principaux phénomènes d'induction et d'évolution du mouvement de fluide pendant les deux phases d'admission et compression.

Le piston en évoluant dans l'espace de la première étape subit une vitesse qui atteint sa valeur maximale à environ 90 de vilebrequin. Lors des premières pas de cette étape le fluide est entraîné par un phénomène d'aspiration et une zone de recirculation sous forme un tourbillon. Le centre de ce tourbillon suit la tête du piston dans son mouvement ou il s'agrandit jusqu'au point mort haut.

Le piston dans le second mi – course décéléré jusqu'à atteindre une vitesse nulles a la fin de course. Cette étape caractérisée l'étirement de la zone de recirculation en particulier dans la direction axiale de déplacement du piston, ou l'on remarque l'effet de freinage du piston subi par les particules fluides en général et par la zone de recirculation en particulier.

Pour la phase de compression, le piston se déplace vers le point mort haut, et provoquant durant la monté de l'air à l'intérieur de la chambre de combustion en direction de la culasse.

Les figures(5-1), (5-2) (5-3), (5-4), (5-6), (5-7), (5-8) représentent les Lignes de courant pour les trois types de la géométrie de la chambre de combustion, le résultat montre que les lignes de courant sont parallèles à travers l'admission puisque la vitesse de l'air aspirée est importante tandis que l'air qui est au repos dans le

cylindre est entraînée sous forme de tourbillonnaire, le centre suit le mouvement de piston jusqu'à la fin de l'aspiration, mais durant la phase de compression et en point mort haut existent deux vortex à l'intérieur de la chambre de combustion, qui sont opposée dans la direction de la rotation, le vortex dans le sens contraire des aiguilles d'une montre Plus fortes. Le vortex dans le sens des aiguilles d'une montre plus faible qui est situé prés de la paroi de cylindre.

# **5-3-1-ETUDE PARAMETRIQUE**

Les figures (5-14), (5-19) montre les vitesses axiales aux différentes stations transversales et longitudinales pendant les deux phases l'admission et compression pour les trois formes de la chambre de combustion.

Les résultats montrent que la vitesse a l'entrée est très important et dépend de la vitesse du piston et prendre sa valeur maximale à angle 90° de vilebrequin. La zone de recirculation représente des valeurs faibles de la vitesse axiale Prés a la tête du cylindre.

Dans le fond du cylindre l'effet de l'écoulement fait apparaître des valeurs négatives de la vitesse axiale U, prés a la tête du piston le déplacement du fluide suivant la direction radiale qui indique des vitesses faibles par rapport au déplacement du piston.

Pendant la phase compression la vitesse initiale est nul due à la fermeture de l'orifice d'admission et dans le fond du cylindre et prés a la tête de piston. la vitesse axiale doit être faible puisque le volume diminué pendant la phase compression suivant la direction axiale l'importance devient aux vitesses radiale.

Pour les vitesses radiales qui présenté dans les figures (5-15), (5-20) aux différentes stations transversales et longitudinales durant les deux phases l'admission et compression en remarque que la vitesse radiale aux débuts est positive et atteinte sa valeur maximum à 90° puis elle diminue aux fonds du cylindre dû à l'effet de retour de l'écoulement, et prés à la tête du piston les composantes radiales sont positives puisque le déplacement du particulier de fluide suivie la direction radiale.

Dans les deux phases les changements rapides prés des parois solides, tête du piston et fond du cylindre sont envisagés ceci du à l'effet de la couche limite

### **5-4-PARAMETRE DE LA TURBULENCE**

### **5-4-1- INTRODUCTION**

les paramètres choisis caractériser la turbulence sont [08]: 1-L'intensité de turbulence qui est donnée par la relation :

$$i = \frac{\sqrt{\frac{2}{3}k}}{VPM} \tag{5-1}$$

ou VPM est vitesse moyenne de piston

2-l'echelle intégrale de longueur de turbulence qui est donnée par la relation

$$l_{\varepsilon} = \frac{c_{\mu}^{3/4} k^{3/2}}{\varepsilon R}$$
(5-2)

Ou : R est le rayon du cylindre.

### **5-4-2-ETUDE PARAMETRIQUE**

Les champs des deux paramètres l'intensité de turbulence et l'echelle intégrale de longueur de turbulence sont donnés par les figures(5-11) (5-12) durant les deux phases admission et compression.

Les résultats montrent que le maximum des deux paramètres est localisé aux centres du tourbillon ou le gradient des vitesses est important. Aux centres de la chambre de combustion et aux points morts haut, l'intensité de turbulence prés de l'axe de symétrie est faible car le gradient des vitesses est nulle. La remarque qu'on peut faire que les deux paramètres est presque la même.

Les figures (5-17), (5-22), représentent l'intensité de turbulence. Pendant les deux phases admission et compression suivant les stations transversales et longitudinales et prés a la tête du cylindre l'intensité de turbulence augmente et chute rapide qui sont proche de l'élargissement brusque. L'effet de l'élargissement brusque commence a disparaît au fond du cylindre on remarque un changement rapide sont constatés prés a la tête du piston et durant la phase de compression. L'effet de la paroi solide inclus directement sur le changement rapide de l'intensité de turbulence prés a la tête du cylindre.

durant la phase de compression l'effet de la paroi solide inclus directement sur le changement rapide de l'intensité de turbulence.

Les figures (5-18), (5-23) représentent l'échelle de longueur de turbulence durant les deux phases admission et compression suivant les stations transversales et longitudinales. Les résultats montrent que l'échelle intégrale de longueur de mélange atteint un maximal proche point mort bas et une augmentation pendant la phase de compression. Pour les profils des intensités de turbulence présente des doubles pics, le premier est localisé à l'entrée tandis qu'a l'autre est localisée à la sortie. Ces pics sont produit la ou le gradient des vitesses sont maximums.

### 5-4-3-PARAMETRE THERMODYNAMIQUE

Le champ de la pression est déterminé par le biais de l'équation de continuité en utilisant l'algorithme classique "SIMPLE". Tandis que la température est obtenue par la résolution de l'équation de 'énergie et la densité par l'équation d'état du gaz supposé parfait.

Les figures (5-7)représentent les champs de pression durant la phase d'admission. Les résultats montrent que les valeurs minimales de la pression sont localisées au centre de tourbillon et celle maximale sur la zone près des parois solides et au niveau de l'axe symétrie.

Le piston descend dans le cylindre du fait du mouvement du vilebrequin, laissant une chute légere par rapport a la pression entrée (1bar).

dans la phase de compression les champs de pression augmentent lors de la remonte du piston jusqu'au PMH ou le champ de pression reste presque uniforme dans le cylindre.

Les champs de la température durant la phase d'admission(figure(5-8)) montre que une légère chute par rapport à la température d'entrée est envisagée dans la zone de recirculation. Pendant la compression figure (5-8) la température augmente jusqu'à une valeur moyenne égale à 2.36.

pour la densité qui représente dans les figures (5-9) durant les deux phases on peut faire la remarque que la variation de champ de pression.

### **5-5-GRANDEUR MOYENNES**

les valeurs moyennes des grandeurs scalaires sont calculées par :

$$\Phi_{moy} = \frac{\sum \Phi_i \,\Delta v_i}{V_k} \tag{5-3}$$

avec :  $\Delta v_i$ : le volume fini engendrant le point (i, j) du maillage.

 $V_i$ : le volume instationnaire du cylindre à l'itération k

 $\Phi_i$ : la grandeurs au point (i, j) du maillage.

Les figures (5-24) (5-25) (5-26) représentent les grandeurs moyenne pour les trois cas de géométrie de la chambre. Les résultats indiquent une légère chute durant la phase d'admission et une augmentation très rapide durant la phase de compression pour la grandeur (P, T,  $\rho$ , k. qui atteint une valeur de 19.6 bars pour la pression avec une température moyenne égale 2.4 pour le cas simple(cylindre plat ), cette valeur vérifier la transformation adiabatique  $PV^{\gamma} = \text{const.}$ 

même remarque pour les autres cas de la géométrie seulement les valeurs de la pression et température moyenne sont inférieures à la première

la vitesse d'entrée du fluide varie à chaque instant qui est définie à partir de l'équation de continuité par :

$$u_{in} = 0.9 \ ABS(WP) \frac{D}{r_{jet}}$$
(5-4)

WP: vitesse de piston

D : diamètre de cylindre

r : rayon de l'orifice.

La vitesse d'entrée de fluide <u>atteint un maxim</u>um similairement à celle du piston qui est aux alentours de 35 m/s pour les trois types de géométrie. Ce qui est acceptable proportionnellement à la vitesse moyenne de piston.







Ligne de courant à 300°



Ligne de courant à 330°





maillage à 300°



maillage à 330°



Ligne de courant à 360° maillage à 360° figure (5-2): Ligne de courant pour le cas simple pendant la phase compression







Ligne de courant à 300°



Ligne de courant à 330°



Ligne de courant à 360°



maillage 300°



maillage 330°



Figure(5-4): Ligne de courant et maillage pour le cas d'un piston concave durant la phase De compression



maillage à 180





Linge de courant à 360

maillage à 360

Figure(5-6): Linge de courant et le maillage pour la phase de compression

### CHAPITRE 5



Champs de pression à 30° de VB



Champs de pression à 90° de VB



Champs de pression à 300° de VB



### champs de pression à 330° de VB



Champs de pression à 180° de VB

champs de pression à 360° de VB

Figure(5-7): champs de pression durant les deux phases .d'admission et compression

PPD

18.D432 18.D431

18.048

10.0428 10.0427

10 D4 26

18 04 25

18.04 24

18.0428

18.042

CHAPITRE 5







champs des températures à 330° de VB





0.0B

champs des températures à 330° de VB



0.04 Champs des températures à 180° de VB

0.00

0.000

champs des températures à 360° de VB

Figure(5-8): champs des températures durant les deux phases d'admission et compression

0.08

CHAPITRE 5



Densité à 180° de VB

Densité à 360° de VB

Figure(5-9): champ de Densité durant les deux phases







Champ de swirl à 90° de VB



Champ de swirl à 180° de VB

Figure(5-10): champ de swirl durant la phases d'admission

### CHAPITRE 5



Intensité de turbulence à 30° de VB



Intensité de turbulence à 90° de VB



Intensité de turbulence à 300° de VB



Intensité de turbulence à 330° de VB



Intensité de turbulence à 180° de VB

Intensité de turbulence à 360° de VB

Figure(5-11): Intensité de turbulence durant les deux phases d'admission et compression

### CHAPITRE 5



à 30° de VB



à 90°de VB

à 300° de VB



à 330° de VB



à 180°de VB

à 330° de VB

Figure(5-11): échelle de longueur de turbulence durant les deux phases d'admission et compression

# SWIRL

### **<u>5-6-NOMBRE DE SWIRL</u>** :

Le nombre de swirl S définis par le rapport du moment angulaire  $G_{\theta}$  et du moment axial  $G_x$  multiplie par D/2, d'où :

$$S = \frac{2.G_{\theta}}{G_x.D}$$

D'où  $G_x = 2\Pi \rho \int_0^\infty r \left[ u^2 - \frac{w^2}{2} \right] dx$  est l'expression du moment axiale.

 $G_{\vartheta} = 2.\Pi \cdot \rho \int_{0}^{\infty} r^{2} \cdot u \cdot w \cdot dr$  Est l'expression du moment radial.

Le rapport  $\frac{G_{\theta}}{G_x}$  peut être évalué en toute position car  $G_{\theta}$  et  $G_x$  sont des quantités calculables.

Dans cette étude le phénomène de swirl est pris en considération par l'équation de conservation de quantité de mouvement pour la composante tangentielle de la vitesse. Une vitesse tangentielle initiale à l'entrée est donnée par la relation suivant:

 $W_{in} = 2\Pi N \omega r_{iet}$ 

 $\omega$  Est le rapport du swirl.

### 5-6-1-INFLUENCE DU NOMBRE DE SWIRL

Le swirl est utilisée pour accélérée le processus de combustion dans le moteur a combustion interne et l'effet de ce moteur permet de réduire la consommation de carburant et d'augmenter la performance.

L'écoulement turbulent est largement influencé par le swirl. Tel que le développement du jet, la nature de la flamme et sa stabilité et que le jet avec swirl est plus vite dispersé que ceux sans swirl. dans le nombre de swirl est élevé une zone de recirculation centrale se forme ce qui favorise la stabilité de la flamme dans la chambre de combustion. L'évolution d'un swirling-jet débouchant dans une atmosphère au repos donne naissance à une zone d'appelé zone de recirculation qui est manifestée par la formation de brûles elliptique située de part et d'autre part de l'axe longitudinal du jet.

Plus le nombre de swirl S augmente, plus les vitesses axiales et radiales tendent rapidement vers zéro, la vitesse tangentielle diminuant plus rapidement que la vitesse axiale. Tandis qu 'a un nombre de swirl élevés l'écoulement devient symétrique par rapport à l'axe du sens de l'écoulement.

### **5-6-2-ETUDE PARAMETRIQUE**

Les figures (5-10) représentent le champ de swirl durant la phase de d'admission qui montre que le swirl est maximale a l'entrée puis diminué de façon décroissante jusqu'à la tête de piston. Le swirl est crée à l'admission pour rendre rapide le mélange entre l'air et le combustible. On peut dire que le swirl qu'on a étudié est aspiré par le piston à travers une ouverture circulaire (ou le rayon est petit. Il lui donne au début d'admission une quantité de mouvement angulaire initiale qui est faible devant celle axiale. Par contre durant la phase de compression le swirl est faible (le rayon est grand.

Les figures (5-16), (5-21) représentent les vitesses tangentielles Pendant les deux phases admission et compression suivant les stations transversales et longitudinales on peut dire que le swirl qu'on a étudié est aspiré par le piston à travers une ouverture circulaire qui lui donne au début d'admission une quantité de mouvement angulaire initiale qui est faible devant celle axiale.



station transversal



station longitudinal

RESULTAT ET DISCUSSIC.



Figure (5-14): vitesse axiale aux différentes stations transversals (a) et longitudinal(b) durant La phase d'admission



Figure (5-15): vitesse radiale aux différentes stations transversales(a) et longitudinals(b) durant la phase d'admission







Figure (5-17): Intensité de turbulence aux différentes stations transversales (a) et longitudinal(b) durant la phase d'admission



Figure (5-18): échelle de longueur de turbulence aux différentes stations transversales (a) et Longitudinal(b) durant la phase d'admission



Figure (5-19): vitesse axiale aux différentes stations transversales(a) longitudinal(b) durant La Phase de Compression



Figure (5-21): vitesse tangentielle aux différentes stations transversales(a) et longitudinal(b) durant la phase compression

a Sara



Figure (5-22): échelle de turbulence aux différentes stations transversals(a) et longitudinal(b) durant la phase de compression



Figure (5-23):Intensité de turbulence aux différentes stations transversals(a) et longitudinal (b) durant La phase de compression


Fig. 5 Flow fields at different crank angles of fiat hemisphere compustion chamber



Fig. 6 Flow fields at different crank angles of flat plate combusuon chamber.

Figure (5-24) : étude de C.P.CHIU et T.S.WU [2]



Figure(5-25) grandeur moyenne pour le cas d'un cylindre hémisphère

95





Figure(5-26) : grandeur moyenne pour le cas d' un Piston concave

CHAPITRE 5



figure(5-27): grandeur moyenne pour le cas simple .

## 5-7-Influence de la vitesse de rotation

Pour tester et valider l'adaptation réalisée, deux exécutions sont faites avec deux régimes de rotation 1000 et 1500 tr/min en gardant les mêmes caractéristiques géométriques du moteur . les résultats montrent qu'une augmentation des grandeurs moyennes transportables pour 1000 tr/min que pour 1500 tr/min parce que l'augmentation de la vitesse de rotation indique l'augmantation de la dépression ou bien la dimunition de la pression de fin admission et fin de compression .

D'autre part la dimunition de la masse d'air aspirée au fur et à mesure que le régime de rotation du moteur est rapide, donc que la vitesse de rotation augmentent le taux de remplissage dimumue.

Dans les moteurs alternatifs, du régime de rotation à un autre, les caractéristiques géométriques changent pour qu'un taux de compression soit convenable.

## 5-8-Influence de taux de compression

Un notre validation réalisée pour deux taux de compression différents 9.2 et 14.6, les résultats montres qu'une augmentation(ou diminution) plus rapides pour le taux de compression 14.6 que pour 9.2 parce que l'augmentation de la taux de compression provoque l'augmentation de la pression qui est suit la loi  $PV^{\gamma} = cost$  (transformation adiabatique).

Ceci qui est explique que Le **taux de compression** influe sur le rendement thermique du moteur et donc sur sa puissance. durant la phase de compression la transformation est adiabatique et suite la loi  $PV^{\gamma}$  = const ce qui est vérifier dans notre étude.

D'autre part La vérification de ceci dans notre études est disponible pour n'importe qu'elle volume du cylindre et sa géométrie.

Le maillage répond à la stabilité numérique du problème. Du fait que la distance entre la culasse et la tête du piston est gérée par la loi cinématique bielle – manivelle.



tigure(5-28): grandeur moyenne pour deux cas de vitesses de rotation



figure(5-29): grandeur moyenne pour deux cas de taux de compression



## Conclusion générale

La méthode numérique de volume finie est appliquée à l'étude de l'écoulement d'un fluide turbulent, compressible et instationnaire dans une chambre de combustion générée par le déplacement du piston au sein d'une cylindre axisymétrique à élargissement brusque. les caractéristiques reliées au phénomène périodique, telle que le déplacement du piston.

Les résultats sont obtenus avec un résidu maximum de 5%, et pour tester et valider l'adaptation réalisée, cinq exécutions sont faite pour déférents types de la géométrie de la cylindre. dans le premiers cas trois exécutions sont faite pour trois géométrie de la chambre de combustion (simple , piston concave , cylindre hémisphère )avec un régime de rotation du moteur 1000 Tr/mn et un taux de compression de 9.2. le deuxième cas une exécution pour un taux de compression 14.6 et un vitesse de rotation 1000tr/min et le dernier cas pour un taux de compression 9.2 et un vitesse de rotation 1500tr/min.

Le code de calcul de l'écoulement dans la chambre de combustion d'un moteur à combustion interne à été réalisé à présenté un résultat reproduisent de façon satisfaisante le phénomène réel et le programme de calcul n'a pas été réalise pour privilégier un certain type de géométrie de moteur sa conception sous forme de module, facilement interchangeable suivant les besoins, sont associes avec le code de génération automatique de maillage et sa comparaison avec le résultat expérimental devrait permettre aux industriels.

La plus part des difficultés en relation avec la complexité de la géométrie (paroi mobile, présence d'obstacles, ...). Les résultats obtenus sont satisfaisants et valables pour n'importe qu'elle type de moteur relatif aux paramètres (La variation de taux de compression, volume du cylindre, rapport bielle manivelle, rapport course diamètre du cylindre).

D'autre part le code de calcul est adapté à toute géométrie de la chambre de combustion qui est définie par la forme des têtes du cylindre(plat, hémisphère), et la forme de tête du piston (plate ou concave),

Le **taux de compression** influe sur le rendement thermique du moteur et donc sur sa puissance, et pour **améliorer ce taux**, soit en joue sur la forme du piston ou bien celle de la culasse. Le code de calcul ainsi développé a présenté des résultat qui reproduisent de façon satisfaisante les phénomènes réels, et peut être adapté a toute géométrie d'un chambre de combustion[07].

La géométrie de la chambre de combustion joue un rôle majeur, et la conception de la culasse et/ou des pistons doit obéir à des principes élémentaires :

1- minimiser la distance que doit parcourir le front de flamme,. Ceci permet d'avoir une combustion rapide,

-2- assurer une turbulence suffisante (zones de squish, etc ...) ; ceci permet de faire brûler des mélanges plus pauvres, donc moins susceptibles de cliqueter, du fait des plus faibles températures de combustion atteintes

-3- maximiser le ratio volume/surface, pour minimiser les transferts de chaleur et donc améliorer la consommation. Cependant, plus le volume unitaire est important, plus le temps nécessaire à la combustion l'est, moins le moteur sera susceptible de tourner vite

Une technique de la génération de maillage algébrique effective avec les deux méthodes de la limite a été utilisée pour étudier le temps transfert de la chaleur turbulent avec différentes formes des têtes du cylindre et tête de piston de telle que la technique de génération de maillage peut être appliquée à autre configuration du moteur facilement et pour n'importe quel type de géométrie.

Les conclusions peuvent être résumées comme suit.

1- le programme de calcul est développé dans cette étude peut être utilisé pour prédire le transfert de la chaleur de paroi et le champ du courant turbulent.

3-le transfert de chaleur de paroi sur la surface de la tête du cylindre et tête du piston qui présenté dans cette étude est presque identique aux données de l'expérimental

4- l'effet de l'admission de la compression dans un cylindre le champ du courant turbulent peut être prédit avec un système de coordonnée curviligne général avec succès.

la combustion actuellement en prise en compte ne constituera que la simulation complète du cycle à quatre temps d'un fluide turbulent, compressible et instationnaire et prendre en considération le déplacement temporal du piston et la soupape en même temps

102

## **BIBLIOGRAPHIE**

Episo An Implicit noniterative Solution procedure for the calculation of flows in

B AHMADI BEFRUI . A .D . GOSMAN R I ISSO AND A P WATKINS

- Reciprocating engine chambers [02] C.P.CHIU, T.S WU Numerical simulation of in cylindre air motion .3rd conference of CSME,pp380- 400,1986. C.P.CHIU, T.S WU Numerical simulation of turbulente and [03] flow in internal combustion engines .4th conference of CSME, pp175-190,1987 [04] C.P.CHIU, T.S WU Numerical simulation of the in cylindre steady flow in nomorthogonal curvilinear .i. chinese soc mech .eng.(1989) C.P.CHIU, T.S WU Study of air motion in reciprocating engine using an algebric [05] grid generation technique Num. Heat. Trans, part A, 1990, 17 C.P.CHIU, T.S WU Study of the flow flieds of irregular shaped [06] Domain by an algébrique grid generation technique .j.JSME (1989) [07] CHENG P.C et YING S.K. Study of turbulent heat transfer in reciprocating engine using an algebric grid generation Technique (1995). [08] CHEHAT ABDELMADJID Simulation numérique de l'aérothermodynamique d'un écoulement turbulent Compressible dans un moteur alternatif, thèse de Magister, institut de mécanique Université de blida CHEHAT ABDELMADJID et B.BOUMEDDANE [09] Modélisation numérique de l'écoulement turbulent et instationnaire à l'intérieure d'un D'un moteur à C.I .; COMAJEP3 Tamenrasset , Algérie K.D00.O.A .Uyehara .and P.S Myees [10] Heat transfer rates at gas wall interfaces in motorole piston Engine SAE 730632,1973 K.DAO.,O.A.UYEHARA, AND P.S.MYERS Heat transfer rates at gaz - wall [11] interface in motored piston engine M ERRERA ET G. JANSSENS écoulement autour de la soupape d admission et dans [12] le chambre de combustion d un moteur diesel. entropie n .122 pp 67 75 1985 G. M FEACH Evaporation and combustion of sprays [13]
- Energy combustion sci vol .9 pp 1-76 .1973.

[01]

 [14] R. I ISSO A D GOSMAN AND A.P WATKINS The computation of compressible and incompressible recirculating flows by a Noniterative implicit schema J compt phys. vol 62. no.pp.66.1986

- [15] B.H.GILGING a numerical grid technique Compt & fluids vol16,No 1 pp47-58,1988.
- [16] M.IKEGAMI, Y. KIDOGUCHI, and K.NISHIWAKI a multidimensional model prediction of heat transfer in nom - fired engines. SAE 860467,1986.
- [17] D.R. LANCASTER. R.B KREIGER AND J.H.LINESCH Measurement and analysis of engine pressure . SAE 750026,1975
- B.E LENDER AND D. B SPLDING The numerical computation of turbulent flows Comput. method APPL mech. eng vol 3 pp 269.289,1974
- [19] D.R LANCASTER R B KREIGER AND J H LINESCH Measurement and analysis of engine pressure DATA SAE 750026 .1975
- [20] L.LOUKARFI. P.FLORENT. A. BETTAHAR. Influence des condition initiale sur le comportement du jet libre tourbillonnaire. 1ere colloque sur le moteur et l'énergétique (COME96)
- [22] MIKEGAMI .Y .KIDOGUCHI AND K. NISHIWAKI A multudimensional model prediction of Heat Transfer in Nom -fired engines SAE 860467 .1986
- [23] MAMERI ABDELBAKI, HADEF RAJEM, étude numérique de l'impact d'un jet compressible turbulent sur une plaque horizontale. 5<sup>th</sup> séminaire de mécanique. INGM.BOUMERDES.
- [24] MERZAK DAMOU, MUSTAPHA KHIDA simulation numérique d'écoulement turbulent avec tourbillonnement dans une chambre à combustion. 1ere colloque sur le moteur et l'énergétique (COME96)
- [25] MERZAK DAMOU simulation numérique de jets confinés turbulents avec recirculation avec application aux chambre de combustion à l'aide de 2 modèle de turbulence. 1ere colloque sur le moteur et l'énergétique (COME96)
- [26] H.STROLL, F.DURST, J.C.F.PEREIRA, G. SCHEURER. Study of laminair unsteady piston- cylinder flows.
- [27] R. schistel. Modélisation et simulation des écoulements turbulents. Hermès .Paris 1993.ISBN.86601-371-9.
- T. MORALE AUT T.S WU, Modeling of Turbulence in inter And combustion engines SAE 820040 .1982
  Compt mech A ppl Eng .vol 79, pp .249 .279 .1990
- [29] PATANCAR Numerical heat transfer and fluid flow, hemisphere publishing corporation ,1980
- [30] W.SHYY,S.S. TOMG, and S.M. CORRO numerical recirculation flow calculation using a body - fitted coordinate system numerical heat transfer, vol.8 pp 99 - 113,1985
- [31] S-L YANG and T.I.P.SHIH An algebric grid generation technique for time varing two - dimensionnal spatial domains International journal for numerical methods in fluid vol6, 291-304, 1986.
- [32] T.YOSHIHID, Y.AOYOGI, Y.TSUJI 3D Numerical simulation of fuel injection and combustion phenomena in DI diesel engines. SAE 890668,89
- [33] D. M.WANG, A.P WATKINS ,and R.S.CANT Three dimensional diesel engine combustion whith a modified EPISO. Procedure. Numerical Heat Transfer, part A, vol 24, pp249, 1993.