

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE SAAD DAHLEB BLIDA 1

INSTITUT D'AERONAUTIQUE ET DES ETUDES SPATIALES



Mémoire de fin d'études

En vue de l'obtention du diplôme Master Académique en Avionique

**COMMANDES LINEAIRES ET NON-LINEAIRES
DEDIEES A UN UAV DE TYPE QUADRI-ROTOR
AVEC TOLERANCE AUX DEFAUTS**

Réalisé par :

MOHAMADI Housseem Eddine

SAID Moustafa

Encadré par :

Mr DILMI Smain

Soutenu le 03/07/2016

Remerciements

Je tiens notamment à assurer ma sincère reconnaissance, mon plus grand respect et ma totale gratitude à Mr. DILMI Smain, mon encadreur à l'institut d'aéronautique et des études spatiales de Blida, pour tous les efforts, l'aide, le soutien et les encouragements qu'il a montré tout au long de ce travail et aussi pour tant de compréhension, et disponibilité dont il a fait preuve.

Mes remerciements les plus vifs s'adressent aussi aux messieurs le président et les membres de jury d'avoir accepté d'examiner et d'évaluer notre travail.

Cette page ne serait être complète sans remercier mes meilleurs collègues et frères, sans leurs soutiens je n'aurais sûrement pas pu mener à bien ce mémoire.

Sans omettre bien sûr de remercier profondément tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à réalisation du présent travail.

MOHAMADI Housseem Eddine

Remerciements

En préambule à ce travail, je souhaiterais adresser mes remerciements les plus sincères aux personnes qui m'ont apporté leur aide et qui ont contribué à l'élaboration de ce mémoire.

Je tiens d'abord à remercier mon promoteur Monsieur DILMI Smain pour son aide, son soutien et ses conseils dans l'élaboration de ce projet.

J'exprime ensuite ma gratitude au membre de notre jury pour avoir présider la soutenance de notre thèse.

Je tiens à adresser mes remerciements à toute ma famille, en particulier mes chers parents. Je souhaiterais remercier également mes amis et mes proches pour leur encouragement tout au long de la réalisation de ce mémoire.

Enfin, Je remercie aussi tous ceux dont j'oublie de mentionner le nom. Ils ont tous me soutenu et me redonné le moral dans les temps difficiles.

SAID Moustafa

Dédicace

Avec les sentiments de gratitude les plus sincères je dédie ce modeste travail.

A ma très chère mère pour son amour, ses prières et ses sacrifices,

A mon très cher père qui a veillé, tout au long de ma vie, à ce que je n'eusse besoin de rien.

A mes frères et ma sœur.

A toute ma famille, mes amis et tous les enseignants et à toute personne me portant de l'estime et à toute personne pour qui je porte de l'estime.

A mon binôme Moustafa avec qui j'ai partagé de longues heures et journées de travail.

MOHAMADI Housseem Eddine

Dédicace

Avec un énorme plaisir et une immense joie que je dédie ce travail

*A mes chers parents, qui ont été toujours à ma coté pour m'encourager au
long de mes études.*

A mes chers frères et sœurs.

A toute ma grande famille.

A mes enseignants qui m'ont aidé tout le long de mon cursus universitaire.

A tous mes amis et collègues de mon promotion.

*A mon binôme Housseem Eddine avec qui j'ai partagé de longues heures et
journées de travail.*

*A toute personne qui m'ont encouragé ou aidé au long de mes
études.*

SAID Moustafa

ملخص

يهدف هذا العمل إلى تصميم نموذج ديناميكي يسمح بدراسة استجابة الروبوت الطائر ذو أربع مروحيات وتطبيق تقنيات للتحكم فيه. التقنيات التي تم اقتراحها: المتحكم الخطي التناسبي-التفاضلي-المشتق، والمتحكم المجدول، والتحكم غير الخطي عن طريق النمط الانزلاقي والتراجع المرحلي. وكذلك تم استعمال استراتيجية متحملة للخلل بالمنهج السليبي معتمدة على نمط التحكم عن طريق الرجوع المرحلي لضمان استقرار وأداء النظام عندما تكون أجهزة الاستشعار (أو/و) المحركات يشوبها خلل.

كلمات مفتاحية: الروبوت الطائر ذو أربع مروحيات، تحكم خطي، متحكم تناسبي-تفاضلي-مشتق، تحكم غير خطي، تحكم عن طريق النمط الانزلاقي، تحكم عن طريق الرجوع المرحلي، متحكم مجدول، منهج سليبي، تحكم متحمل للخلل.

Résumé

Dans notre travail on s'intéresse à étudier un modèle dynamique qui permet de simuler le comportement d'un UAV type quadrirotor ainsi que des méthodes pour le contrôler en attitude et en guidage. Les méthodes de commande envisagées sont : le régulateur linéaire PID et le PID par séquençement de gain (gain scheduling), la commande non linéaire par mode glissant et par backstepping. L'approche passive via le backstepping avec tolérante aux défauts (FTC) est également élaborée afin de garantir la stabilité et les performances du système, lorsque les capteurs (ou/et) les actionneurs sont défectueux.

Mots clés : Quadrirotor, Systèmes linéaires, Régulateur PID, Systèmes non linéaires, Commande par mode glissant, Commande par backstepping, Gain Scheduling, Approche passive, Commande avec tolérante aux défauts (FTC).

Abstract

Our work intends to study a dynamic model that allows to simulate the behavior of a quadrotor and use control strategies to stabilize and guide it. The control techniques used are: linear PID controller and Gain Sheduling, nonlinear sliding mode and backstepping controller. The FTC strategy through a passive approach via backstepping control is also elaborated to ensure the stability and performance of the system when the sensors (or/and) and actuators are faulty.

Keywords: Quadrotor, Linear systems, PID controller, Nonlinear systems, Sliding mode control (SMC), Backstepping control, Gain Scheduling, Passive approach, Fault tolerant control (FTC).

SOMMAIRE

REMERCIEMENTS

DEDICACES

RESUME/ABSTRACT/ملخص

SOMMAIRE i

LISTE DES FIGURES v

LISTE DES TABLEAUX ix

LISTE DES SYMBOLES x

LISTE DES ABREVIATIONS xiii

Introduction générale 1

Chapitre I : Description et état d'art

I.1. Introduction 4

I.2. Définition d'UAV 4

I.3. Les catégories de drones 5

I.4. Présentation d'un quadrirotor 7

I.5. L'histoire des quadrirotors 7

I.5.1. Les travaux de recherche récents sur les Quadrirotors 9

I.6. Principe du vol d'un quadrirotor 11

I.7. Conclusion 13

Chapitre II : Modélisation dynamique du quadrirotor

II.1. Introduction	14
II.2. Modèle dynamique du quadrirotor	14
II.2.1. Effets physiques agissants sur le quadrirotor	15
II.2.2. La dynamique de translation	16
II.2.3. La dynamique de rotation	18
II.2.4. Développement du Modèle mathématique selon Newton-Euler.....	20
II.2.4.1. Equations de mouvement de translation	20
II.2.4.2. Equations de mouvement de rotation.....	21
II.2.5. La représentation d'état du système	23
II.2.6. La dynamique des rotors	24
II.3. Simulation en boucle ouverte.....	26
II.3.1. Commentaires sur les résultats	29
II.4. Conclusion.....	30

Chapitre III : Commandes linéaires et non-linéaires

III.1. Introduction.....	31
III.2. Les stratégies de contrôle.....	31
III.3. Commandes linéaires	32
III.3.1. Commande par régulation PID	33
III.3.1.1. Synthèse de la commande par régulation PID	35
III.3.1.2. Résultats de simulation	35
III.4. Commandes non-linéaires.....	38
III.4.1. PID avec séquençement de gains (gain scheduling)	39
III.4.1.1. Résultats de la simulation	40

III.4.2. La commande par mode de glissement.....	43
III.4.2.1. Principe de la commande par mode de glissement	43
III.4.2.2. Notions de base de la commande mode de glissement.....	44
III.4.2.3. Méthode de la commande équivalente (méthode d’Utkin).....	45
III.4.2.4. La réticence dans le mode de glissement (chattering)	46
III.4.2.5. Structures de contrôle par mode de glissement	48
III.4.2.6. Synthèse de la commande par mode de glissement SMC	49
III.4.2.7. Résultats de la simulation	50
III.4.3. La commande par backstepping	54
III.4.3.1. Méthode direct de Lyapunov	55
III.4.3.2. La synthèse de la commande par la méthode directe de Lyapunov.....	55
III.4.3.3. Synthèse de la commande par backstepping.....	56
III.4.3.4. Résultats de la simulation	58
III.4.4. Etude comparative	61
III.5. Conclusion	63

Chapitre IV : Commande tolérante aux défauts

IV.1. Introduction	64
IV.2. Notions fondamentales sur le diagnostic de défauts.....	64
IV.3. Classification de défauts	65
IV.3.1. Défauts d’actionneurs	65
IV.3.2. Défauts de capteurs.....	65
IV.3.3. Défauts sur le système	66
IV.4. Commandes tolérantes aux défauts (FTC)	66
IV.4.1. Détection et isolation de défauts (FDI).....	66
IV.4.2. Systèmes tolérants aux défauts (FTCS).....	67
IV.4.3. Classification des approches FTC	68

IV.4.3.1. Approches FTC passives	68
IV.4.3.2. Approches FTC actives	69
IV.5. Approche passive via le backstepping	69
IV.5.1. Test de la commande backstepping en présence des défauts	70
IV.5.2. Synthèse de la commande FTC passive avec défauts du système.....	73
IV.5.3. Simulation numérique.....	77
IV.5.3.1. FTC passive sans défauts.....	77
IV.5.3.2. FTC passive avec défauts du système	80
IV.5.3.3. FTC passive avec défauts en utilisant la fonction « sat ».....	83
IV.6. Conclusion	86
Conclusion générale.....	87
Annexes	88
Bibliographie	95

LISTE DES FIGURES

Figure I.1. Les catégories des drones selon la taille	5
Figure I.2. Catégories des drones selon le fonctionnement aérodynamique	6
Figure I.3. Classification des drones à voilures tournantes	7
Figure I.4. Un quadrirotor type UAV	7
Figure 1.5. Breguet-Richet gyroplane No.1	8
Figure 1.6. Le quadrirotor de de bothezat	8
Figure I.7. Convertawings Model A 1956	9
Figure 1.8. Bell Boeing Quad Tiltrotor	9
Figure I.9. Illustration du mouvement vertical d'un quadrirotor	11
Figure I.10. Illustration du mouvement de roulis	11
Figure I.11. Illustration du mouvement de tangage	12
Figure I.12. Illustration du mouvement de lacet	12
Figure II.1. Géométrie du quadrirotor	15
Figure II.2. L'effet de sol sur l'hélicoptère et la création du vortex	17
Figure II.3. Schéma électrique équivalent du moteur DC	25
Figure II.4. Modèle Simulink en boucle ouverte	27
Figure II.5. 1 ^{er} Cas (mouvement vertical selon z)	27
Figure II.6. 2 ^{ème} Cas (mouvement de lacet)	28
Figure II.7. 3 ^{ème} Cas (mouvement de roulis)	28
Figure II.8. 4 ^{ème} Cas (mouvement de tangage)	29
Figure III.1. Illustration de la structure de commande du quadrirotor	31

Figure III.2. Diagramme block d'un régulateur PID.....	33
Figure III.3. Réponse en attitude (ϕ et θ)	36
Figure III.4. Réponse en cap	37
Figure III.5. Réponse en position (x et y)	37
Figure III.6. Réponse en altitude	37
Figure III.7. Evolution des commandes u_1, u_2, u_3, u_4	38
Figure III.8. Diagramme block du PID Gain Scheduling	39
Figure III.9. Réponse en attitude (ϕ et θ)	40
Figure III.10. Réponse en cap	40
Figure III.11. Réponse en position (x et y)	41
Figure III.12. Réponse en altitude	41
Figure III.13. Evolution des commandes u_1, u_2, u_3, u_4	42
Figure III.14. Comparaison entre le régulateur PID et le GS-PD	42
Figure III.15. Mode de glissement	44
Figure III.16. Commande équivalente.....	46
Figure III.17. L'effet de la réticence	47
Figure III.18. Les fonctions de saturation « sat » et « cont ».....	48
Figure III.19. Diagramme block d'un contrôleur SMC	48
Figure III.20. Réponse en attitude (ϕ et θ)	50
Figure III.21. Réponse en cap	51
Figure III.22. Réponse en position (x et y)	51
Figure III.23. Réponse en altitude	51
Figure III.24. Evolution des commandes u_1, u_2, u_3, u_4	52
Figure III.25. Résultats de poursuite de trajectoire en 3D	52
Figure III.26. Réponse en attitude (ϕ et θ)	53
Figure III.27. Réponse en position (x et y).....	53
Figure III.28. Evolution des commandes u_1, u_2, u_3, u_4 en absence du chattering.....	54

Figure III.29. Réponse en attitude (ϕ et θ)	59
Figure III.30. Réponse en cap	59
Figure III.31. Réponse en position (x et y)	59
Figure III.32. Réponse en altitude	60
Figure III.33. Evolution des commandes u_1, u_2, u_3, u_4	60
Figure III.34. Résultats de poursuite de trajectoire en 3D	61
Figure III.35. Résultats de comparaison de position suivant x et y	62
Figure III.36. Résultats de comparaison de poursuite de trajectoire en 3D	63
Figure IV.1. Classification des défauts : multiplicatifs et additifs	66
Figure IV.2. Schéma du principe de FDI	67
Figure IV.3. Classification des commandes tolérantes aux défauts	68
Figure IV.4. Approche passive de commande tolérante aux défauts	70
Figure IV.5. Réponse en attitude (ϕ et θ) sous l'effet de défauts	70
Figure IV.6. Réponse en cap sous l'effet de défauts	71
Figure IV.7. Réponse en position (x et y) sous l'effet de défauts	71
Figure IV.8. Réponse en altitude sous l'effet de défauts	71
Figure IV.9. Evolution des commandes u_1, u_2, u_3, u_4 sous l'effet de défauts	72
Figure IV.10. Résultat de poursuite de trajectoire sous l'effet de défauts en 3D	72
Figure IV.11. Réponse en attitude (ϕ et θ) par la FTC passive	77
Figure IV.12. Réponse en cap par la FTC passive	78
Figure IV.13. Réponse en position (x et y) par la FTC passive	78
Figure IV.14. Réponse en altitude par la FTC passive	78
Figure IV.15. Evolution des commandes u_1, u_2, u_3, u_4	79
Figure IV.16. Résultat de poursuite de trajectoire en 3D	79
Figure IV.17. Réponse en attitude (ϕ et θ) par la PFTC avec défauts	80
Figure IV.18. Réponse en cap par la PFTC avec défauts	80
Figure IV.19. Réponse en position (x et y) par la PFTC avec défauts	81

Figure IV.20. Réponse en altitude par la PFTC avec défauts.....	81
Figure IV.21. Evolution des commandes u_1, u_2, u_3, u_4	82
Figure IV.22. Résultat de poursuite de trajectoire en 3D	82
Figure IV.23. Réponse en attitude (ϕ et θ)	83
Figure IV.24. Réponse en cap.....	83
Figure IV.25. Réponse en position (x et y)	84
Figure IV.26. Réponse en altitude	84
Figure IV.27. Evolution des commandes u_1, u_2, u_3, u_4 en absence du chattering.....	85
Figure IV.28. Résultats de poursuite de trajectoire en 3D.....	85
Figure A.1. Les rotations avec les angles d'Euler	88
Figure C.1. Modèle Simulink pour le régulateur PID	92
Figure C.2. Modèle Simulink pour le bloc de correction	92
Figure C.3. Modèle Simulink pour le PID gain scheduling	93
Figure C.4. Modèle Simulink pour le mode glissant	93
Figure C.5. Modèle Simulink pour le backstepping	94
Figure C.6. Modèle Simulink pour la commande passive via le backstepping.....	94

LISTE DES TABLEAUX

Tableau I.1. Quelques projets sur les quadrirotors	10
Tableau I.2. Comparaison entre les différents VTOL	13
Tableau III.1. Gains PID de la commande.....	36
Tableau B.1. Paramètres du modèle du quadrirotor utilisés	91

LISTE DES SYMBOLES

x, y, z	Coordonnées cartésiennes de C.G de quadrirotor.
$\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$	Vitesses de translation.
$\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$	Accélérations de translation.
u, v, w	Vitesses de translation.
ϕ, θ, ψ	Angles d'Euler.
p, q, r	Accélérations angulaires.
R	Matrice de rotation.
R^b	Repère fixe lié à la terre
R^m	Repère mobile.
r	Vecteur de position.
v	Vitesse linéaire liée au quadrirotor.
Ω	Vitesse de rotation liée au même corps.
Ω_r	Vitesse relative de rotor.
I_x	Moment d'inertie suivant l'axe x.
I_y	Moment d'inertie suivant l'axe y.
I_z	Moment d'inertie suivant l'axe z.
m	Masse totale du quadrirotor.
X	Vecteur d'état.
x_d	Etat désiré.
y	Variable de sortie.
U	Vecteur de commandes d'entrée.
l	Distance entre le C.G du quadrirotor et l'axe de rotation des hélices.
g	Accélération de la pesanteur.

ω_i	Vitesse angulaire du rotor i .
ω_{ih}	Vitesse angulaire qui assure le vol quasi-stationnaire pour le rotor i .
P	Poids du quadrirotor.
F_t	Force de traînée.
F_p	Force de portance
F_i	Force de portance produite par l'hélice i .
J	Matrice d'inertie diagonale du quadrirotor.
J_r	Matrice d'inertie de rotor.
b	Coefficient de portance.
d	Coefficient de traînée.
M_x	Moment de poussée autour de l'axe x.
M_y	Moment de poussée autour de l'axe y.
M_z	Moment de traînée autour de l'axe z.
M_a	Moment résultant des frottements aérodynamiques.
M_{gh}	Moment gyroscopique des hélices.
M_{gm}	Moment gyroscopique dû aux mouvements de quadrirotor.
K_{rx}, K_{ry}, K_{rz}	Coefficients des frottements aérodynamiques.
K_{tx}, K_{ty}, K_{tz}	Coefficients de traînée de translation.
K_{mot}	Constante de couple mécanique.
L_{mot}	Inductance de moteur.
R_{mot}	Résistance de moteur.
i_a	Courant induit.
K_e	Constante électrique du moteur.
T_{mot}	Moment de torsion produit par le moteur.
T_{load}	Moment de torsion de charge généré par le système d'hélice.

K_p	Gain proportionnel.
K_i	Gain d'intégral.
K_d	Gain de dérivation.
s	Surface de glissement.
e	Erreur de poursuite.
u_{eq}	Commande équivalente en mode glissant.
λ_i	Paramètres de la surface de glissement.
V	Fonction de Lyapunov.
\dot{V}	Dérivée de la fonction de Lyapunov.
k_i	Paramètres de design de backstepping.
y_r	Trajectoire désirée.
f	Défaut.
f_a	Défaut d'actionneur.
f_s	Défaut de capteur.

LISTE DES ABREVIATIONS

UAV	Unmanned Aerial Vehicles
MAV	Micro Air Vehicle
MALE	Medium Altitude High Endurance
HALE	High Altitude High Endurance
VTOL	Vertical Take-off and Landing
DDL	Degré de liberté
C.G	Centre de gravité
DC	Direct current
OS4	Omnidirectional Stationary Flying Outstretched Robot
PID	Proportional Integrator Derivative
LQR	Linear quadratic regulator
SMC	Sliding Mode Controller
SSV	Système à Structure Variable
FDI	Fault Detection and Isolation
FTC	Fault Tolerant Control
PFTC	Passive Fault Tolerant Control



**INTRODUCTION
GÉNÉRALE**

Introduction générale

Durant ces dernières années, la robotique aérienne a fait de grand progrès, et l'intérêt pour les Véhicules Aériens Autonomes (UAV), s'est constamment accru. Ces véhicules aériens, aussi appelées Drones, ont été employés, au début, principalement dans le domaine militaire, dans des missions de reconnaissance, de surveillance et aussi dans un rôle offensif. Au fur et à mesure que les technologies informatiques, de conception de capteurs et d'actionneurs progressent, les drones se sont aussi perfectionnés. De nos jours, nous pouvons trouver des applications civiles telles que, par exemple, la surveillance de trafic routier, la surveillance et la protection de l'environnement, la recherche et le secours de blessés ou la gestion de grandes infrastructures telles que les lignes haute tension, les barrages et les ponts. [1]

La recherche en robotique aérienne a principalement impliqué des hélicoptères et des architectures "VTOL". Le principal avantage de ces plateformes est leur manœuvrabilité et leur capacité à effectuer des vols stationnaires, ce qui est indispensable pour de nombreuses applications. L'hélicoptère à quatre rotors a attiré particulièrement l'attention dans la communauté robotique et automatique. Ce véhicule est capable d'atterrir et de décoller à la verticale et en raison de sa symétrie, il est simple à modéliser et à construire. Néanmoins, malgré une complexité moindre de cet engin par rapport aux hélicoptères conventionnels, la commande de l'hélicoptère à quatre rotors est un défi vraiment intéressant en raison des non-linéarités, des forces aérodynamiques et de son faible moment d'inertie. En général, la position dans l'espace de ce type d'engin est commandée par un opérateur (radio-pilotage). Faire voler un tel véhicule d'une façon stable et autonome est une tâche délicate qui nécessite des pilotes expérimentés. [1]

Afin de réaliser un UAV autonome et réduire la difficulté de piloter un tel engin, des commandes de position suivant les axes (x, y, z) et de l'attitude (φ, θ, ψ) peuvent être ajoutées. Ces commandes doivent être implantées dans un calculateur embarqué et elles doivent être capables de stabiliser automatiquement la position de l'hélicoptère. Ainsi, le pilote ne doit plus fournir que les consignes de la position et de l'attitude et la commande embarquée doit être capable d'amener le véhicule à cette position angulaire et la maintenir en dépit de l'existence de perturbations externes.

Objectives et motivation

Notre travail va être concentré sur la modélisation et le contrôle d'un quadrirotor de type UAV ainsi que l'élaboration d'une synthèse de lois des commandes tolérantes aux défauts, la raison pour le choix du quadrirotor, en plus de ces avantages mentionnés auparavant, est que le champ de recherche rencontre toujours des défis en ce qui concerne le contrôle et la stabilité, parce que les quadrirotors sont des systèmes complexes extrêmement non linéaires, multi-variables, instable et présentent une dynamique fortement couplée et depuis qu'ils ont six degrés de liberté (DDL) et seulement quatre actionneurs, ce sont des systèmes sous-actionnés. Ils sont difficiles à contrôler à cause du couplage non linéaire entre les actionneurs et les degrés de liberté [19].

Bien que la majorité des algorithmes de contrôle établis dans la littérature soient des contrôleurs linéaires, ils peuvent être utilisés seulement lorsque le quadrirotor effectue un vol autour d'une zone quasi-stationnaire, ils souffrent d'une dégradation de performance importante quand le quadrirotor quitte les conditions nominales ou effectue des manœuvres agressives.

Les contributions de ce travail sont : La dérivation d'un modèle mathématique précis et détaillé du quadrirotor type UAV, l'adaptation des algorithmes de contrôle linéaires et non linéaires au modèle dynamique du drone en utilisant le logiciel Matlab/Simulink. Une comparaison entre ces algorithmes de contrôle en termes de performance et guidage est réalisée. Le travail sera conclu par des tests de stabilité du système sous l'effet des défauts possibles en appliquant une commande tolérante et stabilisante.

Ce mémoire est organisé comme suit :

- Le premier chapitre apporte une introduction au monde des drones en général et le quadrirotor en particulier.
- Le deuxième chapitre traite la modélisation dynamique du quadrirotor ainsi que le modèle des moteurs utilisés.
- Le troisième chapitre est dédié à la synthèse et l'application des différentes lois de commande sur le quadrirotor. Des résultats en simulation sont présentés avec une étude comparative entre les différentes techniques de commande utilisées.

- Le quatrième chapitre est consacré à la présentation des commandes FTC, ensuite l'application de l'approche passive de commandes tolérantes aux défauts de capteurs ou/et d'actionneurs via la technique par backstepping.
- Une conclusion générale sur le travail effectué avec quelques perspectives proposées.

CHAPITRE I

DESCRIPTION
ET
ÉTAT DE L'ART

I.1. Introduction

Les drones sont des engins volants qui sont capables de transporter des caméras, des capteurs, des équipements de communication ou d'autres dispositifs. Ils sont utilisés pour réaliser des missions de reconnaissance, de recherche d'informations ou des opérations de combat [14].

Dans ce chapitre, nous présentons les drones, leurs classifications ainsi que leurs champs d'application. Nous passerons ensuite aux drones de type quadrirotor, et discuter leur historique, leur fonctionnement et les travaux portant sur le concept et architecture des quadrirotors.

I.2. Définition d'UAV

Un UAV ou « Drone » est un aéronef inhabité qui utilise les forces aérodynamiques pour produire un vol vertical. Il peut être piloté à distance, autonome ou semi autonome. Il est susceptible d'emporter différentes charges utiles, le rendant capable d'effectuer des tâches spécifiques, pendant une durée de vol qui peut varier en fonction de ses capacités. Son utilisation a d'abord été connue dans les applications militaires, comme la surveillance et la reconnaissance et comme plateforme de désignation de cible ou comme arme. Puis, plusieurs applications civiles sont devenues concurrentes, notamment dans l'observation des phénomènes naturels (Avalanches, volcans...), la pulvérisation des pesticides sur les surfaces agricoles, la surveillance de l'environnement (exemple : mesures de la pollution et sécurité incendie) et des réseaux routiers, la maintenance des infrastructures, la recherche et sauvetage [13], ainsi que des applications industrielles (exemple : inspections de canalisation des usines) ... etc.

Les deux principaux avantages d'un UAV par rapport à un aéronef standard sont :

- La miniaturisation possible.
- L'évolution dans un environnement « terne, sale et dangereux » inadapté aux pilotes humains [34].

Ces avantages ont été reconnus très tôt dans le domaine militaire mais sont également valables dans le domaine civil. La miniaturisation permet de réduire les coûts de fabrication et de fonctionnement, ainsi qu'une mise en œuvre plus simple qui ne nécessite ni installations au sol ni expert en pilotage.

I.3. Les catégories de drones

La classification des drones peut se faire selon plusieurs paramètres : Les performances, la taille, l'altitude ou selon la mission. De ce fait on trouve la classification suivante [2] :

- **Micro UAV** : (ou MAV), pouvant être contenu dans une sphère de 30 cm. Ces micro-drones sont différenciés par la miniaturisation des cartes électroniques et le choix des matériaux des capteurs et des systèmes embarqués.
- **Mini-UAV** : Ce sont des drones plutôt légers et de taille réduite (jusqu'à quelques kilogrammes et d'une envergure jusqu'à 1 à 2 mètre) facilitant la mise en œuvre et généralement utilisés pour l'observation de zones difficiles d'accès.
- **Les drones MALE** : sont utilisés pour des vols de plus longue durée à une altitude opérationnelle de 10 à 15 Km. Avec une taille comparable aux avions traditionnels. Ils sont généralement voués à l'observation, mais certains peuvent embarquer des armes.
- **Les drones HALE** : volent à une altitude d'environ 20 km. Il s'agit de drones de grande envergure volant à très haute altitude. Ils sont majoritairement utilisés pour des communications, comme alternative aux satellites.

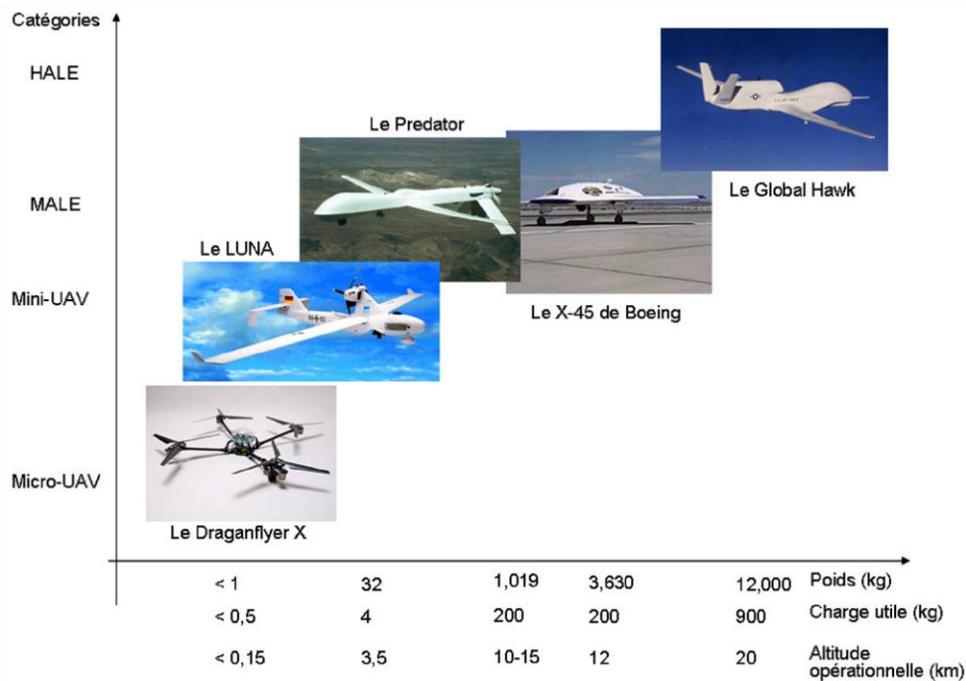


Figure I.1. Les catégories des drones selon la taille.

Le fonctionnement aérodynamique fournit une autre possibilité de classification. Ainsi, les drones peuvent être structurés principalement en trois familles (Figure.I.2) : ceux à voilures fixes, ceux à voilures tournantes, les aéronefs à ailes battantes.

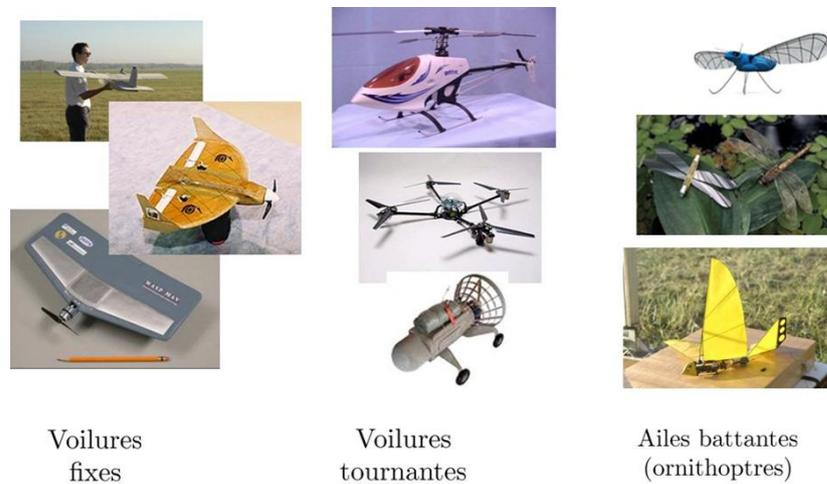


Figure I.2. Catégories des drones selon le fonctionnement aérodynamique.

Une étude bibliographique montre que la recherche en robotique aériennes est principalement focalisé sur des drones à voilures tournantes : des hélicoptères et des architectures “VTOL”.

Les drones à voile tournantes peuvent être classés également en quatre groupes :

- **Mono-Rotor** : Ils ont un moteur principal en haut, et un autre moteur situé sur la queue pour la stabilité, exactement comme la configuration d’un hélicoptère.
- **Coaxial** : Ils possèdent deux moteurs tournant en des directions opposées et fixés sur le même axe.
- **Quadrirotor** : Ils possèdent quatre rotors fixés dans une configuration en croix.
- **Multi-rotor** : des drones avec six ou huit rotors, ils sont agiles et peuvent voler même si un moteur tombe en panne, grâce à la redondance des moteurs.



Figure I.3. Classification des drones à voilures tournantes.

Dans notre projet, on s'intéresse en particulier aux quadrirotors.

I.4. Présentation d'un quadrirotor

Le quadrirotor est un aéronef soulevé et propulsé par quatre rotors. Comme son nom l'indique, il se compose de quatre moteurs situés aux extrémités d'une armature qui n'est autre que deux axes en croix, comme le montre la figure (I.4).



Figure I.4. Un quadrirotor type UAV.

I.5. L'histoire des quadrirotors

Au début du 20^{ème} siècle, le scientifique français Charles Richet construit un petit hélicoptère non piloté. La machine n'a pas réussi, mais elle a inspiré l'un de ses étudiants Louis Breguet. Par la suite, les deux frères Louis et Jacques Breguet ont fait leurs expériences et leurs testes sur l'hélicoptère et les formes des ailes sous la direction du professeur Richet. Afin d'arriver en 1907 à construire leur premier hélicoptère qu'ils ont appelé " Breguet- Richet Gyroplane No.1". C'était un quadrirotor, propulsé au moyen d'un

moteur à essence Figure (I.5), il réussit à effectuer un vol stationnaire à 50 cm du sol, ce vol fut si instable que quatre hommes furent nécessaires pour tenir la machine.

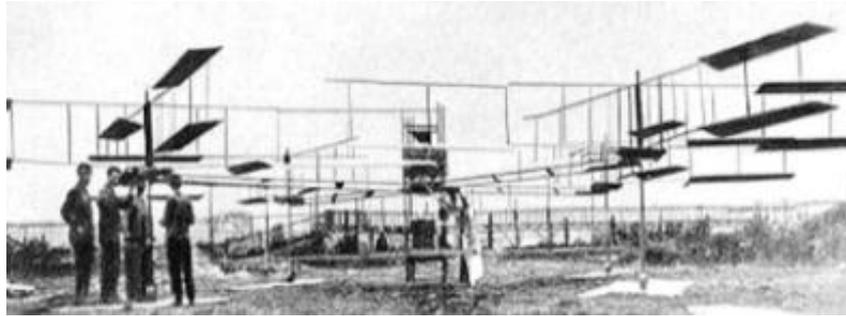


Figure 1.5. Breguet-Richet gyroplane No.1.

En janvier 1921, et suite à un contrat engagé par l'armée américaine, l'Américain d'origine russe George de Bothezat fut le premier à faire voler un appareil quadrirotor. Il réussit son premier vol en octobre 1922, et réalise un vol de 1 minute 42s à 1,8 m du sol [35].

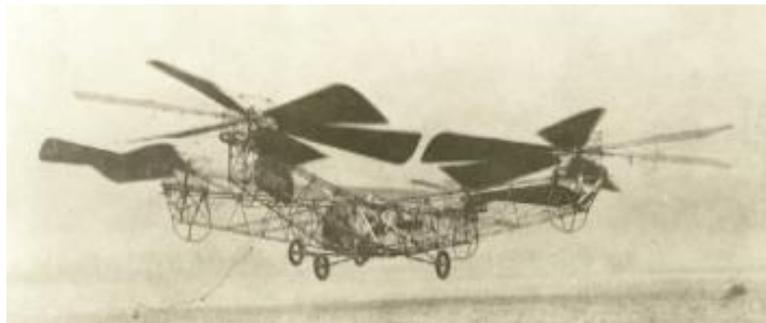


Figure 1.6. Le quadrirotor de de bothezat.

En Europe, l'ingénieur Français Étienne Œhmichen a commencé ses expériences sur les modèles à voilure tournante en 1920. Le 4 mai 1924 il a réussi à réaliser un vol pendant 14 minutes pour plus d'un kilomètre par son quadrirotor "Œhmichen No.2".

Plus tard en 1956, un quadrirotor appelé, en anglais, "Convertawings Model A" a été conçu à la fois pour l'usage militaire et civil. Il a été contrôlé en faisant varier la poussée entre les rotors, et ses vols ont été un succès, même en vol d'avancement. Le projet a pris fin en raison principalement de l'absence de la demande pour les avions [35].

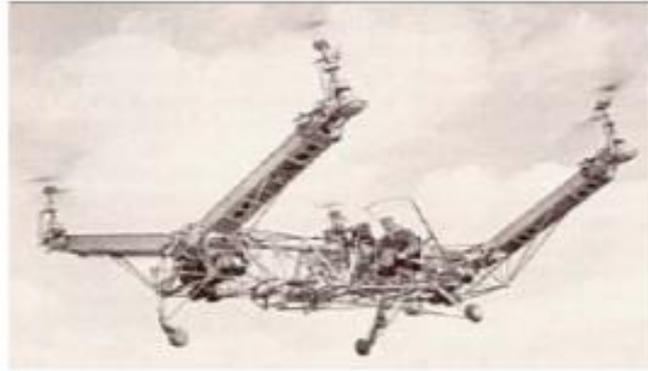


Figure I.7. Convertawings Model A 1956.

De nos jours, il y a un projet appelé " Bell Boeing Quad Tiltrotor", développé par Bell et Boeing en tant que candidat au programme de l'armée américaine "Joint Heavy Lift program", ayant quatre rotors il devrait être capable d'emporter 25 tonnes à 450 km/h sur une distance de 460 km, et de s'atterrir verticalement comme un hélicoptère [23].



Figure 1.8. Bell Boeing Quad Tiltrotor.

I.5.1. Les travaux de recherche récents sur les quadrirotors

Le nombre de projets portant sur le problème de la modélisation et la commande des quadrirotors ne cesse d'augmenter. L'objectif est de doter ces quadrirotors avec plus de capteurs et d'intelligence pour réaliser un certain degré d'autonomie. Tandis que d'autres projets ont abordé le problème de conception et à ce niveau réside un grand compromis entre la conception et la commande.

Le tableau ci-dessous résume les projets les plus réputés concernant la conception des quadrirotor [14] :

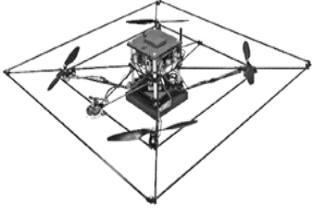
Projet	Université	Plateforme
OS4	Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, EPFL, Suisse	
Mesicopter	Université de Stanford d'Aéronautique et d'Astronautique, USA	
Quadrirotor Coriolis	Ecole centrale d'électronique à Paris	
Quentin H4	EITA en France	
X-4 Flyer Mark II	Université nationale d'Australie	
STARMAC II	Université de Stanford aux USA	

Tableau I.1. Quelques projets sur les quadrirotors.

I.6. Principe du vol d'un quadrirotor

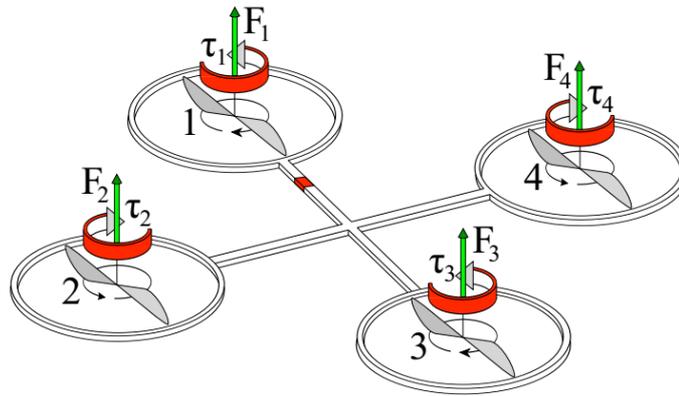


Figure I.9. Illustration du mouvement vertical d'un quadrirotor.

Les 4 rotors sont généralement placés aux extrémités d'une croix, et l'électronique du contrôle est habituellement placée au centre de la croix. Afin d'éviter que l'appareil tourne sur lui-même sur son axe du lacet, il est nécessaire que deux hélices tournent dans un sens, et les deux autres dans un autre sens. Pour pouvoir diriger l'appareil, il est nécessaire que chaque couple d'hélice tournant dans le même sens soit placé aux extrémités opposées d'une branche de la croix [15].

Le fonctionnement du quadrirotor est assez particulier. En faisant varier astucieusement la puissance des moteurs, il est possible de le faire monter/descendre, de l'incliner à gauche / à droite (roulis) ou en avant / en arrière (tangage), ou encore de le faire pivoter sur lui-même (lacet) [18].

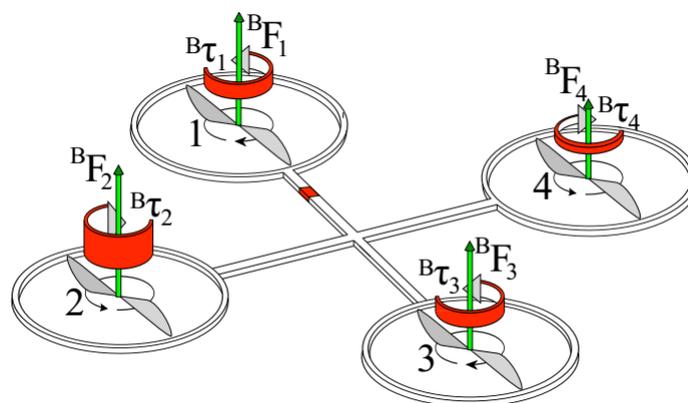


Figure I.10. Illustration du mouvement de roulis.

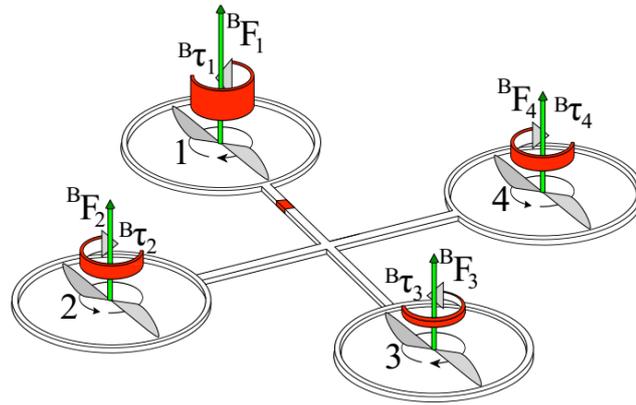


Figure I.11. Illustration du mouvement de tangage.

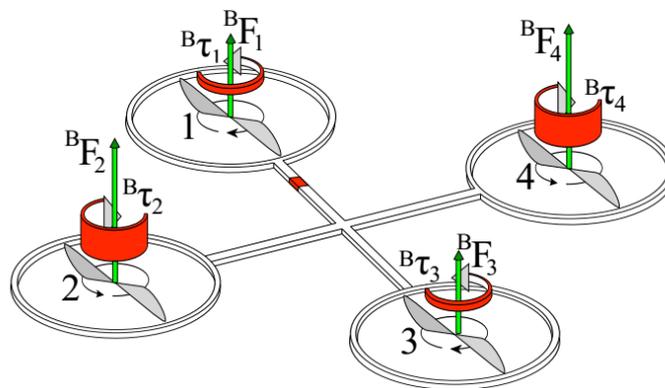


Figure I.12. Illustration du mouvement de lacet.

La conception du quadrirotor offre de réels avantages par rapport à d'autres configurations d'hélicoptères et ouvre de nombreuses perspectives [2] :

- Leurs tailles réduites et leur manœuvrabilité leur permettent de voler dans des environnements fermés (Indoor) ou ouvert (Outdoor) et près des obstacles, à l'opposition des hélicoptères conventionnels.
- La simplicité de la mécanique du quadrirotor facilite sa maintenance.
- Aucun embrayage n'est exigé entre le moteur et le rotor et aucune exigence n'est donnée sur l'angle d'attaque des rotors.
- Quatre petits rotors remplacent le grand rotor de l'hélicoptère ce qui réduit énormément l'énergie cinétique stockée et minimise les dégâts en cas d'accidents.

	A	B	C	D	E	F	G	H
Coût de l'énergie	2	2	2	2	1	4	3	3
Coût du contrôle	1	1	4	2	3	3	2	1
Charge utile/volume	2	2	4	3	3	1	2	1
Manœuvrabilité	4	3	2	2	3	1	3	3
Simplicité mécanique	1	2	3	1	4	4	1	1
Complexité aérodynamique	1	1	1	1	4	3	1	1
Vol à basse vitesse	4	3	4	3	4	4	2	2
Vol à grande vitesse	2	4	1	2	3	1	3	3
Miniaturisation	2	3	4	2	3	1	2	4
Serviabilité	1	3	3	1	1	3	2	3
Vol stationnaire	4	4	4	4	4	3	1	2
TOTAL	24	28	32	23	33	28	22	24

A: rotor unique; B: deux rotors de sustentation dits "engrenants"; C:deux rotors de sustentation coaxiaux; D: deux rotors de sustentation en tandem; E: quadrirotor; F: ballon dirigeable; G: robot oiseau; H: robot- insecte volant ;
(1 = mauvais et 4 = excellent)

Tableau I.2. Comparaison entre les différents VTOL.

I.7. Conclusion

Dans l'étude précédente, nous avons décrit les drones et leurs principales classifications selon leur taille, leur voilure, et leurs utilisations. Le quadrirotor est l'un des robots volants qui sont en investigation ces dernières années. Ce système est constitué de quatre rotors, deux de ces rotors tournent dans un sens et les deux autres dans le sens inverse. En variant les vitesses de rotation de ces rotors, le quadrirotor peut faire des mouvements différents aussi bien en translation qu'en rotation.

La configuration « Quadrirotor » a connu ces dernières années un intérêt croissant, et particulièrement dans la communauté scientifique. Cependant, les chercheurs sont toujours contraints à respecter les difficultés et les contraintes imposées par les phénomènes atmosphériques et les effets aérodynamiques qui sont généralement difficiles à estimer et à modéliser.

CHAPITRE II

MODÉLISATION

DYNAMIQUE

DU QUADRIROTOR

II.1. Introduction

Afin de concevoir un contrôleur de vol, on doit d'abord comprendre profondément les mouvements de l'avion, sa dynamique et par conséquent ses équations dynamiques. Cette compréhension est nécessaire non simplement pour la conception du contrôleur, mais aussi pour s'assurer que les simulations du comportement de véhicule sont plus proches que possible de la réalité lorsque la commande est appliquée. Le quadrirotor est classé dans la catégorie des systèmes volants les plus complexes vu le nombre d'effets physiques qui affectent sa dynamique à savoir les effets aérodynamiques, la gravité, les effets gyroscopiques, les frottements et le moment d'inertie [24] [16].

Beaucoup de tentatives de modélisation du quadrirotor sont enregistrées dans la littérature, tel que celle établie par Bouabdallah par la méthode d'Euler-Lagrange et celle de Lozano, ou encore une modélisation basée sur les méthodes évolutionnaires. Le modèle présenté par Hamel basé sur le formalisme de Newton a été obtenu à partir de la dynamique d'un corps rigide associé au fuselage auquel sont ajoutées les forces aérodynamiques générées par les rotors [17].

II.2. Modèle dynamique du quadrirotor

La modélisation des robots volants est une tâche délicate puisque la dynamique du système est fortement non linéaire et pleinement couplée. En réalité, la commande des robots aériens nécessite un modèle dynamique afin de pouvoir tenir en compte les effets gyroscopiques ainsi que les forces aérodynamiques [11], et à cet effet, il est nécessaire dans un premier temps d'effectuer quelques hypothèses afin d'éliminer ceux de plus faible importance :

- La structure est supposée rigide.
- Le drone possède une structure parfaitement symétrique, ce qui induit à supposer que la matrice d'inertie soit diagonale.
- La portance et la traînée de chaque moteur sont proportionnelles au carré de la vitesse, ce qui est une approximation très proche au comportement aérodynamique.

Pour évaluer le modèle mathématique du quadrirotor on utilise deux repères, un repère fixe lié à la terre R^b et un autre mobile R^m fixé au centre de masse de l'objet volant. Le passage entre le repère mobile et le repère fixe est donné par une matrice dite matrice de

transformation R qui contient l'orientation et la position de repère mobile par rapport au repère fixe [17].

On choisit la convention d'axes suivante :

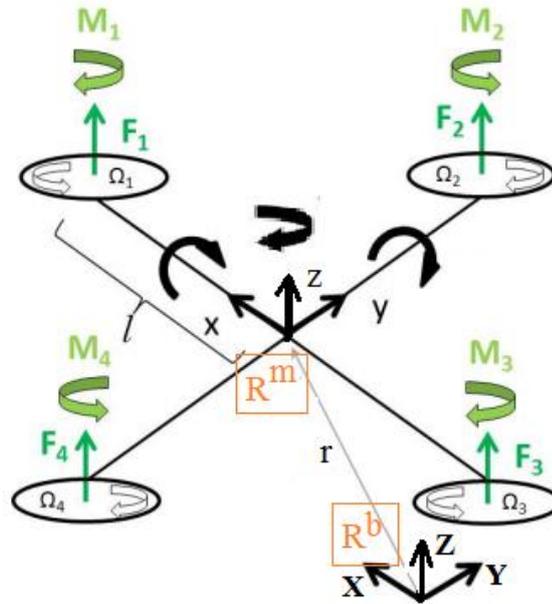


Figure II.1. Géométrie du quadrirotor.

Les paramètres qui permettent de décrire le mouvement du quadrirotor sont $(x, y, z, \phi, \theta, \psi, v, \Omega)$ avec :

ϕ : L'angle de roulis, sa rotation est autour X^m tel que $(-\frac{\pi}{2} < \phi < \frac{\pi}{2})$.

θ : L'angle de tangage, sa rotation est autour Y^m tel que $(-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2})$.

ψ : L'angle de lacet, sa rotation est autour Z^m tel que $(-\pi < \psi < \pi)$.

$r = [x, y, z]^T$: Vecteur de position, où x, y, z représentent les coordonnées du C.G du quadrirotor.

$v = \dot{r}$: La vitesse linéaire liée au quadrirotor.

$\Omega = [p, q, r]^T$: La vitesse de rotation liée au même corps.

II.2.1. Effets physiques agissants sur le quadrirotor

Les forces et les moments appliqués sur le quadrirotor proviennent des forces générées par la rotation des hélices, de la précession gyroscopique ainsi que des effets aérodynamiques. Nous présenterons ici chacune des forces et des moments séparément,

ensuite nous les appliquerons au modèle du quadrirotor et, pour finir, nous les ajouterons aux équations dynamiques [18].

Puisque plusieurs équations des sections suivantes demandent une analyse utilisant des notions de mécanique des fluides et d'analyse d'hélice qui dépassent le cadre de ce mémoire, nous ne présenterons ici qu'une vulgarisation des principes ainsi que les résultats nécessaires pour notre modélisation. Pour plus détails, le lecteur peut s'élargir en consultant les références suivantes [2].

II.2.2. La dynamique de translation

D'après la première loi de la dynamique de Newton :

$$\frac{d(mv)}{dt} = \sum F_{ext} \quad (\text{II.1})$$

Les forces extérieures appliquées au quadrirotor sont :

Le poids du quadrirotor : Il est donné par :

$$P = mg \quad (\text{II.2})$$

Où : m est la masse totale et g la gravité

La force de portance : Elle est perpendiculaire à l'écoulement d'air et dirigée vers le haut, c'est-à-dire qu'elle a tendance à faire élever le quadrirotor. Elle représente la force totale produite par les quatre hélices. Elle est donnée par [24] :

$$F_p = b(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) \quad (\text{II.3})$$

Avec : b est le coefficient de portance, il dépend de la forme et le nombre des pales et la densité de l'air. On doit exprimer cette force dans le repère inertiel. Pour cela, on utilise la matrice de rotation R (voir ANNEXE A).

$$F_p = b(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2).R \quad (\text{II.4})$$

La force de traînée : C'est la résultante des forces qui s'opposent au mouvement du quadrirotor dans l'air (force de frottement). Elle s'exerce parallèlement au sol, de même direction que le mouvement du quadrirotor, mais dans le sens opposé. Elle est donnée par la relation suivante :

$$F_t = Kt.v \quad (\text{II.5})$$

Avec : Kt est une matrice constante appelée coefficient de translation aérodynamique, et v est la vitesse du quadrirotor.

La force de perturbation : D'autres forces sont considérées comme une perturbation résumée comme $F_{perturbation}$, parmi ces forces, il existe :

La force de Coriolis : C'est une force inertielle agissant perpendiculairement à la direction du mouvement d'un corps en déplacement dans un référentiel en rotation uniforme.

La force de Coriolis a pour conséquence de dévier la trajectoire d'un corps en mouvement vers sa droite dans l'hémisphère nord et vers sa gauche dans l'hémisphère sud, la droite étant définie lorsqu'on regarde vers l'avant du déplacement.

Effet de sol : Cet effet est la conséquence de l'interférence entre la terre et le flux d'air circulant à travers les lames. L'effet du sol augmente lorsque le drone se rapproche de la terre.

Le flux d'air induit perd de la vitesse et de l'amplitude car, étant dirigé vers le bas, il est arrêté prématurément par le sol. Cela réduit donc la traînée induite, et la poussée verticale en sortira plus grande. Lorsque le drone subit l'effet du sol, le chemin parcouru par les courants d'air limite la création de vortex (tourbillons d'air). Cela permet aux lames d'être plus efficaces et cela réduit les turbulences générales autour de l'appareil.

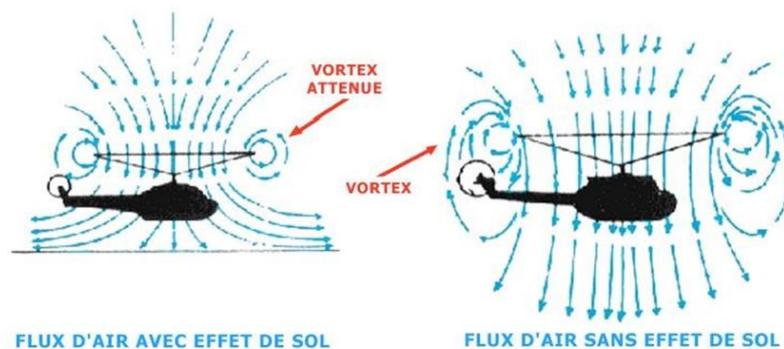


Figure II.2. L'effet de sol sur l'hélicoptère et la création du vortex.

La force du moyeu : C'est la résultante des forces horizontales agissant sur tous les éléments de la lame [2].

Les forces expliquées précédemment se résument ensemble pour trouver la force totale agissant sur le quadrirotor.

$$m \cdot \dot{v} = P + F_p + F_t + F_{perturbation} \quad (\text{II.6})$$

II.2.3. La dynamique de rotation

D'après la deuxième loi de la dynamique de Newton

$$\frac{d(J\Omega)}{dt} = \sum M_{ext} \quad (\text{II.7})$$

J : matrice d'inertie symétrique de dimension (3x3), elle est donnée par :

$$J = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \quad (\text{II.8})$$

Le Moment de la poussée : Le moment de poussée est une partie des moments externes agissant sur le système décrit par la poussée de l'hélice F_p et la distance l de Centre de Gravité du centre de l'hélice [19].

- **La rotation autour de l'axe x :** elle est due au moment créé par la différence entre les forces de poussée des rotors 2 et 4, la force F_2 multipliée par la distance l , génère un moment négatif autour de l'axe y, et de la même manière, la force F_4 génère un moment positif, ce moment est donné par la relation suivante [19] :

$$\begin{aligned} M_x &= -F_2 \cdot l + F_4 \cdot l \\ &= -b \cdot l \cdot \omega_2^2 + b \cdot l \cdot \omega_4^2 \\ &= b \cdot l \cdot (-\omega_2^2 + \omega_4^2) \end{aligned} \quad (\text{II.9})$$

- **La rotation autour de l'axe y :** elle est due au moment créé par la différence entre les forces de poussée des rotors 1 et 3, F_1 génère un moment positif autour de l'axe x, alors que F_3 génère un moment négatif.

Ce moment est donné par la relation suivante [19] :

$$\begin{aligned} M_y &= F_1 \cdot l - F_3 \cdot l \\ &= b \cdot l \cdot \omega_1^2 - b \cdot l \cdot \omega_3^2 \\ &= b \cdot l \cdot (\omega_1^2 - \omega_3^2) \end{aligned} \quad (\text{II.10})$$

Moments dus aux forces de traînée :

- **La rotation autour de l'axe z :** elle est due à un couple réactif provoqué par les couples de traînées dans chaque hélice, ce moment est donné par la relation suivante :

$$\begin{aligned}
M_z &= -M_1 + M_2 - M_3 + M_4 \\
&= -(d \cdot \omega_1^2) + (d \cdot \omega_2^2) - (d \cdot \omega_3^2) + (d \cdot \omega_4^2) \\
&= d \cdot (-\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 + \omega_4^2)
\end{aligned} \tag{II.11}$$

Avec : d est le coefficient de traînée

Moment résultant des frottements aérodynamiques : il est donné par :

$$M_a = K_r \cdot \Omega^2 \tag{II.12}$$

Avec : K_r est une matrice constante appelée coefficient de rotation aérodynamique, et Ω est la vitesse angulaire.

Le moment gyroscopique : L'effet gyroscopique se définit comme la difficulté de modifier la position ou l'orientation du plan de rotation d'une masse tournante. Il se crée dans les systèmes physiques en mouvement avec des parties rotatives. Lorsque la trajectoire du quadrirotor change, le rotor subit des rotations du fuselage.

Il y a deux moments gyroscopiques, le premier est le moment gyroscopique des hélices et l'autre le moment gyroscopique dû aux mouvements du quadrirotor [17].

➤ **Moment gyroscopique des hélices** : il est donné par la relation suivante :

$$M_{gh} = \sum_{i=1}^4 \Omega \wedge J_r \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (-1)^i \omega_i \end{bmatrix} \tag{II.13}$$

Avec J_r est l'inertie des rotors.

➤ **Moment gyroscopique dû aux mouvements de quadrirotor** : il est donné par la relation suivante :

$$M_{gm} = \Omega \wedge J \Omega \tag{II.14}$$

Avec J est l'inertie du système.

La matrice d'inertie du chaque rotor est supposée diagonale :

$$J_r = \begin{bmatrix} I_{rx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{ry} & 0 \\ 0 & 0 & I_{rz} \end{bmatrix} \tag{II.15}$$

L'équation générale du moment devient :

$$J \dot{\Omega} = -M_{gm} + M_x + M_y + M_z - M_{gh} - M_a \tag{II.16}$$

II.2.4. Développement du Modèle mathématique selon Newton-Euler

En utilisant la formulation de Newton-Euler, les équations sont écrites sous la forme suivante :

II.2.4.1. Equations de mouvement de translation

$$\begin{cases} \dot{r} = v \\ m\dot{v} = F_f + F_t + P \end{cases} \quad (\text{II.17})$$

Avec :

m : La masse totale du quadrirotor.

F_f : est la force de portance totale générée par les quatre rotors, elle est donnée par :

$$F_f = R \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & \sum_{i=1}^4 F_i \end{bmatrix}^T \quad (\text{II.18})$$

$$F_i = b\omega_i^2 \quad (\text{II.19})$$

F_t : La force de traînée selon les axes (x, y, z) , elle est donnée par :

$$F_t = \begin{bmatrix} -K_{tx} & 0 & 0 \\ 0 & -K_{ty} & 0 \\ 0 & 0 & -K_{tz} \end{bmatrix} \dot{r} \quad (\text{II.20})$$

K_{tx}, K_{ty}, K_{tz} : Les coefficients de traînée de translation,

P : Force de gravité, elle est donnée par :

$$P = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{bmatrix} \quad (\text{II.21})$$

On remplace par les équations (II.18), (II.20), (II.21), l'équation (II.17) devient :

$$m \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\phi c\psi s\theta + s\phi s\psi \\ c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi \\ c\phi c\theta \end{bmatrix} \sum_{i=1}^4 F_i - \begin{bmatrix} K_{tx}\dot{x} \\ K_{ty}\dot{y} \\ K_{tz}\dot{z} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} \quad (\text{II.22})$$

On obtient alors les équations différentielles qui définissent le mouvement de translation :

$$\begin{cases} m\ddot{x} = (c\phi c\psi s\theta + s\phi s\psi) \left(\sum_{i=1}^4 F_i \right) - K_{tx}\dot{x} \\ m\ddot{y} = (c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi) \left(\sum_{i=1}^4 F_i \right) - K_{ty}\dot{y} \\ m\ddot{z} = (c\phi c\theta) \left(\sum_{i=1}^4 F_i \right) - K_{tz}\dot{z} - mg \end{cases} \quad (\text{II.23})$$

II.2.4.2. Equations de mouvement de rotation

On a:

$$J\dot{\Omega} = -\Omega \wedge J\Omega + M_f - M_a - M_{gh} \quad (\text{II.24})$$

M_f : Moment provoqué par les forces de poussée et de traînée.

$$M_f = \begin{bmatrix} l(F_4 - F_2) \\ l(F_1 - F_3) \\ d(-\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 + \omega_4^2) \end{bmatrix} \quad (\text{II.25})$$

M_{gh} : Moment gyroscopique des hélices, il est donné par :

$$M_{gh} = \begin{bmatrix} J_r \Omega_r \dot{\theta} \\ -J_r \Omega_r \dot{\phi} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.26})$$

M_a : Moment résultant des frottements aérodynamiques, il est donné par :

$$M_a = \begin{bmatrix} K_{rx} \dot{\phi}^2 \\ K_{ry} \dot{\theta}^2 \\ K_{rz} \dot{\psi}^2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.27})$$

K_{rx}, K_{ry}, K_{rz} : Les coefficients des frottements aérodynamiques.

On remplace par les équations (II.8), (II.25), (II.26), (II.27), l'équation (II.24) devient :

$$\begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \wedge \left(\begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \right) - \begin{bmatrix} K_{rx} \dot{\phi}^2 \\ K_{ry} \dot{\theta}^2 \\ K_{rz} \dot{\psi}^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} J_r \Omega_r \dot{\theta} \\ -J_r \Omega_r \dot{\phi} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} lb(\omega_4^2 - \omega_2^2) \\ lb(\omega_1^2 - \omega_3^2) \\ d(-\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 + \omega_4^2) \end{bmatrix} \quad (\text{II.28})$$

Ceci conduit aux équations différentielles définissant le mouvement de rotation :

$$\begin{cases} I_x \ddot{\phi} = -\dot{\theta}\dot{\psi}(I_z - I_y) - K_{rx}\dot{\phi}^2 - J_r \Omega_r \dot{\theta} + lb(\omega_4^2 - \omega_2^2) \\ I_y \ddot{\theta} = \dot{\phi}\dot{\psi}(I_z - I_x) - K_{ry}\dot{\theta}^2 + J_r \Omega_r \dot{\phi} + lb(\omega_1^2 - \omega_3^2) \\ I_z \ddot{\psi} = \dot{\phi}\dot{\theta}(I_y - I_x) - K_{rz}\dot{\psi}^2 + d(-\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 + \omega_4^2) \end{cases} \quad (\text{II.29})$$

Avec :

$$\Omega_r = -\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 + \omega_4 \quad (\text{II.30})$$

Selon les équations qui définissent la translation et la rotation du système on peut décrire la dynamique du quadrirotor comme suit :

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = \dot{\theta}\dot{\psi} \frac{(I_y - I_z)}{I_x} - \frac{K_{rx}}{I_x} \dot{\phi}^2 - \frac{J_r}{I_x} \Omega_r \dot{\theta} + \frac{l}{I_x} u_2 \\ \ddot{\theta} = \dot{\phi}\dot{\psi} \frac{(I_z - I_x)}{I_y} - \frac{K_{ry}}{I_y} \dot{\theta}^2 + \frac{J_r}{I_y} \Omega_r \dot{\phi} + \frac{l}{I_y} u_3 \\ \ddot{\psi} = \dot{\phi}\dot{\theta} \frac{(I_y - I_x)}{I_z} - \frac{K_{rz}}{I_z} \dot{\psi}^2 + \frac{1}{I_z} u_4 \\ \ddot{x} = \frac{1}{m} u_x u_1 - \frac{K_{tx}}{m} \dot{x} \\ \ddot{y} = \frac{1}{m} u_y u_1 - \frac{K_{ty}}{m} \dot{y} \\ \ddot{z} = \frac{1}{m} u_z u_1 - \frac{K_{tz}}{m} \dot{z} - g \end{cases} \quad (\text{II.31})$$

Avec :

$$u_x = (c\phi c\psi s\theta + s\phi s\psi) \quad (\text{II.32})$$

$$u_y = (c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi) \quad (\text{II.33})$$

$$u_z = c\phi c\theta \quad (\text{II.34})$$

Le vecteur de commande U est constitué de quatre entrées définies comme suit [17] :

$$U = [u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad u_4] \quad (\text{II.35})$$

Où :

$$u_1 = b(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) \quad (\text{II.36})$$

$$u_2 = b(\omega_4^2 - \omega_2^2) \quad (\text{II.37})$$

$$u_3 = b(\omega_1^2 - \omega_3^2) \quad (\text{II.38})$$

$$u_4 = d(-\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 + \omega_4^2) \quad (\text{II.39})$$

Les équations (II.36), (II.37), (II.38), (II.39), peuvent être arrangées dans une forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b & b & b & b \\ 0 & -b & 0 & b \\ b & 0 & -b & 0 \\ -d & d & -d & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.40})$$

Si les vitesses du rotor nécessitent d'être calculées à partir des commandes d'entrées, une relation inverse peut être acquise en inversant la matrice de l'équation (II.40).

$$\begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4b} & 0 & \frac{1}{2b} & -\frac{1}{4d} \\ \frac{1}{4b} & -\frac{1}{2b} & 0 & \frac{1}{4d} \\ \frac{1}{4b} & 0 & -\frac{1}{2b} & \frac{1}{4d} \\ \frac{1}{4b} & \frac{1}{2b} & 0 & \frac{1}{4d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} \quad (\text{II.41})$$

Prenant la racine carrée, les vitesses du rotor peuvent être calculées comme suit :

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{4b} u_1 + \frac{1}{2b} u_3 - \frac{1}{4d} u_4} \quad (\text{II.42})$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{4b} u_1 - \frac{1}{2b} u_2 + \frac{1}{4d} u_4} \quad (\text{II.43})$$

$$\omega_3 = \sqrt{\frac{1}{4b} u_1 - \frac{1}{2b} u_3 - \frac{1}{4d} u_4} \quad (\text{II.44})$$

$$\omega_4 = \sqrt{\frac{1}{4b} u_1 + \frac{1}{2b} u_2 + \frac{1}{4d} u_4} \quad (\text{II.45})$$

II.2.5. La représentation d'état du système

Pour un système physique il existe une multitude de représentations d'état, dans notre cas on choisit le vecteur d'état comme suit :

$$X = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8 \ x_9 \ x_{10} \ x_{11} \ x_{12}]^T \quad (\text{II.46})$$

Qui est relié aux degrés de liberté du quadrirotor dans la manière suivante :

$$X = [\phi \quad \dot{\phi} \quad \theta \quad \dot{\theta} \quad \psi \quad \dot{\psi} \quad x \quad \dot{x} \quad y \quad \dot{y} \quad z \quad \dot{z}]^T \quad (\text{II.47})$$

On obtient la représentation d'état suivante :

$$f(X, U) = \dot{X} \quad (\text{II.48})$$

Avec :

$$f(X, U) = \begin{bmatrix} x_2 \\ a_1 x_4 x_6 - a_2 \Omega_r x_4 + b_1 u_2 - c_1 x_2^2 \\ x_4 \\ a_3 x_2 x_6 + a_4 \Omega_r x_2 + b_2 u_3 - c_2 x_4^2 \\ x_6 \\ a_5 x_2 x_4 + b_3 u_4 - c_3 x_6^2 \\ x_8 \\ \frac{1}{m} u_x u_1 - c_4 x_8 \\ x_{10} \\ \frac{1}{m} u_y u_1 - c_5 x_{10} \\ x_{12} \\ \frac{1}{m} u_z u_1 - c_6 x_{12} - g \end{bmatrix} \quad (\text{II.49})$$

Et :

$$a_1 = \frac{(I_z - I_y)}{I_x}; \quad a_2 = \frac{J_r}{I_x}; \quad a_3 = \frac{(I_z - I_x)}{I_y}; \quad a_4 = \frac{J_r}{I_y}; \quad a_5 = \frac{(I_y - I_x)}{I_z}$$

$$b_1 = \frac{l}{I_x}; \quad b_2 = \frac{l}{I_y}; \quad b_3 = \frac{1}{I_z}$$

$$c_1 = \frac{K_{rx}}{I_x}; \quad c_2 = \frac{K_{ry}}{I_y}; \quad c_3 = \frac{K_{rz}}{I_z}; \quad c_4 = \frac{K_{tx}}{m}; \quad c_5 = \frac{K_{ty}}{m}; \quad c_6 = \frac{K_{tz}}{m}$$

II.2.6. Dynamique des rotors

Les moteurs utilisés dans les quadrirotors sont des moteurs à courant continu sans balai (DC brushless) qui fournissent des couples élevés avec peu de frottement [19].

Un moteur DC est tout simplement un actionneur qui convertit l'énergie électrique en une énergie mécanique. Il est formé de deux circuits électromagnétiques interactifs, le premier (appelé le rotor) est libre de tourner autour du second qui est fixé à la place (appelé le stator). Dans le rotor, plusieurs groupes d'enroulement de cuivre sont connectés en série et sont accessibles de l'extérieur grâce à un dispositif appelé

collecteur. Dans le stator, deux ou plusieurs aimants permanents imposent un champ magnétique qui affecte le rotor.

En appliquant un flux de courant continu dans les enroulements, le rotor tourne en raison de la force générée par l'interaction électrique et magnétique. Le moteur à courant continu a un modèle bien connu qui lie la partie électrique à la partie mécanique. Ce modèle est composé d'une résistance R (Ω), d'une inductance L (h) et d'un générateur E (V) [19].

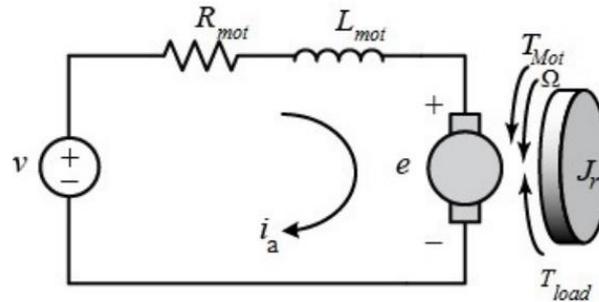


Figure II.3. Schéma électrique équivalent du moteur DC.

La dynamique d'un moteur à courant continu sans balai à l'état d'équilibre est le même comme un moteur DC conventionnel.

On suppose que les rotors ne sont pas adaptés avec un couplage mécanique rigide entre les moteurs et les hélices [19]. En utilisant la loi de Kirchhoff, l'équation suivante peut être dérivée

$$v = R_{mot}i_a + L_{mot} \frac{di_a}{dt} + K_{mot}\Omega \quad (II.50)$$

Où R_{mot} et L_{mot} sont la résistance et l'inductance du $n^{ième}$ moteur respectivement, i_a est le courant induit, v est la tension d'entrée et le terme $K_{mot}\Omega$ représente la force électromotrice générée e , avec K_{mot} est la constante du moment de torsion du moteur.

Puisque les quadrirotors sont constitués par des petits moteurs, donc leur inductance est négligeable, ce qui permet de réécrire l'équation (II.50) comme suit :

$$v = R_{mot}i_a + K_{mot}\Omega_n \quad (II.51)$$

D'où :

$$i_a = \frac{v - K_{mot}\Omega_n}{R_{mot}} \quad (II.52)$$

L'effet mécanique est formulé par l'équation suivante:

$$J_r \dot{\Omega}_n = T_{mot} - T_{load} \tag{II.53}$$

Où T_{mot} est le moment de torsion produit par le moteur, qui est égal à $K_e i_a$, avec K_e est la constante électrique du moteur et pour les petits moteurs il est approximativement égal à K_{mot} .

T_{load} est le moment de torsion de charge généré par le système d'hélice, qui est égal à $d. \Omega_n^2$

En remplaçant T_{mot} et T_{load} par ses expressions dans l'équation, on aura :

$$J_r \dot{\Omega}_n = K_{mot} i_a - d. \Omega_n^2 \tag{II.54}$$

$$J_r \dot{\Omega}_n = K_{mot} \frac{v - K_{mot} \Omega}{R_{mot}} - d. \Omega_n^2 \tag{II.55}$$

II.3. Simulation en boucle ouverte

Dans cette partie on va faire une simulation en boucle ouverte sur le quadrirotor, en injectant directement aux entrées du système les vitesses de rotation.

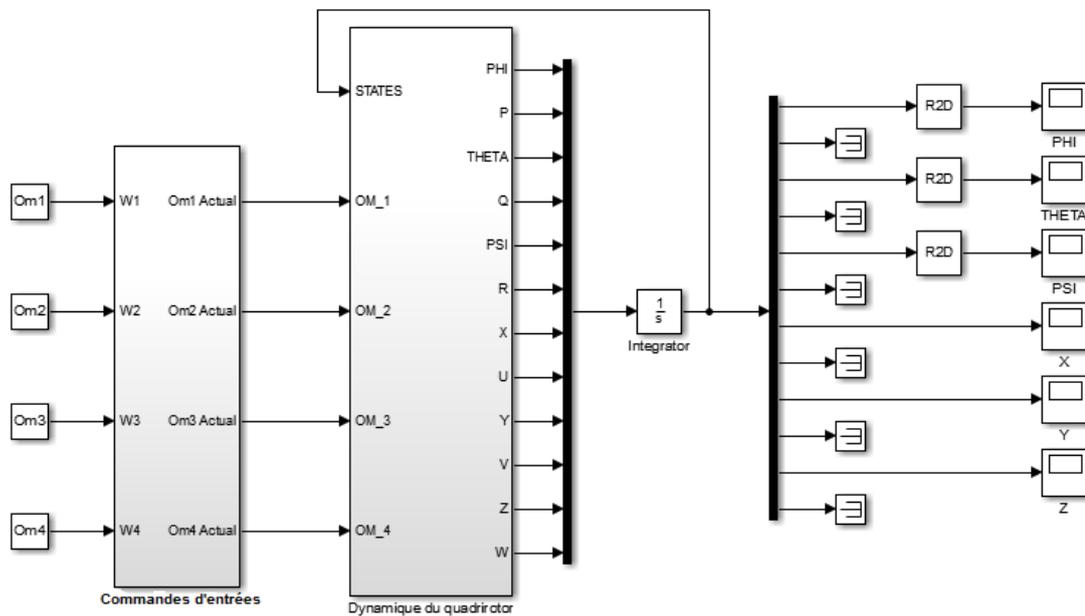


Figure II.4. Modèle Simulink en boucle ouverte.

Pour illustrer le comportement dynamique du système et l'effet des vitesses angulaires sur les mouvements du quadrirotor, on prend les quatre cas suivants :

1^{er} cas : pour $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \omega_4 = 225 \text{ (rad/sec)}$

2ème cas : pour $\omega_1 = \omega_3 = 325$ (rad/sec) et $\omega_2 = \omega_4 = 125$ (rad/sec)

3ème cas : pour $\omega_1 = 125$ (rad/sec), $\omega_3 = 325$ (rad/sec) et $\omega_2 = \omega_4 = 225$ (rad/sec)

4ème cas : pour $\omega_2 = 125$ (rad/sec), $\omega_4 = 325$ (rad/sec) et $\omega_1 = \omega_3 = 225$ (rad/sec)

Les figures (II.5), (II.6), (II.7) et (II.8), représentent les sorties du système pour ces quatre cas.

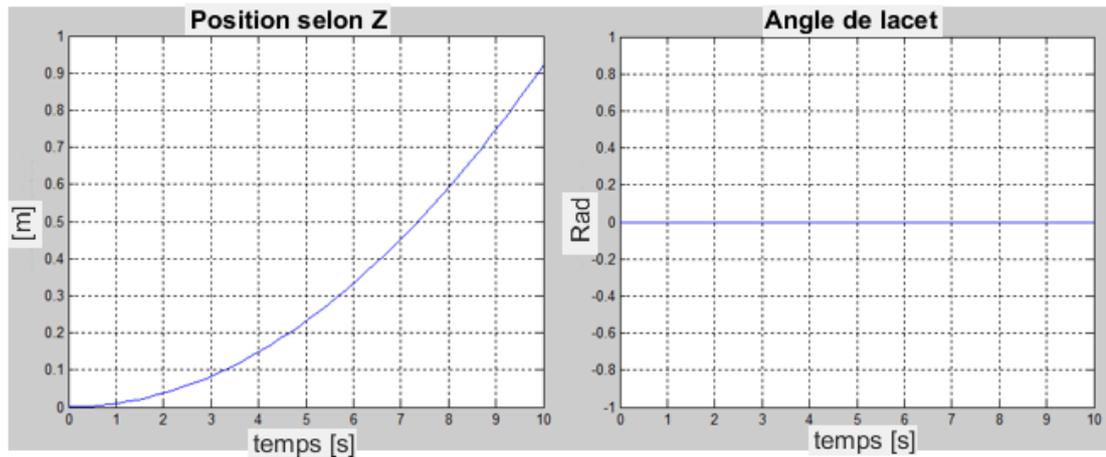


Figure II.5. 1^{er} Cas (mouvement vertical selon z).

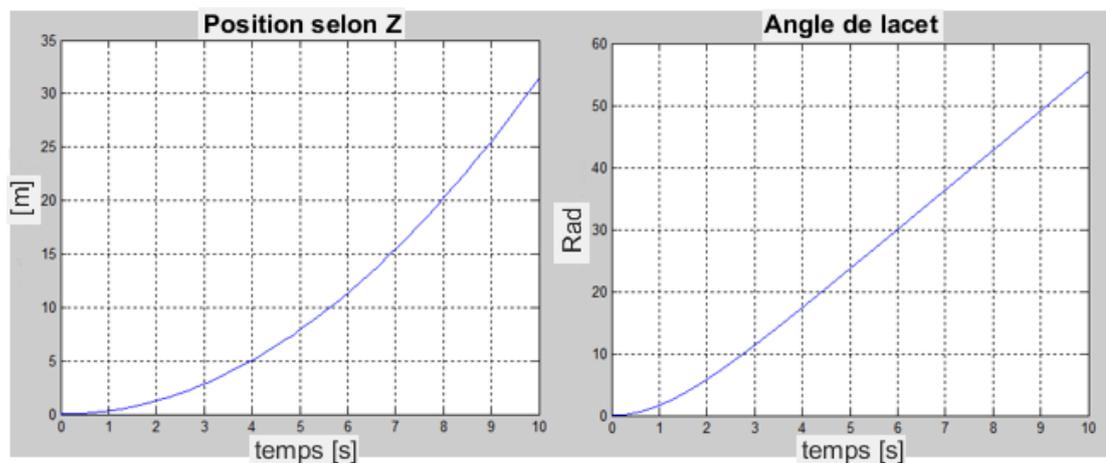


Figure II.6. 2ème Cas (mouvement de lacet).

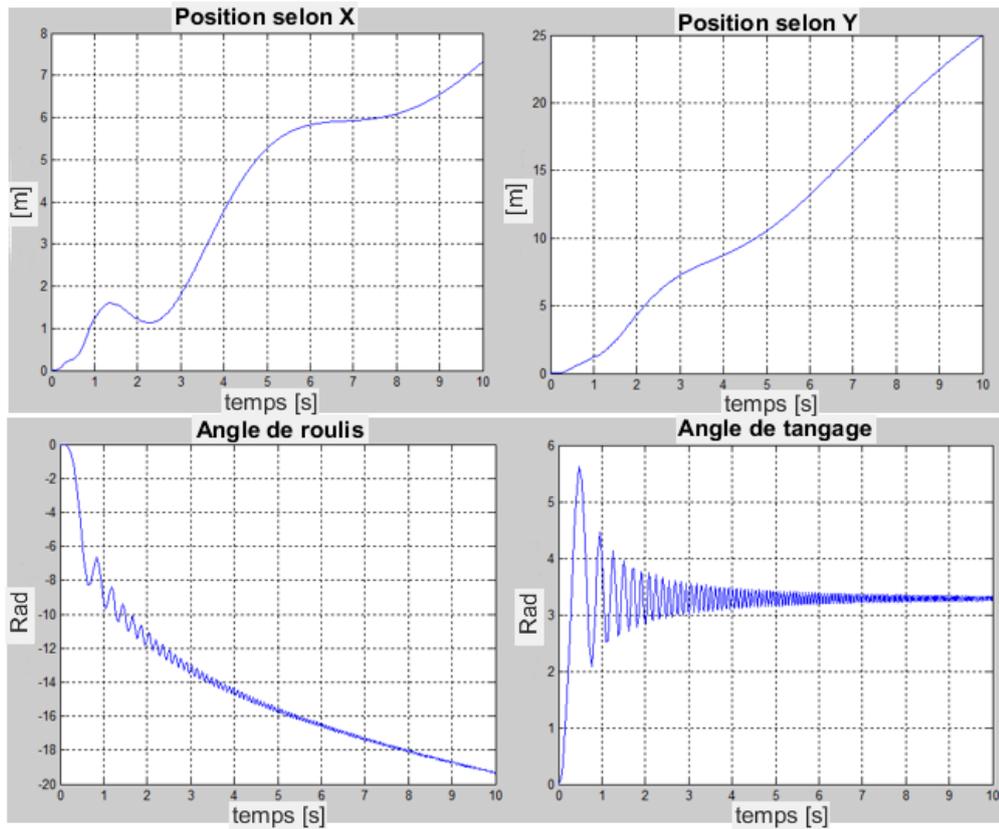


Figure II.7. 3^{ème} Cas (mouvement de tangage).

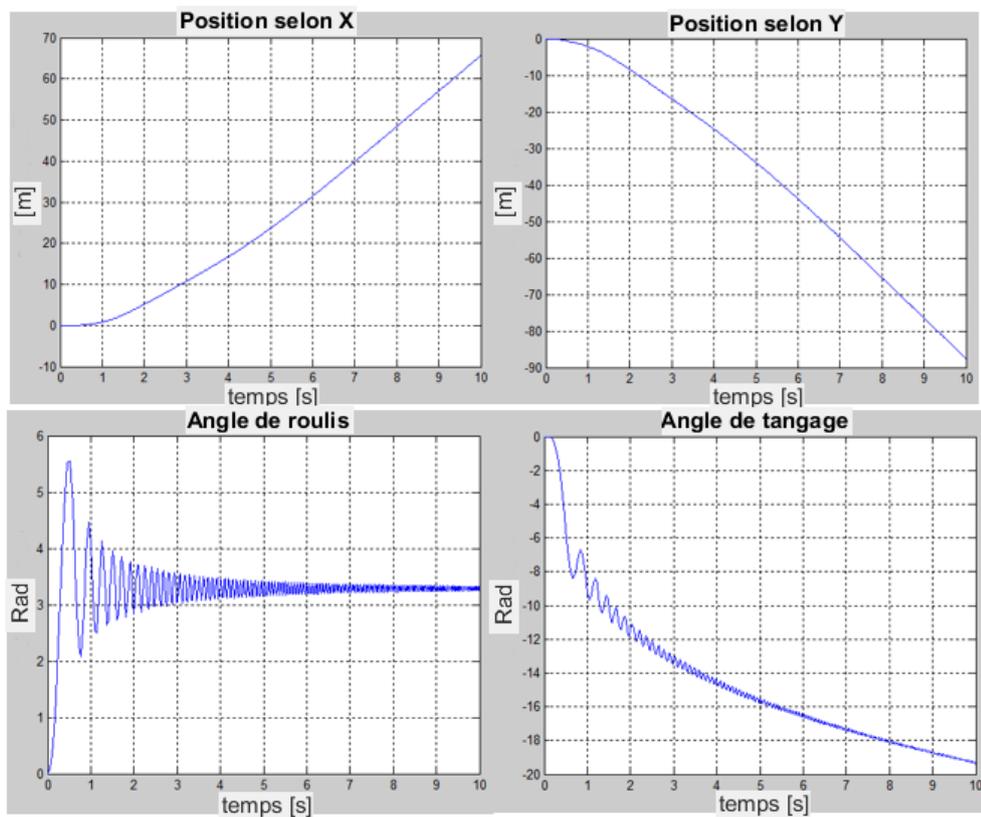


Figure II.8. 4^{ème} Cas (mouvement de roulis).

II.3.1. Commentaires sur les résultats

Il est supposé que les seules forces agissantes sur le quadrirotor sont les quatre forces ascendantes de poussée et l'accélération gravitationnelle, l'équation (II.40) est utilisée pour calculer les valeurs des commandes d'entrée pour des différentes valeurs des vitesses angulaires.

Pour le premier cas :

On remarque que le quadrirotor fait une translation verticale due à la force de portance créée par la commande u_1 figure (II.5). Les translations suivant l'axe x et y sont nulles car les rotations autour de ces deux axes sont nulles.

Donc la translation selon l'axe z est provoquée par l'action u_1 .

Pour le deuxième cas :

Selon la figure (II.6), on peut remarquer que le quadrirotor fait une rotation autour de l'axe z (lacet), ce mouvement est provoqué par la variation des vitesses de rotation des rotors avant et arrière par rapport aux rotors latéraux.

Alors la rotation autour de l'axe z est due à l'action u_4 .

Pour le troisième cas :

D'après la figure (II.7), on remarque que le quadrirotor fait une rotation autour de l'axe y (tangage), cette rotation provoque une translation selon x . il existe aussi un mouvement de rotation autour de l'axe x et une translation verticale.

Donc la translation selon l'axe x est due à la rotation autour de l'axe y qui est provoquée par l'action u_3 .

Pour le quatrième cas :

D'après la figure (II.8), le quadrirotor effectue une rotation autour de l'axe x (roulis), ce mouvement donne une translation selon l'axe y . il existe aussi un mouvement de rotation autour de l'axe y et une translation verticale.

Donc la translation selon l'axe y est due à la rotation autour de l'axe x qui est provoquée par l'action u_2 .

II.4. Conclusion

Dans ce chapitre, on a décrit les mouvements de base du quadrirotor, puis on a donné un modèle dynamique de notre système par le formalisme de Newton-Euler. Le modèle comprend presque tous les phénomènes physiques agissant sur le quadrirotor. Ce dernier modèle montre la nature couplée, complexe, non linéaire, multi-variable et sous-actionnée du quadrirotor, ce qui rend son contrôle relativement difficile.

Les simulations faites en boucle ouverte montrent bien que le système est instable en boucle ouverte, d'où la nécessité d'un régulateur performant en boucle fermée.

Dans le chapitre suivant, nous présenterons une structure des commandes de stabilisation basées sur une loi linéaire (PID classique) ainsi que des commandes non linéaires (PID avec séquençement de gains, mode glissant et backstepping) et voir la réponse de système.

CHAPITRE III
COMMANDES
LINÉAIRES ET
NON-LINÉAIRES

III.1. Introduction

La théorie de la commande est une branche de la théorie des systèmes dynamiques, son premier objectif est de manipuler les variables d'entrée $u(t)$ d'un système donnée afin d'asservir ses variables de sortie $y(t)$ à une trajectoire de référence $y_r(t)$.

L'objectif principal de ce chapitre est l'utilisation des lois de commande stabilisantes en termes de translation et de rotation. La difficulté de contrôle du quadrirotor est due principalement à sa dynamique complexe, non linéaire, multi variable et sous-actionnée.

III.2. Les stratégies de contrôle

Différents stratégies de contrôle appliquées sur le modèle d'un quadrirotor, sont rencontrées dans les différents projets [11] [14]. En ce qui concerne notre travail nous avons adopté une stratégie de commande basée principalement sur la décomposition du système d'origine en deux sous-systèmes. Le schéma ci-dessous présente la stratégie de commande adoptée :

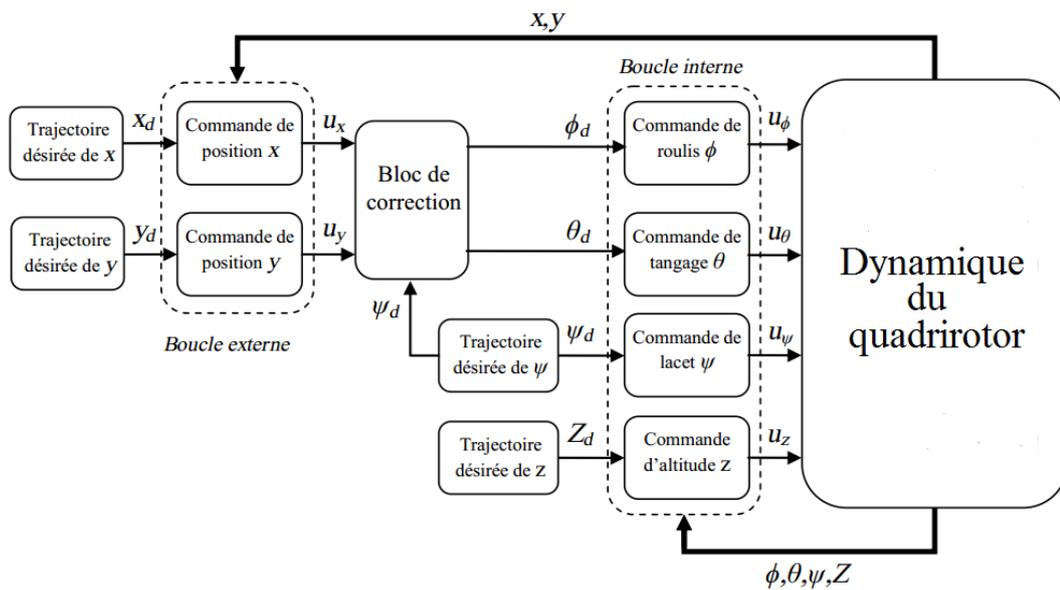


Figure III.1. Illustration de la structure de commande du quadrirotor.

Au contraire de l'altitude et l'attitude du quadrirotor, la position selon x et y n'est pas découplée et ne peut pas être contrôlée directement en utilisant un des quatre lois de contrôle U , cependant, en effet elle est contrôlée à partir des angles de roulis et tangage [20]. Les angles désirés ϕ_d et θ_d peuvent être calculés à partir des équations de translation, comme suit :

$$\ddot{x} = \frac{u_1}{m} (\cos \phi_d \cos \psi \sin \theta_d + \sin \phi_d \sin \psi) \quad (\text{III.1})$$

$$\ddot{y} = \frac{u_1}{m} (\cos \phi_d \sin \theta_d \sin \psi - \sin \phi_d \cos \psi) \quad (\text{III.2})$$

Puisque le quadrirotor fonctionne autour d'un point d'équilibre, avec des faibles valeurs des angles de roulis et tangage, donc nous pouvons utiliser la supposition ($\sin \phi_d \equiv \phi_d$, $\sin \theta_d \equiv \theta_d$ et $\cos \phi_d \equiv 1$, $\cos \theta_d \equiv 1$) pour simplifier les équations précédente,

$$\ddot{x} = \frac{u_1}{m} (\cos \psi \theta_d + \phi_d \sin \psi) \quad (\text{III.3})$$

$$\ddot{y} = \frac{u_1}{m} (\theta_d \sin \psi - \phi_d \cos \psi) \quad (\text{III.4})$$

Les équations (III.3), (III.4) peuvent être écrites sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \sin \psi & \cos \psi \\ -\cos \psi & \sin \psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_d \\ \theta_d \end{bmatrix} = \frac{m}{u_1} \begin{bmatrix} \ddot{x}_d \\ \ddot{y}_d \end{bmatrix} \quad (\text{III.5})$$

En inversant :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \phi_d \\ \theta_d \end{bmatrix} &= \frac{m}{u_1} \begin{bmatrix} \sin \psi & \cos \psi \\ -\cos \psi & \sin \psi \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \ddot{x}_d \\ \ddot{y}_d \end{bmatrix} \\ &= \frac{m}{u_1} \begin{bmatrix} \sin \psi & -\cos \psi \\ \cos \psi & \sin \psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_d \\ \ddot{y}_d \end{bmatrix} \\ &= \frac{m}{u_1} \begin{bmatrix} \ddot{x}_d \sin \psi - \ddot{y}_d \cos \psi \\ \ddot{x}_d \cos \psi + \ddot{y}_d \sin \psi \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{III.6})$$

Les ϕ_d et θ_d calculées doivent être limitées entre -20° et 20° afin que la supposition utilisée pour la dérivé soit satisfaite, grâce à la fonction saturation dans la simulation.

III.3. Commandes linéaires

Les commandes linéaires se basent sur un modèle linéarisé autour du vol quasi stationnaire qui nécessite les simplifications suivantes :

- Les effets aérodynamiques sont négligés.
- Toutes les perturbations sont nulles.
- L'annulation du couplage entre la dynamique de rotation et celle de translation.
- La variation des angles d'Euler et les vitesses angulaires sont confondus.

Parmi ces techniques, nous pouvons citer la commande classique par régulation PID [20] [21], la commande LQR [2], la commande « dynamique feedback », ...etc.

III.3.1. Commande par régulation PID

La commande par régulation PID est la structure de commande la plus utilisée dans l'industrie. Elle s'est imposée dans plus de 90 % des architectures de commande, dont la plupart ne sont constituées que des actions proportionnelle et intégrale [18].

La prévalence de cette approche vient, au-delà de sa simplicité, des performances qu'elle offre aux systèmes pilotés en boucle fermée, quel que soit leur domaine. Ceci est dû à ses caractéristiques particulières telles que :

- Structure simple.
- Bonnes performances pour plusieurs processus.
- Réglable même sans un modèle spécifique du système contrôlé.

En robotique, la technique PID représente les bases du contrôle. Même si un grand nombre de différents algorithmes peuvent fournir de meilleures performances que PID, cette dernière structure est souvent choisie pour les raisons exprimées ci-dessus. Le principe de PID repose sur le fait de délivrer un signal de commande $e(t)$ à partir de la différence entre la consigne $r(t)$ et la mesure $y(t)$, d'où :

$$e(t) = r(t) - y(t) \tag{III.7}$$

Afin de minimiser $e(t)$ trois contribution sont additionnées à la sortie du contrôleur. La Figure (III.4) présente la structure principale du PID [33] :

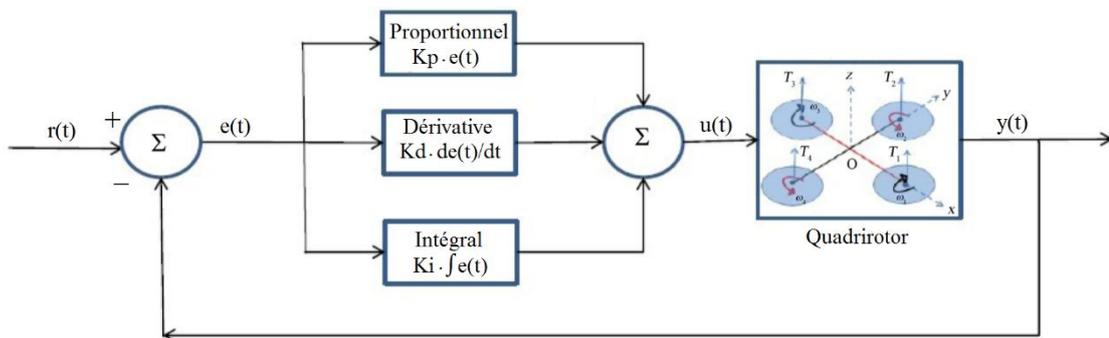


Figure III.2. Diagramme block d'un régulateur PID.

La sortie $u(t)$ du PID peut être donc calculée comme suit [25] :

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt} \tag{III.8}$$

Où :

K_p : est le coefficient proportionnel.

K_i : est le coefficient intégral

K_d : est le coefficient dérivé.

Dans la première contribution (P) l'erreur est virtuellement amplifiée d'un certain gain constant qu'il conviendra de déterminer en fonction du système.

$$P = K_p e(t) \quad (\text{III.9})$$

L'idée étant d'augmenter l'effet de l'erreur $e(t)$ sur le système afin qu'il réagisse plus rapidement aux changements de consignes. Plus la valeur de K_p est grande plus la réponse l'est aussi. En revanche, la stabilité du système s'en trouve détériorée et dans le cas d'un K_p démesuré, le système peut même diverger [21].

La contribution de I varie en fonction de l'intégrale de l'erreur.

$$I = K_i \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (\text{III.10})$$

Même si cette composante augmente le dépassement et le temps de stabilisation, elle a une propriété unique : elle élimine l'erreur d'état stationnaire.

La contribution de D varie en fonction de la dérivée de l'erreur [21].

$$D = K_d \frac{d}{dt} e(t) \quad (\text{III.11})$$

Ceci aide à diminuer la composante de la remise des gaz et le temps de stabilisation.

Dans le domaine de Laplace, la structure traditionnelle PID peut être réécrite conformément à l'équation III.14 [21].

$$U(s) = \left(K_p + \frac{K_i}{s} + s K_d \right) e(s) \quad (\text{III.12})$$

Après une certaine fréquence, la contribution dérivative doit être atténuée pour filtrer le bruit hors bande. Pour cette raison, dans le dérivateur un véritable pôle est ajouté comme indiqué dans l'équation III.15 [21].

$$u(s) = \left(K_p + \frac{K_i}{s} + \frac{s K_d}{1 + s K_D / (k K_p)} \right) e(s) \quad (\text{III.13})$$

III.3.1.1. Synthèse de la commande par régulation PID

La commande u_1 responsable sur le contrôle d'altitude du quadrirotor est donnée comme suit :

$$u_1 = k_p(z - z_d) + k_d(\dot{z} - \dot{z}_d) + k_i \int (z - z_d) dt \quad (\text{III.14})$$

De la même manière, les commandes de roulis, tangage et lacet sont données respectivement par les relations suivantes:

$$u_2 = k_p(\phi - \phi_d) + k_d(\dot{\phi} - \dot{\phi}_d) + k_i \int (\phi - \phi_d) dt \quad (\text{III.15})$$

$$u_3 = k_p(\theta - \theta_d) + k_d(\dot{\theta} - \dot{\theta}_d) + k_i \int (\theta - \theta_d) dt \quad (\text{III.16})$$

$$u_4 = k_p(\psi - \psi_d) + k_d(\dot{\psi} - \dot{\psi}_d) + k_i \int (\psi - \psi_d) dt \quad (\text{III.17})$$

Après l'obtention des régulateurs stables pour l'attitude et l'altitude du quadrirotor, nous pouvons développer un régulateur de position complet. Les accélérations désirées \ddot{x}_d et \ddot{y}_d peuvent être calculées comme suit :

$$\ddot{x}_d = k_p(x - x_d) + k_d(\dot{x} - \dot{x}_d) + k_i \int (x - x_d) dt \quad (\text{III.18})$$

$$\ddot{y}_d = k_p(y - y_d) + k_d(\dot{y} - \dot{y}_d) + k_i \int (y - y_d) dt \quad (\text{III.19})$$

Enfin, les valeurs des angles ϕ_d et θ_d peuvent être déterminées en injectant les valeurs désirées des accélérations \ddot{x}_d et \ddot{y}_d dans l'équation (III.6).

III.3.1.2. Résultats de simulation

Les performances de la commande par régulation PID sont maintenant évaluées en simulation sur le modèle dynamique du quadrirotor donné par l'équation (II.31). L'évaluation est réalisée sur la capacité de la commande à garantir la bonne exécution d'une manœuvre désirée.

Les valeurs des gains des différents régulateurs PID sont données dans le Tableau suivant.

	Valeur désirée	k_p	k_i	k_d
Altitude (z)	1 m	5.4	0	4.2
Roulis (ϕ)	–	8.5	0	1
Tangage (θ)	–	8.5	0	1
Cap (ψ)	5°	3.9	0	0.7
Position (x)	3 m	15	0	16.5
Position (y)	3 m	15	0	16.1

Tableau III.1. Gains PID de la commande.

Les valeurs initiales des angles de roulis, de tangage et de lacet sont prises égales à 0°.

Les résultats obtenus pour la stabilisation d'attitude et de guidage du quadrirotor par la commande PID sont donnés sur les figures suivantes.

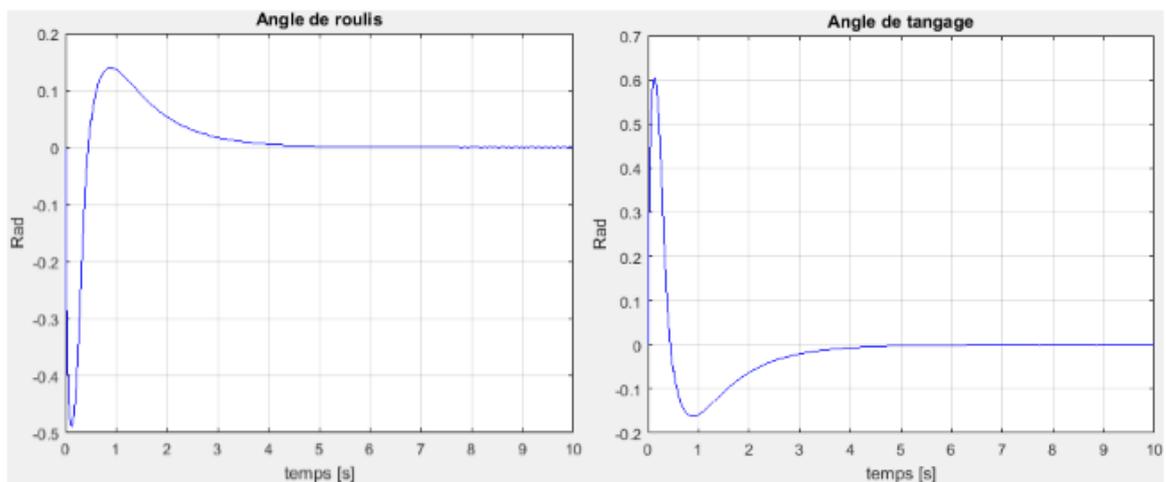


Figure III.3. Réponse en attitude (ϕ et θ).

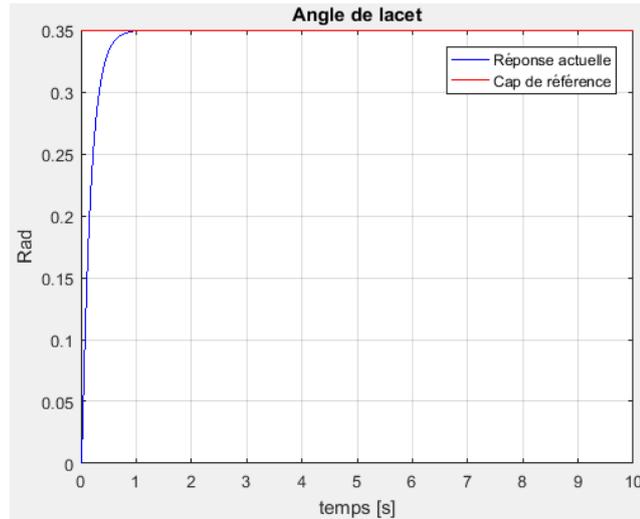


Figure III.4. Réponse en cap.

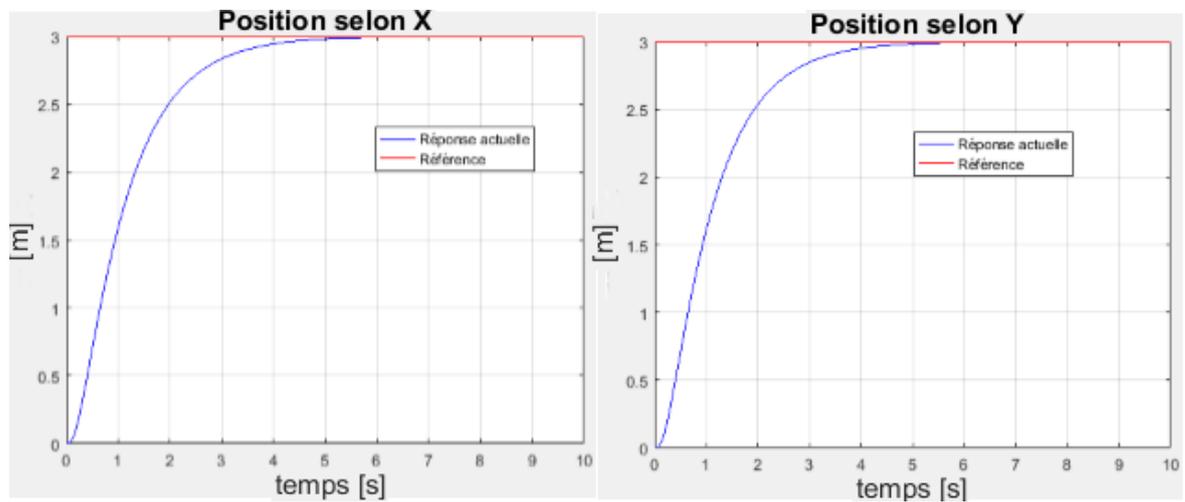


Figure III.5. Réponse en position (x et y).

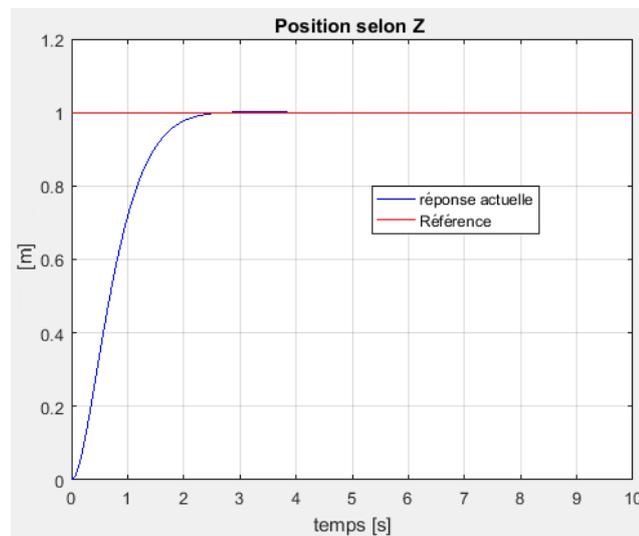


Figure III.6. Réponse en altitude.

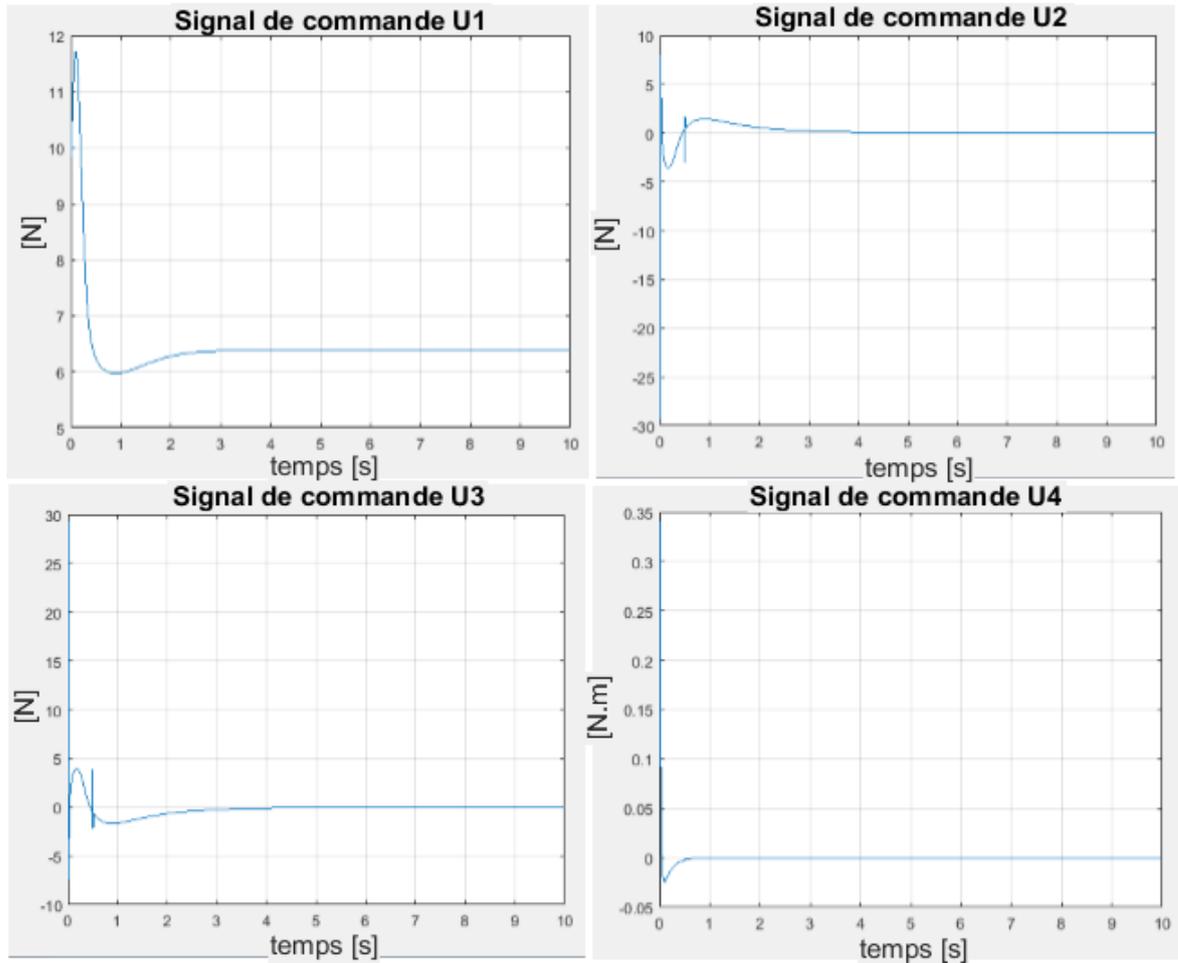


Figure III.7. Evolution des commandes u_1, u_2, u_3, u_4 .

Sur la base de ces résultats, on remarque que le régulateur PID arrive à stabiliser le quadricoptère en termes d'attitude et de suivi de la trajectoire, de plus, pour qu'il puisse effectuer une translation suivant les axes x et y , un mouvement de roulis et de tangage est exigé pour atteindre la direction désirée. Les réponses obtenues présentent une amélioration remarquable dans le temps de réponse (4 secondes).

La figure (III.7) montre l'évolution acceptable des lois de commande en termes de consommation d'énergie avec un temps de réponse très rapide (2 secondes).

III.4. Commandes non linéaires

Avec la complexité des nouvelles installations industrielles, les correcteurs classiques deviennent impuissants et donnent souvent des résultats moins performants. Pour surmonter ce problème, la tendance des recherches actuelle est vers les commandes non linéaires robustes qui donnent des résultats acceptables dans de larges domaines de fonctionnement [17]. Parmi ces techniques, on trouve le PID par séquençage de gains

[19], la commande par mode glissant [12], l'approche backstepping [2], la méthode MRAC,...etc.

III.4.1. PID avec séquençement de gains (gain scheduling)

Afin de surmonter les imperfections du régulateur linéaire PID, plusieurs régulateurs PID sont proposés pour couvrir toute la plage de fonctionnement d'un processus ou un système non linéaire. Ceci est connu comme régulateur PID par séquençement de gains [26].

Le séquençement de gains est une amélioration de PID qui facilite le contrôle d'un processus avec des gains qui varient en fonction de la valeur courante de la variable de processus. Un planificateur de gain (gain scheduler) fonctionne dans le microprocesseur du contrôleur et surveille la variable de processus pour déterminer quand le processus est entré dans une nouvelle plage de fonctionnement. Il met ensuite à jour le contrôleur avec un ensemble prédéterminé de paramètres de réglage conçus pour optimiser les performances en boucle fermée dans cette gamme.

Le principe de fonctionnement de GS-PID est représenté sur la figure (III.8) :

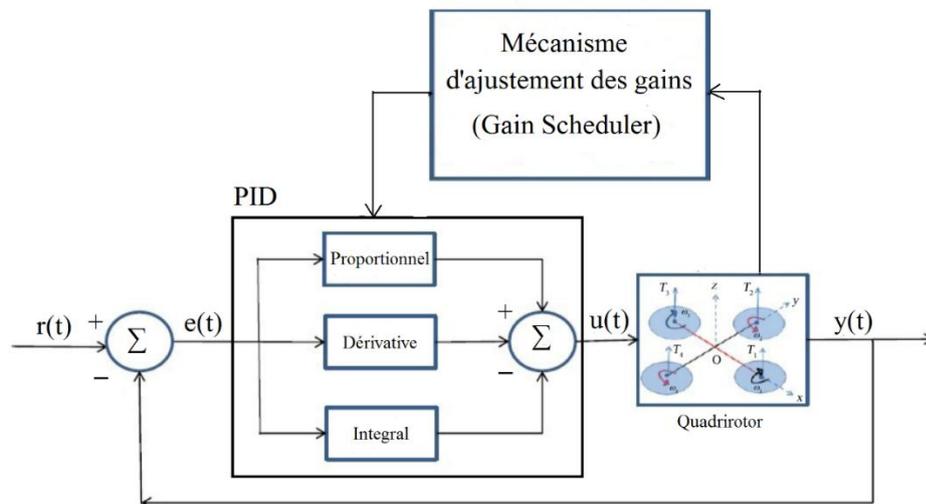


Figure III.8. Diagramme block du PID Gain Scheduling.

Dans ce travail, une série des régulateurs PID sera proposé, chaque régulateur possède ses propres gains capables à stabiliser le système du quadrirotor dans un domaine de vol.

III.4.1.1. Résultats de la simulation

Pour la commande PID Gain scheduling nous effectuons la simulation par les mêmes conditions initiales appliquées sur le modèle précédent pour une trajectoire variante de 1 m jusqu'à 10 m et un cap de 0.035 rad jusqu'à 0.35 rad.

Les résultats de simulation obtenus pour les dix phases de vol sont donnés sur les figures suivantes.

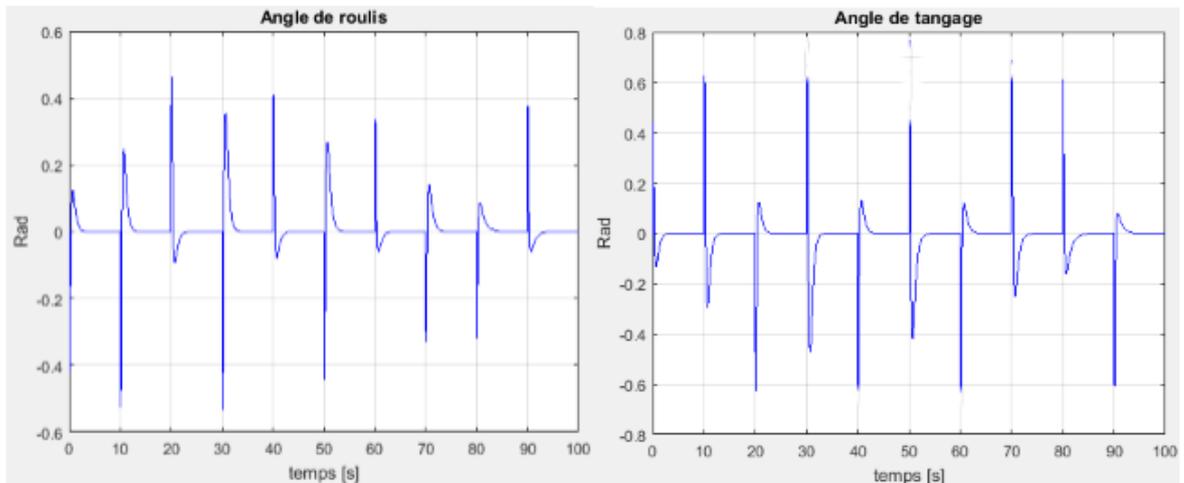


Figure III.9. Réponse en attitude (ϕ et θ).

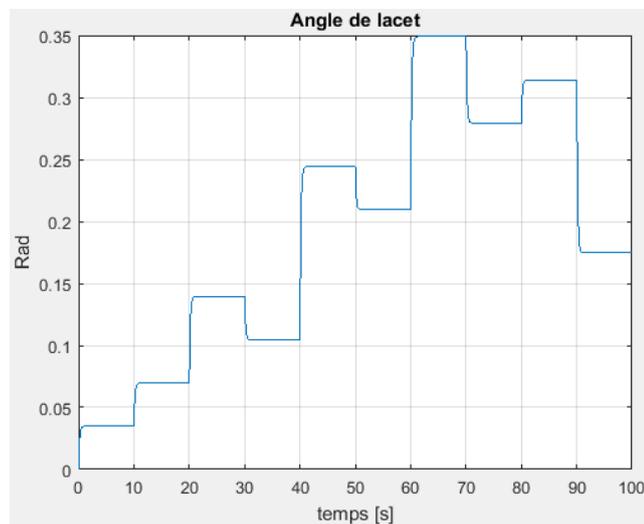


Figure III.10. Réponse en cap.

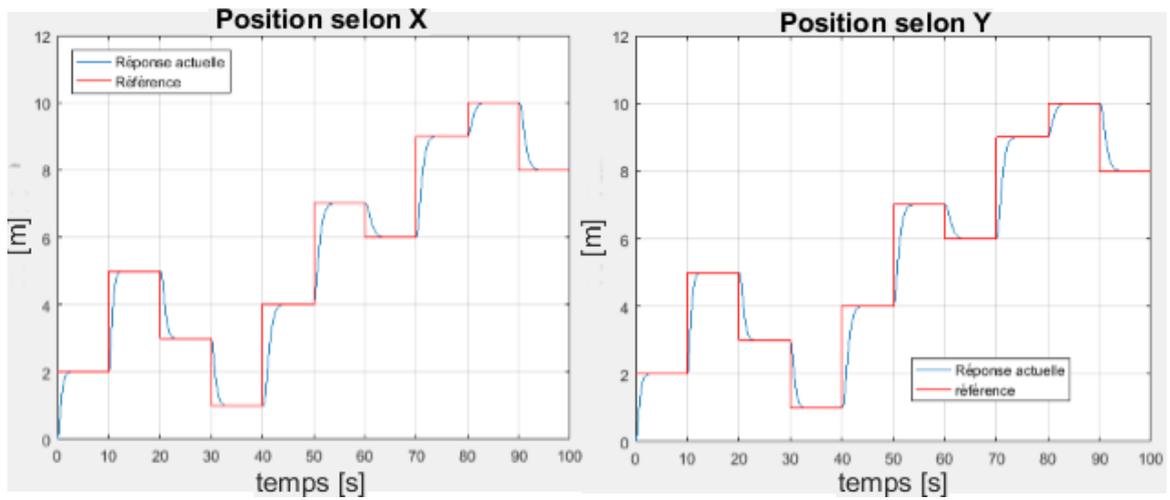


Figure III.11. Réponse en position (x et y).

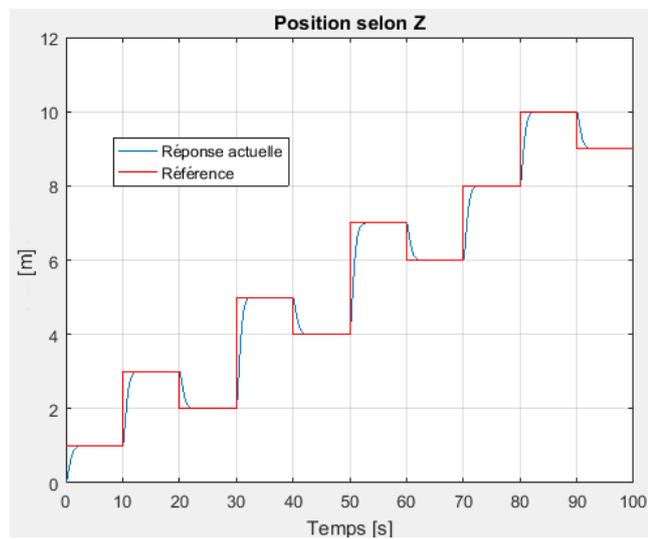


Figure III.12. Réponse en altitude.

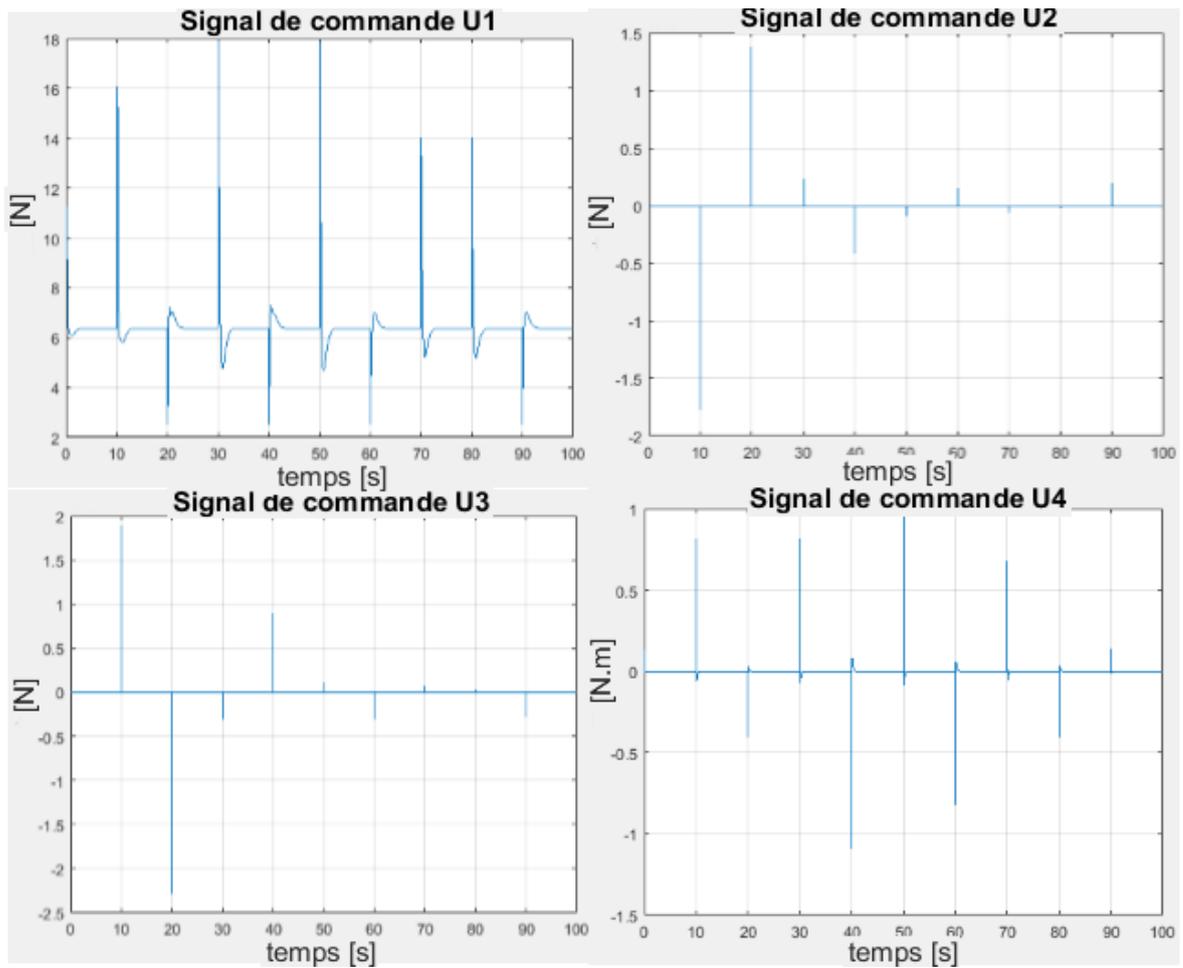


Figure III.13. Evolution des commandes u_1, u_2, u_3, u_4 .

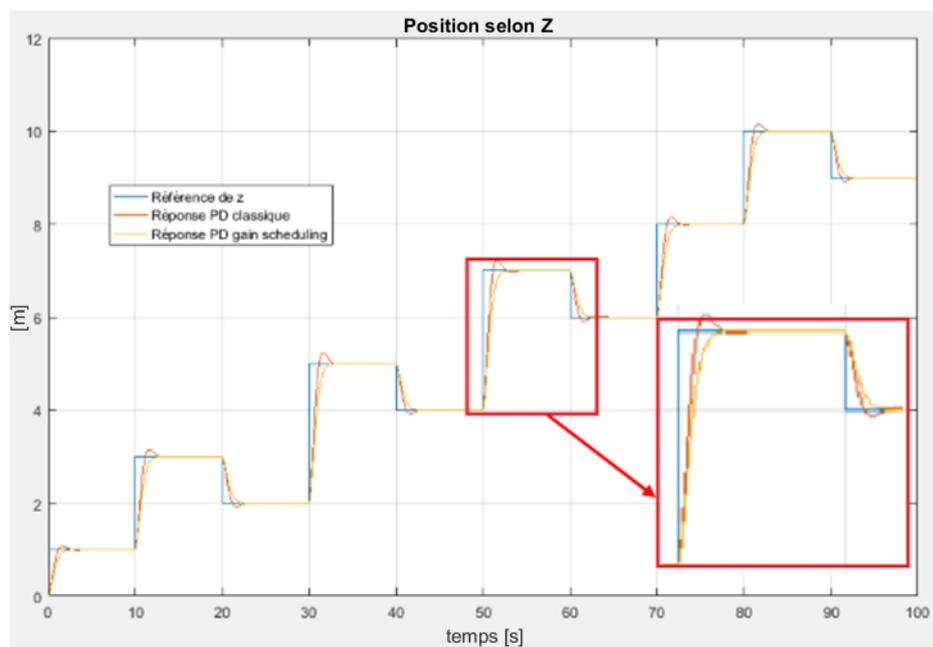


Figure III.14. Comparaison entre le régulateur PID et le GS-PID.

Les figures (III.11) et (III.12) présentent la réalisation de mouvements de guidage suivant les axes z, x et y, on remarque que la commande GS-PID arrive à assurer la poursuite et la stabilité du quadrirotor sur la trajectoire désirée avec une légère dépassement de consigne. De plus, chaque fois que le quadrirotor réalise une translation suivant les axes x et y, il doit effectuer un mouvement intermédiaire de roulis et de tangage.

En se référant à la figure (III.14), on remarque que les résultats obtenus sont améliorés en termes de performance et suivi d'une trajectoire variante par rapport à la commande classique par régulation PID.

De même, la figure (III.13) montre l'évolution de la commande et on constate la présence des pics transitoires dus à la transition de cette dernière. Ce phénomène peut causer des problèmes de stabilité et notamment lorsque le quadrirotor altère d'une phase à une autre.

III.4.2. La commande par mode de glissement

La théorie des systèmes à structure variable (SSV) et les modes glissants associés a fait l'objet d'études détaillées au cours des trente dernières années [27], aussi bien par les chercheurs soviétiques, que par les chercheurs des autres pays. La discussion qui a eu lieu en 1960 entre Neimark et Philipov a été concluante dans la mesure où un nouveau problème sur la théorie des modes glissants a été posé.

III.4.2.1. Principe de la commande par mode de glissement

L'idée de base de la commande par régime glissant est premièrement d'attirer les états du système dans une région convenablement sélectionnée, puis de concevoir une loi de commande qui maintiendra toujours le système dans cette région. En résumé, une commande par régime glissant est divisée en deux parties [11] [28] :

$$u = u_{eq} + u_{gliss} \quad (III.20)$$

u_{eq} : La commande équivalente ou nominale est déterminée par le modèle du système. Cette partie est conçue avec la méthode de la commande équivalente, dont le principe est basé sur la détermination du comportement du système lorsqu'il est sur la surface de glissement s.

u_{gliss} : Le glissement est utile pour compenser les incertitudes du modèle. Il est constitué de la fonction signe « *sign* » de la surface de glissement s, multipliée par une constante K_{gliss} . La surface de glissement est définie dans l'espace d'état des erreurs afin de garantir la convergence des états.

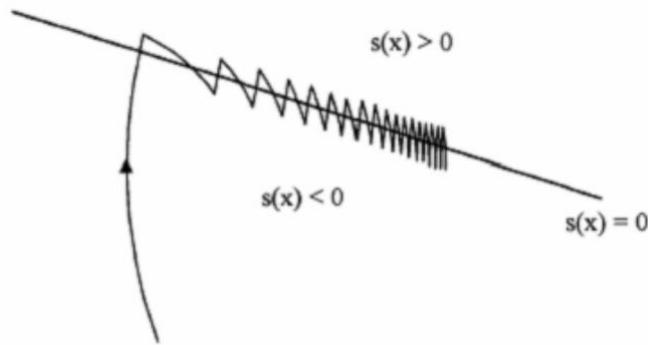


Figure III.15. Mode de glissement.

III.4.2.2. Notions de base de la commande mode de glissement

Soit le système donné par :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (\text{III.21})$$

Où $x = (x_1, \dots, x_n)^T \in X$ une variété différentiable, u représente la commande du système, f et g sont des champs de vecteur, définis sur X .

➤ **Surface de glissement :**

Pour des raisons de stabilisation et de définition d'une dynamique désirée du système dans le mode de glissement, la surface de glissement $s(x)$ peut être choisie en générale comme étant un hyperplan passant par l'origine de l'espace.

La surface (s) est donnée par :

$$s_i = \left[\frac{d}{dt} + \lambda_i \right]^{r-1} e_i \quad (\text{III.22})$$

Avec :

$$e_i = x_i - x_{id} \quad (\text{III.23})$$

λ_i : Paramètre de la surface de glissement.

x_i : État du système.

x_{id} : État désiré.

r : Degré relatif.

➤ **Régime glissant idéal :**

Ce régime correspond à une oscillation de fréquence infinie et d'amplitude nulle, d'où le point représentatif du mouvement du système glisse parfaitement sur l'hyperplan de commutation ($s(x) = 0$).

➤ **Régime glissant réel :**

La trajectoire d'état dans ce régime reste autour de l'hyperplan de glissement ($s(x) = 0$) jusqu'à au point d'équilibre.

➤ **Condition d'existence et d'unicité du régime glissant:**

Un régime glissant existe sur une surface de glissement si et seulement si, dans un voisinage de la surface de glissement toutes les trajectoires du système sont dirigées vers elle. En d'autres termes :

$$\lim_{s \rightarrow 0^-} \dot{s}(x) > 0 \text{ et } \lim_{s \rightarrow 0^+} \dot{s}(x) < 0 \quad (\text{III.24})$$

III.4.2.3. Méthode de la commande équivalente (méthode d'Utkin)

La méthode de la commande équivalente est un moyen pour déterminer le mouvement sur la surface de glissement.

Soit le système donné par :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (\text{III.25})$$

En régime de glissement : $s(x) = 0$ et

$$\dot{s} = \frac{ds}{dt} = \left(\frac{\partial s}{\partial x} \right)^T \frac{dx}{dt} + \frac{\partial s}{\partial t} = \left(\frac{\partial s}{\partial x} \right)^T (f(x) + g(x)u_{eq}) + \frac{\partial s}{\partial t} = 0 \quad (\text{III.26})$$

Où u_{eq} est la commande équivalente. Elle est donc définie par l'équation suivante :

$$u_{eq} = - \left(\left(\frac{\partial s}{\partial x} \right)^T g(x) \right)^{-1} \left(\left(\frac{\partial s}{\partial x} \right)^T f(x) + \frac{\partial s}{\partial t} \right) \quad (\text{III.27})$$

Avec la condition :

$$\left(\left(\frac{\partial s}{\partial x} \right)^T g(x) \right) \neq 0 \quad (\text{III.28})$$

En remplaçant l'expression de u_{eq} dans (III.13), on obtient la trajectoire d'état en mode de glissement.

$$\frac{dx}{dt} = f(x) - g(x) \left(\left(\left(\frac{\partial s}{\partial x} \right)^T g(x) \right)^{-1} \left(\left(\frac{\partial s}{\partial x} \right)^T f(x) + \frac{\partial s}{\partial x} \right) \right) \quad (\text{III.29})$$

La commande équivalente peut être interprétée comme la valeur moyenne que prend la grandeur de commande discontinue lors de la commutation rapide entre u_{max} et u_{min} et comme il est représenté sur la figure (III.16)

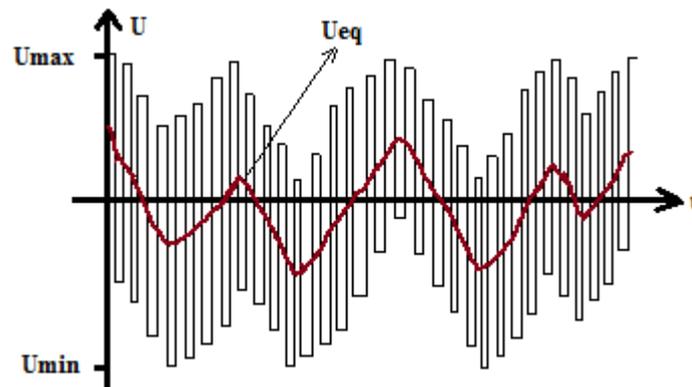


Figure III.16. Commande équivalente.

III.4.2.4. La réticence dans le mode de glissement (chattering)

La commande des systèmes à structure variable peut être commutée d'une valeur à une autre suivant le signe d'une fonction de commutation, avec une fréquence infinie. Cependant, dans les systèmes réels, il est impossible de réaliser une telle commutation de la commande pour des raisons technologiques telles que : l'hystérésis, la présence de retard, limitation des actionneurs...etc.

La commande discontinue engendre des oscillations du vecteur d'état et de la commande à une fréquence finie. Ce phénomène est appelé : « le phénomène de réticence » (chattering en anglais) [19].

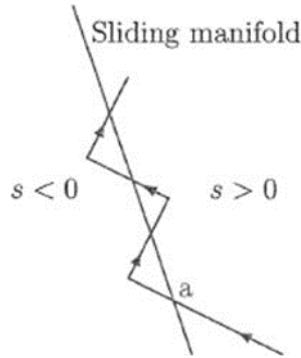


Figure III.17. L'effet de la réticence.

Ce phénomène a plusieurs effets indésirables sur le comportement du système. Il peut :

- Exciter des dynamiques non modélisées,
- Diminuer la précision,
- Produire une grande perte d'énergie,
- Créer une fatigue des parties mécanique mobile.

Plusieurs techniques ont alors été proposées pour réduire ou éliminer ce phénomène. Parmi ces techniques on présente deux solutions :

➤ **La proposition de Slotine :**

Elle consiste à approximer la commande discontinue par une loi continue au voisinage de la surface, cette fonction à le nom « *sat* ». Dans ce cas la commande devient :

$$u_n = -k \cdot \text{sat}(s) \quad (\text{III.30})$$

La fonction « *sat* » est donnée par :

$$\text{sat}(s) = \begin{cases} \frac{s}{\Phi} & \text{si } |s| \leq \Phi \\ \text{sign}(s) & \text{si } |s| > \Phi \end{cases} \quad (\text{III.31})$$

➤ **La proposition de Harshima :**

Dans celle-ci, la fonction « *sign* » est remplacée par une fonction de lissage appelée : « *cont* ». Dans ce cas la commande devient :

$$u_n = -k \cdot \text{cont}(s) \quad (\text{III.32})$$

Avec :

$$cont(s) = \begin{cases} \frac{s}{|s| + \delta} & \text{si } |s| \leq \Phi \\ sign(s) & \text{si } |s| > \Phi \end{cases} \quad \text{avec } \delta > 0 \quad (III.33)$$

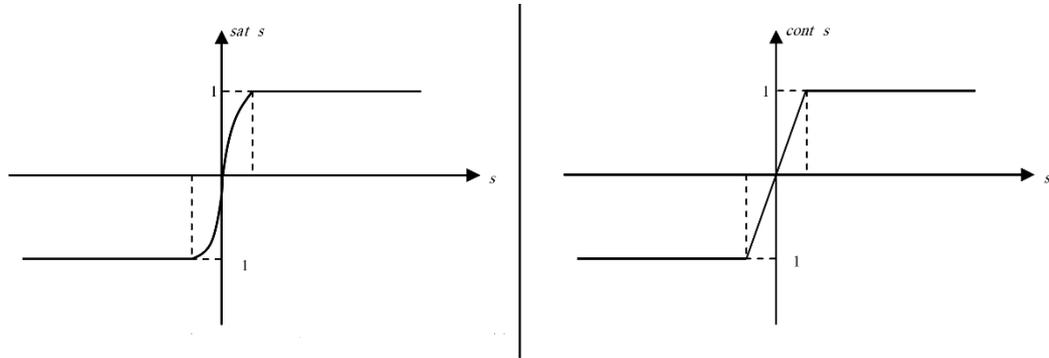


Figure III.18. Les fonctions de saturation « sat » et « cont » [11].

III.4.2.5. Structures de contrôle par mode de glissement

Dans les systèmes à structure variable utilisant la commande par mode de glissement, on peut trouver trois configurations de base pour la synthèse des différentes commandes. La première correspond à la structure la plus simple où la commutation a lieu au niveau de l'organe de commande lui-même. On l'appellera, structure par commutation au niveau de l'organe de commande. La deuxième structure fait intervenir la commutation au niveau d'une contre-réaction d'état. Enfin, la dernière structure est la structure par commutation au niveau de l'organe de commande avec ajout de la *commande équivalente*. On s'intéresse dans notre étude par la première structure.

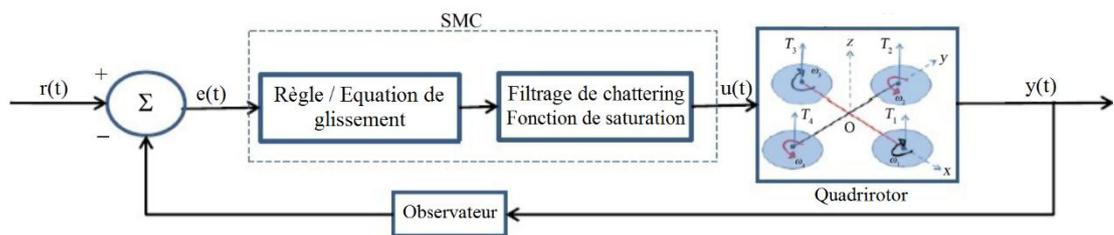


Figure III.19. Digramme block d'un contrôleur SMC.

Dans ce qui suit, nous proposons un contrôleur classique à base des modes glissants, la synthèse de ce dernier est élaborée en deux étapes ; la première consiste en le choix des surfaces de glissement (s) en fonctions des erreurs de poursuite, tandis que la deuxième consiste en la synthèse des lois de commande stabilisantes à partir des fonctions de

Lyapunov choisies et qui peuvent assurer la condition nécessaire de glissement à savoir ($s\dot{s} < 0$).

III.4.2.6. Synthèse de la commande par mode de glissement SMC

Dans cette section, une structure de commande pour le quadrirotor basée sur la commande par mode de glissement sera présentée.

La dynamique de l'angle de roulis est donné par:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = a_1\dot{\theta}\dot{\psi} - a_2\Omega_r\dot{\theta} + b_1u_2 - c_1\dot{\phi}^2 \end{cases} \quad (\text{III.34})$$

L'erreur entre ϕ et ϕ_d est définie comme :

$$e_\phi = \phi - \phi_d \quad (\text{III.35})$$

Le degré relatif $r_2=2$, pour cela nous choisissons la surface de glissement comme suit :

$$s_\phi = \lambda_1 \cdot e_\phi + \dot{e}_\phi \quad (\text{III.36})$$

Avec $\lambda_1 > 0$, la dérivé de la surface de glissement est donnée par :

$$\dot{s}_\phi = \lambda_1 \dot{e}_\phi + \ddot{e}_\phi \quad (\text{III.37})$$

En utilisant la théorie de la commande par mode de glissement on trouve :

$$u_2 = u_{2eq} + u_{2gliss} \quad (\text{III.38})$$

Soit la fonction de Lyapunov :

$$V(s_\phi) = \frac{1}{2} s_\phi^2 \quad (\text{III.39})$$

On présente ici une approche basée sur la fonction de Lyapunov. Le principe consiste à définir une fonction scalaire $V(s_\phi)$ positive pour chaque sortie y_i et construire une loi de commande afin que cette fonction décroisse, et garantir ainsi la stabilité de la sortie et de système.

Si $\dot{V}(s_\phi) < 0$, alors $s_\phi \dot{s}_\phi < 0$, on peut dire alors que la condition nécessaire de glissement est vérifiée et la stabilité au sens de Lyapunov est garantie.

On a la dérivée temporelle de s_ϕ , tel que [3] :

$$\begin{cases} \dot{s}_\phi = -k_1 \text{sgn}(s_\phi) - k_2 s_\phi \\ \dot{s}_\phi = \lambda_1 \dot{e}_\phi + \ddot{e}_\phi \end{cases} \quad (\text{III.40})$$

Avec k_1 et $k_2 > 0$, Il en résulte :

$$-k_1 \text{sign}(s_\phi) - k_2 s_\phi = \lambda_1(\dot{\phi} - \dot{\phi}_d) + (\ddot{\phi} - \ddot{\phi}_d)$$

Finalement :

$$u_2 = \frac{1}{b_1} [-k_1 \text{sign}(s_\phi) - k_2 s_\phi - \lambda_1(\dot{\phi} - \dot{\phi}_d) - a_1 \dot{\theta} \dot{\psi} + a_2 \Omega_r \dot{\theta} + c_1 \dot{\phi}^2 + \ddot{\phi}_d] \quad (\text{III.41})$$

Les mêmes étapes sont reprises pour les autres commandes :

$$\begin{cases} u_1 = \frac{m}{\cos \phi \cos \theta} [-k_{11} \text{sign}(s_z) - k_{12} s_z - \lambda_6(\dot{z} - \dot{z}_d) + c_6 \dot{z} + g + \ddot{z}_d] \\ u_3 = \frac{1}{b_2} [-k_3 \text{sign}(s_\theta) - k_4 s_\theta - \lambda_2(\dot{\theta} - \dot{\theta}_d) - a_3 \dot{\phi} \dot{\psi} - a_4 \Omega_r \dot{\phi} + c_2 \dot{\theta}^2 + \ddot{\theta}_d] \\ u_4 = \frac{1}{b_3} [-k_5 \text{sign}(s_\psi) - k_6 s_\psi - \lambda_3(\dot{\psi} - \dot{\psi}_d) - a_5 \dot{\phi} \dot{\theta} + c_3 \dot{\psi}^2 + \ddot{\psi}_d] \\ u_x = \frac{m}{u_1} [-k_7 \text{sign}(s_x) - k_8 s_x - \lambda_4(\dot{x} - \dot{x}_d) + c_4 \dot{x} + \ddot{x}_d] \quad \text{avec: } u_1 \neq 0 \\ u_y = \frac{m}{u_1} [-k_9 \text{sign}(s_y) - k_{10} s_y - \lambda_5(\dot{y} - \dot{y}_d) + c_5 \dot{y} + \ddot{y}_d] \quad \text{avec: } u_1 \neq 0 \end{cases} \quad (\text{III.42})$$

u_x, u_y : Deux commandes virtuelles, pour la commande en translation suivant x et y et qui seront utilisées ensuite pour générer les consignes de rotation ϕ_d et θ_d suivant l'axe x et l'axe y et ceci pour atteindre la position désirée (x_d, y_d) .

III.4.2.7. Résultats de la simulation

Dans cette partie, nous avons appliqué la commande SMC proposée dans la partie précédente pour la stabilité et la poursuite d'une trajectoire désirée rectangulaire selon x et y avec un cap de 5° et une altitude de 10 m.

Les résultats de simulation obtenus sont donnés sur les figures suivantes.

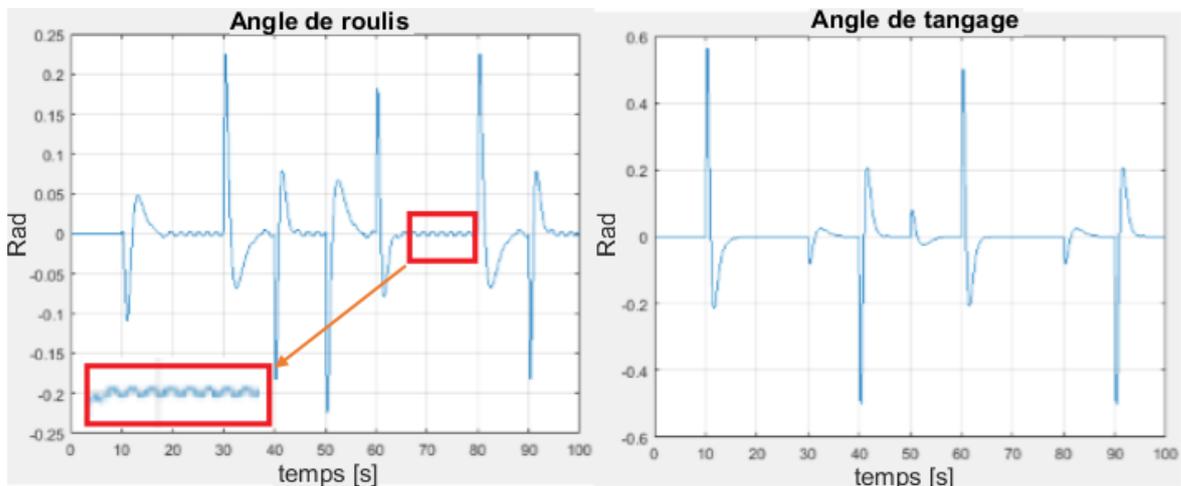


Figure III.20. Réponse en attitude (ϕ et θ).

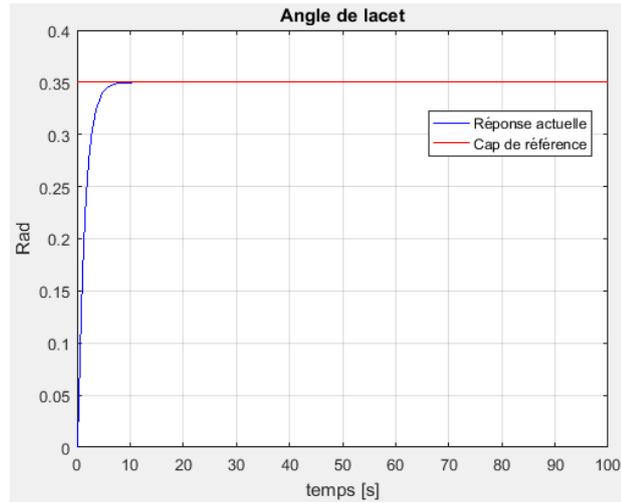


Figure III.21. Réponse en cap.

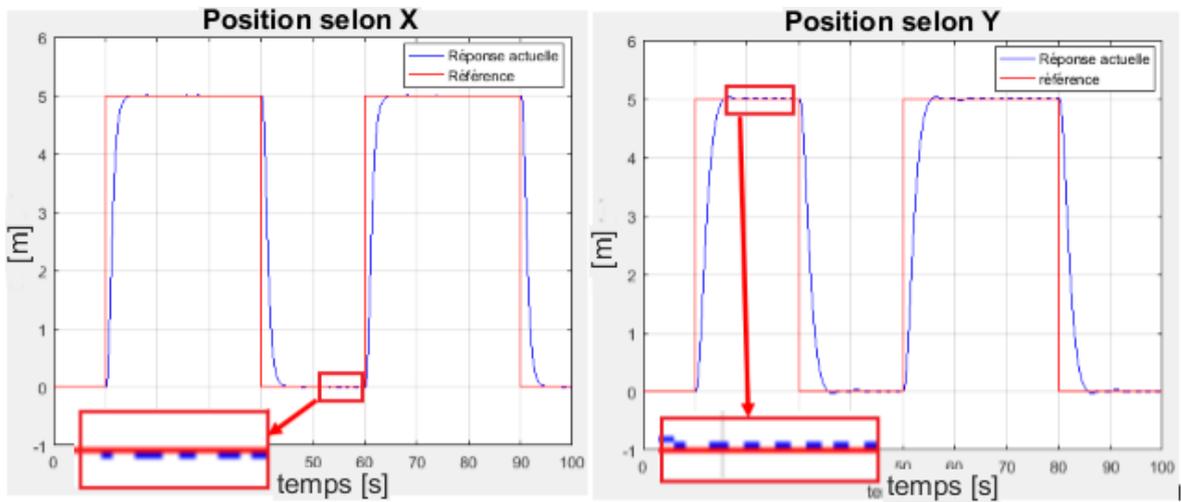


Figure III.22. Réponse en position (x et y).

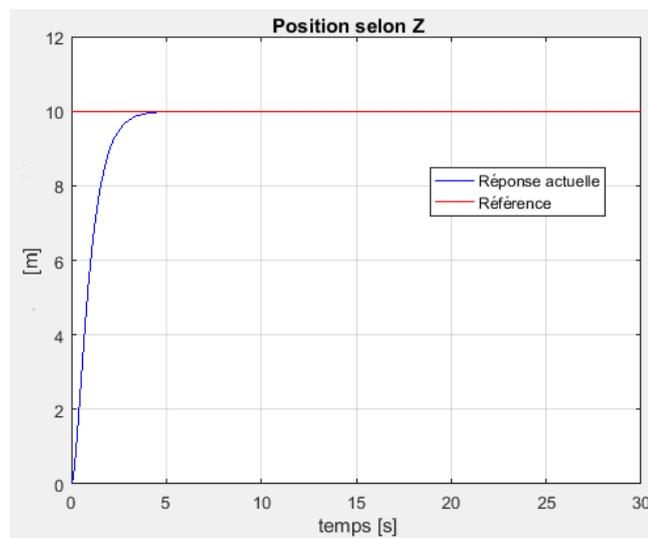


Figure III.23. Réponse en altitude.

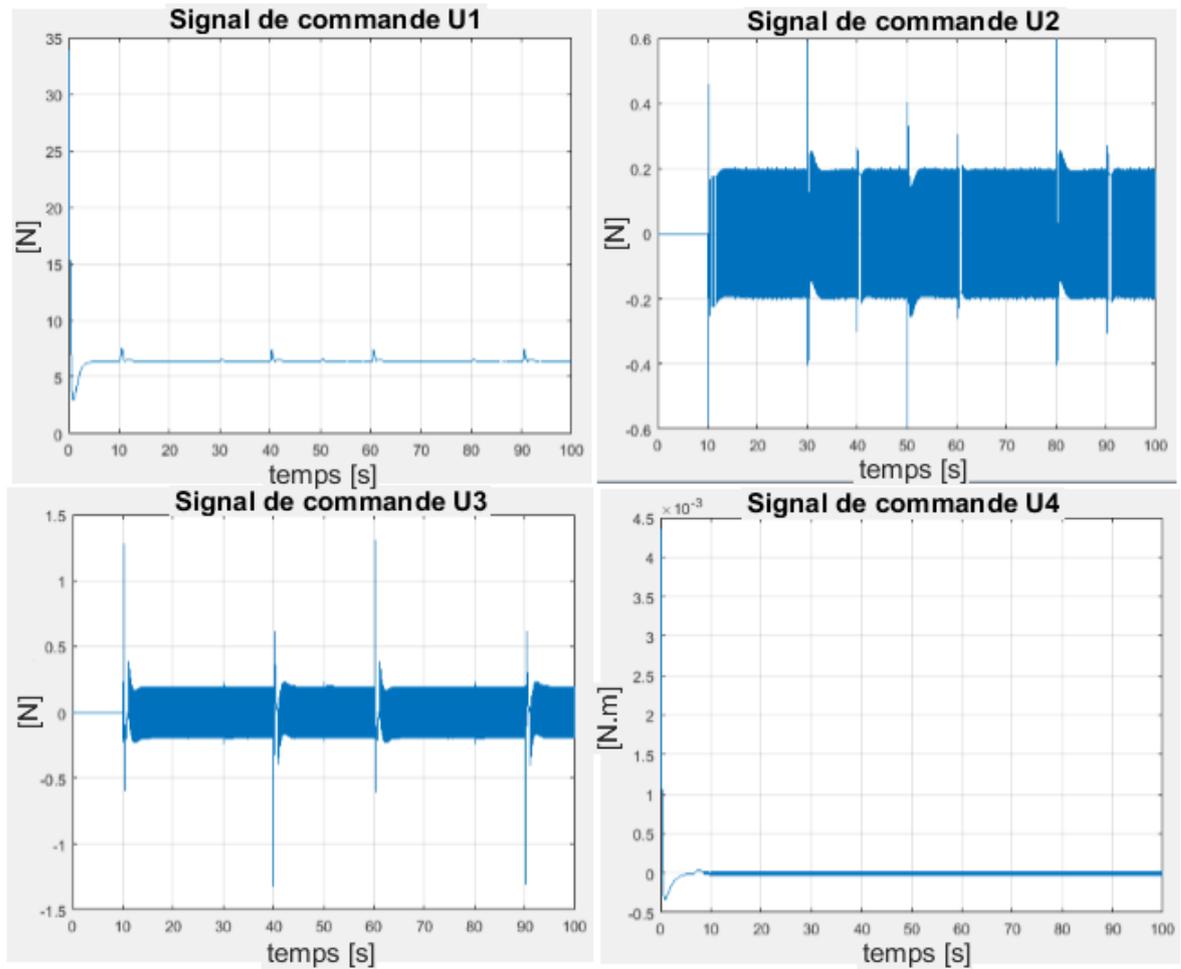


Figure III.24. Evolution des commandes u_1, u_2, u_3, u_4 .

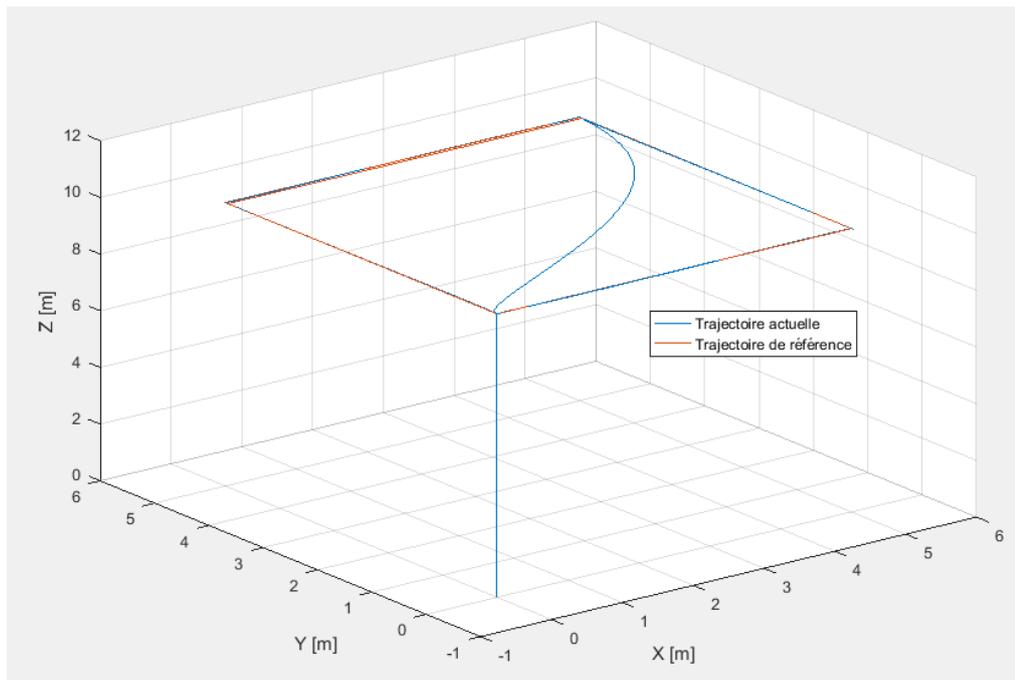


Figure III.25. Résultats de poursuite de trajectoire en 3D.

Les figures ci-dessus montrent d'une manière générale que la commande par mode glissant est très satisfaisante pour assurer la stabilité du quadrirotor ainsi que la poursuite de la trajectoire désirée.

Par contre l'allure temporelle des commandes présentées sur la figure (III.24), illustre bien qu'ils présentent une oscillation de hautes fréquences, ce qui peut, d'une part, exciter la dynamique modélisée du système, de l'autre part, ça peut nuire au bon fonctionnement des moteurs du quadrirotor et consomme beaucoup d'énergie à cause de l'effet de chattering.

Pour remédier à ce phénomène, on a utilisé la fonction « *sat* » à la place de la fonction « *sign* », les résultats obtenus d'après les figures (III.26), (III.27), (III.28) montrent que l'effet du phénomène de chattering est exclu et les commandes deviennent acceptables.

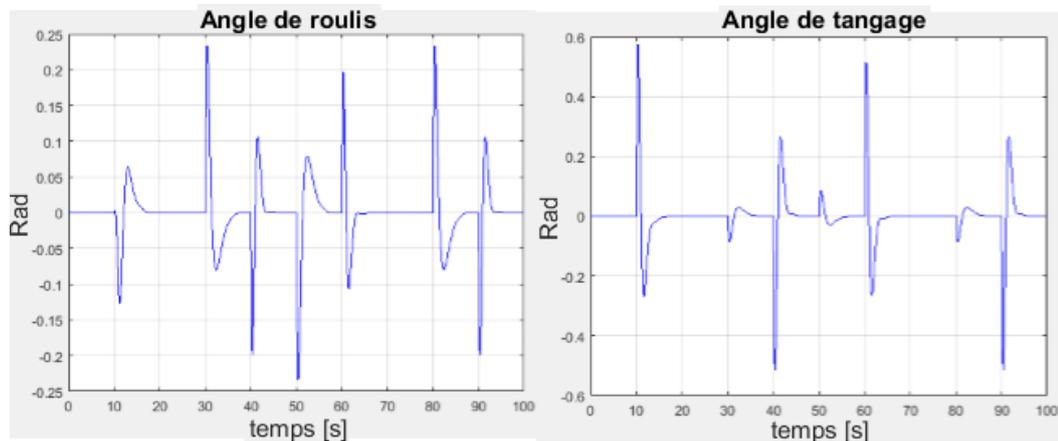


Figure III.26. Réponse en attitude (ϕ et θ).

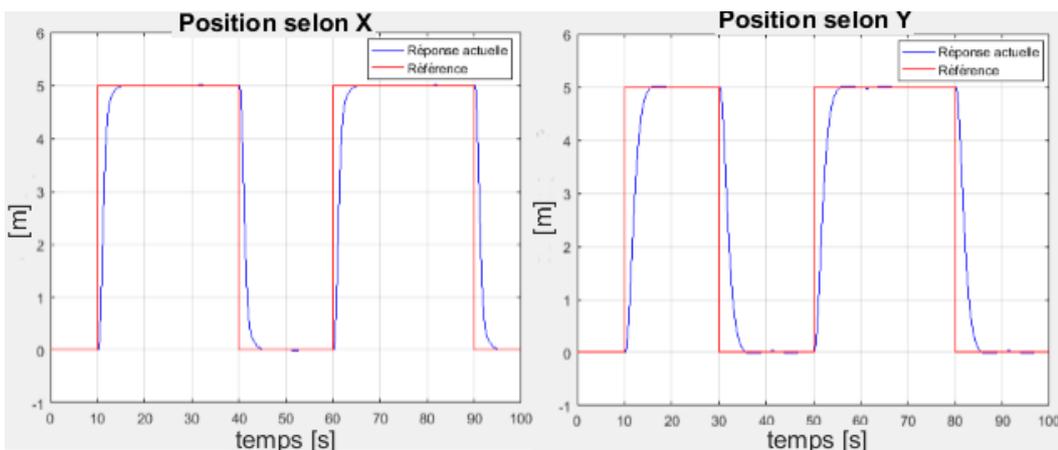


Figure III.27. Réponse en position (x et y).

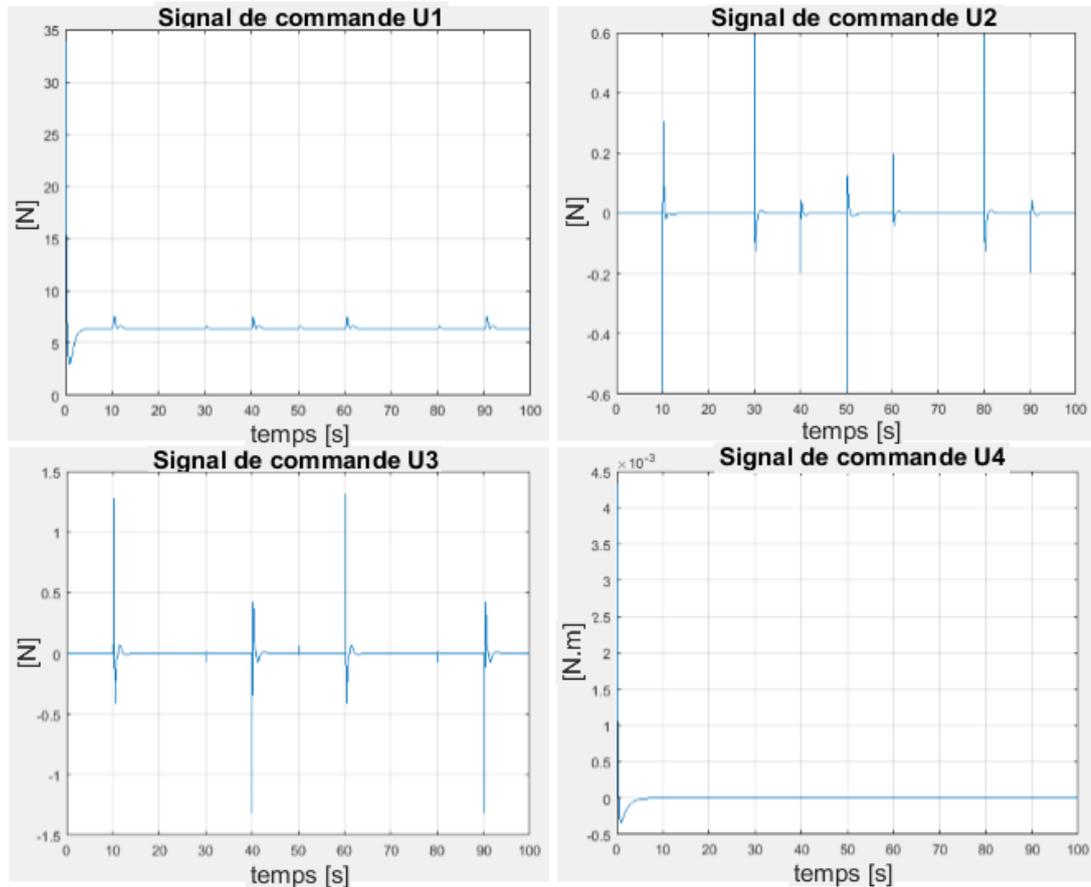


Figure III.28. Evolution des commandes u_1, u_2, u_3, u_4 en absence du chattering.

III.4.3. La commande par backstepping

La technique de commande backstepping a été développée par « Kanellakopoulos » en 1991 et inspirée par les travaux de Feuerer & Morse (1978) d'une part et Tsinias (1989) et Kokotovic et Sussmann (1989) d'autre part. Cette technique offre une méthode systématique pour effectuer la conception d'un contrôleur pour les systèmes non linéaire, l'idée consiste à calculer une loi de commande afin de garantir pour une certaine fonction (Lyapunov) définie positive que sa dérivée soit toujours négative. L'objectif de cette technique est de calculer, en plusieurs étapes, une commande qui garantit la stabilité globale du système [3].

Contrairement à la plupart des autres méthodes, le backstepping n'a aucune contrainte de non linéarité. On distingue deux méthodes de Lyapunov pour l'analyse de la stabilité :

- La méthode de linéarisation.
- La méthode directe.

La première concerne la stabilité locale autour d'un point d'équilibre. Par contre, la deuxième détermine la stabilité des systèmes en construisant une fonction scalaire des états du système dont on examinera la variation temporelle [22].

On s'intéresse par la méthode directe de Lyapunov car le backstepping est basé sur cette méthode.

III.4.3.1. Méthode direct de Lyapunov

Son objectif, est de définir une méthode permettant d'analyser la stabilité d'un système linéaire sans connaître explicitement les solutions des équations différentielles qui le décrivent. La philosophie de cette méthode n'est que l'extension mathématique d'un phénomène physique observé, car les systèmes mécaniques et électriques perdent de l'énergie pour se stabiliser au point d'équilibre [4] [29].

➤ Théorème de Lyapunov :

La méthode directe de Lyapunov (ou la méthode des fonctions de Lyapunov) est dérivée du critère énergétique de stabilité en appliquant ce critère indépendamment du concept d'énergie, on remplace alors l'énergie du système par une « fonction de Lyapunov » qui est définie positive (comme l'énergie) [8].

Soit le système autonome : $\dot{x} = f(x)$, $x_e = 0$

Ce système aura un point d'équilibre $x_e = 0$, globalement asymptotiquement stable, s'il existe une fonction scalaire $V(x)$ continue avec une dérivée partielle par rapport au temps $\dot{V}(x)$ continue ayant les propriétés suivantes :

1. $V(0) = 0$
2. $V(x) > 0$, $\forall x \neq 0$
3. $\lim_{\|x\| \rightarrow \infty} V(x) = \infty$ (radialement non bornée)
4. $\dot{V} < 0$ $\forall x \neq 0$

III.4.3.2. La synthèse de la commande par la méthode directe de Lyapunov

Dans les paragraphes précédents, nous avons étudié la stabilité des systèmes où on a supposé implicitement que la loi de commande a été choisie et notre but était de vérifier la stabilité du système avec cette loi de commande, mais le problème dans cette synthèse est comment trouver cette commande qui stabilisera le système. Nous allons présenter une

méthodologie qui combine entre la recherche de la fonction de Lyapunov et la loi stabilisante.

En général, il existe deux concepts pour l'application de la méthode directe de Lyapunov pour la synthèse d'une commande stable :

- **1^{ère} concept** : On suppose que la loi de commande existe et on cherche la fonction de Lyapunov.
- **2^{ème} concept** : Cette fois si, on fait un choix sur $V(x)$, la fonction de Lyapunov candidate, et on cherche la loi de commande qui rend cette fonction candidate la fonction de Lyapunov réelle.

Dans la plupart des théorèmes de la stabilité au sens de Lyapunov, l'existence de la fonction de Lyapunov était assumée et l'objectif était de déterminer la stabilité de ces systèmes. Mais dans la plupart de cas, la recherche de cette fonction est très difficile.

III.4.3.3. Synthèse de la commande par backstepping

Comme le backstepping se présente comme étant un algorithme de commande récursif, les étapes de calcul sont comme suit :

La dynamique de l'angle de roulis est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = a_1 \dot{\theta} \dot{\psi} - a_2 \Omega_r \dot{\theta} + b_1 u_2 - c_1 \dot{\phi}^2 \end{cases} \quad (\text{III.43})$$

On prend le premier sous-système :

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (\text{III.44})$$

Et on définit l'erreur entre ϕ et ϕ_d comme :

$$e_1 = x_1 - x_{1d} = \phi - \phi_d \quad (\text{III.45})$$

Dont la dynamique peut être dérivée comme suit :

$$\dot{e}_1 = x_2 - \dot{x}_{1d} \quad (\text{III.46})$$

Cette définition indique explicitement notre objectif de commande : l'erreur e_1 doit converger asymptotiquement vers zéro.

On définit la fonction positive de Lyapunov suivante :

$$V_1 = \frac{1}{2} e_1^2 \quad (\text{III.47})$$

Le calcul de la dérivée de la fonction de Lyapunov le long de la trajectoire est résolu en employant :

$$\dot{V}_1 = e_1 \dot{e}_1 = e_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_{1d}) \quad (\text{III.48})$$

D'après le principe du Krasovskii–LaSalle, pour assurer la stabilité il faut que $\dot{V}_1(e_1) \leq 0$ [30]. Afin de satisfaire cette condition, une fonction positive définie est choisie de telle sorte que l'équation (III.48) soit bornée comme suit :

$$= e_1(x_2 - \dot{x}_{1d}) \leq -\lambda_1 e_1^2 \quad (\text{III.49})$$

Pour cela on prend comme commande virtuelle :

$$(x_2)_{\text{désirée}} = \dot{x}_{1d} - \lambda_1 e_1 \quad \text{où } \lambda_1 > 0 \quad (\text{III.50})$$

Comme la commande virtuelle ne peut pas prendre instantanément sa valeur désirée, on cherche dans ce qui suit à stabiliser l'erreur entre la commande virtuelle et la fonction stabilisante.

La nouvelle variable d'erreur, entre la commande virtuelle et la fonction stabilisante, est donnée par :

$$e_2 = x_2 - \dot{x}_{1d} + \lambda_1 e_1 \quad (\text{III.51})$$

$$x_2 = e_2 + \dot{x}_{1d} - \lambda_1 e_1 \quad (\text{III.52})$$

On réécrit la dérivée de la fonction Lyapunov \dot{V}_1 dans la nouvelle coordination (e_1, e_2) :

$$\dot{V}_1 = e_1(x_2 - \dot{x}_{1d}) = e_1(e_2 + \dot{x}_{1d} - \lambda_1 e_1 - \dot{x}_{1d}) \quad (\text{III.53})$$

$$\dot{V}_1 = e_1 e_2 - \lambda_1 e_1^2$$

L'étape suivante est d'augmenter la fonction V_1 avec un terme quadratique donné en fonction de l'erreur e_2 comme suit :

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} e_2^2 \quad (\text{III.54})$$

Sa dérivée est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + e_2 \dot{e}_2 = e_1 e_2 - \lambda_1 e_1^2 + e_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_{1d} + \lambda_1 \dot{e}_1) \\ &= e_1 e_2 - \lambda_1 e_1^2 + e_2(a_1 \dot{\theta} \dot{\psi} - a_2 \Omega_r \dot{\theta} + b_1 u_2 - c_1 \dot{\phi}^2 - \ddot{\phi}_d + \lambda_1 \dot{e}_1) \end{aligned} \quad (\text{III.55})$$

Le choix de la loi de commande doit mener à une dérivée négative de la fonction de Lyapunov, $\dot{V}_2(e_1, e_2) \leq 0$ comme suit :

$$\dot{V}_2 \leq -\lambda_1 e_1^2 - \lambda_2 e_2^2 \quad \text{avec } \lambda_1, \lambda_2 > 0 \quad (\text{III.56})$$

Donc la commande u_2 qui assure la poursuite est :

$$u_2 = \frac{1}{b_1} [-\lambda_2 e_2 - e_1 - a_1 \dot{\theta} \psi + a_2 \Omega_r \dot{\theta} + c_1 \dot{\phi}^2 + \ddot{\phi}_d - \lambda_1 \dot{e}_1] \quad (\text{III.57})$$

Les mêmes étapes sont reprises afin d'extraire, u_1, u_3, u_4, u_x, u_y

$$\begin{cases} u_1 = \frac{m}{\cos \phi \cos \theta} [-\lambda_{12} e_{12} - e_{11} + g + c_6 \dot{z} + \ddot{z}_d - \lambda_{11} \dot{e}_{11}] \\ u_3 = \frac{1}{b_2} [-\lambda_4 e_4 - e_3 - a_3 \dot{\phi} \psi - a_4 \Omega_r \dot{\phi} + c_2 \dot{\theta}^2 + \ddot{\theta}_d - \lambda_3 \dot{e}_3] \\ u_4 = \frac{1}{b_3} [-\lambda_6 e_6 - e_5 - a_5 \dot{\phi} \dot{\theta} + c_3 \dot{\psi}^2 + \ddot{\psi}_d - \lambda_5 \dot{e}_5] \\ u_x = \frac{m}{u_1} [-\lambda_8 e_8 - e_7 + c_4 \dot{x} + \ddot{x}_d - \lambda_7 \dot{e}_7] \quad \text{avec: } u_1 \neq 0 \\ u_y = \frac{m}{u_1} [-\lambda_{10} e_{10} - e_9 + c_5 \dot{y} + \ddot{y}_d - \lambda_9 \dot{e}_9] \quad \text{avec: } u_1 \neq 0 \end{cases} \quad (\text{III.58})$$

Dont les erreurs de poursuite sont écrites sous la forme ci-dessous :

$$\begin{cases} e_{11} = z - z_d \quad \text{et} \quad e_{12} = \dot{z} - \dot{z}_d + \lambda_{11} e_{11} \\ e_3 = \theta - \theta_d \quad \text{et} \quad e_4 = \dot{\theta} - \dot{\theta}_d + \lambda_3 e_3 \\ e_5 = \psi - \psi_d \quad \text{et} \quad e_6 = \dot{\psi} - \dot{\psi}_d + \lambda_5 e_5 \\ e_7 = x - x_d \quad \text{et} \quad e_8 = \dot{x} - \dot{x}_d + \lambda_7 e_7 \\ e_9 = y - y_d \quad \text{et} \quad e_{10} = \dot{y} - \dot{y}_d + \lambda_9 e_9 \end{cases} \quad (\text{III.59})$$

III.4.3.4. Résultats de la simulation

Dans cette section, on va présenter les résultats de simulation issus de l'application de cette technique de commande, et dont les trajectoires de référence utilisées sont du type circulaire avec un cap de 0.35 rad et une altitude de 1 m .

Selon les états initiaux $X = [\phi \quad \theta \quad \psi \quad x \quad y \quad z]^T = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0]^T$.

Les résultats de simulation obtenus sont donnés sur les figures suivantes.

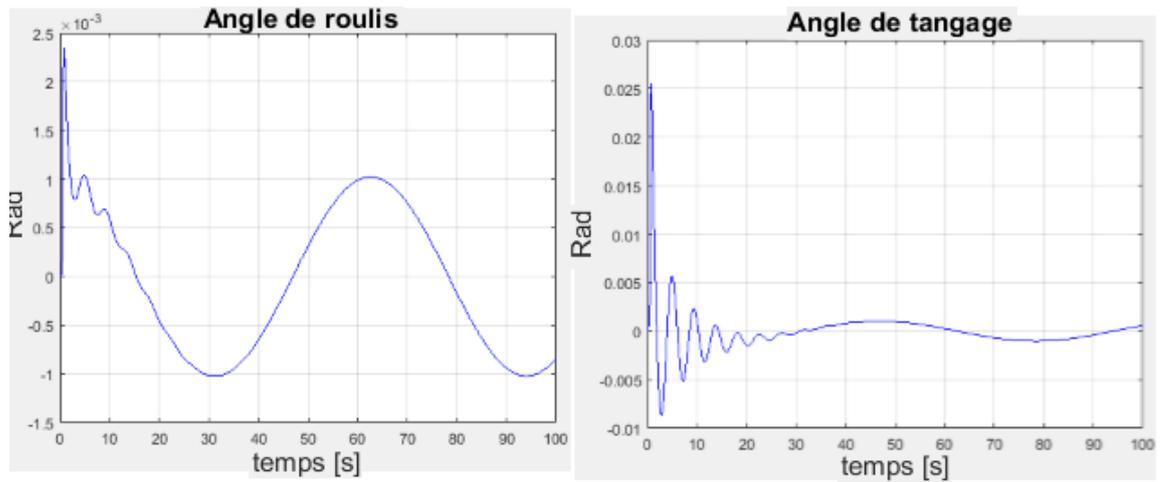


Figure III.29. Réponse en attitude (ϕ et θ).

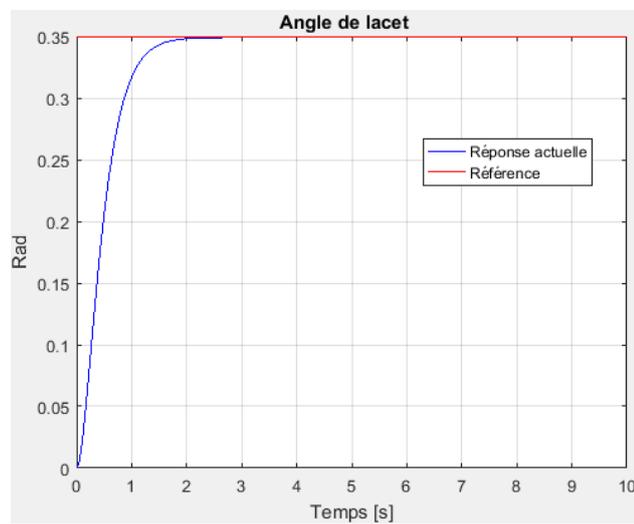


Figure III.30. Réponse en cap.

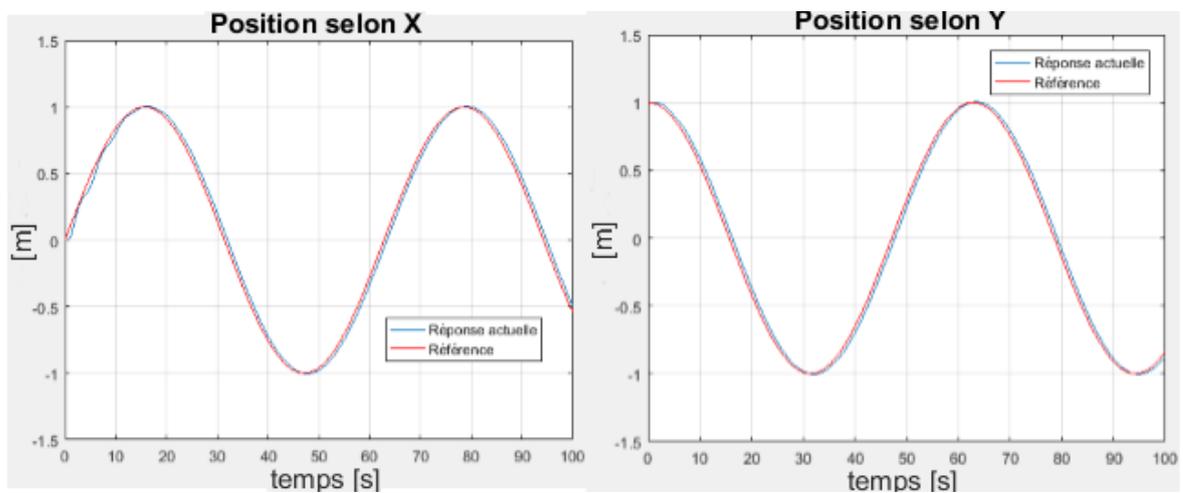


Figure III.31. Réponse en position (x et y).

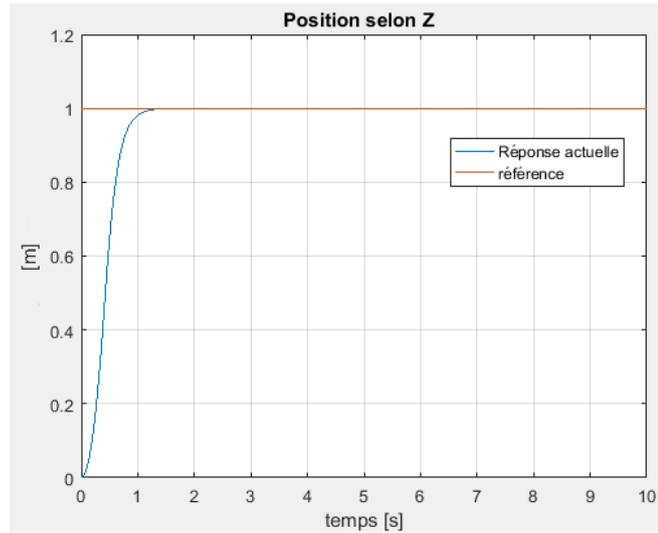


Figure III.32. Réponse en altitude.

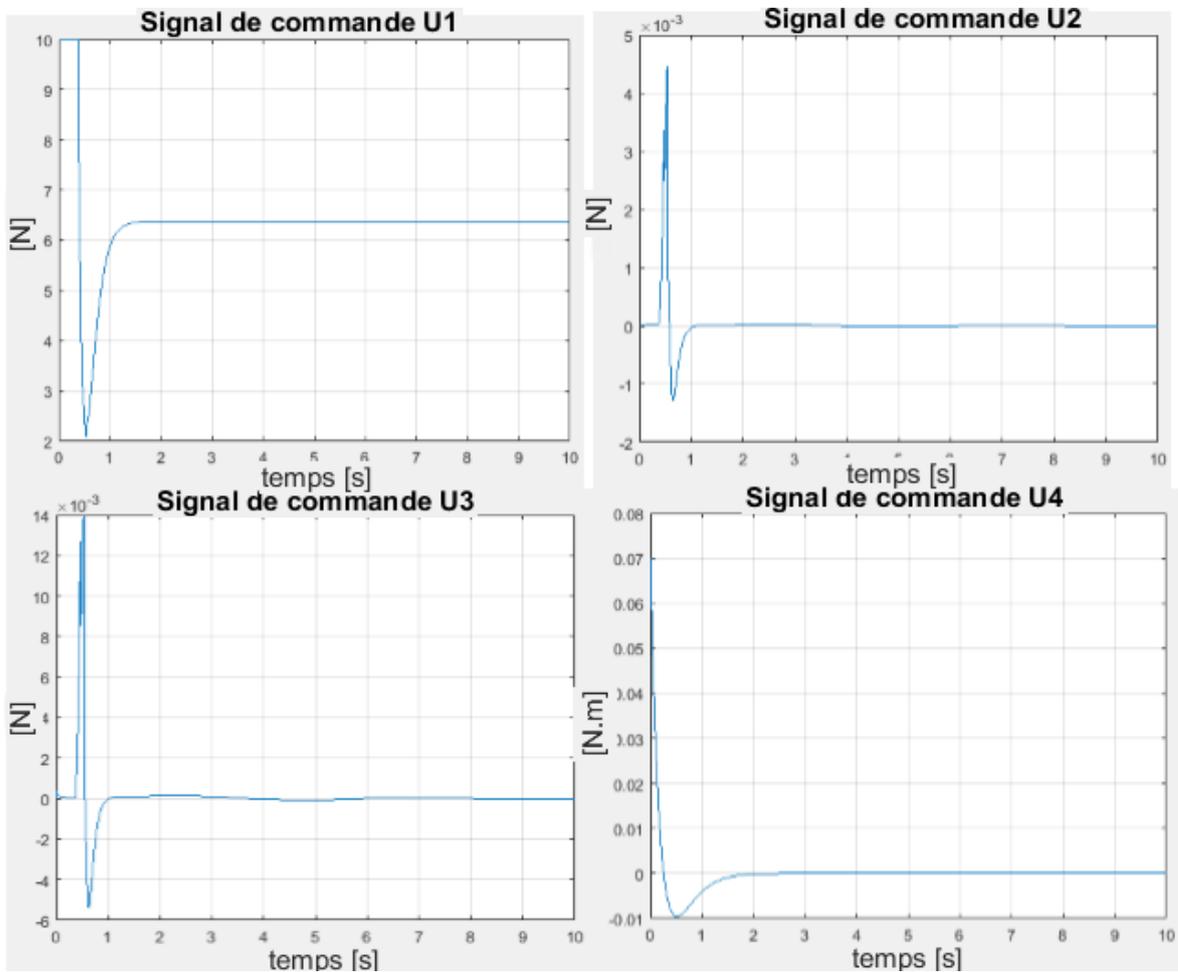


Figure III.33. Evolution des commandes u_1, u_2, u_3, u_4 .

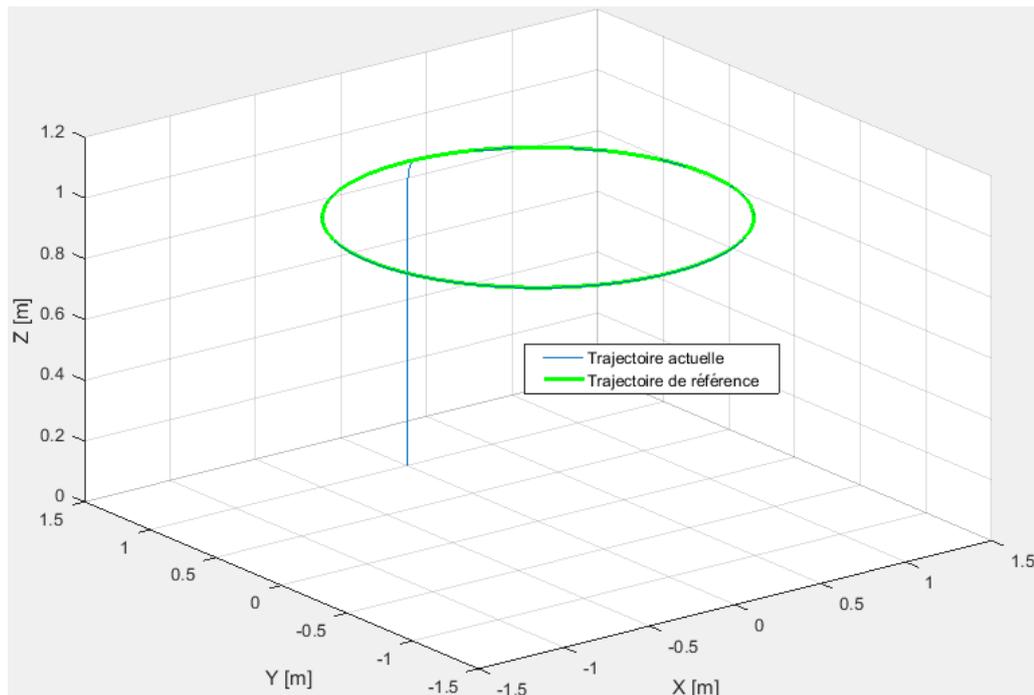


Figure III.34. Résultats de poursuite de trajectoire en 3D.

D'après les figures ci-dessus, on remarque que toutes les réponses sont satisfaisantes pour la stabilisation horizontale d'attitude du quadrirotor.

Les figures (III.31), (III.33) montrent une bonne convergence du cap et d'altitude vers la valeur désirée.

En ce qui concerne les commandes, on remarque d'après la figure (III.34) qu'ils sont acceptables et réalisables. On constate aussi que la commande u_1 est approximativement égale au poids du système et les commandes u_2, u_3, u_4 tendent vers zéro.

III.4.4. Etude comparative

Afin d'examiner les différentes lois de commande en termes de performance, nous avons opté pour une étude comparative entre ces dernières.

Les résultats de simulation ont été pris dans les mêmes conditions et pour une trajectoire désirée rectangulaire.

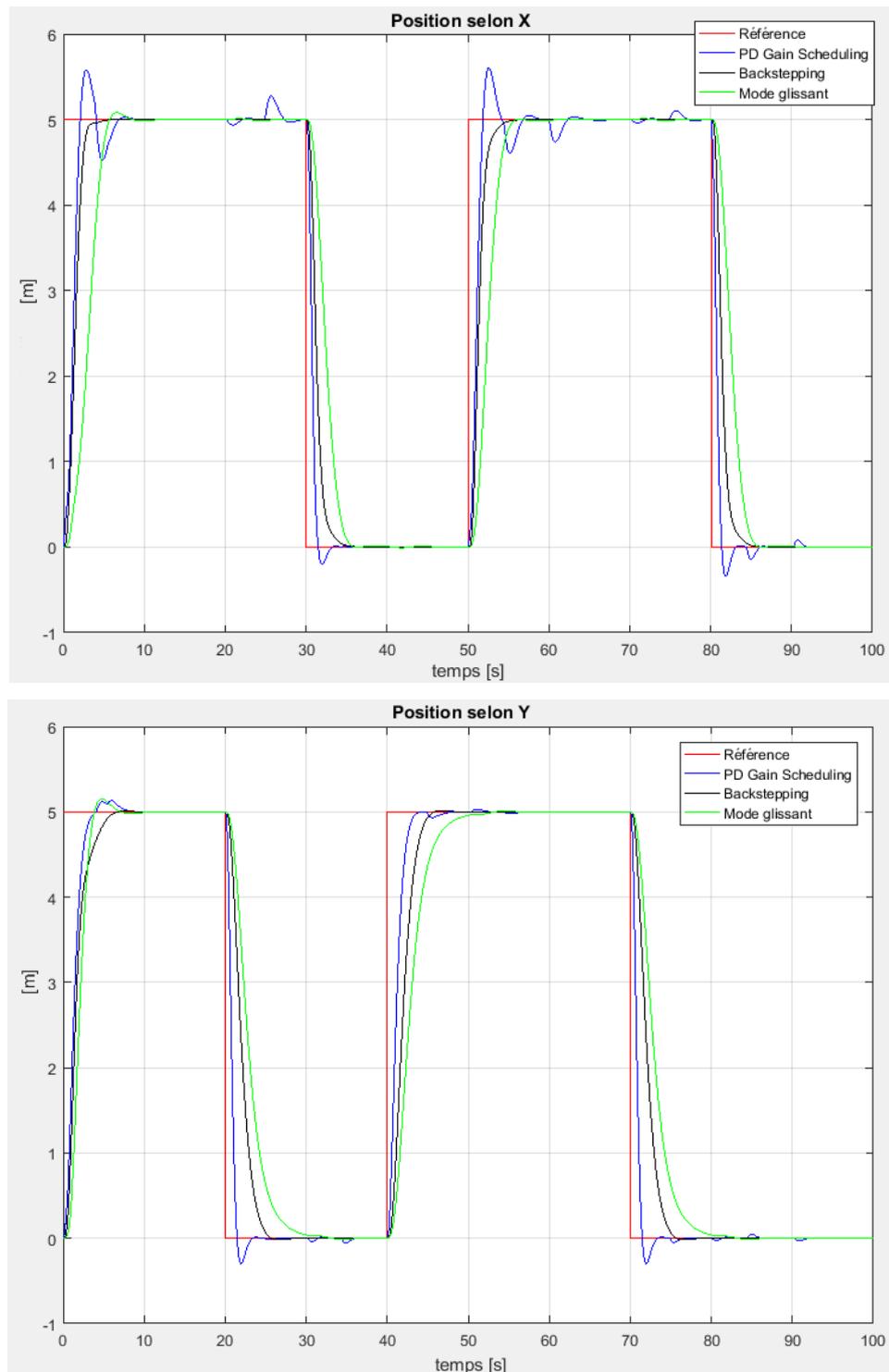


Figure III.35. Résultats de comparaison en position (x et y).

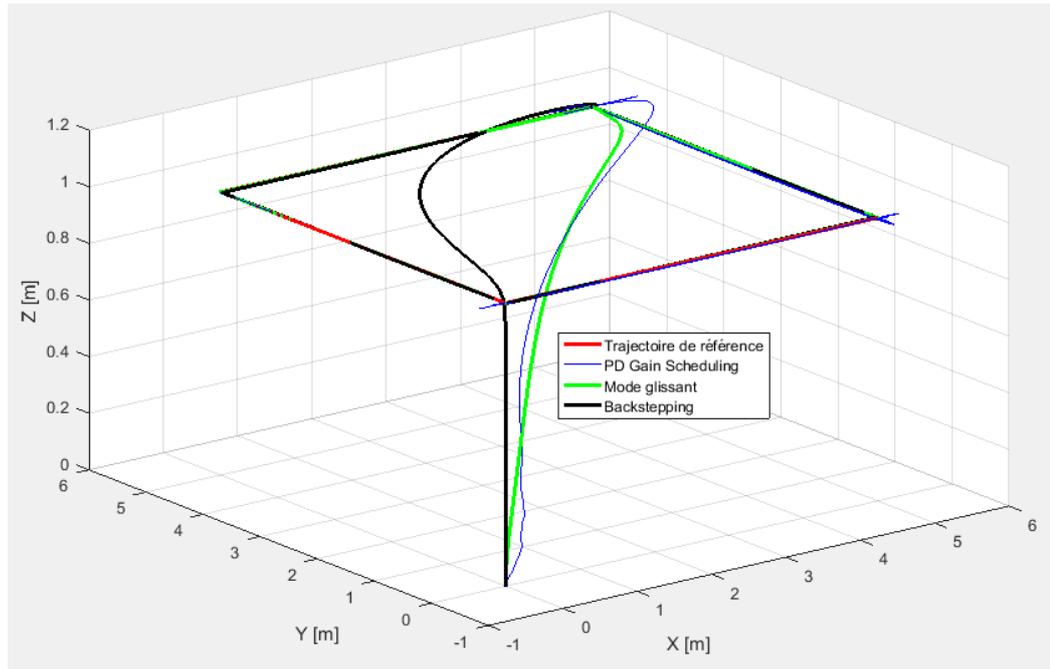


Figure III.36. Résultats de comparaison de poursuite de trajectoire en 3D.

Cette étude montre que ces trois techniques n'ont pas la même tendance à poursuivre la trajectoire désirée. On remarque que la commande PID Gain Scheduling présente des oscillations et des dépassements de consigne et ne poursuit pas parfaitement la trajectoire. Tandis que la commande par mode glissant est plus performante mais présente un temps de réponse lent par rapport à la commande backstepping, alors que cette dernière est la plus appréciée en ce qui concerne la stabilité, le temps de réponse et la poursuite de la trajectoire désirée.

III.5. Conclusion

En se basant sur le modèle dynamique présenté dans le chapitre II, des différentes commandes ont été élaborées en utilisant quatre méthodes telles que le régulateur PID, le GS-PID, le mode glissant et le backstepping. Les résultats de simulation effectués, montrent que ces structures de commande et notamment les dernières donnent des bons résultats en termes de stabilisation et performance avec des erreurs relativement petites. Nous avons remarqué aussi que la commande par mode glissant possède des inconvénients tels que le phénomène de chattering.

Dans le chapitre suivant nous allons utiliser une loi de commande tolérante aux défauts via la méthode backstepping, pour le but de maintenir les performances du système ainsi que sa stabilité lors de l'occurrence des défauts.

CHAPITRE IV
COMMANDE
TOLÉRANTE
AUX DÉFAUTS

IV.1. Introduction

La tolérance aux défauts est l'aptitude d'un système à accomplir sa fonction malgré la présence ou l'occurrence de fautes, qu'il s'agisse de dégradations physiques du matériel, de défauts logiciels, d'attaques malveillantes ou d'erreurs d'interaction homme machine. Elle apparait comme un moyen de garantir une sûreté de fonctionnement [12].

Face à l'introduction massive de ces systèmes et de l'instrumentation qui les accompagne, il devient de plus en plus nécessaire de mettre en place des stratégies garantissant la tolérance aux défauts.

Pour faire face à ce problème, différentes stratégies ont été proposées dans la littérature pour maintenir la stabilité avec un certain degré de performances du système commande en dépit de la présence d'un dysfonctionnement. Une telle commande porte le nom « commande tolérante aux défauts ». Son objectif est de s'accommoder aux défauts dès leur apparition avec une réactivité maximale, de telle sorte qu'un faible défaut affectant un sous-système n'évolue pas en défaut critique au niveau du système global.

Le problème majeur rencontré lors la conception de telles lois de commandes est que la plupart des techniques de diagnostic sont développées comme un outil de surveillance pour détecter et localiser les défauts en boucle ouverte. Elles n'intègrent pas la partie commande. Le problème général qui se pose est donc de savoir comment combiner les techniques de diagnostic et les techniques de contrôle au profit d'une commande tolérante aux défauts [12].

IV.2. Notions fondamentales sur le diagnostic de défauts

Le diagnostic de défauts est une procédure qui consiste à détecter et localiser un composant ou un élément défectueux dans un système dynamique. Pour pouvoir évoquer les événements pouvant survenir dans un système nous allons définir les termes suivants [10] :

- **Défaut** : L'altération ou la cessation de l'aptitude d'un ensemble à accomplir ses fonctions requises avec des performances définies dans les spécifications techniques.
- **Défaillance** : Perte partielle ou totale des fonctionnalités du système qui le rend incapable de délivrer le service pour lequel il a été conçu.

- **Panne** : Etat d'un système incapable d'assurer le service spécifié à la suite d'une défaillance.
- **Dégradation** : Une perte de performances d'une des fonctions assurées par un équipement.
- **Reconfiguration** : Fonction consistant à changer la commande envoyée au système ou la disposition matérielle du système pour éviter (ou faire face à) une panne.
- **Résidu** : Signal conçu comme indicateur d'anomalies fonctionnelles ou comportementales.

IV.3. Classification de défauts

Une commande tolérante aux défauts est nécessaire dès l'apparition de certains types de défauts qui modifient la dynamique du système. Trois classes de défauts peuvent être définies [7] :

IV.3.1. Défauts d'actionneurs

Les défauts d'actionneurs agissent au niveau de la partie opérative et détériorent le signal d'entrée du système. Une partie du système devient incontrôlable; de nouveaux actionneurs doivent être utilisés. Ils peuvent causer une perte totale ou partielle de l'actionneur. Une perte totale d'un actionneur peut se produire, par exemple, à la suite d'une fracture ou coupure d'une file électrique reliant l'actionneur au système. Un exemple de perte partielle d'un actionneur est la fuite hydraulique ou pneumatique ou encore la chute de tension d'alimentation [10].

IV.3.2. Défauts de capteurs

Ils caractérisent une mauvaise image de la grandeur physique à mesurer [10]. Un défaut capteur peut aussi être partiel ou total. Un capteur totalement défectueux donne une information qui ne correspond pas du tout à la vraie valeur de la variable à mesurer comme par exemple la perte de contact avec la masse ou une coupure d'un fil électrique. Un défaut capteur partiel produit un signal avec plus au moins d'adéquation avec la valeur vraie de la variable à mesurer. Ceci peut se traduire par une mesure biaisée provoquant un offset au signal de sortie.

Une des solutions pour augmenter la tolérance aux défauts capteurs est de dupliquer les capteurs (redondance matérielle). Un principe de choix est appliqué sur les valeurs redondantes pour décider si une faute est présente ou non. Cette approche entraîne un coût

important en instrumentation mais s'avère extrêmement fiable et simple à implanter. Elle est mise en œuvre essentiellement sur des systèmes à haut risque telles que les centrales nucléaires ou les avions [10].

IV.3.3. Défauts sur le système

Ce sont des défauts qui apparaissent dans les composants du système lui-même, c.-à-d. les défauts qui ne peuvent pas être classifiés ni parmi les défauts capteurs, ni parmi les défauts actionneurs. Ils représentent des changements dans les paramètres du système, ce qui induit un changement du comportement dynamique de ce dernier [31].

Si les défauts doivent être classés relativement à leur effets sur les performances du système, deux types de défauts peuvent être distingués : des défauts additifs et des défauts multiplicatifs (voir figure IV.1). Les défauts additifs influencent la moyenne du signal de sortie du système, alors que les défauts multiplicatifs induisent des changements sur la variance et les corrélations du signal de sortie du système, ainsi que des changements dans les caractéristiques spectrales et de la dynamique du système.

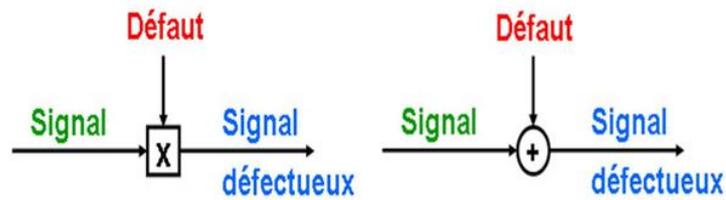


Figure IV.1. Classification des défauts : multiplicatifs et additifs.

IV.4. Commandes tolérantes aux défauts (FTC)

IV.4.1. Détection et isolation de défauts (FDI)

L'objectif principal d'une commande FTC est de maintenir le bon fonctionnement du système à contrôler sous la présence de défauts par accommodation, reconfiguration de la loi de commande ou restructuration. Pour cela, des informations relatives aux changements induits d'éventuels défauts sont nécessaires. Dans ce contexte, un algorithme de détection et d'isolation des défauts (FDI) a un rôle très important dans la reconfiguration de la commande [32].

En général, les méthodes de FDI peuvent être classées en deux catégories principales [10] : les techniques basées sur le signal, et les techniques basées sur le modèle. Les méthodes basées sur le signal détectent les défauts en testant des propriétés spécifiques

(l'analyse spectrale par exemple) de différents signaux de mesure. Les méthodes basées sur le modèle s'appuient sur la comparaison du comportement observé et du comportement attendu (prédit par un modèle) du système. Elles possèdent un éventail d'application plus important, relativement aux méthodes basées sur le signal, et sont généralement constituées de deux étapes : génération des résidus et évaluation des résidus grâce à un système de décision.

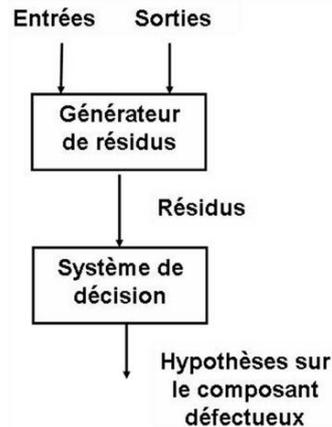


Figure IV.2. Schéma du principe de FDI.

IV.4.2. Systèmes tolérants aux défauts (FTCS)

Dans le domaine de la commande des systèmes, la complexité des systèmes est accompagnée d'une demande toujours plus forte de disponibilité et de sécurité. Afin de réussir ces objectifs, il existe des tâches et fonctions consacrées à garantir un correct fonctionnement de tels systèmes [5]. Ces tâches peuvent être la détection, le traitement et le diagnostic, ainsi que la prise de décision concernant la gestion de défauts. Afin d'éviter des catastrophes inhérentes à l'apparition de défauts, le diagnostic et la commande tolérante aux défauts sont devenus une préoccupation majeure dans la conception. En effet, une loi de commande conventionnelle peut s'avérer très limitée et induire des comportements non désirés du système à commander, voire à l'instabilité de ce dernier, en présence de défauts [12].

La tolérance à ces défauts permet de réduire, voire d'annuler, l'effet de défauts ayant un effet indésirable sur la mission, la sécurité (de l'être humain et du matériel), l'environnement et la rentabilité. Ainsi, la commande tolérante aux défauts traitée de manière analytique, permet d'éviter de tels coûts d'achat et d'entretien. La tâche principale qui incombe à la commande tolérante aux défauts est de synthétiser des lois de commande avec une structure permettant de garantir la stabilité et les performances du système, non

seulement lorsque tous les composants de la commande sont opérationnels, mais aussi lorsque des capteurs ou des actionneurs sont défaillants.

IV.4.3. Classification des approches FTC

L'objectif principal de la commande tolérante aux défauts est de déterminer une stratégie de commande qui permet d'annuler, ou aux moins limiter les effets de défauts sur la stabilité et les performances du système. En présence d'un défaut de faible amplitude, une simple commande robuste peut préserver la stabilité et les performances nominales du système à commander : on parle alors d'accommodation passive du défaut. Par contre, en présence de défauts critiques, un module de diagnostic de défauts est nécessaire afin de mettre en œuvre une stratégie active de commande tolérante aux défauts. Dans ce cas, on distingue l'accommodation, la reconfiguration et la restructuration suivant les performances souhaitées après l'occurrence de défaut [9]. La classification précédente est résumée dans la figure (IV.2).

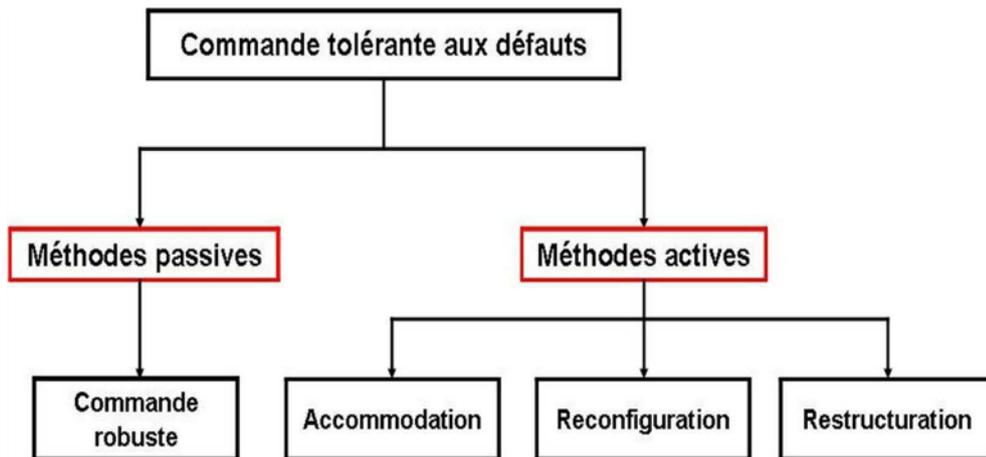


Figure IV.3. Classification des commandes tolérantes aux défauts.

IV.4.3.1. Approches FTC passives

Dans l'approche passive, les techniques de contrôle robuste sont utilisées de manière à ce que le système en boucle fermée reste insensible à un ensemble connu de défauts avec des régulateurs constants et sans utilisation d'information en ligne des défauts sur le système sont utilisées.

Les défauts sont alors pris en compte dans la conception du système de commande. La méthode est basée sur l'idée simple que les défauts représentent des perturbations que la loi de commande doit prendre en considération dès sa conception initiale. Elle utilise les

techniques de commande robuste par rapport aux incertitudes paramétriques et perturbations extérieures (commande H_∞ , commande à mode glissant ...).

Ce type d'approche n'a besoin ni d'un module de diagnostic pour détecter la présence des défauts ni d'un bloc de reconfiguration de la loi de commande et/ou des paramètres du système.

IV.4.3.2. Approches FTC actives

A la différence de l'approche passive, l'approche active réagit "activement" sur les défauts en reconfigurant en ligne la loi de commande de manière à maintenir la stabilité et les performances nominales du système.

Cette approche permet alors de traiter des défauts imprévus mais nécessite une méthode efficace de détection et d'isolation des défauts permettant de fournir de manière aussi précise que possible une information sur les défauts éventuels (l'instant d'apparition, le type et l'amplitude du défaut).

Le grand inconvénient de l'approche active est la limitation du temps disponible pour recalculer la nouvelle loi de commande à chaque instant de détection d'un défaut [10].

Dans notre travail on s'intéresse sur l'approche passive, et on va l'appliquer sur la commande par backstepping développée dans le paragraphe (III.4.3).

IV.5. Approche passive via le backstepping

Dans cette approche de commande, le système est conçu de telle sorte à tolérer un nombre limité de défauts supposés connus avant la phase de conception de la loi de commande. En effet, les méthodes PFTC utilisent des techniques de commande robuste afin d'assurer l'insensibilité du système en boucle fermée à certains défauts, et cela sans changement de structures des régulateurs nominaux et sans utilisation d'informations en ligne relatives aux différents défauts affectant le système [6] [12].

Dans cette approche, les défauts sont considérés comme sources d'incertitudes de modèle [12]. Donc le but est de chercher un régulateur qui optimise les performances pour tous les défauts anticipés. En PFTC, le système défaillant continue de fonctionner avec le même régulateur et la même structure du système [12], cette approche de commande est illustrée par la figure (IV.4).

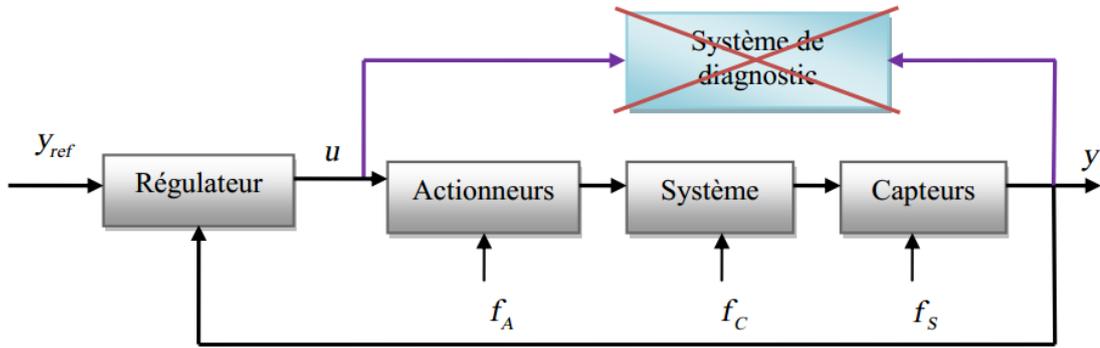


Figure IV.4. Approche passive de commande tolérante aux défauts.

IV.5.1. Test de la commande backstepping en présence des défauts

Avant de passer à la synthèse de loi de la commande PFTC, on va tester la robustesse et les performances de la commande par backstepping vis-à-vis les défauts possibles du système.

Dans ce test on introduit quatre résultants de défauts liés aux mouvements d'altitude, de roulis, de tangage, de lacet aux instants 15, 20, 25 et 30 secondes respectivement.

Les résultats du test sont présentés dans les figures ci-dessous.

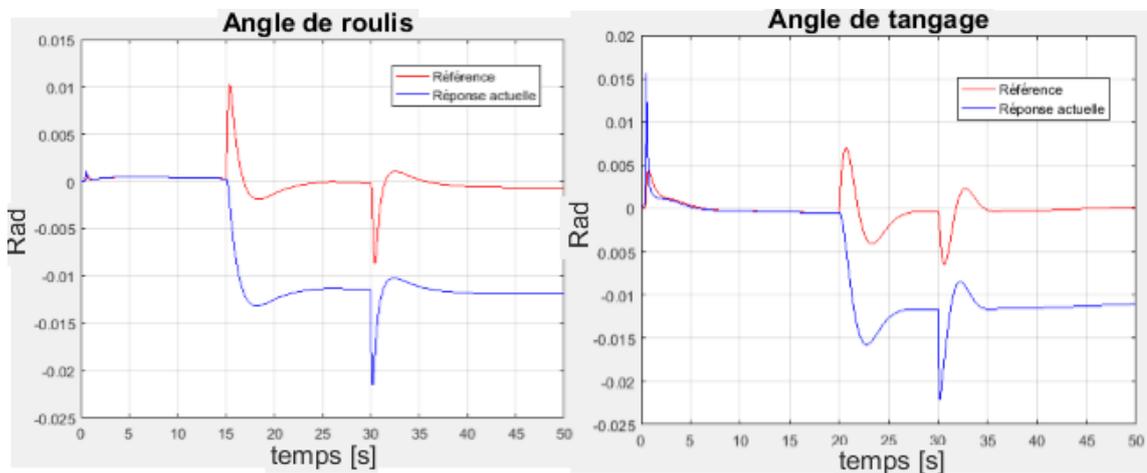


Figure IV.5. Réponse en attitude (ϕ et θ) sous l'effet de défauts.

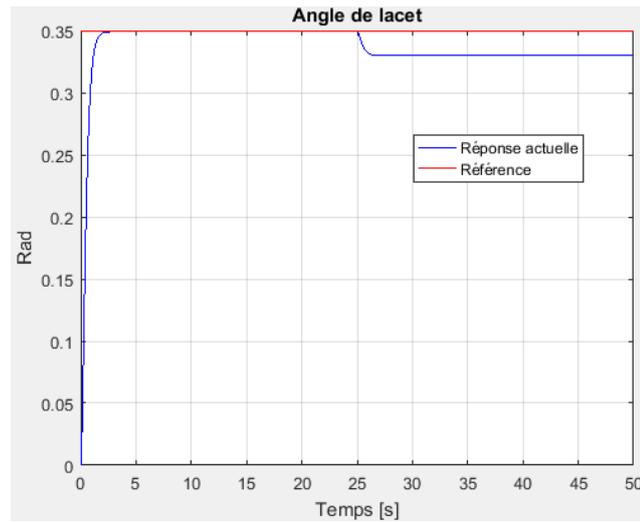


Figure IV.6. Réponse en cap sous l'effet de défauts.

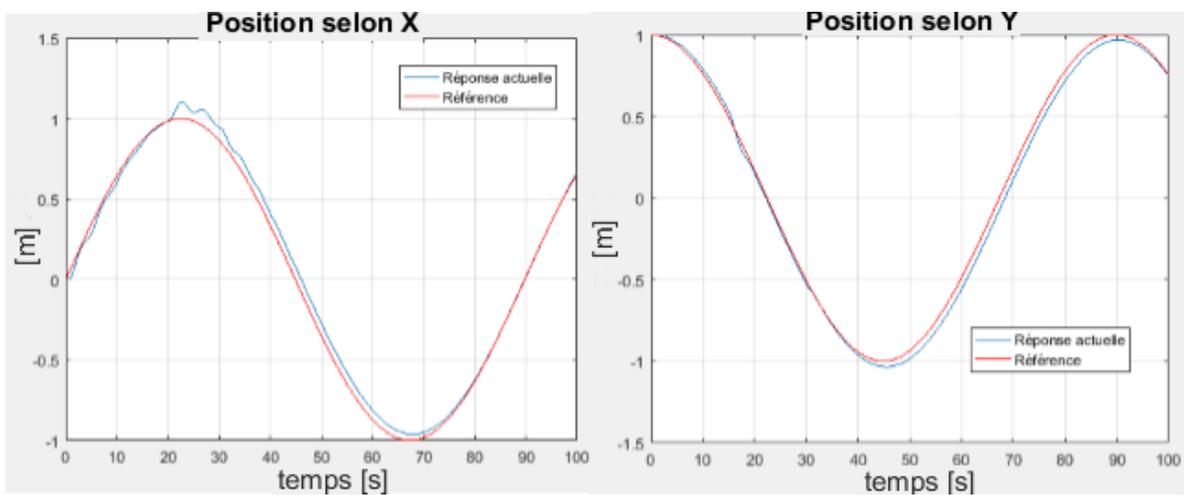


Figure IV.7. Réponse en position (x et y) sous l'effet de défauts.

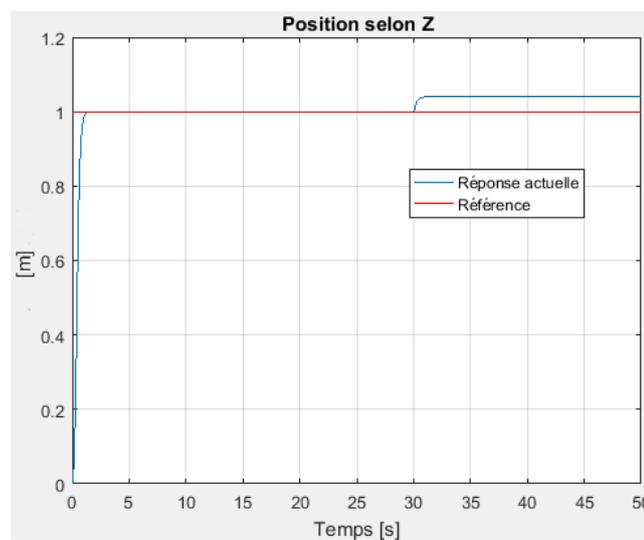


Figure IV.8. Réponse en altitude sous l'effet de défauts.

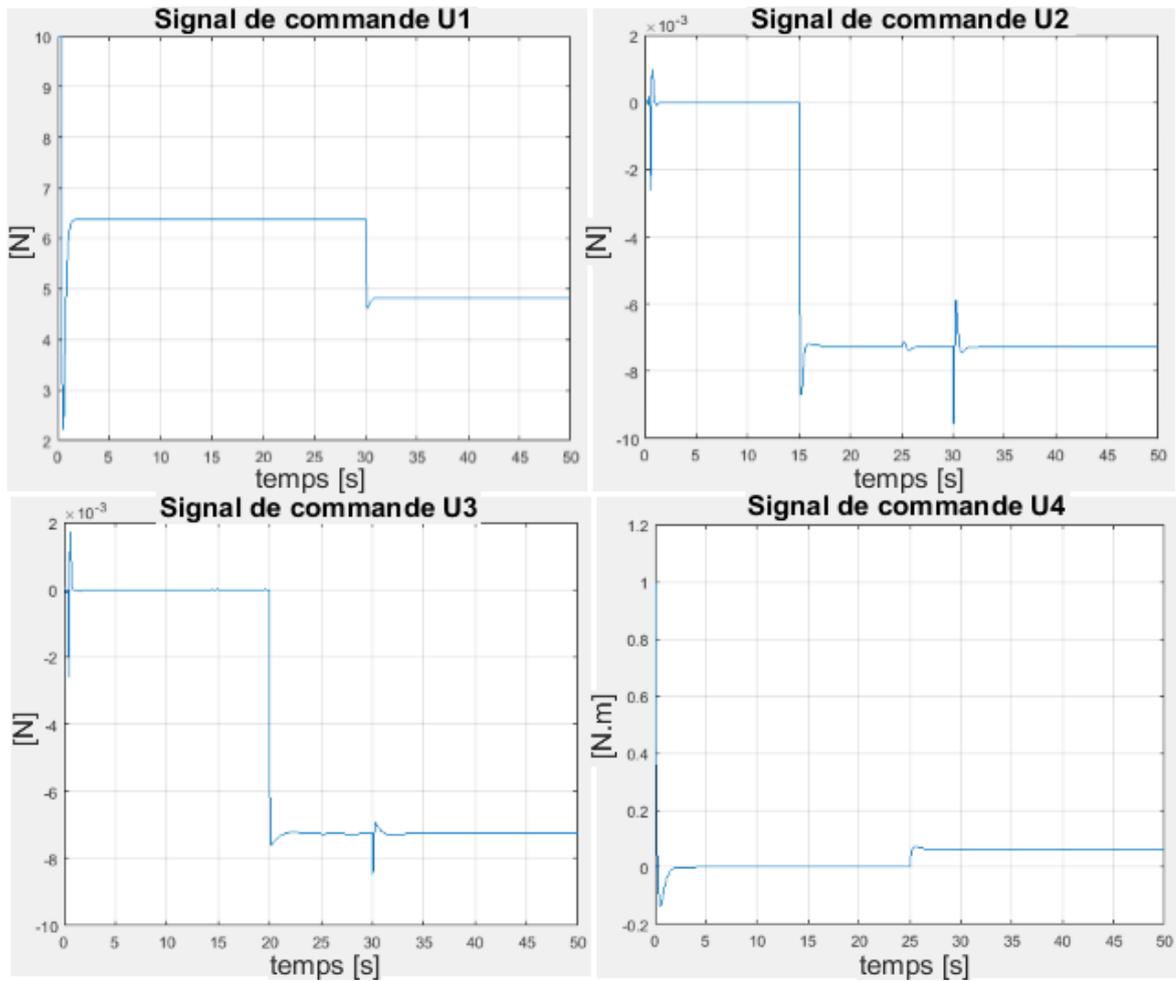


Figure IV.9. Evolution des commandes u_1, u_2, u_3, u_4 sous l'effet de défauts.

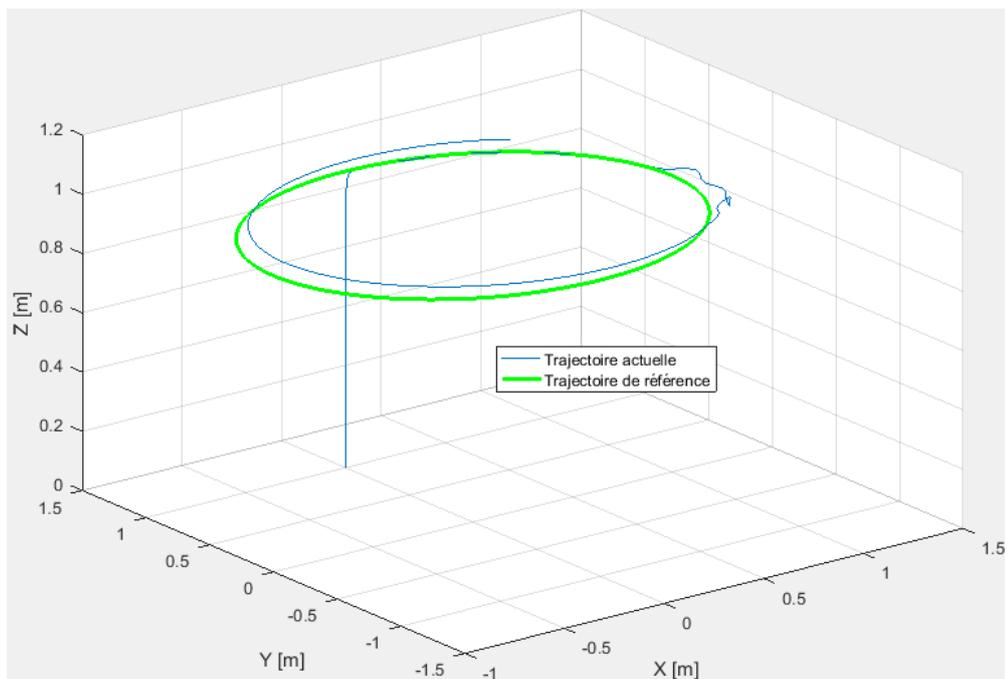


Figure IV.10. Résultat de poursuite de trajectoire sous l'effet de défauts en 3D.

D'après les figures (IV.5), (IV.6), (IV.7), (IV.8) on remarque que la technique de commande appliquée dans ce test conduit le système vers une dégradation de performance après l'apparition de défauts de système.

La figure (IV.10) montre bien que le système est incapable de suivre la référence après l'apparition de défauts.

Les commandes sont aussi perturbées par les défauts correspondant aux mouvements de roulis, tangage, lacet et de translation suivant l'axe z (à cause du sous-actionnement de ce système).

IV.5.2. Synthèse de la commande FTC passive avec défauts du système

Le modèle infecté par les défauts du système est décrit par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = \dot{\phi} = x_2 \\ \dot{x}_2 = \ddot{\phi} = a_1 x_4 x_6 - a_2 \Omega_r x_4 + b_1 u_2 - c_1 x_2^2 + f_{a_1} \\ \dot{x}_3 = \dot{\theta} = x_4 \\ \dot{x}_4 = \ddot{\theta} = a_3 x_2 x_6 + a_4 \Omega_r x_2 + b_2 u_3 - c_2 x_4^2 + f_{a_2} \\ \dot{x}_5 = \dot{\psi} = x_6 \\ \dot{x}_6 = \ddot{\psi} = a_5 x_2 x_4 + b_3 u_4 - c_3 x_6^2 + f_{a_3} \\ \dot{x}_7 = \dot{x} = x_8 \\ \dot{x}_8 = \ddot{x} = \frac{1}{m} u_x u_1 - c_4 x_8 \\ \dot{x}_9 = \dot{y} = x_{10} \\ \dot{x}_{10} = \ddot{y} = \frac{1}{m} u_y u_1 - c_5 x_{10} \\ \dot{x}_{11} = \dot{z} = x_{12} \\ \dot{x}_{12} = \ddot{z} = \frac{1}{m} u_z u_1 - c_6 x_{12} - g + f_{a_4} \end{array} \right. \quad (IV.1)$$

Soit la représentation d'état suivante :

$$Y = [y_1 \ y_2 \ y_3 \ y_4 \ y_5 \ y_6 \ y_7 \ y_8 \ y_9 \ y_{10} \ y_{11} \ y_{12}]^T \quad (IV.2)$$

$$= \begin{bmatrix} x_1 & x_2 + f_{s_1} & x_3 & x_4 + f_{s_2} & x_5 & x_6 + f_{s_3} & x_7 & x_8 + f_{s_4} & x_9 & x_{10} + f_{s_5} & x_{11} & x_{12} + f_{s_6} \end{bmatrix}^T \quad (IV.3)$$

Avec :

$f_{a_j} : j \in [1, \dots, 4]$: Les défauts d'actionneurs

$f_{s_i} : i \in [1, \dots, 6]$: Les défauts des capteurs

Prenant le premier sous-système :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \dot{\phi} = x_2 \\ \dot{x}_2 = \ddot{\phi} = a_1 x_4 x_6 - a_2 \Omega_r x_4 + b_1 u_2 - c_1 x_2^2 + f_{a_1} \end{cases} \quad (\text{IV.4})$$

Avec :

$$Y = [y_1 \quad y_2]^T = [x_1 \quad x_2 + f_{s_1}]^T \quad (\text{IV.5})$$

Le calcul de la commande u_2 s'effectue en deux étapes :

Étape 1 :

La première variable d'erreur est donnée par :

$$e_1 = y_{1d} - y_1 = \phi_d - x_1 = \phi_d - \phi \quad (\text{IV.6})$$

Sa dérivée est:

$$\dot{e}_1 = \dot{\phi}_d - \dot{x}_1 = \dot{\phi}_d - x_2 \quad (\text{IV.7})$$

$$\text{Avec : } x_2 = y_2 - f_{s_1} \quad (\text{IV.8})$$

$$\text{Donc : } \dot{e}_1 = \dot{\phi}_d - (y_2 - f_{s_1}) \quad (\text{IV.9})$$

On prend comme commande virtuelle, sa valeur désirée est :

$$(y_2)_d \triangleq \alpha_1 = \dot{\phi}_d + k_1 e_1 + \lambda_1 \xi_1 \quad (\text{IV.10})$$

Afin de compenser l'effet du défaut de capteur de roulis, on introduit un terme intégral qui permet d'annuler l'erreur de poursuite.

$$\text{On prend : } \xi_1 = \int e_1 dt \quad (\text{IV.11})$$

On a:

$$e_1 - y_{2d} = \dot{\phi}_d - y_2 + f_{s_1} - \dot{\phi}_d - k_1 e_1 - \lambda_1 \xi_1 \quad (\text{IV.12})$$

Avec :

$$y_{2d} \approx y_2 \quad (\text{IV.13})$$

Et considérons que f_{s_1} est de nature lentement variable, on peut écrire :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = -k_1 e_1 + f_{s_1} - \lambda_1 \xi_1 = -k_1 e_1 + \lambda_1 \left[\frac{f_{s_1}}{\lambda_1} - \xi_1 \right] = -k_1 e_1 + \lambda_1 \hat{d} \\ \dot{\hat{d}} = -e_1 \end{cases} \quad (\text{IV.14})$$

La fonction de Lyapunov se donne par :

$$V_1 = \frac{1}{2}e_1^2 + \frac{1}{2}\hat{d}^2 \quad (\text{IV.15})$$

Sa dérivée est :

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= e_1\dot{e}_1 + \hat{d}\dot{\hat{d}} = e_1[-k_1e_1 + \lambda_1\hat{d}] + \hat{d}[-e_1] \\ &= -[e_1 \quad \hat{d}] \begin{bmatrix} k_1 & -\lambda_1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ \hat{d} \end{bmatrix} = -\hat{e}_1^T Q_1 \hat{e}_1 \end{aligned} \quad (\text{IV.16})$$

On choisit λ_1 et k_1 de façon à rendre Q_1 définie positive

Ce qui signifie : $\dot{V}_1 \leq 0$

Etape 2 :

On définit la variable d'erreur e_2 comme suite :

$$e_2 = y_{2d} - y_2 \neq 0 \quad (\text{IV.17})$$

Les dynamiques des erreurs sont données par :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = -k_1e_1 + \lambda_1\hat{d} + e_2 \\ \dot{e}_2 = \dot{\alpha}_1 - \dot{y}_2 = \dot{\alpha}_1 - \dot{x}_2 \\ \dot{e}_2 = \dot{\alpha}_1 - a_1x_4x_6 + a_2\Omega_r x_4 - b_1u_2 + c_1x_2^2 - f_{a_1} \end{cases} \quad (\text{IV.18})$$

On choisit la fonction de Lyapunov : $V_2 = V_1 + \frac{1}{2}e_2^2$ (IV.19)

Sa dérivée est :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + e_2\dot{e}_2 = e_1\dot{e}_1 + e_2\dot{e}_2 \\ &= -[e_1 \quad \hat{d}] \begin{bmatrix} k_1 & -\lambda_1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ \hat{d} \end{bmatrix} - k_2e_2^2 \\ &\quad + e_2[k_2e_2 + e_1 + \ddot{\phi}_d + k_1(-k_1e_1 + \lambda_1\hat{d} + e_2) + \lambda_1e_1 - a_1(y_4 - f_{s_2})(y_6 - f_{s_3}) \\ &\quad + a_2\Omega_r(y_4 - f_{s_2}) + c_1(y_2 - f_{s_1})^2 - b_1u_2 - f_{a_1}] \end{aligned} \quad (\text{IV.20})$$

Finalement, on aura :

$$\dot{V}_2 = -[e_1 \quad \hat{d}] \begin{bmatrix} k_1 & -\lambda_1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ \hat{d} \end{bmatrix} - k_2e_2^2 + e_2[e_1 + k_2e_2 - b_1u_2 + \beta_{f_1}] \quad (\text{IV.21})$$

Tel que :

$$\begin{cases} \beta_{f_1} = \ddot{\phi}_d + k_1(-k_1 e_1 - \lambda_1 \int e_1 dt + e_2) + \lambda_1 e_1 - a_1 y_4 y_6 + a_2 \Omega_r y_4 + c_1 y^2 + \delta_{f_1} \\ \delta_{f_1} = \delta_{s_1} - f_{a_1} \\ \delta_{s_1} = -a_1(f_{s_3} y_4 + f_{s_2} y_6 - f_{s_2} f_{s_3}) - a_2 \Omega_r f_{s_2} + c_1(f_{s_1}^2 - 2y_2 f_{s_1}) + k_1 f_{s_1} \end{cases} \quad (IV.22)$$

Si on choisit :

$$u_2 = \frac{1}{b_1} \left[\beta_{f_{1n}} + e_1 + k_2 e_2 + \Delta_{f_1} \text{sign}(e_2) \right] \quad (IV.23)$$

$$\begin{aligned} u_2 = \frac{1}{b_1} \left[\ddot{\phi}_d + k_1 \left(-k_1 e_1 - \lambda_1 \int e_1 dt + e_2 \right) + (1 + \lambda_1) e_1 \right. \\ \left. + k_2 e_2 - a_1 y_4 y_6 + a_2 \Omega_r y_4 + c_1 y^2 + \Delta_{f_1} \text{sign}(e_2) \right] \end{aligned} \quad (IV.24)$$

On trouve :

$$\dot{V}_2 = -\hat{e}_1^T Q_1 \hat{e}_1 - k_2 e_2^2 + e_2 (\beta_{f_1} - \Delta_{f_1} \text{sign}(e_2)) \quad (IV.25)$$

Et si :

$$|\Delta \beta_{f_1}| = |\beta_{f_1} - \beta_{f_{1n}}| = |\delta_{f_1}| \leq \Delta_{f_1} \quad (IV.26)$$

On assure que :

$$\dot{V}_2 \leq -\hat{e}_1^T Q_1 \hat{e}_1 - k_2 e_2^2 \leq 0 \quad (IV.27)$$

Ce qui assure la stabilité de premier sous-système

Les mêmes étapes sont reprises, afin d'extraire u_3, u_4, u_x, u_y et u_1

$$\begin{aligned} u_3 = \frac{1}{b_2} \left[\ddot{\theta}_d + k_3(-k_3 e_3 - \lambda_3 \int e_3 dt + e_4) + (1 + \lambda_3) e_3 + k_4 e_4 - a_3 y_2 y_6 - a_4 \Omega_r y_2 \right. \\ \left. + c_2 y_4^2 + \Delta_{f_2} \text{sign}(e_4) \right] \end{aligned} \quad (IV.28)$$

$$\begin{aligned} u_4 = \frac{1}{b_3} \left[\ddot{\psi}_d + k_5 \left(-k_5 e_5 - \lambda_5 \int e_5 dt + e_6 \right) + (1 + \lambda_5) e_5 + k_6 e_6 - a_5 y_2 y_4 + c_3 y_6^2 \right. \\ \left. + \Delta_{f_3} \text{sign}(e_6) \right] \end{aligned} \quad (IV.29)$$

$$\begin{aligned} u_x = \frac{m}{u_1} \left[\ddot{x}_d + k_7 \left(-k_7 e_7 - \lambda_7 \int e_7 dt + e_8 \right) + (1 + \lambda_7) e_7 + k_8 e_8 + c_4 y_8 \right. \\ \left. + \Delta_{f_4} \text{sign}(e_8) \right] \quad \text{Avec } u_1 \neq 0 \end{aligned} \quad (IV.30)$$

$$u_y = \frac{m}{u_1} \left[\ddot{y}_d + k_9 \left(-k_9 e_9 - \lambda_9 \int e_9 dt + e_{10} \right) + (1 + \lambda_9) e_9 + k_{10} e_{10} + c_5 y_{10} + \Delta_{f_5} \text{sign}(e_{10}) \right] \quad \text{Avec } u_1 \neq 0 \quad (\text{IV.31})$$

$$u_1 = \frac{m}{\cos \phi \cos \theta} \left[\ddot{z}_d + k_{11} \left(-k_{11} e_{11} - \lambda_{11} \int e_{11} dt + e_{12} \right) + (1 + \lambda_{11}) e_{11} + k_{12} e_{12} + c_6 y_{11} + \Delta_{f_6} \text{sign}(e_{12}) \right] \quad (\text{IV.32})$$

Tel que :

$$\delta_{f_i} = \begin{cases} \delta_{s_i} - f_{a_j} & i \in [1,2,3,6] \text{ et } j \in [1,2,3,4] \\ \delta_{s_i} & i \in [4,5] \end{cases} \quad (\text{IV.34})$$

$$|\delta_{f_i}| \leq \Delta_{f_i} \quad i \in [1, \dots, 6] \quad (\text{IV.35})$$

IV.5.3. Simulation numérique

Dans cette partie on effectue deux tests :

- **Test sans défauts** : Afin de bien voir les performances des commandes qu'on a développé précédemment, on effectue un test sans défauts.
- **Test avec défauts** : Dans ce test on introduit quatre résultants de défauts liés aux mouvements de roulis, de tangage, de lacet et d'altitude.

Nous effectuons la simulation par les mêmes conditions appliquées précédemment dans les paragraphes (III.3.4), (IV.5.1).

IV.5.3.1. FTC passive sans défauts

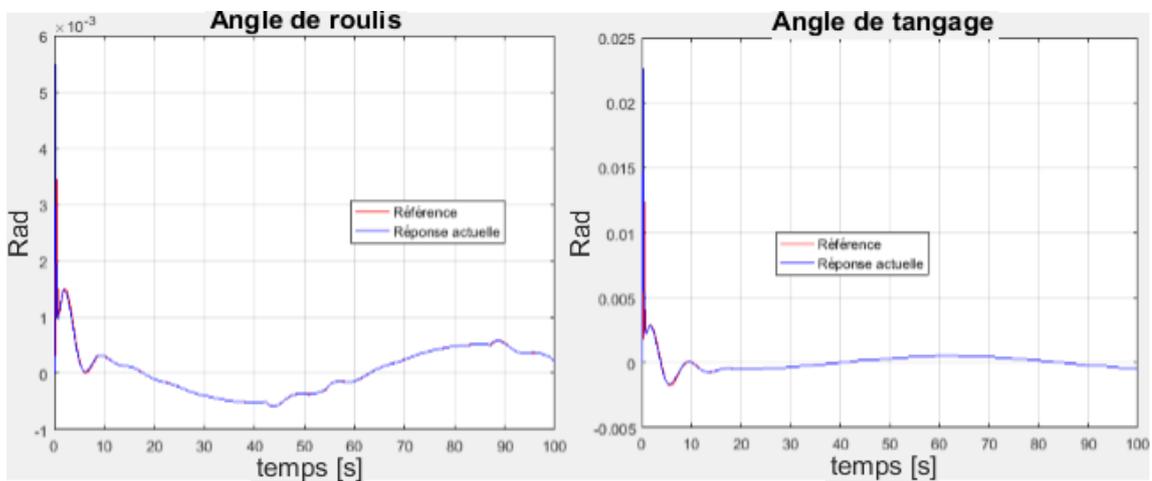


Figure IV.11. Réponse en attitude (ϕ et θ) par la FTC passive.

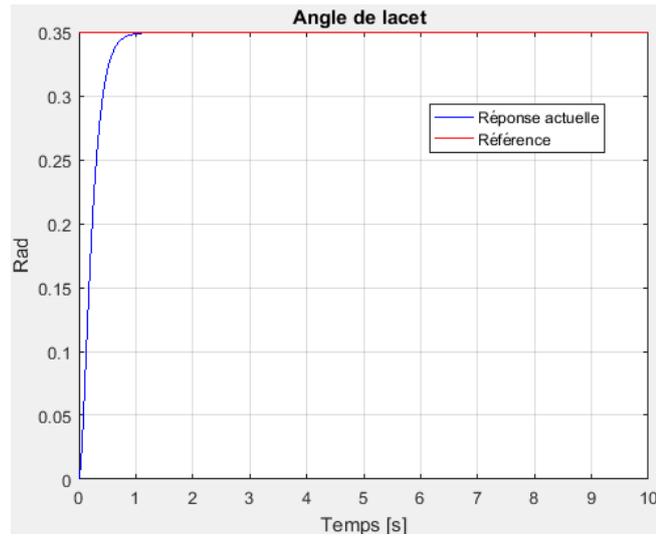


Figure IV.12. Réponse en cap par la FTC passive.

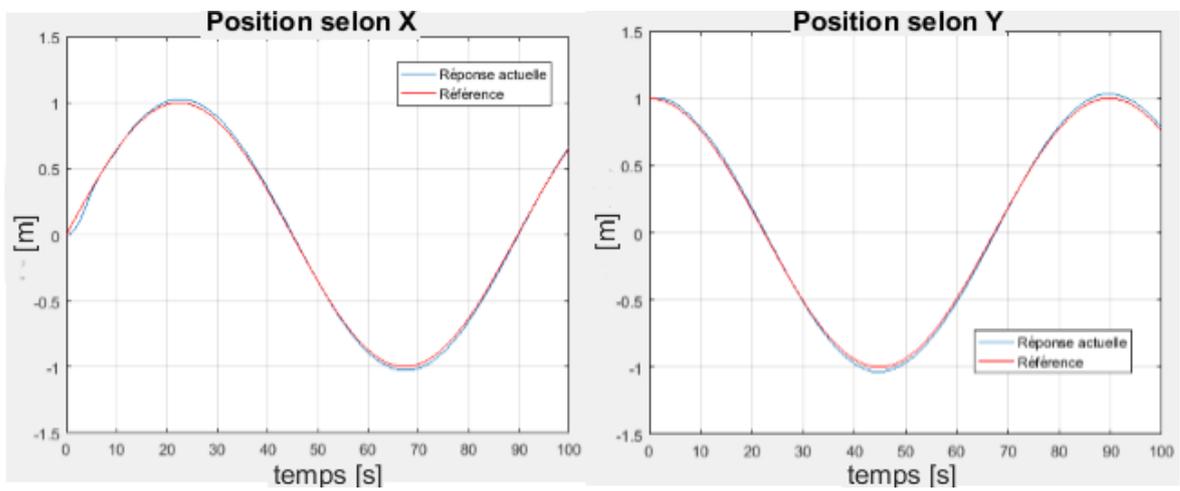


Figure IV.13. Réponse en position (x et y) par la FTC passive.

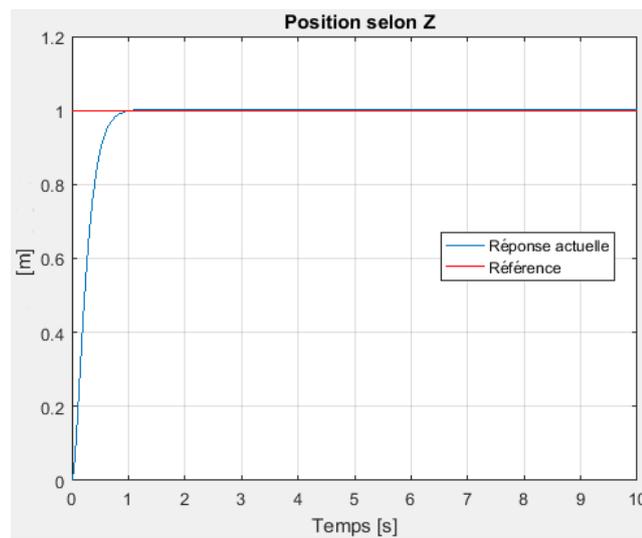


Figure IV.14. Réponse en altitude par la FTC passive.

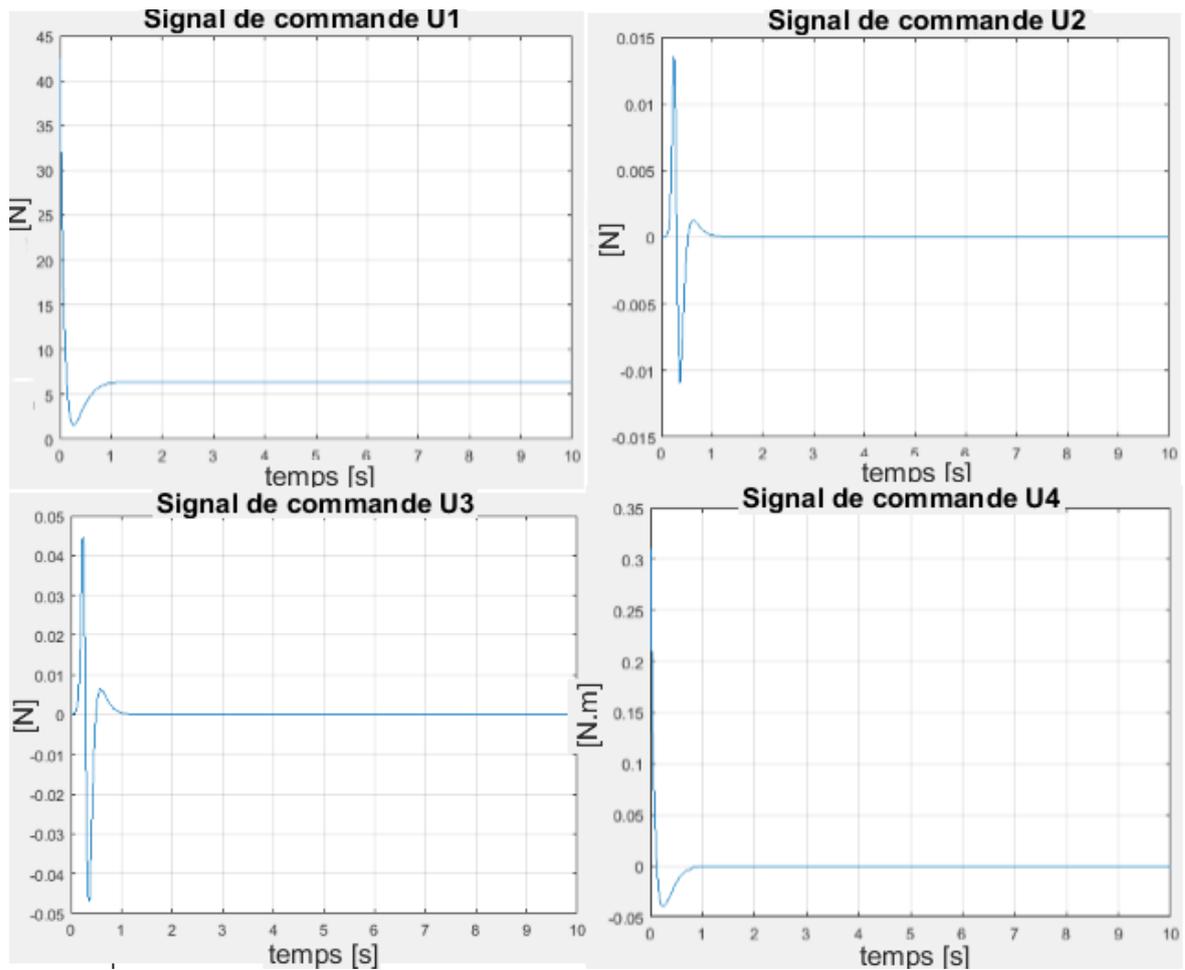


Figure IV.15. Evolution des commandes u_1, u_2, u_3, u_4 .

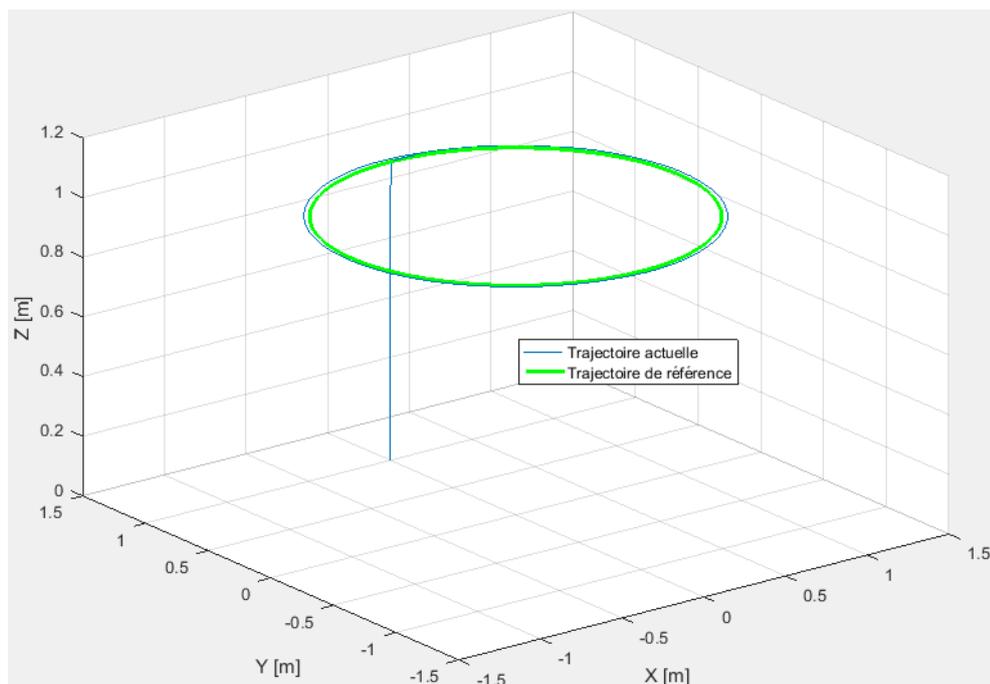


Figure IV.16. Résultat de poursuite de trajectoire en 3D.

En se référant aux figures présentées ci-dessus, on remarque la commande FTC passive développée via la méthode backstepping a une bonne poursuite de la trajectoire désirée en absence de défauts.

IV.5.3.2. FTC passive avec défauts du système

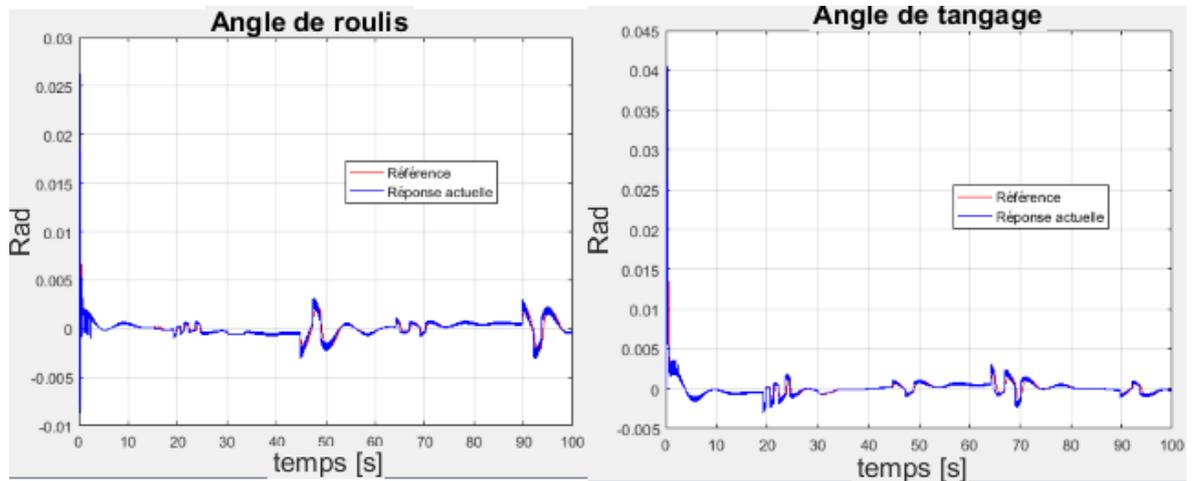


Figure IV.17. Réponse en attitude (ϕ et θ) par la PFTC avec défauts.

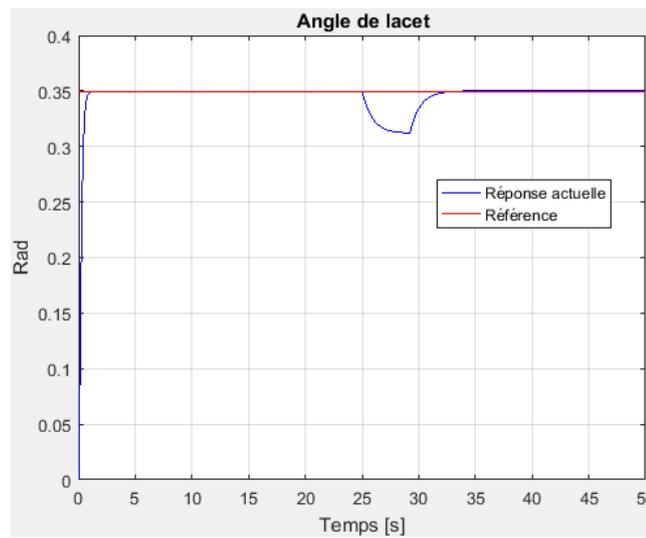


Figure IV.18. Réponse en cap par la PFTC avec défauts.

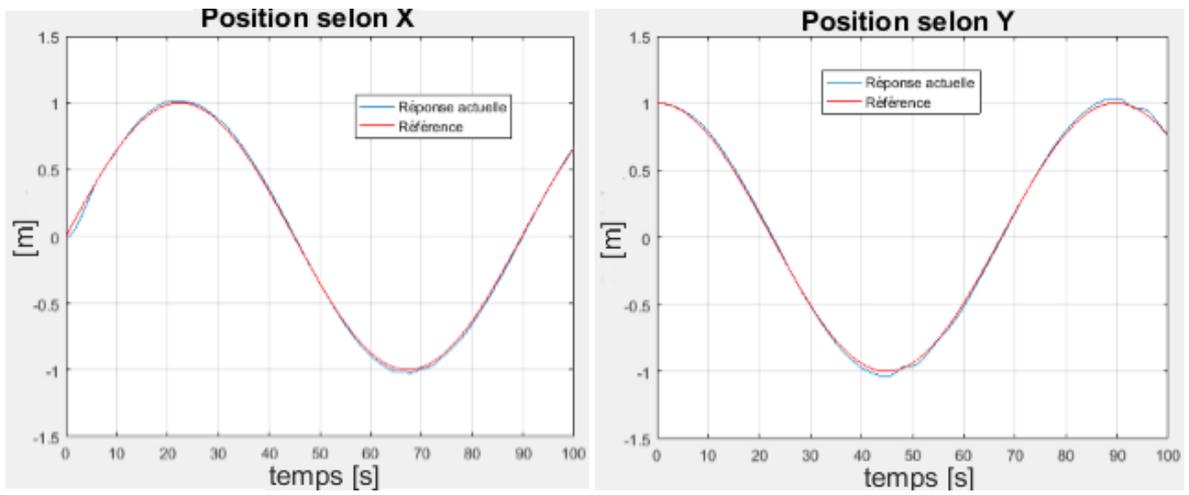


Figure IV.19. Réponse en position (x et y) par la PFTC avec défauts.

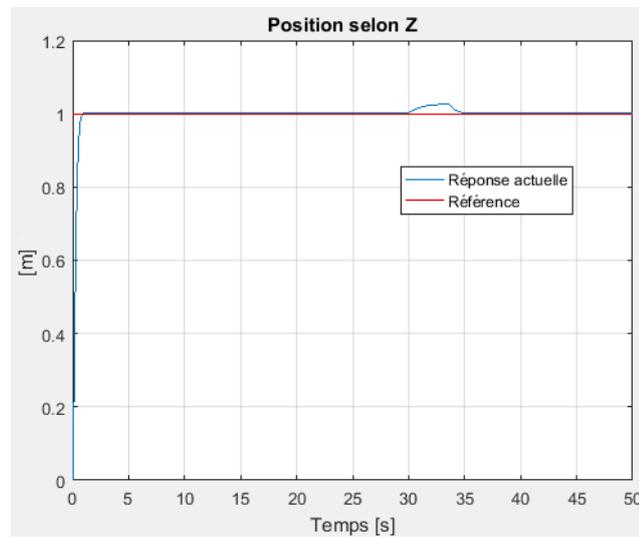


Figure IV.20. Réponse en altitude par la PFTC avec défauts.

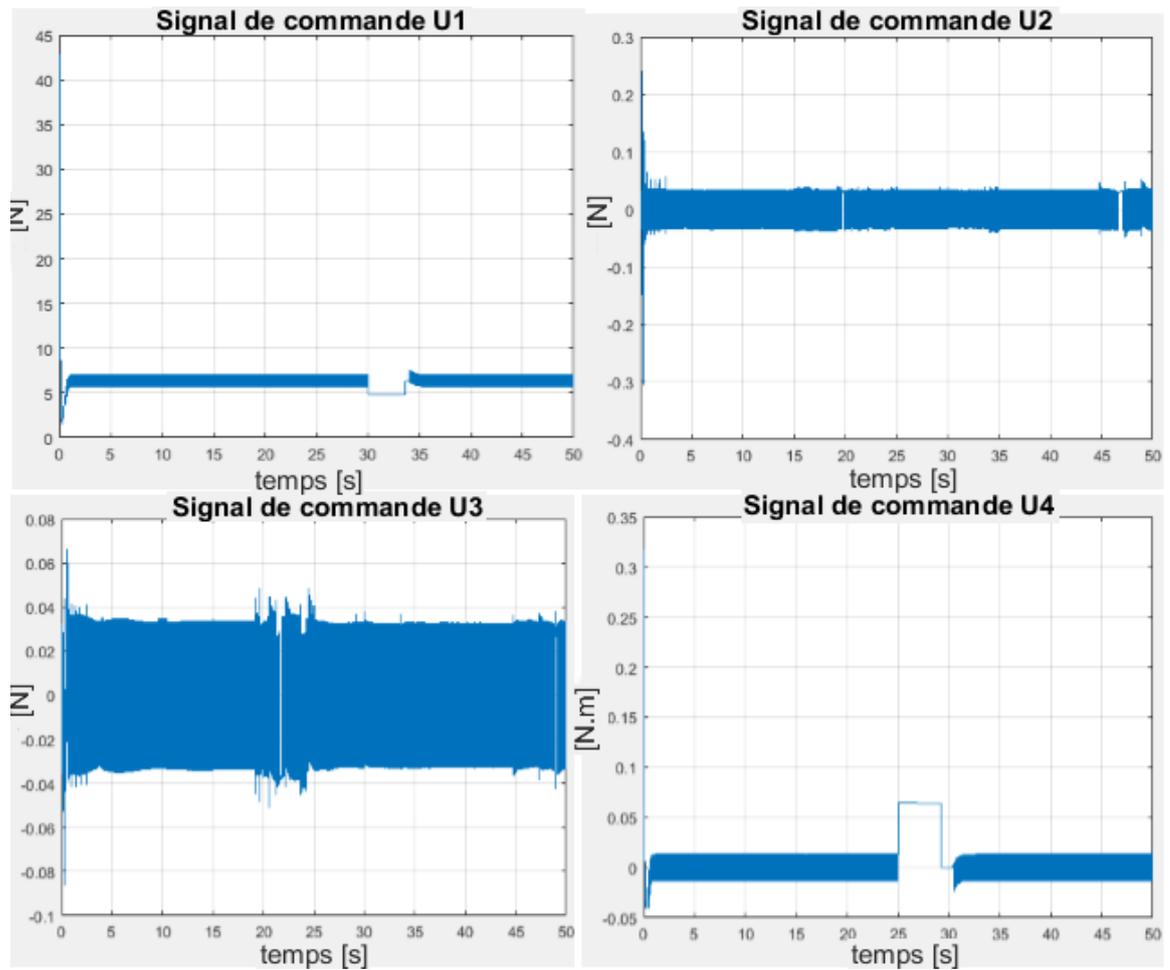


Figure IV.21. Evolution des commandes u_1, u_2, u_3, u_4 .

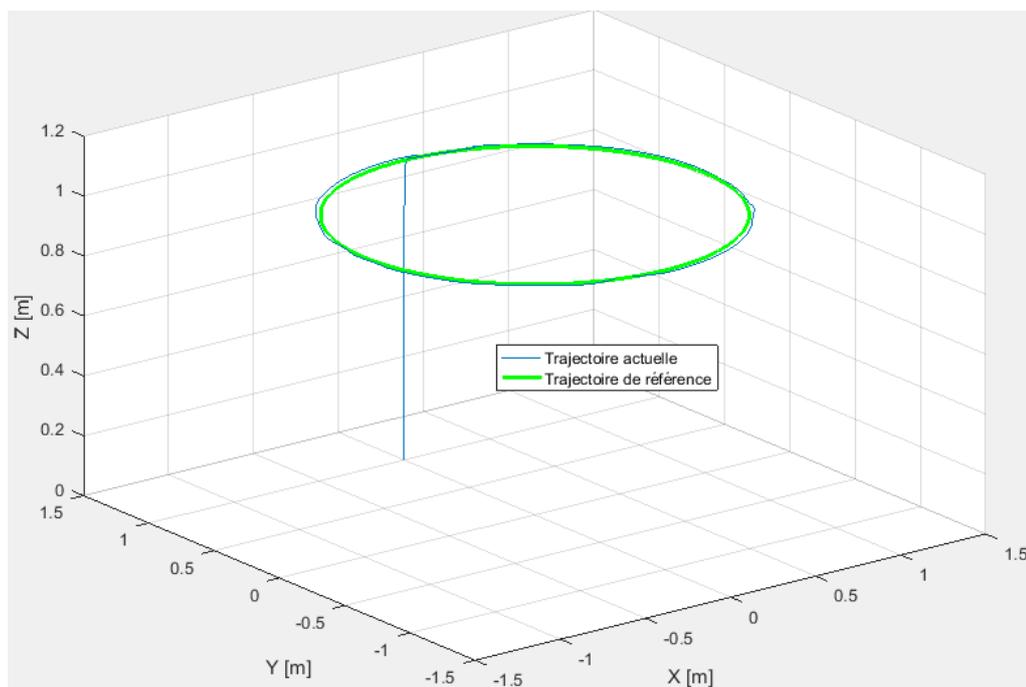


Figure IV.22 : Résultat de poursuite de trajectoire en 3D.

Les figures ci-dessus montrent que la FTC passive appliquée dans ce test préserve les performances du système vis-à-vis la stabilité et la poursuite même après l'apparition de l'ensemble des défauts du système mentionnés dans le paragraphe (IV.5.1), en observant aussi l'apparition du chattering avec des pics transitoires lors de l'occurrence des défauts dans les commandes illustrées par la figure (IV.21).

IV.5.3.3. FTC passive avec défauts en utilisant la fonction « *sat* »

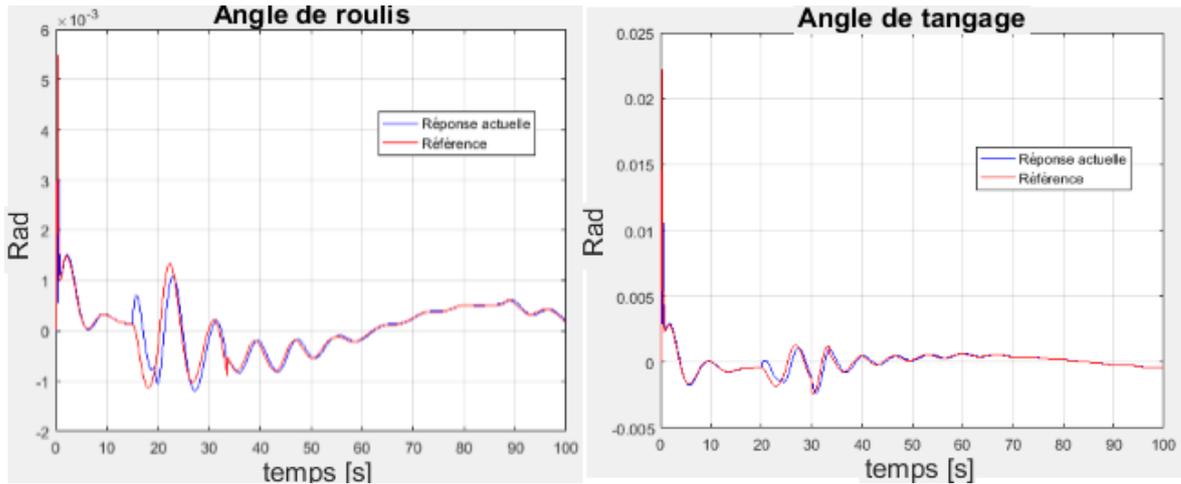


Figure IV.23. Réponse en attitude (ϕ et θ).

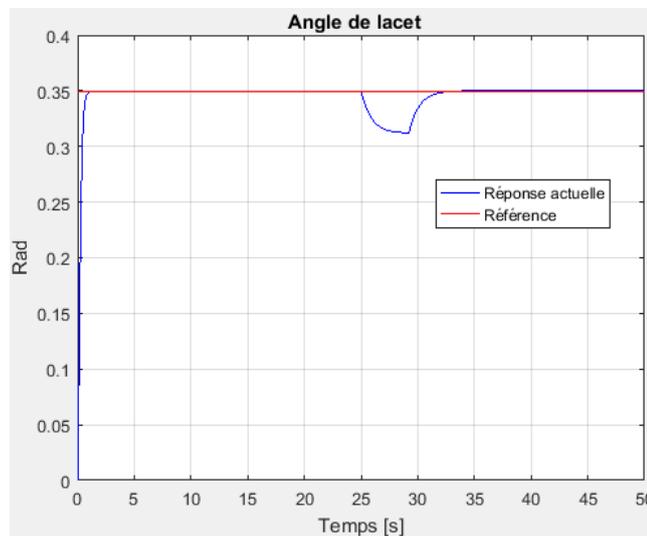


Figure IV.24. Réponse en cap.

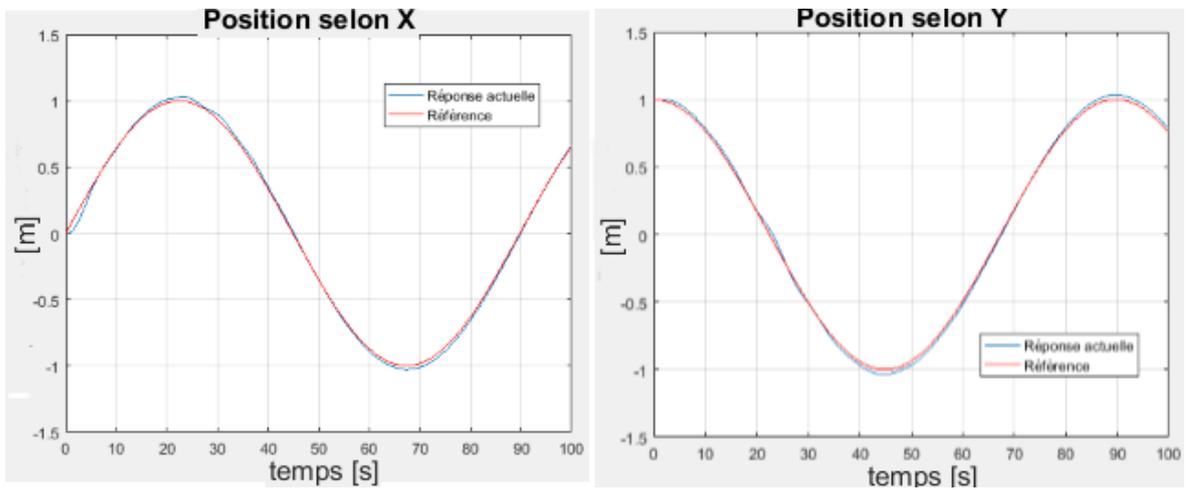


Figure IV.25. Réponse en position (x et y).

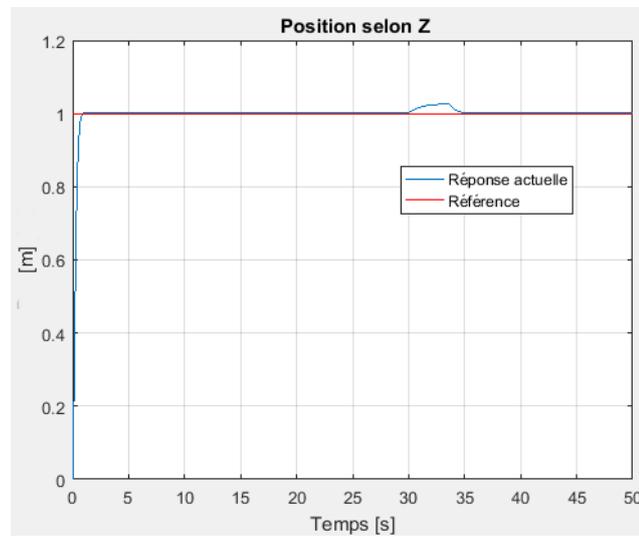


Figure IV.26. Réponse en altitude.

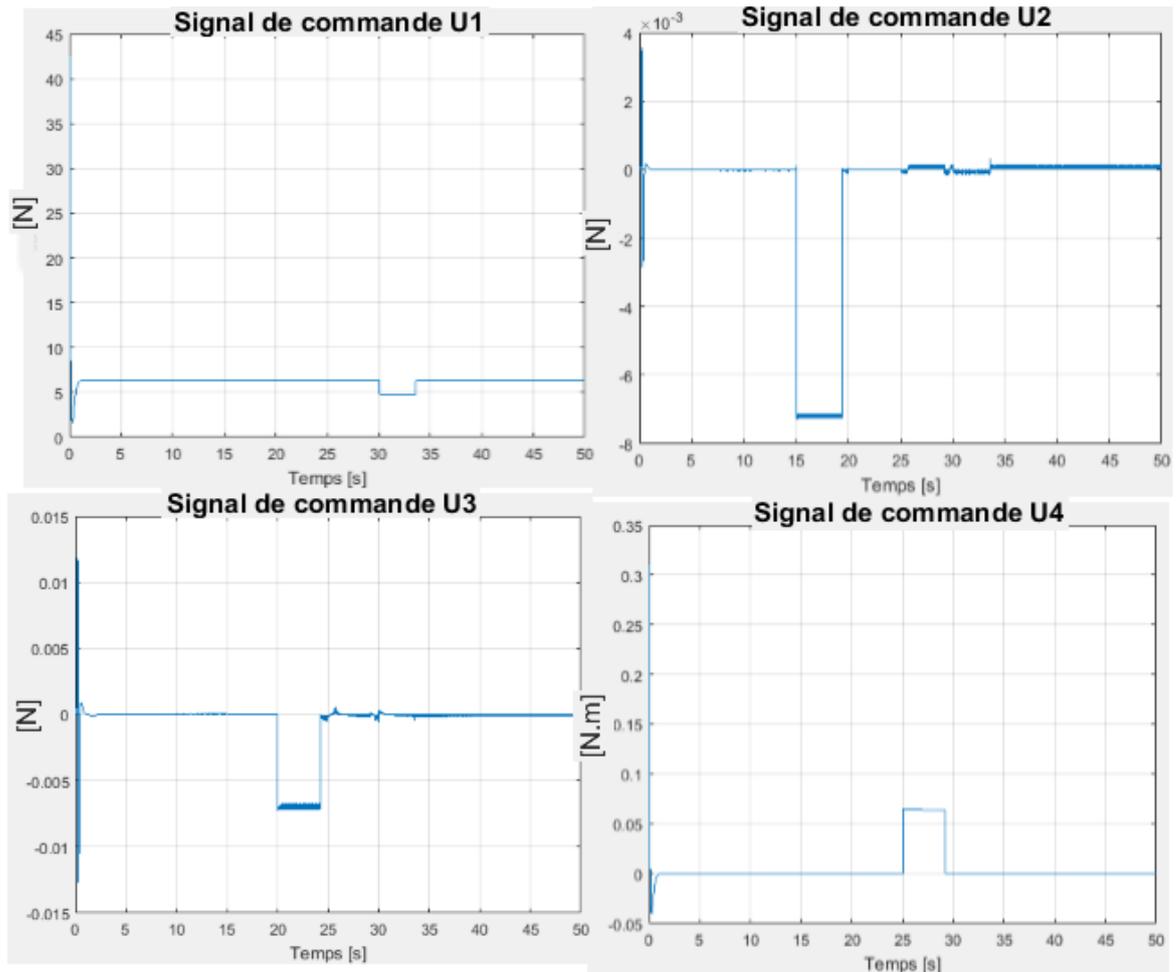


Figure IV.27. Evolution des commandes u_1, u_2, u_3, u_4 en absence de chattering.

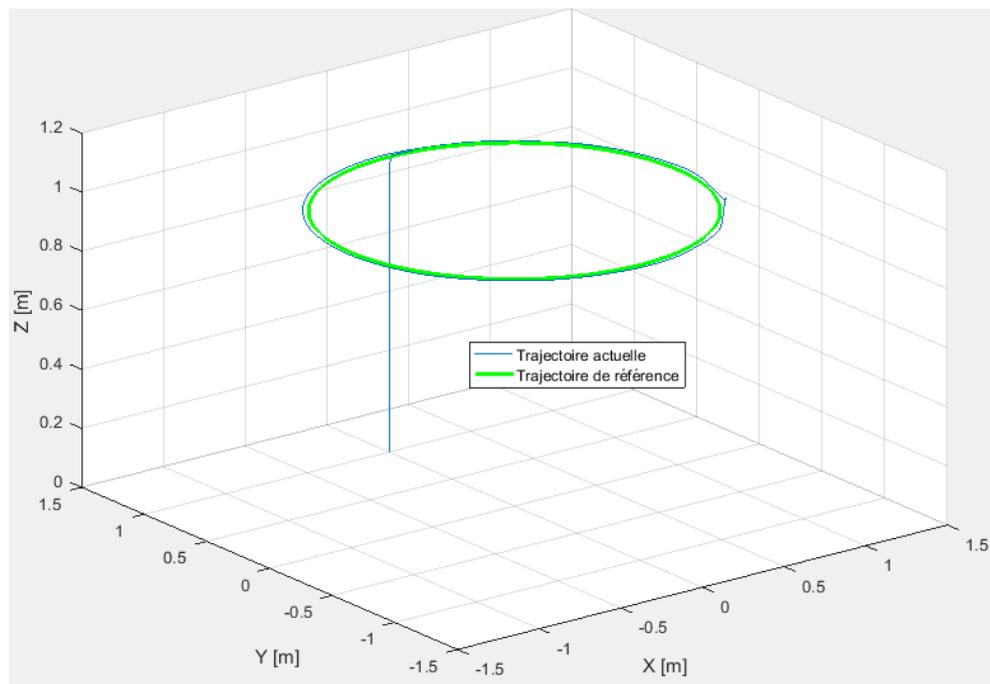


Figure IV.28. Résultats de poursuite de trajectoire en 3D.

On remarque l'apparition des pics transitoires lors de l'occurrence des défauts dans les commandes illustrées par la figure (IV.27). On remarque aussi que le phénomène de chattering est annulé avec une légère dégradation de performance de système dans la poursuite de la trajectoire désirée.

IV.6. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une stratégie de la commande tolérante aux défauts via le backstepping, qui est la FTC passive. L'approche de commande proposée, regroupe deux techniques de compensation : une technique consiste à utiliser un terme de à action intégral, et une technique qui contient la fonction « *sign* ».

La FTC passive proposée donne des résultats satisfaisants vis-à-vis la stabilité et la poursuite. Cependant, on remarque l'apparition du phénomène de chattering au niveau des commandes correspondantes à cause de l'utilisation de la fonction « *sign* ».

Afin de réduire le phénomène de chattering et rendre les commandes un peu lisses, nous avons proposé une autre technique de compensation qui consiste à utiliser la fonction de saturation « *sat* » à la place de la fonction « *sign* », cette nouvelle FTC passive donne des très bonnes réponses.



**CONCLUSION
GÉNÉRALE**

Conclusion générale

Le travail effectué dans ce mémoire concerne l'application de certaines techniques de commande pour la stabilisation et guidage d'un drone type quadrirotor.

Après un bref état de l'art sur les travaux relatifs aux quadrirotors et une courte présentation de leur fonctionnement, on a entamé à la modélisation dynamique du système, puis nous avons présenté deux stratégies de contrôle pour le quadrirotor : une basée sur un modèle linéaire en appliquant la commande classique par régulation PID et l'autre basée sur des lois non-linéaires en utilisant un régulateur PID avec séquençement de gains, la commande par mode de glissement et la commande par backstepping.

Pour éviter les comportements non désirés du système qui peuvent être induits par ces techniques de commande en présence de défauts, on a utilisé une commande tolérante aux défauts PFTC via le backstepping. Elle est conçue indépendamment du système de diagnostic et qui utilise deux différentes techniques de compensation, une technique de compensation par un terme intégrale, et une autre technique qui utilise la fonction « *sign* ».

Les résultats de simulation ont montré une grande efficacité de l'approche passive lors d'un mauvais fonctionnement des capteurs ou des actionneurs.

Inopportunément, par le manque d'aide remarquable dans les laboratoires, le prix élevé des pièces électroniques et le manque du temps, nous n'avons pas pu implémenter les commandes développées dans ce mémoire.

Néanmoins, nous proposons comme perspectives, l'utilisation du quaternion à la place du modèle d'Euler, l'implémentation expérimentale de ces stratégies de commande sur un prototype réel afin de pouvoir valider les résultats de simulation en présence des perturbations externes. Ainsi que, l'amélioration de la technique FTC en utilisant l'approche active.

ANNEXES

ANNEXE A

A.1. Angles d'Euler

L'orientation entre les repères peut être donnée par une matrice de rotation orthogonale, la paramétrisation de la matrice de rotation par les angles d'Euler est souvent utilisée dans les applications robotiques [3].

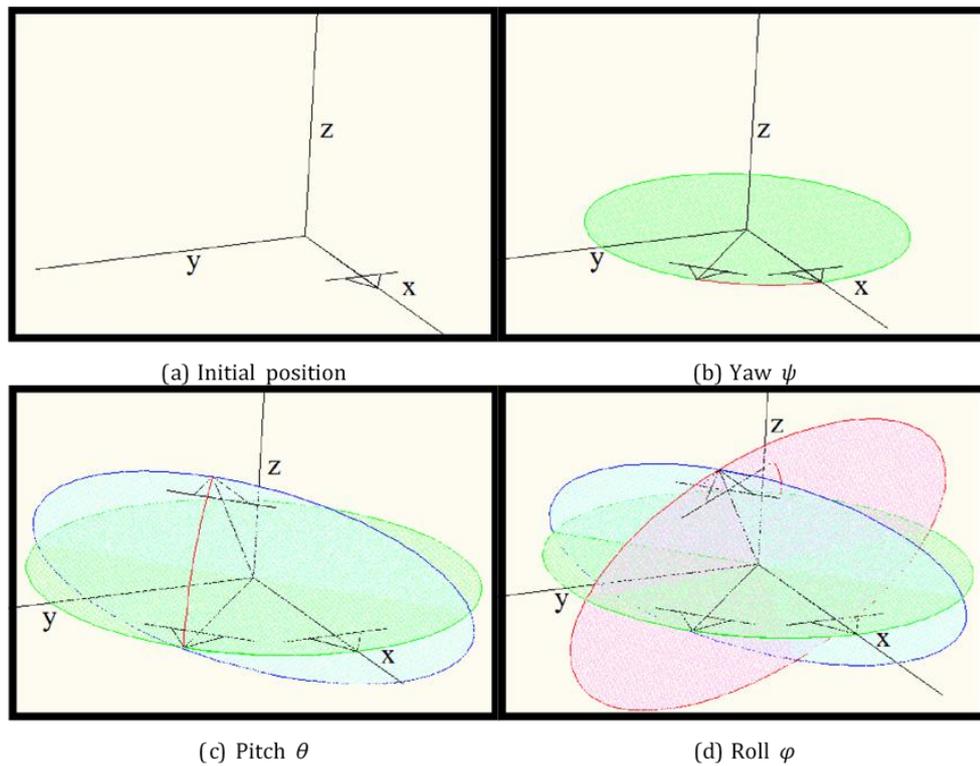


Figure A.1. Les rotations avec les angles d'Euler.

Rotation en roulis (autour de l'axe x) :

$$R(x, \phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

Rotation en tangage (autour de l'axe y) :

$$R(y, \theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

Rotation en lacet (autour de l'axe z) :

$$R(z, \psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

La multiplication de ces trois matrices donne la matrice de rotation complète :

$$R(\phi, \theta, \psi) = R(z, \psi) \times R(y, \theta) \times R(x, \phi)$$

$$\begin{aligned} &= \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} c\psi c\theta & c\psi s\theta s\phi - s\psi c\phi & c\psi s\theta c\phi + s\psi s\phi \\ s\psi c\theta & s\psi s\theta s\phi + c\psi c\phi & s\psi s\theta c\phi - c\psi s\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Avec : $c = \cos$, $s = \sin$

A.2. Vitesses angulaires

Les vitesses de rotations $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ dans le repère fixe sont exprimées en fonction des vitesses de rotations $\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$ dans le repère mobile, on a :

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ \Omega_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + Rot_x(\phi)^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + (Rot_y(\theta)Rot_x(\phi))^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

En effet, la rotation en roulis a lieu lorsque les repères sont encore confondus. Puis, en ce qui concerne le tangage, le vecteur représentant la rotation doit être exprimé dans le repère fixe.

Il est donc multiplié par $Rot_x(\phi)^{-1}$. De même, le vecteur représentant la rotation en lacet doit être exprimé dans le repère fixe qui a déjà subi deux rotations. On arrive ainsi à :

$$\Omega = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} c\phi \\ -\dot{\theta} s\phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\psi} s\theta \\ \dot{\psi} s\phi c\theta \\ \dot{\psi} c\phi c\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} - \dot{\psi} s\theta \\ \dot{\theta} c\phi + \dot{\psi} s\phi c\theta \\ \dot{\psi} c\phi c\theta - \dot{\theta} s\phi \end{bmatrix} \quad (\text{A.6})$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s\theta \\ 0 & c\phi & s\phi c\theta \\ 0 & -s\phi & c\phi c\theta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (\text{A.7})$$

Dans le cas où le quadrirotor réalise des mouvements angulaires de faibles amplitudes :

$$\begin{cases} c\phi = c\theta = c\psi = 1 \\ s\phi = s\theta = s\psi = 0 \end{cases} \quad (\text{A.8})$$

Le vecteur Ω peut être assimilé à : $[\dot{\phi} \quad \dot{\theta} \quad \dot{\psi}]^T$

A.3. Vitesses linéaires

Les vitesses linéaires v_x^b, v_y^b, v_z^b dans le repère fixe sont en fonction des vitesses linéaires v_x^m, v_y^m, v_z^m dans le repère mobile tel que :

$$v = \begin{bmatrix} v_x^b \\ v_y^b \\ v_z^b \end{bmatrix} = R \times \begin{bmatrix} v_x^m \\ v_y^m \\ v_z^m \end{bmatrix} \quad (\text{A.9})$$

R : La matrice de rotation.

ANNEXE B

Les paramètres du modèle du quadrirotor utilisés dans la simulation sont sélectionnés sur la base du projet de Bouabdallah (l'hélicoptère OS4) et présentés dans le tableau suivant [6] [22] :

Paramètre	Description	Valeur	Unité
I_x	Moment d'inertie suivant l'axe x	7.5×10^{-3}	$kg.m^2$
I_y	Moment d'inertie suivant l'axe y	7.5×10^{-3}	$kg.m^2$
I_z	Moment d'inertie suivant l'axe z	1.3×10^{-2}	$kg.m^2$
m	Masse du quadrirotor	0.65	kg
g	La gravité	9.81	m/s^2
l	Distance entre le moteur et le C.G	0.23	m
b	Le coefficient de portance	3.13×10^{-5}	$N.s^2$
d	Le coefficient de traînée	7.5×10^{-7}	$N.m.s^2$
J_r	L'inertie de rotor	6×10^{-5}	$kg.m^2$
$K_t [x, y, z]$	Coefficient de translation aérodynamique	[0.1, 0.1, 0.15]	$N.s/m$
$K_r [\phi, \theta, \psi]$	Coefficient de rotation aérodynamique	[0.1, 0.1, 0.15]	$N.m.s$
R_{mot}	Résistance du moteur	0.6	Ω
K_{mot}	Constante du couple mécanique	5.2	$N.m/A$
ω_{max}	Vitesse angulaire maximale	600	rad/sec

Tableau B.1. Paramètres du modèle du quadrirotor utilisés.

La vitesse des rotors nécessaire pour effectuer un vol quasi-stationnaire est calculée à partir de cette équation :

$$mg = 4F_i \quad (B.1)$$

$$mg = 4b. \omega_{ih}^2 \quad (B.2)$$

$$\omega_{ih} = \sqrt{\frac{mg}{4b}} \quad (B.3)$$

D'où :

ω_{ih} : représente la vitesse angulaire qui assure le vol quasi-stationnaire pour le rotor i .

➤ **Application numérique :**

$$\omega_{ih} = 225.678 \text{ rad/sec} \quad (B.4)$$

ANNEXE C

Des exemples de modèles Simulink qui permettent la simulation des techniques de commandes utilisées dans ce mémoire pour garantir la stabilité et les performances du quadrirotor sous certaines contraintes, sont illustrés dans les figures suivantes :

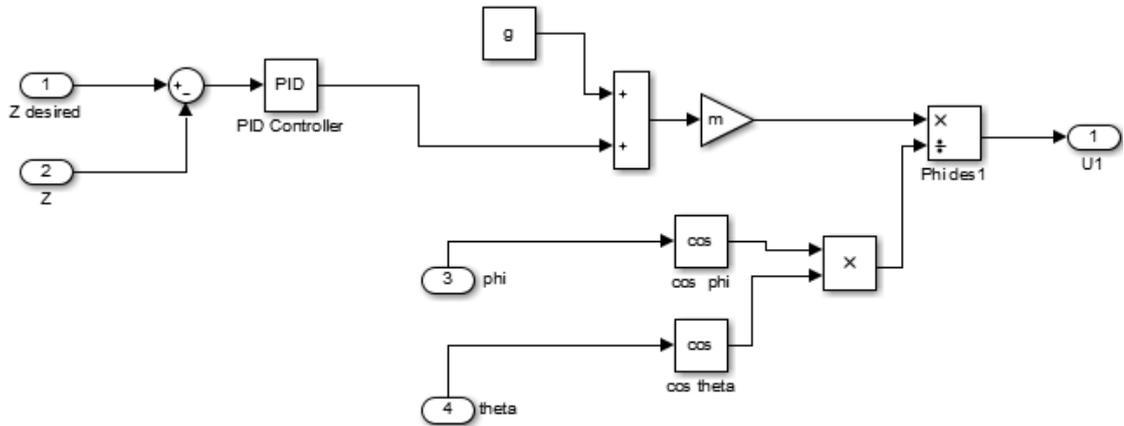


Figure C.1. Modèle Simulink pour le régulateur PID.

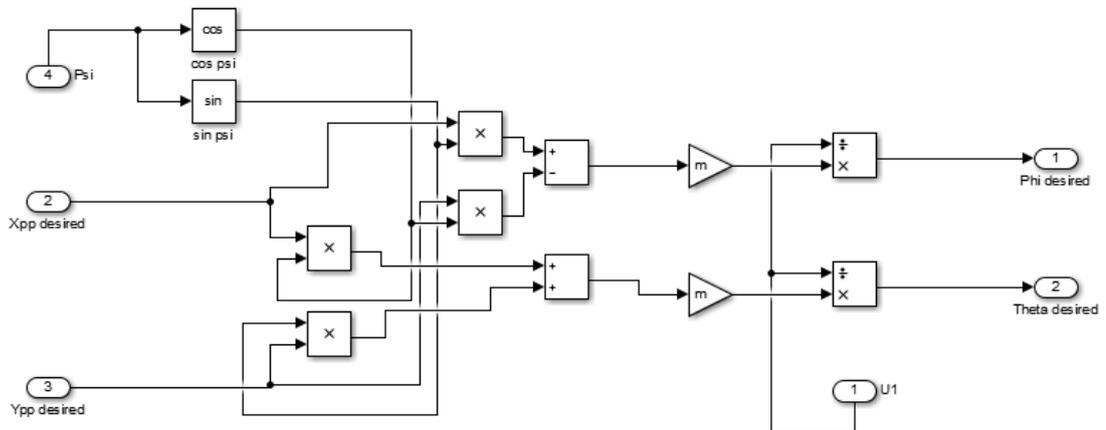


Figure C.2. Modèle Simulink pour le bloc de correction.

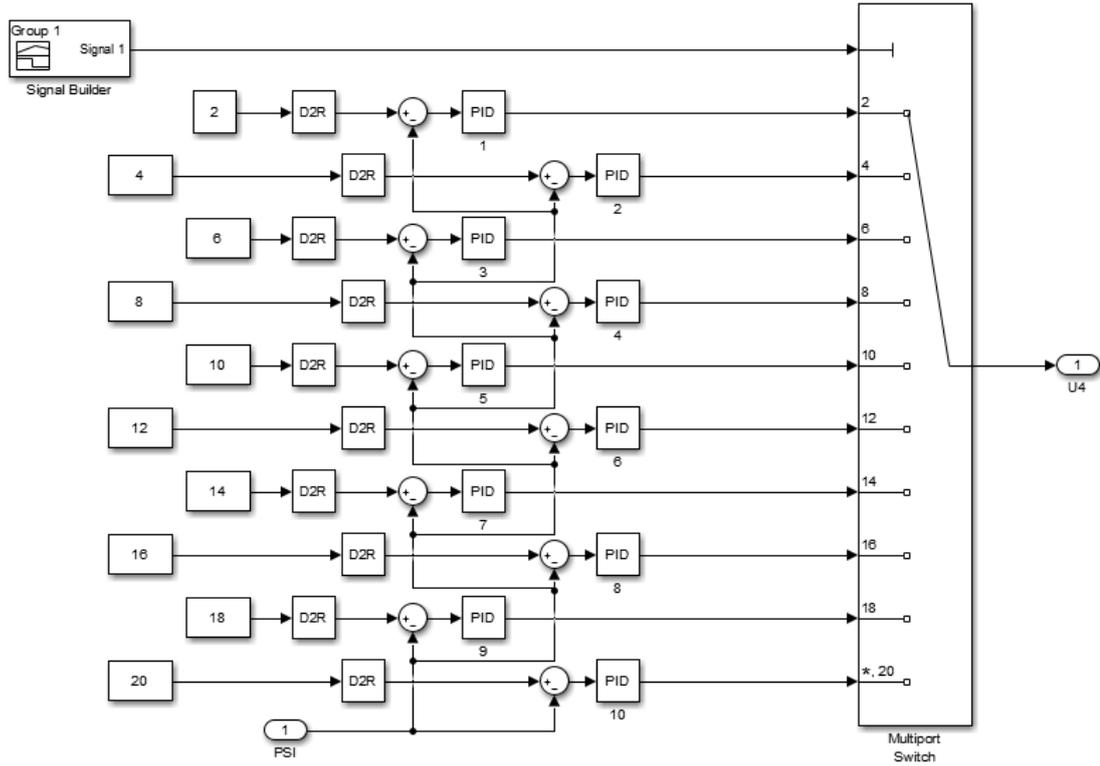


Figure C.3. Modèle Simulink pour le PID gain scheduling.

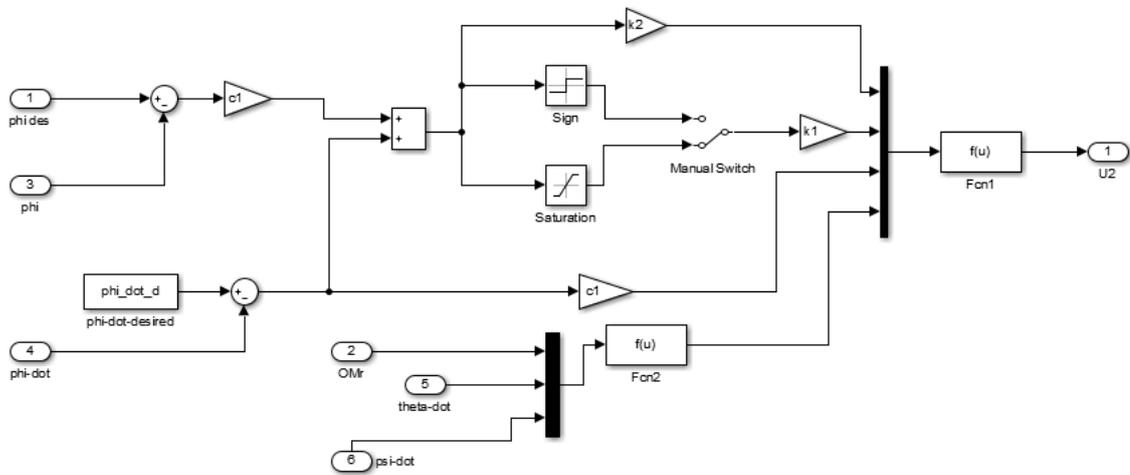


Figure C.4. Modèle Simulink pour le mode glissant.

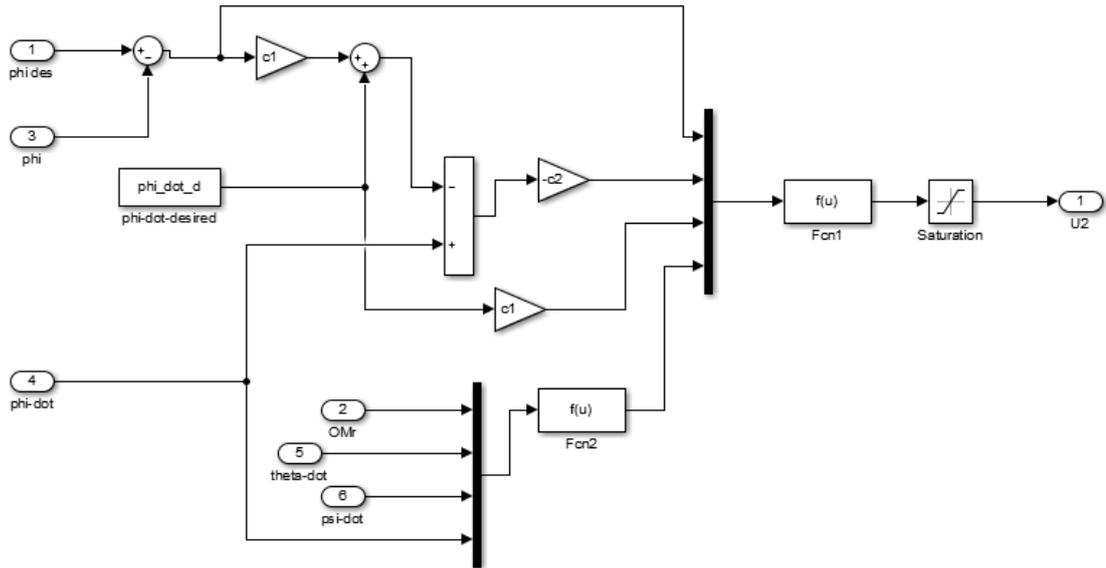


Figure C.5. Modèle Simulink pour le backstepping.

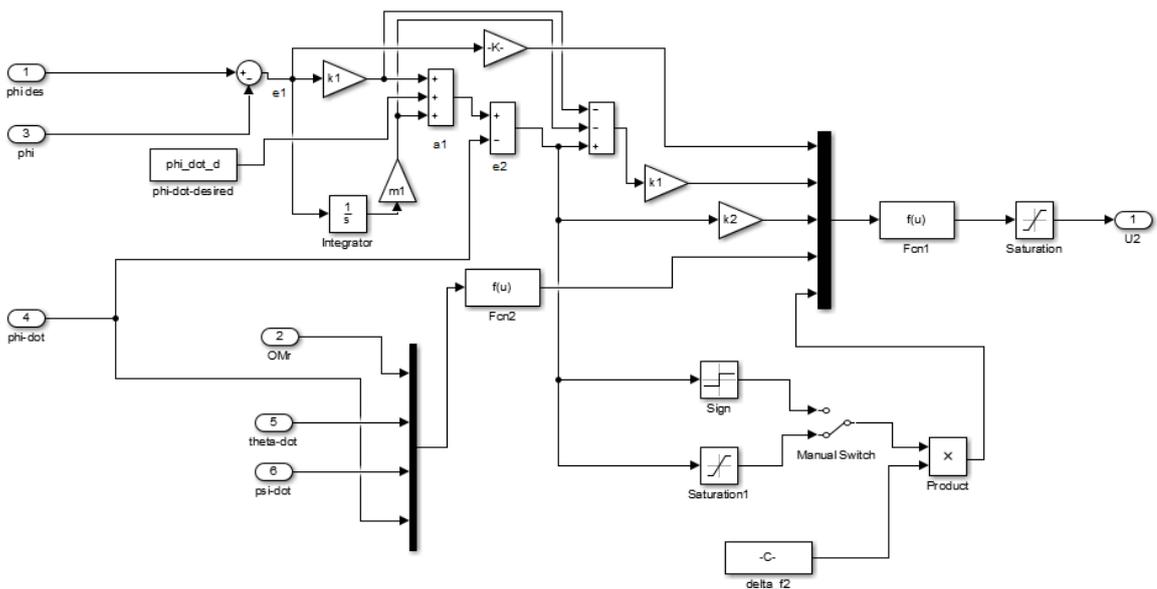


Figure C.6. Modèle Simulink pour la commande passive via le backstepping.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] José Fermi GUERRERO CASTELLANOS, “Estimation de l’attitude et commande bornée en attitude d’un corps rigide : application à un mini hélicoptère à quatre rotors”, Thèse Doctorat, Université Joseph Fourier - Grenoble I, (2008).
- [2] S. Bouabdallah, “Design and Control of Quadrotor with Application to Autonomous Flight”, Thèse Doctorat, Lausanne, EPFL, (2007).
- [3] ABDER REZAK BENASKEUR, “Aspects de l’application du backstepping adaptatif à la commande décentralisée des systèmes non linéaires”, Thèse doctorat, Université Laval, Québec, Février (2000).
- [4] Messaoud Mokhtari, “Commande Adaptative des Systèmes Non linéaires par l’Approche Backstepping Neuronale”, Thèse doctorat, Université Hadj Lakhdar Batna, (2015).
- [5] Samir ABERKANE, “Systèmes Tolérants aux Défauts: Analyse et Synthèse Stochastiques”, Thèse doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy 1, (2006).
- [6] Boumedyen BOUSSAID, “Contribution à la tolérance active aux défauts des systèmes dynamiques par gestion des références”, Thèse doctorat, École Nationale d’Ingénieurs de Gabès & Université Henri Poincaré, Nancy 1, (2011).
- [7] Mickael Rodrigues “Diagnostic et commande active tolérante aux défauts appliqués aux systèmes décrits par des multi-modèles linéaires”, Thèse doctorat, Université de Henri Poincaré, Nancy 1, (2005).
- [8] F. Eshbair, “Modélisation et commande d’un système multi-moteur par la technique de commande backstepping”, Thèse doctorat, université du Québec à Trois-Rivières, Août (2005).
- [9] Fateh Guenab “Contribution aux systèmes tolérants aux défauts : Synthèse d’une méthode de reconfiguration et/ou de restructuration intégrant la fiabilité des composants”, Thèse doctorat, Université de Henri Poincaré, Nancy 1, février (2007).
- [10] Mohammed Oudghiri, “Commande multi-modèles tolérante aux défauts : Application au contrôle de la dynamique d’un véhicule automobile”, Thèse doctorat, Université de Picardie Jules Verne, Octobre (2008).

- [11] BELLAHCENE ZAKARIYA, “Synthèse de lois de commande robuste pour un hélicoptère à quatre hélices”, Thèse Magister en automatique, Université MOHAMED BOUDIAF d’Oran, (2013).
- [12] KHEBBACHE Hicham, “Tolérance aux défauts via la méthode backstepping des systèmes non linéaires”, Thèse Magister, Université FERHAT ABBAS de Sétif, (2012).
- [13] Mohamad Iskandarani, B.Eng., RMC, “Implementing Autonomous Unmanned Aerial Vehicle Tactics on Quadrotor Aircraft Using Linear Model Predictive Control”, Thèse de Master, Division of Graduate Studies of the Royal Military College of Canada, April (2014).
- [14] DEIA Yacine, “Commande par mode glissant-floue pour la stabilisation d’attitude d’un UAV de type quadrotor”, Mémoire de master, Université de M’SILA, (2011).
- [15] Jorge Miguel Brito Domingues, “Quad rotor prototype”, Thèse de Master, Université de Lisboa, Italie (2009).
- [16] Nasrettin Koksak, “Implementation of Decentralized Formation Control on Multi-Quadrotor Systems”, Thèse de Master, University of Waterloo, Ontario, Canada, (2014).
- [17] CHERIET Reda, et Dilmi Smain “Commande et Stabilisation d’Attitude d’un Drone de Type Quadrirotor”, Mémoire de Master, DAB, Algérie (2013).
- [18] CHOUTRI Kheireddine et YAHLALI Younes, “Développement et implémentation des algorithmes de guidage, navigation et de contrôle appliquées aux quadrirotor”, Mémoire de Master, IAESB, Algérie (2015).
- [19] Heba talla Mohamed Nabil ElKholy, “Dynamic Modeling and Control of a Quadrotor Using Linear and Nonlinear Approaches”, Thèse de Master, control and smart systems, The American university in Cairo, spring (2014).
- [20] Matthew Rich, “Model development, system identification, and control of a quadrotor helicopter”, Thèse de Master, Iowa State University, (2012).
- [21] Tommaso Bresciani, “Modelling, Identification and Control of a Quadrotor Helicopter”, Thèse de Master, Department of Automatic Control, Lund University, (2008).
- [22] David Maurice Cooper, “Nonlinear Tracking by Trajectory Regulation Control Using Backstepping Method”, Thèse de Master, College of engineering and technology of Ohio University, June (2005).

- [23] Nizar Zein Eddine, “Modélisation et contrôle d’un Quadrirotor « Biritos »”, Projet fin d’études, Université libanaise, Département mécanique, (2012).
- [24] SAM Zine laabidine et BOUKKEBEL Abed, “Commande d’un quadrotor par réseaux de neurones”, Projet fin d’études, Ecole Militaire Polytechnique, (2014).
- [25] S. Bouabdallah, A. Noth and R. Siegwart, “PID vs LQ Control Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor”, Autonomous Systems Laboratory Swiss Federal Institute of Technology Lausanne, Switzerland, (2004).
- [26] Kenneth H McNichols and M Sami Fadali, “Selecting operating points for discrete time gain scheduling”. *Journal of Computers & Electrical Engineering*, 29(2):289–301, (2003).
- [27] S. V. Emelyanov, “Variable structure control systems”, Moscow. Nauka, (1967).
- [28] J.J.E. Slotine and W. Li. “Applied nonlinear control”, Book Prentice-Hall, Inc, (1991).
- [29] A.M. Lyapunov, “Problème général de la stabilité du mouvement”, *Ann. Fac. Sci.Toulouse*, vol. 9, pp. 203-474, (1907).
- [30] Miroslav Krstić, Ioannis Kanellakopoulos and Petar Kokotović, “Nonlinear and adaptive control design”, Book JOHN WILEY & SONS, INC, Canada, (1995).
- [31] Christopher Edwards, Thomas Lombaerts, and Hafid Smaili (Eds.), “Fault Tolerant Flight Control, *A Benchmark Challenge*”, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, (2010).
- [32] Halim Alwi, Christopher Edwards, Chee Pin Tan, “Fault Detection and Fault-Tolerant Control Using Sliding Modes”, Springer-Verlag London Limited, (2011).
- [33] Daniel Ross, Etienne Deguine et Mickaël Camus, “Asservissement par PID”, Polycopie, Mars 2010.
- [34] Drone’s 3D Environment (Dirty, Dangerous, Dull). Site internet <http://dronologue.fr>
- [35] All the world’s Rotorcraft, www.aviastar.org