

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Saad Dahlab de Blida



FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR

DEPARTEMENT D'AERONAUTIQUE

MEMOIRE DE FIN D'ETUDE

En vue de l'obtention d'un diplôme d'ingénieur d'état en aéronautique

Option : structure

THEME

Étude de l'effet de température et d'humidité sur le
comportement des stratifiés composites unidirectionnels
avec élaboration de code

Encadré par :

M^{lle}. BENKHEDDA AMINA

réalisé par :

M^r. BENSETTITI MOHAMED HAMZA

Promotion : 2004/2005

Quelqu'un a dit un jour :
*« La seule personne qui ne trouve jamais
c'est celle qui ne cherche pas »*
A.Einstein

Je tiens à remercier tous ceux
qui se reconnaîtrons à travers ce travail
et particulièrement ma mère, ma sœur et mon frère

TABLE DES MATIERES

Introduction

Chapitre 1 : MECANIQUE DES COMPOSITES.....	1
I. I. Définitions générales.....	1
I. I. 1. Matériaux composites.....	1
I. I. 2. Renfort.....	2
I. I. 2. 1. Tissus unidirectionnels.....	2
I. I. 2. 2. Tissus bidirectionnel.....	3
a- Tissus.....	3
b- Toile et taffetas.....	3
I. I. 2. 3. Mat.....	3
I. I. 3. Matrice.....	3
I. I. 4. L'interface.....	3
I. I. 5. Les charges.....	3
a- charges renforçantes.....	3
b- charges non renforçantes.....	3
I. I. 6. Les additifs.....	4
I. I. 7. Les additifs spécifiques.....	4
I. I. 8. Les composites dans l'aéronautique.....	4
I. I. 9. Les Stratifiés.....	4
I. I. 9. 1. Désignation.....	5
a- stratifié hybride.....	5
b- stratifié symétrique et antisymétrique.....	6
I. II. Caractérisation des stratifié.....	7
I. II. 1. plan LT et plan XY.....	7
I. II. 2. microanalyse.....	8
I. II. 3. Fraction volumique.....	8
I. II. 4. Module de Young longitudinal 'E _L '.....	9

I II. 5. Module de Young transversal ' E_T '	9
I II. 6. Coefficient de poisson longitudinal ' γ_{LT} '	9
I II. 7. Module de cisaillement longitudinal ' G_{LT} '	9
I II. 8. Coefficient de dilatation thermique et hygroscopique	10
I. III. Relations d'élasticité	10
I. III. 1. État de contraintes planes	10
I. III. 2. Matrice de rigidité	11
I. III. 2. 1. Matrices de rigidité réduites dans les axes principaux	11
I. III. 2. 2. Matrices de rigidité réduites en dehors des axes principaux	12
I. III. 2. Matrice de souplesse	13
I. IV. La rupture dans les stratifiés	14
I. IV. 1. Définition	14
I. IV. 2. Critère de rupture	14
I. IV. 3. Critère de la contrainte maximale	15
I. IV. 3. 1. Critère dans les axes principaux	15
I. IV. 3. 2. Critère dans en dehors des axes principaux	15
I.V. Conclusion	16
Chapitre 2 : MODELISATION HYGROTHERMOMECHANIQUE	17
II. I. Modélisation mécanique	17
II. I. I. théorie classique des stratifiés	17
II. I. I. 1. Hypothèse de la théorie classique des stratifiés	17
II. I. I. 2. Expression du champ des déformations	17
II. I. I. 3. Expression du champ des contraintes	19
a- Forme du champ de contraintes	19
b- Expression des contraintes	19
II. I. I. 4. Expression des résultantes et moments	20
a- Résultantes en membrane	20
b- Moment de flexion et de torsion	21
II. I. I. 5. Equation constitutive	21

II. II. Modélisation thermomécanique	22
II. II. 1. Coefficients de dilatation thermique.....	22
II. II. 2. Déformations thermiques.....	22
II. II. 3. Comportement thermomécanique.....	23
II. II. 4. Contraintes résiduelles.....	25
II. III. Modélisation hygromécanique	26
II. III. 1. Coefficients de dilatation hygroscopique.....	26
II. III. 2. Déformations hygroscopiques dans les stratifiés unidirectionnels.....	26
II. III. 3. Comportement hygromécaniques.....	26
II. IV. Modélisation hygrothermique	29
II. IV. 1. Déformations hygrothermique dans les stratifiés unidirectionnels.....	29
II. IV. 2. Comportement hygrothermique.....	29
II. V. Modélisation hygrothermomécanique	31
II. V. 1. Déformations hygrothermomécanique dans les stratifiés unidirectionnels.....	31
II. V. 2. Relations hygrothermomécanique.....	31
II.VI.Conclusion	34

Chapitre 3 : Code de calcul et Simulations.....35

III. I. Analyse mécanique	35
III. I. 1. L'organigramme.....	35
III. I. 2. Validation du code analyse mécanique.....	37
a- Données.....	37
b- Résultats.....	37
III. I. 3. Effet d'empilement	42
a- Données.....	42
b- Remarque.....	47
c- Conclusion.....	47
III. I. 4. Effet de symétrie	48
a- Données.....	48
b- Remarque.....	51
c- Conclusion.....	51
III. II. Analyse thermique	52

III. II. 1. L'organigramme.....	52
III. II. 2. Validation des résultats.....	54
a- Les données.....	54
b- Les résultats.....	54
III. II. 3. Effet de la variation de température.....	59
a- Les données.....	59
III. III. Analyse hygroscopique.....	62
III. III. 1. L'organigramme.....	62
III. III. 2. Validation des résultats.....	64
a- Les données.....	64
b- Les résultats.....	64
III. III. 3. deuxième simulation.....	69
a- Les données.....	69
III. III. 4. Troisième simulation.....	72
a- Les données.....	72
b- Remarque.....	75
c- Conclusion.....	75
III. IV. Analyse hygrothermique.....	76
III. IV. 1. L'organigramme.....	76
III. IV. 2. première application : effet de la variation de la température T_0 pour une même concentration C_0	78
a- Choix du matériau.....	78
b- Conditions d'environnements.....	79
c- Conclusions.....	84
III. IV. 3. deuxième application : effet de la variation de la température T_0 et de la concentration C_0	84
a- Choix du matériau.....	84
b- Conditions d'environnements.....	84
c- Conclusions.....	89
III. V. Analyse hygrothermomécanique.....	90
III. V. 1. L'organigramme.....	90
III. V. 2. Première simulation : effet de la variation de la concentration.....	92

a- Choix du matériau.....	92
III. V. 3. Deuxième simulation : effet d'empilement sur le comportement hygrothermiques.....	95
III. VI. Effet de la variation de l'angle d'orientation sur les contraintes.....	97
Conclusion.....	98
III. VII. Résultats et analyse.....	99
Interprétation et conclusion.....	100
Chapitre 4 : Conclusion générale.....	102

Bibliographie

Annexe

LISTE DES ABREVIATIONS

- θ , th: angle que fait la direction des fibres avec l'axe x (Deg).
- $\sigma(M)$: champ (tenseur) de contraintes (Mpa).
- β_l, β : coefficients de dilatation hygroscopique.
- β_L, β_T : coefficients de dilatation hygroscopique exprimés dans le repère (L,T).
- $\beta_X, \beta_Y, \beta_{XY}$: coefficients de dilatation hygroscopique exprimés dans le repère (X,Y).
- α_l, α : coefficients de dilatation thermique ($/C^0$).
- $\alpha_X, \alpha_Y, \alpha_{XY}, \alpha_x, \alpha_y, \alpha_{xy}$: coefficients de dilatation thermique exprimés dans le repère (X,Y).
- $\alpha_L, \alpha_T, \alpha_l, \alpha_t$: coefficients de dilatation thermique exprimés dans le repère (L,T).
- γ_{LT} : coefficient de Poisson.
- C_0 : concentration de l'humidité de l'état initiale (%).
- C : concentration de l'humidité de travail (%).
- C_{ij} : constantes de rigidité.
- Q_{ij} : constantes de rigidité réduites dans les axes principaux.
- Q'_{ij}, QP_{ij} : constantes de rigidité réduites en dehors des axes principaux.
- S_{ij} : constantes de souplesses.
- S : contrainte à la rupture en cisaillement dans le plan de la couche.
- $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}$: contraintes en membrane.
- X_t, X_c : contraintes longitudinales à la rupture respectivement en traction et en compression.
- Y_t, Y_c : contraintes transversales à la rupture respectivement en traction et en compression
- $[\sigma]_{k_{résiduelle}}$: contraintes thermiques résiduelles.
- z_k : cote du centre de chaque couche k.
- $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \gamma_{xy}$: déformations (mm).
- γ_{YZ}, γ_{XZ} : déformations en cisaillement transversale (mm).
- $\varepsilon_{xx}^f, \varepsilon_{yy}^f, \gamma_{xy}^f$: déformation en flexion et torsion.
- $\varepsilon_l^{(hygrométrique)}$: déformation hygroscopique (mm).

$\varepsilon_L^h, \varepsilon_T^h, \varepsilon_{LT}^h, \text{ethl}, \text{etht}, \text{ethlt}$: déformations hygroscopiques dans les axes principaux du stratifié.

$\varepsilon_X^h, \varepsilon_Y^h, \varepsilon_{XY}^h, \text{ethx}, \text{ethy}, \text{ethxy}$: déformations hygroscopiques dans les axes du stratifié.

$\varepsilon_L^{ht}, \varepsilon_T^{ht}, \varepsilon_{LT}^{ht}, \text{ethl}, \text{etht}, \text{ethlt}$: déformations hygrothermiques dans les axes principaux du stratifié.

$\varepsilon_X^{ht}, \varepsilon_Y^{ht}, \varepsilon_{XY}^{ht}, \text{ethx}, \text{ethy}, \text{ethxy}$: déformations hygrothermiques dans les axes du stratifié.

$\varepsilon_{xx}^0, \varepsilon_{yy}^0, \gamma_{xy}^0$: déformations en membrane.

ε_i^* (thermique) : déformation thermique (mm).

$\varepsilon_X^t, \varepsilon_Y^t, \varepsilon_{XY}^t, \text{ethx}, \text{ethy}, \text{ethxy}$: déformations thermiques dans les axes du stratifié.

$\varepsilon_L^t, \varepsilon_T^t, \varepsilon_{LT}^t, \text{ethl}, \text{etht}, \text{ethlt}$: déformations thermiques dans les axes principaux du stratifié.

$[\varepsilon]_{\text{résiduelle}}$: déformations thermiques résiduelles.

D : densité

u_0 : déplacement du point M suivant l'axe X.

v_0 : déplacement du point M suivant l'axe Y.

w_0 : déplacement du point M suivant l'axe Z.

N_x^h, N_y^h, N_{xy}^h : efforts hygroscopiques.

$N_x^{ht}, N_y^{ht}, N_{xy}^{ht}$: efforts hygrothermiques.

N_x^t, N_y^t, N_{xy}^t : efforts thermiques.

N_x, N_y, N_{xy} : efforts, résultantes en membrane.

e_k : épaisseur de chaque couche (mm).

V_f : fraction volumique de la fibre.

V_m : fraction volumique de la matrice.

k : indice de la couche.

$T^{-1}(i,j)$: inverse de la matrice $T(i,j)$

ρ : masse volumique (Kg/m^3).

B, B_{ij} : matrice de couplage membrane-flexion-torsion.

$K(x,y)$: matrice de courbure en flexion.

$\varepsilon(M)$: matrice (tenseur) des déformations.

C : matrice de rigidité.

Q : matrice de rigidité réduite dans les axes principaux.

- X, H : matrice de rigidité du stratifié.
 Q, QP : matrice de rigidité réduite en dehors des axes principaux.
 D, D_{ij} : matrice de rigidité en flexion.
 A, A_{ij} : matrice de rigidité en membrane.
 S : matrice de souplesse.
 $T(i,j)$: matrice de transfert.
 $\varepsilon_m(M)$: matrice des déformations en membrane.
 $\varepsilon_f(M)$: matrice des déformations en flexion et torsion.
 $[N]$: matrice des efforts.
 $[N^h]$: matrice des efforts hygroscopiques.
 $[N^{ht}]$: matrice des efforts hygrothermiques.
 $[N^t]$: matrice des efforts thermiques.
 $[M]$: matrice des moments.
 $[M^h]$: matrice des moments hygroscopiques.
 $[M^{ht}]$: matrice des moments hygrothermiques.
 $[M^t]$: matrice des moments thermiques.
 G_{LT} : module de cisaillement longitudinale (Gpa).
 E_L : module de Young longitudinal (Gpa).
 E_T : module de Young transversal (Gpa).
 M_x, M_y, M_{xy} : moments de flexion et de torsion.
 M_x^h, M_y^h, M_{xy}^h : moments hygroscopiques.
 $M_x^{ht}, M_y^{ht}, M_{xy}^{ht}$: moments hygrothermiques.
 M_x^t, M_y^t, M_{xy}^t : moments thermiques.
 M : point materiel
 h : position moyenne de chaque par rapport a l'axe x (mm).
 $[\bar{N}]$: somme de tous les efforts.
 $[\bar{M}]$: somme de tous les moments.
 T_0 : température de l'état initiale (C^0).
 T : température de travail (C^0).
 ΔC : variation de concentration de l'humidité (%).

ΔT : variation de température (C^0).

v_c : volume du composite(m^3).

v_m : volume de la matrice(m^3).

v_f : volume de la fibre(m^3).

LISTE DES FIGURES

Fig. 1.1 : Un tissu unidirectionnel.....	2
Fig. 1.2 : Un stratifié.....	4
Fig. 1.3 : un stratifié symétrique Désignation : $(((0/45/90/-45)_2)_s)$	5
Fig. 1.4 : un stratifié hybride Désignation : $[30/90_2/45/0/45]$	6
Fig.1.5 : stratifié $[30/-15]_s$	6
Fig. 1.6 : $[30/-15/-\bar{30}]_s$	7
Fig.1.7 : stratifié $[\pm 30/\mp 15/\bar{0}]_s$	7
Fig. 1.8 : plan LT.....	7
Fig. 1.9 : plan XY.....	8
Fig 2.1 : Schématisation des déformations dans la théorie classique des stratifiés.....	33
Fig 2.2 : Schématisation des résultantes en membrane des actions exercées sur un élément du stratifié, et des moments de flexion et de torsion.....	33
Fig.3.1 : stratifié verre époxyde $[30/-15/-30/15]$	37
Fig.3.2 : Déformations dans le stratifié verre époxyde $[30/-15/-30/15]$, repère (LT) et (XY)..	40
Fig.3.3 : Contraintes dans le stratifié verre époxyde $[30/-15/-30/15]$, repère (LT) et (XY)....	41
Fig.3.4 : stratifié verre époxyde $[30/-15/-30/15]$	42
Fig.3.5 : stratifié verre époxyde $[30/-15/15/-30]$	42
Fig.3.6 : Déformations dans le stratifié verre époxyde $[30/-15/-30/15]$, repère (LT) et (XY)..	43
Fig.3.7 : Contraintes dans le stratifié verre époxyde $[30/-15/-30/15]$, repère (LT) et (XY)....	44
Fig.3.8 : Déformations dans le stratifié verre époxyde $[30/-15/15/-30]$, repère (LT) et (XY)..	45
Fig.3.9 : Contraintes dans le stratifié verre époxyde $[30/-15/15/-30]$, repère (LT) et (XY)....	46
Fig.3.10 : stratifié graphte époxyde $[45/-45/-45/45]$	48
Fig.3.11 : stratifié verre époxyde $[30/-15/-30/15]$	48
Fig.3.12: Déformations dans le stratifié graphite époxyde $[45/-45/-45/45]$, repère (LT) et (XY).....	49
Fig.3.13 : Contraintes dans le stratifié graphite époxyde $[45/-45/-45/45]$, repère (LT) et (XY).....	50
Fig.3.14 : stratifié verre époxyde $[90/0/90]$	54

Fig.3.15: Déformations résiduelles dans le stratifié [90/0/90] repère (LT) et (XY) pour $\Delta T = -100$	57
Fig.3.16: Contraintes résiduelles dans le stratifié [90/0/90] repère (LT) et (XY) pour $\Delta T = -100$	58
Fig.3.17 : stratifié verre époxyde [90/0/90].....	59
Fig.3.18 : Déformations résiduelles dans le stratifié [90/0/90] repère (LT) et (XY) pour $\Delta T = -120$	60
Fig.3.19: contraintes résiduelles dans le stratifié [90/0/90] repère (LT) et (XY) pour $\Delta T = -120$	61
Fig.3.20 : stratifié verre époxyde [90/0/90].....	64
Fig.3.21: Déformations résiduelles dans le stratifié [90/0/90] repère (LT) et (XY) pour $\Delta C = -100$	67
Fig.3.22: contraintes résiduelles dans le stratifié [90/0/90] repère (LT) et (XY) pour $\Delta C = -100$	68
Fig.3.23 : stratifié verre époxyde [90/0/90].....	69
Fig.3.24: Déformations résiduelles dans le stratifié [90/0/90] repère (LT) et (XY) pour $\Delta C = 0.05$	70
Fig.3.25: contraintes résiduelles dans le stratifié [90/0/90] repère (LT) et (XY) pour $\Delta C = 0.05$	71
Fig.3.26 : stratifié verre époxyde [90/0/90].....	72
Fig.3.27: Déformations résiduelles dans le stratifié [90/0/90] repère (LT) et (XY) pour $\Delta C = 0.02$	73
Fig.3.28: Déformations résiduelles dans le stratifié [90/0/90] repère (LT) et (XY) pour $\Delta C = 0.02$	74
Fig.3.29 : cycle de température en vol supersonique.....	78
Fig.3.30 : stratifié graphite époxyde [45/-45/-45/45].....	79
Fig.3.31: Déformations résiduelles dans le stratifié [45/-45/-45/45] repère (LT) d'un avion en vol en mission supersonique à $\Delta C = 0.5$	80
Fig.3.32: Déformations résiduelles dans le stratifié [45/-45/-45/45] repère (XY) d'un avion en vol en mission supersonique à $\Delta C = 0.5$	81
Fig.3.33: Contraintes résiduelles dans le stratifié [45/-45/-45/45] repère (LT) d'un avion en vol en mission supersonique à $\Delta C = 0.5$	82
Fig.3.34 : Contraintes résiduelles dans le stratifié [45/-45/-45/45] repère (XY) d'un avion en	

vol en mission supersonique à $\Delta C = 0.5$	83
Fig.3.35 : stratifié graphite époxyde [45/-45/-45/45].....	84
Fig.3.36 : Déformations résiduelles dans le stratifié [45/-45/-45/45], repère (LT) d'un avion en vol a To et Co variables.....	85
Fig.3.37: Déformations résiduelles dans le stratifié [45/-45/-45/45], repère (XY) d'un avion en vol a To et Co variables.....	86
Fig.3.38: Contraintes résiduelles dans le stratifié [45/-45/-45/45], repère (LT) d'un avion en vol a To et Co variables.....	87
Fig.3.39: Contraintes résiduelles dans le stratifié [45/-45/-45/45], repère (XY) d'un avion en vol a To et Co variables.....	88
Fig.3.40 : Stratifié graphite époxyde [0/45/-45/0].....	92
Fig. 3.41 : Contraintes dans le stratifié [0/45/-45/0], plan LT avec chargement mécanique, thermique $\Delta T = -100$ et hygroscopique $\Delta C = 5\%$	93
Fig. 3.42 : Contraintes dans le stratifié [0/45/-45/0], plan LT avec chargement mécanique, thermique $\Delta T = -100$ et hygroscopique $\Delta C = 50\%$	94
Fig.3.43 : Stratifié graphite époxyde [45/-45/45].....	95
Fig. 3.44 : Contraintes dans le stratifié graphite époxyde [45/-45/45], plan LT avec chargement mécanique, thermique $\Delta T = -100$ et hygroscopique $\Delta C = 0.05$	96
Fig. 3.45 : Variation des Contraintes du graphite époxyde dans le plan LT suivant l'angle d'orientation des fibres θ sous chargement mécanique, thermique $\Delta T = -100$ et hygroscopique $\Delta C = 0.05$	97

LISTE DES TABLEAUX

Tab. 3.1 : propriétés du verre époxyde avec les efforts mécanique appliquées.....	37
Tab. 3.2 : propriétés du verre époxyde avec les efforts mécanique appliquées.....	42
Tab. 3.3 : propriétés du graphite époxyde avec les efforts mécanique appliquées.....	48
Tab. 3.4 : propriétés du verre époxyde avec les efforts mécanique appliquées.....	48
Tab. 3.5 : propriétés du verre époxyde avec les coefficients thermiques.....	54
Tab. 3.6 : propriétés du verre époxyde avec les coefficients thermiques.....	59
Tab. 3.7 : propriétés du verre époxyde avec les coefficients hygroscopiques.....	64
Tab. 3.8 : propriétés du verre époxyde avec les coefficients hygroscopiques.....	69
Tab. 3.9 : propriétés du verre époxyde avec les coefficients hygroscopiques.....	72
Tab. 3.10 : propriétés du graphite époxyde avec les coefficients thermiques et hygroscopiques.....	78
Tab. 3.11. : conditions d'environnements.....	79
Tab. 3.12. : conditions d'environnements.....	84
Tab. 3.13 : propriétés du graphite époxyde avec les coefficients thermiques et hygroscopiques et les efforts N et moments M.....	92
Tab. 3.14. : conditions d'environnements.....	92
Tab. 3.15 : propriétés du graphite époxyde avec les coefficients thermiques et hygroscopiques et les efforts N et moments M.....	95
Tab. 3.16. : analyse des résultats.....	99
Tab. 3.17. : Efforts mécanique.....	100
Tab. 3.18. : Résistance du stratifié.....	100

INTRODUCTION

Les matériaux composites sont de plus en plus diffusés en construction aéronautique. Il se trouve que la durabilité de ce type de matériau constitue un axe essentiel de recherche. L'intérêt porte spécialement sur leur durabilité à long terme, lorsque les structures sont soumises à des températures et humidités cycliques. Toutefois, l'intérêt industriel et le souci de produire des matériaux toujours plus fiables et plus performants, fait qu'il est nécessaire de mener des recherches sur leurs propriétés et mécanismes d'endommagement, ainsi que sur la durabilité sous différentes conditions d'environnement.

Parmi les conditions environnementales qui influent sur le comportement des matériaux composites, on note le chargement mécanique, la température et l'humidité qui ont particulièrement une importante influence sur les structures en composites.

- Les difficultés spécifiques aux matériaux composites proviennent de leur composition bi- ou multiphasique, pouvant se détériorer suivant l'orientation et l'intensité des sollicitations d'une part et de la forte anisotropie de leur comportement mécanique.

- Sous l'effet de température les propriétés qui font la rigidité du stratifié sont altérées. Le changement de température engendre deux effets, en premier une dilatation ou une contraction de la structure, en deuxième lieu la chaleur cause une diminution de la température de transition d'où une sévère dégradation de la rigidité, le matériau devient plus ductile et plus fragile.

- La dilatation hygrothermique change la distribution des contraintes dans les composites. Accroître la température ou l'humidité conduit au gonflement du stratifié. Après quoi la résistance et la rigidité se dégradent rapidement ce qui peut engendrer un endommagement et une réduction accrue de la durée de vie de la structure. Inversement si on diminue la température ou l'humidité le stratifié se contracte.

L'objectif de ce travail est de déterminer le comportement des stratifiés vis-à-vis des contraintes mécaniques, thermiques, hygroscopiques, hygrothermiques, hygrothermomécaniques, et de voir de quelles caractéristiques dépend la distribution des contraintes telles, que l'empilement et l'orientation des plis.

Le travail mené a pour finalité un code de calcul qui nous permettra de faire des prévisions sur les stratifiés tenant compte du changement des conditions d'environnement, tels que l'environnement mécanique, thermique, hygroscopique, hygrothermique et hygrothermomécanique. Il nous permet, à partir des propriétés du stratifié, nombre des plis et leurs orientations, de calculer les déformations et contraintes.

Organisation :

Durant cette étude l'organisation de notre travail a suivi les étapes suivantes :

Dans le chapitre 1 intitulé mécanique des composites, nous exposons d'abord des définitions assez générales, nous abordons par la suite la microanalyse suivie des lois de comportement des milieux anisotropes.

Le chapitre 2 intitulé modélisation hygrothermomécanique, est un développement des formules, aboutissant progressivement aux équations de comportement d'un composite unidirectionnel sous différents chargements ; mécanique, thermique, hygroscopique, hygrothermique et hygrothermomécanique.

Le chapitre 3 intitulé code de calcul et simulations, décrit les différents sous programmes du code élaboré, sa validation, puis son extension à des simulations de prévisions.

Nous terminons en chapitre 4 par une conclusion et perspectives futures

CHAPITRE 1

MECANIQUE DES COMPOSITES

Dans ce chapitre nous allons nous pencher sur, les définitions globales, la composition et les composants des matériaux composites, allant de l'aspect microscopique jusqu'à l'aspect macroscopique.

I. I. Définitions générales :

I. I. 1. Matériaux composites :

Dans un sens général, le mot composite signifie constitué de deux ou plusieurs matériaux de types et de caractéristiques différentes. Dans notre étude nous nous intéresserons plus précisément à l'assemblage de deux matériaux de natures différentes, qui se complètent et dont les performances sont beaucoup plus supérieures à ceux des matériaux pris séparément.

Un matériau composite est constitué d'une ou de plusieurs phases discontinues, réparties dans une phase continue. Généralement, c'est la phase discontinue qui supporte toutes les charges et la partie continue ne fait que transmettre ces dernières aux parties discontinues. La partie continue est appelée matrice et la partie discontinue est appelée renfort.

Généralement le matériau composite sera constitué :

- D'une matrice: résine thermoplastique (TP), thermodurcissable (TD), Résines thermostables ou bien Elastomère thermoplastique.
- D'une structure de renfort constituée de fibres, généralement de verre, de carbone, d'aramide ou de fibres naturelles (lin, chanvre, sisal).
- D'additifs, nécessaires pour assurer une adhérence suffisante entre le renfort fibreux et la matrice, pour ainsi modifier l'aspect ou les caractéristiques de la matière à laquelle ils sont ajoutés [3].

I. 1. 2. Renfort :

Les renforts contribuent à améliorer la résistance mécanique et la rigidité des matériaux composites et se présentent sous formes filamenteuses, allant de la particule de la forme allongée à la fibre allongée qui donne un effet de résistance orientée.

Les fibres se présentent sous formes de fibres continues, ou discontinues : telles que fibres coupées ou fibres courtes. Leurs orientations permettent de moduler à la carte les propriétés de notre matériau, pour aller d'un matériau fortement anisotrope à un matériau faiblement anisotrope.

Les particules par opposition aux fibres ne possèdent pas de dimensions privilégiées. Elles sont utilisées généralement pour améliorer certaines propriétés telles que la rigidité, la tenue à la température et la résistance à l'abrasion, etc....

Les fibres courtes peuvent être séparées, ou agglomérées sous formes de mats. Les fibres continues peuvent être non travaillées (sous formes de mats) ou travaillées (tissées, tressées, etc.) pour obtenir des structures complexes telles que les toiles ou le taffetas [3].

Le composite le plus répandu c'est le composite à fibre qui peut se présenter sous plusieurs formes : fibres continues, discontinues, coupées ou courtes.

I. 1. 2. 1. Tissus unidirectionnels :

Appelés aussi nappes ou plis, ce sont des mèches assemblées sous tension et en parallèle, dans certain cas on y ajoute des fils de Tergal tissés pour améliorer leur manipulation.

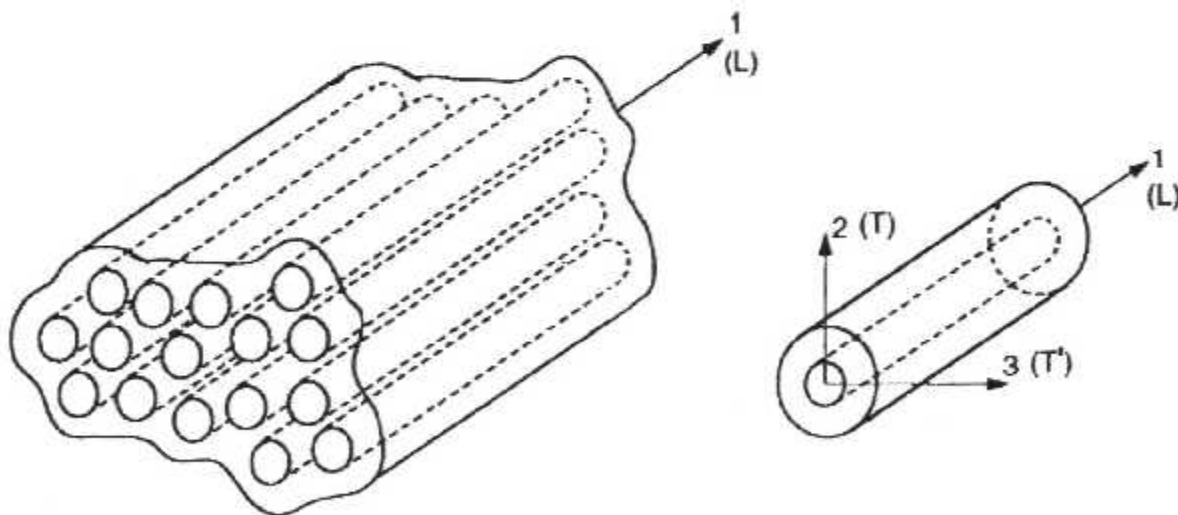


Fig. 1.1 : Un tissu unidirectionnel

I. I. 2. Tissus bidirectionnels :

a- Tissus :

Les tissus sont constitués par des fibres disposées suivant deux directions perpendiculaires l'une à l'autre, une direction dite de chaîne et l'autre de trame. Le tissage est obtenu par passage des fils de chaîne au dessus et au dessous des fils de trame suivant une configuration choisie préalablement.

b- Toile et taffetas :

Cette configuration est atteinte en croisant alternativement les fils de trame et de chaîne. Nous obtenons un tissu très plat et stable, mais peu déformable. Les propriétés mécaniques des deux directions sont sensiblement identiques.

I. I. 2. 3. Mat :

Ce sont des nappes à fibres coupées ou continues disposées dans un plan sans aucune configuration préférentielle, ce qui conduit à une forte anisotropie.

I. I. 3. Matrice :

Le rôle des matrices dans les matériaux composites est essentiellement de transférer les charges aux renforts et de protéger ces derniers des attaques et agressions extérieures. Les matrices sont majoritairement des résines, elles doivent être assez déformables et avoir une bonne compatibilité avec le renfort.

I. I. 4. L'interface :

Assure la compatibilité entre le renfort et la matrice, en transmettant les contraintes de l'une à l'autre.

I. I. 5. Les charges :

a- charges renforçantes : l'intérêt de l'addition des charges renforçantes est d'améliorer les caractéristiques mécaniques de la matrice. Ces charges sont classées suivant leurs formes géométriques.

b- charges non renforçantes : les charges non renforçantes ont pour rôle : de diminuer le coût de la résine en lui conservant ses performances, ou bien d'améliorer certaines de ces propriétés particulières.

I. I. 6. Les additifs :

Les additifs se trouvent généralement en très faible quantité et interviennent comme : lubrifiant et agent de démoulage, pigment et colorant, agents anti-retrait ou agents anti-UV.

I. I. 7. Les additifs spécifiques :

Catalyseurs, accélérateurs de polymérisation, etc.

I. I. 8. Les composites dans l'aéronautique :

L'aéronautique utilise principalement des composites dit : hautes performances, constitués d'une matrice époxy associée à un taux élevé de renforts en fibres de carbone.

L'aéronautique utilise les composites « hautes performances » pour la fabrication de pièces de structure primaire des appareils, en raison de leurs légèretés, de leurs souplesses de leurs formes et des économies de frais de maintenance qu'ils engendrent.

I. I. 9. Les Stratifiés :

Les stratifiés sont constitués de couches successives de renforts (tissus, mats) imprégnées de résines (matrice). C'est le résultat de la superposition de plusieurs couches d'un matériau composite, suivant des orientations et des configurations préalablement définies en fonction des propriétés mécaniques désirées.

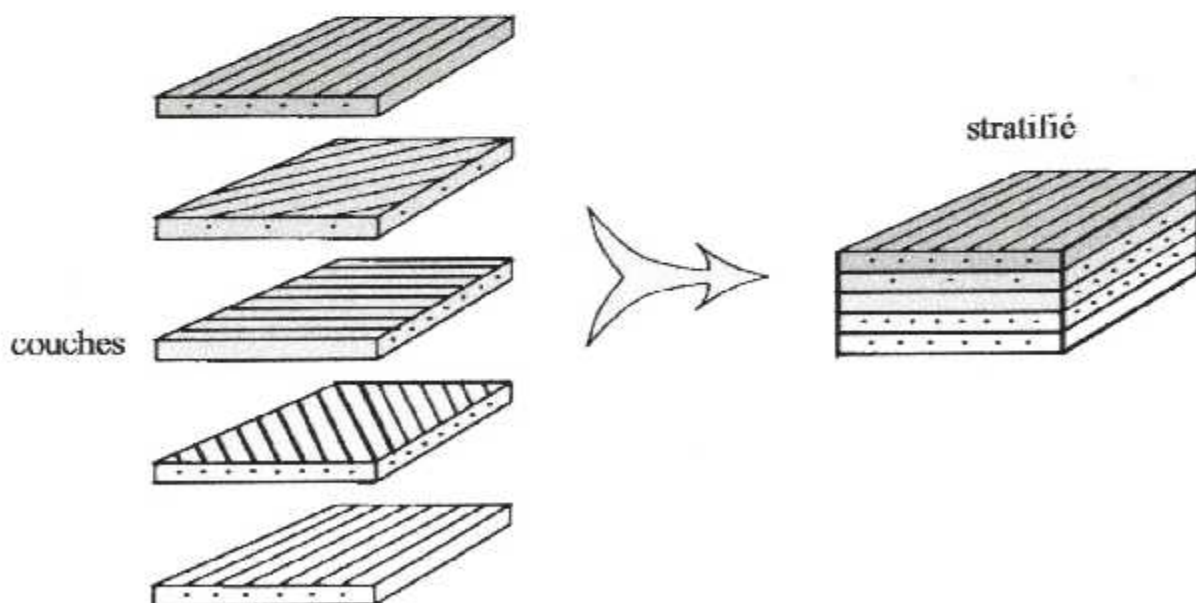


Fig. 1.2 : Un stratifié.

I. I. 9. 1. Désignation des stratifiés :

Pour nommer un stratifié on procède aux étapes suivantes :

- Chaque couche est désignée par l'angle que fait la direction des fibres avec l'axe de référence.
- Chaque couche est séparée de la suivante par un « / ».
- On distingue les couches successives de même orientation par un indice numérique.
- Les couches sont nommées successivement en allant d'une face à une autre.
- Des crochets indiquent le début et la fin du stratifié.

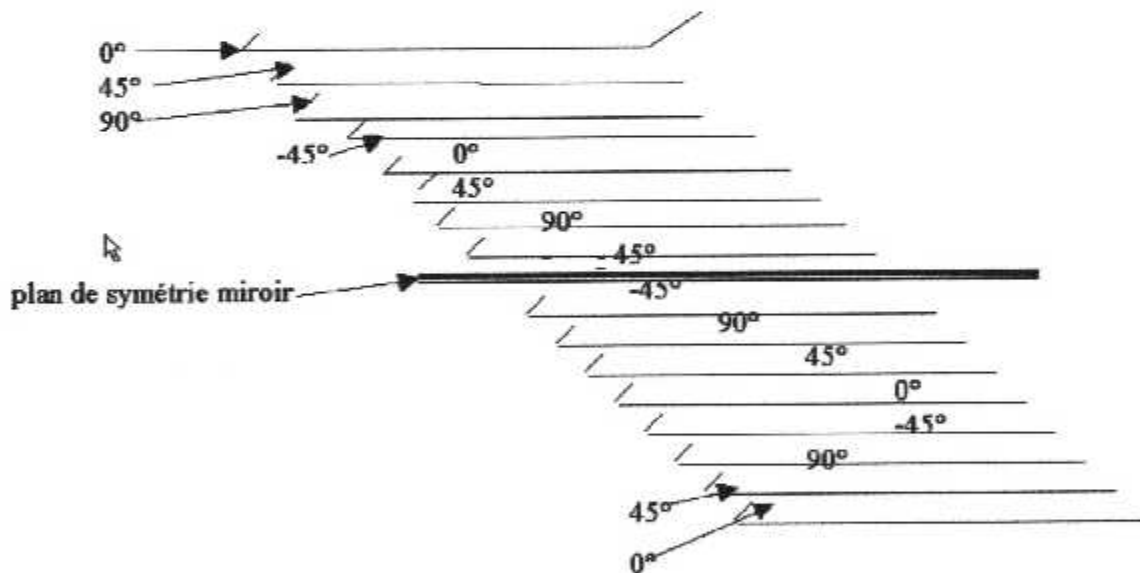


Fig. 1.3 : un stratifié symétrique Désignation : $[(0/45/90/-45)_2]_s$

- stratifié hybride :

Les stratifiés hybrides sont constitués de couches successives comportant des fibres de natures différentes.

Exemple : le stratifié $[30_K/90_{2C}/45_V/0_C/45_V]$ est constitué comme suit :

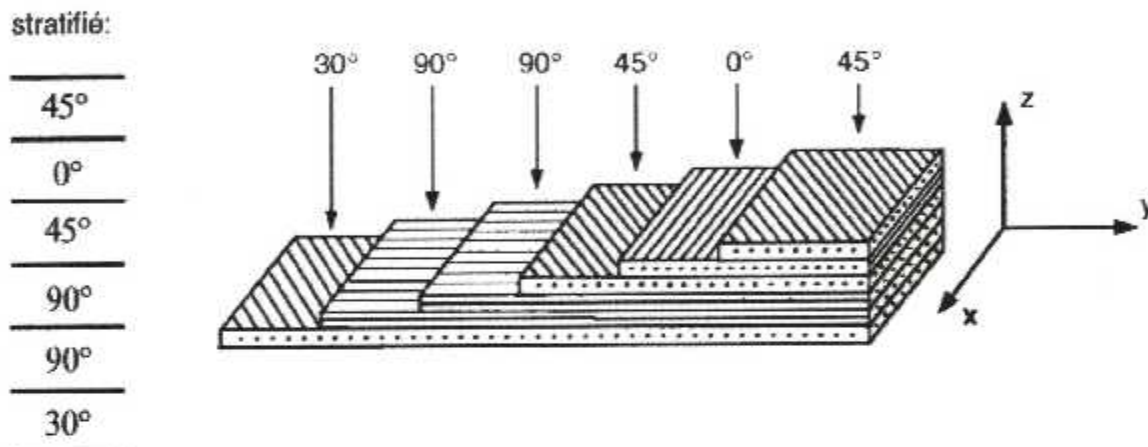


Fig. 1.4 : un stratifié hybride Désignation : $[30/90_2/45/0/45]$

b- stratifié symétrique et antisymétrique :

Un stratifié est dit symétrique si son plan moyen est un plan de symétrie.

Si le stratifié a un nombre pair de couches la désignation débute sur une face pour finir au plan de symétrie, l'indice « s » indique que le stratifié est symétrique.

Si le stratifié a un nombre impair de couche, la désignation est la même sauf que la couche centrale est surlignée.

Exemple : le stratifié $[30/-15]_s$ est symétrique à couches paires :

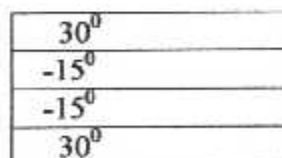


Fig 1.5 : stratifié $[30/-15]_s$

Le stratifié $[30/-15/\overline{-30}]_s$ est un stratifié symétrique à couches impaires :

30^0
-15^0
-30^0
-15^0
30^0

Fig. 1.6 : $[30/-15/\overline{-30}]_s$

Un stratifié est dit anti-symétrique si son plan moyen est un plan de symétrie et les angles d'orientation des fibres sont opposés en sens de part et d'autre. Sa désignation ne nécessite alors que la moitié des couches successives, avec écriture du signe d'orientation dans l'ordre supérieur inférieur.

Exemple : le stratifié $[\pm 30/\mp 15/\overline{0}]_s$ est anti-symétrique avec un nombre impair de couches, ce qui donne :

30^0
-15^0
0^0
15^0
-30^0

Fig.1.7 : stratifié $[\pm 30/\mp 15/\overline{0}]_s$

I. II. Caractérisation du stratifié :

I. II. 1. Plan LT et plan XY :

Dans un stratifié nous distinguons deux types de plan :

1. Un plan principal LT dont les axes sont orientés suivant la direction des fibres, le premier axe L (longitudinal) parallèle à la direction des fibres et l'autre T (transversal) perpendiculaire à l'axe L donc à la direction des fibres. (Fig.1.8)

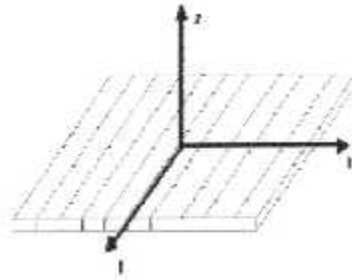


Fig. 1.8 : plan LT

2. Un plan global XY, superposé au plan LT nous donne l'angle θ d'orientation des fibres. (Fig.1.9)

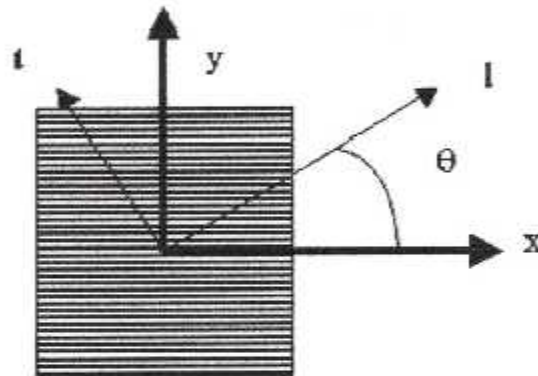


Fig. 1.9 : plan XY

I. II. 2. Microanalyse:

L'analyse microscopique des matériaux composites ou microanalyse met en cause les caractéristiques élémentaires des constituants.

I. II. 3. Fraction volumique :

Prenons un matériau composite d'un volume v_c , composé d'un volume v_f de fibres, et d'un volume v_m de matrice, nous obtenons les fraction volumiques (V_f, V_m) :

$$V_f = v_f / v_c \quad (1.1)$$

$$V_m = v_m / v_c \quad (1.2)$$

Avec :

$$V_m = 1 - V_f \quad (1.3)$$

I. II. 4. Module de Young longitudinal 'E_L' :

Il est déterminé dans un essai de traction ou de compression longitudinale. L'hypothèse simplificatrice est de supposer une déformation uniforme et identique dans la fibre et la matrice. Après calcul on aura l'expression du module de Young longitudinal :

$$E_L = E_f V_f + E_m (1 - V_f) \quad (1.4)$$

I. II. 5. Module de Young transversal 'E_T' :

Il est déterminé dans un essai de traction transversale ou le composite est chargé suivant la direction normale aux fibres. Après calcul on aura l'expression du module de Young transversal :

$$\frac{E_T}{E_m} = \frac{1}{1 + \left(\frac{E_m}{E_f} - 1 \right) V_f} \quad (1.5)$$

I. II. 6. Coefficient de Poisson longitudinal 'γ_{LT}' :

Ce coefficient est déterminé dans un essai de traction longitudinale. Il en résulte une expression du coefficient de Poisson :

$$\nu_{LT} = \nu_f V_f + \nu_m (1 - V_f) \quad (1.6)$$

L'expression précédente est la loi des mélanges pour le coefficient de Poisson longitudinal. La variation de ce coefficient en fonction de la fraction volumique des fibres est linéaire entre V_m et V_f.

I. II. 7. Module de cisaillement longitudinal 'G_{LT}' :

Il est déterminé dans un essai de cisaillement longitudinal :

$$\frac{1}{G_{LT}} = \frac{V_f}{G_f} + \frac{1 - V_f}{G_m} \quad (1.7)$$

I. II. 8. Coefficient de dilatation thermique et hygroscopique :

α_i, β_i sont respectivement les coefficients de dilatation thermique et coefficient de gonflement ou coefficient de dilatation hygroscopique. Ils sont définis par :

$$\alpha_L = \frac{V_f \alpha_{Lf} E_{Lf} + (1 - V_f) \alpha_{Lm} E_{Lm}}{V_f E_{Lf} + (1 - V_f) E_{Lm}} \quad (1.8)$$

$$\alpha_T = \alpha_{Tf} \sqrt{V_f} + (1 - \sqrt{V_f}) \left(1 + V_f \nu_{Lm} \frac{E_{Tf}}{V_f E_{Lf} + (1 - V_f) E_{Lm}} \right) \quad (1.9)$$

$$\beta_L = \frac{V_f \beta_{Lf} E_{Lf} + (1 - V_f) \beta_{Lm} E_{Lm}}{V_f E_{Lf} + (1 - V_f) E_{Lm}} \quad (1.10)$$

$$\beta_T = \beta_{Tf} \sqrt{V_f} + (1 - \sqrt{V_f}) \left(1 + V_f \nu_{Lm} \frac{E_{Tf}}{V_f E_{Lf} + (1 - V_f) E_{Lm}} \right) \quad (1.11)$$

I. III. Relations d'élasticité :

Les champs des déformations et de contraintes dans un matériau composite sont liés par des lois appelées *lois de comportement*. L'expérience montre que de nombreux milieux solides déformables ont, pour une température et une concentration hygrométrique donnée, un comportement élastique linéaire.

I. III. 1. État de contraintes planes :

Un état de contraintes planes, est un état de contraintes à deux dimensions, dont la direction z, est la direction principale. Le tenseur est caractérisé par :

$$\sigma(M) = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

I. III. 2. Matrice de rigidité :

La loi de Hooke généralisée, introduit la matrice de rigidité C qui est généralement symétrique et décrite par 21 coefficients indépendants.

La relation d'élasticité linéaire s'écrit sous la forme matricielle,

$$[\sigma_{ij}] = [C_{ij}] \varepsilon_i \quad i, j = \overline{1,6} \quad (1.13)$$

Le comportement linéaire d'un matériau est donc décrit dans le cas général à l'aide de 21 coefficients indépendants C_{ij} soient 21 constantes de rigidité).

La relation d'élasticité linéaire peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{32} & C_{42} & C_{52} & C_{62} \\ C_{13} & C_{32} & C_{33} & C_{43} & C_{53} & C_{63} \\ C_{14} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{64} \\ C_{15} & C_{52} & C_{53} & C_{45} & C_{55} & C_{65} \\ C_{16} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

I. III. 2. 1. Matrices de rigidité réduites dans les axes principaux :

Pour un état de contraintes planes rapporté aux axes principaux, la relation d'élasticité (1.13) se met sous la forme :

$$\begin{bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \sigma_{LT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_T \\ \varepsilon_{LT} \end{bmatrix} \quad (1.15)$$

Les constantes de rigidités réduites dans les axes principaux (LT) sont exprimées en fonction des modules de l'ingénieur comme suit :

$$\begin{aligned}
 Q_{11} &= \frac{E_L}{1 - \frac{E_T}{E_L} \nu_{LT}^2} \\
 Q_{22} &= \frac{E_T}{1 - \frac{E_T}{E_L} \nu_{LT}^2} = \frac{E_T}{E_L} Q_{11} \\
 Q_{12} &= \nu_{LT} Q_{22}
 \end{aligned} \tag{1.16}$$

$$Q_{66} = G_{LT}$$

$$Q_{13} = Q_{31} = 0$$

$$Q_{23} = Q_{32} = 0$$

I. III. 2. 2. Matrices de rigidité réduite en dehors des axes principaux :

En dehors des axes principaux, la relation d'élasticité se met sous la forme

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} \tag{1.17}$$

En dehors des axes principaux, on a la matrice de rigidité réduite pour chaque couche en fonction de l'angle d'orientation des fibres « Q'_{ij} » :

$$Q'_{ij} = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}$$

Avec :

$$\begin{aligned}
 Q'_{11} &= Q_{11} \cos^4 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\
 Q'_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{12} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) \\
 Q'_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \cos \theta \sin^3 \theta \\
 Q'_{22} &= Q_{11} \sin^4 \theta + Q_{22} \cos^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\
 Q'_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \cos^3 \theta \sin \theta \\
 Q'_{66} &= [Q_{11} + Q_{22} - 2(Q_{12} + Q_{66})] \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{66} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta)
 \end{aligned} \tag{1.18}$$

I. III. 2. Matrice de souplesse :

La relation d'élasticité (1.13), peut être écrite, sous la forme inverse suivante, où S est la matrice de souplesse telle que $[S_{ij}] = [C_{ij}]^{-1}$:

$$[\varepsilon_i] = [S_{ij}] \sigma_j \quad i, j = \overline{1,6} \quad (1.19)$$

Donc la matrice de souplesse dans le cas le plus général est définie par :

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{12} & S_{22} & S_{11} & S_{11} & S_{11} & S_{11} \\ S_{13} & S_{11} & S_{33} & S_{11} & S_{11} & S_{11} \\ S_{14} & S_{11} & S_{11} & S_{44} & S_{11} & S_{11} \\ S_{15} & S_{11} & S_{11} & S_{11} & S_{55} & S_{11} \\ S_{16} & S_{11} & S_{11} & S_{11} & S_{11} & S_{66} \end{bmatrix} \quad (1.20)$$

Pour un état de déformations planes, la relation d'élasticité (1.19) se met :

- Dans les axes principaux :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_T \\ \varepsilon_{LT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \sigma_{LT} \end{bmatrix} \quad (1.21)$$

- En dehors des axes principaux

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S'_{11} & S'_{12} & S'_{16} \\ S'_{12} & S'_{22} & S'_{26} \\ S'_{16} & S'_{26} & S'_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

I. IV. La rupture dans les stratifiés :

I. IV. 1. Définition :

Toute discontinuité de matière, au sein d'un matériau, produite par application successive de contraintes, est appelée fissure. Deux phases de rupture se présentent [3] :

- L'initiation de rupture, c'est la création de microfissures.
- La propagation de la rupture, c'est la création de nouvelle surface de rupture.

Les divers mécanismes qui provoquent la rupture d'un stratifié sont :

- La rupture des fibres.
- La rupture traversant la matrice.
- La rupture longitudinale de la matrice.
- La rupture de l'interface matrice-fibre.

Généralement, plusieurs mécanismes coexistent. Ces mécanismes se développent suivant la nature des matériaux et les conditions de sollicitations imposées.

I. IV. 2. Critère de rupture :

Les critères de rupture ont pour objectifs de permettre au concepteur d'avoir une évaluation de la résistance du stratifié. Il existe plusieurs critères de rupture :

- le critère de la contrainte maximale
- le critère de la déformation maximale
- le critère de Tsai-Hill.

Nous présentons ci-dessous le « critère de contrainte maximale ».

I. IV. 3. Critère de la contrainte maximale [3]:

I. IV. 3. 1. Critère dans les axes principaux :

Le critère de la contrainte maximale fait intervenir :

X_t, X_c : les contraintes longitudinales à la rupture respectivement en traction et en compression.

Y_t, Y_c : les contraintes transversales à la rupture respectivement en traction et en compression.

S : la contrainte à la rupture en cisaillement dans le plan de la couche.

Dans le cas d'une couche soumise à un état de contrainte plane $(\sigma_L, \sigma_T, \sigma_{LT})$ dans ses axes principaux, le critère de la contrainte maximale stipule que la résistance de la couche est atteinte lorsque l'une des trois contraintes auxquelles elle est soumise ait atteint la valeur de la contrainte à la rupture correspondante.

$$\begin{aligned} X_c &< \sigma_L < X_t \\ Y_c &< \sigma_T < Y_t \\ -S &< \sigma_{LT} < S \end{aligned} \quad (1.23)$$

I. IV. 3. 2. Critère dans en dehors des axes principaux :

Dans le cas où l'état des contraintes est exprimé dans des axes de référence (x, y, z) . Il est nécessaire de se ramener aux axes principaux par une rotation d'angle θ .

$$\begin{aligned} \sigma_L &= \sigma_x \cos^2 \theta + \sigma_y \sin^2 \theta + 2\sigma_{xy} \cos \theta \sin \theta \\ \sigma_T &= \sigma_x \sin^2 \theta + \sigma_y \cos^2 \theta - 2\sigma_{xy} \cos \theta \sin \theta \\ \sigma_{LT} &= \sigma_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) + (\sigma_y - \sigma_x) \cos \theta \sin \theta \end{aligned} \quad (1.24)$$

et le critère de rupture s'exprime sous la forme :

$$\begin{aligned} X_c &< \sigma_x \cos^2 \theta + \sigma_y \sin^2 \theta + 2\sigma_{xy} \cos \theta \sin \theta < X_t \\ Y_c &< \sigma_x \sin^2 \theta + \sigma_y \cos^2 \theta - 2\sigma_{xy} \cos \theta \sin \theta < Y_t \\ -S &< \sigma_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) + (\sigma_y - \sigma_x) \cos \theta \sin \theta < S \end{aligned} \quad (1.25)$$

I.V Conclusion

Nous remarquons que les propriétés du stratifié dépendent fortement des propriétés des fibres et de la matrice tel que le module de Young, le coefficient de Poisson... , et aussi de la teneur en fibres et d'angle d'orientation des fibres.

CHAPITRE 2

MODELISATION HYGOTHERMOMECHANIQUE

Dans ce chapitre nous allons développer les formules et les procédures à suivre dans la perspective d'avoir les modèles mécaniques, thermiques, hygromécaniques, hygrothermiques et hygrothermomécaniques en vue d'étudier le comportement des stratifiés.

II. I. Modélisation mécanique

II.I.1 Théorie classique des stratifiés :

II. I. 1.1. Hypothèse de la théorie classique des stratifiés :

La théorie classique des stratifiés utilise un schéma de déformations du premier degré, c'est le schéma le plus simple et le plus utilisé. Elle fait ensuite une hypothèse supplémentaire qui consiste à négliger le cisaillement transversal. Dans ce schéma les déformations en cisaillement transversal sont nulles [3]:

$$\gamma_{xz} = 0 \quad \text{et} \quad \gamma_{yz} = 0 \quad (2.1)$$

II. I. 1. 2. Expression du champ des déformations :

Le champ de déformation, tenant compte de l'hypothèse (2.1), s'écrit :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u_0}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ \varepsilon_{yy} &= \frac{\partial v_0}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ \varepsilon_{zz} &= 0 \\ \gamma_{xy} &= \left(\frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial u_0}{\partial y} \right) - 2z \frac{\partial^2 w_0}{\partial y \partial x} \\ \gamma_{xz} &= 0 \\ \gamma_{yz} &= 0 \end{aligned} \quad (2.2)$$

Alors la matrice déformation se réduit à trois composantes non nulles :

$$\varepsilon(M) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Le champ des déformations est la superposition des déformations en membrane et des déformations en flexion et torsion, on a alors :

a- Déformations en membrane :

$$\varepsilon_m(M) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial u_0}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Ces déformations s'expriment exclusivement en fonction des déplacements (u_0, v_0) dans le plan (Oxy) des points de ce plan, voir figure 2.1

b- Déformations en flexion et torsion :

$$\varepsilon_f(M) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^f \\ \varepsilon_{yy}^f \\ \gamma_{xy}^f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -z \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -2z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Ces déformations s'expriment en fonction des angles de rotation de la déformée du plan moyen et de la cote z du point M .

Généralement, les déformations en flexion et torsion s'expriment suivant la relation :

$$\varepsilon_f(M) = zK(x, y) \quad (2.6)$$

Alors :

$$K(x, y) = \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

La matrice $K(x, y)$ est appelée *matrice de courbure* de la plaque sollicitée en flexion.

Finalement, le champ des déformations s'écrit :

$$\varepsilon(M) = \varepsilon_m(M) + \varepsilon_f(M) \quad (2.8)$$

Ou :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Les fonctions $\varepsilon_m(M)$ et $K(x,y)$ ne dépendent que des coordonnées (x,y) d'un point M du plan moyen du stratifié [3]

II. I. I. 3. Expression du champ des contraintes :

a- Forme du champ de contraintes :

La théorie élémentaire des plaques fait l'hypothèse que les contraintes normales σ_z soient négligeables dans le volume de la plaque par rapport aux autres composantes normales. Cette hypothèse est étendue à la théorie classique des stratifiés. Dans le cadre de cette théorie nous obtenons, pour une couche k :

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= Q_{11}' \varepsilon_{xx} + Q_{12}' \varepsilon_{yy} + Q_{16}' \gamma_{xy} \\ \sigma_{yy} &= Q_{12}' \varepsilon_{xx} + Q_{22}' \varepsilon_{yy} + Q_{26}' \gamma_{xy} \\ \sigma_{xy} &= Q_{16}' \varepsilon_{xx} + Q_{26}' \varepsilon_{yy} + Q_{66}' \gamma_{xy} \\ \sigma_{yz} &= 0 \\ \sigma_{zx} &= 0 \end{aligned} \quad (2.10)$$

Le champs de contraintes se réduit aux seules contraintes: $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}$.

$$\sigma(M) = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

b- Expression des contraintes :

Les relations (2.10) montrent que les contraintes dans la couche k s'expriment sous la forme :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = Q_k' \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Avec :

$$Q'_k = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Où Q'_k est la matrice de rigidité réduite de la couche k et dont les termes sont exprimés en fonction des modules.

En tenant compte de l'expression (2.9), les contraintes de la couches k s'expriment par :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Où finalement :

$$\sigma_k(M) = \sigma_k(x, y, z) = Q'_k \varepsilon_m(x, y) + z Q'_k k(x, y) \quad (2.15)$$

$\sigma_k(M)$ représente la matrice des contraintes dans la couche k , puisque la matrice de rigidité réduite Q'_k varie d'une couche à l'autre. Il en résulte une discontinuité du champ de contraintes entre couches successives [3].

II. I. 1. 4. Expressions des résultantes et moments :

a- Résultantes en membrane :

L'expression des résultantes en membrane est :

$$N(x, y) = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} [Q'_k \varepsilon_m(x, y) + z Q'_k k(x, y)] dz \quad (2.16)$$

Soit :

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Avec :

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n (Q'_{ij})_k e_k \quad (2.17.A)$$

$$B_{ij} = \sum_{k=1}^n (Q'_{ij})_k e_k z_k \quad (2.17.B)$$

Ces équations montrent que dans le cas d'un stratifié, les résultantes en membrane (N_x, N_y, N_{xy}) ne sont pas seulement en fonction des déformations en membrane, mais aussi en fonction des courbures en flexion et en torsion.

b- Moments de flexion et de torsion :

L'expression développée des moments, s'écrit sous la forme :

$$M(x, y) = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} [z Q_k' \varepsilon_m(x, y) + z^2 Q_k' k(x, y)] dz \quad (2.18)$$

Soit :

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Avec :

$$D_{ij} = \sum_{k=1}^n (Q_{ij}')_k (e_k z_k^2 + e_k^3 / 12) \quad (2.19.A)$$

Les moments de flexion et torsion sont donc fonctions, des courbures en flexion et torsion, et également des déformations en membranes.

II. I. L. 5. Equation constitutive :

L'équation constitutive d'un stratifié exprime les résultantes et moments des déformations en membrane et courbure. Elle s'obtient en regroupant les expressions (2.17) et (2.19) suivant une seule écriture :

$$\begin{bmatrix} N \\ M_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_m \\ K \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Ou bien :

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Les termes *matrice de rigidité en membrane* A_{ij} , *matrice de couplage membrane-flexion-torsion* B_{ij} et *la matrice de rigidité en flexion* D_{ij} , sont exprimés en fonction de l'épaisseur e_k et de la cote du centre de la couche z_k . Ils sont définis dans l'ordre suivant les expressions (2.17.A), (2.17.B) et (2.19.A), et sont fonctions des constantes de rigidité réduites obtenues pour chaque couche k .

II. II. Modélisation thermomécanique

II. II. 1. Coefficients de dilatation thermique :

Le comportement thermique d'un stratifié unidirectionnel est caractérisé par deux coefficients α_L et α_T qui sont fonctions des constituants du composite. Ces coefficients sont obtenus par mesure des déformations en fonction de la température.

Les coefficients de dilatation thermique exprimés dans le repère (x,y) sont [5]:

$$\begin{aligned}\alpha_x &= \alpha_L \cos^2 \theta + \alpha_T \sin^2 \theta \\ \alpha_y &= \alpha_T \cos^2 \theta + \alpha_L \sin^2 \theta \\ \alpha_{xy} &= 2(\alpha_L - \alpha_T) \cos \theta \sin \theta\end{aligned}\quad (2.22)$$

II. II. 2. Déformations thermiques :

Le changement de température dans le milieu ambiant conduit à un phénomène de dilatation thermique. Pour une variation de température de ΔT ,

$$\Delta T = T - T_0 \quad (2.23)$$

- Nous obtenons les déformations suivantes les déformations thermiques dans les axes principaux du stratifié (LT) :

$$\begin{aligned}\varepsilon_L^t &= \alpha_L \Delta T \\ \varepsilon_T^t &= \alpha_T \Delta T \\ \varepsilon_{LT}^t &= 0\end{aligned}\quad (2.24)$$

- Les déformations thermiques dans les axes du stratifié :

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_x^t &= \alpha_x \Delta T \\
 \varepsilon_y^t &= \alpha_y \Delta T \\
 \varepsilon_{xy}^t &= \alpha_{xy} \Delta T
 \end{aligned}
 \quad (2.25)$$

II. II. 3. Comportement thermomécanique :

Dans le cas où le stratifié est soumis à un chargement mécanique : efforts [N] et moments [M], et un chargement thermique décrit sous la forme d'une variation de température ΔT , en introduisant la déformation thermique dans l'équation (2.12) nous obtenons :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = Q'_k \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} - \varepsilon_x^t \\ \varepsilon_{yy} - \varepsilon_y^t \\ \gamma_{xy} - \varepsilon_{xy}^t \end{bmatrix}
 \quad (2.26)$$

D'où :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_x^t \\ \varepsilon_y^t \\ \varepsilon_{xy}^t \end{bmatrix}
 \quad (2.27)$$

En intégrant l'équation des contraintes (2.27), à travers l'expression de chaque couche, on obtient les équations des efforts et moments suivantes :

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} N_x^r \\ N_y^r \\ N_{xy}^r \end{bmatrix}
 \quad (2.28)$$

et

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} M_x^t \\ M_y^t \\ M_{xy}^t \end{bmatrix}
 \quad (2.29)$$

avec :

$$\begin{bmatrix} N_x^t \\ N_y^t \\ N_{xy}^t \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_x^t \\ \varepsilon_y^t \\ \varepsilon_{xy}^t \end{bmatrix} t_k \quad (2.30)$$

$$\begin{bmatrix} M_x^t \\ M_y^t \\ M_{xy}^t \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_x^t \\ \varepsilon_y^t \\ \varepsilon_{xy}^t \end{bmatrix} z_k t_k \quad (2.31)$$

Il en résulte de la combinaison de (2.28) et de (2.29) :

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} N_x^t \\ N_y^t \\ N_{xy}^t \\ M_x^t \\ M_y^t \\ M_{xy}^t \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

Ce qui donne :

$$\begin{bmatrix} \bar{N} \\ \bar{M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon^0 \\ K \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

Avec :

$$[\bar{N}] = [N] + [N^t] = \begin{bmatrix} N_x + N_x^t \\ N_y + N_y^t \\ N_{xy} + N_{xy}^t \end{bmatrix} \quad (2.33.A)$$

et

$$[\bar{M}] = [M] + [M^t] = \begin{bmatrix} M_x + M_x^t \\ M_y + M_y^t \\ M_{xy} + M_{xy}^t \end{bmatrix} \quad (2.33.B)$$

$[\bar{M}]$ et $[\bar{N}]$ sont respectivement, les résultantes des moments et forces, égales à la somme des composantes mécaniques et thermiques [5], d'où l'expression (2.33) est appelée équation thermomécanique. Dans le cas d'un chargement thermique uniquement $[\bar{N}] = [N^t]$ et $[\bar{M}] = [M^t]$ avec : $[N] = [M] = 0$.

II. II. 4. Contraintes résiduelles :

Les contraintes résiduelles sont développées dans les couches à cause de l'anisotropie du stratifié. Elles sont déduites en l'absence de forces mécaniques. En utilisant l'équation (2.26), on obtient :

$$\begin{bmatrix} N_x^t \\ N_y^t \\ N_{xy}^t \\ M_x^t \\ M_y^t \\ M_{xy}^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

En résolvant ce système, nous obtenons les déformations en membrane $[\varepsilon^0]$ et courbures $[k]$, produites seulement par un chargement thermique. Ce qui donne des déformations non-mécaniques.

Les déformations thermiques ou non-mécaniques sont alors obtenues comme suit [6], [7], [8] :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

Les déformations résiduelles dans chaque couche k sont données par :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}_{k \text{ résiduelle}} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}_k - \begin{bmatrix} \varepsilon_x^t \\ \varepsilon_y^t \\ \varepsilon_{xy}^t \end{bmatrix}_k \quad (2.36)$$

Ou bien :

$$[\varepsilon]_{k \text{ résiduelle}} = [\varepsilon]_k - [\varepsilon^t]_k \quad (2.36.A)$$

Les contraintes résiduelles dans chaque couches sont données par :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_{k \text{ résiduelle}} = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}_{k \text{ résiduelle}} \quad (2.37)$$

Ou bien :

$$[\sigma]_{k \text{ résiduelle}} = [Q']_k [\varepsilon]_{k \text{ résiduelle}} \quad (2.37.A)$$

II. III. Modélisation hygromécanique

II. III. 1. Coefficients de dilatation hygroscopique :

Les phénomènes de dilatation par absorption d'humidité conduisent à des effets analogues aux effets thermiques. Ce qui conduit à deux coefficients d'expansion (ou de dilatation) hygroscopique, β_L et β_T , qui sont reliés aux propriétés des constituants, dans le plan LT. Il en résulte des coefficients d'expansion hygroscopiques dans le plan XY exprimés en fonction de β_L et β_T [5] :

$$\begin{aligned}\beta_X &= \beta_L \cos^2 \theta + \beta_T \sin^2 \theta \\ \beta_Y &= \beta_T \cos^2 \theta + \beta_L \sin^2 \theta \\ \beta_{XY} &= 2(\beta_L - \beta_T) \cos \theta \sin \theta\end{aligned}\quad (2.38)$$

II. III. 2. Déformations hygroscopiques dans les stratifiés unidirectionnels :

Lorsque le stratifié est soumis à un chargement d'humidité $\Delta C = C - C_0$ ou C_0 est la concentration initiale, les déformations hygroscopiques dans les axes principaux sont :

$$\begin{aligned}\varepsilon_L^h &= \beta_L \Delta C \\ \varepsilon_T^h &= \beta_T \Delta C \\ \varepsilon_{LT}^h &= 0\end{aligned}\quad (2.39)$$

Les déformations hygroscopiques dans les axes du stratifié :

$$\begin{aligned}\varepsilon_x^h &= \beta_x \Delta C \\ \varepsilon_y^h &= \beta_y \Delta C \\ \varepsilon_{xy}^h &= \beta_{xy} \Delta C\end{aligned}\quad (2.40)$$

II. III. 3. Comportement hygromécanique :

Dans le cas où le stratifié est soumis à des efforts mécaniques et hygroscopiques, l'effet hygroscopique est décrit par le terme ΔC . En introduisant la déformation hygroscopique dans l'équation (2.12) nous obtenons :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = Q'_k \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} - \varepsilon_x^h \\ \varepsilon_{yy} - \varepsilon_y^h \\ \gamma_{xy} - \varepsilon_{xy}^h \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

d'où :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_x^h \\ \varepsilon_y^h \\ \varepsilon_{xy}^h \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

En intégrant l'équation des contraintes (2.42), on obtient dans cet ordre les équations des efforts et moments suivantes [5]:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} N_x^h \\ N_y^h \\ N_{xy}^h \end{bmatrix} \quad (2.42.A)$$

Et

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} M_x^h \\ M_y^h \\ M_{xy}^h \end{bmatrix} \quad (2.42.B)$$

Avec :

$$\begin{bmatrix} N_x^h \\ N_y^h \\ N_{xy}^h \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_x^h \\ \varepsilon_y^h \\ \varepsilon_{xy}^h \end{bmatrix} t_k \quad (2.42.C)$$

$$\begin{bmatrix} M_x^h \\ M_y^h \\ M_{xy}^h \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_x^h \\ \varepsilon_y^h \\ \varepsilon_{xy}^h \end{bmatrix} z_k t_k \quad (2.42.D)$$

Il en résulte de la combinaison de (2.42.A) et de (2.42.B) :

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N_x^h \\ N_y^h \\ N_{xy}^h \\ M_x^h \\ M_y^h \\ M_{xy}^h \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

Ce qui donne :

$$\begin{bmatrix} \bar{N} \\ \bar{M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon^0 \\ K \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

Avec :

$$[\bar{N}] = [N] + [N^h] = \begin{bmatrix} N_x + N_x^h \\ N_y + N_y^h \\ N_{xy} + N_{xy}^h \end{bmatrix} \quad (2.44.A)$$

et

$$[\bar{M}] = [M] + [M^h] = \begin{bmatrix} M_x + M_x^h \\ M_y + M_y^h \\ M_{xy} + M_{xy}^h \end{bmatrix} \quad (2.45.B)$$

Les résultantes des moments et forces $[\bar{M}]$ et $[\bar{N}]$ sont égales à la somme des composantes mécaniques et hygroscopiques, d'où l'expression (2.44) est appelée équation hygromécanique. Dans le cas d'un chargement hygroscopique uniquement : $[\bar{N}] = [N^h]$ et $[\bar{M}] = [M^h]$ avec : $[N] = [M] = 0$.

II. IV. Modélisation hygrothermique

II. IV. 1. Déformations hygrothermiques dans les stratifiés unidirectionnels :

Pour un stratifié soumis à un chargement thermique $\Delta T = T - T_0$ et d'humidité $\Delta C = C - C_0$ ou T_0 et C_0 sont les conditions thermiques et hygroscopiques initiales, les déformations hygrothermiques, dans les axes principaux de ce stratifié, sont définies par :

$$\begin{aligned}\varepsilon_L^{ht} &= \alpha_L \Delta T + \beta_L \Delta C \\ \varepsilon_T^{ht} &= \alpha_T \Delta T + \beta_T \Delta C \\ \varepsilon_{LT}^{ht} &= 0\end{aligned}\quad (2.46)$$

et les déformations hygrothermiques dans les axes du stratifié sont :

$$\begin{aligned}\varepsilon_X^{ht} &= \alpha_X \Delta T + \beta_X \Delta C \\ \varepsilon_Y^{ht} &= \alpha_Y \Delta T + \beta_Y \Delta C \\ \varepsilon_{XY}^{ht} &= \alpha_{XY} \Delta T + \beta_{XY} \Delta C\end{aligned}\quad (2.47)$$

II. IV. 2. Comportement hygrothermique :

Dans le cas où le stratifié est soumis à des efforts thermiques et hygroscopiques, l'état des contraintes dans chaque couche est donné par [5]:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_x^{ht} \\ \varepsilon_y^{ht} \\ \varepsilon_{xy}^{ht} \end{bmatrix}\quad (2.48)$$

Les équations des efforts et moments sont les suivantes :

$$\begin{bmatrix} N_x^{ht} \\ N_y^{ht} \\ N_{xy}^{ht} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_x^{ht} \\ \varepsilon_y^{ht} \\ \varepsilon_{xy}^{ht} \end{bmatrix} t_k\quad (2.48.A)$$

$$\begin{bmatrix} M_x^{ht} \\ M_y^{ht} \\ M_{xy}^{ht} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_x^{ht} \\ \varepsilon_y^{ht} \\ \varepsilon_{xy}^{ht} \end{bmatrix} z_k I_k \quad (2.48.B)$$

Il en résulte :

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N_x^{ht} \\ N_y^{ht} \\ N_{xy}^{ht} \\ M_x^{ht} \\ M_y^{ht} \\ M_{xy}^{ht} \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

Ce qui donne :

$$\begin{bmatrix} \bar{N} \\ \bar{M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon^0 \\ K \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

Avec :

$$[\bar{N}] = [N] + [N^{ht}] = \begin{bmatrix} N_x + N_x^{ht} \\ N_y + N_y^{ht} \\ N_{xy} + N_{xy}^{ht} \end{bmatrix} \quad (2.50.A)$$

et

$$[\bar{M}] = [M] + [M^{ht}] = \begin{bmatrix} M_x + M_x^{ht} \\ M_y + M_y^{ht} \\ M_{xy} + M_{xy}^{ht} \end{bmatrix} \quad (2.50.B)$$

II. V. Modélisation hygrothermomécanique

II. V. 1. Déformations hygrothermomécaniques dans les stratifiés unidirectionnels :

Lorsque le stratifié est soumis à un chargement mécanique $[N]$, $[M]$, thermique $\Delta T = T - T_0$ et hygroscopique $\Delta C = C - C_0$, où T_0 et C_0 sont les conditions thermiques et hygroscopiques initiales, les déformations dans les axes principaux deviennent :

$$\begin{aligned}\varepsilon_x^{ht} &= \alpha_x \Delta T + \beta_x \Delta C \\ \varepsilon_y^{ht} &= \alpha_y \Delta T + \beta_y \Delta C \\ \varepsilon_{xy}^{ht} &= 0\end{aligned}\quad (2.51)$$

Les déformations dans les axes du stratifié sont:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x^{ht} &= \alpha_x \Delta T + \beta_x \Delta C \\ \varepsilon_y^{ht} &= \alpha_y \Delta T + \beta_y \Delta C \\ \varepsilon_{xy}^{ht} &= \alpha_{xy} \Delta T + \beta_{xy} \Delta C\end{aligned}\quad (2.52)$$

II. V. 2. Relations hygrothermomécaniques :

Dans le cas où le stratifié est soumis à des efforts mécaniques, thermiques et hygroscopiques, l'état des contraintes dans chaque couche est :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_x^{ht} \\ \varepsilon_y^{ht} \\ \varepsilon_{xy}^{ht} \end{bmatrix}\quad (2.53)$$

En intégrant l'équation des contraintes (2.53), on obtient dans cet ordre les équations des efforts et moments suivantes [5] :

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} N_x^{ht} \\ N_y^{ht} \\ N_{xy}^{ht} \end{bmatrix}\quad (2.53.A)$$

et

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} M_x^{ht} \\ M_y^{ht} \\ M_{xy}^{ht} \end{bmatrix} \quad (2.53.B)$$

Avec :

$$\begin{bmatrix} N_x^{ht} \\ N_y^{ht} \\ N_{xy}^{ht} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_x^{ht} \\ \varepsilon_y^{ht} \\ \varepsilon_{xy}^{ht} \end{bmatrix} t_k \quad (2.53.C)$$

$$\begin{bmatrix} M_x^{ht} \\ M_y^{ht} \\ M_{xy}^{ht} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_x^{ht} \\ \varepsilon_y^{ht} \\ \varepsilon_{xy}^{ht} \end{bmatrix} z_k t_k \quad (2.53.D)$$

Il en résulte de la combinaison de (2.53.A) et de (2.53.B) :

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} N_x^{ht} \\ N_y^{ht} \\ N_{xy}^{ht} \\ M_x^{ht} \\ M_y^{ht} \\ M_{xy}^{ht} \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

Ce qui donne :

$$\begin{bmatrix} \bar{N} \\ \bar{M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon^0 \\ K \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

Avec :

$$\begin{bmatrix} \bar{N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N^{ht} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_x + N_x^{ht} \\ N_y + N_y^{ht} \\ N_{xy} + N_{xy}^{ht} \end{bmatrix} \quad (2.56.A)$$

et

$$\begin{bmatrix} \bar{M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M^{ht} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_x + M_x^{ht} \\ M_y + M_y^{ht} \\ M_{xy} + M_{xy}^{ht} \end{bmatrix} \quad (2.56.B)$$

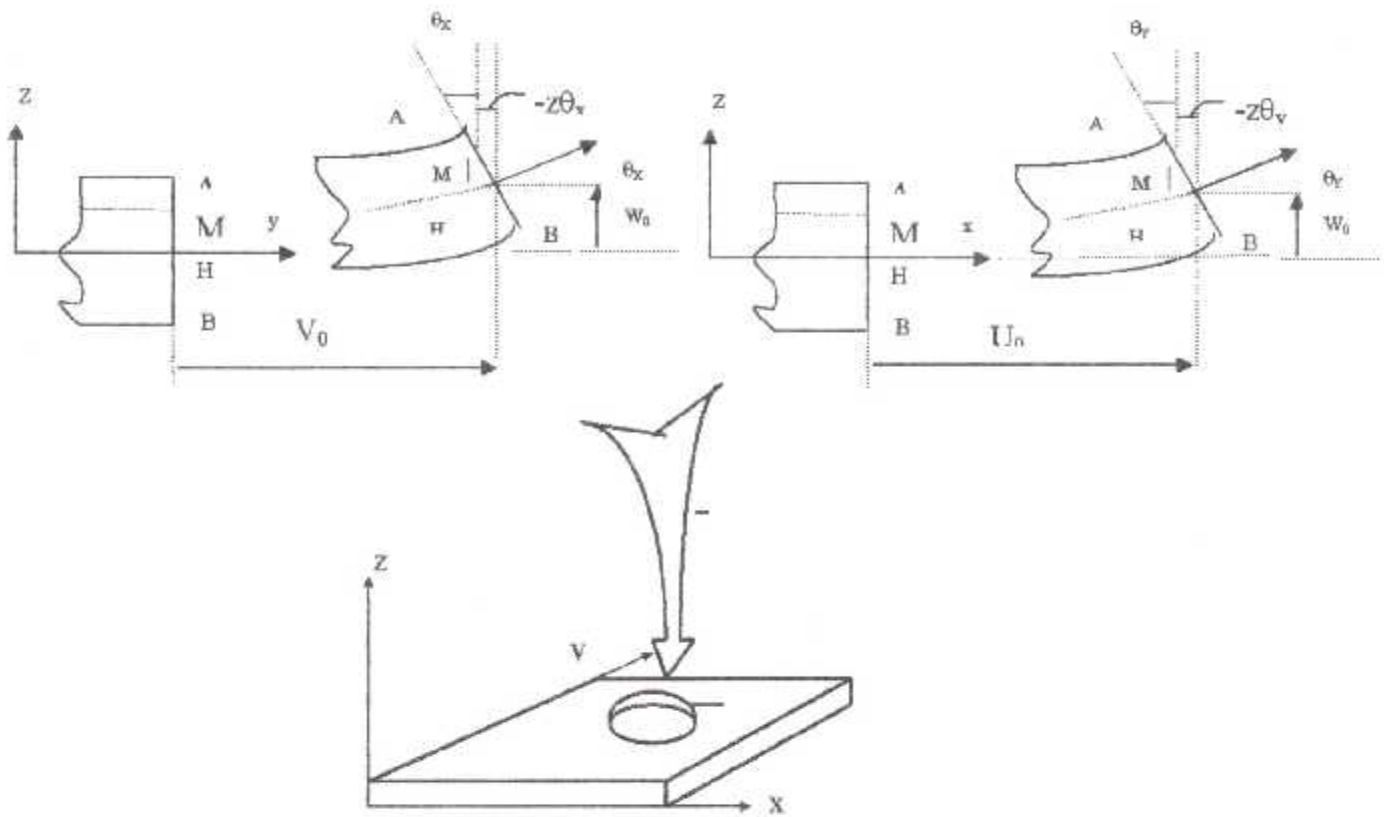


Fig. 2.1 : Schématisation des déformations dans la théorie classique des stratifiés

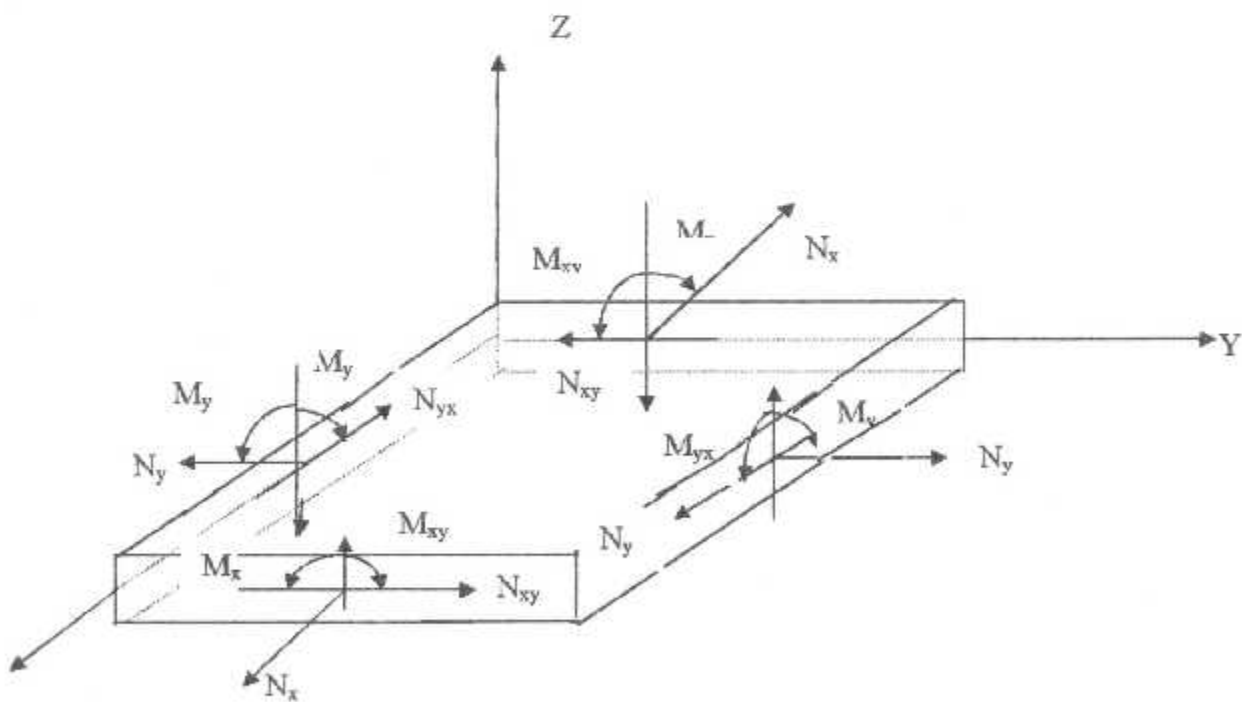


Fig 2.2 : Schématisation des résultantes en membrane des actions exercées sur un élément du stratifié, et des moments de flexion et de torsion

II.VI Conclusion :

La variation de température et d'humidité engendrent l'apparition des contraintes résiduelles, leur prise en compte est importante lors de l'analyse mécanique des structures stratifiées. Le comportement des matériaux composites est affecté par les conditions d'environnement aux quelles ils sont soumis et qui induisent des déformations, qui ont un effet direct sur les équations constitutives pouvant affecter le comportement mécanique de la structure.

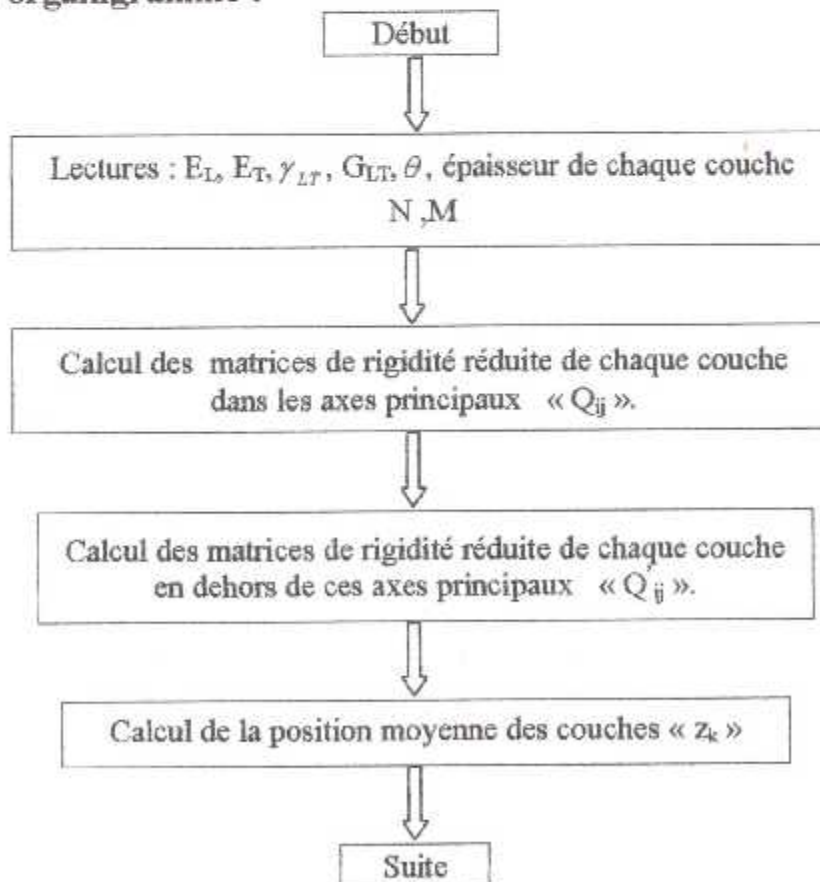
CHAPITRE 3

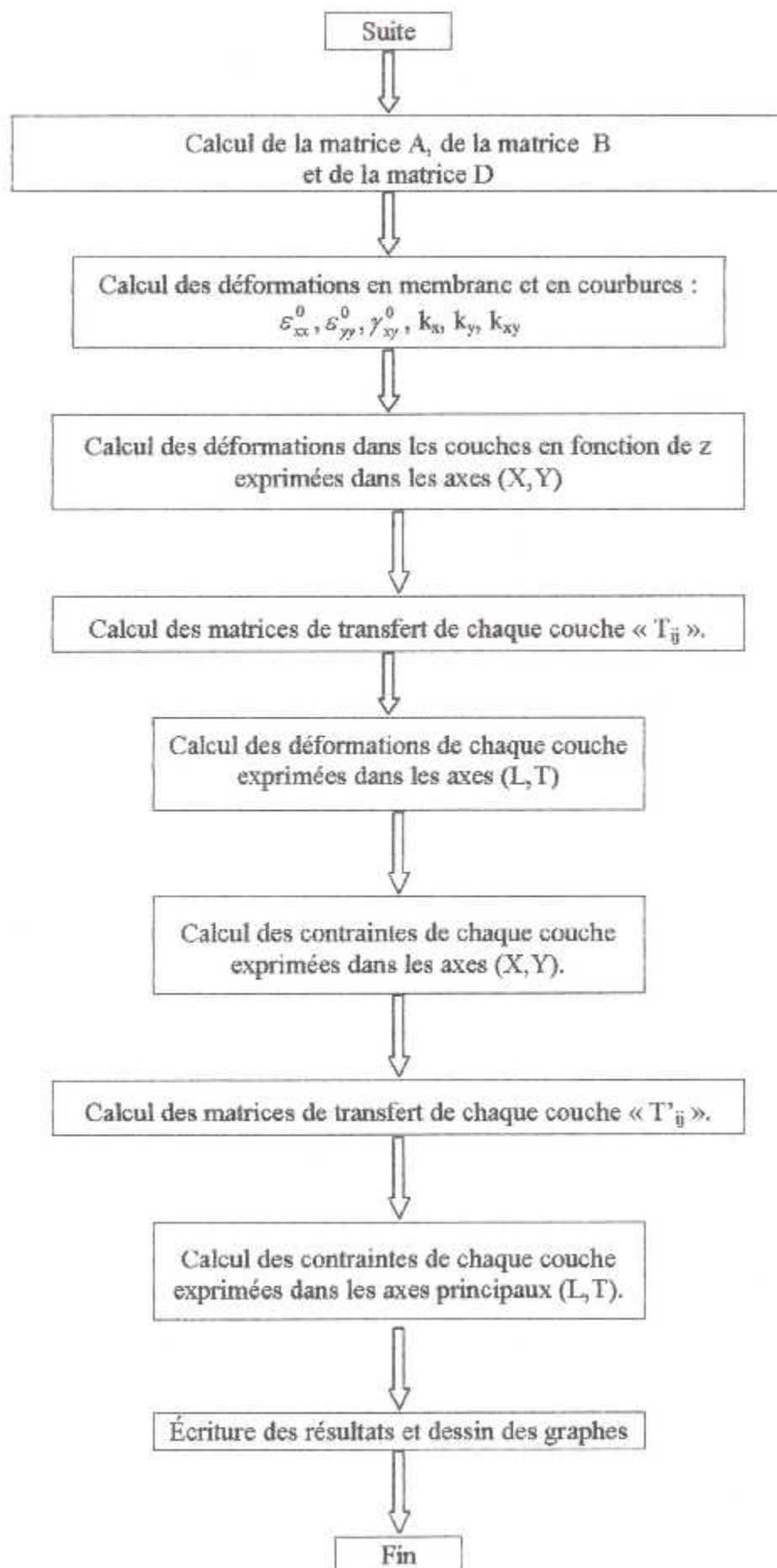
CODE DE CALCUL ET SIMULATIONS

Après la mise en équations du problème nous avons développé un code de calcul permettant de prévoir le comportement des composites sous différents chargements à savoir, mécanique, thermique, hygroscopique, hygrothermique et hygrothermomécanique. Pour ce faire nous avons testé sa validité avec des stratifiés et des conditions étudiées auparavant, puis nous avons étendu notre travail à d'autres simulations de prévisions.

III. I. Analyse mécanique :

III. I. 1. L'organigramme :





III. I. 2. Validation du code analyse mécanique :

Pour valider le code de calcul nous avons utilisé un stratifié verre époxyde [30/-15/-30/15] dont les propriétés sont :

a- Données :

E_L (Gpa)	E_T (Gpa)	G_{LT} (Gpa)	ν_{LT}	N_x	N_y	N_{xy}	M_x	M_y	M_{xy}
38.0	9.0	3.6	0.32	1	0.5	0.25	0	0	0

Tab. 3.1 : propriétés du verre époxyde avec les efforts mécanique appliquées

15^0	1.5 (mm)
-30^0	1
-15^0	1.5
30^0	1

Fig.3.1 : stratifié verre époxyde [30/-15/-30/15]

b- Résultats :

Les résultats sont validés avec ceux de la référence [3] et qui sont en annexe A1

Matrices de rigidité réduites exprimées dans les axes principaux Q :

th= 15.		
38.945	2.9516	.00000
2.9516	9.2237	.00000
.00000	.00000	3.6000
th=-30.		
38.945	2.9516	.00000
2.9516	9.2237	.00000
.00000	.00000	3.6000
th= -15.		
38.945	2.9516	.00000
2.9516	9.2237	.00000
.00000	.00000	3.6000
th= 30.		
38.945	2.9516	.00000
2.9516	9.2237	.00000
.00000	.00000	3.6000

Matrices de rigidité réduites exprimés en dehors de ses axes principaux QP :

th= 15.		
35.212	4.6931	6.7316
4.6931	9.4730	.69862
6.7316	.69862	5.3416
th=-30.		

26.290	8.1763	-9.4512
8.1763	11.429	-3.4183
-9.4512	-3.4183	8.8247
th= 15.		
35.212	4.6931	-6.7316
4.6931	9.4730	-.69862
-6.7316	-.69862	5.3416
th= 30.		
26.290	8.1763	9.4512
8.1763	11.429	3.4183
9.4512	3.4183	8.8247

T :

th= 15.		
.93301	.66987E-01	-.50000
.66987E-01	.93301	.50000
.25000	-.25000	.86603
th= 30.		
.75000	.25000	.86603
.25000	.75000	-.86603
-.43301	.43301	.50000
th= 15.		
.93301	.66987E-01	.50000
.66987E-01	.93301	-.50000
-.25000	.25000	.86603
th= 30.		
.75000	.25000	-.86603
.25000	.75000	.86603
.43301	-.43301	.50000

Matrice A:

.15822E+09	.30432E+08	.00000
.30432E+08	.51278E+08	.00000
.00000	.00000	.33674E+08

Matrice B:

-13384.	5224.7	-1615.4
5224.7	2934.2	5925.8
-1615.4	5925.8	5224.7

Matrice D:

327.38	64.271	60.686
64.271	107.32	15.438
60.686	15.438	71.025

Matrice H :

.15822E+09	.30432E+08	.00000	-13384.	5224.7	-1615.4
.30432E+08	.51278E+08	.00000	5224.7	2934.2	5925.8
.00000	.00000	.33674E+08	-1615.4	5925.8	5224.7
-13384.	5224.7	-1615.4	327.38	64.271	60.686
5224.7	2934.2	5925.8	64.271	107.32	15.438
-1615.4	5925.8	5224.7	60.686	15.438	71.025

e₀ et k:

.5064E-02
.6897E-02
.7836E-02
.5798
-1.027
-1.309

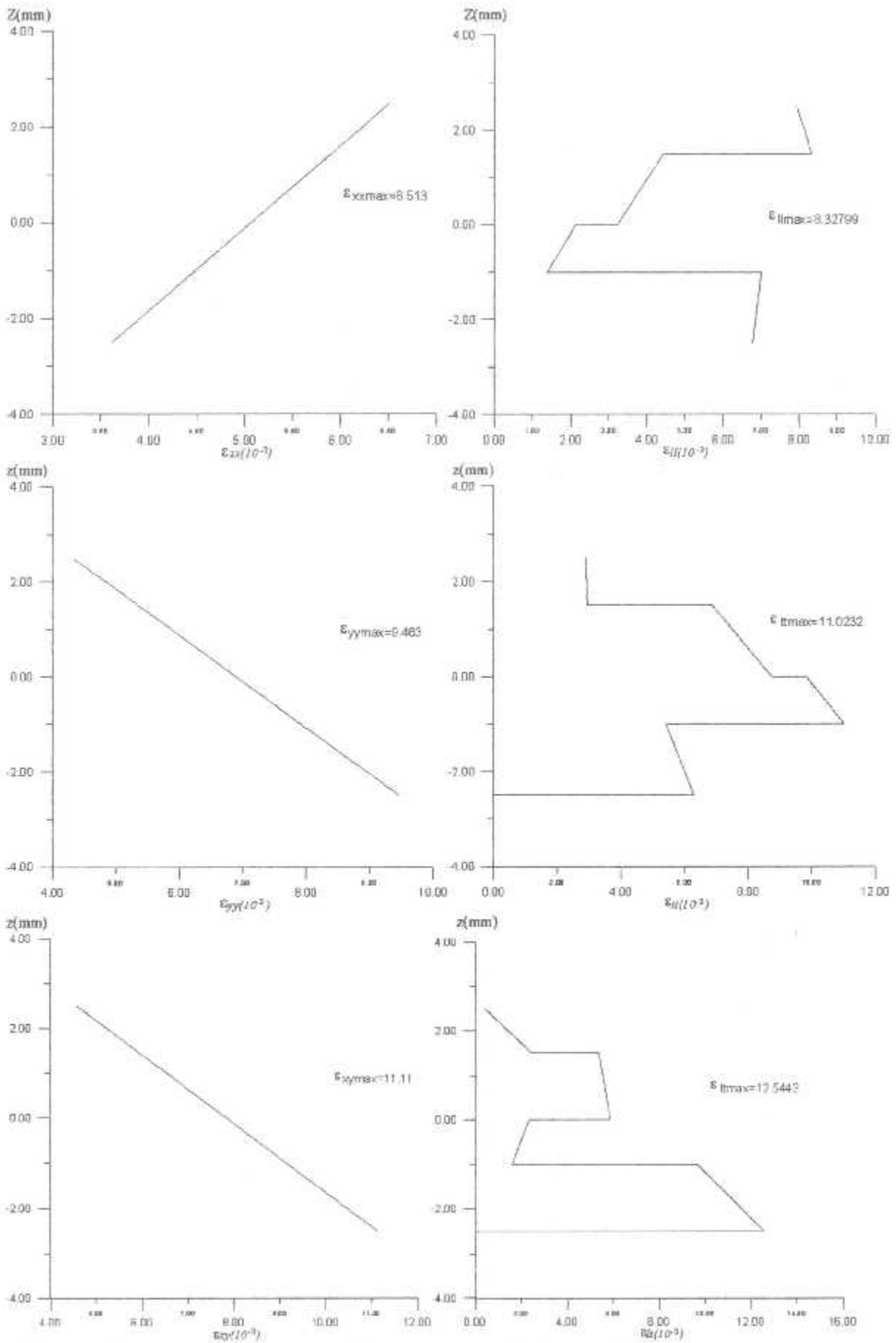


Fig.3.2 : Déformations dans le stratifié verre époxyde [30/-15/-30/15], repère (LT) et (XY)

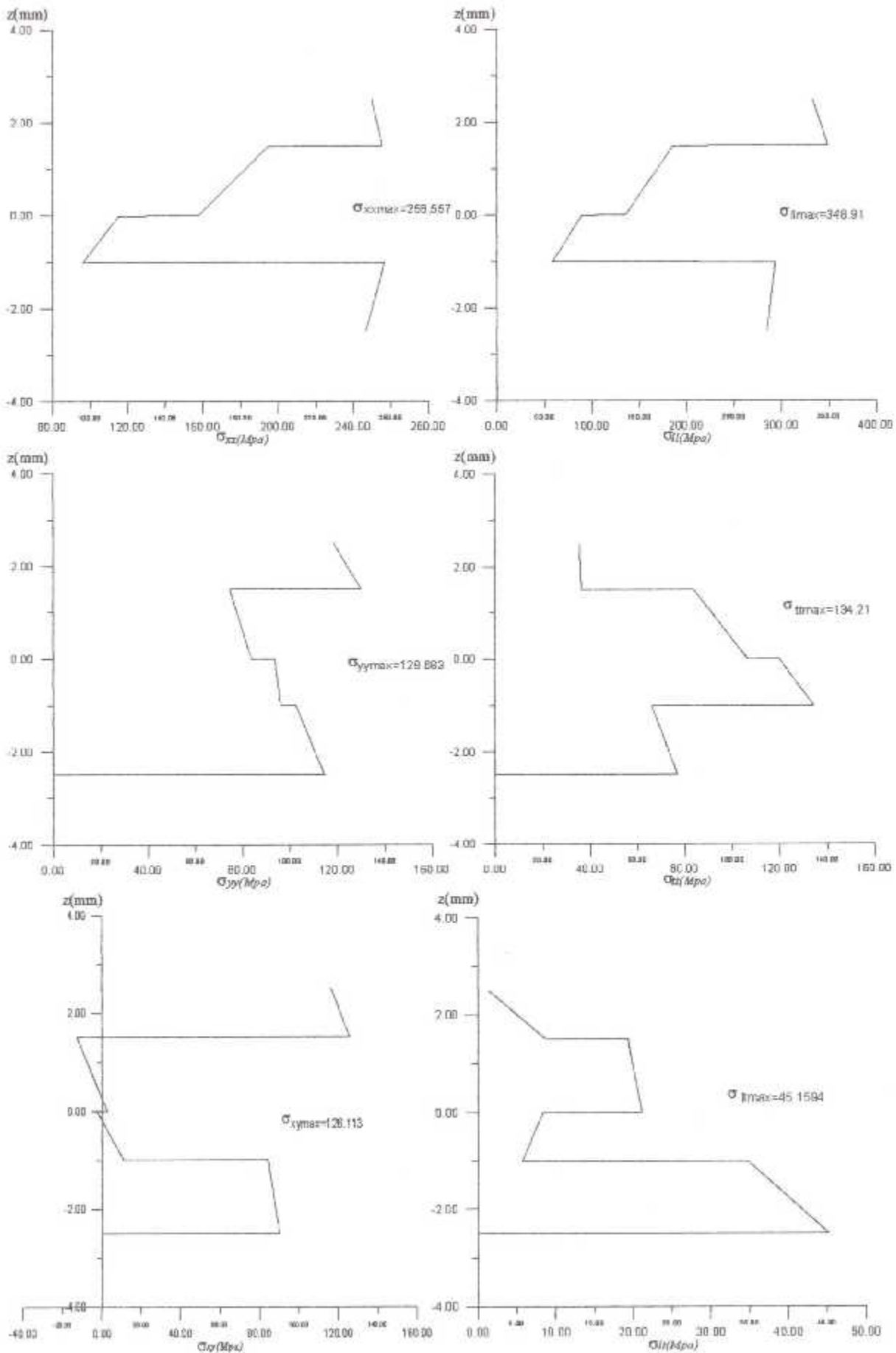


Fig.3.3 : Contraintes dans le stratifié verre époxyde [30/-15/-30/15], repère (LT) et (XY)

III. I. 3. Effet d'empilement :

Dans cette simulation, on va observer l'effet d'empilement en comparant deux composites stratifiés, l'un constitués de quatre couches chacun, ayant les mêmes propriétés mécaniques [3]. définies en Fig 3.4 et Fig3.5 :

a- Données :

E_L (Gpa)	E_T (Gpa)	G_{LT} (Gpa)	ν_{LT}	N_x (kN/mm)	N_y (kN/mm)	N_{xy} (kN/mm)	M_x	M_y	M_{xy}
38.0	9.0	3.6	0.32	1	0.5	0.25	0	0	0

Tab. 3.2 : propriétés du verre époxyde avec les efforts mécanique appliquées

15^0	1.5 (mm)
-30^0	1
-15^0	1.5
30^0	1

Fig.3.4 : stratifié verre époxyde
[30/-15/-30/15]

-30^0	1(mm)
15^0	1.5
-15^0	1.5
30^0	1

Fig.3.5 : stratifié verre époxyde
[30/-15/15/-30]

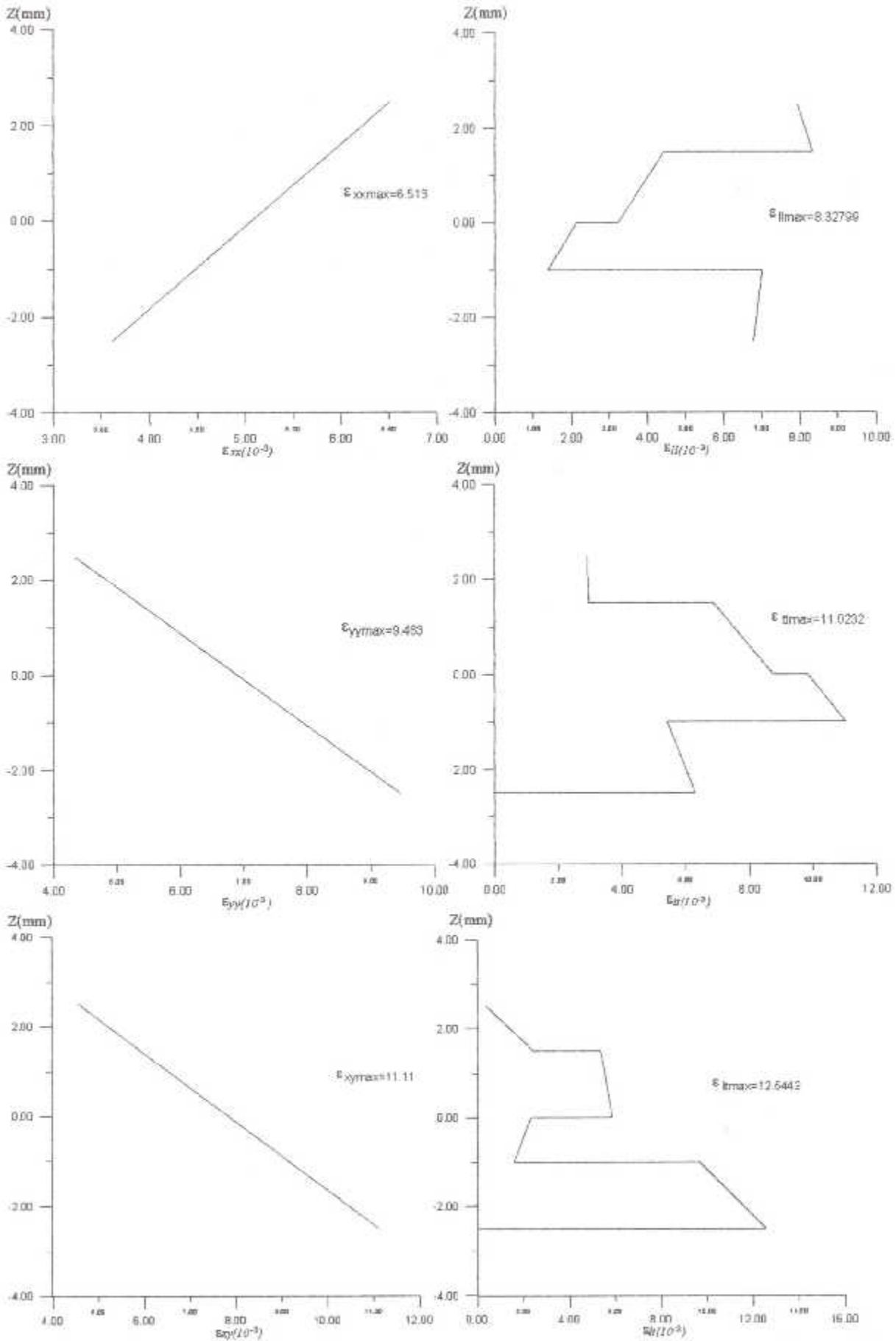


Fig.3.6 : Déformations dans le stratifié verre époxyde [30/-15/-30/15], repère (LT) et (XY)

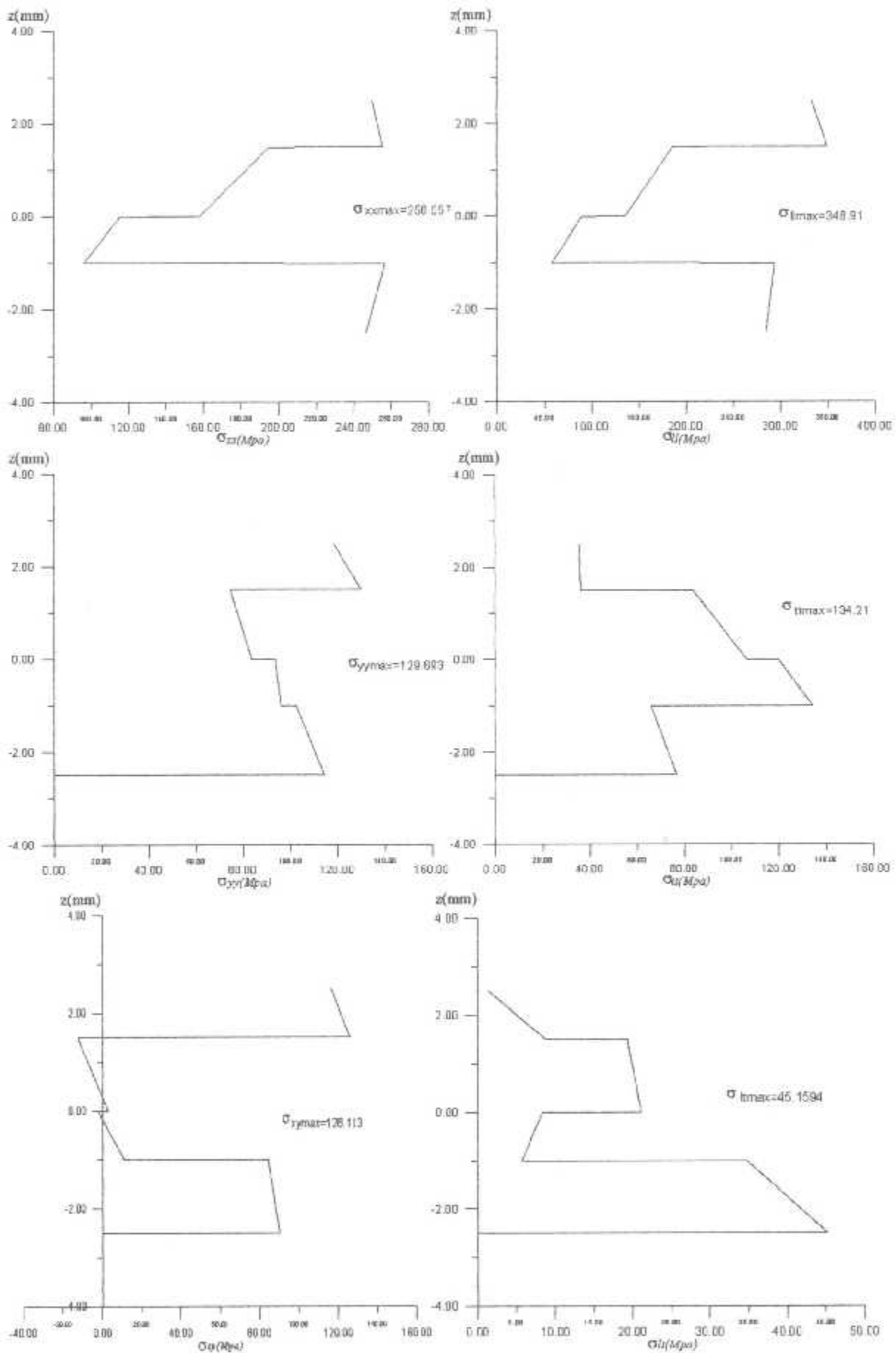


Fig.3.7 : Contraintes dans le stratifié verre époxyde [30/-15/-30/15], repère (LT) et (XY)

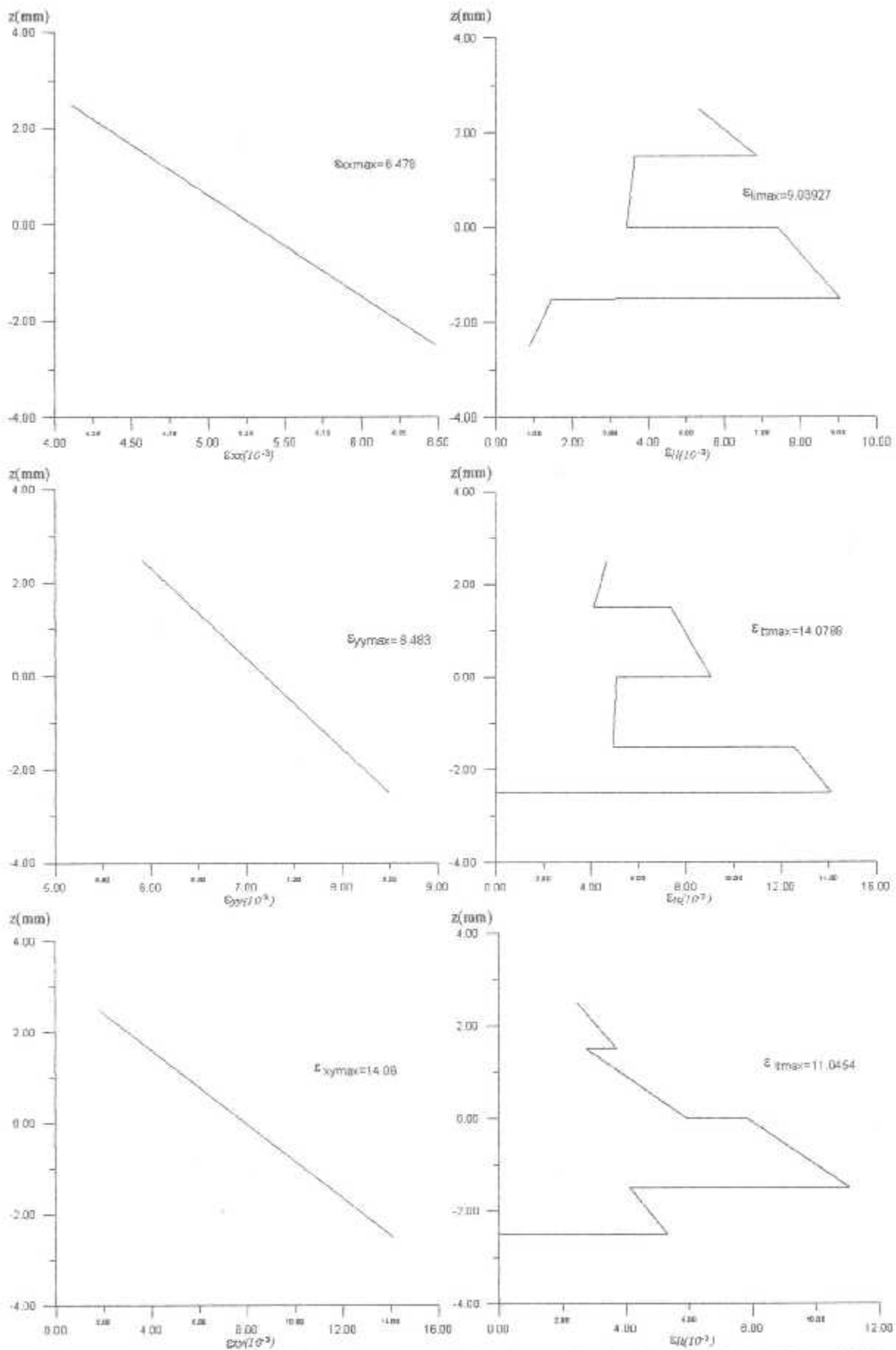


Fig.3.8 : Déformations dans le stratifié verre époxyde [30/-15/15/-30], repère (LT) et (XY)

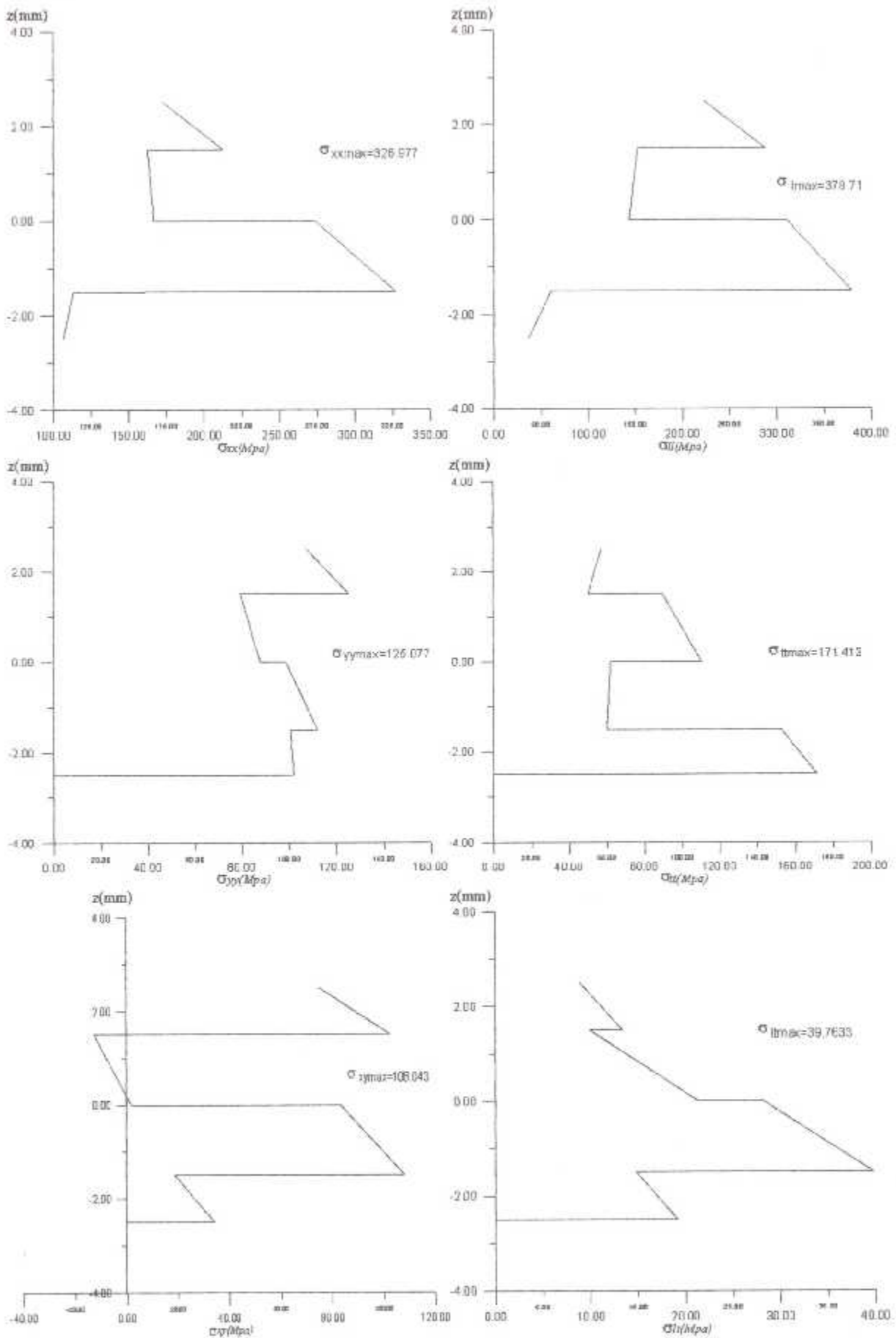


Fig.3.9 : Contraintes dans le stratifié verre époxyde [30/-15/15/-30], repère (LT) et (XY)

b-Remarque :

En comparant, les stratifié [30/-15/-30/15] et [30/-15/15/-30] (on a interverti les deux dernière couches), on remarque que l'allure générale, pour les déformations suivant le plan xy , sont similaires pour les deux cas Fig.3.6 et Fig.3.8, sauf pour ε_{xx} qui est inversée. Même remarque pour les déformations maximales, elle sont proches les unes des autres. Pour le plan lt , c'est ici que l'effet d'empilement se fait ressentir le plus, on aura des allures de courbe très différentes, les déformations maximales sont sensiblement différentes. Pour le premier stratifié on a :

$$\varepsilon_{LL\max} = 8.33 \quad \varepsilon_{TT\max} = 11.02 \quad \varepsilon_{LT\max} = 12.54$$

Alors que si l'on inverse les deux dernières couche on aura :

$$\varepsilon_{LL\max} = -9.04 \quad \varepsilon_{TT\max} = -14.08 \quad \varepsilon_{LT\max} = -11.05$$

En ce qui concerne la distribution des contraintes (Fig. 3.7 et 3.9), les courbes sont différentes mais elles ont, en moyenne, moins de 10% de différence pour les deux plans xy et lt (Mpa) :

Pour le stratifié [30/-15/-30/15] :

$$\begin{aligned} \sigma_{XX\max} &= 256.56 \text{ MPa} & \sigma_{YY\max} &= 129.69 \text{ MPa} & \sigma_{XY\max} &= 126.13 \text{ MPa} \\ \sigma_{LL\max} &= 348.91 \text{ MPa} & \sigma_{TT\max} &= 134.21 \text{ MPa} & \sigma_{LT\max} &= 45.16 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Et pour le deuxième stratifié [30/-15/15/-30] :

$$\begin{aligned} \sigma_{XX\max} &= 326.98 \text{ MPa} & \sigma_{YY\max} &= 125.08 \text{ MPa} & \sigma_{XY\max} &= 108.04 \text{ MPa} \\ \sigma_{LL\max} &= 378.71 \text{ MPa} & \sigma_{TT\max} &= 171.41 \text{ MPa} & \sigma_{LT\max} &= 39.76 \text{ MPa} \end{aligned}$$

c-Conclusion :

Nous remarquons que pour les mêmes stratifiés, ayant les mêmes propriétés, si l'on change l'orientation d'une couche, le comportement de la structure change. Ceci s'explique par la forte anisotropie sur le plan macroscopique qui caractérise les matériaux composites.

III. I. 4. Effet de symétrie :

Dans cette partie on va observer les différences entre un stratifié quelconque en l'occurrence [30/-15/-30/15] et un stratifié symétrique [45/-45/-45/45].

On va comparer le verre époxyde [30/-15/-30/15] avec le stratifié symétrique graphite époxyde [45/-45/-45/45] dont les propriétés [1] et [3] sont :

a- Données :

E_L (Gpa)	E_T (Gpa)	G_{LT} (Gpa)	ν_{LT}	N_x (kN/mm)	N_y (kN/mm)	N_{xy} (kN/mm)	M_x	M_y	M_{xy}
181.0	10.3	7.17	0.28	1	0.5	0.25	0	0	0

Tab. 3.3 : propriétés du graphite époxyde avec les efforts mécanique appliqués

45^0	1(mm)
-45^0	1
-45^0	1
45^0	1

Fig.3.10 : stratifié graphpe époxyde
[45/-45/-45/45]

E_L (Gpa)	E_T (Gpa)	G_{LT} (Gpa)	ν_{LT}	N_x (kN/mm)	N_y (kN/mm)	N_{xy} (kN/mm)	M_x	M_y	M_{xy}
38.0	9.0	3.6	0.32	1	0.5	0.25	0	0	0

Tab. 3.4 : propriétés du verre époxyde avec les efforts mécanique appliqués

15^0	1.5 (mm)
-30^0	1
-15^0	1.5
30^0	1

Fig.3.11 : stratifié verre époxyde
[30/-15/-30/15]

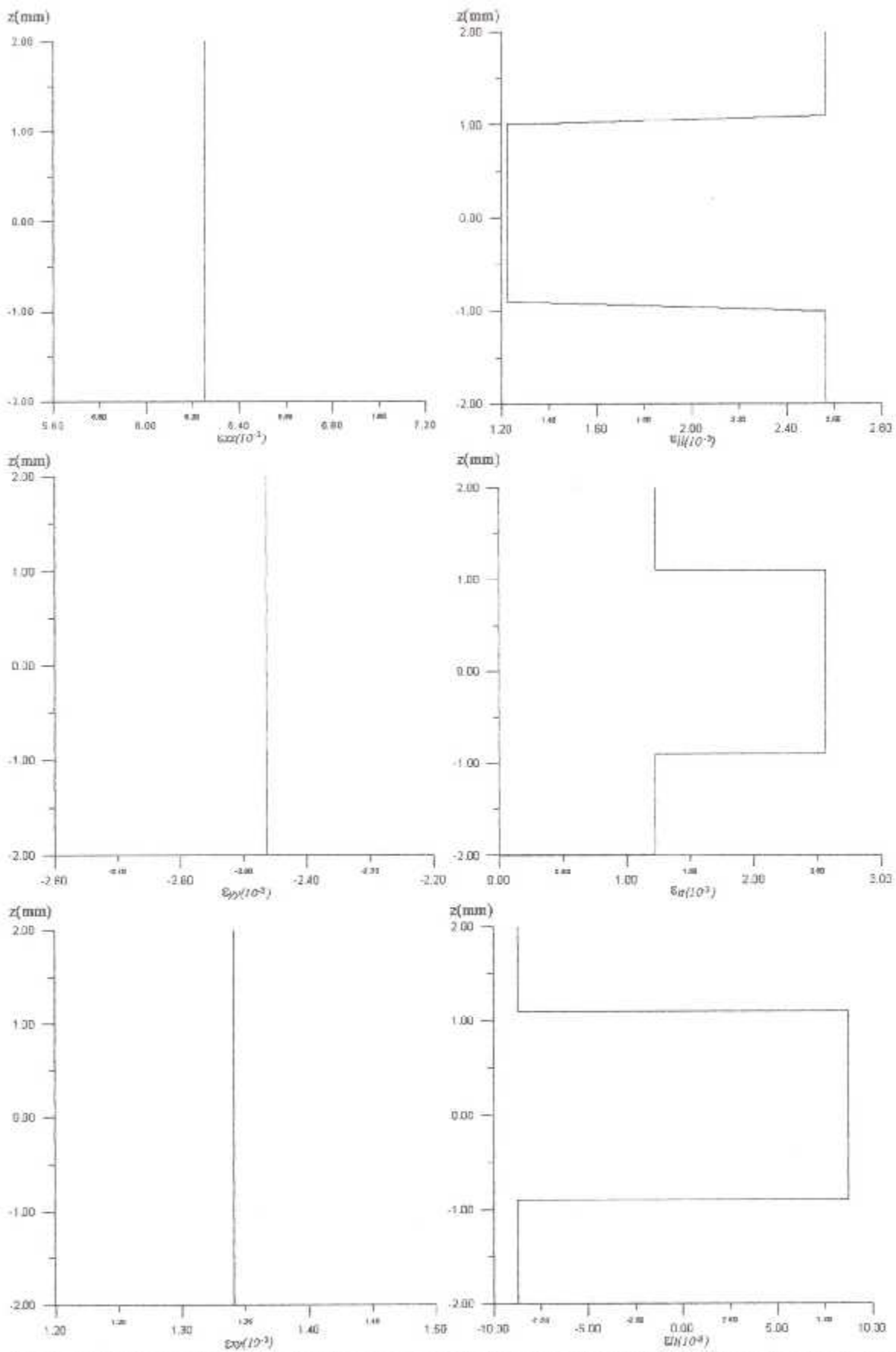


Fig.3.12: Déformations dans le stratifié graphite époxyde [45/-45/-45/45], repère (LT) et (XY)

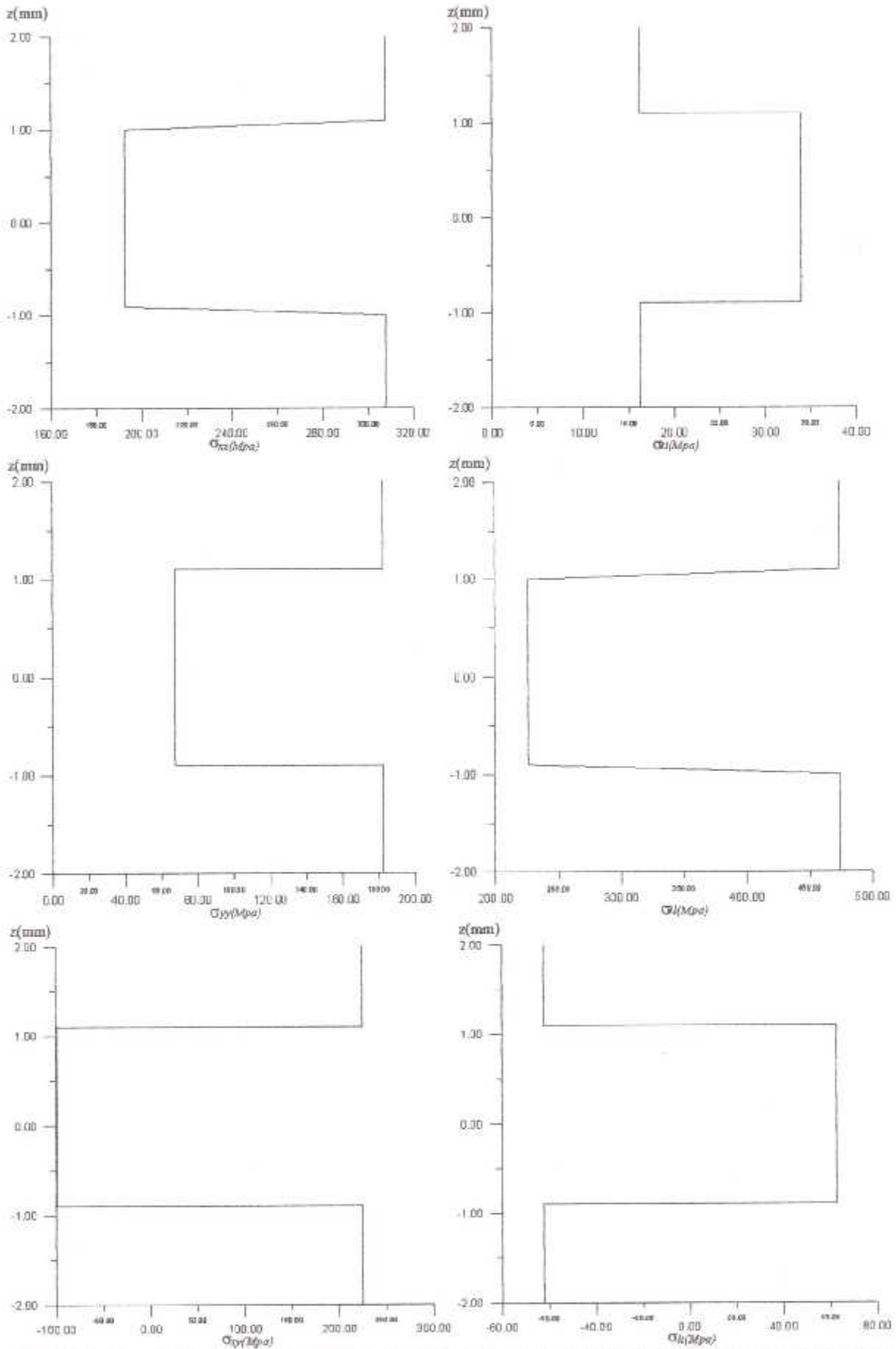


Fig.3.13 : Contraintes dans le stratifié graphite époxyde [45/-45/-45/45], repère (LT) et (XY)

b-Remarque :

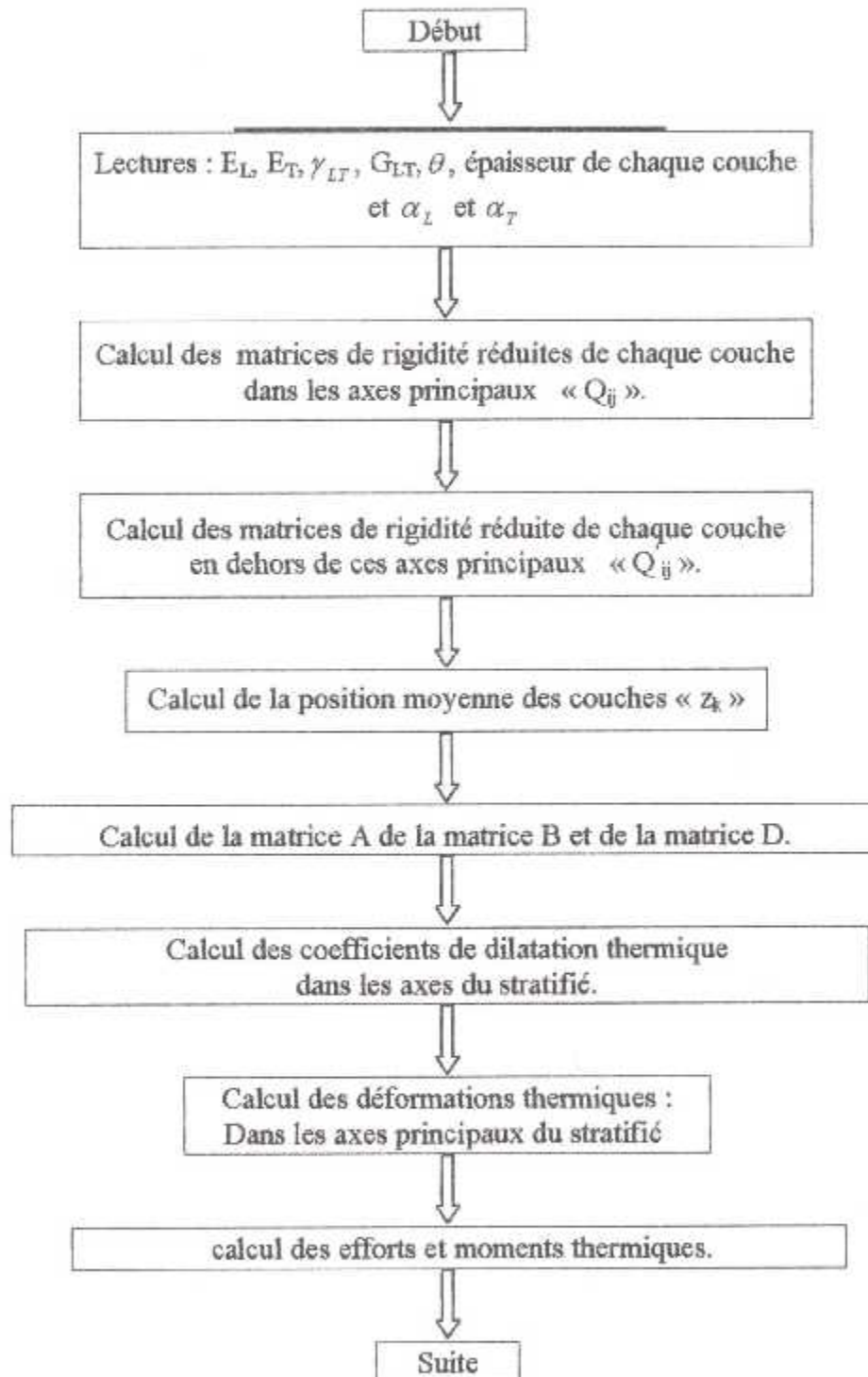
Dans le premier exemple [30/-15/-30/15] l'asymétrie et l'anisotropie sont fortement présentes. Ce qui n'est pas le cas du deuxième [45/-45/-45/45], on remarque une symétrie et une distribution uniforme des contraintes et déformations en tous points des graphes. Ce qui atténue fortement l'anisotropie du composite.

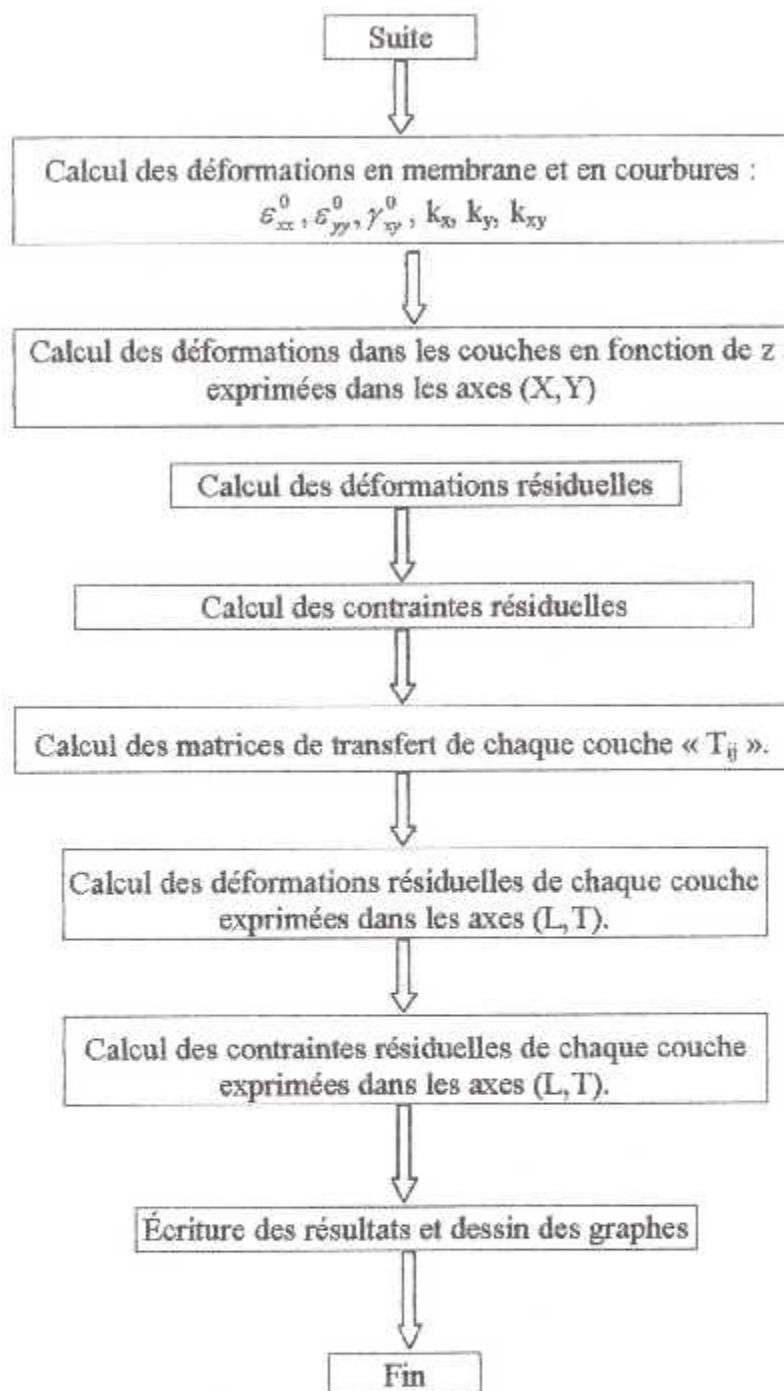
c-Conclusion :

L'analyse du comportement mécanique nous a permis d'obtenir l'état de contraintes et des déformations en tous points de la structure. Ce qui nous permettra de faire des prévisions sur leurs comportement.

III. II. Analyse thermique

III. II. 1. L'organigramme :





III. II. 2. Validation des résultats :

Pour valider les résultats nous avons utiliser le stratifié verre époxyde avec les propriétés suivantes [3], voir annexe A2 :

a- Les données :

E_L (Gpa)	E_T (Gpa)	G_{LT} (Gpa)	ν_{LT}	α_L (/C ⁰)	α_T (/C ⁰)
45.0	10.0	4.5	0.31	$5 \cdot 10^{-6}$	$20 \cdot 10^{-6}$

Tab. 3.5 : propriétés du verre époxyde avec les coefficients thermiques

90 ⁰	1 (mm)
0 ⁰	1
90 ⁰	1

Fig.3.14 : stratifié verre époxyde
[90/0/90]

La température de polymérisation est de 120 C⁰

et une température de travail de 20 C⁰

Soit une variation de température de -100 C⁰

b- Les résultats :

Matrices de rigidité réduites exprimées dans les axes principaux Q :

th= 90.			
45.982	3.1676	.00000	
3.1676	10.218	.00000	
.00000	.00000	4.5000	
th= .00			
45.982	3.1676	.00000	
3.1676	10.218	.00000	
.00000	.00000	4.5000	
th= 90.			
45.982	3.1676	.00000	
3.1676	10.218	.00000	
.00000	.00000	4.5000	

Matrices de rigidité réduites exprimées en dehors de ses axes principaux QP :

th= 90.			
10.218	3.1676	.67732E-06	
3.1676	45.982	.11749E-04	
.67732E-06	.11749E-04	4.5000	

```

th= .00
  45.982    3.1676    .00000
  3.1676   10.218    .00000
  .00000    .00000    4.5000
th= 90.
  10.218    3.1676    .67732E-06
  3.1676   45.982    .11749E-04
  .67732E-06 .11749E-04  4.5000

```

Matrice I:

```

th= 90.
  .13163E-12  1.0000  -.72561E-06
  1.0000     .13163E-12  .72561E-06
  .36281E-06 -.36281E-06 -1.0000
th= .00
  1.0000    .00000    .00000
  .00000    1.0000    .00000
  .00000    .00000    1.0000
th= 90.
  .13163E-12  1.0000  -.72561E-06
  1.0000     .13163E-12  .72561E-06
  .36281E-06 -.36281E-06 -1.0000

```

Matrice H:

```

.66418E+08  .95029E+07  1.3546  .00000  .00000  .00000
.95029E+07  .10218E+09  23.497  .00000  .00000  .00000
1.3546      23.497  .13500E+08  .00000  .00000  .00000
.00000      .00000  .00000      25.971  7.1272  .14675E-05
.00000      .00000  .00000      7.1272  100.48  .25455E-04
.00000      .00000  .00000      .14675E-05  .25455E-04  10.125

```

coefficient de dilatation thermique:

```

th  ax  ay  axy
90. 20.000  5.0000  -.11345E-04
th  ax  ay  axy
.00 5.0000  20.000  .00000
th  ax  ay  axy
90. 20.000  5.0000  -.11345E-04

```

Deformation thermique suivant LT:

```

th  ethl  etht  ethlt
90. -500.00  -2000.0  .00000
th  ethl  etht  ethlt
.00 -500.00  -2000.0  .00000
th  ethl  etht  ethlt
90. -500.00  -2000.0  .00000

```

Suivant XY:

th	ethx	ethy	ethxy
90.	-2000.0	-500.00	.11345E-02
th	ethx	ethy	ethxy
.00	-500.00	-2000.0	.00000
th	ethx	ethy	ethxy
90.	-2000.0	-500.00	.11345E-02

Efforts thermiques:

-7337E+05
-8067E+05
-4247E-02
73.37
.0000
-4247E-05

Déformations en membrane et en courbures :

-1005.
-696.0
.9977E-03
2881E+07
-2044E+06
-3233

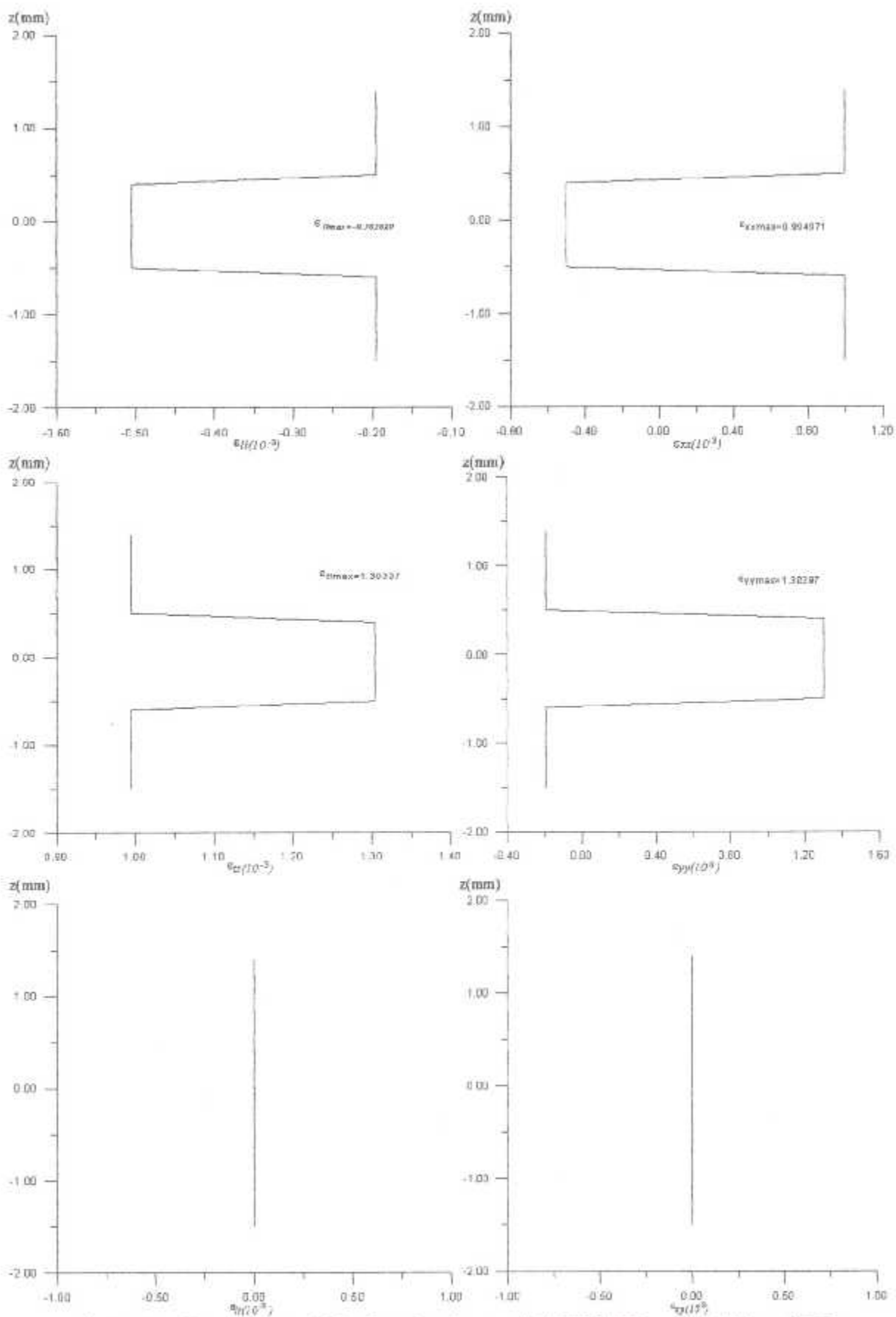


Fig.3.15: Déformations résiduelles dans le stratifié [90/0/90] repère (LT) et (XY) pour $\Delta T = -100$

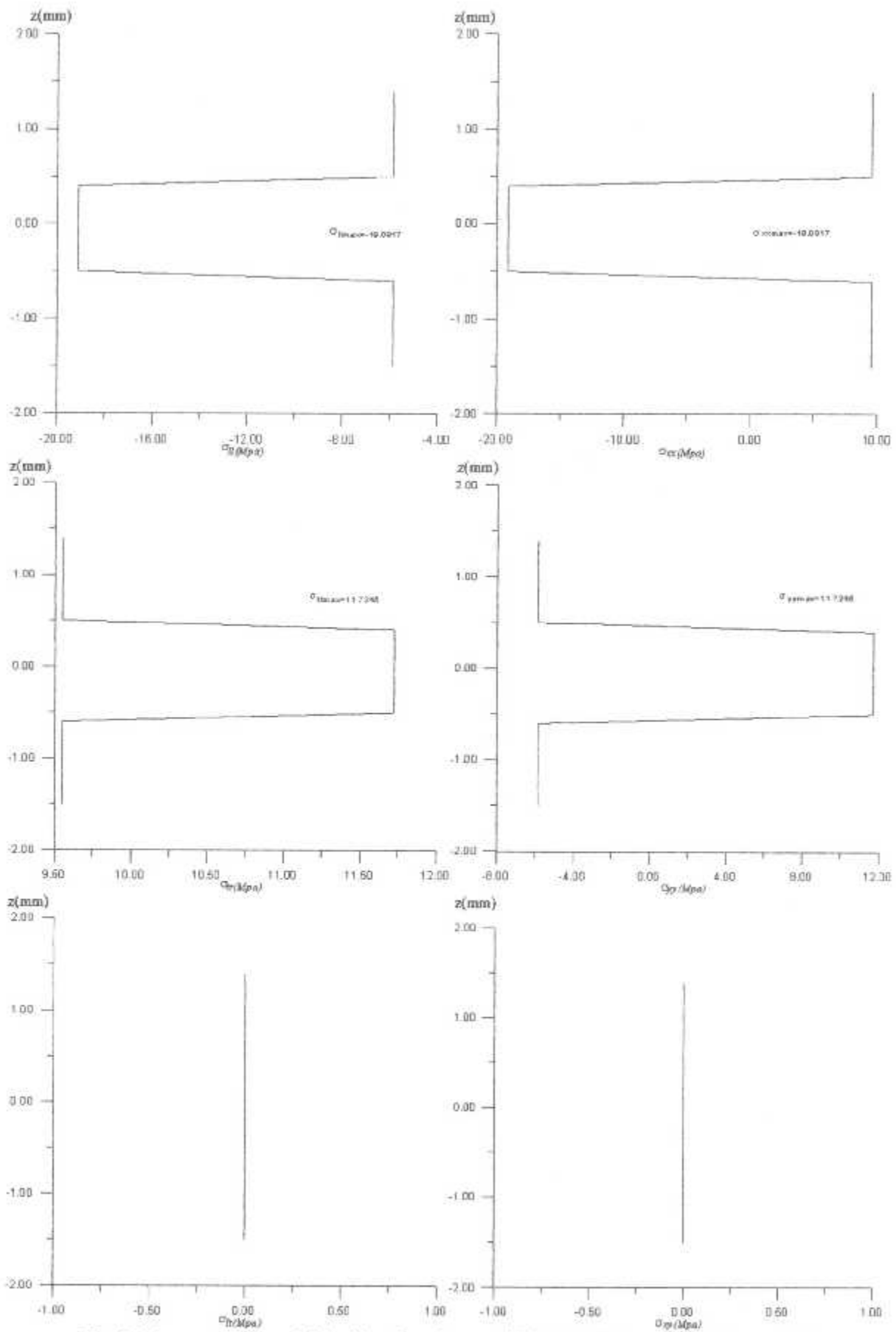


Fig.3.16: contraintes résiduelles dans le stratifié [90/0/90] repère (L,T) et (XY) pour $\Delta T = -100$

III. II. 3. Effet de la variation de température :

Le chargement thermique seul engendre des contraintes et des déformations, effectivement les résultats ci-dessus montrent que lorsque la structure stratifiée se trouve sous une température ambiante T_0 , des contraintes apparaissent, c'est l'effet résiduel. Nous allons examiner l'effet de la variation de la température ambiante en changeant T_0 à 0°C .

Cette simulation prend en considération une température de polymérisation de 120°C et une température de travail de 0°C avec les propriétés suivantes [3]:

a- Les données :

$E_L(\text{Gpa})$	$E_T(\text{Gpa})$	$G_{LT}(\text{Gpa})$	ν_{LT}	$\alpha_L (/^\circ\text{C}^0)$	$\alpha_T (/^\circ\text{C}^0)$
45.0	10.0	4.5	0.31	$5 \cdot 10^{-6}$	$20 \cdot 10^{-6}$

Tab. 3.6 : propriétés du verre époxyde avec les coefficients thermiques

90°	1 (mm)
0°	1
90°	1

Fig.3.17 : stratifié verre époxyde
[90/0/90]

Avec une température de polymérisation de 120°C

Et une température de travail de 0°C

Soit une variation de température de -120°C

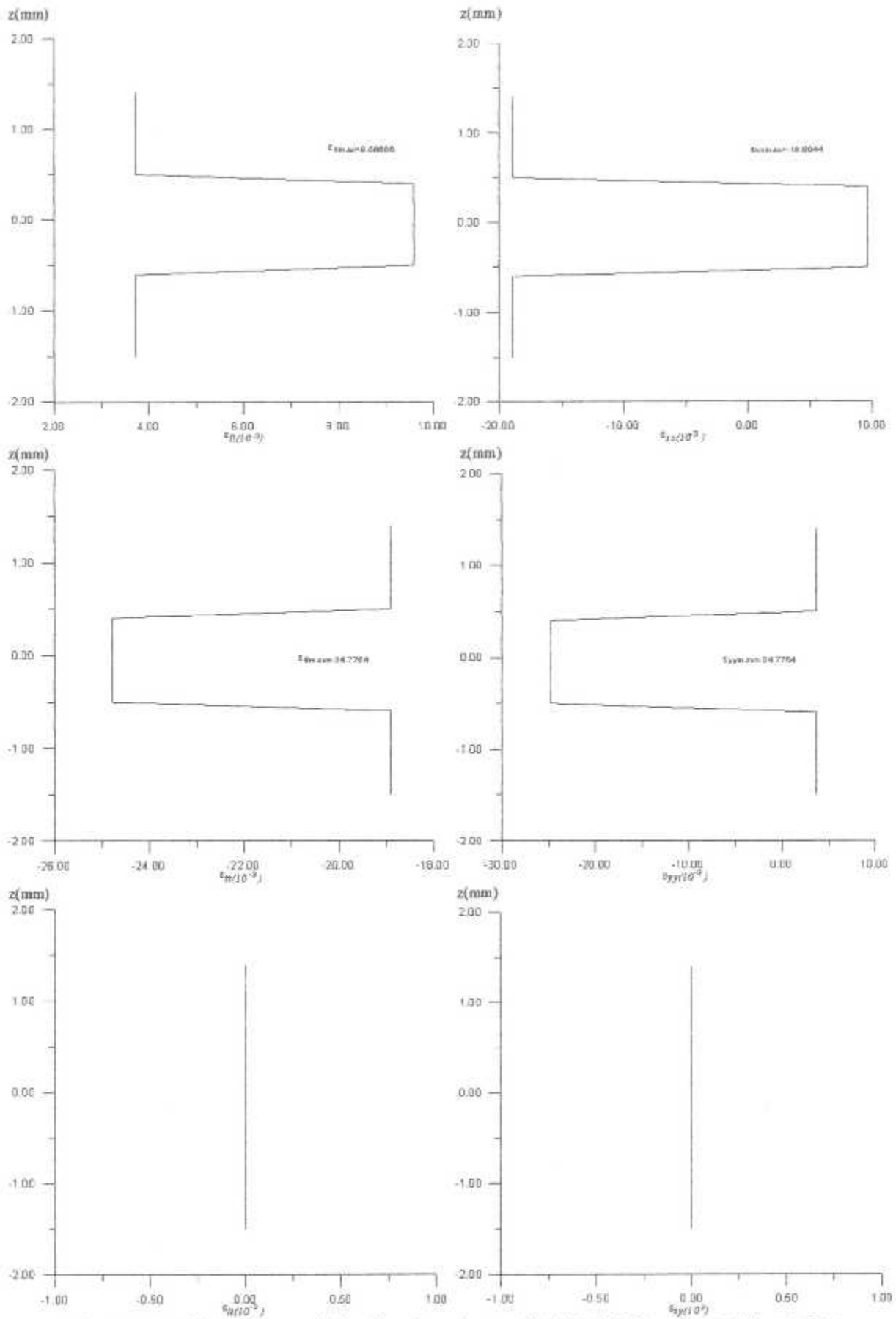


Fig. 3.18.: Déformations résiduelles dans le stratifié [90/0/90] repère (LT) et (XY) pour $\Delta T = -120$

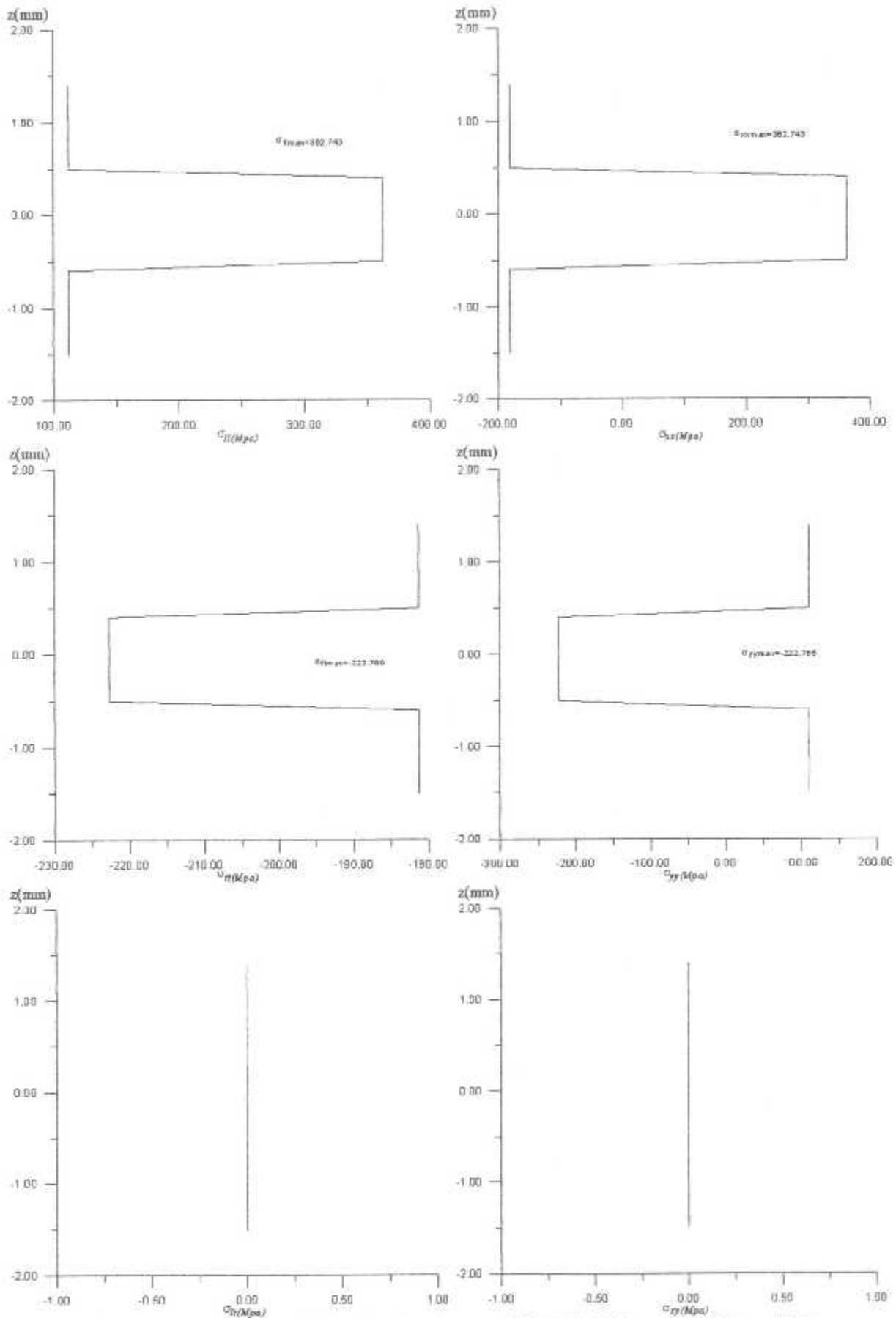
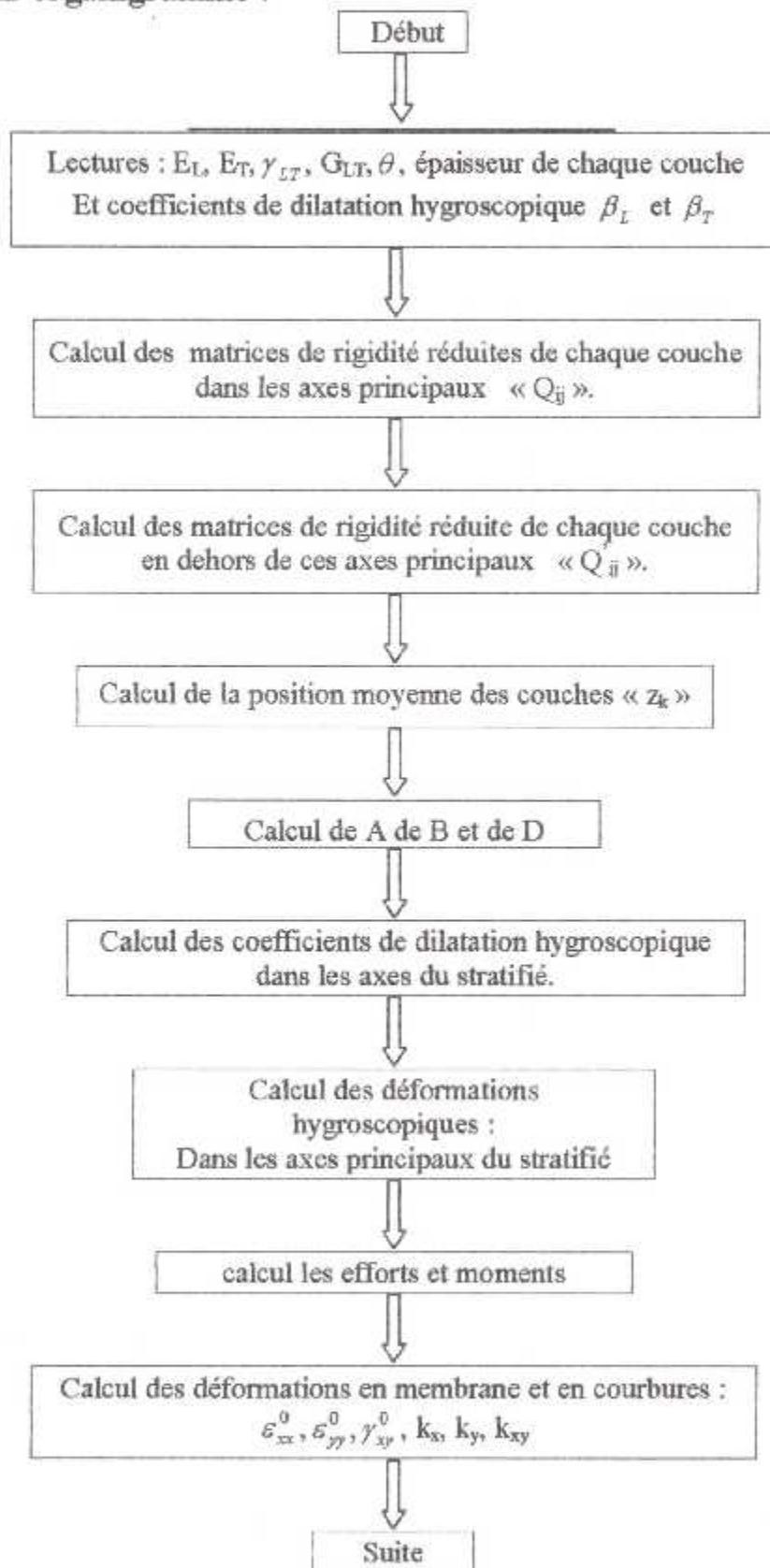
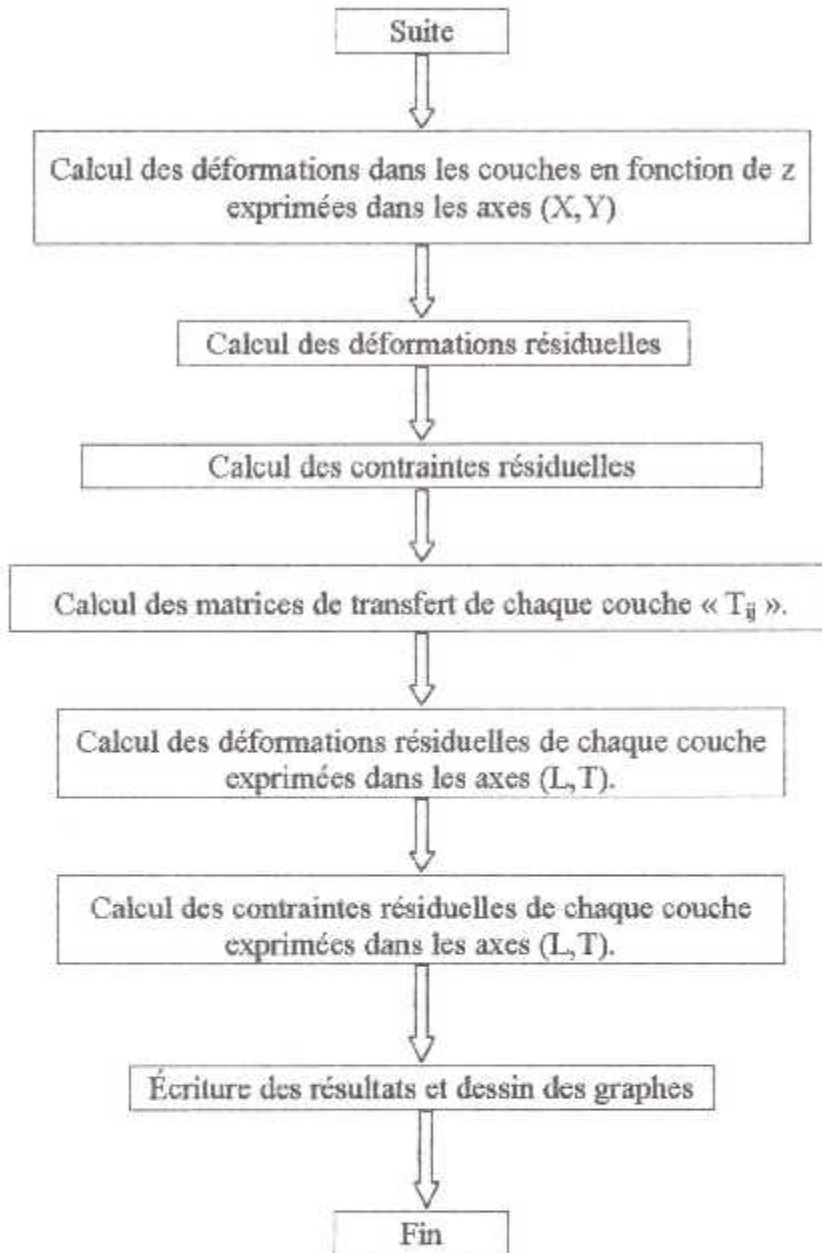


Fig.3.19: contraintes résiduelles dans le stratifié [90/0/90] repère (LT) et (XY) pour $\Delta T = -120$

III. III. Analyse hygroscopique

III. III. 1. L'organigramme :





III. III. 2. Validation des résultats :

Pour valider les résultats nous avons utilisés le stratifié verre époxyde avec les propriétés suivantes [3], pour ce faire nous avons utilisé les conditions thermiques à la place des conditions hygroscopiques et nous obtenons :

a- Les données :

E_L (Gpa)	E_T (Gpa)	G_{LT} (Gpa)	ν_{LT}	β_L	β_T
45.0	10.0	4.5	0.31	$5. 10^{-6}$	$20. 10^{-6}$

Tab. 3.7 : propriétés du verre époxyde avec les coefficients hygroscopiques

90^0	1 (mm)
0^0	1
90^0	1

Fig.3.20 : stratifié verre époxyde
[90/0/90]

avec une variation d'humidité de $-100 C^0$

b- Les résultats :

Matrices de rigidité réduites exprimées dans les axes principaux Q :

th= 90.			
45.982	3.1676	.00000	
3.1676	10.218	.00000	
.00000	.00000	4.5000	
th= .00			
45.982	3.1676	.00000	
3.1676	10.218	.00000	
.00000	.00000	4.5000	
th= 90.			
45.982	3.1676	.00000	
3.1676	10.218	.00000	
.00000	.00000	4.5000	

Matrices de rigidité réduites exprimées en dehors de ses axes principaux QP :

th= 90.			
10.218	3.1676	.67732E-06	
3.1676	45.982	.11749E-04	
.67732E-06	.11749E-04	4.5000	
th= .00			
45.982	3.1676	.00000	

	3.1676	10.218	.00000
	.00000	.00000	4.5000
th= 90.			
	10.218	3.1676	.67732E-06
	3.1676	45.982	.11749E-04
	.67732E-06	.11749E-04	4.5000

Matrice T:

th= 90.			
	.13163E-12	1.0000	-.72561E-06
	1.0000	.13163E-12	.72561E-06
	.36281E-06	-.36281E-06	-1.0000
th= .00			
	1.0000	.00000	.00000
	.00000	1.0000	.00000
	.00000	.00000	1.0000
th= 90.			
	.13163E-12	1.0000	-.72561E-06
	1.0000	.13163E-12	.72561E-06
	.36281E-06	-.36281E-06	-1.0000

Matrice H:

.66418E+08	.95029E+07	1.3546	.00000	.00000	.00000
.95029E+07	.10218E+09	23.497	.00000	.00000	.00000
1.3546	23.497	.13500E+08	.00000	.00000	.00000
.00000	.00000	.00000	25.971	7.1272	.14675E-05
.00000	.00000	.00000	7.1272	100.48	.25455E-04
.00000	.00000	.00000	.14675E-05	.25455E-04	10.125

coefficients de dilatation thermique:

th	ax	ay	axy
90.	20.000	5.0000	-.11345E-04
th	ax	ay	axy
.00	5.0000	20.000	.00000
th	ax	ay	axy
90.	20.000	5.0000	-.11345E-04

Déformations thermique suivant LT:

th	ethl	etht	ethlt
90.	-500.00	-2000.0	.00000
th	ethl	etht	ethlt
.00	-500.00	-2000.0	.00000
th	ethl	etht	ethlt
90.	-500.00	-2000.0	.00000

Déformations thermiques suivant suivant XY:

th	ethx	ethy	ethxy
90.	-2000.0	-500.00	.11345E-02
th	ethx	ethy	ethxy
.00	-500.00	-2000.0	.00000
th	ethx	ethy	ethxy
90.	-2000.0	-500.00	.11345E-02

Efforts thermiques:

-.7337E+05
-.8067E+05
-.4247E-02
73.37
.0000
-.4247E-05

Déformations en membrane et en courbures :

-1005.
-696.0
.9977E-03
.2881E+07
-.2044E+06
-.3233

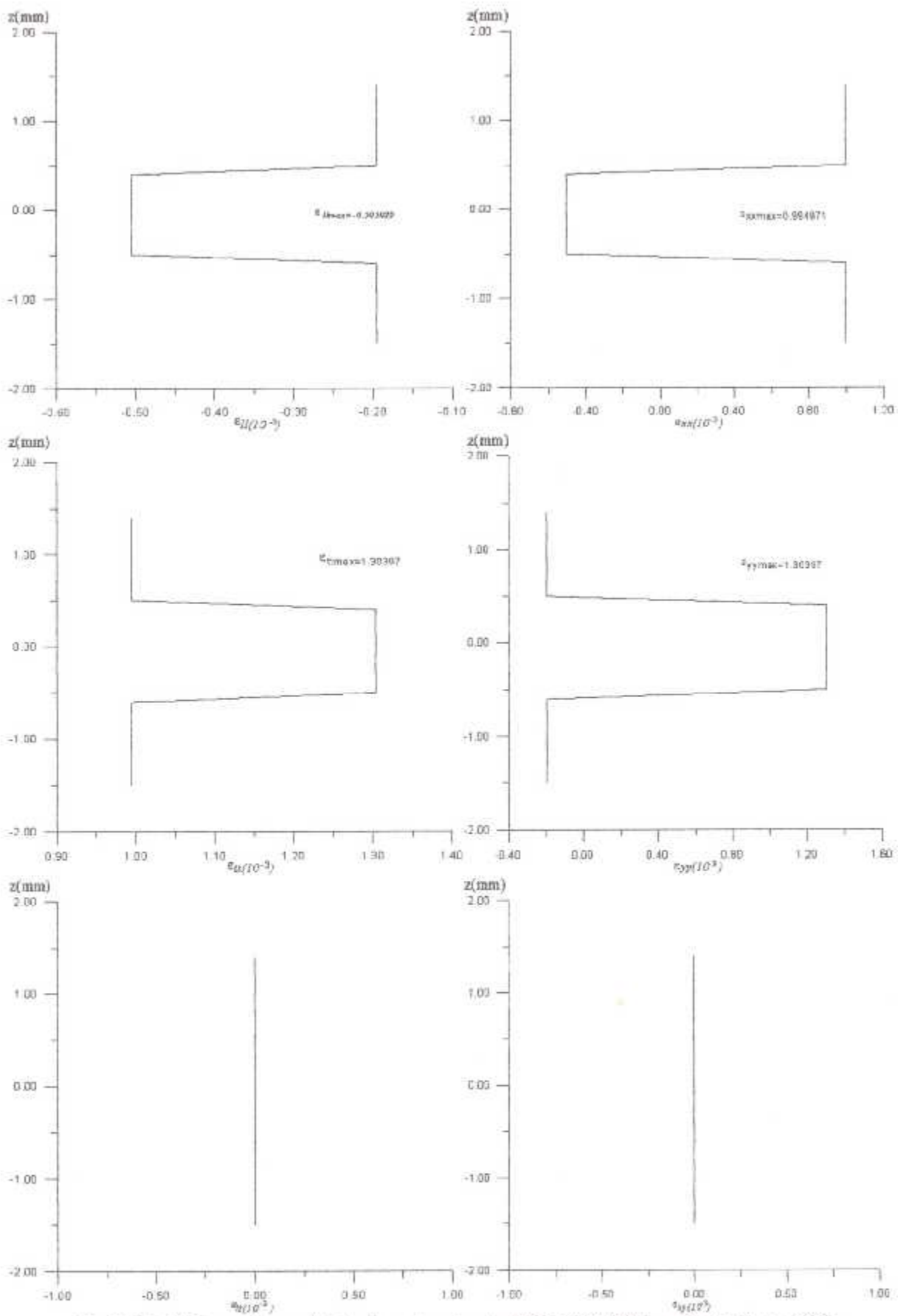


Fig.3.21: Déformations résiduelles dans le stratifié [90/0/90] repère (LT) et (XY) pour $\Delta C = -100$

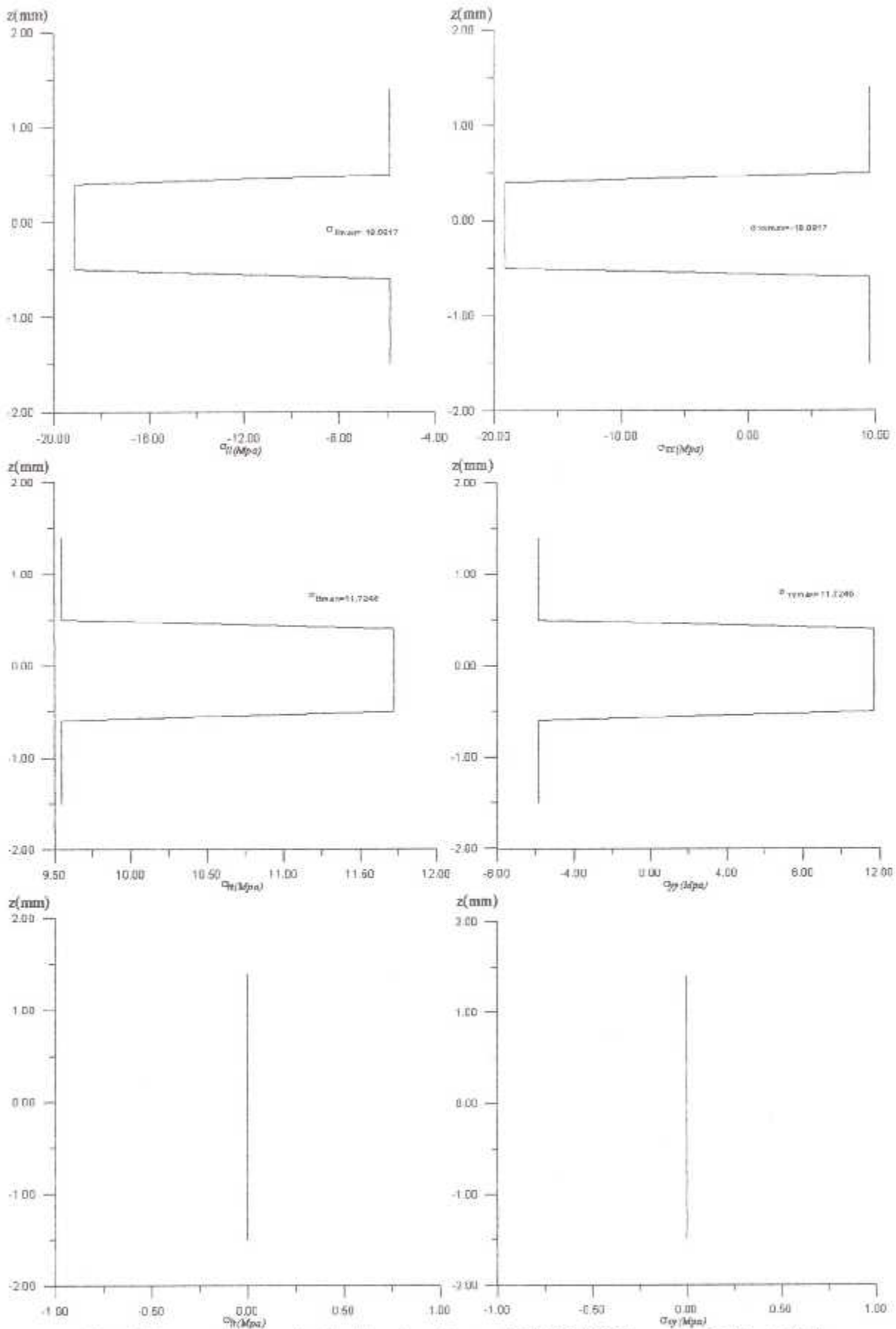


Fig.3.22: contraintes résiduelles dans le stratifié [90/0/90] repère (LT) et (XY) pour $\Delta C = -100$

III. III. 3. deuxième simulation :

Nous remarquons que la structure, subissant des chargements hygroscopiques, engendre des contraintes résiduelles. Effectivement les résultats ci-dessus montrent que lorsque la structure stratifiée se trouvant soumise à une concentration d'humidité C_0 des contraintes apparaissent, c'est l'effet résiduel. Nous allons examiner l'effet de la variation de la température ambiante en changeant ΔC à 5%

Pour cette simulation nous avons utiliser le stratifié verre époxyde avec les propriétés suivantes [3] :

a- Les données :

E_L (Gpa)	E_T (Gpa)	G_{LT} (Gpa)	ν_{LT}	β_L	β_T
45.0	10.0	4.5	0.31	0.0	0.6

Tab. 3.8 : propriétés du verre époxyde avec les coefficients hygroscopiques

90^0	1 (mm)
0^0	1
90^0	1

Fig.3.23 : stratifié verre époxyde
[90/0/90]

avec une variation de la concentration d'humidité de 0.05

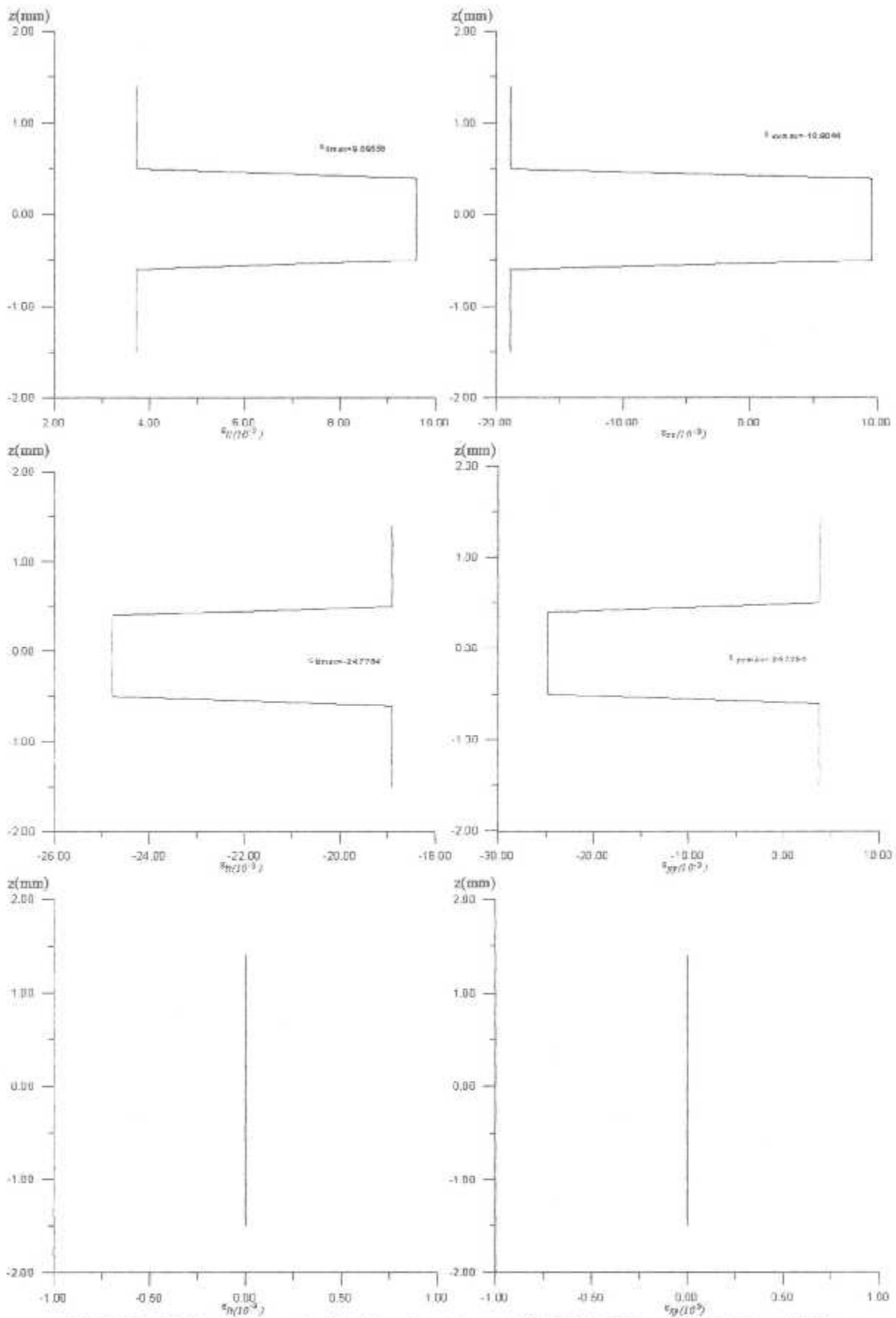


Fig.3.24: Déformations résiduelles dans le stratifié $[90/0/90]$ repère (LT) et (XY)
Pour $\Delta C = 0.05$

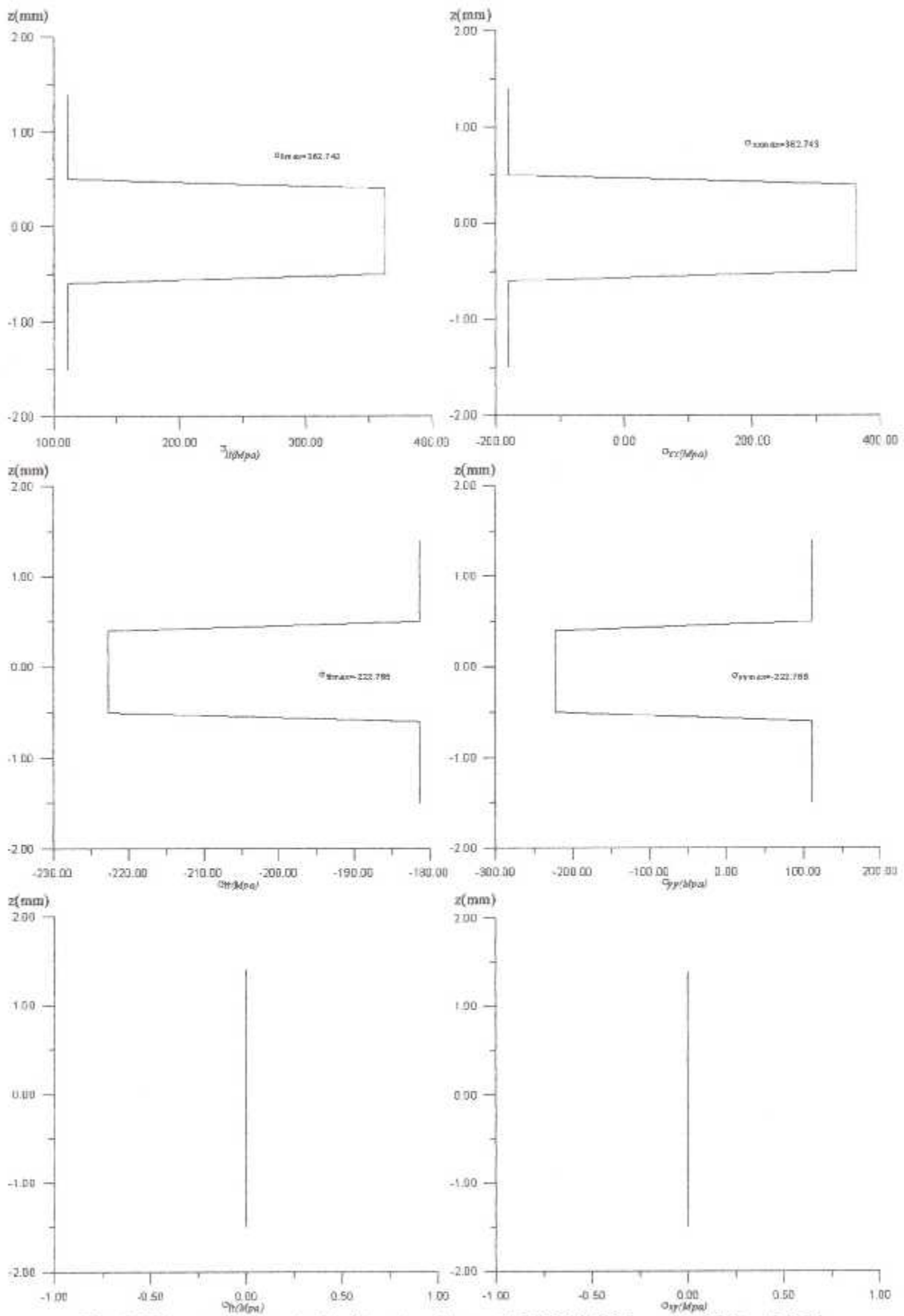


Fig.3.25: contraintes résiduelles dans le stratifié [90/0/90] repère (LT) et (XY) pour $\Delta C = 0.05$

III. III. 4. Troisième simulation :

Nous allons utiliser le stratifié [90/0/90] avec les mêmes propriétés du verre époxyde [3]:

a- Les données :

E_L (Gpa)	E_T (Gpa)	G_{LT} (Gpa)	ν_{LT}	β_L	β_T
45.0	10.0	4.5	0.31	0.0	0.6

Tab. 3.9 : propriétés du verre époxyde avec les coefficients hygroscopiques

90°	1 (mm)
0°	1
90°	1

Fig.3.26 : stratifié verre époxyde
[90/0/90]

une variation de la concentration d'humidité de 2%

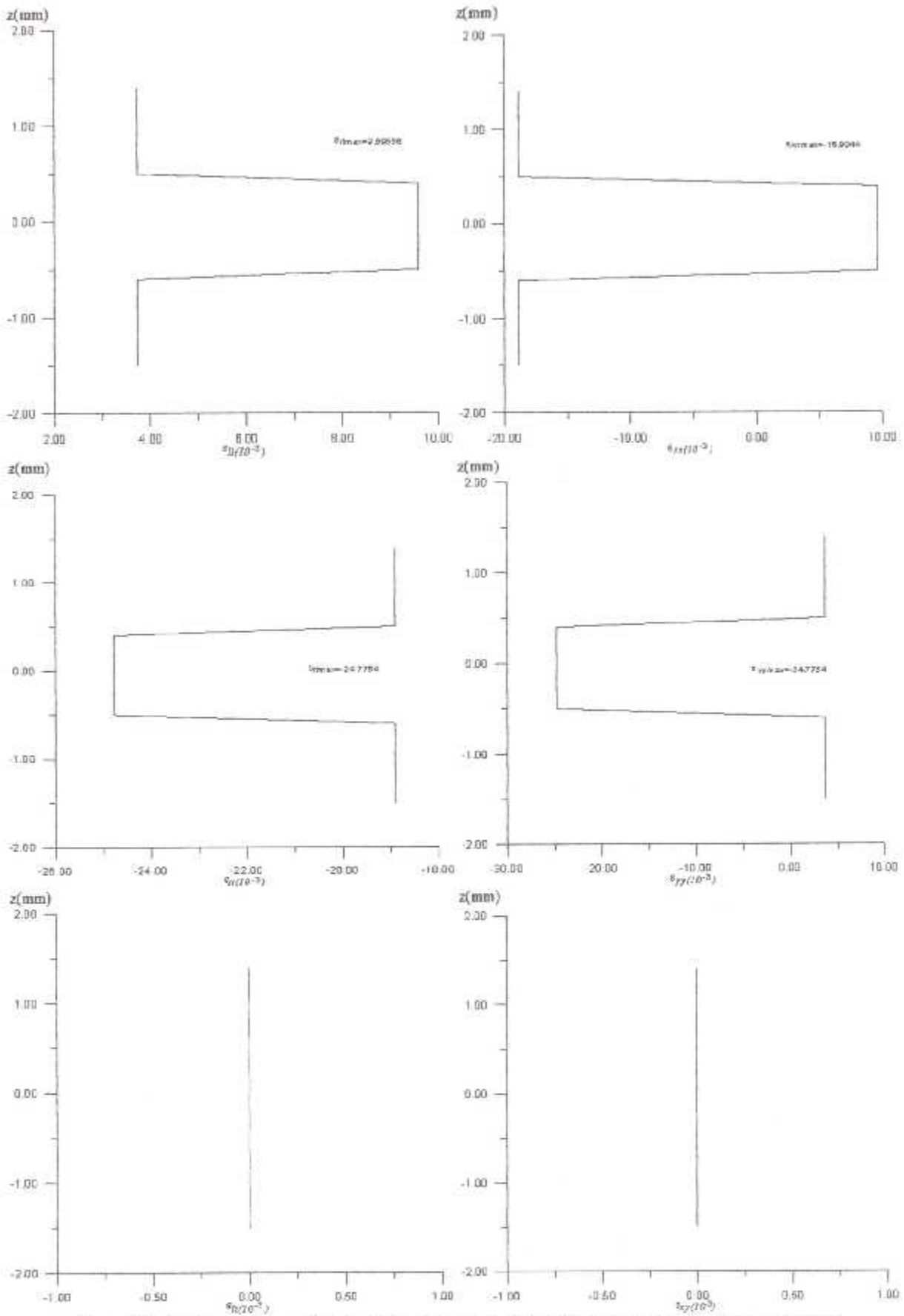


Fig.3.27: Déformations résiduelles dans le stratifié [90/0/90] repère (LT) et (XY) pour $\Delta C = 0.02$

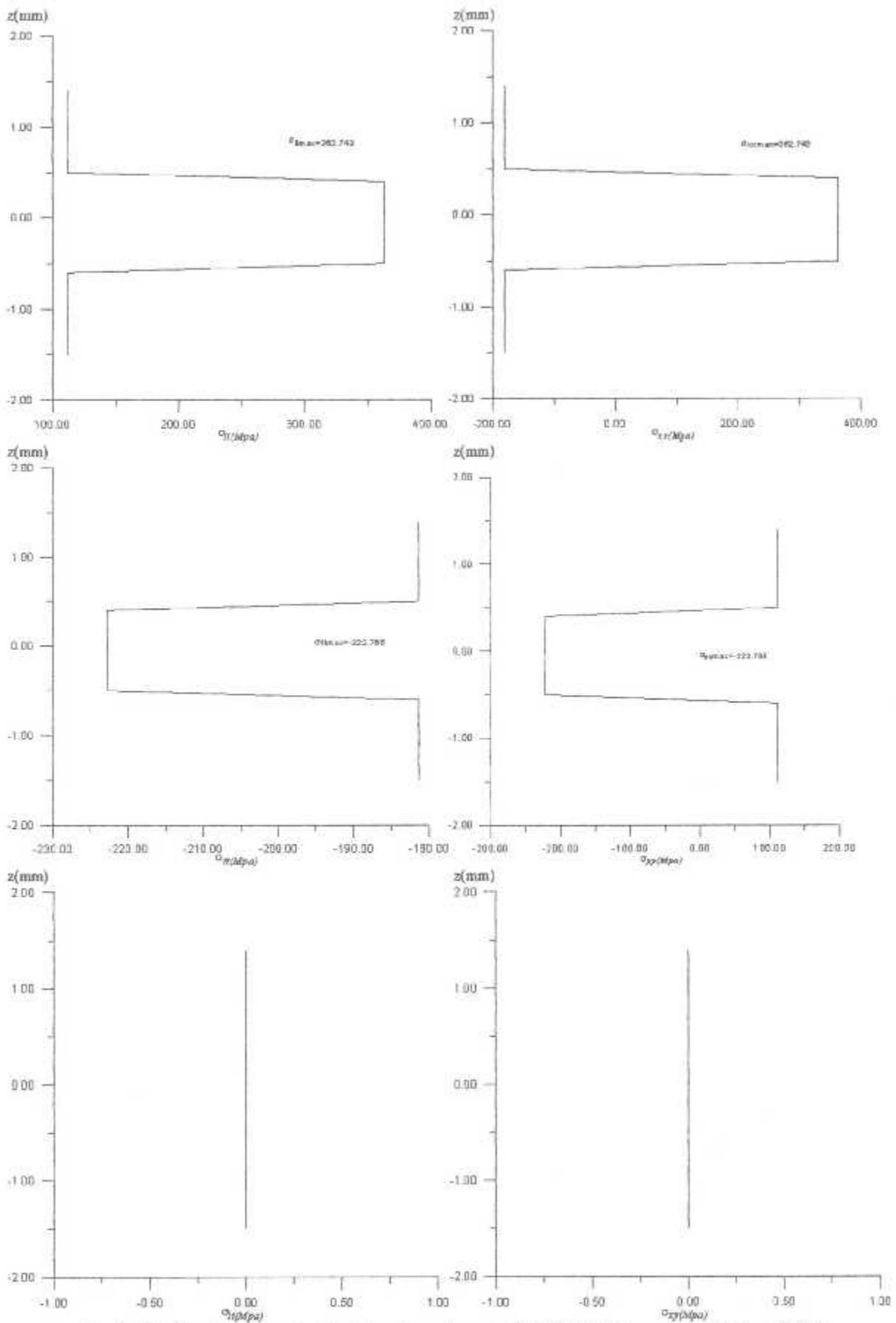


Fig.3.28: Contraintes résiduelles dans le stratifié [90/0/90] repère (LT) et (XY) pour $\Delta C = 0.02$

b-Remarque :

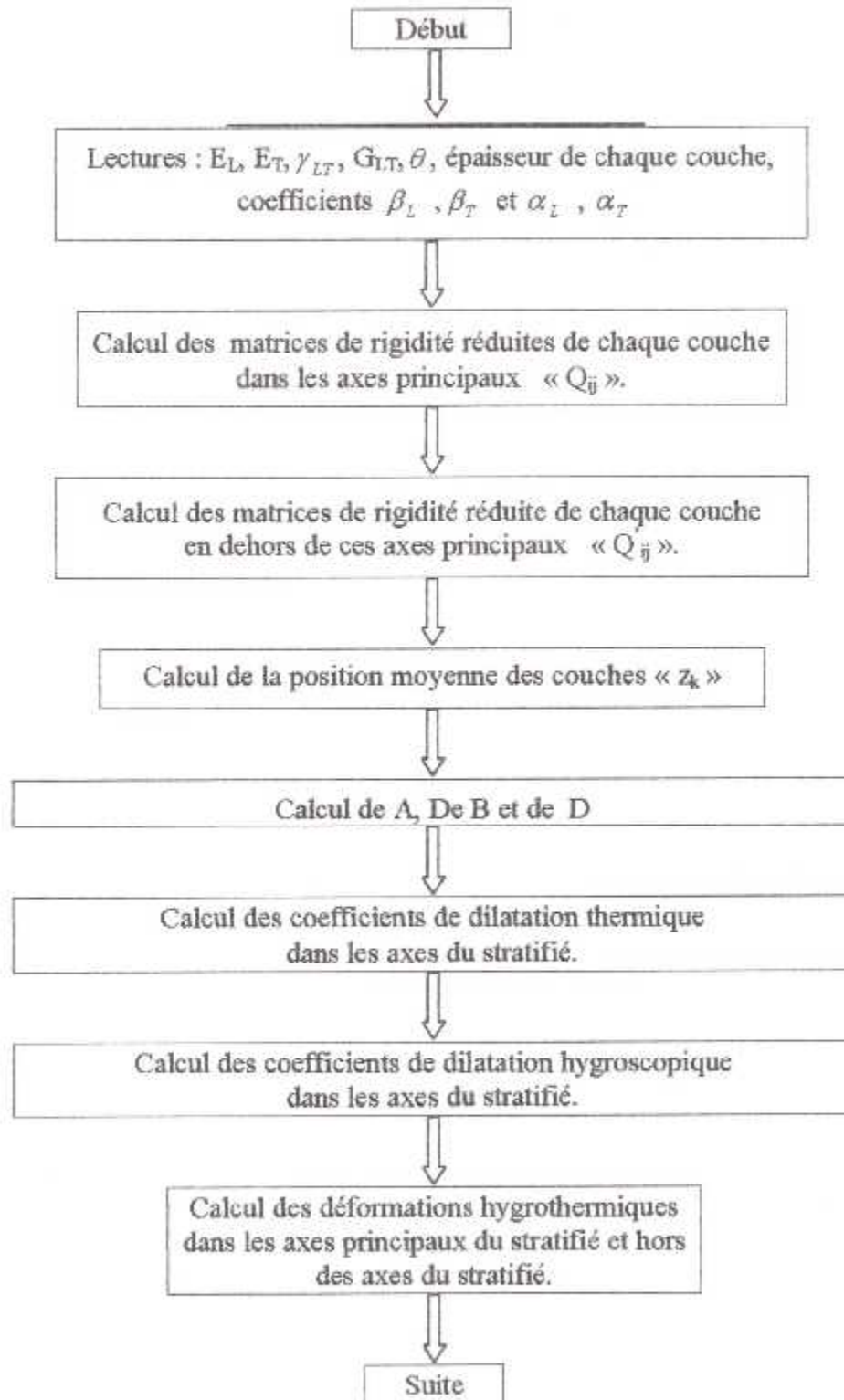
Nous remarquons une distribution uniforme des contraintes et déformations impliquant une faible anisotropie. Une légère diminution des contraintes et déformations maximales ceci si l'on compare (les Fig.3.25 et Fig.3.28) avec (les fig.3.27 et 3.24).

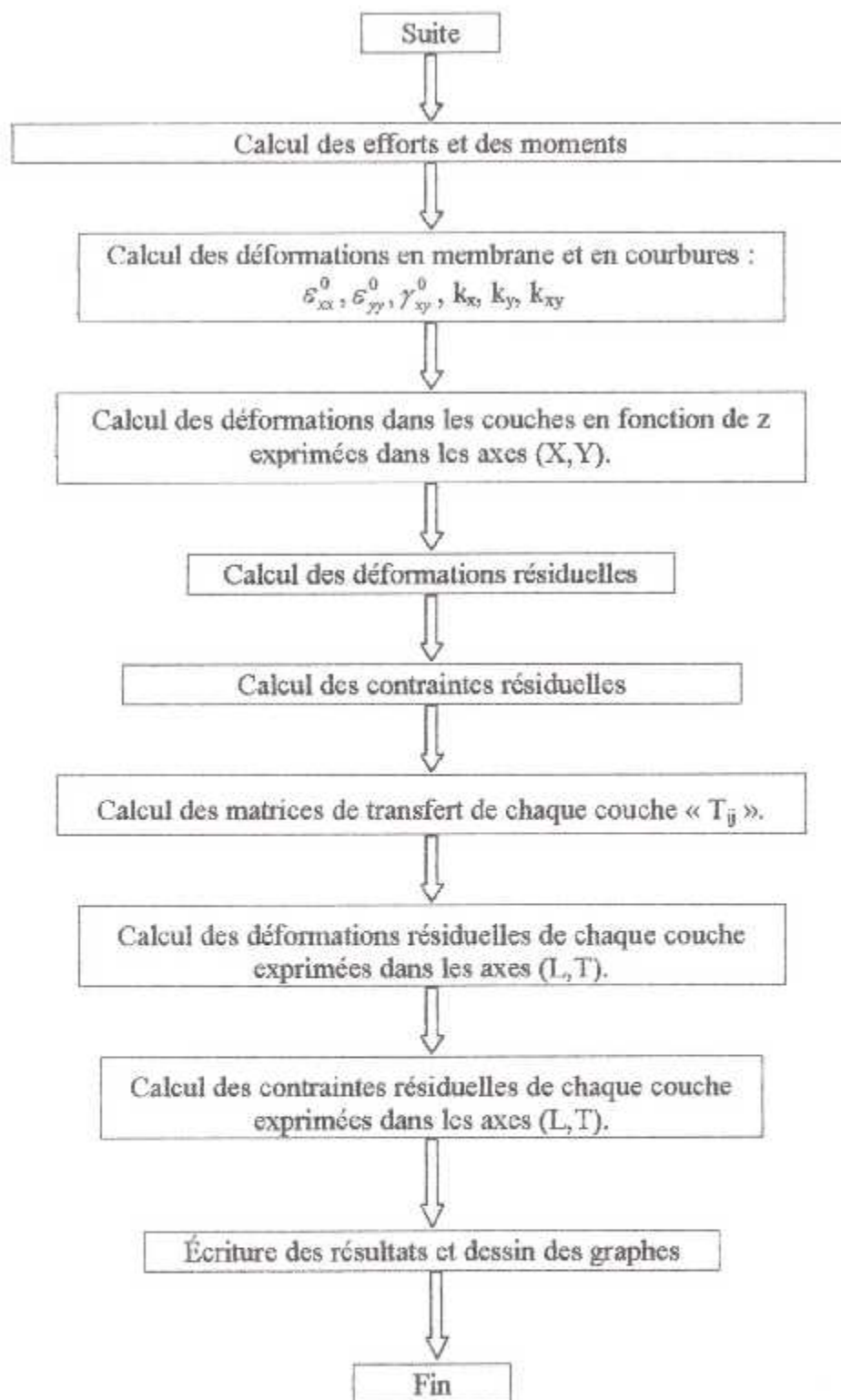
c-Conclusion :

La distribution uniforme résulte de la symétrie du stratifié. On déduit de la diminution des contraintes maximales que plus on augmente la charge hygroscopique plus on aura des contraintes résiduelles élevées

III. IV. Analyse hygrothermique

III. IV. 1. L'organigramme :





Nous appliquons la partie du code analyse hygrothermique, afin de prévoir le comportement de la structure soumise à un chargement de température et une variation de concentration d'humidité.

On a choisi une application sur un avion en vol subsonique la température étant de $-54C^0$, suivi d'un choc supersonique qui cause une augmentation de température de $0.83 C^0/s$ jusqu'à une valeur de $149 C^0$.

Afin de voir les effets des paramètres de l'environnement combinés (température et humidité) sur la structure, nous examinons d'abord l'effet de la variation de la température pour une même variation de concentration, puis l'effet de la variation de concentration de la température simultanément.

III. IV. 2. première application : effet de la variation de la température T_0 pour une même concentration C_0 :

Nous choisissons des températures comprises entre $-54 C^0$ et $149C^0$ voir (Fig.3.29) :



Fig.3.29 : cycle de température en vol supersonique

a-Choix du matériau :

Le matériau choisi est le graphite époxyde correspondant à une construction réelle aéronautique [45/-45/-45/45] défini comme suit :

E_L (Gpa)	E_T (Gpa)	G_{LT} (Gpa)	ν_{LT}	α_L (/C ⁰)	α_T (/C ⁰)	β_L	β_T
181.0	10.3	7.17	0.28	$0.02 \cdot 10^{-6}$	$22.5 \cdot 10^{-6}$	0.0	0.6

Tab. 3.10 : propriétés du graphite époxyde avec les coefficients thermiques et hygroscopiques

45 ⁰	l(mm)
-45 ⁰	1
-45 ⁰	1
45 ⁰	1

Fig.3.30 : stratifié graphite époxyde
[45/-45/-45/45]**b-Conditions d'environnements :**

Temps	T_p (C ⁰)	T_o (C ⁰)	ΔT (C ⁰)	C_i	C_o	ΔC
1mn1s	120	20	-100	0.05	0.55	0.50
1mn6s	120	25	-95	0.05	0.55	0.50
1mn9s	120	30	-90	0.05	0.55	0.50
1mn28s	120	40	-85	0.05	0.55	0.50
3mn	120	149	29	0.05	0.55	0.50

Tab. 3.11. : conditions d'environnements

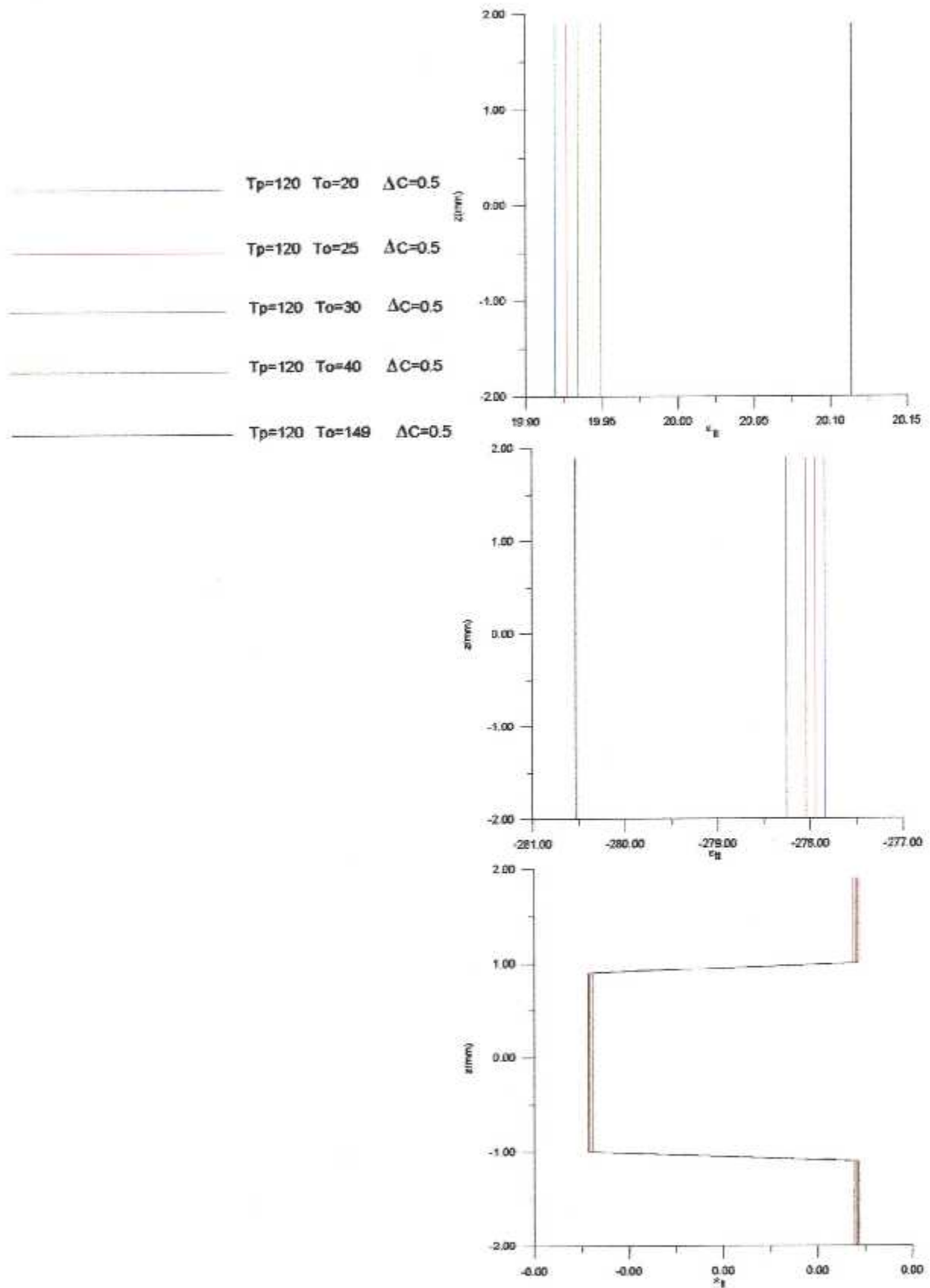


Fig.3.31: Déformations résiduelles dans le stratifié [45/-45/-45/45] repère (LT)
 D'un avion en vol en mission supersonique à $\Delta C = 0.5$

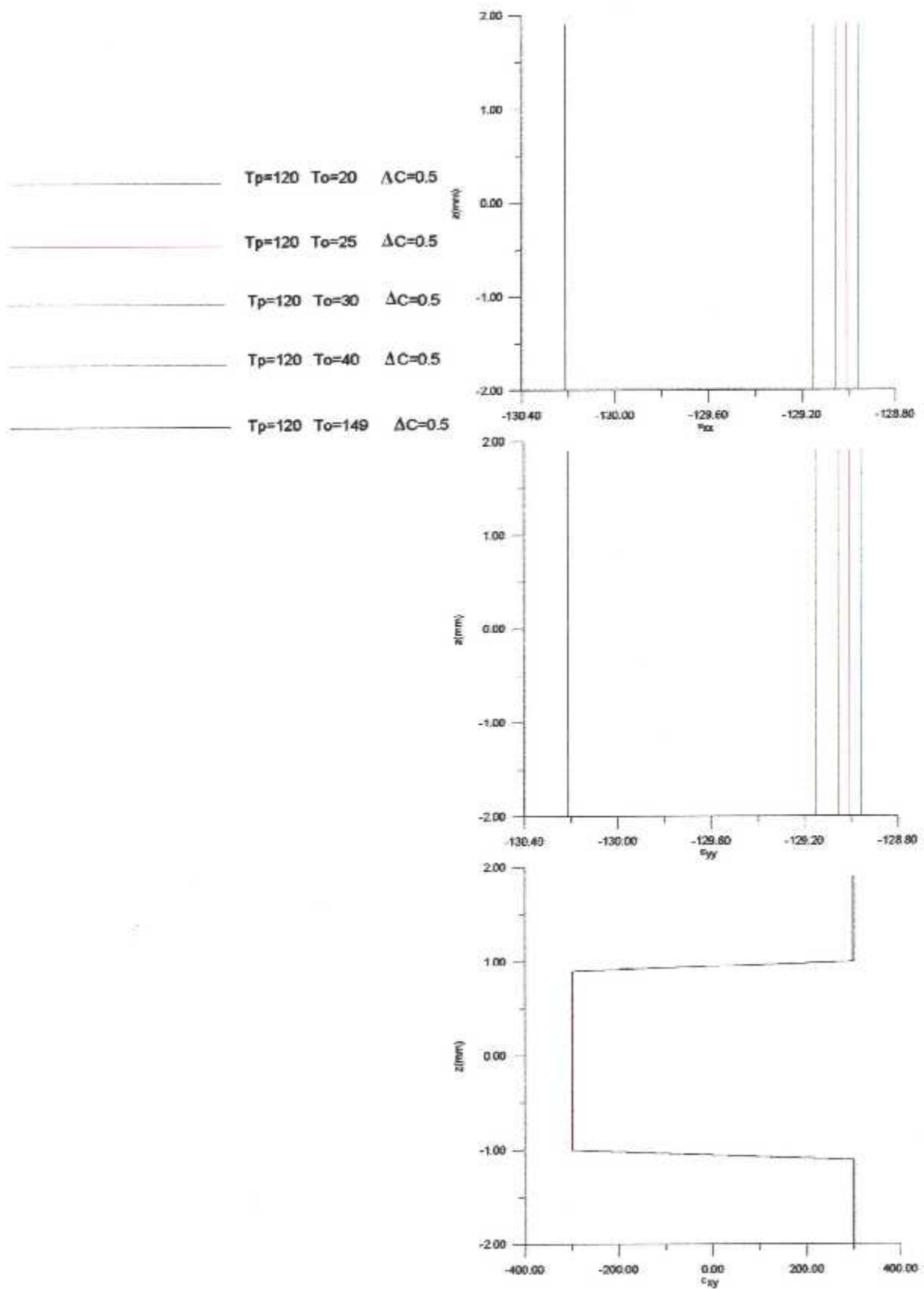


Fig.3.32: Déformations résiduelles dans le stratifié [45/-45/-45/45] repère (XY)
 D'un avion en vol en mission supersonique à $\Delta C = 0.5$

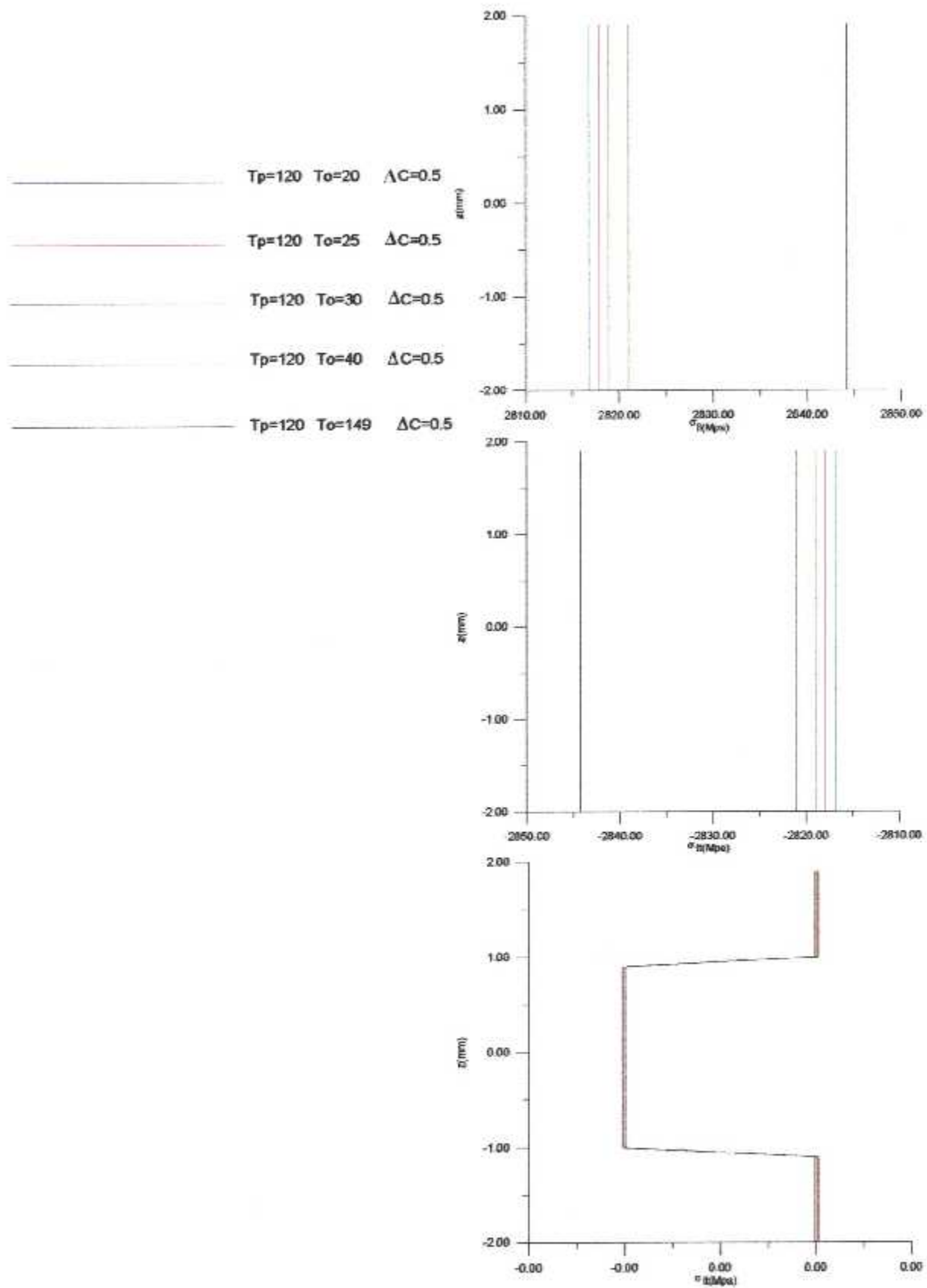


Fig.3.33: Contraintes résiduelles dans le stratifié [45/-45/-45/45] repère (LT) D'un avion en vol en mission supersonique à $\Delta C = 0.5$

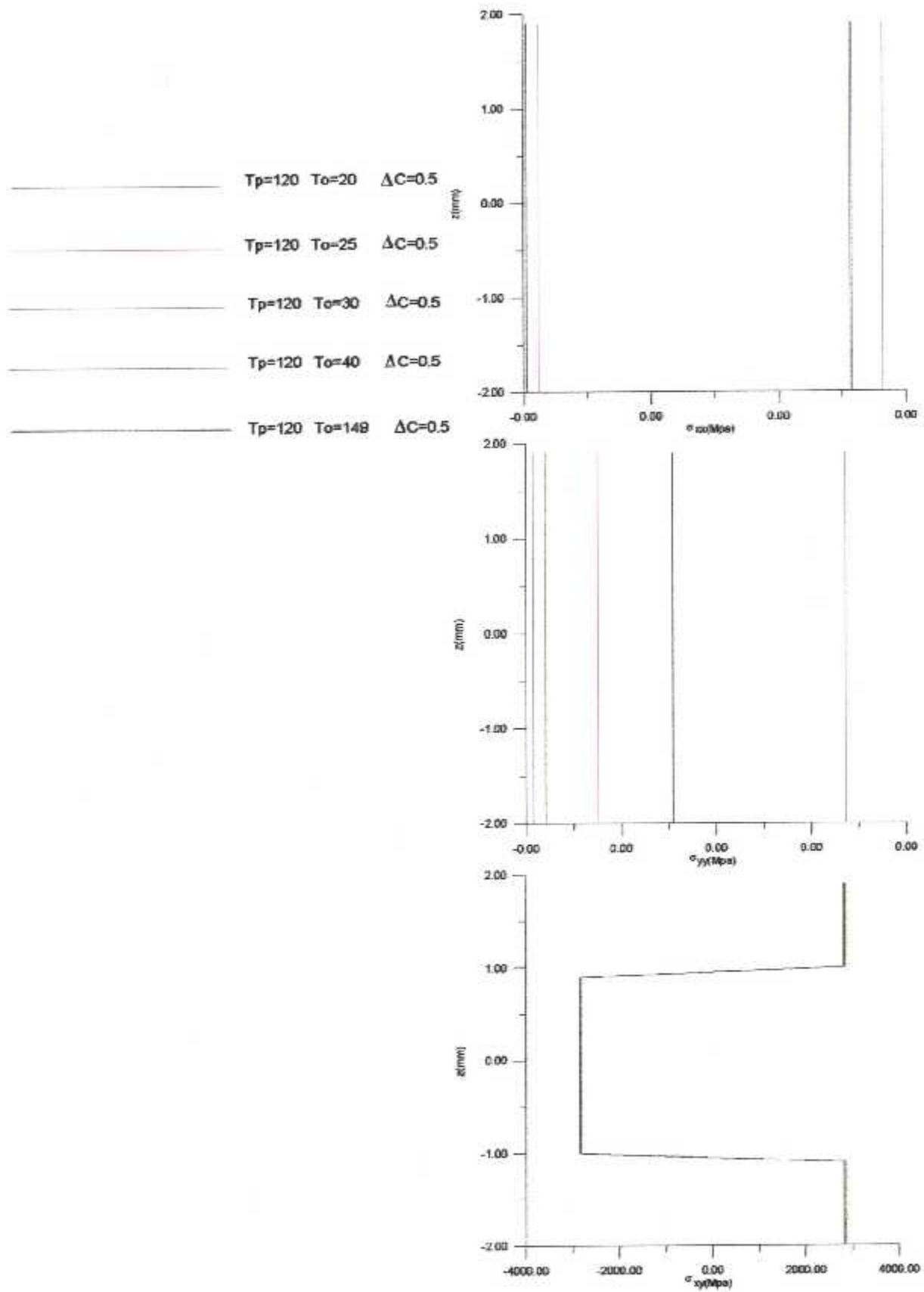


Fig.3.34 : Contraintes résiduelles dans le stratifié [45/-45/-45/45] repère (XY)
 D'un avion en vol en mission supersonique à $\Delta C = 0.5$

c-Conclusions :

Après un choc supersonique en vol on observe une augmentation très rapide de la température, de -54 C^0 jusqu'à 149 C^0 , au bout de 3 mn avec une taux de la concentration d'humidité constante de 0.5. Les graphes des contraintes résiduelles longitudinales et transversales montrent qu'elles sont importantes et augmentent tout au long de la transition subsonique-supersonique. L'absorption de l'humidité n'est pas sans cause, en effet le taux d'humidité engendre des contraintes résiduelles très importantes dues au gonflement de la structure, cette dernière agit comme une éponge en absorbant cette eau, ce qui altères considérablement les propriétés de la structure.

III. IV. 3. deuxième application : effet de la variation de la température T_0 et de la concentration C_0 :

Nous choisissons des températures comprises entre -54 C^0 et 149 C^0 à des instants différents voir (Fig.3.29).

a- Choix du matériau :

Nous utilisons le même matériau graphite époxyde défini dans (Tab.3.10.). Le matériau choisi correspondant a une construction réelle aéronautique [45/-45/-45/45] défini comme suit :

45^0	1(mm)
-45^0	1
-45^0	1
45^0	1

Fig.3.35 : stratifié graphite époxyde
[45/-45/-45/45]

b- Conditions d'environnements :

$T_p(\text{C}^0)$	$T_o(\text{C}^0)$	$\Delta T (\text{C}^0)$	C_i	C_o	ΔC
120	40	-80	0.05	0.55	0.50
120	60	-60	0.05	0.75	0.70
120	80	-40	0.05	0.80	0.75
120	149	29	0.05	0.85	0.80

Tab. 3.12. : conditions d'environnements

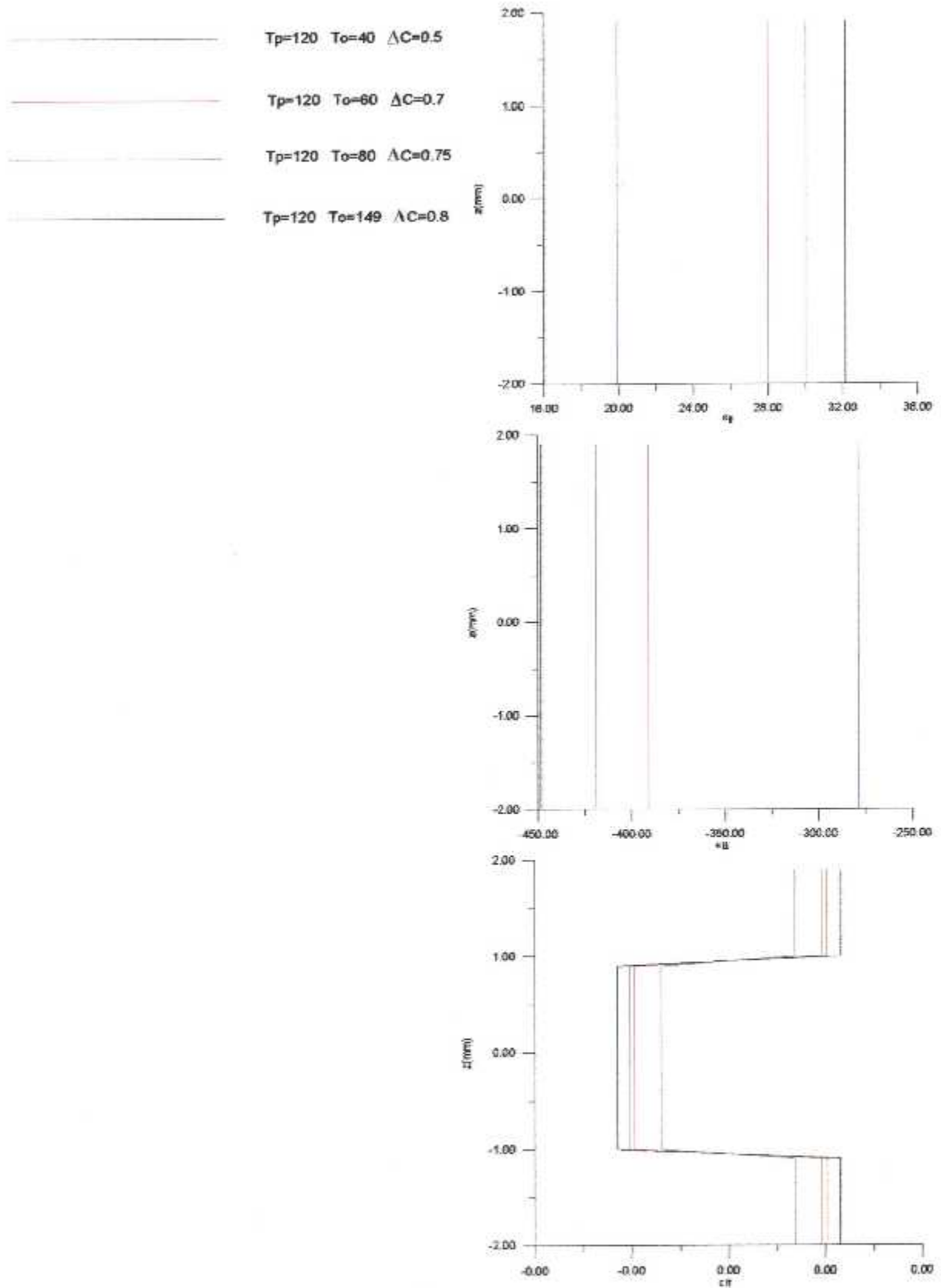


Fig.3.36 : Déformations résiduelles dans le stratifié [45/-45/-45/45], repère (LT) D'un avion en vol a T_o et C_o variables.

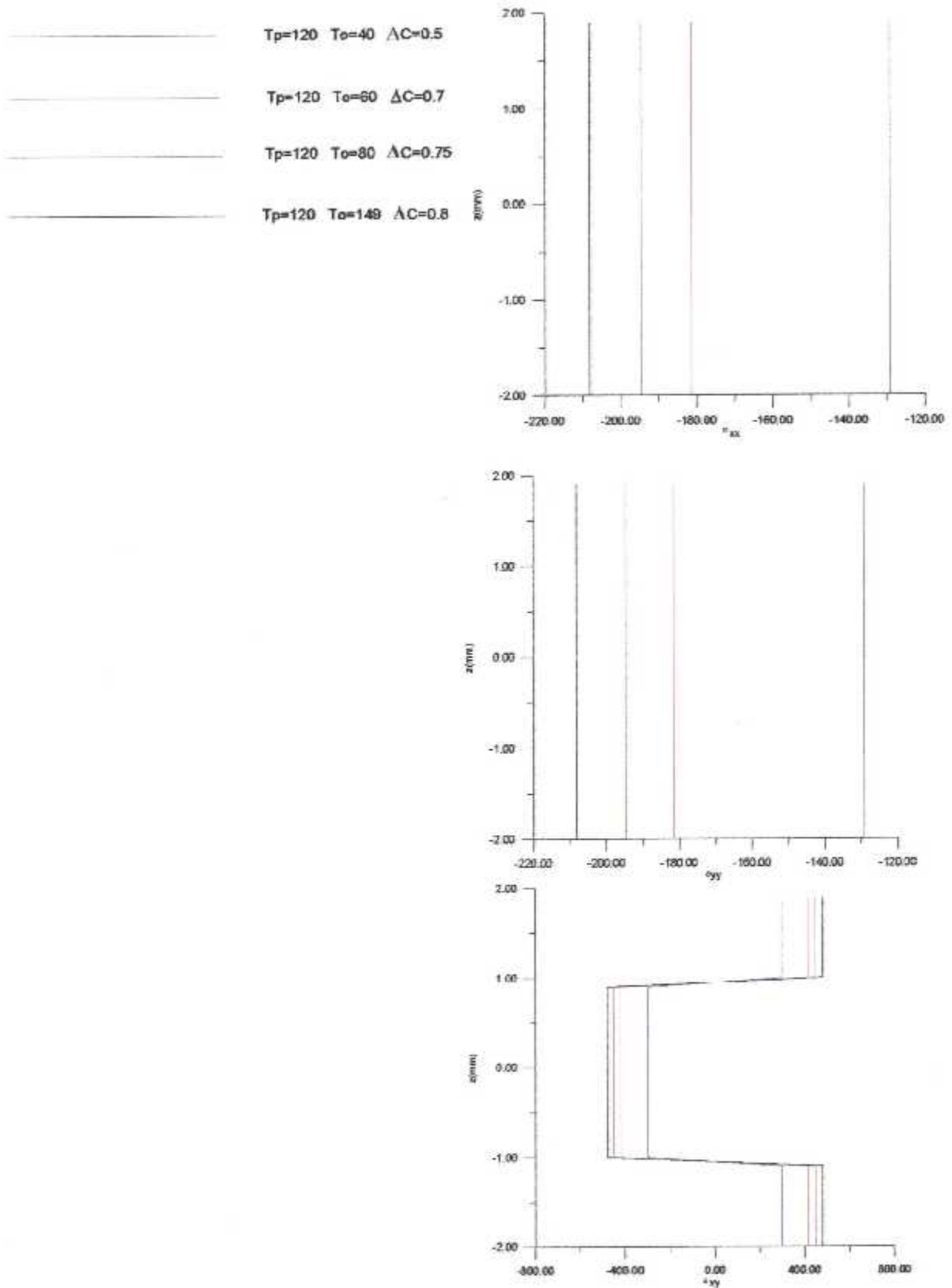


Fig.3.37: Déformations résiduelles dans le stratifié [45/-45/-45/45], repère (XY)
D'un avion en vol a To et Co variables.

- _____ $T_p=120$ $T_o=40$ $\Delta C=0.5$
- _____ $T_p=120$ $T_o=80$ $\Delta C=0.7$
- _____ $T_p=120$ $T_o=80$ $\Delta C=0.75$
- _____ $T_p=120$ $T_o=149$ $\Delta C=0.8$

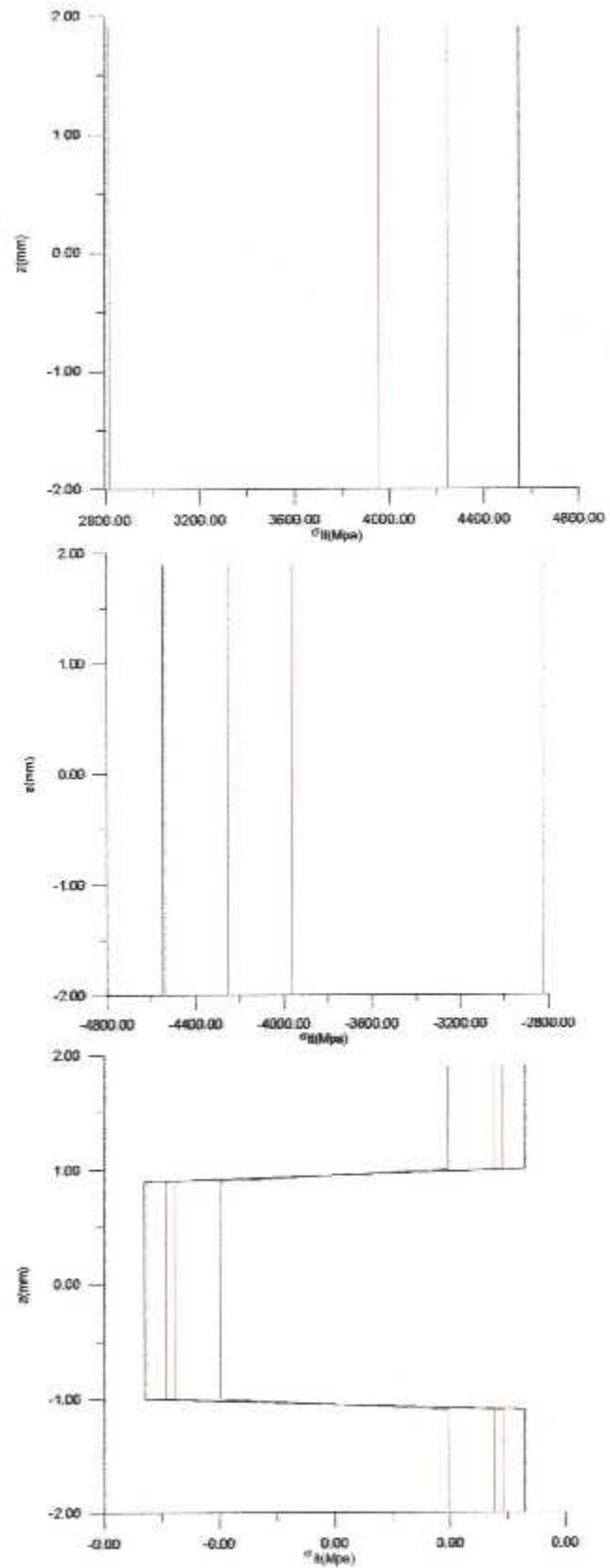


Fig.3.38: contraintes résiduelles dans le stratifié [45/-45/-45/45], repère (LT)
D'un avion en vol a T_o et C_o variables.

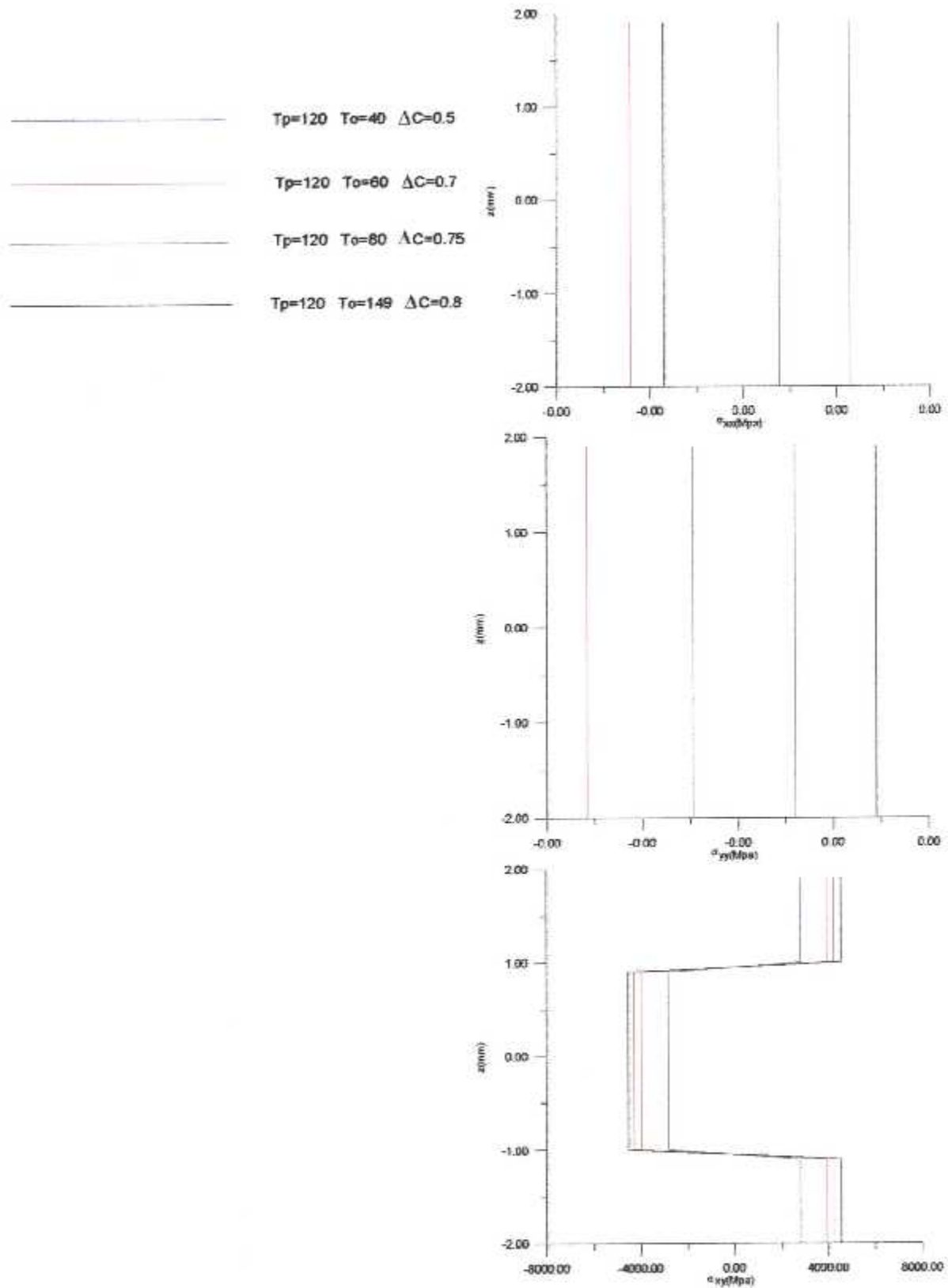


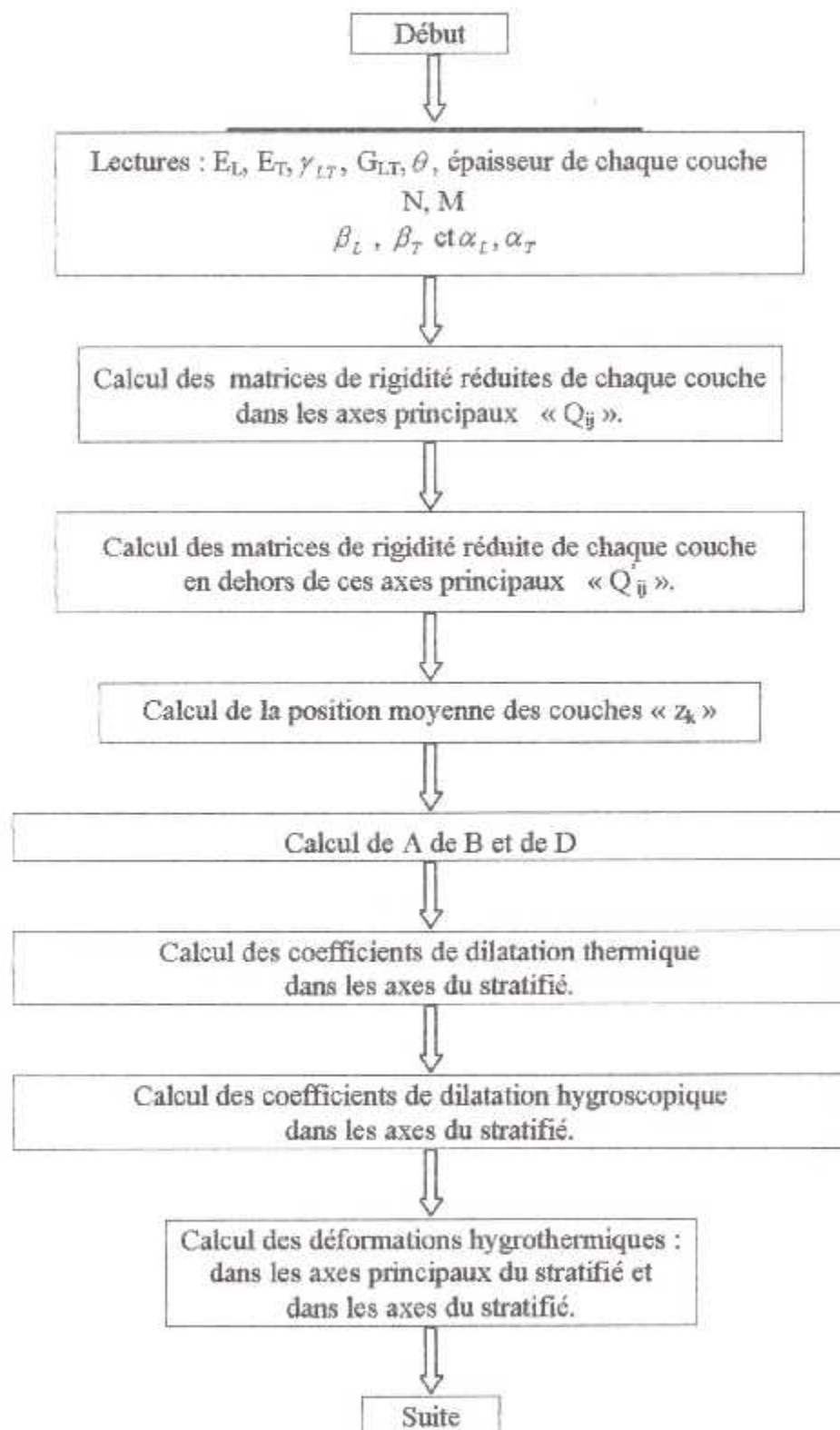
Fig.3.39: Contraintes résiduelles dans le stratifié [45/-45/-45/45], repère XY D'un avion en vol a T_o et C_o variables.

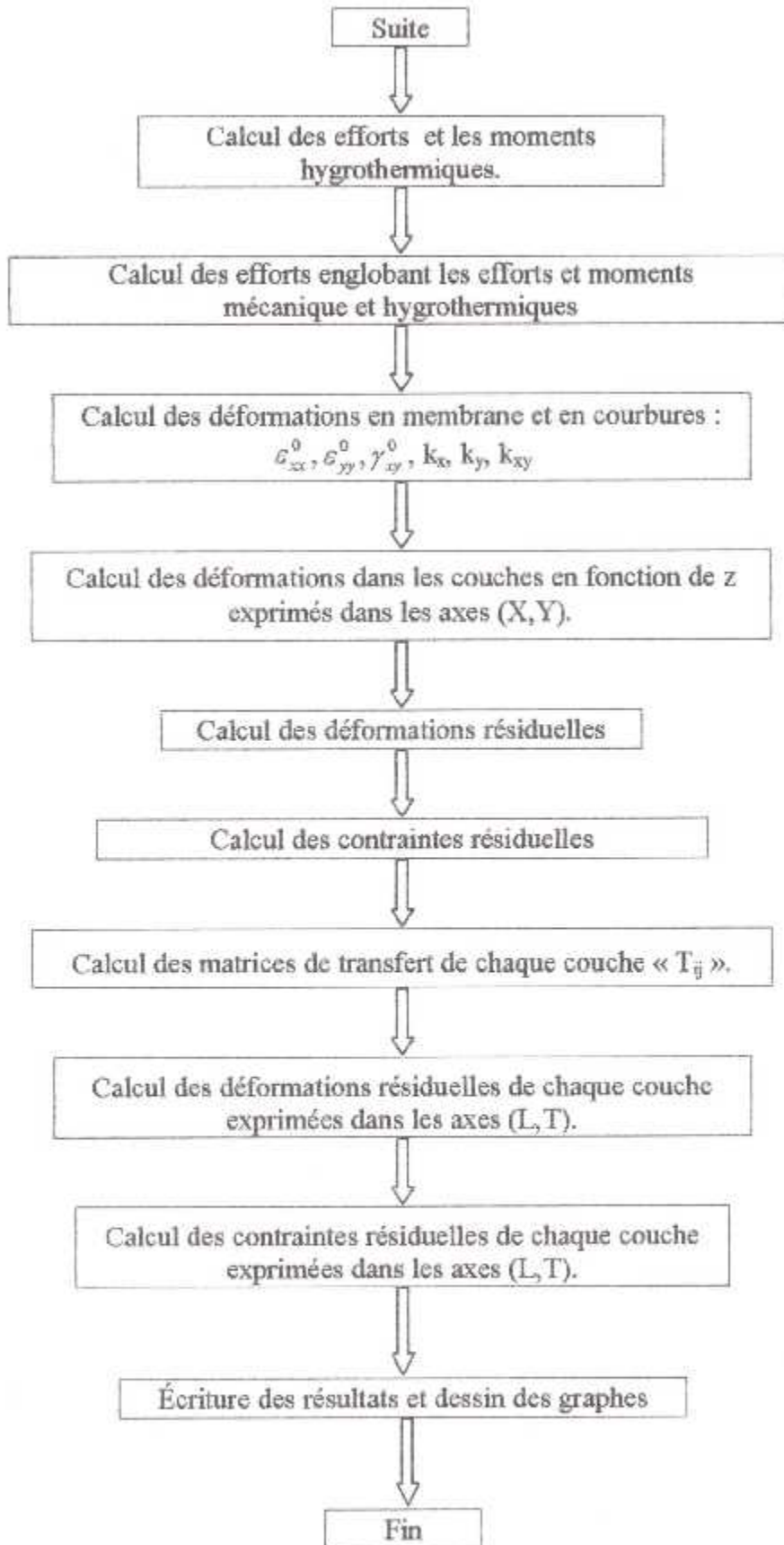
c-Conclusions :

L'augmentation de la température et du taux d'humidité dans la transition subsonique-supersonique, engendre une augmentation des contraintes résiduelles à travers les couches de la structure stratifiée.

III. V. Analyse hygrothermomécanique

III. V. 1. L'organigramme :





III. V. 1. Première simulation : effet de la variation de la concentration :

Nous nous intéressons à l'effet de l'environnement (température et humidité) combinés en plus du chargement mécanique

a-Choix du matériau :

Nous avons utilisé le stratifié asymétrique [0/45/-45/0] avec les mêmes propriétés [1], [3]:

E_L (Gpa)	E_T (Gpa)	G_{LT} (Gpa)	ν_{LT}	α_L ($^{\circ}C^{-1}$)	α_T ($^{\circ}C^{-1}$)	β_L	β_T
181.0	10.3	7.17	0.28	$0.02 \cdot 10^{-6}$	$22.5 \cdot 10^{-6}$	0.0	0.6
N_x (kN/mm)	N_y (kN/mm)	N_{xy} (kN/mm)	M_x	M_y	M_{xy}		
1	0.5	0.25	0	0	0		

Tab. 3.13 : propriétés du graphite époxyde avec les coefficients thermiques et hygroscopiques et les efforts N et moments M

0°	l(mm)
45°	1
-45°	1
0°	1

Fig.3.40 : stratifié graphite époxyde [0/45/-45/0]

b-Conditions:

T_p ($^{\circ}C$)	T_o ($^{\circ}C$)	ΔT ($^{\circ}C$)	C_i	C_o	ΔC
120	20	-100	0.05	0.10	0.05
120	20	-100	0.05	0.55	0.50

Tab. 3.14. : conditions d'environnements

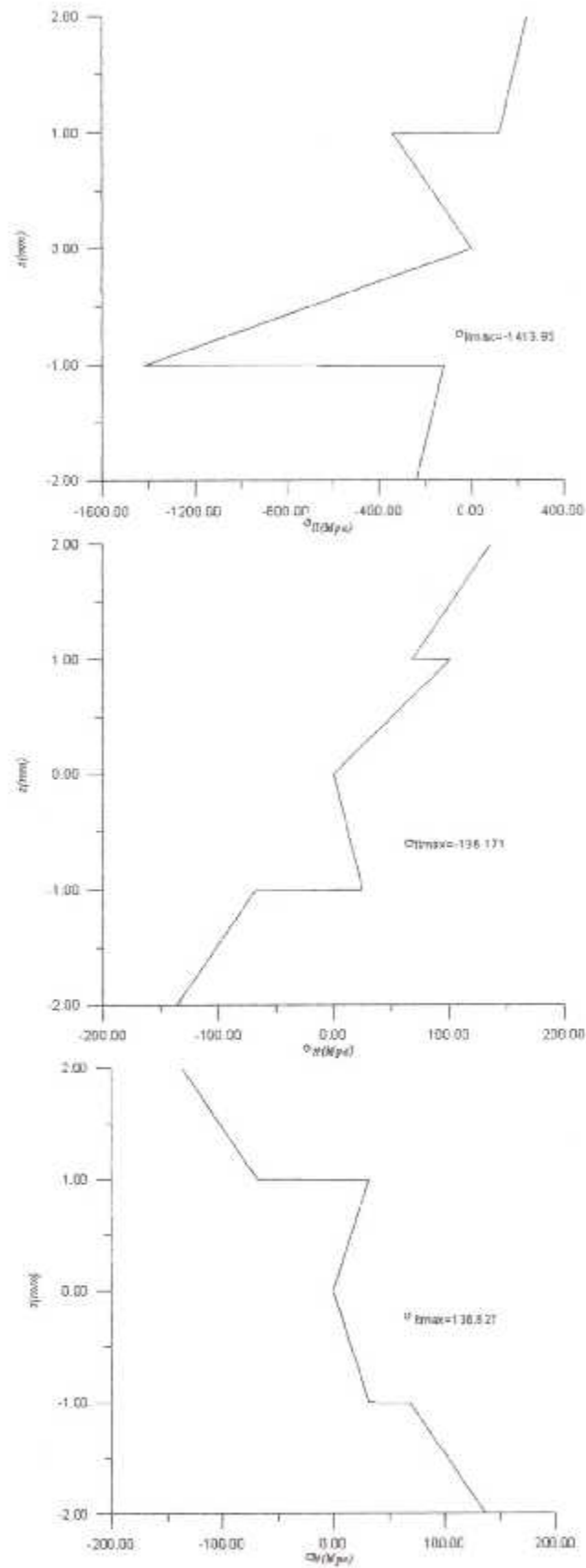


Fig. 3.41 : contraintes dans le stratifié [0/45/-45/0], plan LT avec chargement mécanique, thermique $\Delta T = -100$ et hygroscopique $\Delta C = 5\%$

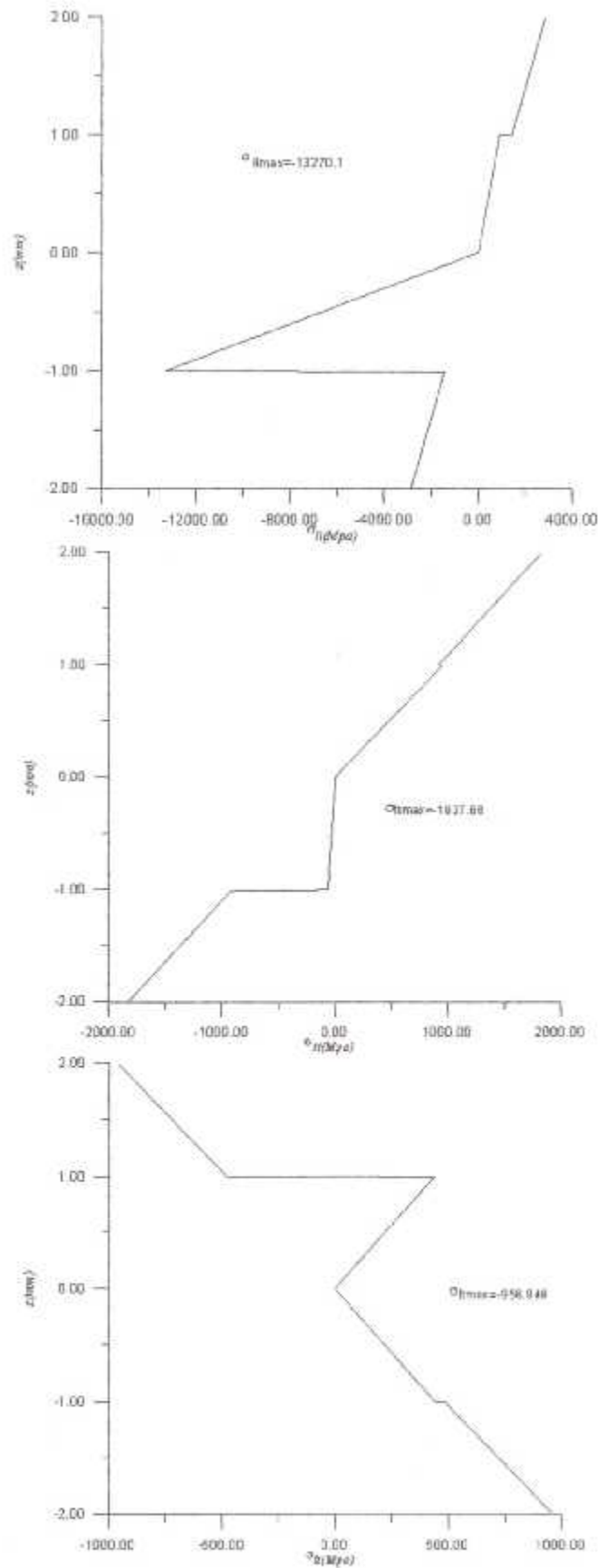


Fig. 3.42 : contraintes dans le stratifié [0/45/-45/0], plan LT avec chargement mécanique, thermique $\Delta T = -100$ et hygroscopique $\Delta C = 50\%$

III. V. 3. Deuxième simulation : effet d'empilement sur le comportement hygrothermomécanique :

Nous avons utiliser le stratifié symétrique [45/-45/45] avec les mêmes propriétés [1] [3] :

E_L (Gpa)	E_T (Gpa)	G_{LT} (Gpa)	ν_{LT}	α_L (/C ⁰)	α_T (/C ⁰)	β_L	β_T
181.0	10.3	7.17	0.28	$0.02 \cdot 10^{-6}$	$22.5 \cdot 10^{-6}$	0.0	0.6
N_x (kN/mm)	N_y (kN/mm)	N_{xy} (kN/mm)	M_x	M_y	M_{xy}		
1	0.5	0.25	0	0	0		

Tab. 3.15 : propriétés du graphite époxyde avec les coefficients thermiques et hygroscopiques et les efforts N et moments M

45 ⁰	l(mm)
-45 ⁰	1
45 ⁰	1

Fig.3.43 : stratifié graphite époxyde [45/-45/45]

Et une température de polymérisation de 120 C⁰

et une température de travail de 20C⁰

Soit une variation de température de -100 C⁰ et un taux d'humidité de 5% (0.05)

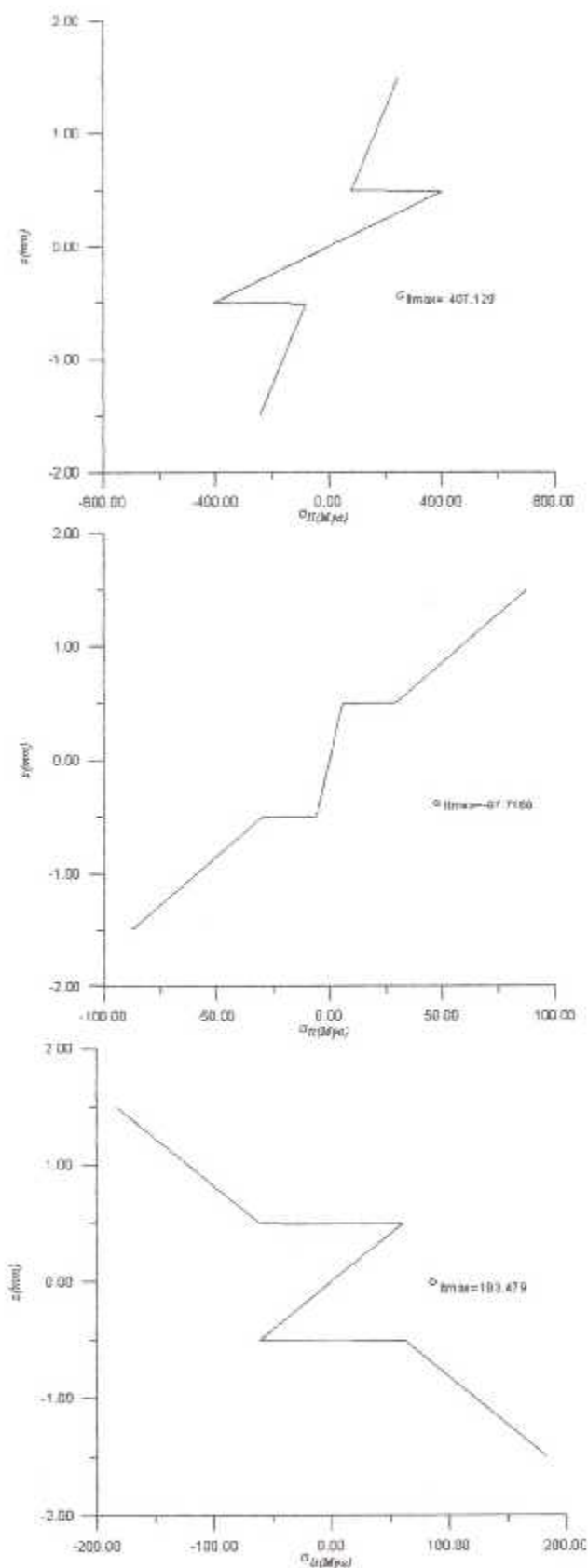


Fig. 3.44 : contraintes dans le stratifié graphite époxyde [45/-45/45], plan LT avec chargement mécanique, thermique $\Delta T = -100$ et hygroscopique $\Delta C = 0.05$

III. VI. Effet de la variation de l'angle d'orientation sur les contraintes :

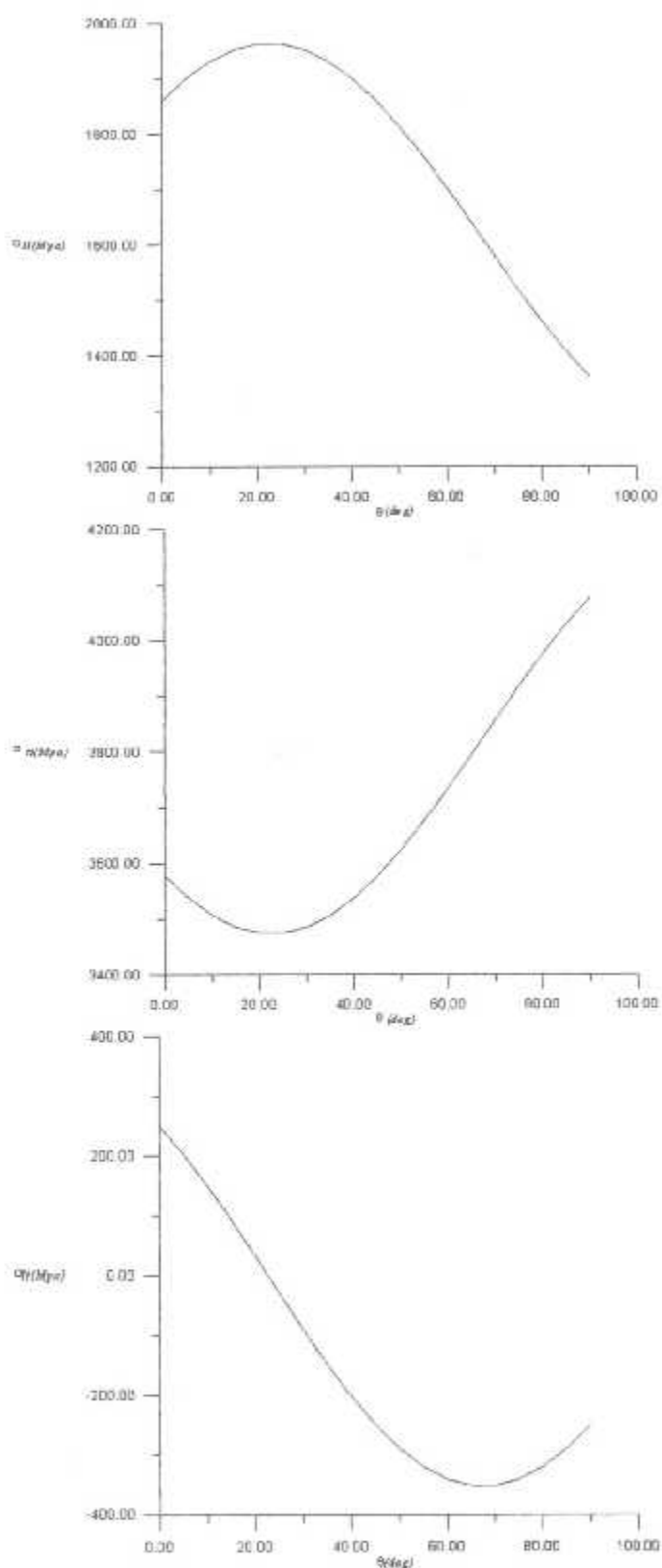


Fig. 3.45 : variation des Contraintes du graphite époxyde dans le plan LT suivant l'angle d'orientation des fibres θ sous chargement mécanique, thermique $\Delta T = -100$ et hygroscopique $\Delta C = 0.05$

Conclusion :

Dans le premier graphe pour les contraintes longitudinales σ_{ll} , on observe a partir de θ à 0° , il y a une augmentation des contraintes jusqu'à un pic d'environ 1950 MPa dans un plage entre 10° et 40° puis, une diminution des contraintes jusqu'à 1350 MPa à 90° , alors la meilleurs des configuration pour ce cas est de 90° .

Dans le cas des contraintes transversales, elles diminuent dans une plage de 10° jusqu'à 30° pour une contrainte de 3450 Mpa, puis elles commencent à augmenter, à 90° pour atteindre 4300 Mpa, alors la meilleurs configuration est entre 10° et 40° .

Pour σ_{tt} l'angle optimal est de 20° à 0 Mpa et nous atteignons la contrainte maximale entre 55° et 80° .

Ce qui nous intéresse c'est la configuration optimale pour la structure, c'est un compromis entre σ_{ll} , σ_{tt} et σ_{tt} , pour cela il faut une moyenne assez basse entre ces contraintes. Et c'est un angle compris entre 40° et 60° .

I. VII. Résultats et analyse :

	Graphite époxyde	Effort méca	ΔT	ΔC	σ_L Mpa	σ_T Mpa	σ_{LT} Mpa
1	[45/-45/- 45/45]	O	--	--	473.8	34.0	62.5
2	[45/-45/- 45/45]	--	-100 C ⁰	50%	2816.0	2816.0	0
3	[45/-45/- 45/45]	--	-95 C ⁰	50%	2817.9	2817.9	0
4	[45/-45/- 45/45]	--	-90 C ⁰	50%	2818.9	2818.9	0
5	[45/-45/- 45/45]	--	-80 C ⁰	50%	2821.0	2821.0	0
6	[45/-45/- 45/45]	--	29 C ⁰	50%	2844.2	2844.2	0
7	[45/-45/- 45/45]	O	-80 C ⁰	50%	8461.2	1213.6	1480.7
8	[45/-45/- 45/45]	--	-80 C ⁰	50%	2821.0	2821.0	0
9	[45/-45/- 45/45]	--	-60 C ⁰	70%	3960.5	3960.5	0
10	[45/-45/- 45/45]	--	-40 C ⁰	75%	4248.6	4248.6	0
11	[45/-45/- 45/45]	--	29 C ⁰	80%	4547.1	4547.1	0
12	[0/45/- 45/0]	O	-100 C ⁰	5%	1492	203	93.6
13	[0/45/- 45/0]	O	-100 C ⁰	50%	3687	265	93.6
14	[0/45/- 45/0]	--	-100 C ⁰	5%	1001.5	239.4	64.7
15	[0/90/ 0/90]	O	--	--	746.3	67.07	62.5
16	[0/45/-45/- 45/45/0]	O	-100 C ⁰	5%	5570	774.5	414
17	[45/-45 /45]	O	-100 C ⁰	5%	407	87.7	184.5
18	[45/-45/- 45/45]1	O	-100 C ⁰	5%	786.5	112.8	137.6
19	[45/-45/- 45/45]1	O	-100 C ⁰	1%	105.5	15.1	18.5
20	[45/-45/- 45/45].14	O	-100 C ⁰	5%	788.0	112.7	137.2
21	[45/-45/- 45/45].14	O	-100 C ⁰	1%	107.3	14.5	18.2

Tab. 3.16. : analyse des résultats.

N_x (kN/mm)	N_y (kN/mm)	N_{xy} (kN/mm)	M_x	M_y	M_{xy}
1	0.5	0.25	0	0	0

Tab. 3.17. : Efforts mécanique.

Résistance du Graphite époxyde	
X_c (Mpa)	1500
X_t (Mpa)	1500
Y_c (Mpa)	146
Y_t (Mpa)	40
S (Mpa)	68

Tab. 3.18. : Résistance du stratifié.

Interprétation et conclusion :

Comportement hygrothermique

Pour les simulations N° 2,3,4,5,6 nous avons fait varier la température suivant un cycle de réchauffement de la structure après un choc supersonique, en fixant la concentration d'humidité nous remarquons une augmentation progressive des contraintes résiduelles σ_L et σ_T . Le cisaillement longitudinal reste nul.

Pour les simulation N° 8,9,10,11 les résultats concernent la variation de température et de la concentration d'humidité. Plus la température et la concentration d'humidité augmentent plus les contraintes σ_L et σ_T . sont importantes. Le cisaillement longitudinal reste nul.

Comportement hygrothermomécanique

Pour la simulation N°7, en gardant la même température et concentration d'humidité que la simulation N°5 et par comparaison, l'effet mécanique, en plus de l'effet hygrothermique, augmente les contraintes en traction-compression longitudinale suivant la direction des fibres, par contre diminue la contrainte en traction -compression transversale, et fait apparaître le cisaillement longitudinal.

Pour les simulations N°12 et 13, nous avons utilisé le même chargement mécanique et thermique mais un à taux d'humidité respectivement de 5% et 50%, nous remarquons que pour le N° 13 il y a une grande augmentation des contraintes σ_L et σ_T . Ce qui confirme l'influence importante de la concentration d'humidité.

Pour les simulations N°12 et 14, nous avons utilisé le même chargement hygrothermique mais l'une avec un chargement mécanique l'autre non. Le chargement mécanique augmente la contrainte longitudinale et le cisaillement longitudinal.

Pour les simulations N°18 et 20 nous avons utilisé les mêmes stratifiés avec les mêmes conditions thermiques et une concentration d'humidité de 5%, mais avec des épaisseurs différentes respectivement 1mm et 0.14mm, nous observons des contraintes quasi identiques pour cette configuration .

Pour les simulations N°18 et 19 c'est les mêmes stratifiés et même chargement thermique mais à un taux d'humidité différents. Plus la concentration est élevée plus les contraintes sont importantes.

Les contraintes des simulations N° 18 et 20 sont largement supérieures aux contraintes résultantes des simulations N°19 et 21. L'effet de l'humidité a un effet plus important que l'effet de l'épaisseur.

CHAPITRE 4

CONCLUSION GENERALE

Dans ce travail nous nous sommes penchés sur le comportement des stratifié sous différents chargements : mécanique, thermique, hygroscopique, hygrothermique et hygrothermomécanique. La configuration du stratifié est aussi importante que le chargement lui-même, orientation des plis, épaisseurs et nombres des couches. Nous sommes arrivés à la conclusion que les chargements thermiques hygroscopiques et hygrothermiques génèrent des contraintes résiduelles, dues à différentes variations de la température et de concentrations d'humidité. Nous avons observé aussi que cette dernière a une influence plus importante que la variation de température. Les simulations développées auparavant montrent que ces contraintes résiduelles peuvent à elles seules provoquer la rupture selon le critère de la contrainte maximale.

Tous ces résultats mettent en évidence la nécessité de faire de la prévision sur le comportement des structures composites qui opèrent dans des conditions variables de température et d'humidité afin d'assurer leurs durée de vie.

La combinaison d'une température élevée et d'un haut niveau de concentration d'humidité entraîne l'augmentation de la valeur de la contrainte maximale. Il serait intéressant de faire l'étude de la prévision de la structure dans le temps, en déterminant les états de concentration en fonction du temps, par résolution de l'équation de la diffusion de masse appelée équation de Fick.

Une étude expérimentale peut être effectuée sur des stratifiés ayant subit des effets de vieillissement hygrothermique. Il serait intéressant d'examiner leurs résistances, et de les analyser afin de voir l'état des couches ainsi que l'état d'apparition et de propagation des micro fissures.

Une autre étude intéressante serait d'étudier l'état des contraintes lors du refroidissement après le choc supersonique à partir d'une température de 149 C^0 . Avec plusieurs types de chargement hygroscopique.

Soit :

$$D = \begin{bmatrix} 1448,07 & 305,52 & 193,03 \\ 305,52 & 651,40 & 193,03 \\ 193,03 & 193,03 & 366,70 \end{bmatrix} \text{ N.m}$$

6. Equation constitutive du stratifié

En combinant les résultats précédents, l'équation constitutive du stratifié s'écrit

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 296,35 \cdot 10^6 & 49,676 \cdot 10^6 & 27,576 \cdot 10^6 & 198,75 \cdot 10^3 & -60,87 \cdot 10^3 & -68,94 \cdot 10^3 \\ 49,676 \cdot 10^6 & 112,51 \cdot 10^6 & 27,576 \cdot 10^6 & -60,87 \cdot 10^3 & -77,01 \cdot 10^3 & -68,94 \cdot 10^3 \\ 27,576 \cdot 10^6 & 27,576 \cdot 10^6 & 61,147 \cdot 10^6 & -68,94 \cdot 10^3 & -68,94 \cdot 10^3 & -60,87 \cdot 10^3 \\ 198,75 \cdot 10^3 & -60,87 \cdot 10^3 & -68,94 \cdot 10^3 & 1448,07 & 305,52 & 193,03 \\ -60,87 \cdot 10^3 & -77,01 \cdot 10^3 & -68,94 \cdot 10^3 & 305,52 & 651,40 & 193,03 \\ -68,94 \cdot 10^3 & -68,94 \cdot 10^3 & -60,87 \cdot 10^3 & 193,03 & 193,03 & 366,70 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \epsilon_z^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_z \end{bmatrix}$$

Exemple 14.4.3.2

Nous considérons maintenant le stratifié de la figure 14.3, constitué de quatre couches unidirectionnelles de mêmes propriétés :

$$E_L = 38 \text{ GPa} \quad E_T = 9 \text{ GPa} \quad G_{LT} = 3,6 \text{ GPa} \quad \nu_{LT} = 0,32$$

Les épaisseurs et les orientations des couches sont indiquées sur la figure 14.3. Notons que ce stratifié est dit antisymétrique (chapitre 15) :

- les épaisseurs des couches sont symétriques;
- les orientations des couches sont antisymétriques.

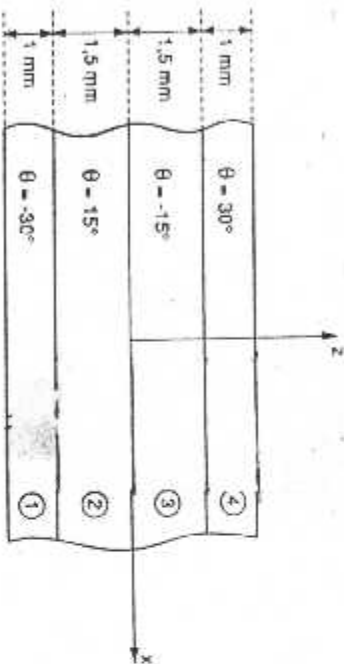


Figure 14.3 Stratifié à quatre couches de l'exemple 14.4.3.2

1. Matrices de rigidité dans les axes principaux

$$Q_{11} = 38,945 \text{ GPa} \quad Q_{12} = 2,952 \text{ GPa} \\ Q_{22} = 9,224 \text{ GPa} \quad Q_{66} = 3,6 \text{ GPa}$$

2. Matrices de rigidité de chaque couche exprimées dans les axes du stratifié

Couche 1 à -30°

$$Q_{-30^\circ} = \begin{bmatrix} 26,290 & 8,176 & -9,451 \\ 8,176 & 11,429 & -3,418 \\ -9,451 & -3,418 & 8,825 \end{bmatrix} \text{ GPa}$$

Couche 2 à 15°

$$Q_{15^\circ} = \begin{bmatrix} 35,212 & 4,693 & 6,732 \\ 4,693 & 9,473 & 0,699 \\ 6,732 & 0,699 & 5,342 \end{bmatrix} \text{ GPa}$$

Couche 3 à -15°

$$Q_{-15^\circ} = \begin{bmatrix} 35,212 & 4,693 & -6,732 \\ 4,693 & 9,473 & -0,699 \\ -6,732 & -0,699 & 5,342 \end{bmatrix} \text{ GPa}$$

Couche 4 à 30°

$$Q_{30^\circ} = \begin{bmatrix} 26,290 & 8,176 & 9,451 \\ 8,176 & 11,429 & 3,418 \\ 9,451 & 3,418 & 8,825 \end{bmatrix} \text{ GPa}$$

3. Matrices A, B et D

$$A_{ij} = (Q_{ij})_{-30^\circ} + (Q_{ij})_{30^\circ} + 1,5 [(Q_{ij})_{15^\circ} + (Q_{ij})_{-15^\circ}]$$

$$A = \begin{bmatrix} 158,22 & 30,432 & 0 \\ 30,432 & 51,277 & 0 \\ 0 & 0 & 33,674 \end{bmatrix} \cdot 10^6 \text{ N.m}^{-1}$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} [(2,5)^2 - (1,5)^2] [(Q_{ij})_{30^\circ} - (Q_{ij})_{-30^\circ}] + \frac{1}{2} (1,5)^2 [(Q_{ij})_{15^\circ} - (Q_{ij})_{-15^\circ}] \\ = 2 [(Q_{ij})_{30^\circ} - (Q_{ij})_{-30^\circ}] + 1,125 [(Q_{ij})_{15^\circ} - (Q_{ij})_{-15^\circ}]$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 22,659 \\ 0 & 0 & 12,101 \\ 22,659 & 12,101 & 0 \end{bmatrix} \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} [(2.5)^3 - (1.5)^3] [(Q_{ij})_{30} + (Q_{ij})_{-30}] + \frac{1}{3} (1.5)^3 [(Q_{ij})_{-15} + (Q_{ij})_{15}]$$

$$= \frac{1}{3} [12.25 (Q_{ij,30} + Q_{ij,-30}) + 3.375 (Q_{ij,15} + Q_{ij,-15})]$$

$$D = \begin{bmatrix} 293,93 & 77,332 & 0 & 0 \\ 77,332 & 114,65 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 84,087 & 0 \end{bmatrix} \text{ N.m}$$

4. Matrice de rigidité

La matrice de rigidité de l'équation constitutive s'écrit :

$$\begin{bmatrix} 158,22 \cdot 10^6 & 30,432 \cdot 10^6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 22,659 \cdot 10^3 \\ 30,432 \cdot 10^6 & 51,277 \cdot 10^6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 12,101 \cdot 10^3 \\ 0 & 0 & 33,676 \cdot 10^6 & 22,659 \cdot 10^3 & 12,101 \cdot 10^3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 22,659 \cdot 10^3 & 293,93 & 77,332 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 12,101 \cdot 10^3 & 77,332 & 114,65 & 0 & 0 \\ 22,659 \cdot 10^3 & 12,101 \cdot 10^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 84,087 \end{bmatrix}$$

Exemple 14.4.3.3

L'influence de l'alternance des couches peut être illustrée en considérant le stratifié de la figure 14.4, obtenu en intervertissant les couches 15° et -30° du stratifié (Figure 14.3) de l'exemple précédent.

$$A_{ij} = (Q_{ij})_{-30} + (Q_{ij})_{30} + 1,5 [(Q_{ij})_{15} + (Q_{ij})_{-15}]$$

La matrice A est inchangée par rapport à l'implémentation [-30°/15°/-15°/30°].

$$B_{ij} = \frac{1}{2} [1 - (2.5)^2] (Q_{ij})_{15} - \frac{1}{2} (Q_{ij})_{-30} + \frac{1}{2} (1.5)^2 (Q_{ij})_{15} + \frac{1}{2} [(2.5)^2 - (1.5)^2] (Q_{ij})_{30}$$

$$\text{Soit : } B = \begin{bmatrix} -13,384 & 5,2247 & -1,6154 \\ 5,2247 & 2,9342 & 5,9258 \\ -1,6154 & 5,9258 & 5,2247 \end{bmatrix} 10^3 \text{ N.m}^{-1}$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} [(2.5)^3 - 1] [(Q_{ij})_{15} + (Q_{ij})_{-30}] + \frac{1}{3} (1.5)^3 [(Q_{ij})_{15} + (Q_{ij})_{-15}] + \frac{1}{3} [(2.5)^3 - (1.5)^3] [(Q_{ij})_{30}]$$

$$\text{Soit : } D = \begin{bmatrix} 327,38 & 64,271 & 60,686 \\ 64,271 & 107,32 & 15,438 \\ 60,686 & 15,438 & 71,025 \end{bmatrix} \text{ N.m}$$

Le changement d'alternance des couches garde inchangée la matrice membrane A, alors qu'il modifie les matrices de flexion-torsion et de couplage.

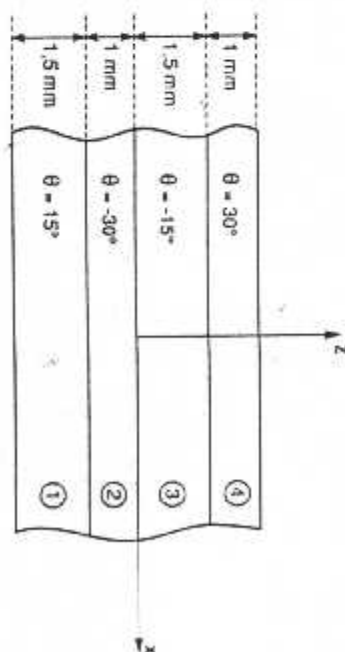


Figure 14.4 Stratifié à quatre couches de l'exemple 14.4.3.3

14.5 DETERMINATION DES DEFORMATIONS ET DES CONTRAINTES

14.5.1 Problème à résoudre

L'équation constitutive (14.29) exprime les résultantes en membrane N_x, N_y , M_x et les moments de flexion-torsion M_x, M_y, M_{xy} en fonction des déformations en membrane $\epsilon_x^0, \epsilon_y^0, \gamma_{xy}^0$ et des courbures K_x, K_y, K_{xy} . Les problèmes de conception des structures en matériaux composites nécessitent de résoudre le problème inverse : connaissant les résultantes en membrane et les moments, trouver les déformations en membrane et les courbures, puis les contraintes.

14.5.2 Déformations en membrane et courbures

L'expression (14.30) peut être écrite en séparant la matrice N des résultantes en membrane et la matrice M des moments :

$$N = A \epsilon_m + B \kappa \tag{14.34}$$

$$M = B \epsilon_m + D \kappa \tag{14.35}$$

De la première relation, nous pouvons extraire les déformations en membrane, soit :

$$\epsilon_m = A^{-1} N - A^{-1} B \kappa \tag{14.36}$$

et en reportant dans (14.35), la matrice des moments s'écrit :

$$M = B A^{-1} N + (D - B A^{-1} B) \kappa \tag{14.37}$$

Par changement de base, l'expression est obtenue à partir de la relation générale (5.44). Soit :

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = T^k \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} \quad (14.48)$$

avec

$$T^k = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -2 \sin \theta \cos \theta \\ -\sin \theta \cos \theta & \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \quad (14.49)$$

A partir des déformations dans les axes principaux, les contraintes dans la couche k s'expriment suivant :

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_{xy} \end{bmatrix} \quad (14.50)$$

14.5.5 Exemple

Les efforts imposés à une structure en stratifié sont tels qu'ils se réduisent en un point à des résultantes de membrane N_x, N_y, N_{xy} (Figure 14.5). Déterminer au point considéré :

1. les déformations en membrane et les courbures ;
2. les déformations dans chaque couche rapportées aux axes du stratifié, puis aux axes principaux des couches ;
3. les contraintes dans chaque couche rapportées aux axes du stratifié, puis dans le cas où le stratifié est celui de l'exemple 14.4.3.3 (figure 14.4), et les valeurs des résultantes de membrane sont : $N_x = 1\,000\text{ N/mm}$; $N_y = 500\text{ N/mm}$; $N_{xy} = 250\text{ N/mm}$.

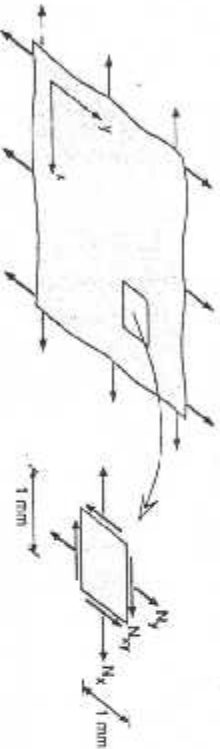


Figure 14.5 Efforts de membrane exercés en un point d'un stratifié

1. Déformations en membrane et courbures

Compte tenu des résultats établis dans l'exemple 14.4.3.3, l'équation constitutive s'écrit :

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \\ 0.25 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10^6 \\ 10^6 \\ 10^6 \\ 10^6 \\ 10^6 \\ 10^6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 158,22 \cdot 10^6 & 30,432 \cdot 10^6 & 0 & -13,384 \cdot 10^3 & 5,2247 \cdot 10^3 & -1,6154 \cdot 10^3 \\ 30,432 \cdot 10^6 & 51,277 \cdot 10^6 & 0 & 5,2247 \cdot 10^3 & 2,934 \cdot 10^3 & 5,9258 \cdot 10^3 \\ 0 & 0 & 33,674 \cdot 10^6 & -1,6154 \cdot 10^3 & 5,9258 \cdot 10^3 & 5,2247 \cdot 10^3 \\ -13,384 \cdot 10^3 & 5,2247 \cdot 10^3 & -1,6154 \cdot 10^3 & 327,38 & 64,271 & 60,686 \\ 5,2247 \cdot 10^3 & 2,934 \cdot 10^3 & 5,9258 \cdot 10^3 & 64,271 & 107,32 & 15,438 \\ -1,6154 \cdot 10^3 & 5,9258 \cdot 10^3 & 5,2247 \cdot 10^3 & 60,686 & 15,438 & 71,025 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix}$$

Par inversion directe ou par blocs, l'équation inverse s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7,207 & -4,322 & 0,069 & 0,415 \cdot 10^3 & -0,525 \cdot 10^3 & 0,279 \cdot 10^3 \\ -4,322 & 22,297 & 0,279 & -0,187 \cdot 10^3 & -0,042 \cdot 10^3 & -1,810 \cdot 10^3 \\ 0,069 & 0,279 & 36,808 & 1,032 \cdot 10^3 & -1,92 \cdot 10^3 & -2,730 \cdot 10^3 \\ 0,415 \cdot 10^3 & -0,187 \cdot 10^3 & 1,032 \cdot 10^3 & 4,052 \cdot 10^6 & -2,058 \cdot 10^6 & -3,065 \cdot 10^6 \\ -0,525 \cdot 10^3 & -0,042 \cdot 10^3 & -1,92 \cdot 10^3 & -2,058 \cdot 10^6 & 10,747 \cdot 10^6 & -0,445 \cdot 10^6 \\ 0,279 \cdot 10^3 & -1,810 \cdot 10^3 & -2,730 \cdot 10^3 & -3,065 \cdot 10^6 & -0,445 \cdot 10^6 & 17,115 \cdot 10^6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \\ 0.25 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot 10^3$$

D'où les déformations en membrane et courbures :

$$\begin{aligned} \epsilon_x^0 &= 5,064 \cdot 10^{-3} & \kappa_x &= 0,580 \\ \epsilon_y^0 &= 6,897 \cdot 10^{-3} & \kappa_y &= 1,027 \\ \gamma_{xy}^0 &= 7,836 \cdot 10^{-3} & \kappa_{xy} &= -1,309 \end{aligned}$$

Dans l'équation inverse ci-dessus, nous noterons que la matrice inverse est symétrique, comme la matrice de rigidité de l'équation constitutive. Il en est de même des matrices-blocs A^* et D^* . Par contre, les matrices-blocs C^* et B^* (transposées l'une de l'autre) ne sont pas symétriques.

2. Déformations dans les couches

Les déformations rapportées aux axes (x,y) de référence sont (relation (14.11)) exprimées suivant :

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix}$$

soit :

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5,064 \\ 6,897 \\ 7,836 \end{bmatrix} 10^{-3} + \begin{bmatrix} 0,580 \\ -1,027 \\ -1,309 \end{bmatrix} z$$

Les variations des déformations ϵ_{xx} , ϵ_{yy} et γ_{xy} en fonction de z sont reportées sur la figure 14.6.

Les déformations dans chaque couche, rapportées aux axes principaux de la couche, sont ensuite obtenues à partir de la relation (14.46). Soit pour la couche k :

$$\begin{bmatrix} \epsilon_k \\ \epsilon_T \\ \gamma_T \end{bmatrix} = A_k + B_k z$$

avec

$$A_k = T \begin{bmatrix} \epsilon_{xx}^0 \\ \epsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} \quad B_k = T \begin{bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{bmatrix}$$

où T est la matrice définie en (14.47). Nous en déduisons :

$$\begin{bmatrix} \epsilon_k \\ \epsilon_T \\ \gamma_T \end{bmatrix}_{30^\circ} = \begin{bmatrix} 8,914 \\ 3,045 \\ 5,505 \end{bmatrix} 10^{-3} + \begin{bmatrix} -0,388 \\ -0,058 \\ -2,046 \end{bmatrix} z \quad -1,5 \text{ mm} \leq z \leq 2,5 \text{ mm}$$

$$\begin{bmatrix} \epsilon_k \\ \epsilon_T \\ \gamma_T \end{bmatrix}_{-30^\circ} = \begin{bmatrix} 2,129 \\ 9,831 \\ 2,330 \end{bmatrix} 10^{-3} + \begin{bmatrix} 0,745 \\ -1,192 \\ 0,737 \end{bmatrix} z \quad -1 \text{ mm} \leq z \leq 0$$

$$\begin{bmatrix} \epsilon_k \\ \epsilon_T \\ \gamma_T \end{bmatrix}_{15^\circ} = \begin{bmatrix} 7,145 \\ 4,815 \\ 7,702 \end{bmatrix} 10^{-3} + \begin{bmatrix} 0,145 \\ -0,592 \\ -1,937 \end{bmatrix} z \quad -2,5 \text{ mm} \leq z \leq -1 \text{ mm}$$

$$\begin{bmatrix} \epsilon_k \\ \epsilon_T \\ \gamma_T \end{bmatrix}_{-15^\circ} = \begin{bmatrix} 3,227 \\ 8,733 \\ 5,869 \end{bmatrix} 10^{-3} + \begin{bmatrix} 0,799 \\ -1,246 \\ -0,330 \end{bmatrix} z \quad 0 \leq z \leq 1,5 \text{ mm}$$

D'où les relations donnant ϵ_k , ϵ_T , γ_T en fonction de z :

$$-2,5 \text{ mm} \leq z \leq -1 \text{ mm}$$

$$\epsilon_k = 7,145 \cdot 10^{-3} + 0,145 z \quad \epsilon_T = 2,129 \cdot 10^{-3} + 0,745 z$$

$$\epsilon_T = 4,815 \cdot 10^{-3} - 0,592 z \quad \gamma_T = 9,831 \cdot 10^{-3} - 1,191 z$$

$$\gamma_T = 7,702 \cdot 10^{-3} - 1,936 z \quad \gamma_T = 2,33 \cdot 10^{-3} + 0,737 z$$

$$-1 \text{ mm} \leq z \leq 0$$

$$\epsilon_k = 2,129 \cdot 10^{-3} + 0,745 z$$

$$\epsilon_T = 9,831 \cdot 10^{-3} - 1,191 z$$

$$\gamma_T = 2,33 \cdot 10^{-3} + 0,737 z$$

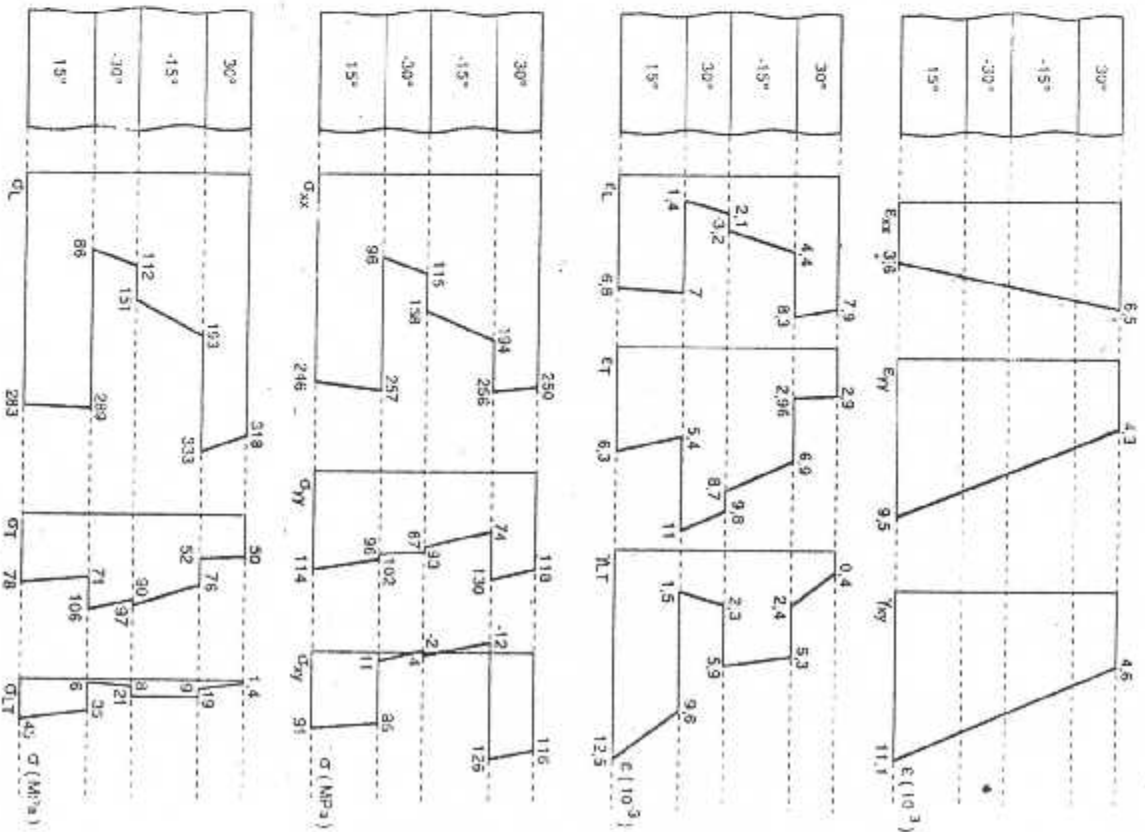


Figure 14.6. Contraintes et déformations dans l'épaisseur du stratifié.

$$0 \leq z \leq 1,5 \text{ mm}$$

$$\epsilon_L = 3,227 \cdot 10^{-3} + 0,799 z$$

$$\epsilon_T = 8,733 \cdot 10^{-3} - 1,246 z$$

$$M_T = 5,869 \cdot 10^{-3} - 0,330 z$$

$$-1,5 \text{ mm} \leq z \leq 2,5 \text{ mm}$$

$$\epsilon_L = 8,914 \cdot 10^{-3} + 0,188 z$$

$$\epsilon_T = 3,046 \cdot 10^{-3} - 0,058 z$$

$$M_T = 5,505 \cdot 10^{-3} - 2,046 z$$

Les variations de ϵ_L , ϵ_T , M_T dans l'épaisseur du stratifié sont reportées sur la figure 14.6.

3. Contraintes dans les couches

Les contraintes dans chaque couche, rapportées aux axes de référence (x,y), s'écrivent ((14.19) ou (14.20)) suivant :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = A_{1k} + B_{1k} z$$

avec

$$A_{1k} = Q_k \begin{bmatrix} \epsilon_{xx}^0 \\ \epsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} \quad B_{1k} = Q_k \begin{bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{bmatrix}$$

où Q_k sont les matrices de rigidité des couches déterminées dans l'exemple 14.4.3.2. Nous en déduisons :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 263,564 \\ 147,009 \\ 140,579 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5522,83 \\ -11467,79 \\ -9580,17 \end{bmatrix} z \quad (\text{MPa}) \quad 1,5 \text{ mm} \leq z \leq 2,5 \text{ mm}$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 115,451 \\ 93,440 \\ -2,284 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 19217,67 \\ -2519,78 \\ -13520,26 \end{bmatrix} z \quad (\text{MPa}) \quad -1 \text{ mm} \leq z \leq 0$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 263,411 \\ 94,571 \\ 80,758 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6785,75 \\ -7919,24 \\ -3805,83 \end{bmatrix} z \quad (\text{MPa}) \quad -2,5 \text{ mm} \leq z \leq -1 \text{ mm}$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 157,918 \\ 83,622 \\ 2,951 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 24407,03 \\ -6090,45 \\ -10176,80 \end{bmatrix} z \quad (\text{MPa}) \quad 0 \leq z \leq 1,5 \text{ mm}$$

Les variations des contraintes σ_{xx} , σ_{yy} et σ_{xy} dans l'épaisseur du stratifié sont reportées sur la figure 14.6.

Les contraintes dans chaque couche, rapportées aux axes principaux de la couche considérée, sont ensuite déterminées à partir de la relation (14.48). Soit :

$$\begin{bmatrix} \sigma'_x \\ \sigma'_y \\ \sigma'_{LT} \end{bmatrix} = A_{2k} + B_{2k} z$$

avec

$$A_{2k} = T^k A_{1k} \quad B_{2k} = T^k B_{1k}$$

où T^k est la matrice définie en (14.49). Nous en déduisons :

$$\begin{bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \sigma_{LT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 112,681 \\ 297,893 \\ 120,759 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1287,61 \\ -18278,22 \\ -2215,84 \end{bmatrix} z \quad (\text{MPa}) \quad 1,5 \text{ mm} \leq z \leq 2,5 \text{ mm}$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \sigma_{LT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 107,970 \\ 100,921 \\ -10,673 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2074,42 \\ 14623,47 \\ -16172,72 \end{bmatrix} z \quad (\text{MPa}) \quad -1 \text{ mm} \leq z \leq 0$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \sigma_{LT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 211,722 \\ 146,260 \\ 112,149 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7703,62 \\ -8837,11 \\ 380,30 \end{bmatrix} z \quad (\text{MPa}) \quad -2,5 \text{ mm} \leq z \leq -1,5 \text{ mm}$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \sigma_{LT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 154,417 \\ 87,124 \\ -16,018 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 17275,69 \\ 1040,89 \\ -16437,74 \end{bmatrix} z \quad (\text{MPa}) \quad 0 \leq z \leq 1,5 \text{ mm}$$

Les variations de σ_L , σ_T et σ_{LT} dans l'épaisseur du stratifié sont reportées sur la figure 14.6.

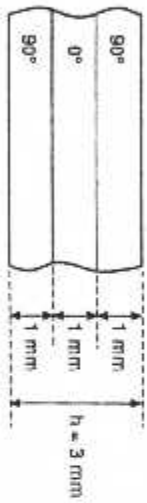


Figure 25.1 Stratifié croisé symétrique

Rapportées aux axes principaux des couches, les constantes de rigidité des couches sont (11.52) :

$$Q_{11} = 45,982 \text{ GPa} \quad Q_{12} = 3,168 \text{ GPa} \quad Q_{16} = 0$$

$$Q_{22} = 10,218 \text{ GPa} \quad Q_{26} = 0 \quad Q_{66} = 4,5 \text{ GPa}$$

Les matrices de rigidité des couches s'expriment alors suivant :

$$Q_{0^\circ} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \quad Q_{90^\circ} = \begin{bmatrix} Q_{22} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{11} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix}$$

La relation (25.17) permet d'exprimer les déformations d'origine thermique dans la couche à 0° :

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{10}^0 \\ \epsilon_{20}^0 \\ \gamma_{60}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_T \\ \alpha_T \\ \Delta T \end{bmatrix}$$

Soit :

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{10}^0 \\ \epsilon_{20}^0 \\ \gamma_{60}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_T \Delta T \\ \alpha_T \Delta T \\ 0 \end{bmatrix} \quad (25.24)$$

De même, pour les couches à 90° :

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{19}^0 \\ \epsilon_{29}^0 \\ \gamma_{69}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_T \Delta T \\ \alpha_T \Delta T \\ 0 \end{bmatrix} \quad (25.25)$$

Les résultantes d'origine thermique, déduites des relations (25.21), s'écrivent :

$$N_x^0 = [(Q_{11} + 2Q_{12}) \alpha_T + (2Q_{22} + Q_{12}) \alpha_T] \frac{h}{3} \Delta T$$

$$N_y^0 = [Q_{22} + 2Q_{12}] \alpha_T + (2Q_{11} + Q_{12}) \alpha_T \frac{h}{3} \Delta T \quad (25.26)$$

$$N_{xy}^0 = 0 \text{ (dû à } Q_{16} = Q_{26} = 0 \text{ et } \gamma_{60}^0 = 0)$$

Les moments sont nuls du fait de la symétrie du stratifié :

$$M_x^0 = M_y^0 = M_{xy}^0 = 0$$

L'application numérique conduit à :

$$N_x^0 = 733,7 \Delta T \quad N_y^0 = 806,7 \Delta T$$

Les déformations et courbures sont déterminées en reportant les résultantes et moments dans l'équation constitutive (25.20) qui s'écrit en l'absence d'actions mécaniques exercées sur le stratifié :

$$\begin{bmatrix} N_x^0 \\ N_y^0 \\ N_{xy}^0 \\ M_x^0 \\ M_y^0 \\ M_{xy}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{10}^0 \\ \epsilon_{20}^0 \\ \gamma_{60}^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (25.27)$$

Soit :

$$N_x^0 = A_{11} \epsilon_{10}^0 + A_{12} \epsilon_{20}^0$$

$$N_y^0 = A_{12} \epsilon_{10}^0 + A_{22} \epsilon_{20}^0 \quad (25.28)$$

$$\gamma_{60}^0 = 0$$

$$\kappa_x = \kappa_y = \kappa_{xy} = 0$$

Nous en déduisons les déformations du plan moyen :

$$\epsilon_{10}^0 = A_{11}^{-1} N_x^0 + A_{12}^{-1} N_y^0$$

$$\epsilon_{20}^0 = A_{12}^{-1} N_x^0 + A_{22}^{-1} N_y^0 \quad (25.29)$$

avec

$$A_{11}^{-1} = \frac{A_{22}}{\Delta} \quad A_{12}^{-1} = -\frac{A_{12}}{\Delta}$$

$$A_{22}^{-1} = \frac{A_{11}}{\Delta} \quad \Delta = A_{11} A_{22} - A_{12}^2$$

Les coefficients de rigidité du stratifié s'écrivent :

$$\begin{aligned} A_{11} &= (Q_{11} + 2Q_{22}) \frac{h}{3} = 66,418 \cdot 10^9 \text{ Nm} \\ A_{12} &= 3Q_{12} \frac{h}{3} = 9,504 \cdot 10^9 \text{ Nm} \\ A_{22} &= (Q_{22} + 2Q_{11}) \frac{h}{3} = 102,18 \cdot 10^9 \text{ Nm} \end{aligned} \quad (25.30)$$

D'où :

$$\begin{aligned} A_{11} &= 15,259 \cdot 10^9 \text{ m/N} \\ A_{12} &= -1,4193 \cdot 10^9 \text{ m/N} \\ A_{22} &= 9,919 \cdot 10^9 \text{ m/N} \end{aligned}$$

Ce qui conduit à :

$$\epsilon_{11}^0 = 10,05 \cdot 10^{-6} \Delta T \quad \epsilon_{22}^0 = 6,96 \cdot 10^{-6} \Delta T \quad (25.31)$$

Les contraintes dans les couches sont ensuite déterminées à partir de la relation (25.18). Pour la couche à 0° :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_{0^\circ} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{11}^0 - \alpha_x \Delta T \\ \epsilon_{22}^0 - \alpha_T \Delta T \\ 0 \end{bmatrix}$$

ou

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_{0^\circ} = \begin{bmatrix} Q_{11} (\epsilon_{11}^0 - \alpha_x \Delta T) + Q_{12} (\epsilon_{22}^0 - \alpha_T \Delta T) \\ Q_{12} (\epsilon_{11}^0 - \alpha_x \Delta T) + Q_{22} (\epsilon_{22}^0 - \alpha_T \Delta T) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (25.32)$$

Soit :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_{0^\circ} = \begin{bmatrix} 190,9 \cdot 10^3 \Delta T \\ -117,2 \cdot 10^3 \Delta T \\ 0 \end{bmatrix} \quad (25.33)$$

Pour les couches à 90° :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_{90^\circ} = \begin{bmatrix} Q_{22} (\epsilon_{22}^0 - \alpha_T \Delta T) + Q_{12} (\epsilon_{11}^0 - \alpha_x \Delta T) \\ Q_{12} (\epsilon_{22}^0 - \alpha_T \Delta T) + Q_{11} (\epsilon_{11}^0 - \alpha_x \Delta T) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (25.34)$$

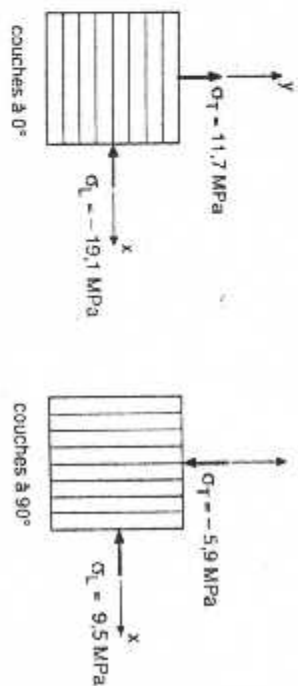


Figure 25.2 Contraintes d'origine thermique dans les couches du stratifié de la figure 25.1

Soit :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_{90^\circ} = \begin{bmatrix} -95,5 \cdot 10^3 \Delta T \\ 58,6 \cdot 10^3 \Delta T \\ 0 \end{bmatrix} \quad (25.35)$$

Pour la variation de température considérée : $\Delta T = -100 \text{ }^\circ\text{C}$, les valeurs des contraintes sont :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}_{0^\circ} = \begin{bmatrix} -19,1 \text{ MPa} \\ 11,7 \text{ MPa} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}_{90^\circ} = \begin{bmatrix} 9,6 \text{ MPa} \\ -5,9 \text{ MPa} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (25.36)$$

L'état des contraintes d'origine thermique est schématisé sur la figure 25.2. Il est à noter que la contrainte dans la couche à 0° atteint la valeur de 11,7 MPa dans la direction transverse aux fibres, soit de l'ordre du quart au tiers de la contrainte à la rupture dans cette direction. Il apparaît ainsi que les contraintes d'origine thermique, liées au mode de mise en œuvre - polymérisation à une température plus élevée que la température d'utilisation, doivent être prises en compte lors de certains dimensionnements.

25.3.2.2 Dilatation thermique d'un stratifié équilibré symétrique

Dans le cas d'une couche rapportée à des axes (x,y) faisant un angle θ avec la direction L (figure 25.3), les déformations d'origine thermique s'écrivent (25.17) :

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta \\ \sin 2\theta & -\sin 2\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_T \end{bmatrix} \Delta T \quad (25.37)$$

Résumé

Les efforts résiduels dans les matériaux composites dépendent essentiellement des propriétés thermiques, hygroscopiques et de la variation de température et d'humidité. La distribution de ces efforts dépend de l'empilement et de l'orientation des plis.

Cette étude analytique et numérique se penche sur l'effet des différentes conditions de chargement mécanique, thermique, hygroscopique, hygrothermique, et hygrothermomécanique sur les matériaux composites avec différente configuration, effet d'empilement, effet de symétrie et effet de croisement. Le code calcul sur ces stratifiés est établi à partir de la théorie classique des stratifiés.

Summary

Residual stresses in composite laminates depend on the hygrothermal properties of the material and processing temperatures and moisture. The distribution of these stresses in the various laminates is a function of the stacking sequence and ply orientation.

This paper present an analytic and numeric investigation of the effects of different loading of stresses : mecanic, thermic,hygroscopic, hygrothermic, and hygrothermomecanic. With different configuration of ply. The program is based on the classical laminate theory.