

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE DE BLIDA  
Saad DAHLEB  
DEPARTEMENT AERONAUTIQUE DE BLIDA



D A B



Projet de Fin d'Etude pour l'obtention du diplôme  
d'ingénieur d'état en aéronautique

OPTION : Structure

**Sujet :**

Etude du comportement d'un « Lap-joint » endommagé  
par des fissures à plusieurs emplacements « MSD »

**Etudié et réalisé par :**

➤ BLIDI Fares EL Hocine

**Proposé et suivi par :**

➤ Mme : HAMADOUCHE.A  
➤ Mr : HAMADOUCHE.S



2004 - 2005

## REMERCIEMENTS

*Je remercie Mme : HAMADOUCHE.A d'abord pour ces précieux cours et sa pédagogie incomparable, puis pour avoir accepté de m'encadrer et de me soutenir dans mes démarches et réalisations.*

*Je remercie Mr : HAMADOUCHE.S de m'avoir consacré du temps et de m'avoir donné des explications et une aide précieuse pour réaliser à bien ce mémoire.*

*Je remercie tous les enseignants du département de l'aéronautique de BLIDA.*

*En fin, je remercie toutes les personnes qui, par leur soutien moral ou matériel, ont contribué à la réalisation de ce travail.*

*Trouvez ici le témoignage de ma reconnaissance.*

## DEDICACES

*Je dédie, tout d'abord, ce travail à mes chers parents qui m'ont toujours soutenu et encouragé, et sans qui je n'aurais jamais réussi.*

Je le dédie aussi :

- ✚ *A* la mémoire de ma grand-mère paternelle qui n'est plus de ce monde mais qui est toujours dans mon coeur.
- ✚ *A* mes grands parents que j'aime tant.
- ✚ *A* mes oncles et mes tantes qui m'ont encouragé à aller jusqu'au bout de mes rêves.
- ✚ *A* mon cher oncle AFLAH sans qui je n'aurais jamais réalisé mes rêves.
- ✚ *A* la famille NECHACHBLO qui m'ont toujours soutenu.
- ✚ *A* mes très chères sœurs à qui je souhaite beaucoup de réussite et tout le bonheur du monde.
- ✚ *A* Mme : HARCHAOUI sans qui ce mémoire n'aurait pas eu lieu.
- ✚ *A* la famille BOUDAOUED.AH qui m'ont accueilli et offert toute leur sympathie.
- ✚ *A* mes très chers amis : Fatima, Aziz, Khaled, Nouri, Ramy, Wahid
- ✚ *A* tous ceux et celles qui m'ont aidé et soutenu : Assia, Nacima, Feyrouz, Nacima, Nissa, Hamza, Amine, Safy, Lahcène, Latif, Saleh, ainsi qu'à toute ma promotion a qui je souhaite de la réussite.

# SOMMAIRE

## INTRODUCTION

### CHAPITRE I : CONCEPTS FONDAMENTAUX

<b>I-1 Conception du fuselage</b> .....	1
I-1-1 Les raidisseurs .....	2
I-1-2 Le couple ou cadre .....	2
<b>I-2 Procédés d'assemblage</b> .....	3
I-2-1 Lap-joint .....	3
I-2-2 Butt-joint .....	3
<b>I-3 Notion de la fatigue</b> .....	4
I-3-1 Notions de base: Rigidité, Résistance, Ductilité, Ténacité .....	5
I-3-2 Evaluation de la ténacité .....	5
I-3-3 Grandeurs importantes .....	6
I-3-4 La courbe de WOHLER .....	6
I-3-5 Différents types de chargements .....	7
<b>I-4 Méthode d'analyse pour prédire la vie en fatigue</b> .....	7
I-4-1 Variations dans la structure en fatigue .....	8
I-4-2 Variation du taux de propagation de la fissure .....	9
I-4-3 Modélisation de la propagation stochastique de la fissure .....	9
I-4-4 Probabilité de détection « POD » 'Probability Of Detection' .....	10
I-4-5 Méthodologie de l'analyse de la fiabilité .....	11
<b>I-5 Notion de la mécanique de la rupture</b> .....	11
I-5-1 Aperçu historique de la rupture .....	11
I-5-2 Utilisation de la MDR en conception .....	12
<b>I-6 La mécanique linéaire de la rupture</b> .....	12
I-6-1 Approche atomique de la rupture fragile .....	12
I-6-2 Modes d'ouverture d'une fissure .....	13
I-6-3 Concept du facteur d'intensité de contraintes 'FIC' .....	13
I-6-4 Etats de contraintes et de déformations .....	14
I-6-5 Description du champ des contraintes à l'extrémité d'une fissure à l'aide du facteur d'intensité de contrainte .....	15
I-6-6 Energie de GRIFFITH .....	17
I-6-7 Relation entre le FIC et l'énergie de GRIFFITH .....	19

### CHAPITRE II : PROPAGATION DE LA FISSURE ET RUPTURE

<b>II-1 Introduction</b> .....	22
<b>II-2 Initiation de la fissure</b> .....	22
II-2-1 Fissuration par rupture fragile .....	23
II-2-2 Fissuration par rupture ductile .....	23

<b>II-3 Propagation de la fissure de fatigue sous chargement constant</b> .....	23
II-3-1 La loi de PARIS .....	24
II-3-2 Seuil de non propagation .....	24
II-3-3 Equation de NASGROW .....	25
<b>II-4 Propagation de la fissure de fatigue sous amplitudes variables</b> .....	25
II-4-1 Synthèse de Soize .....	26
<b>II-5 Rupture par fatigue - corrosion</b> .....	27
<b>II-6 La résistance résiduelle</b> .....	27
<b>II-7 Les dommages sur multiples emplacements 'MSD'</b> .....	28
<b>II-8 Essais sur lap-joint avec MSD</b> .....	29
<b>II-9 Charges appliquées sur le lap-joint</b> .....	33
II-9-1 Effort de recourbement ou 'BENDING STRESS' .....	33
II-9-2 Effort à distance ou 'REMOTE STRESS' .....	34
II-9-3 Effort d'écrasement ou 'BEARING STRESS' .....	34
<b>II-10 Longueur critique de la fissure</b> .....	35
<b>II-11 Facteurs de corrections</b> .....	35
<b>II-12 Les facteurs de corrections « BOWIE et PERIODIC »</b> .....	38
<b>II-13 Durée de vie et tolérance aux dommages</b> .....	39
<b>II-14 Calcul de la durée de vie et des intervalles d'inspections</b> .....	40
<b>II-15 Exemple de durée de vie de quelques avions AIRBUS A300</b> .....	40

### CHAPITRE III : LOGICIELS DE SIMULATION

<b>III-1 Présentation des logiciels</b> .....	42
<b>III-2 CASCA</b> .....	42
<b>III-3 Exemple d'utilisation de CASCA</b> .....	43
<b>III-4 FRANC2d/L</b> .....	46
<b>III-5 AFGROW</b> .....	46
III-5-1 Processus de fonctionnement AFGROW - EXCEL .....	47
<b>III-6 Évaluation des logiciels AFGROW et FRANC2D/L</b> .....	48
III-6-1 Etudes du comportement d'un lap-joint avec MSD et effet de corrosion .....	48
III-6-2 Modélisation et analyse en éléments finis .....	49
III-6-3 Analyse de la propagation de la fissure .....	50
III-6-4 Discussion .....	50
III-6-5 Analyse d'un spécimen de lap-joint avec MSD .....	50
III-6-6 Données de l'essai .....	51
III-6-7 Modélisation et analyse en éléments finis .....	51
III-6-8 Analyse de la propagation de la fissure .....	52
III-6-9 Conclusion .....	53
<b>III-7 NASGROW</b> .....	54

## CHAPITRE IV : ORGANIGRAMMES, RESULTATS ET INTERPRETATION

<b>IV-1 Organigrammes de l'algorithme de calcul</b> .....	56
IV-1-1 Organigramme du calcul des longueurs critiques de fissures .....	56
IV-1-2 Organigramme du calcul de la propagation de la fissure .....	57
IV-1-3 Organigramme du calcul du programme d'inspection	
a) Pour le cas d'une fissure .....	58
b) Pour le cas MSD .....	59
<b>IV-2 Présentation du cas étudié</b> .....	60
IV-2-1 Données du problème .....	60
<b>IV-3 Calcul des paramètres</b> .....	61
IV-3-1 Calcul de la longueur critique .....	61
IV-3-2 Calcul de la résistance résiduelle .....	61
IV-3-3 Calcul des facteurs d'intnsité de contraintes	61
IV-3-4 Calcul de la marge de sécurité .....	62
IV-3-5 Evaluation du programme d'inspection .....	62
<b>IV-4 Résultats et interprétations</b> .....	63
IV-4-1 Propagation de la fissure .....	63
IV-4-2 Variation de la résistance résiduelle .....	64
IV-4-3 Variation de la marge de sécurité .....	65
IV-4-4 Variation des FIC	66
<b>IV-5 Etude comparative</b> .....	67
IV-5-1 Comparaison de l'évolution des fissures .....	67
IV-5-2 Comparaison entre les résistances résiduelles .....	68
IV-5-3 Comparaison entre les marges de sécurité .....	69
IV-5-4 Comparaison entre les FIC .....	69
<b>IV-6 Programme d'inspection</b> .....	70
<b>IV-7 Résumé</b> .....	71

## CONCLUSION

## ANNEXES

<b>ANNEXE I: Définitions</b> .....	i
<b>ANNEXE II: Tableaux utiles</b> .....	iv
<b>ANNEXE III: Notions</b> .....	x

# LISTE DES FIGURES

## CHAPITRE I

Figure I-1 : Fuselage en construction de l'airbus A380 .....	1
Figure I-2 : Principaux composants du fuselage .....	1
Figure I-3 : Type de raidisseurs .....	2
Figure I-4 : Lap-joint .....	3
Figure I-5 : Photo d'un panneau .....	3
Figure I-6 : Photo de la rupture d'un panneau après propagation critique de plusieurs fissures .....	4
Figure I-7 : Evaluation de la ténacité .....	6
Figure I-8 : Courbe de Wöhler .....	6
Figure I-9 : Types de chargements .....	7
Figure I-10 : Rupture par clivage .....	12
Figure I-11 : Modes d'ouverture .....	13
Figure I-12 : Contraintes près de l'extrémité d'une fissure .....	13
Figure I-13 : Définition des axes (x,y) et des coordonnées (r,θ) au voisinage de l'extrémité d'une fissure .....	15
Figure I-14 : Modes de sollicitation .....	16
Figure I-15 : Contrainte $\sigma_{yy}$ ( $\theta = 0$ ) perpendiculaire au plan de fissuration .....	17
Figure I-16 : Fissure sollicitée en mode I .....	19

## CHAPITRE II

Figure II-1 : Chargement aléatoire .....	22
Figure II-2 : Fissuration -(a) fragile, (b) ductile- .....	23
Figure II-3 : Allure de la variation de la résistance résiduelle .....	27
Figure II-4 : Butt-joint avec MSD .....	28
Figure II-5 : Lap-joint testé .....	29
Figure II-6 : Effort de traction et de recourbement en fonction de l'effort Remote .....	30
Figure II-7 : Illustration des effets majeurs subis par le lap-joint .....	30
Figure II-8 : Propagation de plusieurs fissures simultanément .....	31
Figure II-9 : Configuration de l'évolution des fissures .....	31
Figure II-10 : Décroissance de la résistance résiduelle en fonction de la fragilisation du lap-joint .....	32
Figure II-11 : Déchirure d'une plaque après propagation critique de plusieurs fissures .....	33
Figure II-12 : Pressurisation du fuselage .....	33
Figure II-13 : L'effort à distance .....	34
Figure II-14 : L'effort d'écrasement .....	34
Figure II-15 : Fissure elliptique .....	37
Figure II-16 : Facteur de correction BOWIE .....	38
Figure II-17 : Facteur de correction PERIODIC .....	38
Figure II-18 : Durée de vie avant première réparation de la flotte d'Airbus .....	40
Figure II-19 : Développement de la flotte d'Airbus .....	41

### CHAPITRE III

Figure III-1 : Interface de CASCA .....	42
Figure III-2 : Exemple d'une structure modélisée sous CASCA .....	43
Figure III-3 : (a) subdivision en zones, (b) discrétisation des arrêtes (c) génération de maillage .....	43
Figure III-4 : Traçage d'un arc .....	44
Figure III-5 : traçage de la structure .....	44
Figure III-6 : Subdivision en régions .....	44
Figure III-7 : Discrétisation .....	45
Figure III-8 : Génération de maillage .....	45
Figure III-9 : Interface du logiciel AFGROW .....	47
Figure III-10 : Lap-joint étudié .....	48
Figure III-11 : Propagation de la fissure calculée par AFGROW .....	50
Figure III-12 : Configuration du spécimen par le NRC .....	51
Figure III-13 : Courbe de prédiction de la propagation de la fissure des lap-joint non corrodés .....	53
Figure III-14: Courbe de prédiction de la propagation de la fissure des lap-joint corrodés .....	53
Figure III-15 : Deux fissures radiales émanant d'un trou .....	54
Figure III-16 : Fissure non radiale, et élément subissant un effort de traction et un moment de flexion .....	54
Figure III-17 : Modélisation en 3D d'un panneau .....	55

### CHAPITRE IV

Figure IV-1 : Lap-joint étudié .....	60
Figure IV-2 : Propagation de la fissure en fonction des cycles .....	63
Figure IV-3 : Variation de la résistance résiduelle en fonction des cycles .....	64
Figure IV-4 : Variation de la marge de sécurité en fonction des cycles .....	65
Figure IV-5 : Variation des facteurs d'intensité de contrainte en fonction de la propagation des fissures .....	66
Figure IV-6 : Comparaison entre la propagation d'une fissure et de plusieurs fissures en fonction des cycles .....	67
Figure IV-7 : Comparaison de la variation de la résistance résiduelle en fonction des cycles ..	68
Figure IV-8 : Comparaison de la variation de la marge de sécurité en fonction des cycles ----	69
Figure IV-9 : Comparaison de la variation des FIC en fonction des cycles .....	69

# **LISTE DES TABLEAUX**

## **CHAPITRE I**

Tableau I-1 : comparaison quantitative entre différent matériaux .....	5
--	---

## **CHAPITRE II**

Tableau II-1 : Données de l'essai .....	29
Tableau II-3 : Exemple de facteurs de correction dans le calcul des FIC .....	37

## **CHAPITRE III**

Tableau III-1 : Données du problème .....	49
Tableau III-2 : Résultats des FIC et des Bêta .....	49
Tableau III-3 : Résultats des deux scénarios .....	52

## SYMBOLES & ABREVIATIONS

### Symboles :

- a : longueur de la fissure.
- acr : longueur critique dans le cas d'une fissure.
- atol : longueur tolérée de la fissure dans le cas d'une fissure
- Ccr : longueur critique de la fissure dans le cas de plusieurs fissures.
- Ctol : longueur tolérée de la fissure dans le cas de plusieurs fissures
- C : constante de l'équation de PARIS.
- D : diamètre d'un trou.
- E : module de YOUNG.
- G : énergie de GRIFITTH
- KI : facteur d'intensité de contrainte en mode I.
- KII : facteur d'intensité de contrainte en mode II.
- KIII : facteur d'intensité de contrainte en mode III.
- Kc : ténacité d'un matériau en contrainte plane
- Kic : ténacité d'un matériau en déformation plane
- n ou m : constante de l'équation de PARIS.
- N : nombre de cycles.
- P : pas entre rivets.
- R : rapporte de contrainte ( $R = \sigma_{min} / \sigma_{max}$ )
- rp : longueur de la zone plastique.
- u : déplacement.
- $\beta$  : facteur de correction.
- $\delta$  : résistance résiduelle.
- $\Delta a$  : variation de la fissure.
- $\Delta K_s$  : valeur seuil de l'initiation de la fissure.
- $\Delta U$  : L'énergie dépensée lors de la propagation de la fissure sur la longueur  $\Delta a$ .
- $\Delta W_{elast}$  : La variation d'énergie élastique (emmagasinée).
- $\Delta W_{ext}$  : La variation d'énergie appliquée (due aux forces extérieures).
- w : largeur d'un lap-joint.
- $\nu$  : coefficient de poisson.
- $\sigma_a$  : amplitude de contrainte.
- $\sigma_{GS}$  : effort de traction.
- $\sigma_{BS}$  : effort d'écrasement.
- $\sigma_m$  : contrainte moyenne.

### Abréviations :

- FIC : Facteur d'Intensité de Contrainte.
- MDR : Mécanique De la Rupture.
- MSD : Multi Site Damage '(endommagement sur multi site)'
- MS : Marge de Sécurité.

# INTRODUCTION

## **INTRODUCTION:**

L'avion est le moyen de transport le plus sûr avec un indice de sécurité de  $10^{-6}$  c'est-à-dire une moyenne d'un accident chaque million de vol. Cette sécurité n'est pas le fruit du hasard, mais plutôt le résultat des études et des moyens investis pour éviter toute panne ou anomalie brusque qui pourrait causer des catastrophes.

L'attention est surtout portée sur les composants principaux dont la rupture mettrait sérieusement l'avion en danger, à savoir les moteurs, les ailes, les trains d'atterrissage, et puis le fuselage qui représente la partie la plus importante en terme de masse et de volume. Comme toute structure métallique, cette partie de l'avion est confrontée à un problème majeur dû aux chargements cycliques: la fissuration.

La fissure est un ennemi de taille qui a suscité une science pour lutter contre elle. La mécanique de la rupture est cette science qui étudie le comportement de l'initiation et la propagation de la fissure pour mieux prévenir les dangers. Griffith fut le pionnier de cette science, qui en 1920 a commencé à établir les premiers principes. Irwin a suivi ses démarches et établi de nouvelles lois qui prenaient en compte d'autres paramètres.

Le 28 avril 1988 un accident particulièrement spectaculaire a révolté le comité aéronautique. C'est l'accident du Boeing 737 d'Aloha Airlines. Une importante partie du fuselage s'est déchirée laissant la coque à ciel ouvert.

Cet avion a été construit en 1969 et, au moment des faits, en était à 35496 heures de vols et à 89680 cycles 'décollage/atterrissage'. L'accumulation des 'pressurisations /dépressurisations' avait affaibli le fuselage.

Une étude faite par des spécialistes, révéla que tout a commencé à cause d'une fissure. Lors de l'examen du revêtement de l'avion, on observa de nombreuses fissures de fatigue le long des rivets ainsi que de la corrosion légère le long des jointures. Ces observations ont précipité les ingénieurs à se pencher d'avantage sur les problèmes liés aux fissures et à leurs comportements.

Après cet accident, plusieurs études expérimentales ont été menées sur des structures fragilisées par des trous, et par la présence de plusieurs fissures. Par la suite, des logiciels ont été élaborés pour simuler l'évolution de la propagation des fissures, et pour avoir ainsi une vision proche de la réalité pour mieux prévenir les dégâts.

En se basant sur ces travaux, nous avons étudié l'évolution de plusieurs fissures, et la durée de vie d'une partie d'un panneau du fuselage, dite « lap-joint », fragilisée par le rivetage. Nous avons élaboré un programme, et à travers les résultats obtenus, nous avons pu déterminer sa durée de vie et les intervalles d'inspections.

Cette étude est exposée en quatre chapitres. Dans le premier chapitre, des notions et des concepts fondamentaux relatifs à la fatigue et à la mécanique de la rupture, sont présentés.

Dans le deuxième chapitre, nous avons introduit les fissures et les variations des caractéristiques qui dépendent de l'évolutions des fissures, à savoir la résistance résiduelle, les facteurs d'intensité de contraintes, la marge de sécurité, et la durée de vie qui dépend de la longueur critique.

Le troisième chapitre expose quelques logiciels de simulations, utilisés par de grande firme tel que la NASA. Des exemples d'utilisation de ces logiciels, ainsi que les résultats que nous avons pu obtenir, sont aussi exposés.

Quant au quatrième chapitre, il contient des organigrammes du programme que nous avons établi sous FORTRAN, les résultats que nous avons obtenus ainsi que leurs interprétations, et un programme d'inspection pour maintenir l'avion en bon état de navigabilité.

# Résumé

### **Résumé**

Dans cette thèse, nous avons étudié le comportement d'un lap-joint en présence de criques multiples (MSD), la propagation des fissures de fatigue, la résistance résiduelle, les facteurs d'intensité de contraintes, la marge de sécurité et la durée de vie en fatigue. Pour cela, nous avons modélisé le phénomène en se basant sur la mécanique de la rupture linéaire et en adoptant l'approche de la tolérance aux dommages. Nous avons ensuite écrit un programme en Fortran 90 qui permet de faire cette analyse et proposer en conséquence un programme adéquat d'inspection en fonction de la durée de vie en fatigue calculée.

### **Summary**

In this thesis, we have studied the behaviour of a lap-joint with multi-sites damage "MSD", the fatigue crack growth, the residual strength, the stress intensity factors, the safety margin and fatigue life of the lap-joint. The problem was modeled using the linear fracture analysis approach and the damage tolerance analysis philosophy. A software program was written in fortran 90 language in order to do the analysis and propose an inspection program based on a calculated fatigue life of the structure.

# CHAPITRE I

## CONCEPTS FONDAMENTAUX

### I-1 Conception du fuselage :

Le fuselage, principal élément de la structure, en terme de masse et de volume, est aujourd'hui l'un des enjeux majeurs des évolutions matériaux/procédés. En effet, les rivets, bien que le plus souvent en aluminium, représentent aujourd'hui la part la plus importante de la masse du fuselage. La suppression de ces rivets est donc un enjeu de taille pour les nouvelles générations d'appareils.

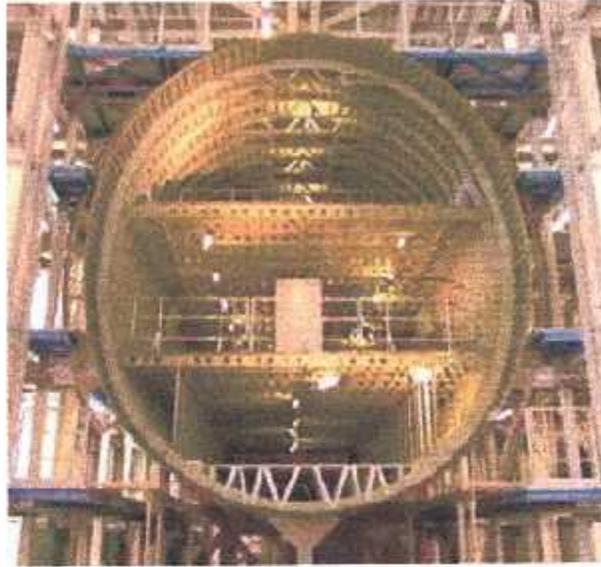


Figure I-1 : Fuselage en construction de l'airbus A380

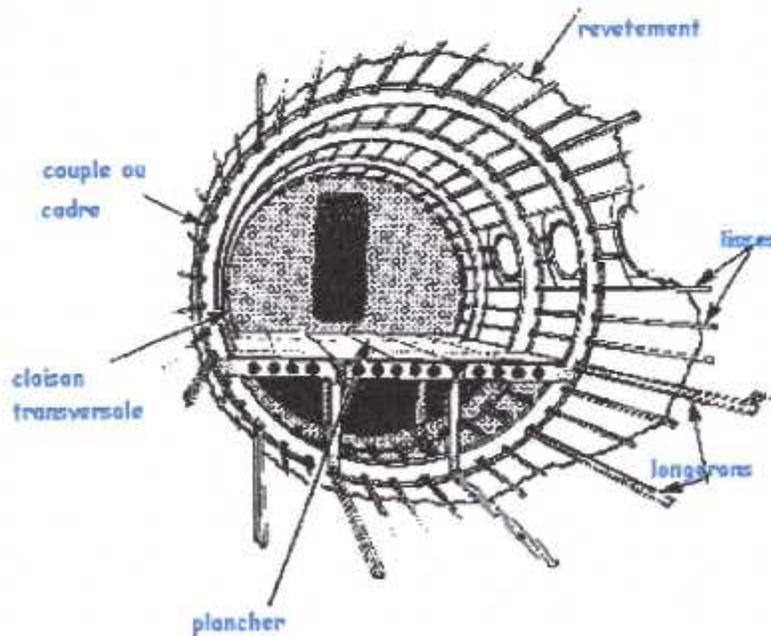


Figure I-2 : Principaux composants du fuselage

Sur le fuselage, l'alliage 2024 (aluminium-cuivre) a longtemps été le seul matériau utilisé. Mais les exigences croissantes des avionneurs et le développement des composites organiques ont changé la donne. De nouveaux alliages se positionnent en présentant une tolérance aux dommages améliorés tel le 2524 récemment industrialisé sur le fuselage du Boeing 777. Le Glare se présente également comme un successeur et devrait apparaître pour la première fois dans le fuselage d'un avion dès le lancement de l'A380.

Le fuselage contient des parties de structure secondaires, qui ne sont pas utilisées sous des conditions particulièrement contraignantes. Pour ces parties, on essaye surtout de gagner du poids en utilisant des matériaux composites. *Le plancher*, par exemple, est souvent un panneau sandwich.

La structure du fuselage est étudiée par les constructeurs de façon à répondre à de nombreuses exigences techniques. Le fuselage d'un avion est soumis au cours du vol à de multiples et nombreux efforts :

- Efforts de flexion (verticale et horizontale)
- Efforts de torsion
- Efforts de pressurisation
- Efforts localisés (impact à l'atterrissage)

La structure est constituée de cadres soit usinés, appelés cadres forts, soit pliés ou encore tollés reliés par des lisses, et des pièces de renforts notamment dans les zones où les efforts sont importants. Le tout est recouvert par un revêtement qui, entre autre, transmet les charges aux cadres et aux raidisseurs.

### I-1-1 Les raidisseurs :

Appelés aussi lisses, se sont des barres, en forme de 'U' de 'T' ou de 'J', installées longitudinalement tout au long de la structure, ils servent à attacher les lap-joint et les butt-joint. Ils ont pour rôle aussi de renforcer la résistance à la flexion du revêtement.



Figure I-3 : Type de raidisseurs

### I-1-2 Le couple ou cadre :

C'est des barres qui donnent la forme transversale de la structure du fuselage. Ils supportent les lap-joint et renforcent la résistance à la flexion.

## I-2 Procédés d'assemblage :

### I-2-1 Lap-joint :

Le revêtement de la structure est constitué de plusieurs plaques de tôles. De point de vue transversal, les tôles se chevauchent au niveau de leur extrémité. Les deux tôles sont au niveau de cette surface rivetées par deux ou trois rangées de rivets de type fraisés. Ce type d'assemblage est appelé en terme anglo-saxon Lap-joint.

L'utilisation des rivets comme élément d'assemblage est due à leurs fiabilités contrairement à la soudure qui est imprévisible de point de vue comportement sous chargement. On utilise pour les lap-joint les rivets fraisés pour garder la forme aérodynamique du fuselage et éviter la création de trainée supplémentaire.

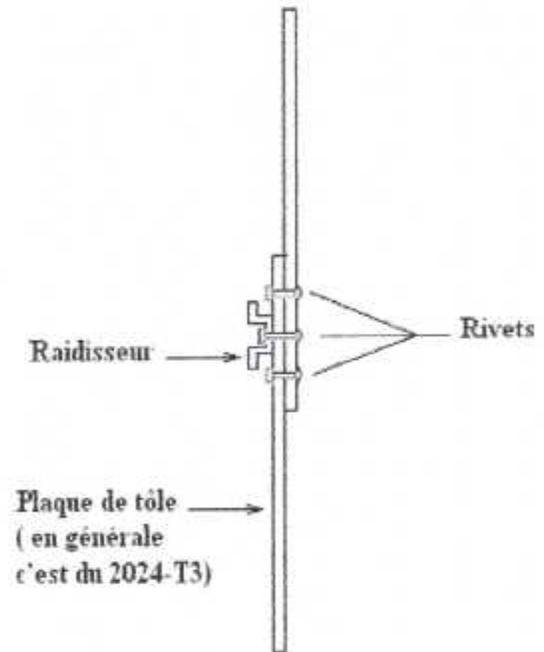


Figure I-4: Lap-joint

### I-2-2 Butt-joint:

Ce procédé est utilisé longitudinalement, les lap-joint sont assemblés bout à bout en ajoutant une plaque interne, de la même nature que le revêtement, au niveau de la jointure pour assembler les deux tôles et garder l'aspect aérodynamique.

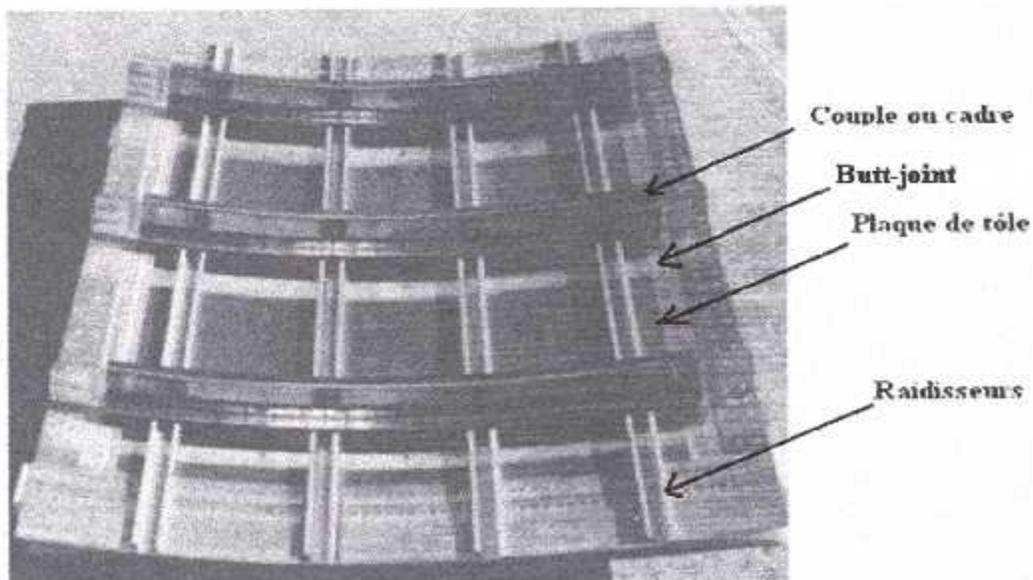


Figure I-5 : Photo d'un panneau

### **I-3 Notion de la fatigue :**

La détérioration par fatigue apparaît lorsqu'un matériau est soumis à des contraintes cycliques. Pour des amplitudes qui peuvent être bien plus inférieures à la limite élastique, une rupture survient au bout d'un certain nombre de cycles. La courbe donnant cette durée de vie en fonction de l'amplitude des contraintes, est appelée courbe de Wöhler.

La répartition des durées de vie pour une amplitude de contrainte donnée ne suit pas une loi normale (d'après [11]). Aux fortes contraintes, la loi est log-normale. Au contraire, pour un nombre de cycles, à la rupture, donné, la répartition des amplitudes de contrainte suit une loi normale.

La rupture en service de pièces soumises à des efforts de fatigue, en grand nombre de cycles, est la préoccupation constante de toutes les industries utilisant le métal. Cette rupture peut être brutale et catastrophique (Figure I-6), c'est pourquoi ces éléments sont étudiés minutieusement et avec beaucoup de précision. 50 à 90% des défaillances des systèmes mécaniques sont associées au phénomène de fatigue (d'après [13]).



**Figure I-6 :** Photo de la rupture d'un panneau après propagation critique de plusieurs fissures

#### *Exemple de pièces sollicitées en fatigue :*

Pour l'industrie automobile on peut citer le vilebrequin, la bielle, les pignons. Pour l'industrie aéronautique les aubes de turbines et de compresseurs, les trains d'atterrissage, les ailes, le fuselage.

Le cycle de contrainte est caractérisé par son amplitude  $\Delta\sigma$ , la contrainte maximale  $\sigma_{\max}$ , la contrainte minimale  $\sigma_{\min}$ , la contrainte moyenne  $\sigma_m$  et le rapport  $R = \sigma_{\min} / \sigma_{\max}$ . Ces paramètres sont liés par la loi :

$$\Delta\sigma = \sigma_{\max} (1 - R) \quad (I-1)$$

Beaucoup d'essais industriels sont réalisés sur des machines de flexion rotative pour laquelle  $R = -1$ . La contrainte est dite alternée dans ce cas. Le cycle de contrainte répété est également souvent utilisé avec  $R = 0$ .

Bien entendu, en pratique il est rare que les sollicitations cycliques soient parfaitement régulières. Elles présentent souvent un caractère aléatoire qui joue sur le comportement.

### I-3-1 Notions de base [16]:

**Rigidité** : la rigidité est fonction de l'intensité des liaisons qui existent entre les atomes ou les molécules constitutives d'un matériau.

**Résistance** : la résistance caractérise la contrainte maximale qu'un matériau peut supporter avant de se rompre. La résistance d'un matériau est fonction bien entendu de l'intensité de ses liaisons atomiques ou moléculaires, mais elle peut également dépendre de l'influence de certains paramètres extérieurs, comme la forme des pièces ou les défauts qui y sont présents (fissures, dislocations).

**Ductilité** : la ductilité est la propriété grâce à laquelle un matériau peut se déformer de façon permanente avant de se rompre. Elle facilite donc la mise en forme du matériau à l'état solide. Dans les solides cristallins, la ductilité est due au déplacement des dislocations.

**Ténacité** : la ténacité est la résistance d'un matériau à une propagation brutale des fissures, et donc à une rupture brutale.

Les corrélations entre ces propriétés fondamentales ne sont pas évidentes comme le montre le tableau (I-1), extrait du document [16], qui présente une comparaison quantitative des propriétés de plusieurs matériaux naturels et synthétiques.

Matériau	Rigidité	Résistance	Ténacité
Biscuit	Faible	Faible	Faible
Nylon	Faible	Moyen	Fort
Bois	Moyen	Moyen	Moyen
Verre	Moyen	Moyen	Faible
Céramique	Fort	Moyen	Faible
Acier	Fort	Fort	Fort
Aluminium	Moyen	Moyen	Fort
Os	Moyen	Moyen	Fort

Tableau I-1 : comparaison quantitative entre différent matériaux

### I-3-2 Evaluation de la ténacité [16]:

L'évaluation de la ténacité peut se faire suivant diverses manières, selon les matériaux et le type d'éprouvettes.

L'une des méthodes les plus simples est de calculer l'aire qui se trouve sous la courbe qui décrit la déformation par rapport à la contrainte (figure I-7 -a- et -b-).

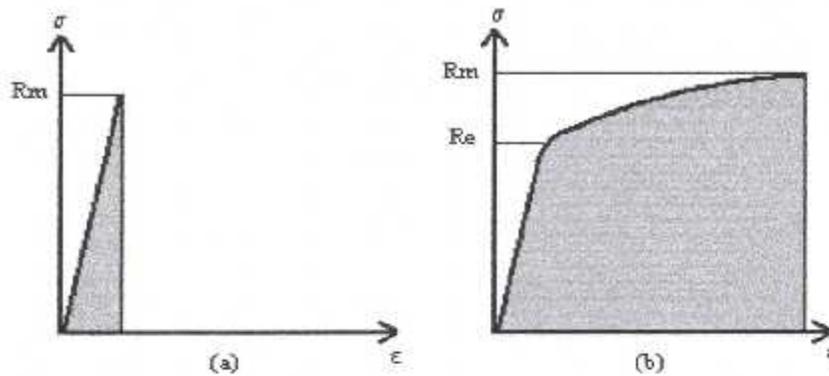


Figure I-7 : Evaluation de la ténacité  
a) d'un matériau fragile, b) d'un matériau ductile à consolidation linéaire

### I-3-3 Grandeurs importantes :

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} \quad \text{Rapport de contrainte} \quad (I-2)$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \quad \text{Amplitude} \quad (I-3)$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} \quad \text{Contrainte moyenne} \quad (I-4)$$

### I-3-4 La courbe de WOHLER [15] :

Pour des amplitudes qui peuvent être bien plus inférieures à la limite élastique, une rupture survient au bout d'un certain nombre de cycles. La courbe donnant cette durée de vie, portée en abscisse, en fonction de l'amplitude des contraintes est appelée courbe de Wöhler qui avait étudié ce phénomène au XIX<sup>e</sup> siècle, (courbe S.N. en anglais). elle présente souvent une asymptote horizontale appelée limite d'endurance.

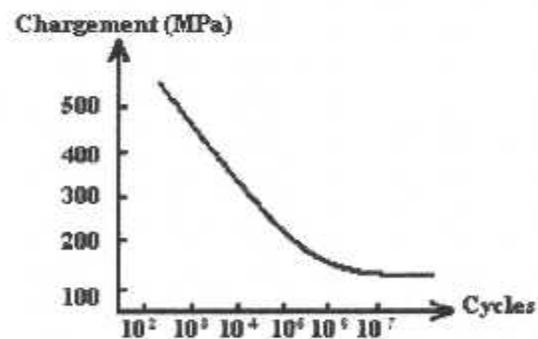
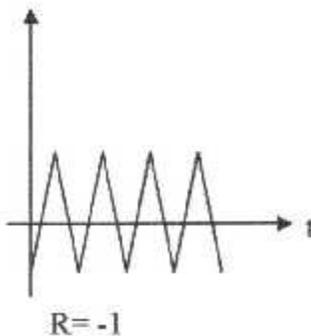


Figure I-8 : Courbe de Wöhler

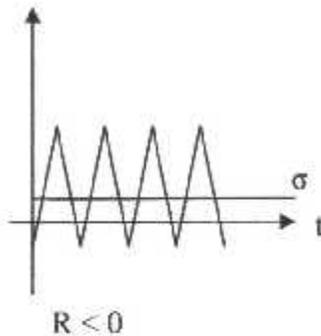
Les résultats des essais de fatigue sont distribués de façon statistique, de sorte qu'on peut définir des courbes correspondants à des probabilités de rupture données selon l'amplitude des contraintes et le nombre de cycles. Cette variation statistique semble être une caractéristique des matériaux, impossible à déduire, même en prenant de grandes précautions pour améliorer les essais.

I-3-5 Différents types de chargements :

Chargements  
alternés  
symétriques :



Chargements  
répétés  
asymétriques :



Chargements  
ondulés :

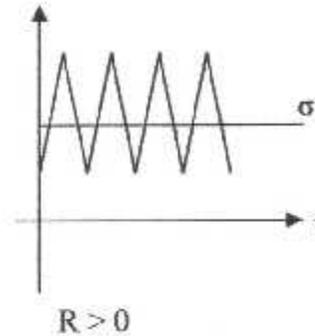


Figure I-9 : Types de chargement

Ces différents types de chargements peuvent tous causer des dégâts importants sur la pièce et sur la machine, le plus simple étant la rupture induite par une sollicitation externe alternée symétrique. Si les contraintes résiduelles existent dans le matériau, celles-ci vont se superposer à des contraintes externes. Ces sollicitations peuvent également être combinées avec d'autres sollicitations comme le fluage ou la fatigue thermique engendrée par une variation de température. Le fait de solliciter le matériau dans un environnement corrosif ou fragilisant accélère le phénomène de ruine. On peut également citer les cas comme la fatigue de contact « fretting fatigue ».

La structure est d'autant plus fragilisée en présence de trous donc de concentrateurs de contraintes. Les plaques rivetées connaissent ce genre de problème, tel est le cas des lap-joints, où il y a présence de plusieurs rangées de rivets. Ce genre d'assemblage, bien que très utilisé pour sa fiabilité, cause le problème de concentration de contrainte et cède plus rapidement aux efforts de fatigue. Il est donc nécessaire de bien étudier ce phénomène et différents aspects sous lesquels il se présente, et prédire le nombre de cycles pendant lesquels la pièce fonctionne sans danger.

De nos jours, il existe des méthodes de préventions lors de la conception qui peuvent donner une évaluation du comportement de la pièce, lorsqu'elle sera soumise à un effort de fatigue, et de sa durée de vie.

I-4 Méthode d'analyse pour prédire la vie en fatigue [21]:

Pour la prévention de la durée de vie en fatigue d'un lap-joint, les points suivants doivent être étudiés :

- Analyse de la contrainte locale et globale
- Analyse du comportement élastique d'un trou de rivet soumis à un chargement

- Analyse des FIC 'Facteurs d'Intensité de Contraintes', ou SIF « STRESS INTENSITY FACTORS » en anglais, au niveau des trous critiques
- Analyse de la fatigue basée sur la MDR et la théorie des petites fissures.
- Analyse de la résistance résiduelle basée sur l'analyse non linéaire de la MDR.

#### 1-4-1 Variations dans la structure en fatigue :

Pour une approche à la tolérance aux dommages, des fonctions déterminantes telles que la fonction de la résistance résiduelle, le spectre de charges et la courbe de la propagation de fissures, sont fondamentales pour une prédiction précise. Ces fonctions sont obtenues par une analyse de la mécanique de la rupture qui utilise les éléments finis et les méthodes d'analyse de la propagation de la fissure.

Les fonctions citées ci-dessus sont aussi utilisées dans l'évaluation du risque et de la fiabilité de la structure qui est une extension de l'analyse de la tolérance au dommage. Cette extension prend en compte l'effet stochastique et la variation des propriétés en fatigue en utilisant des méthodes de probabilité. Pour évaluer la fiabilité de la structure et de ses composants, une évaluation de la variation des paramètres suivants est nécessaire (ces paramètres sont extraits du document [21]) :

- La variation des propriétés du matériau. Cette variation est définie par trois points essentiels :

- Variation de la rigidité du matériau : les paramètres les plus influents sur cette variation sont la résistance résiduelle  $\sigma_{r,s}$  et la ténacité du matériau  $Kc$  ou  $Kic$
- Variation de la ténacité : Le coefficient de dureté du matériau est difficile à déterminer, et les quelques uns tabulés sont rares à cause du nombre réduit de spécimens testés, de ce fait des distributions statistiques sont utilisées pour étudier l'influence de la ténacité.

**Remarque :** aux états unis des modèles statistique on été établis pour prédire la courbe de référence de la ténacité « Charpy data ».

- Distribution bimodale dans les propriétés du matériau : cette distribution est utilisée lorsque la distribution simple n'est pas suffisamment représentative de la variation. C'est une technique de probabilité qui utilise des fonctions de densité pour étudier l'évolution de la fiabilité. D'après le document [21], l'équation suivante donne la forme généralisée de la technique:

$$f_T(x) = P_1 \cdot f_1(x) + P_2 \cdot f_2(x) = \sum_{n=1}^N P_n \cdot f_n(x) \quad (I-5)$$

- Fissure initiale :

Certaines pièces présentent des défauts de fabrication tels que des rugosités, des éraflures de surface, ou des soudures mal au point, qui peuvent favoriser la propagation de la fissure et en conséquence la durée de vie de la structure qui subit des cycles en fatigue diminue. Ces défauts doivent être connus mais les méthodes NDT qui existent ne permettent pas de déterminer avec précision les caractéristiques du défaut et de la fissure

initiale. D'un autre côté, il a été remarqué que les défauts de fabrication ne représentent pas tous un site favorisant le début de la fissure, en conséquence deux concepts ont été développés et prouvés pour être utilisés comme outils de prédiction de la durée de vie des structures des avions. Ce sont :

- la taille du défaut initial équivalente (*Equivalent Initial Flaw Size* « EIFS »)
  - la distribution du temps de l'initiation de la fissure (*Distribution of time-to-crack initiation* « TTCI »)
- EIFS : c'est une taille de fissure initiale artificielle dérivée par la distribution des fissures dues à la fatigue. Leur distribution est déterminée par extrapolation. Les fissures détectées durant l'inspection ou celles obtenues sur des spécimens en laboratoire peuvent être prises comme EIFS.
  - TTCI : le temps de l'initiation de la fissure est défini comme étant le temps qui s'écoule entre le premier chargement en fatigue de la structure ou un de ses composants jusqu'à l'apparition de la fissure. Le TTCI peut être observé et déterminé expérimentalement. La taille de la fissure de référence est généralement déterminée en prenant des fissures détectables par les méthodes NDT. Trois paramètres sont utilisés pour caractériser le TTCI :  $\alpha$  = paramètre de forme,  $\beta$  = paramètre scalaire,  $\varepsilon$  = limite inférieure de  $T$  où  $T = \text{TTCI}$ . Ils sont donnés sous forme d'équation [21]:

$$F_T(t) = P[T \leq t] = 1 - \exp\left[-\left(\frac{t - \varepsilon}{\beta}\right)^\alpha\right]; \quad t \geq \varepsilon \quad (\text{I-6})$$

Les 3 paramètres sont déterminés expérimentalement.

**Remarque :** Le TTCI ne peut pas être considéré comme la distribution de type de matériau contrairement au EIFS, car le TTCI est dérivé pour être introduit dans un spectre de test ([21]).

#### I-4-2 Variation du taux de propagation de la fissure :

Plusieurs facteurs peuvent contribuer dans la variation du taux de propagation de la fissure, cependant ils peuvent être classés dans 2 catégories [21]:

- Variation des propriétés du matériau.
- Variation dans les conditions de service.

D'autres variations telles que la variation des données expérimentales, variations environnementales ainsi que la précision des instruments de mesure, ont une influence sur la détermination des données primaires.

#### I-4-3 Modélisation de la propagation stochastique de la fissure :

La fonction qui décrit la propagation de la fissure est très importante dans l'étude de l'évaluation de la fiabilité et la détermination de la taille critique de la fissure.

C'est pourquoi des modèles de taux de propagation de fissures stochastiques issus de recherches multiples sont élaborés et donnent de bonnes approximations, d'après [21].

Un modèle de processus aléatoire général a été établi par YAN dont l'approximation est extrêmement fictive pour une propagation de fissures à partir d'un trou d'attache. Ce modèle est donné, selon [21], sous l'équation suivante :

$$\frac{da(t)}{dt} = X(t)Qa(t)^b \quad (I-7)$$

Où « a » est la longueur de la fissure, « t » le temps de vol, « da/dt » le taux de propagation de la fissure, « Q » et « b » des constantes qui dépendent du matériau et du spectre de chargement, et « X (t) » le processus stochastique dont la moyenne est égale à l'unité.

YAN a aussi donné un modèle de probabilité de propagation de la fissure pour les éléments de moteur qui subissent un chargement d'amplitude constante ou un spectre de chargement de type bloc. Le modèle est donné par l'équation suivante :

$$\log\left(\frac{da}{dN}\right) = C_1 \sinh[C_2 (\log(\Delta K) + C_3)] + C_4 + Z(X) \quad (I-8)$$

Où «  $\Delta k$  » est la portée de l'intensité de contrainte, « da/dt » le taux de propagation de la fissure, « C1 » une constante du matériau, « C2, C3 et C4 » sont respectivement des fonctions de la température T, fréquence de chargement v, et le rapport de contrainte R. « Z(X) » est un paramètre aléatoire de moyenne égale à zéro.

#### I-4-4 Probabilité de détection « POD » 'Probability Of Detection' :

En adoptant une philosophie de tolérance aux dommages et de FAIL-SAFE, une taille de fissure qui représente 0.90 de probabilité d'être détectée avec 95% d'assurance est prédéfinie lors des inspections ([21]). Ces valeurs sont quelque peu aléatoires mais assurent un maximum de sécurité.

Il est difficile d'avoir des probabilités d'approche car la fonction POD doit être entièrement définie à cause de l'impact que représente son choix lors de l'inspection. Le choix des POD diffère d'une méthode CND à une autre. Les fonctions des POD sont tabulées sous forme de courbes et définies pour chaque méthode CND, mais l'obtention des fonctions POD représentatives reste difficile, c'est pourquoi une fonction nommée 'Log-Odds' a été développée pour approximer la fonction POD, cette fonction est sous la forme suivante [21]:

$$F_D(a) = POD(a) = \left\{ 1 + \exp\left[-\frac{\pi}{\sqrt{3}} \left( \frac{\ln(a - a_{\min}) - \mu}{\sigma} \right) \right] \right\}^{-1} \quad (I-9)$$

Où « a » est la taille de la fissure, «  $\mu$  » le logarithme naturel de la moitié de la taille de la fissure détectable «  $a_{50}$  » moins le minimum détectable «  $a_0$  » ou «  $a_{\min}$  » ( $\mu = \log(a_{50} - a_{\min})$ ), et «  $\sigma$  » est un paramètre scalaire.

### I-4-5 Méthodologie de l'analyse de la fiabilité :

Il existe plusieurs paramètres stochastiques dus à la fatigue qui influent sur l'évaluation de la fiabilité d'une structure d'aéronef. Un modèle de probabilité approprié doit prendre en compte tous ces paramètres.

Des méthodes d'analyse de probabilité sont développées et utilisées pour l'évaluation de la probabilité de défaillance. Parmi ces méthodes, trois sont le plus généralement utilisées (Ces méthodes sont détaillées dans l'annexe III, § AIII-3. extraits de [21]) :

- Interface Force-Charge.
- Technique de fiabilité conditionnelle.
- Simulation de Monté Carlo.

### I-5 Notion de la mécanique de la rupture:

#### I-5-1 Aperçu historique de la rupture :

Les premiers essais de rupture ont été menés par Léonard de Vinci qui a montré que la résistance à la traction de fils de fer variait inversement avec sa longueur. Ces résultats suggéraient que les défauts contenus dans le matériau contrôlaient sa résistance ; plus le volume est important (fil de fer long) plus la probabilité de présence de fissures, par exemple, est importante. Cette interprétation qualitative fût précisée plus tard en 1920 par GRIFFITH qui établit une relation directe entre la taille du défaut et la contrainte de rupture. Selon cette théorie, un défaut devient instable et conduit à la rupture lorsque la variation d'énergie liée à une propagation du défaut atteint l'énergie spécifique du matériau. Cette théorie prédit correctement la relation entre la contrainte de rupture et la taille du défaut dans les matériaux fragiles. Cette théorie ne prend pas en considération la dissipation de l'énergie liée à la plastification qui se développe à l'extrémité d'une fissure.

En 1948 IRWIN proposa une modification de la théorie de GRIFFITH en incluant l'énergie due à la plastification pour que la théorie soit valable pour les matériaux ductiles. Il développa ensuite, en 1956, le concept de taux de restitution d'énergie à partir toujours de la théorie de Griffith mais sous une forme facilement exploitable par les concepteurs de structures. En 1957, s'appuyant sur les travaux de WESTERGRAAD, Irwin montra que les déplacements et les contraintes au voisinage de l'extrémité d'une fissure peuvent être décrits à l'aide d'un paramètre unique qui était relié au taux de restitution d'énergie ; ce paramètre issu de la mécanique linéaire de la rupture, est le facteur d'intensité des contraintes (FIC), ou sous l'appellation anglo-saxon 'SIF' « STRESS INTENSITY FACTOR ».

WELLS, proposa en 1961 le déplacement à fond de fissure - ou CTOD « Crack Tip Opening Displacement » - comme paramètre alternatif à la mécanique linéaire de la rupture ou plus précisément au concept de FIC, lorsque la plastification devient importante comme c'est le cas dans les matériaux très ductiles. On développa par la suite le concept de l'intégrale  $J$  pour mieux décrire la répartition des contraintes dans les zones plastifiées.

### I-5-2 Utilisation de la MDR en conception [19]:

Lors de la conception d'une structure, on se basait jadis sur les principes de la RDM et plus précisément sur la limite élastique du matériau  $\sigma_E$ . La conception actuelle est basée sur la mécanique linéaire de la rupture, une approche utilisant le concept de la ténacité  $K_{IC}$ .

Dans le premier cas, on dimensionne les structures pour que les contraintes appliquées  $\sigma$  restent inférieures à la limite d'élasticité ( $\sigma < \sigma_E$ ). On utilise en général un coefficient de sécurité pour prévenir tout risque de rupture fragile ( $\sigma < \alpha \sigma_E$  avec  $\alpha < 1$ ). Cette approche est à deux variables  $\sigma$  et  $\sigma_E$ ; elle fait abstraction de l'existence d'éventuels défauts sous forme de microfissures.

L'approche basée sur la mécanique linéaire de la rupture est à trois variables : la contrainte appliquée, la ténacité  $K_{IC}$  qui remplace la limite d'élasticité et la taille du défaut.

La mécanique de la rupture se divise en deux parties :

- *La mécanique linéaire de la rupture* : elle s'applique aux matériaux qui obéissent aux lois de HOOK, autrement dit, ceux ayant un comportement élastique.
- *La mécanique non linéaire de la rupture* : s'applique aux matériaux ductiles lorsque le comportement reste toutefois indépendant du temps (pas d'effets dynamiques ou de viscosité, absence de fluage...). Cette notion ne fera pas l'objet de notre étude (cf. § AIII-2 pour plus de détails).

### I-6 La mécanique linéaire de la rupture [19]:

#### I-6-1 Approche atomique de la rupture fragile

La rupture fragile s'accompagne de très peu de déformation plastique. Dans les alliages métalliques, ce type de rupture est soit :

- transgranulaire : rupture par clivage ou par glissement dans un grain.
- intergranulaire : rupture par glissement le long des joints de grains.

L'approche atomique consiste à étudier une rupture par clivage en considérant les forces des liaisons atomiques. Le clivage opère par rupture des liaisons inter atomiques dans une direction perpendiculaire au plan de rupture. La figure (I-10) présente schématiquement ce type de rupture fragile (mode I de rupture).

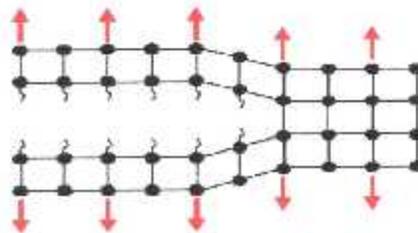
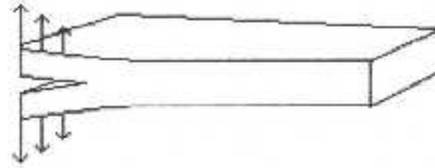


Figure I-10 : Rupture par clivage

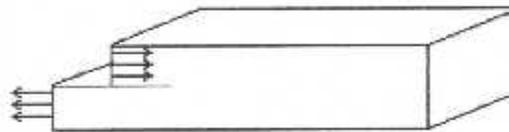
## I-6-2 Modes d'ouverture d'une fissure [15]:

- **Mode I:** Un déplacement des lèvres uniquement suivant  $Oy$ . Ce déplacement est le plus souvent le plus dangereux. Il s'apparente au déplacement produit par une dislocation rectiligne parallèle au fond de la fissure.



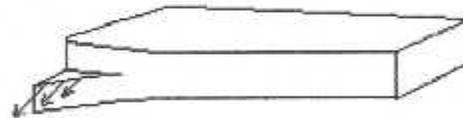
Mode I

- **Mode II:** il est engendré par un cisaillement dans le plan de la fissure et parallèle à l'axe  $Ox$ . Il s'apparente au déplacement produit par une dislocation rectiligne parallèle au front de la fissure.



Mode II

- **Mode III:** il est produit par un cisaillement antiplan, situé dans le plan de la fissure  $Oxz$  et parallèle à l'axe  $Oz$ . Il s'apparente d'un déplacement produit par une dislocation vis parallèle au front de la fissure.



Mode III

Figure I-11 : Modes d'ouverture

**Remarque :** Le mode III est résolu par une représentation 2D antiplane, tandis que les deux autres modes sont résolus par une analyse 2D en contrainte ou déformation plane.

## I-6-3 Concept du facteur d'intensité de contraintes 'FIC':

La figure (I-12) représente schématiquement les contraintes sur un élément centré sur un point  $M$  repéré par les coordonnées polaires  $r, \theta$  par rapport à une extrémité d'une fissure sollicitée en mode d'ouverture ou mode I.

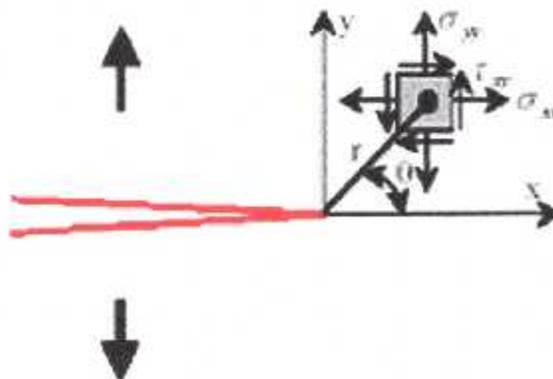


Figure I-12 : Contraintes près de l'extrémité d'une fissure

Ces contraintes s'expriment à partir d'un paramètre noté  $K_I$  appelé facteur d'intensité de contraintes (FIC) en mode I, par les relations suivantes :

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ \tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{cases} \quad (I-10)$$

Ces relations peuvent s'écrire sous la forme condensée suivante :

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \quad (I-11)$$

Des formules donnant le FIC  $K_I$  pour différentes configurations de chargement existent dans les manuels spécialisés. Quelques exemples sont donnés dans le document [16]. L'expression du FIC  $K_I$  dans le cas de la figure (I-12) est :

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \quad (I-12)$$

Le FIC est un facteur qui décrit l'ensemble de la singularité spatiale du champ de contrainte. Il est issu du produit d'une contrainte par la racine carré d'une longueur donc il a une dimension et s'exprime en  $\text{Nm}^{-1/2}$ . Le plus souvent il est exprimé en  $\text{MPa}\sqrt{m}$ , ou en unité anglo-saxons  $\text{Ksi}\sqrt{\text{inch}}$  ( $\text{Ksi}\sqrt{\text{inch}} = 1.12 \text{MPa}\sqrt{m}$ ).

#### I-6-4 Etats de contraintes et de déformations [18]:

##### ➤ Etat de contraintes planes :

Cette hypothèse est utilisée surtout lorsqu'on étudie le comportement d'une plaque mince. Elle se traduit par le fait que les tenseurs de contraintes et des déformations se mettent sous la forme :

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad \varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & 0 \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} \quad (I-13)$$

- $\sigma$  : contraintes,  $\varepsilon$  : déformation

➤ Etat de déformations planes :

Cette hypothèse est utilisée surtout lorsqu'on étudie le comportement d'une plaque épaisse. Elle se traduit par le fait que  $\epsilon_{xx} = 0$  et que, par voie de conséquence,  $\sigma_{zz} = \nu (\sigma_{xx} + \sigma_{yy})$  est non nulle, soit :

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{pmatrix}; \quad \epsilon = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & 0 \\ \epsilon_{xy} & \epsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (I-14)$$

➤ Etat de contraintes antiplanes :

Elle correspond à un déplacement  $u_z(r,\theta)$  qui ne dépend que des coordonnées dans le plan. Cet état est associé au mode III. Les tenseurs  $\sigma$  et  $\epsilon$  s'écrivent dans ce cas sous la forme :

$$\sigma = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \sigma_{xz} \\ 0 & 0 & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}; \quad \epsilon = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \epsilon_{xy} \\ 0 & 0 & \epsilon_{xy} \\ \epsilon_{xy} & \epsilon_{xy} & 0 \end{pmatrix} \quad (I-15)$$

I-6-5 Description du champ des contraintes à l'extrémité d'une fissure à l'aide du facteur d'intensité de contrainte :

La forme générale du champ des contraintes, au voisinage de l'extrémité d'une fissure dans un matériau, dont le comportement est élastique et linéaire est (D'après [19]):

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) + \sum_{m=0}^{\infty} \alpha_m r^{\frac{m}{2}} g_{ij}^{(m)}(\theta) \quad (I-16)$$

Les coordonnées  $(r, \theta)$  sont repérées par rapport à l'extrémité de la fissure (figure I-13). Les fonctions sont adimensionnelles  $f_{ij}$   $g_{ij}$  et dépendent du mode de sollicitation.  $g_{ij}$  dépend aussi de l'état de contrainte et de la géométrie du corps fissuré.

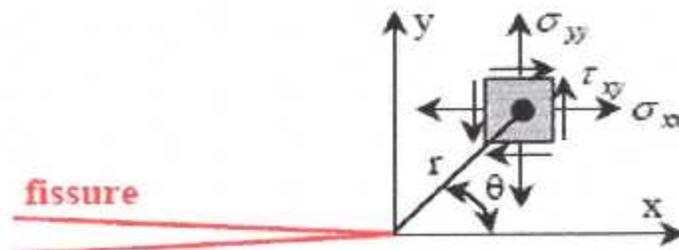


Figure I-13 : Définition des axes  $(x,y)$  et des coordonnées  $(r,\theta)$  au voisinage de l'extrémité d'une fissure.

Selon le mode de sollicitation considéré - mode I, II ou III (figure I-14) les contraintes s'expriment à l'aide des facteurs d'intensité des contraintes  $K_I$ ,  $K_{II}$  ou  $K_{III}$  :

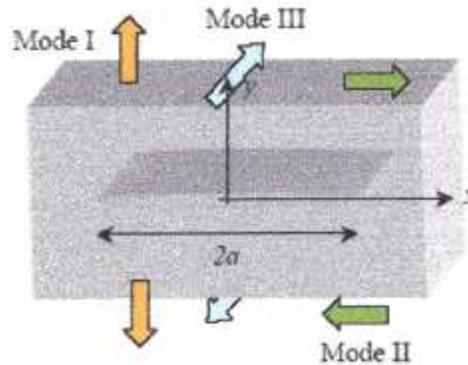


Figure I-14 : Modes de sollicitation

En mode I

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ \tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{cases} \quad (I-17)$$

En mode II

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = -\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left( 2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sigma_{yy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\ \tau_{xy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \end{cases} \quad (I-18)$$

En mode III

$$\begin{cases} \sigma_{13} = -\frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \\ \sigma_{23} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \end{cases} \quad (I-19)$$

**Remarque :** Lorsqu'une structure fissurée est sollicitée dans les 3 modes simultanément on a en appliquant le principe de superposition en élasticité linéaire [19] :

$$\sigma_{ij}^{(total)} = \sigma_{ij}^{(I)} + \sigma_{ij}^{(II)} + \sigma_{ij}^{(III)} \quad (I-20)$$

Considérons maintenant le mode I seul par exemple. Lorsque  $\theta=0$ , c'est à dire lorsqu'on se place dans le plan de la fissure, au voisinage immédiat et en aval de l'extrémité de celle-ci, on a d'après les relations (I-17):

$$\sigma_x(\theta = 0) = \sigma_{yy}(\theta = 0) = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \quad (\text{I-21})$$

Le plan (x,y) de la fissure est donc principal pour le mode I. La figure (I-15) est une représentation schématique de la variation de  $\sigma_{yy}(\theta = 0)$ .

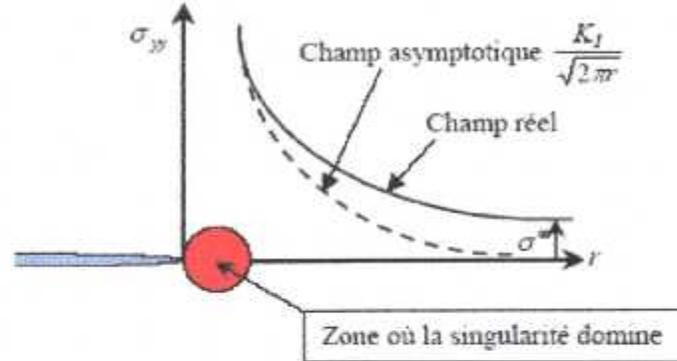


Figure I-15: Contrainte  $\sigma_{yy}(\theta = 0)$  perpendiculaire au plan de fissuration.

Cette figure illustre la zone où la singularité domine c'est à dire lorsque la contrainte varie comme  $1/r$  (relation I-21). Au delà de cette zone, on retrouve les conditions limites loin de la zone fissurée, et la contrainte  $\sigma_{yy}$  tend alors progressivement vers la contrainte appliquée  $\sigma_x$ .

Le facteur d'intensité de contraintes (FIC)  $K_I$  définit l'amplitude de la zone de singularité. Les contraintes dans cette zone augmentent proportionnellement avec  $K_I$  qui caractérise alors complètement les conditions à l'extrémité de la fissure. Si le  $K_I$  est connu, on peut déterminer les champs de contraintes, de déformations et de déplacements en fonction des coordonnées  $(r, \theta)$ . Le FIC est un des concepts les plus importants de la mécanique de la rupture.

#### I-6-6 Energie de GRIFFITH :

L'approche énergétique est basée sur le postulat suivant : l'extension d'une fissure qui conduit à la rupture se produit lorsque l'énergie fournie est suffisante pour vaincre la résistance du matériau ([19]).

Soit un matériau contenant une fissure de longueur  $a$ . Une extension  $\Delta a$  de cette fissure s'accompagnera des variations d'énergie suivantes :

$$\Delta W_{ext} = \Delta W_{elast.} + \Delta U \quad (\text{I-22})$$

Avec	$\Delta W_{ext}$	La variation d'énergie appliquée (due aux forces extérieures).
	$\Delta W_{elast.}$	La variation d'énergie élastique (emmagasinée).
	$\Delta U$	L'énergie dépensée lors de la propagation de la fissure sur la longueur $\Delta a$ .

Dans la théorie initiale de Griffith qui s'applique à une rupture fragile, l'énergie  $\Delta U$  correspond à l'énergie nécessaire pour créer de nouvelles surfaces dans le matériau ( $\Delta U = W_{sép}$  avec  $\Delta W_{sép}$  l'énergie de séparation des surfaces). L'énergie de Griffith  $G$  est rapportée à l'unité de surface; elle est définie, dans [19], à partir de  $\Delta U$  par:

$$G = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta U}{\Delta A} = \frac{\partial U}{\partial A} \quad (I-23)$$

Où «  $\Delta A = e \cdot \Delta a$  » est la surface fissurée lors de la propagation de la fissure sur la longueur  $\Delta a$  dans une éprouvette d'épaisseur  $e$ . Généralement, on considère une épaisseur unité ( $e = 1$ ) et  $G$ , rapportée à l'unité d'épaisseur est alors donnée par :

$$G = \lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{\Delta U}{\Delta a} = \frac{\partial U}{\partial a} \quad (I-24)$$

Si on considère  $\gamma_s$  l'énergie spécifique de création de surface, on a :

$$G = \frac{\partial U}{\partial A} = 2\gamma_s \quad (I-25)$$

D'où :

$$G = \frac{\pi(\sigma_R)^2 a}{E} \quad (I-26)$$

La contrainte à rupture  $\sigma_R$  d'après (I-26) est alors donnée par :

$$\sigma_R = \sqrt{\frac{2E\gamma_s}{\pi a}} \quad (I-27)$$

I-6-7 Relation entre le FIC et l'énergie de GRIFFITH [19]:

Pour les calculs, on considère une fissure élastique sollicitée en mode I (figure I-16).

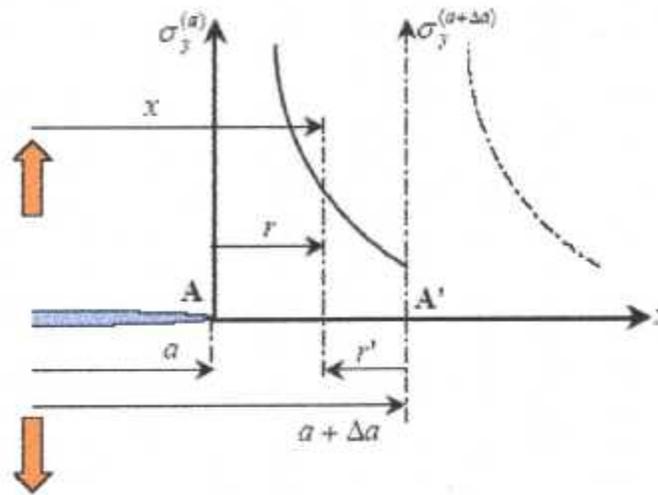


Figure I-16 : Fissure sollicitée en mode I

La fissure a pour longueur initiale  $a$ , et se propage de  $\Delta a$ . L'extrémité de la fissure se déplace donc de la position  $A(x = a)$  à la position  $A'(x = a + \Delta a)$ .

Le champ de contrainte en aval de l'extrémité de la fissure ( $\theta = 0$ ) est donné par ([19]):

$$\sigma_y(r, \theta = 0) = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \tag{I-28}$$

Le champ des déplacements des lèvres en amont de l'extrémité de la fissure ( $\theta = \pi$ ) s'écrit:

$$u_y(r, \theta = \pi) = \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \begin{pmatrix} \lambda^* + 2\mu \\ \lambda^* + \mu \end{pmatrix} \text{ Avec } \begin{cases} \lambda^* = \lambda & \text{En déformations planes} \\ \lambda^* = \frac{2\lambda\mu}{\lambda + 2\mu} & \text{En contraintes planes} \end{cases} \tag{I-29}$$

Où

$$u_y(r, \theta = \pi) = \frac{K_I}{\mu} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} (1 - \nu^*) \text{ Avec } \begin{cases} \nu^* = \nu & \text{En déformations planes} \\ \nu^* = \frac{\nu}{1 + \nu} & \text{En contraintes planes} \end{cases} \tag{I-30}$$

Pour déterminer l'énergie de propagation de la fissure ou taux de restitution d'énergie  $G$ , il est plus commode de calculer le travail de régression de la fissure de la position  $A'$  à la position  $A$ . Autrement dit, on calcule le travail qu'il faut appliquer aux lèvres de la fissure pour qu'elles se referment.

La force appliquée aux lèvres est  $\sigma_y(r) dx$  avec  $r = x - a$  (figure I-16), ou  $\sigma_y(r) dx$  si on considère une épaisseur unité.

Le déplacement du point d'abscisse  $x$  considéré est  $u_y(r')$  avec  $r' = a + \Delta a - x$  (figure I-16).

Le travail de régression s'écrit donc :

$$\Delta W' = -\Delta U = 2 \int_{a+\Delta a}^a \frac{\sigma_y(r) \mu_y(r')}{2} dx = \frac{K_I^2}{\mu} \cdot \frac{1-\nu^*}{\pi} \underbrace{\int_{a+\Delta a}^a \sqrt{\frac{a+\Delta a-x}{x-a}} dx}_{(I)} \quad (I-31)$$

Pour calculer l'intégrale (I), on effectue le changement de variables suivant :

$$\frac{\Delta a}{x-a} = X \Rightarrow dx = -\frac{dX}{X^2} \Delta a \quad \text{et} \quad \begin{cases} x=a & \Rightarrow X=\infty \\ x=a+\Delta a & \Rightarrow X=1 \end{cases} \quad (I-32)$$

L'intégrale (I) devient alors :

$$I = \Delta a \int_1^{\infty} \sqrt{X-1} \left( -\frac{dX}{X^2} \right) \quad (I-33)$$

Que l'on intègre par parties en posant :

$$\begin{cases} \alpha = \sqrt{X-1} \Rightarrow d\alpha = \frac{dX}{2\sqrt{X-1}} \\ d\beta = -\frac{dX}{X^2} \Rightarrow \beta = \frac{1}{X} \end{cases} \Rightarrow I = \Delta a \left\{ \underbrace{\left[ \frac{\sqrt{X-1}}{X} \right]_1^{\infty}}_{=0} - \int_1^{\infty} \frac{dX}{2X\sqrt{X-1}} \right\} \quad (I-34)$$

$$\text{Soit : } I = \Delta a \left[ -\text{Arctg} \sqrt{X-1} \right]_1^{\infty} = -\frac{\pi}{2} \Delta a \quad \text{Et} \quad \Delta U = -\Delta W' = \frac{K_I^2 (1-\nu^*)}{\mu} \frac{\Delta a}{2} \quad (I-35)$$

D'où finalement :

$$G_I = \lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{\Delta U}{\Delta a} \Rightarrow G_I = \frac{K_I^2 (1-\nu^*)}{\mu} \frac{1}{2} \quad (I-36)$$

$$\text{En déformations planes : } \nu^* = \nu \quad \text{et} \quad G_I = \frac{K_I^2}{E} (1-\nu^2) \quad (I-37)$$

$$\text{En contraintes planes : } \nu^* = \frac{\nu}{1+\nu} \quad \text{et} \quad G_I = \frac{K_I^2}{E} \quad (I-38)$$

**Remarques :** Des calculs similaires peuvent être effectués pour les modes II et III, en considérant toujours une fissure de longueur  $a$  qui se propage de  $\Delta a$ .

**1-mode II :**

Les champs des contraintes en aval et des déplacements en amont de l'extrémité de la fissure, s'écrivent :

$$\begin{cases} \sigma_{xy}(r, \theta = 0) = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \\ u_x(r, \theta = \pi) = \frac{K_{II}}{\mu} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} (1 - \nu^*) \end{cases} \quad (I-39)$$

Les expressions étant les mêmes que pour le mode I, les mêmes calculs conduisent à :

$$G_{II} = \frac{K_{II}^2}{2\mu} (1 - \nu^*) \Rightarrow \begin{cases} G_{II} = \frac{K_{II}^2}{E} (1 - \nu^2) & \text{En déformations planes} \\ G_{II} = \frac{K_{II}^2}{E} & \text{En contraintes planes} \end{cases} \quad (I-40)$$

**2- Mode III :**

Les champs des contraintes en aval et des déplacements en amont de l'extrémité de la fissure s'écrivent :

$$\begin{cases} \sigma_{yx}(r, \theta = 0) = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \\ u_3(r, \theta = \pi) = \frac{K_{III}}{\mu} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \end{cases} \quad (I-41)$$

**3- Cas général :**

Dans le cas général, lorsqu'on a coexistence des trois modes de changement, l'énergie de Griffith s'écrit :

$$G = G_I + G_{II} + G_{III} \quad \text{Soit} \quad G = \frac{1}{2\mu} \left[ (1 - \nu^*) (K_I^2 + K_{II}^2) + K_{III}^2 \right] \quad (I-42)$$

Les formules et les relations citées dans ce chapitre, sont utilisées dans l'étude préliminaire de la propagation de la fissure. Etablies en 1920 par Griffith, et optimisées en 1957 par Irwin, elles restent basiques mais permettent toutefois de donner un aperçu du comportement des fissures.

# CHAPITRE II

## PROPAGATION DE LA FISSURE ET RUPTURE

## **II-1 Introduction :**

Lorsqu'une structure est soumise à une charge d'intensité variable comme celle illustrée sur la figure (II-1), elle est soumise à un phénomène de fatigue qui peut conduire à sa rupture bien que la charge reste à tout moment inférieure à sa résistance statique. Ce phénomène est lié à l'initiation et à la propagation de fissures à partir de défauts au sein de la pièce, c'est-à-dire un ensemble de circonstances favorables à une cohésion locale du matériau du fait d'une forte concentration de contraintes.

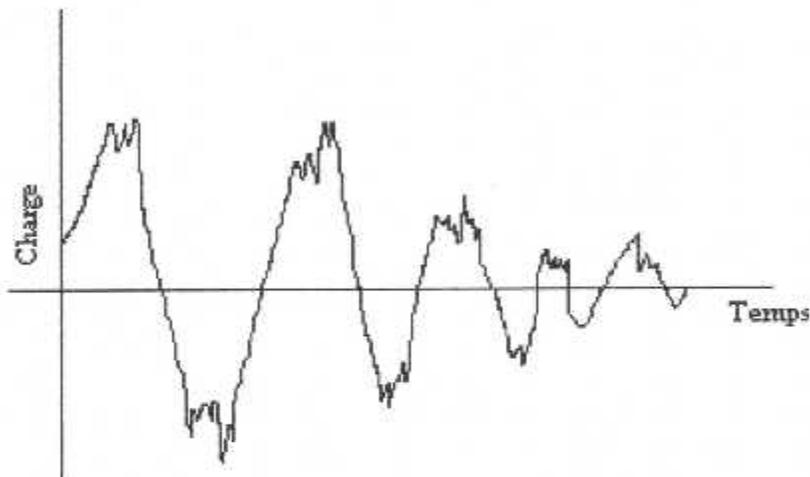


Figure II-1 : Chargement aléatoire

On distingue généralement trois étapes mettant en jeu des mécanismes différents [18] :

- L'initiation de la fissure : Il s'agit là de la création à partir du défaut original d'une fissure de dimensions détectables par les procédés du contrôle non destructifs.
- La propagation de la fissure : Au cours de cette étape, la fissure peut croître plus ou moins rapidement selon le matériau et l'intensité du chargement critique, et atteindre dans certains cas une longueur de plusieurs centimètres voir de l'ordre du mètre. Dans certains cas, cette étape peut être très brève et la fissure peut ne pas croître de façon substantielle.
- La rupture : Il s'agit là de l'étape finale du phénomène, qui se produit lorsque la taille de la fissure atteint son seuil d'instabilité.

## **II-2 Initiation de la fissure :**

Dans la quasi-totalité des cas, les fissures de fatigue naissent à la surface des pièces car les défauts y sont plus nombreux qu'en profondeur. De plus la surface est soumise à l'action agressive de l'environnement. Enfin, les dislocations sont plus mobiles en surface qu'en profondeur ([15]).

Le nombre de cycles nécessaire à l'initiation d'une fissure de fatigue dépend essentiellement de l'acuité du défaut sur lequel elle prend naissance. Cependant, il existe, d'après [15], une valeur limite en dessous de laquelle ne s'initie aucune fissure. Cette valeur est notée :

$$\Delta K_{Is} = \frac{KI}{\sqrt{a}} \quad (\text{II-1})$$

Avec « KI » le facteur d'intensité de contraintes au fond de la fissure et « a » la longueur de la fissure.

### II-2-1 Fissuration par rupture fragile :

La propagation de la fissure résulte d'un phénomène d'instabilité. Elle se propage à grande vitesse sans dissipation plastique appréciable. Les seules énergies mises en jeu sont l'énergie élastique emmagasinée et l'énergie de rupture pour créer la surface de discontinuité que constitue la fissure ([18]). Le graphe effort longueur (ou surface) à l'allure indiquée sur la figure (II-2, (a))

### II-2-2 Fissuration par rupture ductile :

La croissance de la fissure est stable, elle progresse à une vitesse qui n'est fonction que de la vitesse de mise en charge de la structure. Dans le bilan énergétique on doit prendre en considération l'énergie dissipée en déformations plastiques dans la région voisine du front de fissure ([18]). Le graphe qui correspond à l'allure est indiqué sur la figure (II-2, (b))

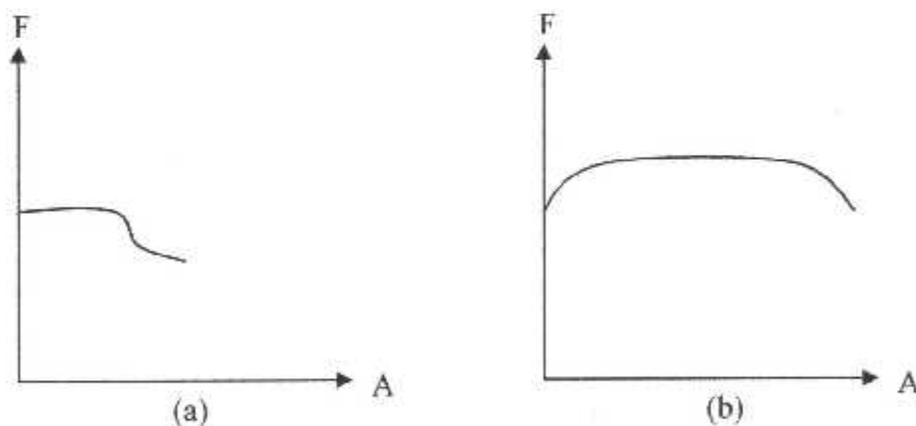


Figure II-2 : Fissuration -(a) fragile, (b) ductile-

### II-3 Propagation de la fissure de fatigue sous chargement constant :

On désigne par chargement constant à amplitude constante un chargement tel que les contraintes nominales maximales  $\sigma_{\max}$  et minimales  $\sigma_{\min}$  ne varient pas. En fait, seule l'amplitude ( $\sigma_{\max} - \sigma_{\min}$ ) est supposée ne pas varier.

II-3-1 La loi de PARIS :

Cette loi est la plus universellement utilisée en raison de sa simplicité et de son succès à corroborer de nombreux résultats expérimentaux ([18]). Paris propose de relier  $da/dN$  à l'amplitude du facteur d'intensité de contraintes  $\Delta K$  sous la forme :

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^n \quad (\text{II-2})$$

Avec  $\Delta K = K_{\max} - K_{\min} = K(\sigma_{\max}) - K(\sigma_{\min})$ .

Les facteurs C et n (n peut être noté dans quelques ouvrages m) sont des constantes propres au matériau et à l'environnement considéré. Dans le cas de l'aluminium dans un milieu non agressif ;  $C = 4.328E-17$  et  $n = 2.873$ .

Dans bien des cas, les données expérimentales sont trop dispersées pour que l'on puisse déterminer les valeurs de C et n, ce qui suggère que la loi de Paris ne fait pas intervenir tous les paramètres et en particulier le niveau moyen de sollicitation.

Pour cette raison, de nombreuses variantes de la loi de Paris ont été introduites faisant appel à  $\Delta K$ , R et éventuellement d'autres facteurs tels que le seuil de non propagation  $\Delta K_s$ . En effet, l'expérience montre que la courbe reliant l'amplitude de la contrainte  $\Delta\sigma$  au nombre de cycles à la rupture (courbe de Wöhler) admet une asymptote horizontale en l'absence d'effet corrosif. Il existe donc une valeur de  $\Delta\sigma$ , et par conséquent une valeur de  $\Delta K$  en dessous de laquelle ne se produit pas de fissuration de fatigue. Pour un grand nombre de matériaux, cette valeur seuil se trouve bornée par  $2.4 \times 10^{-5} E$  et  $2.9 \times 10^{-5} E$ .

II-3-2 Seuil de non propagation [15]:

Plusieurs valeurs empiriques ont été proposées pour le calcul de  $\Delta K_s$ . Citons celle de Barsom :

$$\Delta K_s = 7.03(1 - 0.85R) \quad (\text{II-3})$$

Qui n'est valable que lorsque  $R \geq 0.1$ . Si  $R < 0.1$  «  $\Delta K_s$  » est supposée valoir  $6 \text{ MPa} \sqrt{m}$ . McEvily propose de relier  $\Delta K_s$  à sa valeur  $\Delta K_{s0}$  pour  $R = 0$  par la relation suivante :

$$\Delta K_s = \frac{1.2 \Delta K_{s0}}{1 + 0.2 \frac{1+R}{1-R}} \quad (\text{II-4})$$

Klenski et Lucas ont obtenu la corrélation empirique

$$\Delta K_s = \Delta K_{s0}(1 - R)^\gamma \quad (\text{II-5})$$

Où «  $\gamma$  » est la densité du matériau.

McEvily a proposé la loi de fissuration (II-6) en 1973, puis (II-7) en 1979 pour les alliages à faible résilience ([15]).

$$\frac{da}{dN} = \frac{C}{E} (\Delta K^2 - \Delta K_c^2) \left( 1 + \frac{\Delta K}{K_c - \frac{\Delta K}{1-R}} \right) \quad (\text{II-6})$$

$$\frac{da}{dN} = \frac{C'}{E} (\Delta K - \Delta K_c)^2 \left( 1 + \frac{\Delta K}{K_c - \frac{\Delta K}{1-R}} \right) \quad (\text{II-7})$$

### II-3-3 Equation de NASGROW [10]:

Une autre équation nommée NASGROW permet de calculer, elle aussi, la propagation de la fissure. Cette formule, citée ci-dessous, est celle qu'utilise un logiciel portant le même nom et qui est utilisé par la NASA pour l'étude de la propagation de la fissure et son comportement.

$$\frac{da}{dN} = C \left[ \frac{(1-f)}{(1-R)} \Delta K \right] \frac{\left( 1 - \frac{\Delta K_{th}}{\Delta K} \right)^p}{\left( 1 - \frac{K_{max}}{K_c} \right)^q} \quad (\text{II-8})$$

Où « C, n, p, q » sont des constantes empiriques dépendant du matériau et de l'environnement, « f » est une fonction de l'ouverture de la fissure (relation II-9), «  $\Delta K_{th}$  » est le facteur d'intensité de contrainte seuil ou théorique, et «  $K_c$  » la ténacité du matériau.

$$f = \frac{K_{op}}{K_{max}} = \begin{cases} \max(R, A_0 + A_1 R + A_2 R^2 + A_3 R^3) & R \geq 0 \\ A_0 + A_1 R & -2 \leq R \leq 0 \end{cases} \quad (\text{II-9})$$

Les constantes sont données par :

$$\begin{cases} A_0 = (0.825 - 0.34\alpha + 0.05\alpha^2) \left[ \cos\left(\frac{\pi}{2} S_{max} / \sigma_0\right) \right]^{1/\alpha} \\ A_1 = (0.415 - 0.071\alpha) S_{max} / \sigma_0 \\ A_2 = 1 - A_0 - A_1 - A_3 \\ A_3 = 2A_0 + A_1 - 1 \end{cases} \quad (\text{II-10})$$

### II-4 Propagation de la fissure de fatigue sous amplitudes variables [15]:

Dans la majorité des cas réels, les sollicitations sont des fonctions du temps absolument quelconques, non périodiques, d'amplitude non constante... etc. La notion de cycles sur laquelle reposent les formulations développées aux paragraphes précédents disparaît totalement. De telles sollicitations sont souvent aléatoires et ne peuvent donc pas être

appréhendées par des modèles déterministes. Ce problème est totalement différent de celui cité précédemment et requiert l'usage d'outils mathématiques plus élaborés.

Les quelques développements connus à ce jour font appel à des notions mathématiques qui les placent en dehors de cette thèse.

#### II-4-1 Synthèse de Soize :

En se basant sur la loi de Miner, équation (II-11), Soize explicite sous quelles conditions cette loi peut être étendue à la fatigue sous sollicitations aléatoires sous la forme de l'équation (II-12).

*Loi de Miner [15] : cette loi suppose que l'endommagement total d'une structure est la somme des endommagements subis au passage de chacun des niveaux d'amplitude de chargement. L'endommagement provoqué par un certain niveau d'amplitude est pris comme le quotient du nombre de cycles de chargement 'ni' à ce niveau par le nombre de cycles à la rupture Ni à ce même niveau, lequel est fourni par la courbe de Wöhler.*

$$D = \sum_i n_i / N_i \quad (\text{II-11})$$

$$D = \int_{\sigma_0}^{+\infty} \frac{n(\sigma)}{N(\sigma)} d\sigma \quad (\text{II-12})$$

Lorsque le processus  $\sigma$  est à bande étroite, il est possible de faire une interprétation directe de cycles. Par contre, lorsque le processus contrainte est à bande large, la notion de cycle disparaît et il faut avoir alors recours à des méthodes de comptage telles que :

- La méthode de comptage de la goutte d'eau.
- La méthode de comptage des pics.
- La méthode de comptage des demi cycles de variation de contrainte (avec ou sans moyenne).
- La méthode de comptage des cycles moyens.

Ces méthodes sont décrites dans l'ouvrage de Soize « *cumule de fatigue sous sollicitations aléatoires* », mais aucune étude ne met en lumière quelle méthode est la plus adaptée.

L'usage de la mécanique de la rupture est encore délicat concernant ces méthodes et les chargements aléatoires, car les lois de la fissuration ne sont pas adaptées à une formulation par processus. En effet, elles sont formulées cycle par cycle et ne sont pas linéaires. On ne peut donc pas transformer ces lois empiriques valables pour des cycles de contraintes constantes, pour les adapter à des chargements aléatoires.

La seule approche opérationnelle à ce jour consiste à utiliser, lorsque le processus contrainte  $\sigma$  est stationnaire et à bande étroite, la loi de Paris dans laquelle la variation du facteur d'intensité de contraintes, (qui est alors aléatoire) est remplacée par celle de son écart type. Celui-ci, noté  $\Delta K_{rms}$  (de l'anglais 'root mean square') est défini par ([18]):

$$\Delta K_{rms} = \sqrt{\sum_i \Delta K_i^2 / n} \quad (\text{II-13})$$

Où « n » désigne le nombre total des cycles.

La loi de Paris devient alors :

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K_{rms})^n \quad (I-14)$$

### **II-5 Rupture par fatigue - corrosion [15]:**

L'endommagement de la structure sous l'effet combiné d'une sollicitation dynamique et d'un environnement agressif, se traduit par une accélération de la vitesse de propagation de la fissure en fatigue par rapport à celle notée dans un milieu inerte.

Sous contrainte statique le milieu n'a aucune influence sur le matériau lorsque le facteur d'intensité de contrainte est inférieur à  $K_{isoc}$ , on constate l'effet de l'environnement en dessous de cette valeur lorsque le chargement est dynamique. Aucune explication certaine de ce phénomène n'a encore pu être avancée.

Cependant on croit pouvoir dire que le film protecteur qui se forme au fond de fissure sous chargement statique en dessous de  $K_{isoc}$  est brisé par le chargement dynamique qui permet ainsi à la corrosion de poursuivre son action.

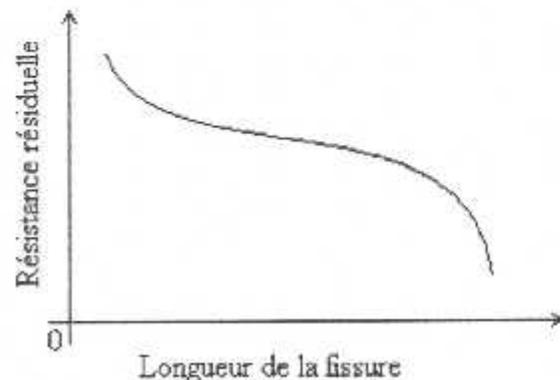
### **II-6 La résistance résiduelle [1,5,6]:**

La résistance résiduelle d'un matériau endommagé est sa capacité à supporter une charge maximale appliquée, autrement dit, c'est une sorte de force réactive qui prend le sens opposé du chargement appliqué et qui permet au matériau de résister à la propagation brusque des fissures sous chargements. Elle est calculée par la relation suivante :

$$\delta = \frac{Kc}{\beta\sqrt{\pi a}} \quad (II-15)$$

Où «  $\delta$  » est la résistance résiduelle, «  $a$  » la longueur de la fissure, «  $\beta$  » un facteur de correction, et «  $Kc$  » la ténacité.

La résistance résiduelle est fonction de la longueur de la fissure. Elle diminue en fonction que la fissure croît. La courbe de la résistance résiduelle est souvent utilisée pour déterminer la contrainte maximale qui peut être appliquée à la structure à une longueur de fissure donnée sans causer la rupture. L'allure typique de la courbe est illustrée ci-contre:



**Figure II-3 :** Allure de la variation de la résistance résiduelle

Donc plus la structure est endommagée moins elle résiste, et une force moins importante que celle appliquée avant endommagement permet de déformer et de rompre la structure.

### **II-7 Les dommages sur multiples emplacements 'MSD' [1, 3, 12, 17, 22]:**

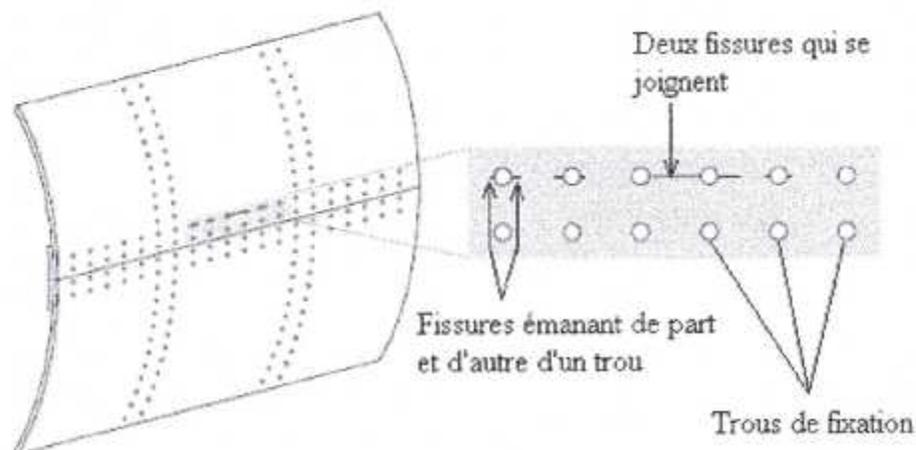
Les dommages sur multiples emplacements (figure II-4) ou MSD de l'anglais 'Multi-Site Damage' est un problème typique du vieillissement des avions civils et de transports. Lorsqu'on a une structure avec MSD, cela signifie qu'on a une présence de plusieurs fissures qui se sont initiées un peu partout dans la structure, notamment aux alentours des trous de fixations, là où l'intensité de contrainte est élevée. Ces fissures se propagent simultanément.

La caractérisation du MSD demande une attention particulière sur les points suivants :

- Le chargement et la distribution de contrainte.
- L'initiation des fissures.
- La propagation des fissures.
- La résistance résiduelle.

Le premier chargement de fatigue que subit une structure d'avion est celui de la pressurisation donnant lieu à une combinaison de la tension de HOOP, de la traction longitudinale et des forces de recourbements.

L'initiation des fissures est souvent localisée dans des zones près des trous rivetés mais restent invisibles et indétectables par les instruments de contrôle non destructif 'NDT' jusqu'à atteindre une certaine longueur. Une fois les fissures initiées, elles se propagent, à cause des chargements de fatigues, jusqu'à devenir visible. Lors de la propagation des fissures, une grande partie de la durée de vie est consommée. Autrement dit, la durée de vie de la structure baisse considérablement en présence d'une fissure et encore plus en présence de plusieurs fissures 'MSD' ce qui nécessite une attention particulière envers la structure. Cela pousse les chercheurs à trouver de nouveaux moyens de détecter les fissures de petites tailles.



**Figure II-4 : Butt-joint avec MSD**

**II-8 Essais sur lap-joint avec MSD [4]:**

Un essai élaboré sur des lap-joint par Daimler Benz Aerospace Airbus (DASA) permet de voir le comportement d'un lap-joint avec MSD. Le test comporte 10 spécimens chacun constitué de deux tôles 2024-T3 de 1.6mm d'épaisseur. Les spécimens 1 à 5 sont rivetés avec 2 rangées de rivets. Les spécimens 6 à 10 sont rivetés avec 3 rangées de rivets. Tous subissant un chargement uniaxial en traction avec un rapport  $R=0.1$  et  $\sigma_{max} = 100$  MPA.

Utilisant une méthode de calcul basée sur la thermo-élasticité nommée système SPATE, les chercheurs de la DASA ont étudié la distribution complexe des chargements sur le lap-joint. Le système SPATE a permis de déterminer les efforts de traction et de recourbement près du lap-joint. Des jauges, pour mesurer les contraintes, étaient placées à 21 mm des rangées de rivets des deux cotés.

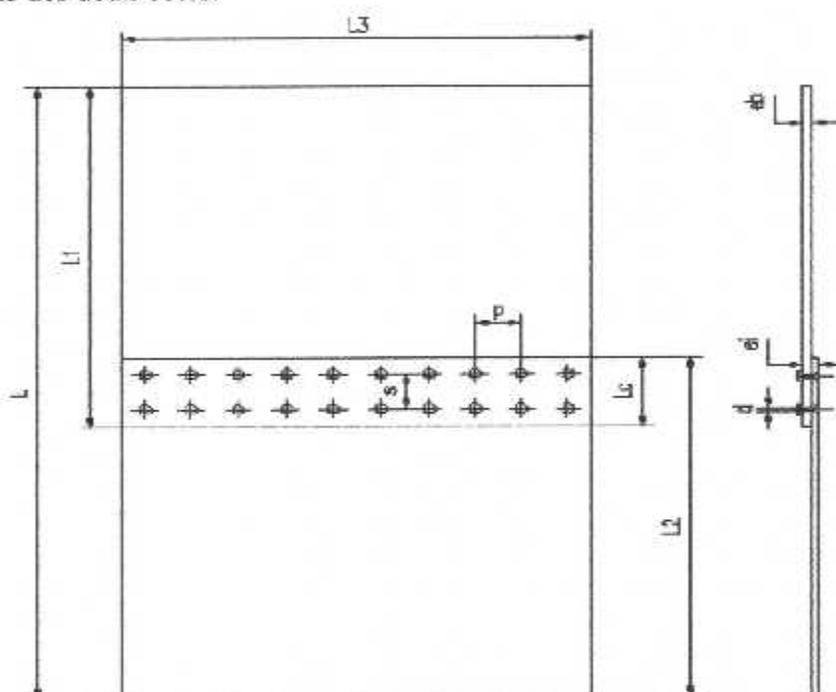


Figure II-5 : Lap-joint testé

Nombre de rangés	2	3
L	555	534
L1	299.5	300
L2	299.5	300
L3	440	440
Lc	44	66
ei	3,2	3,2
Eb	1,6	1,6
<b>Nombre de rivets par rangé</b>	20	20
P	22	22
S	22	22
d	4,8	4,8

Tableau II-1 : Données de l'essai

Le graphe qui suit montre les efforts de traction et de recourbement en fonction de l'effort en Remote:

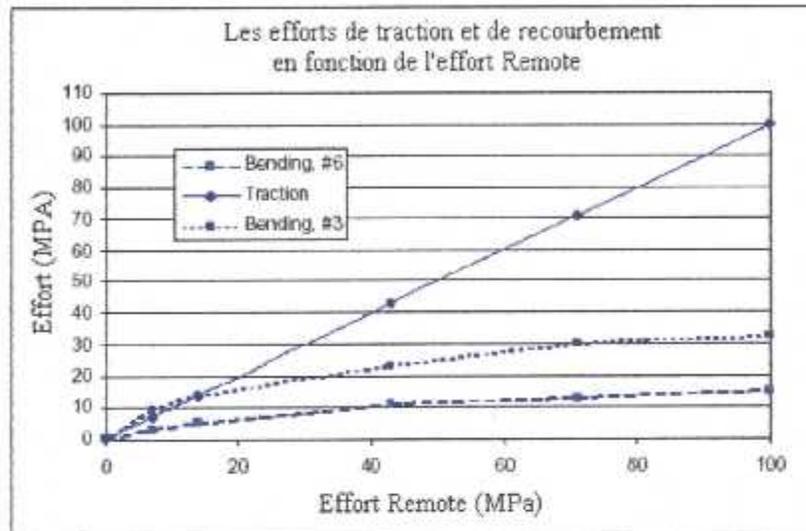


Figure II-6 : Effort de traction et de recourbement en fonction de l'effort Remote

Durant leur analyse, ils ont suggéré trois effets majeurs :

- 1-La distribution irrégulière des forces appliquées en Remote.
- 2-La force de recourbement due à l'excentricité du lap-joint.
- 3-La force de recourbement due à la forme du spécimen.

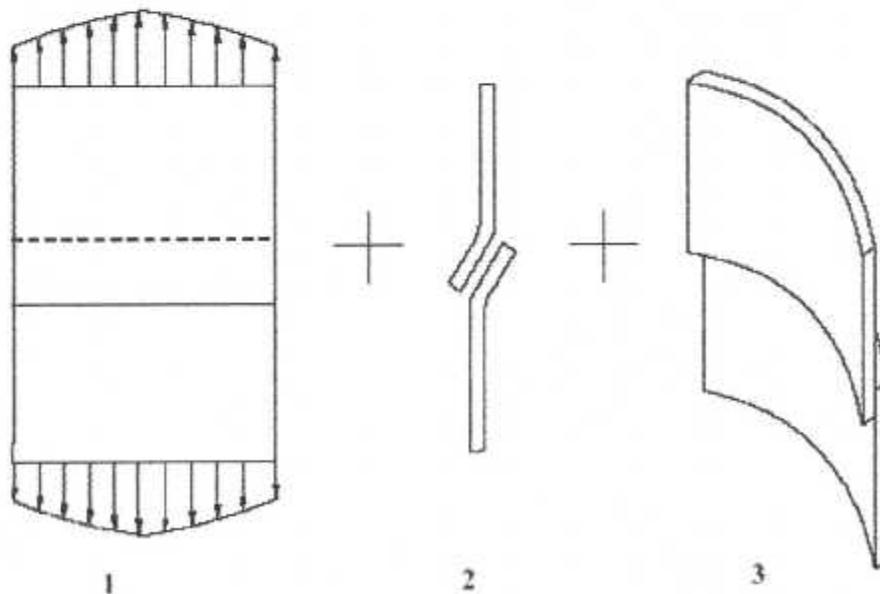


Figure II-7 : Illustration des effets majeurs subis par le lap-joint.



Quant à la résistance résiduelle des spécimens, les résultats illustrés sur le graphe suivant ont été obtenus.

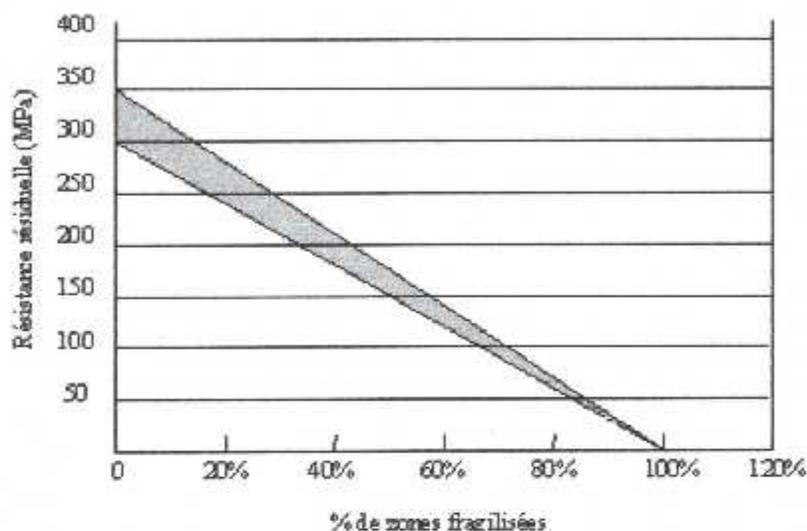


Figure II-10 : Décroissance de la résistance résiduelle en fonction de la fragilisation du lap-joint

On remarque bien à travers ce graphe qu'à fur et à mesure que le pourcentage des zones non résistantes (c'est-à-dire les zones endommagées) augmente, la résistance résiduelle diminue.

D'après [4], ce test a permis de faire les conclusions suivantes :

- Les spécimens avec 2 rangées de rivets se courbe plus que ceux avec 3 rangés de rivets
- Le taux de recourbement (contrainte de recourbement / la contrainte de traction) est de 0.32 pour les spécimens de 2 rangés et de 0.18 pour les autres spécimens.
- En général, la durée de vie est nettement réduite lorsque deux fissures adjacentes se joignent. La durée de vie reste assez importante lorsqu'il y a une fissure, et dont la trajectoire n'est pas dirigée vers un trou adjacent.
- La présence de fissure de fatigue diminue la résistance résiduelle.
- L'initiation des fissures se produit dans des zones cachées, au bord des trous ou à la surface libre de la tôle.
- Les fissures apparaissent dans les endroits à forte concentration de contrainte qui se localise au niveau des trous de fixation.

L'image qui suit montre l'état du lap-joint après un très grand nombre de cycles, lorsque les fissures se joignent. La déchirure illustrée représente un très grand danger pour la structure qui peut rompre à n'importe quel moment.

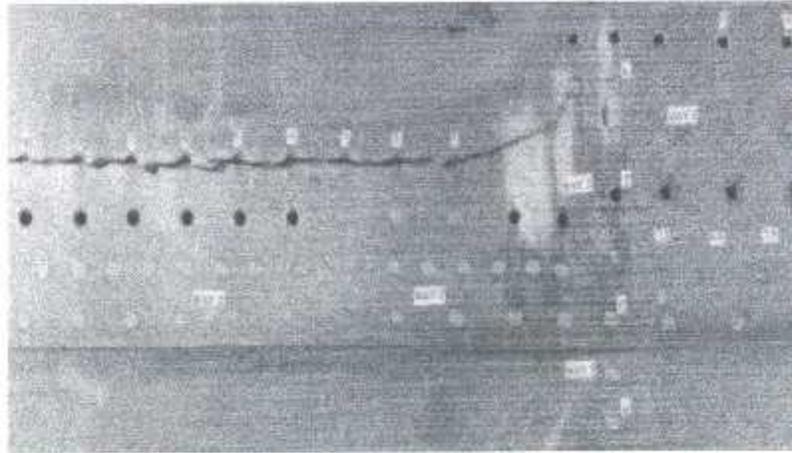


Figure II-11 : Déchirure d'une plaque après propagation critique de plusieurs fissures

### II-9 Charges appliquées sur le lap-joint :

Des charges, dues aux forces aérodynamiques et à la pressurisation, sont appliquées sur différentes parties de l'avion lors d'un vol. Chaque partie subit une ou plusieurs charges complexes mais bien définies telles que la traction/compression, le cisaillement, la torsion la flexion et le flambement.

Les lisses supérieures, par exemple, travaillent en traction axiale, tandis que les lisses inférieures travaillent en compression (d'autres cas sont dans l'annexe II, tableau A-6).

D'autres contraintes peuvent exister localement dans des zones bien précises des éléments d'avion. Dans le cas du lap-joint, nous trouverons trois contraintes locales appliquées à ses extrémités et au niveau du rivetage.

#### II-9-1 Effort de recourbement ou 'BENDING STRESS' :

Cet effort est dû à la pressurisation et à la différence de pression  $\Delta P$  qui en résulte (figure II-12). Cet effort crée une sorte de traction appliquée sur les extrémités des plaques de tôle du lap-joint.

contrainte de pressurisation

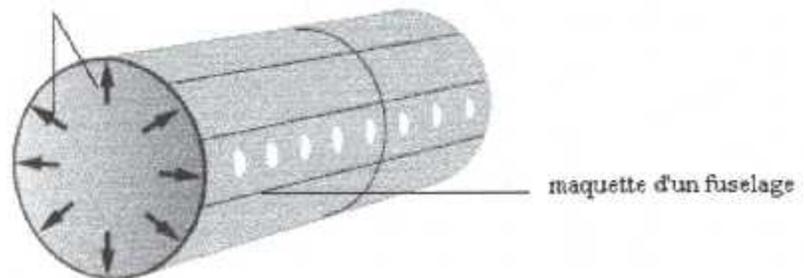


Figure II-12 : Pressurisation du fuselage

### II-9-2 Effort à distance ou 'REMOTE STRESS' :

L'effort Remote est l'effort transmis de la traction appliquée sur les extrémités du lap-joint aux rivets via la plaque. En d'autres termes, on parle de Remote lorsque l'effort n'est pas directement appliqué sur la zone qu'on veut étudier (Figure II-13).

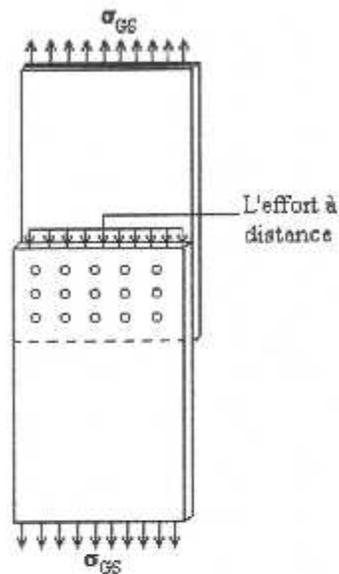


Figure II-13 : L'effort à distance

### II-9-3 Effort d'écrasement ou 'BEARING STRESS' :

Lorsque les rivets subissent une contrainte et la transmettent à une autre plaque, ils appliquent un effort local sur le trou. Cet effort écrase le bord du trou et favorise la propagation de la fissure figure (II-14).

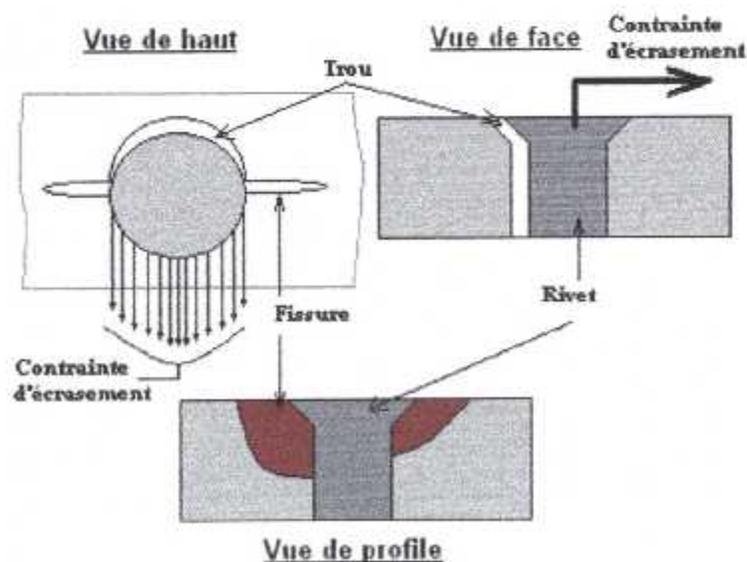


Figure II-14 : L'effort d'écrasement.

**II-10 Longueur critique de la fissure :**

La longueur critique de la fissure est une longueur au delà de laquelle la structure devient instable et la rupture peut se produire à n'importe quel moment. Cette valeur est la plus importante à calculer car toute l'étude de la durée de vie en fatigue est basée sur elle. La formule qui permet de calculer cette valeur est la suivante ([26]):

$$a_{critique} = \frac{1}{\pi} \left( \frac{Kc}{\beta\sigma} \right)^2 \quad (\text{II-16})$$

Dans le cas MSD, la longueur critique est atteinte lorsque deux fissures se joignent, et cette longueur est donnée par [3]:

$$a_{critique} = \frac{P - D}{2} \quad (\text{II-17})$$

Avec « P » le pas entre rivets, et « D » le diamètre du trou.

Si on prend en considération la plasticité du bout de la fissure, des calculs plus rigoureux sont obtenus en calculant la longueur de la zone plastique comme suit ([3]):

$$r_p = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{Kc}{\sigma_{ys}} \right) \quad (\text{II-18})$$

La longueur critique devient [3]:

$$a'_{critique} = a_{critique} - r_p \quad (\text{II-19})$$

**II-11 Facteurs de corrections :**

Lors de l'étude de la propagation de la fissure, plusieurs cas peuvent se présenter en fonction de l'emplacement de la fissure, sa forme, la direction et l'angle que fait la fissure par rapport à l'axe de l'application de la force, la plaque à étudier, le nombre de fissures et de trous, ainsi que toutes les combinaisons possibles entre eux. Tous ces paramètres changent la loi de calcul de la propagation de fissures et du facteur d'intensité de contraintes.

Ce changement est établi par l'introduction d'un facteur dit de correction dans l'équation de calcul du facteur d'intensité de contraintes théorique tel que la montre l'équation (II-20) ci-dessous.

$$KI = \beta\sigma\sqrt{\pi a} \quad (\text{II-20})$$

Où «  $\beta$  » est le facteur de correction, « KI » le facteur de contraintes, «  $\sigma$  » la contrainte et « a » la longueur de la fissure.

Le facteur de correction est adimensionnel, il est en fonction de la longueur de la fissure. Pour chaque cas étudié, il existe un facteur de correction. Lorsqu'il s'agit d'une combinaison de deux ou plusieurs cas, les facteurs de corrections sont multipliés comme suit :

$$K = \beta_1 \beta_2 \beta_3 \dots \beta_n \sigma \sqrt{\pi a} \quad (\text{II-21})$$

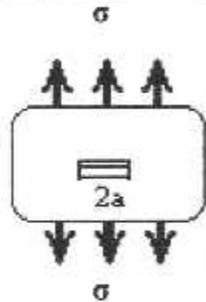
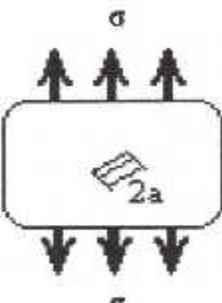
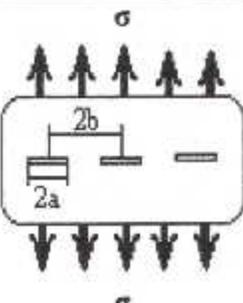
Avec «  $\beta_1$  » le facteur de correction du premier cas, «  $\beta_2$  » celui du deuxième cas... etc.

Lorsque le cas étudié est soumis à plusieurs chargements, par exemple un chargement en traction T, un chargement de recourbement BN et un chargement d'écrasement BS, on obtient :

$$K = (\beta_T T + \beta_{BN} BN + \beta_{BS} BS) \sqrt{\pi a} \quad (\text{II-22})$$

Avec «  $\beta_T$  » le facteur de correction du au chargement en traction, «  $\beta_{BN}$  » celui du chargement de recourbement, et «  $\beta_{BS}$  » celui du chargement d'écrasement.

Le tableau suivant donne quelques facteurs de correction introduits dans le calcul des FIC pour des cas donnés [16]:

Schéma	Description	Valcur de K
	Fissure de longueur « $2a$ » dans une plaque infinie soumise à une contrainte uniaxiale homogène $\sigma$	$K_I = \sigma \sqrt{\pi a}$
	Fissure inclinée de longueur « $2a$ » dans une plaque infinie soumise à une contrainte homogène $\sigma$	$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \cos^2 \beta$ $K_{II} = \sigma \sqrt{\pi a} \cos \beta \sin \beta$
	Fissures de longueur « $2a$ » distantes de « $2b$ » dans une plaque infinie soumise à une contrainte homogène $\sigma$	$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \left( \frac{2b}{\pi a} \operatorname{tg} \frac{\pi a}{2b} \right)$

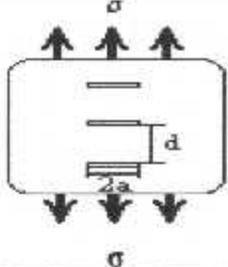
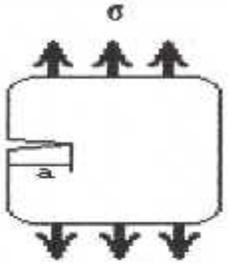
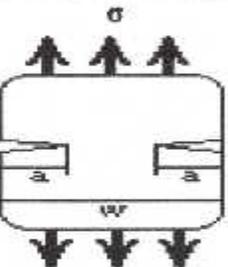
	<p>Fissures parallèles de longueur « 2a » dans une plaque infinie soumises à une contrainte homogène <math>\sigma</math></p>	$\frac{a}{d} \leq 0,5$ $KI = \sigma\sqrt{\pi a} \left[ 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{\pi a}{d} \right)^2 + \frac{3}{8} \left( \frac{\pi a}{d} \right)^4 \right]$
	<p>Fissure latérale de profondeur « a » dans une plaque semi infinie soumise à une contrainte homogène <math>\sigma</math></p>	$KI = 1,122\sigma\sqrt{\pi a} \approx 2\sigma\sqrt{\pi a}$
	<p>Plaque de largeur « w » comportant deux fissures latérales de longueur « a » soumise à une contrainte homogène <math>\sigma</math></p>	$KI = \sigma\sqrt{\pi a} \left[ 1 + 0,122 \cos^2 \left( \frac{\pi a}{w} \right) \left( \frac{w}{\pi a} \operatorname{tg} \frac{\pi a}{w} \right)^{1/2} \right]$

Tableau II-3 : Exemple de facteurs de correction dans le calcul des FIC

Cependant, en pratique les cas rencontrés sont moins idéaux et beaucoup plus complexes. Par ailleurs nous n'avons traité que le cas de fissures bidimensionnelles. Or dans la réalité, les défauts ont souvent un caractère tridimensionnel. Les fissures les plus répandues ont une géométrie elliptique (figure II-15) ou semi elliptique lorsqu'elles débouchent à la surface des pièces. Par exemple une fissure plane elliptique d'axe a et b, chargée en mode I dans un massif infinie conduit à l'équation (II-23).

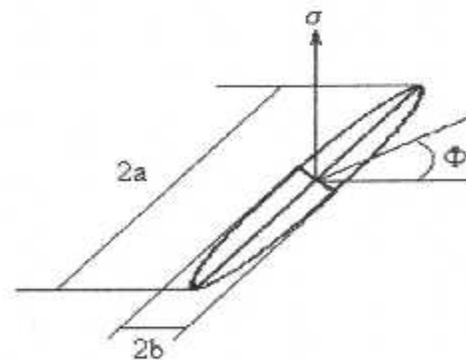


Figure II-15 : Fissure elliptique

$$KI(\Phi) = \frac{a}{E(k)} (\sin^2 \Phi + \frac{a^2}{b^2} \cos^2 \Phi)^{1/4} \tag{II-23}$$

Où E(k) est l'intégrale elliptique : 
$$E(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \cos^2 \Phi} d\Phi \tag{II-24}$$

$$\text{Avec : } k^2 = 1 - \frac{a^2}{b^2}$$

$$\text{KI est maximale au sommet du petit axe et vaut : } KI_{\max} = \frac{\sigma \sqrt{\pi a}}{E(k)} \quad (\text{II-25})$$

$$\text{Si } a = b, \text{ la fissure est circulaire et KI vaut : } KI = \frac{2}{\pi} \sigma \sqrt{\pi a} \quad (\text{II-26})$$

### **II-12 Les facteurs de corrections « BOWIE et PERIODIC » [3]:**

Le cas MSD implique des dommages multiples donc plusieurs fissures émanant de plusieurs trous ce qui cause une interaction entre ces fissures et modifie le calcul du facteur d'intensité de contraintes.

Comme pour chaque cas, il existe pour le cas MSD des facteurs de corrections. Dans notre étude, deux facteurs sont utilisés. Le premier facteur dit « BOWIE » est un facteur de correction pour deux fissures radiales égales émanant d'un trou et se propageant dans deux sens opposés l'un par rapport à l'autre comme illustré ci-dessous :

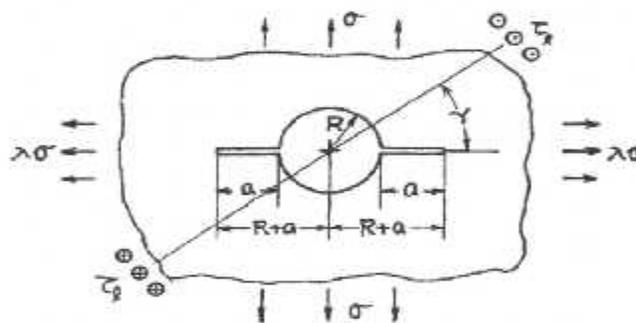


Figure II-16 : Facteur de correction « BOWIE »

Le deuxième facteur, dit « PERIODIC », est un facteur qui prend en considération l'interaction entre deux fissures se rapprochant émanant de deux trous.

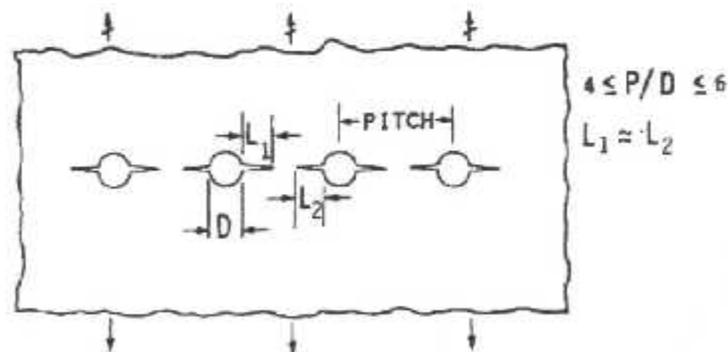


Figure II-17 : Facteur de correction « PERIODIC »

Ces facteurs sont utilisés par le puissant logiciel NASGROW qui est développé par la NASA. Ils sont introduits par les formules suivantes (d'après [3]) :

Pour  $\lambda=0$ , c'est-à-dire pas de force longitudinale.

$$s = \frac{a}{R+a}$$

$$\beta_{\text{hoop}} = \frac{0.5(3-s) [1 + 1.243(1-s)^3]}{(1 + 0.2(1-s) + 0.3(1-s)^6) (2.243 - 2.46s + 1.352s^2 - 0.248s^3)} \quad (\text{II-27})$$

$$\beta_{\text{periodic}} = \sqrt{\frac{P}{\pi(D/2+a)} \tan \frac{\pi(D/2+a)}{P}} \quad (\text{II-28})$$

Avec P le pas entre rivets et D le diamètre des trous. Sachant que les trous ont tous le même diamètre.

### **II-13 Durée de vie et tolérance aux dommages [23]:**

La durée de vie d'une structure est fortement liée aux efforts qu'elle subit. Plus les efforts sont importants et réguliers, plus l'effet de la fatigue diminue la longévité de la structure qui est d'autant plus réduite en présence de fissures. Dans le cas MSD, la durée de vie est considérablement réduite par rapport au cas d'une fissure, et la structure doit faire l'objet de plus d'attention et de contrôle qu'une plaque non endommagée ou ayant une seule fissure.

Il existe des concepts pour éviter des catastrophes et des pertes humaines. Le concept 'SAFE LIFE' propose de changer la pièce après une certaine durée de vie calculée même si cette dernière n'a subi aucun dommage. Ce concept permet de rester dans un domaine très sûr d'exploitation mais de point de vue économique il revient cher.

Un nouveau concept fut développé pour mieux répondre aux exigences modernes notamment de point de vue économique. Ce concept est nommé 'tolérance aux dommages' et a été développé afin de prédire la durée de vie d'une structure endommagée.

Cette philosophie de conception donne une marge dans laquelle un dommage est toléré. Elle est basée sur l'évaluation des fissures, sur la longueur critique qui rend le comportement de la structure instable et donc non fiable et sur la variation de la résistance résiduelle.

Ce concept est le plus largement utilisé, sauf pour quelques éléments sensibles, comme les éléments du recteur et le train d'atterrissage. Il permet une prédiction précise et sans perte économique. Il a été introduit dans la réglementation FAR.

Chez Boeing, il existe trois catégories de réparation en tolérance aux dommages [23]:

- **Réparation de catégorie A:** une réparation permanente pour laquelle aucune inspection supplémentaire, en dehors des inspections de maintenance programmées, n'est nécessaire.
- **Réparation de catégorie B:** une réparation permanente pour laquelle des inspections supplémentaires, dans des intervalles de temps spécifiés, est nécessaire.
- **Réparation de catégorie C:** une réparation temporaire pour laquelle des inspections supplémentaires, dans des intervalles de temps spécifiés, est nécessaire suivie d'une réparation ou d'un remplacement de la pièce lors de l'inspection.

### II-14 Calcul de la durée de vie et des intervalles d'inspections :

Pour calculer la durée de vie en terme de cycles, c'est-à-dire le nombre de cycles qui correspond à la longueur critique de la fissure, il suffit de calculer l'intégrale suivante ([26]) :

$$N_{\text{limite}} = \int_a^b \frac{1}{f(a)} da \quad (\text{II-29})$$

Où  $f(a) = c k^n$ .

Cette intégrale est déduite de l'équation de Paris :

$$\frac{da}{dN} = cK^n \Rightarrow \frac{da}{dN} = f(a) \Rightarrow dN = \frac{da}{f(a)} \Rightarrow N = \int_a^b \frac{da}{f(a)}$$

Les bornes d'intégrations sont des valeurs spécifiques de longueurs de fissures. En donnant par exemple à « a » la longueur de l'initiation de la fissure, et « b » celle de la fissure détectable, on obtiendra le nombre de cycles correspondant à l'apparition de la fissure.

### II-15 Exemple de durée de vie de quelques avions AIRBUS A300 [24]:

Une étude a été menée sur la durée de vie de la flotte d'AIRBUS A300 pour voir si les avions atteignent la durée de vie planifiée. Le résultat de cette étude est illustré dans l'histogramme ci-dessous :

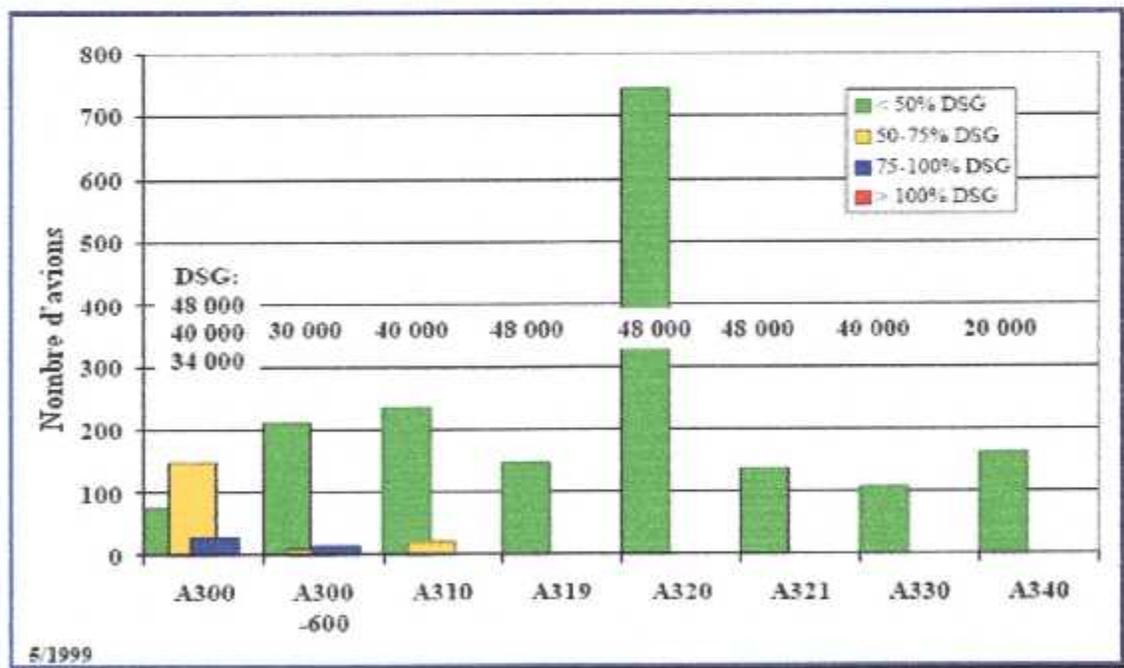


Figure II-18 : Durée de vie avant première réparation de la flotte d'Airbus

DSG est une abréviation anglo-saxonne de 'Design Service Goal' et qui signifie le but du plan de révision.

Nous observons dans le cas de l'A300, par exemple, que à peu près 80 avions n'atteignent pas les 50% de la durée de vie planifiée avant tout dommage, environ 150 atteignent entre 50 à 70% de la durée de vie prédite, et moins de 50 avions atteignent entre 75 à 100% de leur durée de vie prédite.

Pour le A320, plus de 700 avions sont réparés avant d'atteindre 50% de la durée de vie prédite sans problème qui est de 48000 heures de vols. Cette réduction de la durée de vie est spécialement liée à la présence de MSD.

Grâce aux méthodes et aux outils informatiques qui permettent des calculs précis pour la prédiction de la durée de vie, AIRBUS compte améliorer la qualité et la fiabilité de ces structures d'avions. L'objectif que cette compagnie s'est fixée en 1999, en se basant sur des logiciels de calculs et de simulations, validés par des expériences, est illustré sur l'histogramme qui suit :

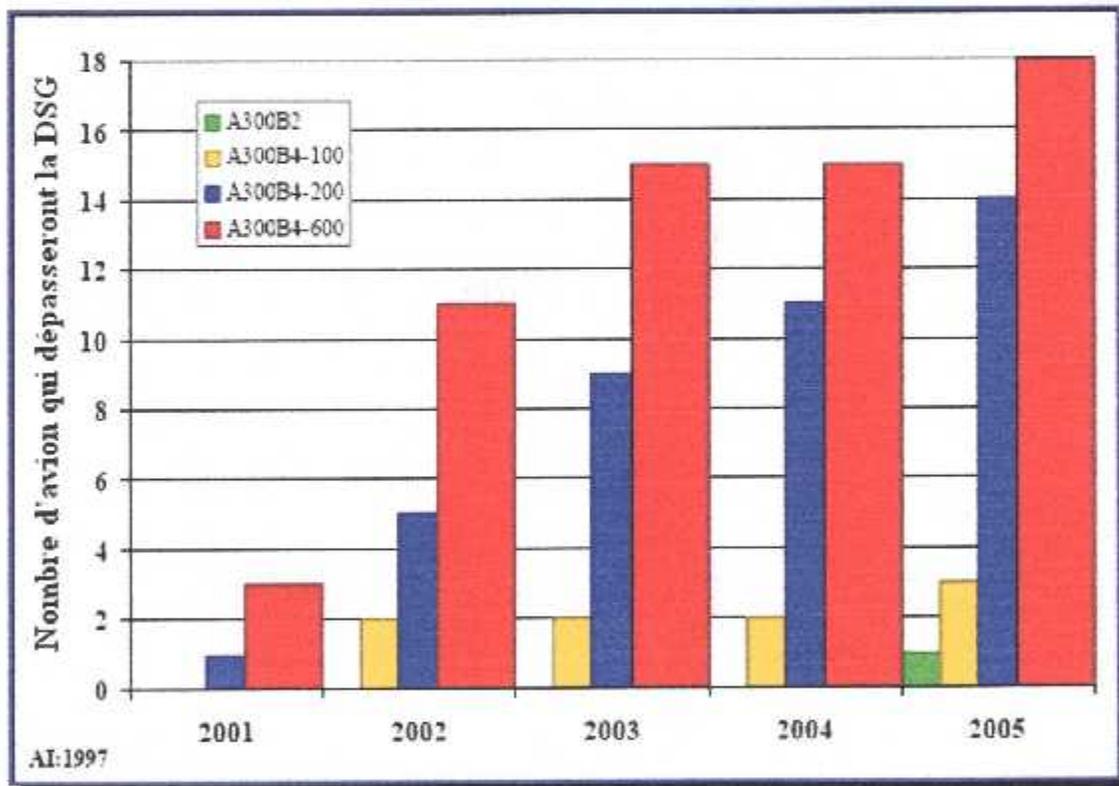


Figure II-19 : Développement de la flotte d'Airbus

D'après cet histogramme, les structures des avions AIRBUS seront plus fiables et plus robustes d'année en année. La version A300B4-600, par exemple, verra 18 avion dépassant la DGS en 2005 contre 3 en 2001, soit six fois plus d'avions fiables.

Cette étude montre la projection optimiste de la compagnie AIRBUS. Cet optimisme est basé sur des études préliminaires de prédiction via des logiciels de simulations et de calculs qui peuvent donner une image précise et presque réelle du comportement d'une structure dans un cas bien précis.

# CHAPITRE III

## LOGICIELS DE SIMULATIONS

### **III-1 Présentation des logiciels :**

La complexité de la propagation des fissures, et l'impact qu'elles peuvent avoir sur une structure, a poussé des ingénieurs à mettre au point des logiciels capables de simuler la propagation de la fissure, et de modéliser des cas réels pour mieux prédire et assurer un maximum de sécurité.

Ces logiciels sont, pour la plus part d'entre eux, basés sur des méthodes d'éléments finis pour modéliser une structure avec un maillage et voir ainsi le comportement de la structure jusqu'à rupture.

Sous une interface MS-DOS ou WINDOWS graphique et interactive, plusieurs logiciels existent de nos jours, et selon la complexité du problème et l'impact qu'il peut avoir, on choisit le logiciel adéquat pour faire l'étude.

Dans ce chapitre, des logiciels très fortement utilisés sont présentés. Leur prise en main est relativement facile, et permettent d'avoir des résultats très satisfaisants. Ils ont été élaborés et testés par le NRC 'National Research Council' la NASA 'National Aeronautics Structure Administration', et Boeing.

### **III-2 CASCA :**

CASCA est un logiciel sous fenêtre MS-DOS (figure III-1) de génération de maillage qui permet de discrétiser une structure 2D en éléments finis. Il est capable de faire des mailles de 3-6 triangulaires ou 4-8 rectangulaires.

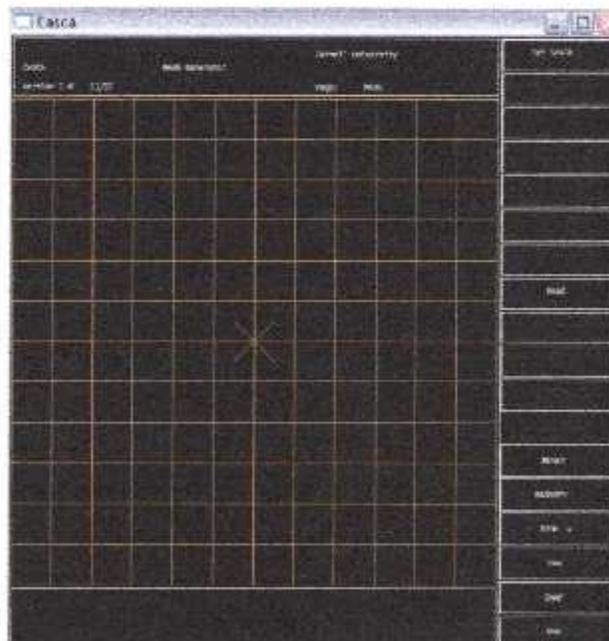


Figure III-1 : Interface du logiciel CASCA

Le principe de ce logiciel est de modéliser une structure en la dessinant (figure III-2) puis en générant un maillage correspondant à l'étude que l'on veut faire après avoir choisi le nombre de nœuds et le type de maillages (figure III-3).

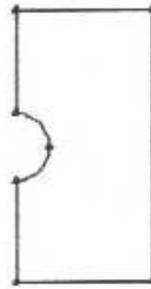


Figure III-2 : Exemple d'une structure modélisée sous CASCA

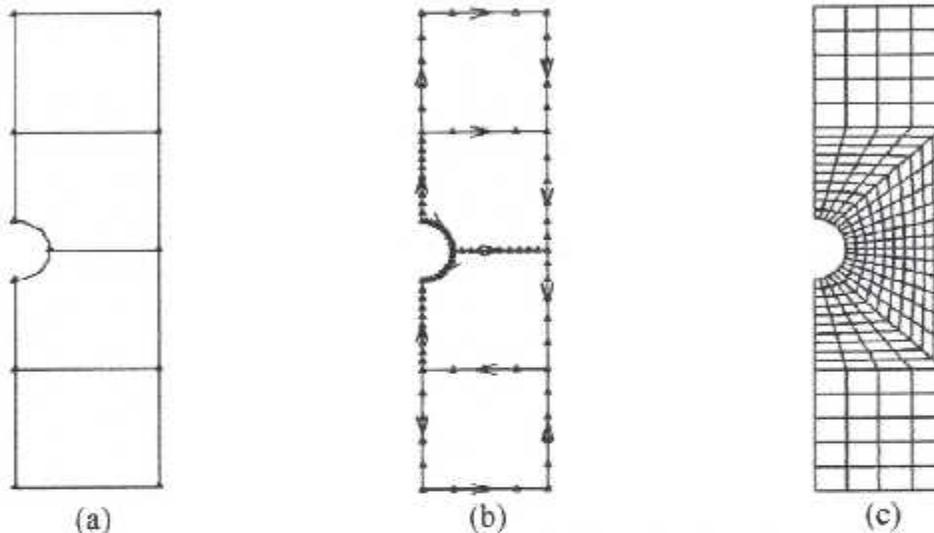


Figure III-3 : (a) subdivision en zones, (b) discrétisation des arêtes  
(c) génération de maillage

Lorsque le maillage de la structure est établi, le travail doit être sauvegardé afin de pouvoir le remodeler et surtout pour utiliser la maquette par le logiciel FRANC2d/L qui nous permettra de calculer les FIC.

### III-3 Exemple d'utilisation de CASCA :

Dans cet exemple il s'agit de modéliser puis de discrétiser une plaque avec un trou au milieu. Pour des raisons de symétrie, la modélisation sera celle de la moitié de la plaque avec un arc comme le montre la figure (III-2).

En lançant le programme, le dimensionnement du quadrillage doit être effectué en cliquant sur le bouton SET SCALE. Par défaut le quadrillage contient 12 carreaux dans chaque direction (X et Y). Pour ce problème, le quadrillage doit contenir 10 carreaux dans chaque direction avec 0.5 comme unité de longueur selon X et Y. Pour cela, un clic sur le bouton DATA SIZE fait apparaître un clavier numérique sur lequel on clic avec la souris pour introduire le nombre 10. En sélectionnant SPACING XY un clavier numérique apparaît et de la même façon on introduit 0.5 pour définir la valeur de l'unité selon X et Y. Le bouton GRID fait apparaître le quadrillage. L'étape suivante consiste à modéliser la structure en procédant comme suit:

- Cliquer sur le bouton GEOMETRY.
- Cliquer sur le bouton GET CIRCLE puis sur le bouton KEYPAD qui va laisser apparaître un clavier numérique pour introduire les coordonnées du point haut de

l'arc puis celles du point bas et finalement les coordonnées du centre de l'arc (figure III-4). Ces points spécifiques peuvent être choisis directement en cliquant sur le quadrillage aux coordonnées voulues. Enfin, il faut cliquer sur DONE pour accepter le traçage.



Figure III-4 : Traçage d'un arc

- Cliquer sur le bouton LINES CONNECT pour dessiner le contour de la structure. En cliquant directement sur la figure point par point ou en cliquant sur KEYPAD pour introduire les coordonnées de points spécifiques du contour de la structure, des lignes apparaissent connectant les points introduits pour aboutir à la structure illustrée sur la figure (III-5). Les coordonnées des points de ce problème sont montrées sur cette figure.

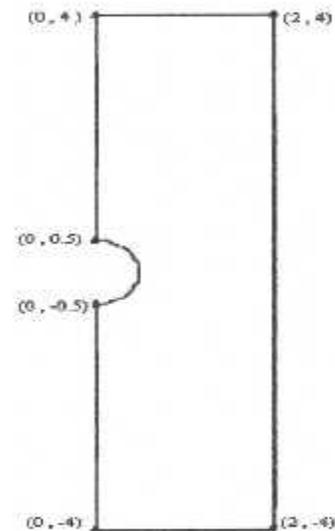


Figure III-5 : traçage de la structure

- Cliquer sur le bouton SUBREGIONS pour subdiviser la maquette en zones selon ce dont on a besoin. Dans cet exemple la maquette sera subdivisée en 4 zones. En cliquant sur GET LINES le logiciel nous permet de tracer des traits de telle sorte à obtenir la figure (III-6).

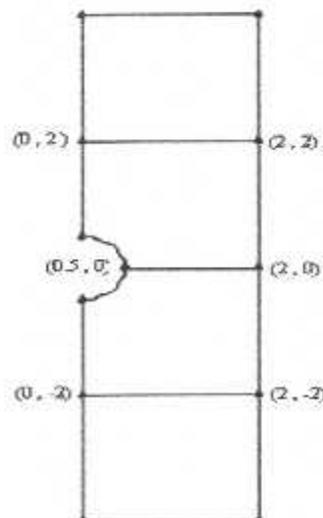


Figure III-6 : Subdivision en régions

- Cliquer sur le bouton SUBDIVIDE pour discrétiser chaque arête de la maquette en nombre bien défini de nœuds. En cliquant sur le bouton NO. OF SEGMENTS le clavier numérique apparaît pour saisir le nombre de nœuds. Pour cette maquette on choisit :

- 10 pour les 3 arêtes reliées à l'arc et à chaque moitié de l'arc.
- 4 pour les arêtes horizontales.
- 5 pour les arêtes verticales supérieures et inférieures.
- 6 pour les 2 arêtes verticales du milieu du côté gauche de la maquette. Sur ces dernières on veut que la densité des nœuds ne soit pas uniforme. La répartition comportera plus de nœuds du côté de l'arête horizontale qui coupe ces 2 arêtes. Pour cela il suffit de cliquer sur le bouton RATIO puis d'introduire respectivement 1 puis 2 pour déterminer un rapport de  $\frac{1}{2}$ , puis de cliquer sur l'arête centrale verticale gauche inférieure. Pour l'arête centrale verticale gauche supérieure, il faut d'abord cliquer sur le bouton INVERS RATIO pour inverser la densité des nœuds du côté inférieur. La figure (III-7) illustre la maquette obtenue en suivant ces étapes.

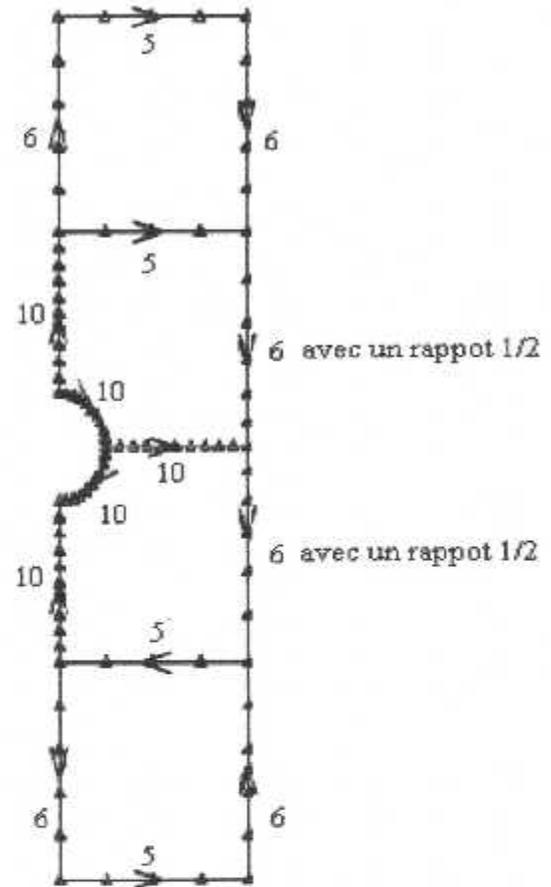


Figure III-7 : Discretisation

- Cliquer sur le bouton MESH puis sur BILINEAR 4SIDES puis sur une zone pour voir apparaître le maillage de celle la (figure III-8-(a)). Répéter depuis BILINEAR 4SIDES pour chaque zone pour obtenir le maillage illustré dans la figure (III-8-(b)).

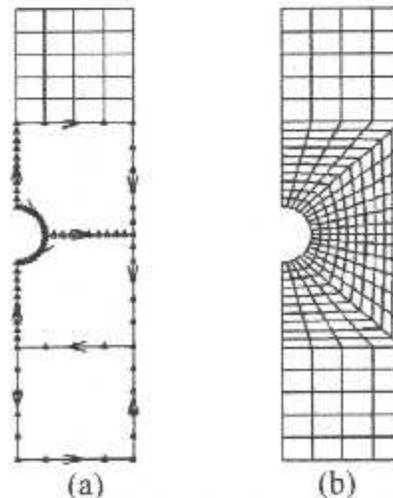


Figure III-8 : Génération de maillage

Les boutons WRITE et WRITE MESH (après avoir cliqué sur RETURN jusqu'à apparition du menu principal) permettent de sauvegarder le travail. WRITE pour avoir un fichier d'entrée à CASCA pour pouvoir réutiliser et remodeler la maquette en cas de besoin. Le bouton WRITE MESH permet d'avoir un fichier d'entrée pour le FRANC2D/L.

### **III-4 FRANC2d/L :**

FRACTURE ANALYSIS CODE est un logiciel qui permet de calculer les FIC et de simuler le comportement de la propagation de la fissure dans une structure à une ou plusieurs couches (ne dépassant pas toutefois les 10 couches) tel que les LAP-JOINT. Ce logiciel est basé sur les éléments finis et utilise la modélisation générée par le CASCA.

Il se présente sous une interface similaire à celle du CASCA mais avec des menus différents. Pour analyser le comportement et la déformation de la structure soumise à un chargement quelconque avec FRANC2d/L, il faut d'abord initialiser le problème avec une procédure préliminaire dont voici les étapes primordiales :

- Définir l'état dans lequel est étudié le spécimen : état de contrainte plane ou état de déformation plane.
- Définir les conditions aux limites en fixant le déplacement d'un nœud ou d'une barre complète dans la direction X ou Y ou dans les deux directions.
- Définir les paramètres du matériau tels que le module de YOUNG, le module de POISSON et l'épaisseur du matériau.
- Introduire le chargement appliqué en précisant le type de chargement (constant ou linéaire) la direction du chargement et son intensité.

Après ces étapes, une fonction permet de prendre en compte les paramètres introduits. Une autre fonction permet de visualiser la déformation du spécimen une fois l'analyse de validation précédente appliquée.

Les FIC peuvent être calculés par la méthode des CTOD ou celle de l'intégrale J (cf. annexe III, § AIII-2) suivant le bouton sélectionné, après avoir sélectionné le bout de la fissure en cliquant directement sur la maquette. Les résultats sont affichés sur une autre fenêtre auxiliaire.

Ainsi les renseignements nécessaires pour l'analyse de la propagation de la fissure et la mécanique de la rupture peuvent être obtenus via le FRANC2D/L.

### **III-5 AFGROW :**

Contrairement aux deux précédents logiciels qui se présentent sous une fenêtre MS DOS, le AFGROW 'ANALYSIS FRACTURE GROWTH' (analyse de la propagation à la rupture) est un logiciel sous Windows graphique (figure III-9) dont le rôle principal est de déterminer la longueur critique de la fissure. Il permet aussi de calculer la durée de vie de la structure en se basant sur le spectre de chargement donné. Les résultats sont donnés sous forme de graphes et tableaux affichés sur une feuille EXCEL après que le lien entre

AFGROW et EXCEL soit établi via VISUAL BASIC qui permet de transmettre les données de AFGROW vers EXCEL et vis versa.

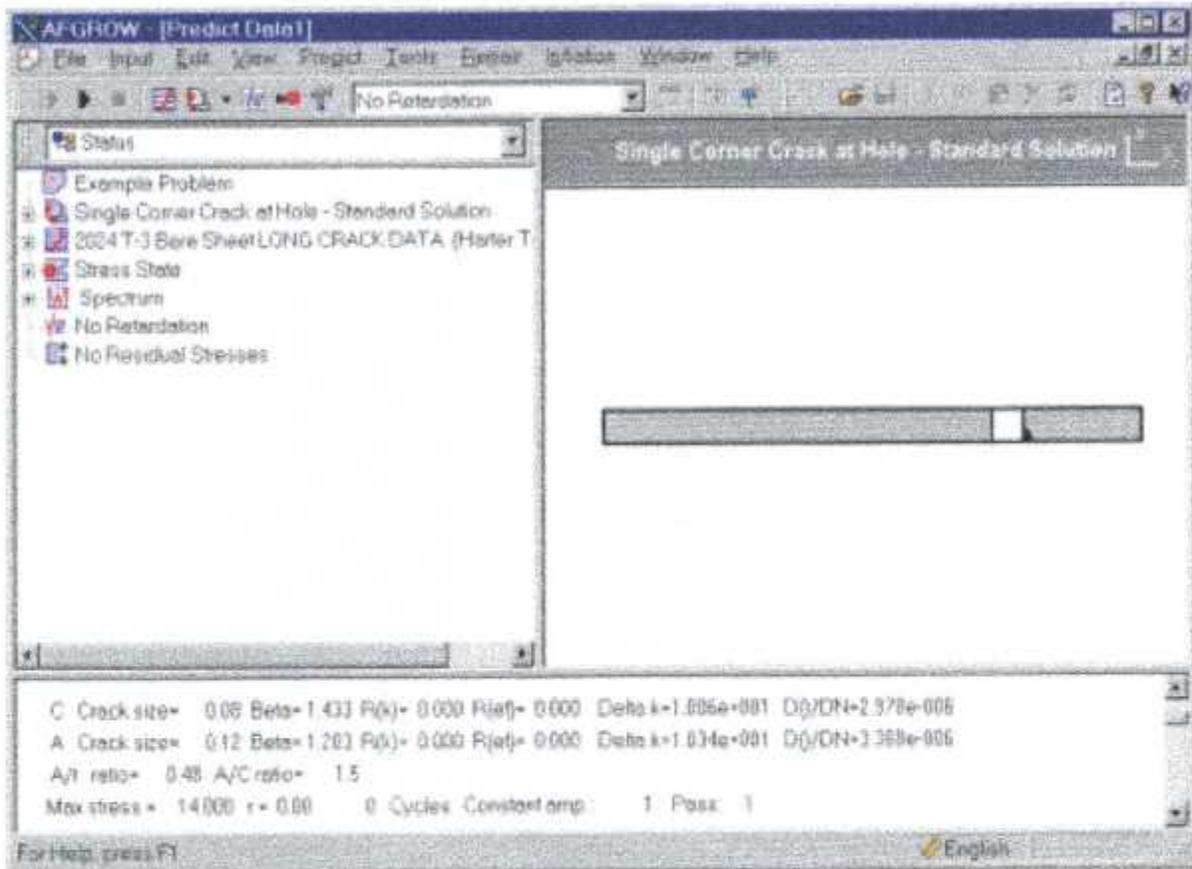


Figure III-9 : Interface du logiciel AFGROW

### III-5-1 Processus de fonctionnement AFGROW - EXCEL [25]:

- Les valeurs des FIC obtenues par FRANC2D/L sont introduites manuellement sur une feuille EXCEL.
- AFGROW prend ces données de la feuille EXCEL en passant par le lien programmé sous VISUAL BASIC, pour les traiter et calculer les paramètres voulus (en général, les paramètres les plus importants sont la longueur de la fissure critique et le nombre de cycle de fonctionnement sans danger « SAFE LIFE » de la structure).
- Une fois les données traitées, les résultats sont automatiquement affichés sur la même feuille EXCEL. Un graphe peut par la suite être illustré en utilisant les fonctions graphiques d'EXCEL.

**Remarque :** On peut toutefois utiliser directement AFGROW sans passer par EXCEL en lançant l'application. Les données concernant un problème spécifique seront traitées en utilisant les fonctionnalités du logiciel, et on aura les mêmes résultats. Mais en utilisant le lien AFGROW-EXCEL les résultats sont plus facilement exploitables sous EXCEL et peuvent par la suite subir des modifications et d'autres traitements pour répondre à une analyse spécifique.

### III-6 Évaluation des logiciels AFGROW et FRANC2D/L [7]:

#### III-6-1 Etudes du comportement d'un lap-joint avec MSD et effet de corrosion:

L'étude de la durée de vie d'un lap-joint soumis à un chargement cyclique a été menée par Boeing afin de prédire le comportement des fuselages de leurs avions ayant des caractéristiques identiques à celui des spécimens étudiés, et subissant le même chargement.

L'analyse a été faite sur une plaque d'aluminium 2024-T3 qui contient 11 trous à travers la largeur tel qu'illustré sur la figure (III-10) ci-dessous :

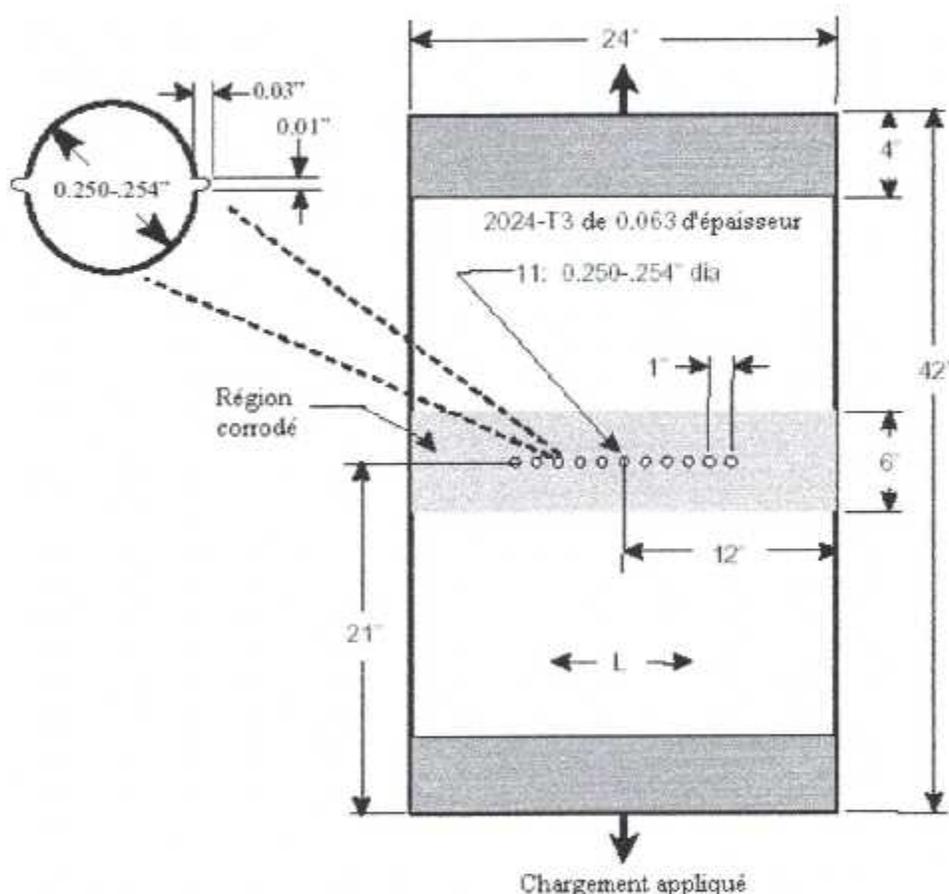


Figure III-10 : Lap-joint étudié

Trois plaques identiques ont été testées. Toutes étaient soumises à des chargements cycliques périodiques avec un rapport  $R = 0.1$ , mais de différentes amplitudes et sous des conditions différentes telles que :

- Plaques non corrodées d'épaisseur  $e = 0.062$  in soumise à un chargement  $\sigma = 10.2$  Ksi.
- Plaques corrodées d'épaisseur  $e = 0.042$  in soumise à un chargement  $\sigma = 11.2$  Ksi.
- Plaques corrodées d'épaisseur  $e = 0.046$  in soumise à un chargement  $7.2 \sigma =$  Ksi

### III-6-2 Modélisation et analyse en éléments finis :

Afin de modéliser la plaque avec MSD pour analyser les contraintes, Boeing a utilisé FRANC2D/L. Pour des raisons de symétrie, la maquette ne comportait que la moitié de la plaque qui avait les propriétés suivantes :

Module de YOUNG	10,6 Msi
Rapport de POISSON	0,33
Limite élastique	40 Ksi
Durcissement matériau	Ref. 2

Tableau III-1 : Données du problème

Le FRANC2D/L, basé sur ces données, calcule les FIC des onze fissures initiées (sachant que chaque trou est fissuré de part et d'autre). Ces FIC sont utilisés pour incrémenter la propagation de la fissure de chaque trou. Cette procédure a été répétée plusieurs fois pour simuler l'incrémentation de la propagation de la fissure. Ainsi des FIC sont obtenus en fonction de la longueur de la fissure.

Pour la plaque corrodée, un effort efficace a été calculé en déterminant la quantité de perte matérielle due à la corrosion sur la plaque et en supposant une augmentation nette d'effort de section. Cette augmentation a été utilisée comme donnée pour le logiciel AFGROW pour étudier la durée de vie. Notons que malgré les performances de FRANC2D/L et sa capacité de calcul, il reste néanmoins un programme rudimentaire pour l'analyse de la propagation de la fissure. AFGROW est beaucoup plus sophistiqué et est capable de donner une estimation de la durée de vie avec une très bonne approche.

Les FIC peuvent être normalisés pour être indépendants des contraintes et représentés par les facteurs de correction «  $\beta$  » calculés comme suit :

$$\beta = \frac{K}{\sigma \cdot \sqrt{\pi \cdot c}}$$

Les facteurs bêta ont été calculés pour une moyenne de FIC en fonction de la longueur de la fissure, les résultats sont tabulés dans le tableau suivant :

Fissures moyennes		
c	K $\sigma$	Beta
0.02	0.639	2.548
0.04	0.770	2.172
0.06	0.829	1.910
0.08	0.870	1.735
0.10	0.911	1.626
0.12	0.960	1.563
0.14	1.016	1.532
0.16	1.078	1.521
0.18	1.146	1.524
0.20	1.218	1.536
0.22	1.296	1.558
0.24	1.385	1.595
0.26	1.495	1.654

Tableau III-2 : Résultats des FIC et des Bêta

### III-6-3 Analyse de la propagation de la fissure :

L'analyse de la propagation de la fissure a été exécutée via AFGROW. Les propriétés du matériau, sa géométrie ainsi que le spectre de chargement ont été introduites directement au programme avec un rapport de chargement  $R = 0.1$

Les résultats obtenus sont sous forme graphique (figure III-11) avec:

- Pour le cas A une ligne continue.
- Pour le cas B une ligne discontinue bleu
- Pour le cas c une ligne discontinue rose.

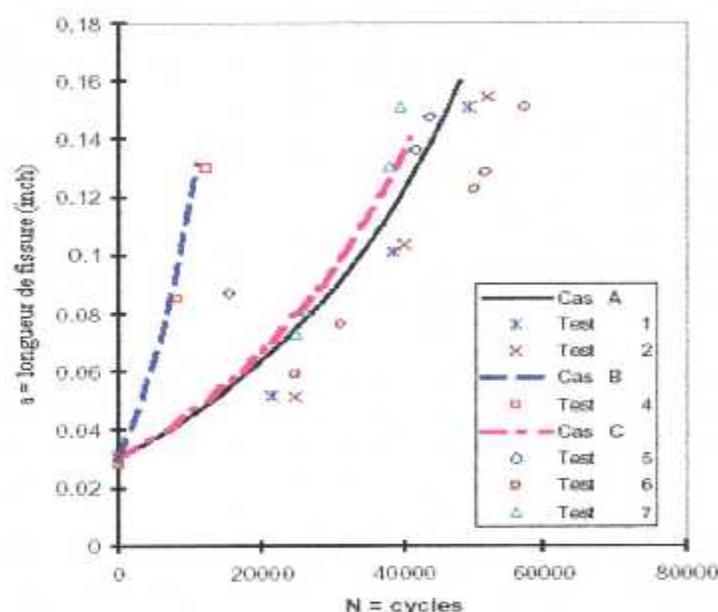


Figure III-11 : Propagation de la fissure calculée par AFGROW

### III-6-4 Discussion :

D'après le graphe obtenu (du document [7]), la durée de vie de la plaque A est plus importante que celle des plaque B et C. on remarque aussi que la plaque C qui subit un chargement moins important que B résiste à un plus grand nombre de cycles. Donc la corrosion et le chargement sont des facteurs très influents sur le comportement et la durée de vie de la structure, de telle façon qu'une structure corrodée a une durée de vie plus courte qu'une structure non corrodée. Et plus le chargement est important plus la durée de vie diminue.

### III-6-5 Analyse d'un spécimen de lap-joint avec MSD [7]:

Les caractéristiques géométriques du spécimen de lap-joint et les chargements auxquels il été soumis, sont basées sur un test expérimental de la fatigue élaboré par l'université de CARLTON et le conseil national de recherche du Canada NRC 'NATIONAL RESEARCH COUNCIL', puis ils ont été comparés avec les résultats de la simulation basés sur les mêmes données.

### III-6-6 Données de l'essai [7]:

Les spécimens de lap-joint testés se constituent de 2 feuilles d'aluminium 2024-T3 d'épaisseur égale à 0.040 inch rivetés par trois rangées de rivets fraisés de 5/32 inch. Chaque rangée comporte 8 rivets séparés d'un pas égal à 1.0 inch. Les rivets extérieurs sont distants de 0.5 inch du bord de la plaque. L'étude expérimentale inclue le test de fatigue de 9 lap-joint non corrodés et 5 lap-joint corrodés.

### III-6-7 Modélisation et analyse en éléments finis [7]:

Une maquette a été modélisée et discrétisée avec FRANC2D/L, sa configuration est illustrée sur la figure (III-12) suivante:

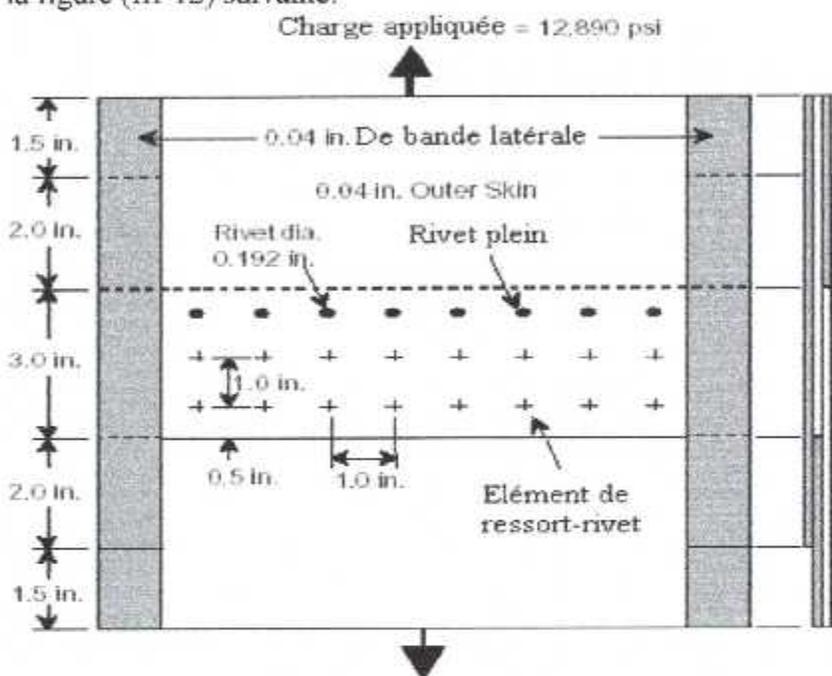


Figure III-12 : Configuration du spécimen par le NRC

Les deux plaques sont attachées avec des rivets et deux bandes d'adhésifs latérales. Les rivets sont modélisés suivant 2 méthodes (d'après [7]) :

- 1- la première consiste à modéliser le rivet comme une zone circulaire où les 2 plaques sont attachées avec un adhésif disponible dans la bibliothèque interne du FRANC2D/L. Cette méthode est appliquée aux rivets de la première rangée qui est la plus critique.
- 2- La deuxième méthode consiste à modéliser le rivet par un élément ressort de 2 nœuds. Chaque nœud de l'élément est attaché à une des 2 plaques. Chaque élément ressort représente un rivet. Cette méthode est appliquée aux rivets des 2 autres rangées (figure III-12).

Une interface de contact a été modélisée pour la première rangée. Cet élément de contact permet une liberté de glissements et de déplacements d'ouverture entre les rivets et la plaque, mais empêche les déplacements de fermeture. L'interface a été ajoutée par la méthode standard d'introduction de la courbe de contraintes – déplacements non linéaires.

Les fissures ont été introduites aux rivets de la rangée supérieure selon deux scénarios :

- Des fissures ce rapprochant émanant de 2 trous adjacents.
- Deux fissures émanant de par et d'autre d'un trou.

Les fissures ont été propagées automatiquement par la fonction AUTOMATIQUE du FRANC2D/L, puis ce dernier a calculé les FIC des bouts de fissures de chaque étape de la propagation. Les résultats ont été tabulés comme suit :

Scenario 1						
Long fissure c (in)	Interference = 0.0007 $\pm$ inch					
	0% Corrosion			2% Corrosion		
	Kmax	Kres	Beta	Kmax	Kres	Beta
0.05	13730	8377	1.048	13870	8426	1.066
0.10	13740	7429	0.874	13910	7472	0.891
0.15	13480	6422	0.798	13700	6457	0.819
0.20	13800	5861	0.777	14000	5892	0.794
0.25	13960	5336	0.755	14180	5363	0.772
0.30	14550	5082	0.757	14780	5108	0.773
0.35	14950	4849	0.747	15190	4872	0.763

Scenario 2						
Long fissure c (in)	Interference = 0.0007 $\pm$ inch					
	0% Corrosion			2% Corrosion		
	Kmax	Kres	Beta	Kmax	Kres	Beta
0.05	13910	8529	1.053	14070	8576	1.075
0.10	14440	7757	0.925	14630	7797	0.946
0.15	14910	6862	0.910	15230	6894	0.942
0.20	16080	6399	0.947	16340	6427	0.970
0.25	16850	5939	0.965	17200	5963	0.984
0.30	18120	5755	0.988	18450	5777	1.013
0.35	19130	5543	1.005	19400	5563	1.024

Tableau III-3 : Résultats des deux scénarios

Avec : Kmax en  $\text{PSi}\sqrt{\text{inch}}$  représentent les FIC, et Kres en PSI représente la résistance résiduelle

### III-6-8 Analyse de la propagation de la fissure :

L'analyse faite par AFGROW était basée sur les données suivantes :

- Plaque en aluminium 2024-T3 avec da/dN de limite inférieur de  $10^{-2}$ .
- Chargement d'amplitude constante = 12.89 Ksi
- R = 0.02.

Les figures (III-13) et (III-14) illustrent les résultats des deux scénarios sous forme de courbe avec :

- les lignes continues représentant les scénarios 1 et 2.
- Les lignes discontinues avec des carrés représentant l'évolution des fissures les plus importantes (dites LEAD CRACK). Ces fissures sont identifiées dans la courbe par le numéro du spécimen auquel elle appartient et par son emplacement. Par exemple, F0-6L représente la LEAD CRACK qui se trouve à gauche (L) de la fissure du rivet numéro 6 du spécimen 0.

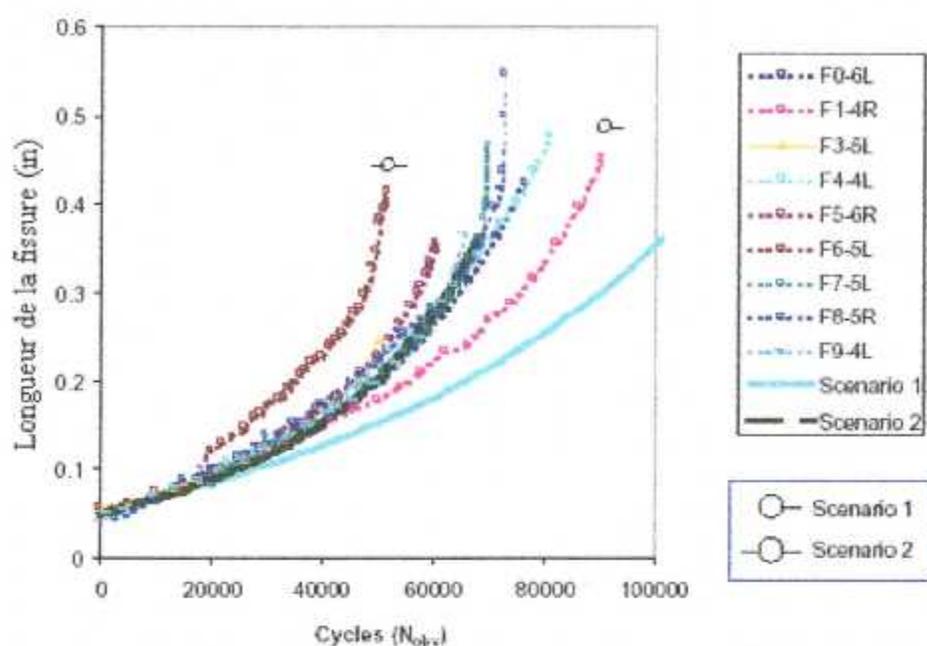


Figure III-13: Courbe de prédiction de la propagation de la fissure des lap-joint non corrodés

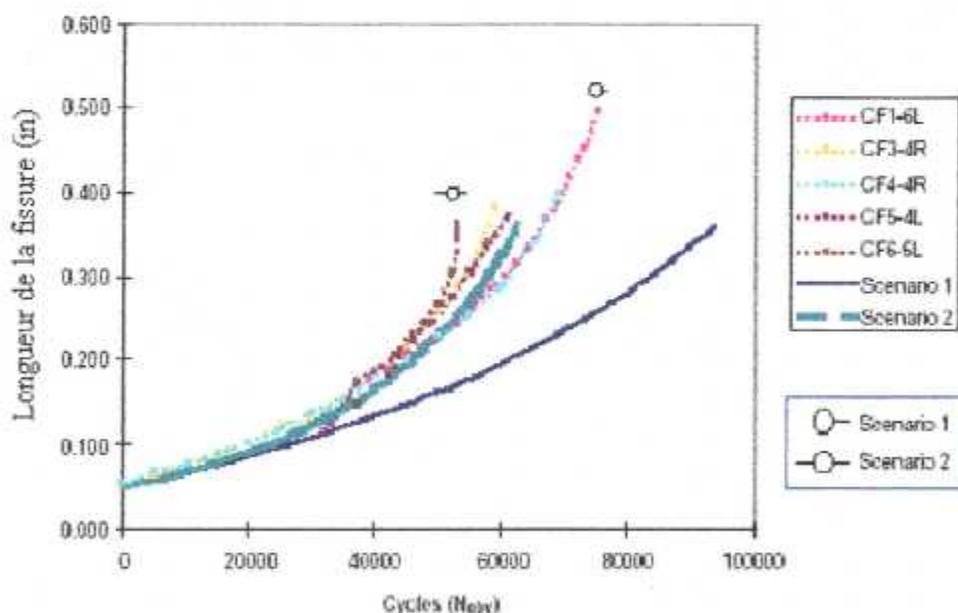


Figure III-14: Courbe de prédiction de la propagation de la fissure des lap-joint corrodés

### III-6-9 Conclusion :

Les résultats montrent une bonne cohérence entre l'expérience et la simulation de prédiction pour le cas simple et celui corrodé. Les résultats analytiques ont été comparés avec les résultats expérimentaux pour déterminer l'efficacité de la méthodologie d'estimation de l'effet de la corrosion sur un lap-joint. Une méthode a été développée utilisant l'outil d'analyse pour déterminer la durée de vie de la fissure de fatigue des spécimens.

**III-7 NASGROW [10]:**

NASGROW est un puissant logiciel d'analyse de la propagation de la fissure. Il fut développé par la NASA pour répondre aux exigences techniques et prédire le comportement des structures complexes qu'étudie cette firme. Il permet de déterminer la longueur de la fissure critique, les cycles correspondants à chaque étape, la décroissance de la résistance résiduelle... etc. Il est doté d'une très large base de données, incluant ainsi plusieurs scénarios et cas possibles, plusieurs matériaux avec leurs paramètres, ainsi que plusieurs géométries.

Voici deux exemples, figures (III-15, III-16) de modèles existant dans la base de données de NASGROW :

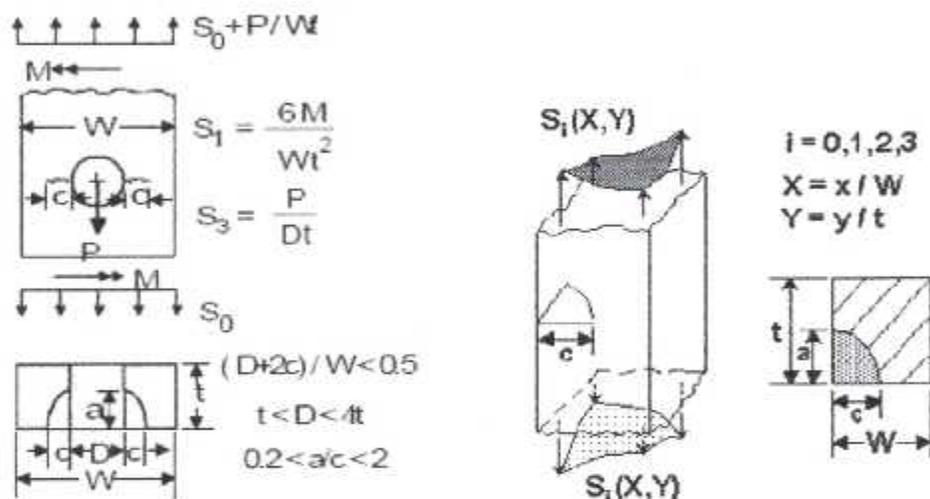


Figure III-15 : Deux fissures radiales émanant d'un trou

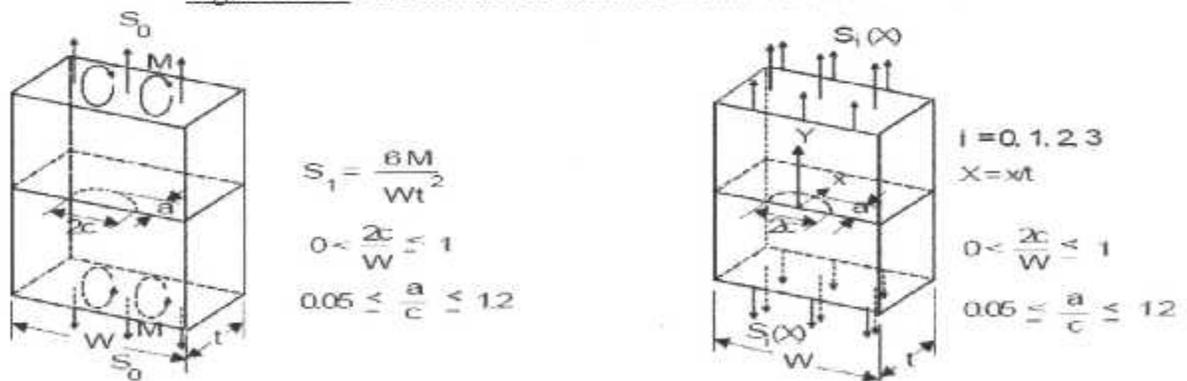


Figure III-16 : Fissure non radiale, et élément subissant un effort de traction et un moment de flexion.

Il existe d'autres logiciels sur le marché qui peuvent être beaucoup plus puissants et complets que ceux présentés dans ce chapitre, mais ces logiciels sont beaucoup trop chers et même si une industrie pourrait se permettre de les acheter, elle ne trouvera que quelques applications utiles par rapport aux cas qu'elle rencontre. Certains logiciels coûtent tellement cher qu'ils se louent.

Cependant ces logiciels peuvent donner des résultats très précis et des maillages en 3D comme illustré dans la figure (III-17) modélisant ainsi chaque partie avec les détails [2].

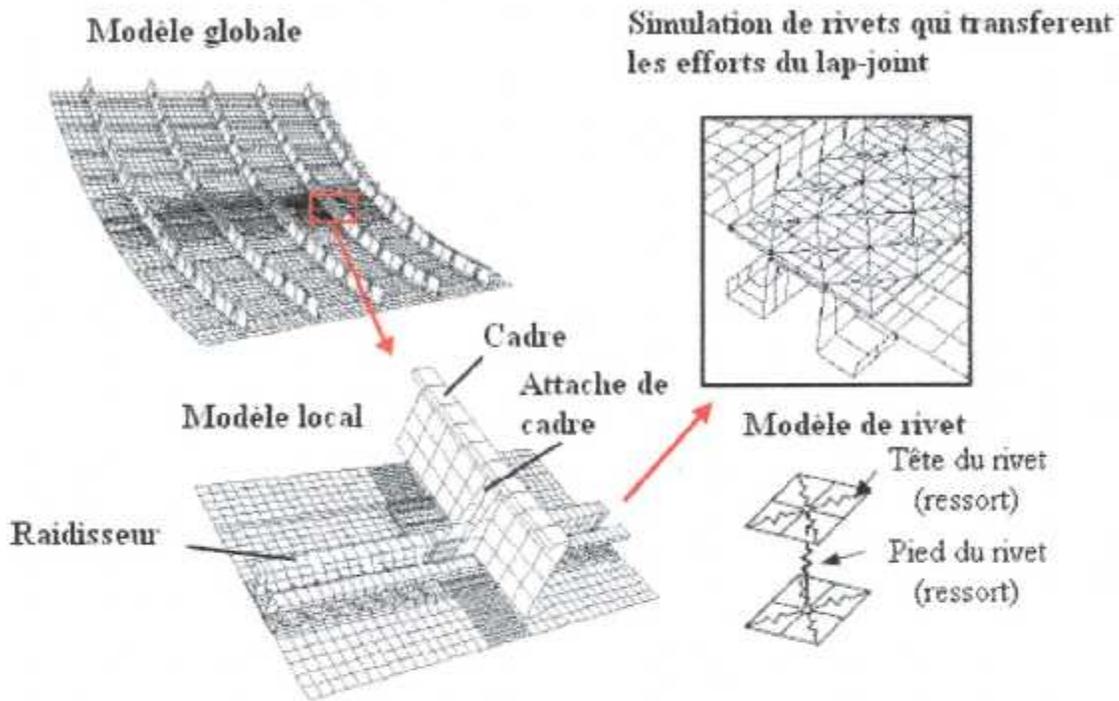


Figure III-17 : Modélisation en 3D d'un panneau

Un autre problème se pose concernant ces logiciels. Ils sont tellement puissants qu'il leur faut des supers calculateurs pour faire leurs calculs, ce qui n'est pas le cas des ordinateurs personnels qu'ils ne parviennent pas à faire tous les calculs nécessaires.

# CHAPITRE IV

## ORGANIGRAMMES RESULTATS ET INTERPRETATIONS

**Introduction:**

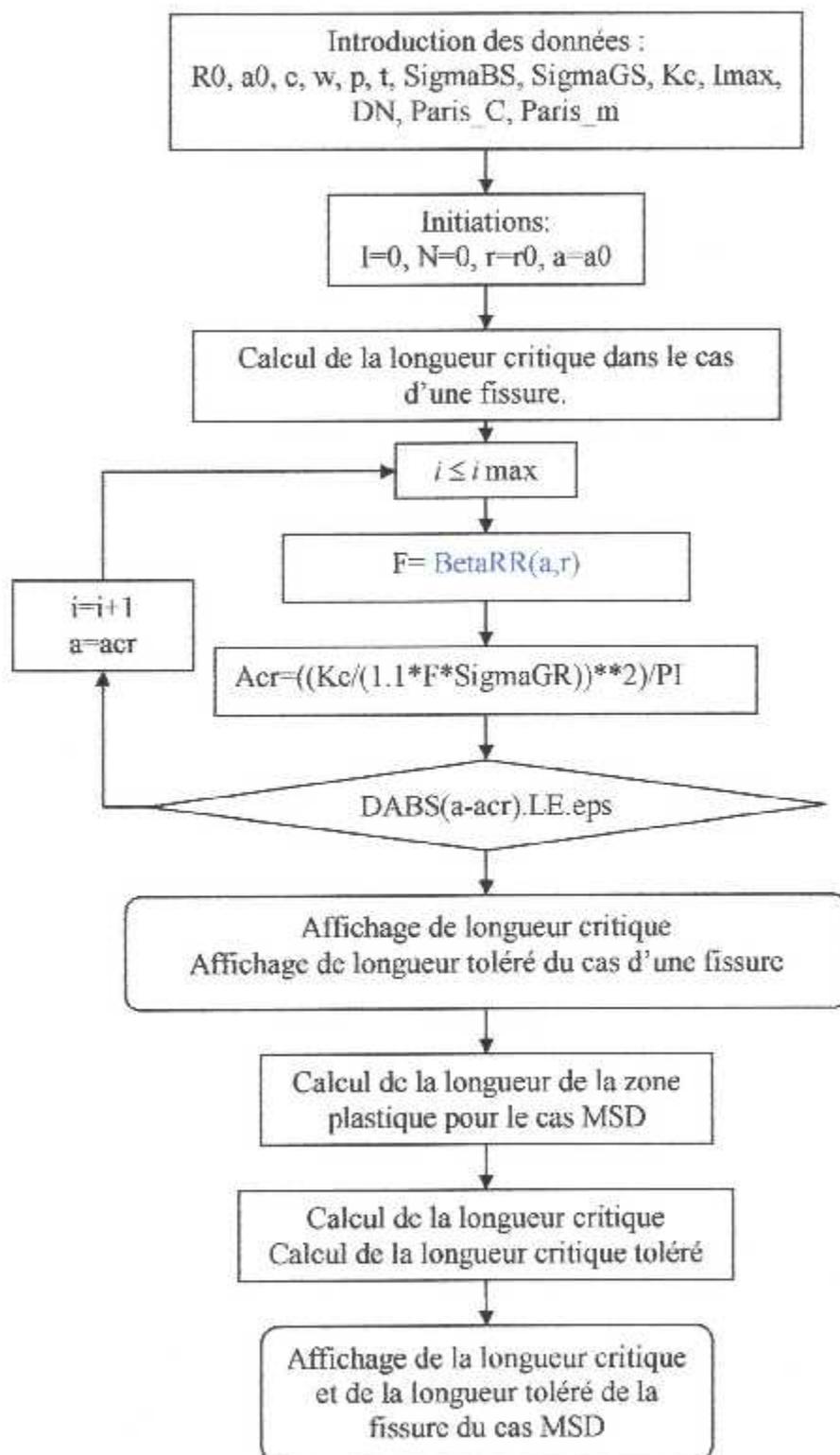
Les 'lap-joint' sont des éléments très sensibles aux problèmes de fissurations multiples ou 'MSD'. Ces éléments sont soumis à des charges cycliques de pressurisations et dépressurisations ce qui donne naissance au phénomène de fatigue qui accentue la propagation de la fissure.

Dans ce chapitre, une étude d'un cas pratique est présentée. Cette étude permet de déterminer, via un programme en FORTRAN 90 que nous avons écrit, les caractéristiques liées à la propagation des fissures sur un lap-joint.

Ces caractéristiques sont :

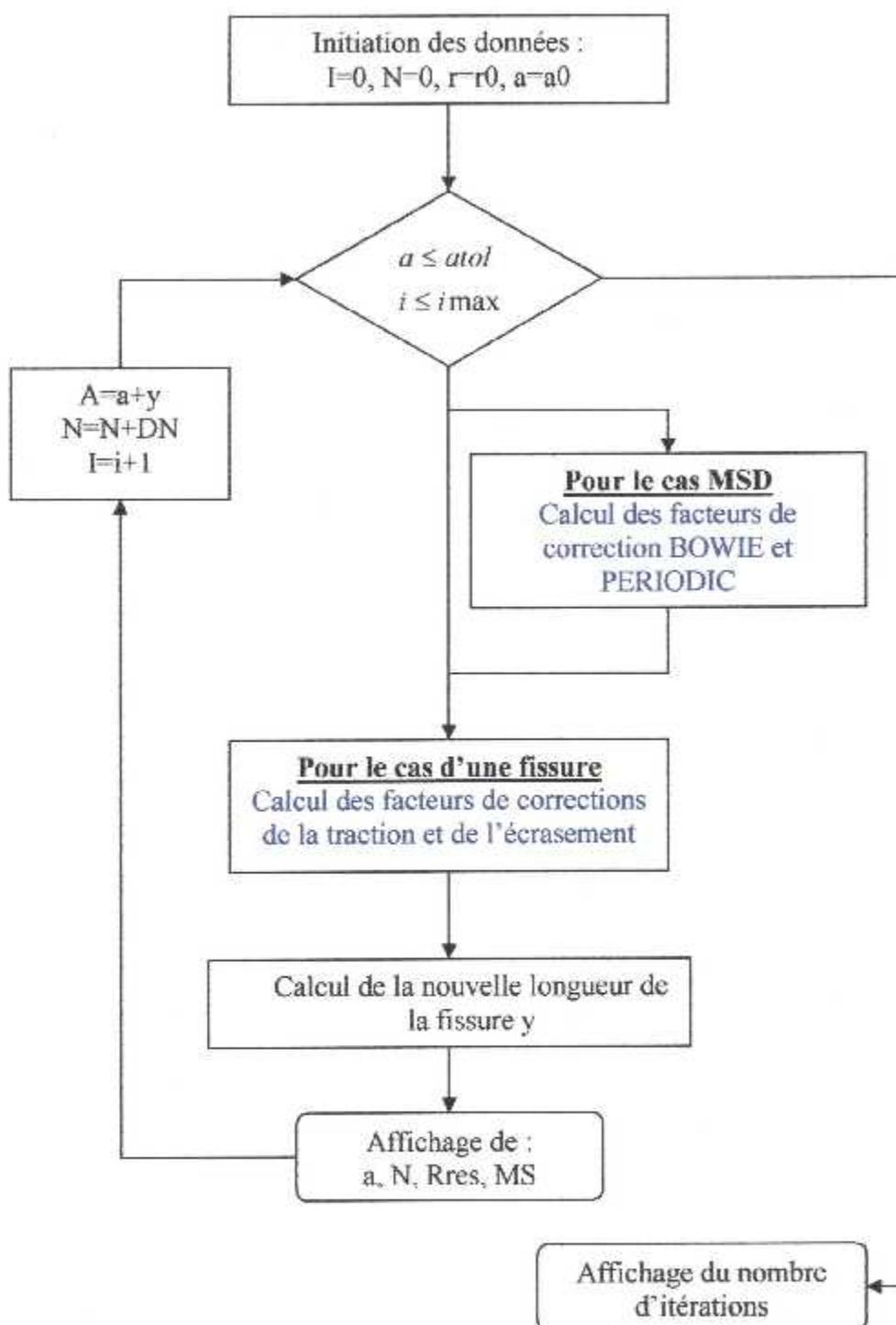
- La variation de la propagation de la fissure.
- La longueur critique de la fissure.
- La variation de la résistance résiduelle.
- La variation de la marge de sécurité.
- La variation des facteurs d'intensité de contraintes.

Dans les pages qui suivent, des organigrammes de l'algorithme du programme sont illustrés. Après ces organigrammes, une explication plus détaillée sur le problème pratique étudié suivi de graphes qui représentent les variations des caractéristiques citées ci-dessus.

**IV-1 Organigrammes de l'algorithme de calcul :****IV-1-1 Organigramme du calcul des longueurs critiques de fissures :****Remarques :**

- Les caractères en bleu signifient une formule programmée sous forme de fonction ou subroutine.
- Les résultats sont affichés dans un document EXCEL.

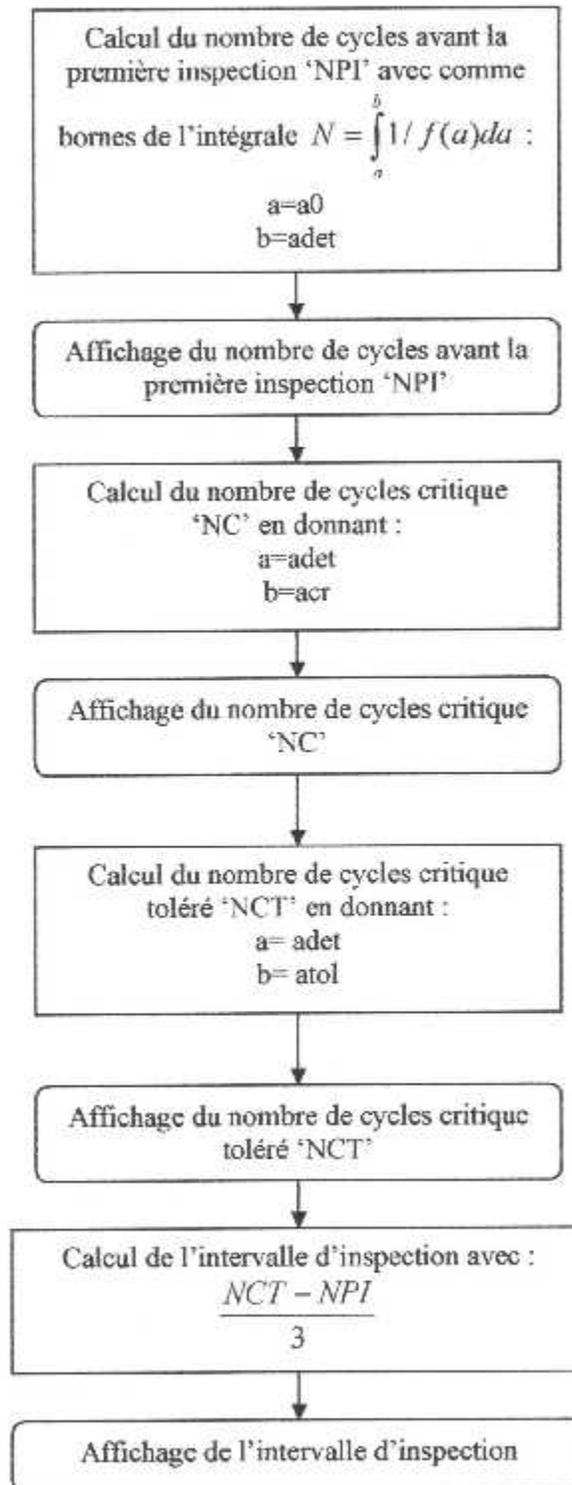
## IV-1-2 Organigramme du calcul de la propagation de la fissure :

**Remarques :**

- Les caractères en bleu signifient une formule programmée sous forme de fonction ou subroutine.
- Les résultats sont affichés dans un document EXCEL.

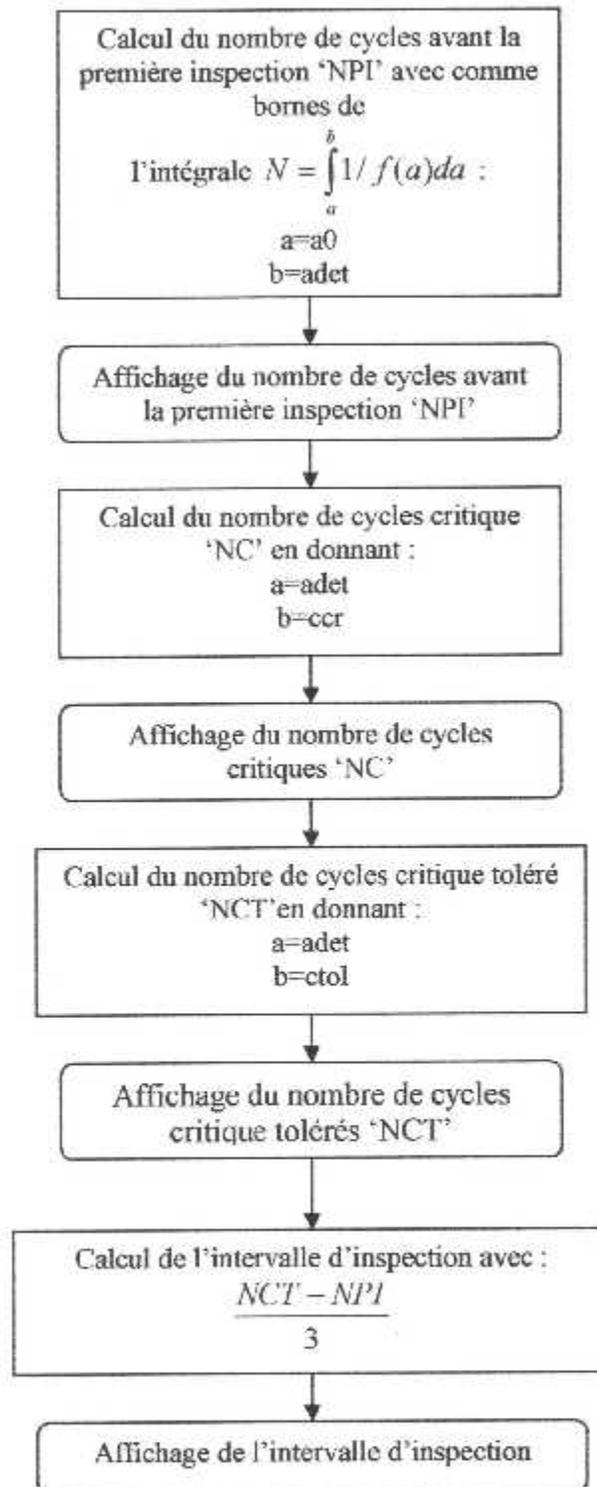
### IV-1-3 Organigramme du calcul du programme d'inspection :

#### a) Pour le cas d'une fissure :



#### Remarques :

- Le calcul de l'intégrale se fait par la méthode de GAUSS à 5 points, programmée en tant que fonction.
- Les résultats sont directement affichés dans un document Word.

b) Pour le cas MSD :**Remarques :**

- Le calcul de l'intégrale utilise la même fonction (GAUSS)
- Pour ce qui est des résultats, notons que la différence dans le calcul du programme d'inspection entre le cas d'une fissure et le cas MSD, réside dans le calcul du nombre de cycles critiques.

## IV-2 Présentation du cas étudié :

Le cas étudié est une modélisation de prédiction du comportement d'un lap-joint en présence de plusieurs fissures au niveau de plusieurs trous 'MSD' (Figure IV-1). Un programme en FORTRAN a été élaboré afin de calculer les facteurs d'intensité de contraintes, la longueur de la fissure critique, la résistance résiduelle, la marge de sécurité et enfin la durée de vie (en nombre de cycles).

Le programme calcule ces paramètres pour le cas d'une fissure et pour le cas MSD en tenant compte du phénomène d'écrasement dû aux rivets (§ : II-9-3), et aux contraintes de pressurisation (§ : II-9-1).

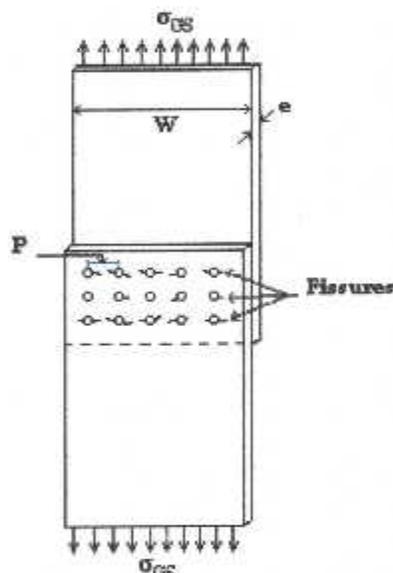


Figure IV-1 : Lap-joint étudié

### IV-2-1 Données du problème

▪ Concernant le spécimen :

- Le lap-joint est en alliage d'aluminium (2024-T3)
- La largeur du panneau  $w = 20$  inch
- L'épaisseur du panneau  $t = 0.063$  inch
- Le diamètre des trous  $D = 0.1878$  inch
- Pas de rivets  $P = 0.94$  inch
- Longueur détectable de la crique  $a_{det} = 0.03$  inch
- La ténacité du matériau  $Kc = 83440 \text{ psi}(\text{in})^{1/2}$
- La contrainte de traction  $\sigma_{GR} = 15206$  psi
- La contrainte de l'écrasement  $\sigma_{BS} = 23619$  psi
- Constantes de paris  $m = 4.328 * 1E-17$   
 $C = 2.873$

▪ Concernant l'algorithme :

- Longueur supposée pour lancer les calculs  $a_0 = 0.005$  inch
- Nombre d'itérations  $i = 500$
- Précision  $\text{eps} = 0.001$
- Pas de cycles  $DN = 100$  cycles

**IV-3 Calcul des paramètres :****IV-3-1 Calcul de la longueur critique :**

Dans le cas MSD, la longueur critique est calculée avec la relation (cf. § : II-10):

$$C_{critique} = a_{critique} - r_p \quad (IV-1)$$

Avec :

$$a_{critique} = \frac{P - D}{2} \quad (IV-2)$$

Et :

$$r_p = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{Kc}{\sigma_{ys}} \right) \quad (IV-3)$$

Dans le cas d'une fissure, la longueur critique est calculé par (cf. § II-10):

$$C_{critique} = \frac{1}{\pi} \left( \frac{Kc}{\beta\sigma} \right)^2 \quad (IV-4)$$

**IV-3-2 Calcul de la résistance résiduelle :**

Pour le calcul de la résistance résiduelle, nous avons utilisé la formule cité dans le chapitre II (§ II-6), et introduit les facteurs de corrections qui correspondent à notre problème :

$$\delta = \frac{Kc}{(\beta_{RR}\beta_{CF} + \beta_{RP})\sqrt{\pi a}} \quad (IV-5)$$

Avec :

- $\beta_{RP}$  : facteur de correction dû à la contrainte d'écrasement.
- $\beta_{RR}$  : facteur de correction dû à la contrainte à distance.
- $\beta_{CF} = \beta_{Bowie}\beta_{Periodic}$

Où :  $\beta_{Bowie}$  et  $\beta_{Periodic}$  sont des facteurs de corrections présentés dans le chapitre II (§ II-12).

**IV-3-3 Calcul des facteurs d'intensité de contraintes :**

Les FIC ont été calculés par la formule du chapitre I (§ I-6-3, Equation I-12). En introduisant les facteurs de corrections qui correspondent à notre problème, on a abouti à :

$$KI = (\beta_{RR}\beta_{CF} + \beta_{RP})\sigma\sqrt{\pi a} \quad (IV-6)$$

IV-3-4 Calcul de la marge de sécurité :

En général, la marge de sécurité est évaluée par rapport à la contrainte appliquée :

$$MS = \frac{\text{résistance résiduelle}}{\text{contrainte appliquée}} - 1 \quad (\text{IV-7})$$

La marge de sécurité pour le cas d'une seule crique est calculée par l'expression

$$MS = \frac{Kc}{1.1(\sigma_{GS} + \sigma_{BS} \beta_{RP}) \sqrt{\pi a_{cr}}} - 1 \quad (\text{IV-8})$$

Dans le cas MSD, la marge de sécurité est calculée par l'expression :

$$MS = \frac{Kc}{1.1 * (\beta_{CF} \sigma_{GS} + \sigma_{BS} \beta_{RP}) \sqrt{\pi a_{cr}}} - 1 \quad (\text{IV-9})$$

Avec :

- '1.1' : facteur de sécurité imposé par la réglementation (FAR25.303)

IV-3-5 Evaluation du programme d'inspection :

Les cycles sont incrémentés par 100. Le début d'inspection est évalué en calculant le nombre de cycles nécessaire pour que la crique progresse jusqu'à la longueur détectable (par les instruments standard NDT en HFEC).

La durée de vie est évaluée en calculant le nombre de cycles nécessaires pour que la crique progresse de la valeur détectable jusqu'à atteindre sa longueur critique tolérable.

Les intervalles successifs d'inspection sont évalués en choisissant un coefficient k de réduction de durée de vie :

- k = 3 pour les intervalles successifs

Les résultats obtenus sont directement exploités sous Excel sous forme de graphes qui nous permettent de bien visualiser le comportement de la propagation des fissures et les variations des différentes caractéristiques de la structure.

#### IV-4 Résultats et interprétations :

Une fois le programme compilé et exécuté, les résultats sont transmis à Excel, ce qui nous a permis de tracer les graphes ci-après.

##### IV-4-1 Propagation de la fissure :

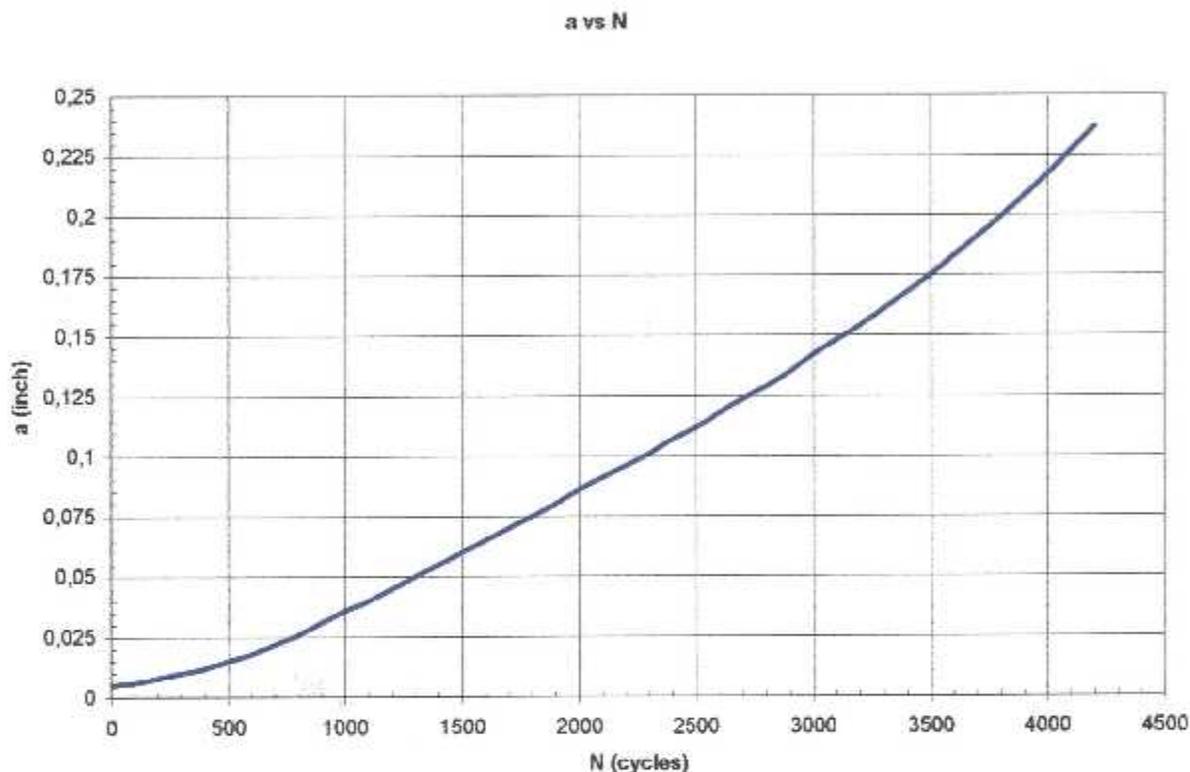


Figure IV-2 : Propagation de la fissure en fonction des cycles

La propagation de la fissure a une allure exponentielle. Après une phase d'amorçage et de propagation, la fissure croît, après 500 cycles, d'une manière quasi asymptotique jusqu'à atteindre la longueur critique. Cette propagation exponentielle est due au fait que plus la fissure augmente plus la structure se fragilise ce qui favorise de son côté la propagation de la fissure.

La longueur de fissure critique et le nombre de cycles correspondants obtenus sont :

- $C_{cr} = .327$  inch
- $N = 4235$  cycles

Pour rester dans un domaine de sécurité, une longueur tolérée a été calculée et qui vaut  $\frac{3}{4}$  de la longueur critique. Cette longueur a pour valeur :

- $C_{tol} = .245$  inch
- $N = 3722$  cycles (nombre de cycles correspondants à la longueur toléré)

## IV-4-2 Variation de la résistance résiduelle :

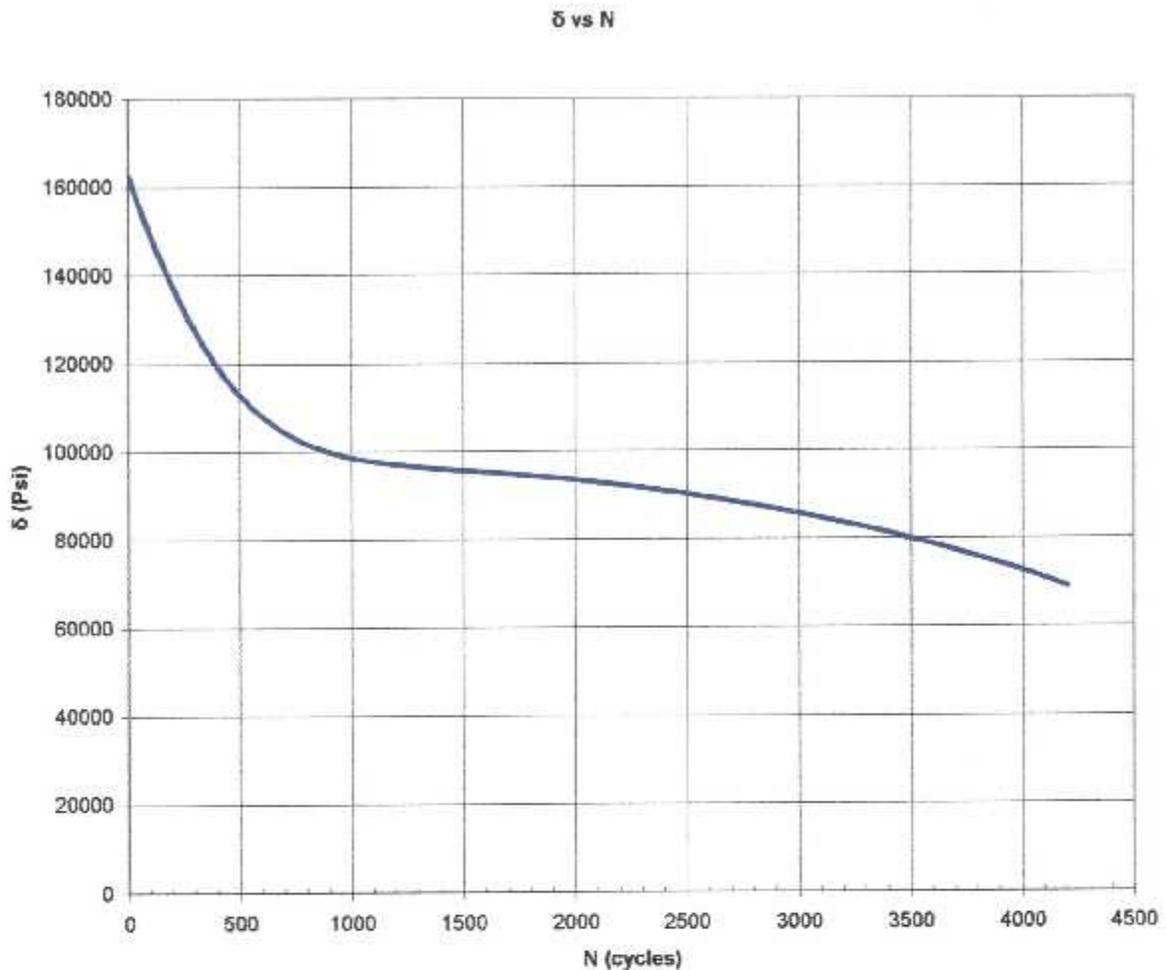


Figure IV-3 : Variation de la résistance résiduelle en fonction des cycles

Du graphe obtenu, nous remarquons que la résistance résiduelle du lap-joint diminue brusquement en fonction des cycles jusqu'aux environs de 900 cycles. Cette diminution brusque est due à l'initiation de l'algorithme de calcul et n'a pas de signification physique. C'est une phase de stabilisation du programme.

La diminution continue au fur et à mesure que la fissure se propage et s'approche de la longueur critique (d'où risque de déchirure brusque du ligament en trous successifs) à 4200 cycles.

La résistance résiduelle subit une variation importante entre l'initiation et l'état critique :

- $\delta = 162411.422$  psi (correspond à la longueur d'initiation de la fissure)
- $\delta = 69057.863$  psi

Donc le lap-joint perd 57.5% de sa résistance résiduelle une fois la longueur critique atteinte.

L'allure du graphe correspond à l'allure théorique (cf. § II-6), ce qui montre que les calculs et le programme donne une bonne approche de la variation de la résistance résiduelle.

#### IV-4-3 Variation de la marge de sécurité :

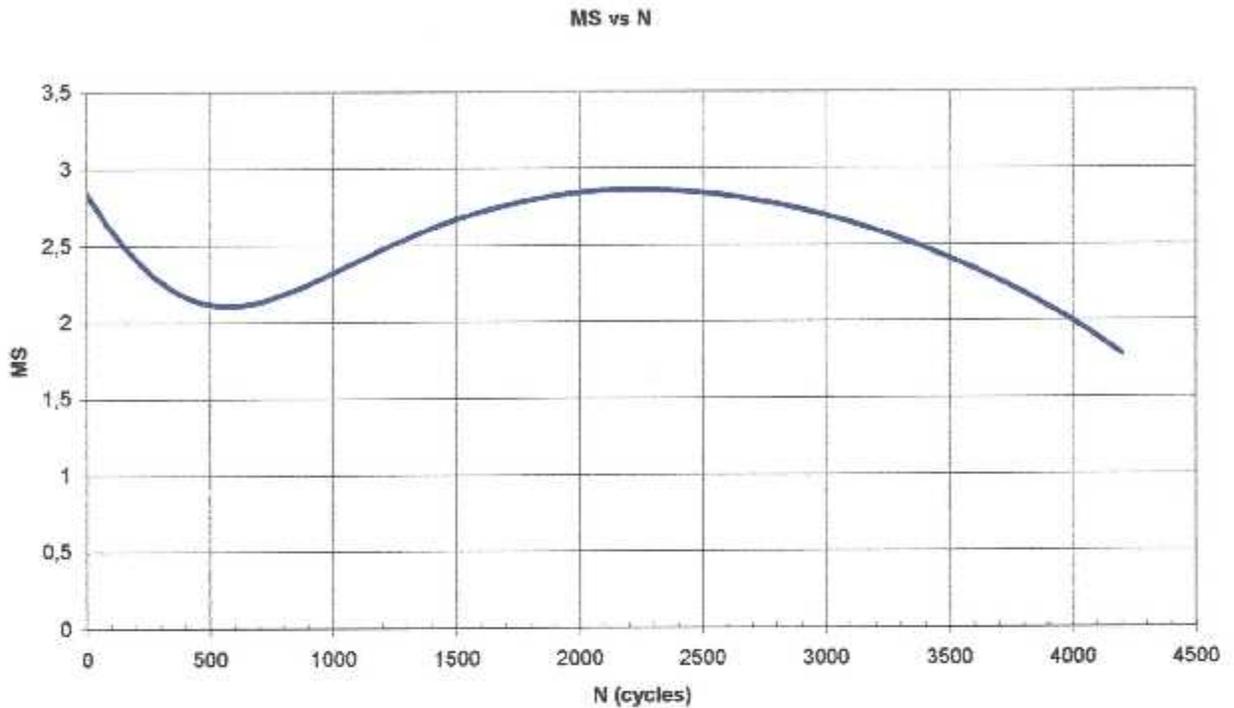


Figure IV-4 : Variation de la marge de sécurité en fonction des cycles

Nous remarquons à partir de ce graphe, que la marge de sécurité varie à partir de 2.8 au début du calcul jusqu'à 1200 cycles. Cette variation parabolique n'a pas une signification physique, comme pour la résistance résiduelle, mais c'est le début des calculs qui donne ces résultats avant de se stabiliser.

La marge de sécurité est une valeur qui varie, théoriquement, d'une manière décroissante. Or, dans ce cas (MSD) elle augmente puis elle diminue. Cette variation est due en premier lieu, comme cité ci-dessus aux calculs, puis, la deuxième variation, est due à l'instabilité de la structure à cause de la rapidité de propagation des fissures, et le temps relativement court au bout duquel elles atteignent la limite critique.

Cela confirme que la marge de sécurité, et donc la sécurité elle-même, est très perturbée en présence de plusieurs fissures au niveau de plusieurs sites. Cependant cette variation n'influe pas sur l'étude de la durée de vie du lap-joint, car au niveau de la maintenance, ils s'intéressent à la convergence de la fissure et des cycles et de son état en fin de vie.

Pour voir la différence de l'influence d'une ou plusieurs fissures, une étude comparative entre les critères étudiés précédemment dans le cas d'une fissure et le cas MSD, est exposée dans les paragraphes suivants.

## IV-4-4 Variation des FIC :

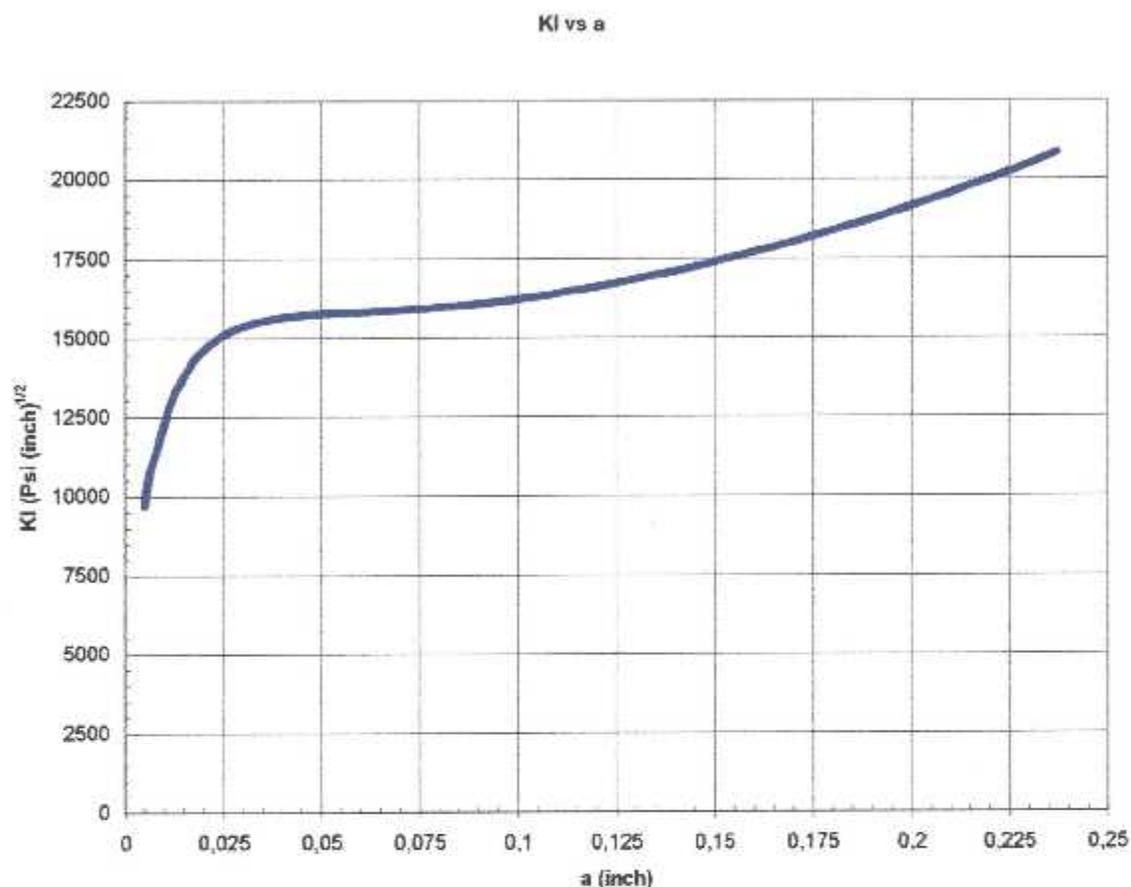


Figure IV-5 : Variation des facteurs d'intensité de contraintes en fonction de la propagation de la fissure.

Du graphe obtenu, nous remarquons que les facteurs d'intensité de contraintes 'FIC', varient rapidement de l'initiation jusqu'à 0.025 inch. Cela est dû, en premier lieu à l'initiation des calculs, ensuite, à l'instabilité de la structure causée par les fissures.

Après 0.025 inch, les FIC augmente quasi linéairement, ce qui est cohérent avec la théorie.

Cette augmentation explique la divergence de la propagation de la fissure en fin de cycles, car l'intensité des FIC est plus importante au fur et à mesure que la fissure croît, et donc ils fragilisent la structure et favorisent la propagation.

### IV-5 Etude comparative :

Dans chaque graphe, sont illustrées deux courbes, représentant la même caractéristique, correspondant à chaque cas.

#### IV-5-1 Comparaison de l'évolution des fissures :

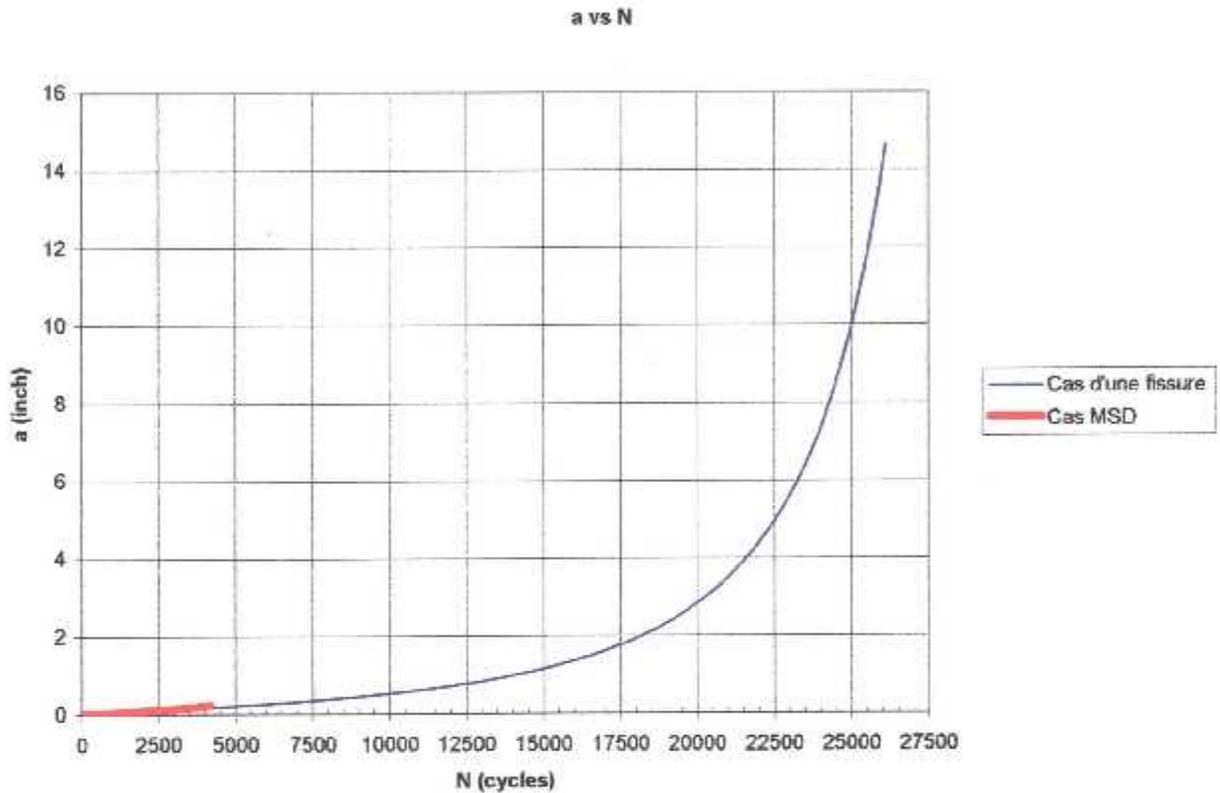


Figure IV-6 : Comparaison entre la propagation d'une fissure et de plusieurs fissures en fonction des cycles

De cette illustration, nous remarquons la différence très nette entre les deux cas. La durée de vie d'un lap-joint en présence de MSD est très nettement inférieure à celle avec une fissure.

Alors que pour le cas d'une fissure, la structure étudiée peut supporter un chargement pendant 26100 cycles, en présence de plusieurs fissures, sa durée de vie est sensiblement réduite à 4200 cycles. Soit une diminution de 84% sous le même chargement.

Cette comparaison montre la fragilité de la structure en présence de MSD et le danger que peut représenter un élément de structure sur la totalité de la structure en présence de plusieurs fissures surtout si elles ne sont pas détectées et prédites avant qu'elles n'atteignent des grandeurs critiques.

## IV-5-2 Comparaison entre les résistances résiduelles :

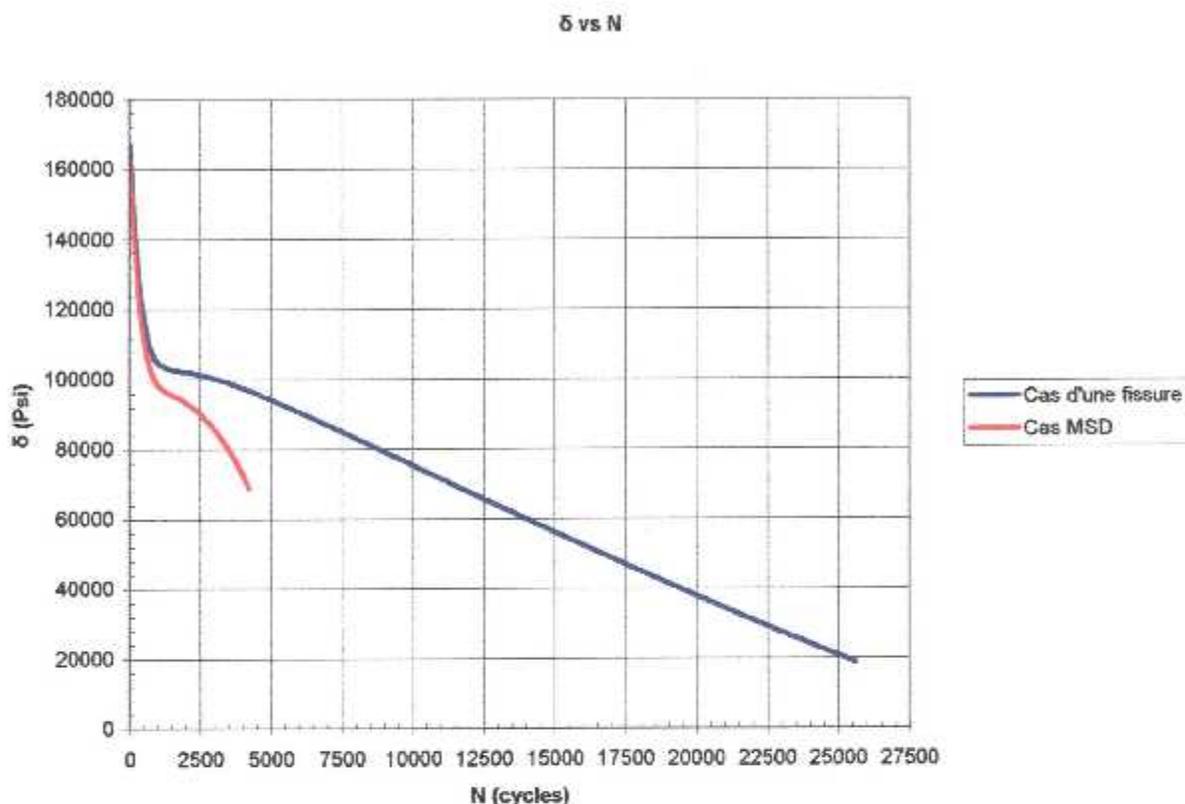


Figure IV-7 : Comparaison de la variation de la résistance résiduelle en fonction des cycles

On remarque dans ce graphe que la variation décroissante de la résistance résiduelle dans le cas d'une fissure, est quasiment linéaire à partir de 2500 cycles après une diminution brusque due à l'initiation de la fissure.

Comparé au cas MSD, la résistance résiduelle diminue plus rapidement par rapport au cas d'une fissure, mais elle est plus intense à un point d'abscisse particulier, c'est-à-dire à un nombre de cycles précis.

L'exemple suivant expose cette différence.

Exemple : A 1000 cycles, la résistance résiduelle est de:

- $\delta = 101316,623$  Psi dans le cas d'une fissure
- $\delta = 90137,588$  Psi dans le cas MSD

Donc une différence, à ce stade c'est-à-dire à 1000 cycles, de presque 11%.

Les facteurs d'intensité de contraintes varient d'une manière croissante pour les deux cas avec une différence d'intensité en fin de vie due à la différence entre le nombre de cycles limites des deux cas.

Cependant, si on prend un point particulier, par exemple à 3000 cycles, le FIC a comme valeurs :

- $KI = 14845,834 \text{ PSI} \sqrt{\text{inch}}$  dans le cas d'une fissure.
- $KI = 17140,245 \text{ PSI} \sqrt{\text{inch}}$  dans le cas MSD.

Soit une augmentation de 13,4% des concentrations de contraintes en présence de plusieurs fissures. Ce qui favorise leur propagation.

#### **IV-6 Programme d'inspection :**

Une fois l'étude des caractéristiques de la propagation de la fissure établie, un programme d'inspection doit être élaboré pour déterminer les différentes phases d'inspections pour maintenir l'aéronef en état de fonctionnement dans un domaine de sécurité.

Ce programme d'inspection a été déterminé comme suit :

##### *LE CAS D'UNE FISSURE*

- Première inspection après: 491 cycles
- Nombre de cycles critique: 26306 cycles
- Nombre de cycles critique toléré: 26177 cycles
- Intervalles d'inspection: 8562 cycles

##### *LE CAS MSD*

- Première inspection après: 447 cycles
- Nombre de cycles critique: 4235 cycles
- Nombre de cycles critique toléré: 3722 cycles
- Intervalles d'inspection: 1092 cycles

D'après ces résultats, la première inspection sera faite, pour le cas MSD, à 447 cycles de vie, ensuite, des inspections devront être faites chaque 1092 cycles. Après 3 inspections, on atteindra la limite tolérée, à ce moment, des réparations ou des remplacements devront être effectués.

Pour le cas d'une fissure, la différence réside dans le fait que la durée de vie est beaucoup plus grande, donc les trois inspections seront effectuées chaque 8562 cycles après une première inspection faite à 491 cycles.

Notons que ces intervalles d'inspections restent théoriques et que des changements peuvent être effectués sur ces calculs après la première inspection. Ces intervalles peuvent augmenter si on observe une longueur de fissure plus grande que prévue et une éventuelle propagation plus rapide.

**IV-7 Résumé :**

Les résultats et les graphes obtenus, permettent de mieux comprendre l'influence des fissurations sur multiples emplacements. La présence de ces fissures est très représentative car elles diminuent dangereusement la résistance résiduelle et favorisent l'augmentation des facteurs d'intensité de contraintes, qui à leurs tours facilitent la propagation des fissures.

Ces courbes restent néanmoins dans le domaine de la prévision et de la simulation. Lors des inspections, des mesures, dans le but d'estimer l'évolution de la fissure, sont établies et les valeurs obtenues sont reportées sur les graphes permettant ainsi de le réajuster, et de définir si les premières estimations sont bonnes, ou si d'autres calculs devront être faits...C'est la surveillance engineering du comportement réel de la structure endommagée.

# CONCLUSION

## **CONCLUSION:**

En se penchant sur le problème des fissures de fatigue par une approche en mécanique de la rupture linéaire, nous remarquons que ce domaine reste incontestablement celui de la prédiction, de la probabilité et de l'incertitude.

Néanmoins, les résultats obtenus dans ce domaine permettent d'avoir une idée sur le processus de fissuration et de prédire ainsi la durée de vie dans le cas de l'amorce d'une crique ou de plusieurs criques en interaction. Cette idée nous la voulons très proche de la réalité pour assurer un maximum de fiabilité. Ce qui nous permet de mettre en place un programme optimal d'inspection d'un avion en terme de sécurité, d'économie et d'exploitation.

Nos résultats ont une bonne cohérence avec la théorie et les résultats des experts. Les points essentiels que l'on doit noter, en présence de multiples fissures, sont :

- L'accroissement des facteurs d'intensité de contraintes.
- La diminution drastique de la résistance résiduelle.
- La diminution importante de la durée de vie.
- La variation de la marge de sécurité à cause de l'instabilité de la structure.
- Programme d'inspection plus contraignant (début d'inspection, seuil supérieur et les intervalles répétitifs).

Le problème du MSD (Multi Site Damage) est d'actualité, et malgré les études et les logiciels spécifiques qui le traitent, il reste sans solutions exactes. Le fuselage peut avoir plusieurs panneaux endommagés avec MSD, ce problème est appelé en terme technique aéronautique WFD (Widespread Fatigue Damage), ce qui signifie dommages de fatigue répandus. Ce phénomène est très dangereux car il peut compromettre sérieusement l'intégrité structurale de l'avion. Des études très poussées sont faites actuellement pour éviter d'avoir des WFD et de pouvoir les prédire. Ce domaine est donc ouvert à toute approche qui permettrait de faire un pas en plus vers une prédiction plus fiable.

# BIBLIOGRAPHIE

## **BIBLIOGRAPHIE**

- [1] Koolloos, H.J. ten Hoeve, F.P. Grooteman and A.U. de Koning: "*Analysis of Residual Strength of Stiffened Panels with Multiple Site Damage*". By National Aerospace Laboratory, The Netherlands.
- [2] C. E. Harris, R. S. Piascik and J. C. Newman, Jr: "*A Practical Engineering Approach to Predicting Fatigue Crack Growth in Riveted Lap Joints*". By the NASA.
- [3] Lesley Camblin: "*Crack Growth Analysis of Main Cargo Door Surround Doubler Attachment to Fuselage Skin with MSD Cracks*", by Structural Integrity Engineering.
- [4] Silva, Luca, Consalves : "*Multiple site damage in riveted lap joint specimens*", par la faculté de l'ingénierie de l'université de PORTO.
- [5] Chuin-Shan Chen, Paul A. Wawrzynek, and Anthony R. Ingraffea: "*Crack Growth Simulation and Residual Strength Prediction in Airplane Fuselages*", by the NASA.
- [6] B. R. Seshadri and J. C. Newman. Jr: "*Residual Strength Analyses of Riveted Lap-Splice Joints*", by the NASA.
- [7] Angela Trego, Dale Cope, Patrick Johnson and Doug West: "*Analytical Methodology for Assessing Corrosion and Fatigue in Fuselage Lap Joints*", by Boeing Information, Space, and Defense Systems (ISDS).
- [8] T. Sasaki & T. Honda: "*An experimental study on fatigue crack growth in lap joints with multiple fastener holes*", by the National Institute of Industrial Safety, Japan.
- [9] Lucas F.M. Silva, J.P.M. Gonçalves, F.M.F. Oliveira: "*Multiple-site damage in riveted lap-joints: experimental simulation and finite element prediction*", by the department of Mechanical Engineering and Industrial Management, University of Porto
- [10] "*Fracture Mechanics and Fatigue Crack Growth Analysis Software 'NASGROW'*", between NASA Johnson Space Center and Southwest Research Institute.
- [11] R. Zhang: "*Aging aircraft fretting fatigue reliability analysis*", in vanderbilt University, Nashville.
- [12] "*An experimental and analytical investigation of multi-sites damage in mechanically fastened joints*", by the aircraft Structural Integrity Program Conference Memphis TN.
- [13] Robert W. Gordon, Joseph J. Hollkamp: "*An Experimental Investigation of Damped Repairs for Sonic Fatigue Cracking*", by the air Force Research Laboratory.

- [14] Min Liao, Nicholas Bellinger, and Jerzy P. Komorowski: "*Analytical methodologies for fatigue life prediction of corroded fuselage splices*", by Structures, Materials and Propulsion Laboratory, Institute for Aerospace Research National Research Council Canada.
- [15] B. Barthélemy: "*Notions pratique de la mécanique de la rupture*".
- [16] D. Francis, A. Pineau, A. Zaoui : "*Comportement mécanique des matériaux*".
- [17] G. Labeas, J. Diamantakos, Al. Kermanidis, Sp. Pantelakis: "*Assessment of widespread fatigue damage in the presence of corrosion*", in the laboratory of Technology and Strength of Materials Department of Mechanical Engineering & Aeronautics University of Patras, Greece.
- [18] J. Lemaitre, J.L. Chaboche: "*Mécanique des matériaux solides*".
- [19] A. Zeghloul : "*Concepts fondamentaux de la mécanique de la rupture*".
- [20] James, M.A., Forth, S.C., Johnston, W.M., Newman, J.A. and Everett, R.A: "*Effects of compression precracking on subsequent crack growth*", by National Institute of Aerospace, NASA Langley Research, Centre, Lockheed Martin Corporation U.S. Army Research Laboratory.
- [21] Yu chee tong: "*Literature review on aircraft structural risk and reliability analysis*" in the airframe and engineering division, aeronautic and maritime research laboratory.
- [22] Joints, J. C. Newman, Jr., C. E. Harris, R. S. Piascik, and D. S. Dawicke: "*Methodology for Predicting the Onset of Widespread Fatigue Damage in Lap-Splice joint*", in the NASA.
- [23] "*Structural repair manuel*", by Boeing.
- [24] H.J. Schmidt, B.Schmidt-Brandecker, Dr. Hans trey: "*Airbus A300 fuselage program for life extension & widespread fatigue damage evaluation*", by Daimler Chrysler Airbus, Hambourg fatigue and fracture mechanics department.
- [25] James A. Harter: "*AFGROW users guide and technical manual*", by the air Vehicles Directorate.
- [26] Carle.C. OSGOOD: "*FATIGUE DESIGN, second edition*", in Cranbury, new jersey, USA

# ANNEXE I

## DEFINITIONS

**ANNEXE I : DEFINITIONS****A**

**AFGROW** : c'est un logiciel de calcul pour la prédiction de la durée de vie d'une structure et la longueur qui peut être critique.

**B**

**Butt-joint** : Ce procédé est utilisé longitudinalement, les lap-joint sont assemblés bout à bout en ajoutant une plaque interne, de la même nature que le revêtement, au niveau de la jointure pour assembler les deux tôles et garder l'aspect aérodynamique.

**C**

**CASCA** : CASCA est un logiciel sous fenêtre MS-DOS de génération de maillage qui permet de discrétiser une structure 2D en éléments finis.

**Contrainte  $\sigma$  (stress)** : action extérieure sur un matériau (traction, compression), c'est le rapport  $F/S$ , force appliquée par unité de surface exprimé en MPa (MN/mm<sup>2</sup>).

**Couple ou cadre** : C'est des barres qui donnent la forme transversale de la structure du fuselage. Ils supportent les lap-joint et renforcent la résistance à la flexion.

**D**

**Déformation élastique (elastic strain)** : déformation réversible du matériau. Quand les forces sont appliquées sur l'objet, celui-ci change de forme, mais retrouve sa forme initiale quand les forces extérieures sont retirées (ex : caoutchouc).

**Déformation plastique (plastic strain)**: déformation irréversible du matériau (ex : pâte à modeler).

**Déformation  $\varepsilon$  (strain)** : différence de forme du matériau avant et après l'application d'une contrainte, c'est une grandeur adimensionnelle ( $dl/l$  : allongement/longueur).

**Ductile (ductile)**: se dit d'un matériau qui peut être étiré sans se rompre. S'oppose à fragile. Dans le cas de matériau ductile, une déformation plastique permanente, accompagnée généralement d'un durcissement du matériau, suit la déformation élastique. De nombreux matériaux présentent ce type de comportement : la majorité des métaux et des alliages, et certains polymères thermoplastiques (polymère possédant un état liquide).

## E

**Energie de GRIFFITH** : L'approche énergétique est basée sur le postulat suivant : l'extension d'une fissure qui conduit à la rupture se produit lorsque l'énergie fournie est suffisante pour vaincre la résistance du matériau.

**Essai de compression** (compression test) Il consiste à soumettre une éprouvette de forme cylindrique à deux forces axiales opposées en la plaçant entre les plateaux d'une presse. Sa réalisation comporte deux difficultés majeures :

- De par le frottement qui s'exerce entre les faces d'appui de l'éprouvette et les plateaux de la machine, des déformations hétérogènes confèrent à l'éprouvette une forme de tonneau.
- Si l'éprouvette est trop haute par rapport à son diamètre, il y a risque d'apparition d'une instabilité élastique, le flambage.

**Essai de traction** (tensile test) : c'est l'essai le plus utilisé pour caractériser les propriétés mécaniques des matériaux ductiles.

## F

**Facteur d'intensité de contrainte 'FIC'** : est un facteur qui décrit l'ensemble de la singularité spatiale du champ de contrainte. Il est issu du produit d'une contrainte par la racine carré d'une longueur donc il a une dimension est s'exprime en  $Nm^{3/2}$ . Le plus souvent il est exprimé en  $MPa\sqrt{m}$ , ou en unité anglo-saxons  $Ksi\sqrt{inch}$  ( $Ksi\sqrt{inch}=1.12 MPa\sqrt{m}$ ).

**Facteur de correction  $\beta$**  : Le facteur de correction est adimensionnel, il est en fonction de la longueur de la fissure. Ce facteur est introduit pour le calcul réel du facteur d'intensité de contrainte. Pour chaque cas il existe un facteur de correction.

- Cas réel :  $K = \beta\sigma\sqrt{\pi a}$
- Cas théorique :  $K = \sigma\sqrt{\pi a}$

**Fluage** : déformation progressive au cours du temps d'un matériau sous charge mécanique constante. Le fluage est caractérisé par la vitesse de déformation sous une contrainte donnée et une température précisée, et par un temps de rupture dans ces conditions. Par exemple lorsque qu'un avion est au sol dans les hangars ses ailes sont soumises au fluage sous l'action du propre poids de ces ailes. Une fissure existant dans un composant est dangereuse en sollicitation monotone à partir d'une valeur critique de la contrainte appliquée, qui dépend à la fois de la nature du matériau, et de la géométrie de la fissure.

**Fragile** (brittle) : Se dit d'un matériau qui se casse facilement (cas du verre). S'oppose à ductile.

Le matériau fragile ne présentant pas de domaine plastique, la rupture se produit alors que les déformations sont élastiques. Le verre, la fonte grise, les aciers bruts de trempe, les

céramiques, le béton et la plupart des polymères thermodurcissables (polymères sans état liquide, réticulés) sont des matériaux qui ont un comportement fragile.

**FRANC2d/L** : c'est un logiciel qui permet de calculer les FIC et de simuler le comportement de la propagation de la fissure dans une structure à une ou plusieurs couches

## L

**Lap-joint** : Le revêtement de la structure est constitué de plusieurs plaques de tôle. De point de vue transversal, les tôles se chevauchent au niveau de leur extrémité. Les deux tôles sont au niveau de cette surface rivetées par des rangés de rivets de type fraisés. Ce type d'assemblage est appelé en terme anglo-saxon Lap-joint.

**Limite d'élasticité** (elastic limit) : contrainte à partir de laquelle un matériau rentre dans la zone plastique.

## M

**Module d'Young E** (young modulus) : facteur de proportionnalité entre la contrainte et la déformation :

$\sigma$  (contrainte) = E \*  $\epsilon$  (déformation) dans le domaine élastique.

**MSD** : (multi site damage) : un terme anglo-saxon désignant plusieurs sites endommagés. Présence de fissure et défauts sur multiples emplacements.

## N

**NASGROW** : c'est un logiciel d'analyse et de simulation de la propagation de la fissure et de la durée de vie d'une structure.

## R

**Raidisseurs** : Appelées aussi lisses, se sont des barres, en forme de 'U' de 'T' ou de 'J', installées longitudinalement tout au long de la structure, ils servent à attachés les lap-joint et les bout-joint. Ils ont pour rôle aussi de renforcer la résistance à la flexion du revêtement.

**Résilience** : La résilience est l'énergie nécessaire pour produire la rupture d'un échantillon entaillé (appelé éprouvette). Unité : joules par centimètre carré (J/cm<sup>2</sup>).

**Résistance** : La résistance (strength) caractérise la contrainte maximale qu'un matériau peut supporter avant de se rompre. La résistance d'un matériau est fonction de l'intensité des liaisons atomiques ou moléculaires, de la microstructure (arrangement des atomes au sein du matériau), mais également de paramètres extérieurs comme la forme des pièces ou les défauts présents dans la structure.

**Résistance résiduelle** : La résistance résiduelle d'un matériau endommagé est sa capacité à supporter une charge maximale appliquée.

**Rigidité des matériaux** (strength of materials) : On se place dans la partie élastique de la courbe de traction (ou compression), où la loi de Hooke s'applique pour des faibles valeurs de déformation.

La mesure de la rigidité du matériau est en fait la constante de proportionnalité  $E$  ou module d'Young qui relie la propriété qu'a le matériau de se déformer de manière réversible sous l'action d'une contrainte. Pour une valeur donnée de la contrainte, un matériau est d'autant plus rigide que sa déformation élastique est faible.  $E$  n'est pas la seule mesure de la rigidité. Elle peut aussi être caractérisée par le module de cisaillement  $G$ . La rigidité est fonction de l'intensité des liaisons qui existent entre les atomes ou les molécules constitutifs d'un matériau. On mesure la rigidité par la valeur des divers modules d'élasticité, en particulier  $E$ .

## T

**Ténacité** : la ténacité est la résistance d'un matériau à une propagation brutale des fissures, et donc à une rupture brutale.

# ANNEXE II

## TABLEAUX UTILES

**ANNEXE II: TABLEAUX UTILES****Tableau A-1: conversions:**

1 inch (pouce)	25.3995 mm
1 inch (pouce)	0.0253995 m
1 foot (ft)	0.3048 m
1 miles	1.609 km
1 lbs (force)	4.448 N
1 lbs (mass)	0.4536 kg
1 ksi (stress)	6895 $10^3$ Pa (N/m <sup>2</sup> )
1 psi (stress)	6895 Pa (N/m <sup>2</sup> )
1 psi (stress)	0.070307 kg/cm <sup>2</sup>
1 lbf-inch	0.113 N-m
1 lbf/inch	175.118 N/m
1 lbs/in <sup>3</sup>	0.027679 kg/cm <sup>3</sup>
1 lbs/in <sup>3</sup>	16.018486 kg/m <sup>3</sup>
1 knot (kts)	1.852 km/h
1 knot (kts)	0.5144 m/s
1 Pascal	1 N/m <sup>2</sup>
1 ksi	1000 psi
1 kgf	9.8 N
1 slug	32.174 lbs
1 slug/ft <sup>3</sup>	0.01862 lbs/in <sup>3</sup>
1 foot	12 inches

**Tableau A-2: Résistance nominale des rivets standards :**

Matière du rivet		$\sigma_{su}$ (ksi)
1100F	A	10
5052-H32	B	28
2117-T3	AD	30
2017-T3	D	38
2024-T31	DD	41
7050-T73	KE	41
7075-T73	J	42
Monel	M	49
CRES	C	65
A286	-	90

**Tableau A-3: capacité d'un rivet en 2117-T3 dans une tôle en 2024-T3 :**

TOLE EN 2024-T3				
Matière du rivet	2117-T3			
Diamètre du rivet (inch)	3/32	1/8	5/32	3/16
	0.0938	0.1250	0.1562	0.1875
Capacité nominale du rivet (lbs)	207	369	575	830
Epaisseur tôle (inch)	Capacité effective du rivet dans la tôle			
0.040	193	-	-	-
0.045	201	-	-	-
0.050	206	340	-	-
0.056	207	350	-	-
0.063	-	363	525	-
0.071	-	369	540	-
0.080	-	-	560	770
0.090	-	-	575	795
0.100	-	-	-	820
0.112	-	-	-	830
0.125	-	-	-	-
0.140	-	-	-	-
0.160	-	-	-	-
0.180	-	-	-	-
0.190	-	-	-	-

Nota bêta :

Ce tableau tient compte du cisaillement et de l'effet de l'écrasement.

**Tableau A-4: caractéristiques mécaniques d'une tôle en 2024-T3 :**

TOLE/PLAQUE – MATIERE: 2024-T3				
Epaisseur de tôle (inch)		0.010 - 0.062	0.063 - 0.128	0.129 - 0.249
$\sigma_{tu}$ (ksi)	L	60	62	63
	LT	59	61	62
$\sigma_{ty}$ (ksi)	L	44	45	45
	LT	39	40	40
$\sigma_{ey}$ (ksi)	L	36	37	37
	LT	42	43	43
$\sigma_{su}$ (ksi)		37	38	39
$\sigma_{bu}$ (ksi)	e/D = 1.5	90	92	95
	e/D = 1.7	100	103	105
	e/D = 2.0	114	118	120
$\sigma_{by}$ (ksi)	e/D = 1.5	66	66	66
	e/D = 1.7	68	68	68
	e/D = 2.0	73	75	75

e: distance de l'axe du trou au bord de la tôle

D: diamètre du trou.

L: sens longitudinal

LT: sens transversal

$\sigma_{ty}$ : limite élastique du spécimen, mesurable en tension

$\sigma_{tu}$ : contrainte maximum observée juste avant la rupture du spécimen en tension

$\sigma_{su}$ : contrainte maximum observée juste avant la rupture du spécimen par cisaillement

$\sigma_{bu}$ : contrainte ultime d'écrasement du spécimen (pour chaque e/D)

$\sigma_{by}$ : limite élastique d'écrasement du spécimen (pour chaque e/D)

**Tableau A-5: Principaux alliages utilisés en aéronautiques :**

Alliages	Forme	Applications principales	Caractéristiques
2324-T392 2224-T351	Plaque/ Profilé	Revêtement inférieur de l'aile	Grande résistance à la traction meilleur que 2024 -T3, meilleure tenue en rupture, à la corrosion et la fatigue.
7150-T6	Plaque/ Profilé	Revêtement supérieur de l'aile	Résistance supérieure que celle du 7178-T6. Bonne tenue en fatigue, meilleure tenue en rupture, à la corrosion et en fatigue.
2024-T3	Tôle	Revêtement fuselage	Mêmes caractéristiques que pour le 2224-T351 et 2324-T396
7075-T6	Plaque/ Profilé	Empennage vertical Empennage horizontal	Haute résistance, Bonne tenue en fatigue, meilleure tenue en rupture, à la corrosion et en fatigue.
7150-T6	Profilé	Semelles de la "keel - Beam"	Plus haute résistance à la compression que le 7178/7075-T6 Bonne tenue en fatigue et à la corrosion.
7075-T73	Pièces forgées	Aile et ferrures du fuselage	Même tenue que pour le 7075 -T6
7075/7175 -T736	Pièces forgées	Ailes, ferrures du fuselage et cloisons de pressurisation	Résistance supérieure à celle du 7075-T6 avec tenue en fatigue et de rupture équivalentes.
365/A356/ A357	Pièces moulées	Systèmes hydrauliques et câbles contrôle	Même tenue que pour le 7050/7075- T736

**Tableau A-6: Charges appliquées en vol**

Partie avion	Structure	Elément	Type de charge	Contrainte de calcul
Fuselage	Lisse	Supérieure	Axiale/Traction	$\sigma_{tu}$
	Lisse	Inférieure	Axiale/Compression	$\sigma_{cy}$
	Panneau Revêtement	-	Traction de Hoop (contraintes de pressurisation)	$\sigma_{tw}$

	Couples et poutres	Semelles	Axiale/traction et compression	$\sigma_{tu}, \sigma_{cy}$
		Ame	Cisaillement	$\sigma_{su}$
	Poutre de quille "Keel-beam"	Semelles	Axiale/Compression	$\sigma_{cy}$
		Ame	Cisaillement	$\sigma_{su}$
<b>Aile</b>	Revêtement et lisse	Supérieurs	Axiale/Tansversale/Compression	$\sigma_{cy}$
		Inférieurs	Axiale/Tansversale/Traction	$\sigma_{tu}$
	Nervure	Semelles	Axiale/Traction ou Compression	$\sigma_{tu}, \sigma_{cy}$
		Ame	Cisaillement	$\sigma_{su}$
	Longerons	Semelles Sup.	Axiale/Compression	$\sigma_{cy}$
		Semelles Inf.	Axiale/Traction	$\sigma_{tu}$
<b>Stabilisateur Horizontal</b>		A l'opposé de l'aile pour le chargement des semelles		
<b>Stabilisateur Vertical</b>		Même chose que pour l'aile, mais les charges appliquées dans les deux directions		

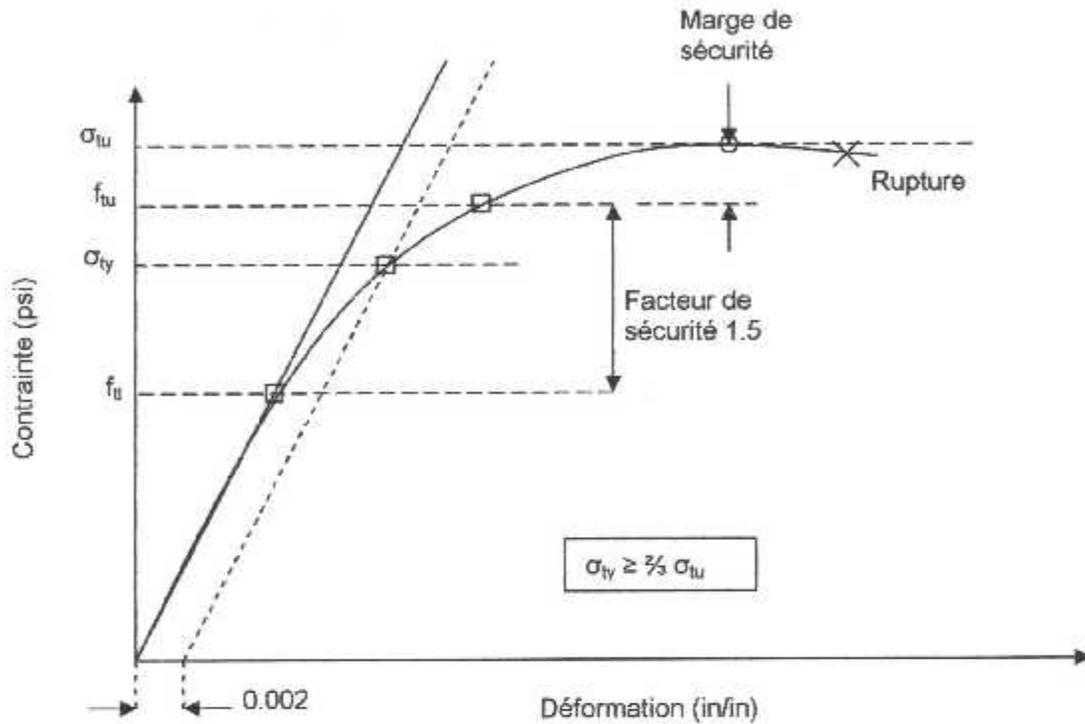
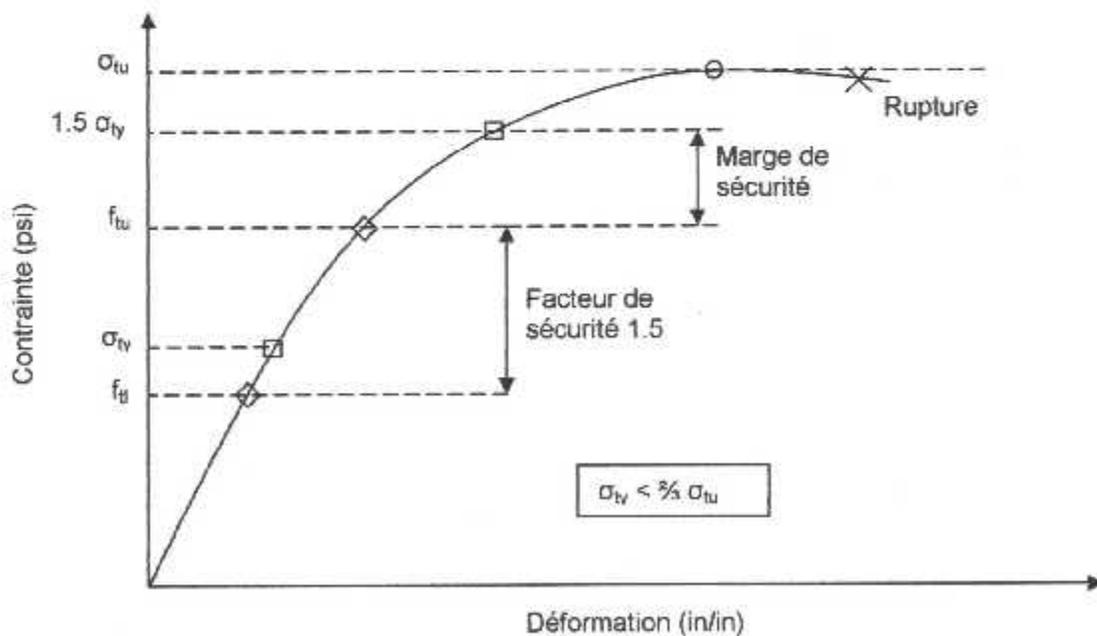
**Tableau A-7: propriétés et caractéristiques de quelques matériaux :**

- $K_c$  : ténacité du matériau ( $Ksi \sqrt{inch}$ ).
- $a_c$  : longueur critique de la crique
- $C, n$  : Constantes de l'équation de PARIS.

Alliages d'aluminium		$K_c$	$a_c$	$C$	$n$
2024-T6	Forgé	16	0.160	$3.0 \times 10^{-13}$	3.0
2024-T3	Plaque/Tôle	83.44	0.120-140	$3.0 \times 10^{-13}$	3.0
2024-T4	Laminé	36	0.120-140	$3.0 \times 10^{-13}$	3.0
2090-T83	Tôle/Plaque	30	0.120-140	$3.0 \times 10^{-13}$	3.0
2324-T39	Tôle/Plaque	98	0.120-140	$3.0 \times 10^{-13}$	3.0
6061-T6	Laminé	36	0.120-140	$3.0 \times 10^{-13}$	3.0
7055-T7751	Tôle/Plaque	70	0.120-140	$3.0 \times 10^{-13}$	3.0
7075-T3	Forgé	20-24	0.095-120	$5.0 \times 10^{-13}$	3.0
7075-T6	Plaque	68	0.095-120	$5.0 \times 10^{-13}$	3.0
7075-T6	Tôle (0.09")	42	0.095-120	$5.0 \times 10^{-13}$	3.0
7079-T6	Forgé	20	0.095-120	$5.0 \times 10^{-13}$	3.0
7150-T651	Tôle/Plaque	55	0.095-120	$5.0 \times 10^{-13}$	3.0
7178-T6	Laminé	20	0.095-120	$5.0 \times 10^{-13}$	3.0
5083-0	Plaque (2")	40	0.095-120	$1.3 \times 10^{-13}$	2.0
<b>Alliages de titane</b>					
Ti-6AL-4V	Tôle (0.025")	117	-	$1.96 \times 10^{-9}$	3.34
	Tôle (0.040")	60	-	$1.96 \times 10^{-9}$	3.34
	Plaque	40-70	0.080	$1.96 \times 10^{-9}$	3.34
Ti-4AL-3Mo-1V	Tôle	77	-	$1.96 \times 10^{-9}$	3.34
Ti-8AL-1Mo-1V	Tôle	120-150	-	$1.96 \times 10^{-9}$	3.34

<b>Alliages d'aciers</b>					
AISI 4330M	Plaque	168	0.050-0.080	$6.6 \times 10^{-9}$	2.25
AISI 4340	Plaque	110-140	0.050-0.080	$6.6 \times 10^{-9}$	2.25
<b>Aciers inoxydables</b>					
PH14-8Mo	Mo	120	0.050-0.080	$3 \times 10^{-10}$	3.25
PH15-7Mo	Mo	60-85	0.050-0.080	$3 \times 10^{-10}$	3.25
304	Plaque	330	0.050-0.080	$3 \times 10^{-10}$	3.25
304N	Plaque	308	0.050-0.080	$1.6 \times 10^{-10}$	3.05
308	Plaque	300	0.050-0.080	$3 \times 10^{-10}$	3.25
403	Plaque	110-140	0.050-0.080	$2 \times 10^{-9}$	2.35
A453 (A286)	Plaque	114	0.050-0.080	$32 \times 10^{-10}$	3.25

**ANNEXE III**  
**NOTIONS**

**ANNEXE III : NOTIONS****AIII-1 Principe de la marge de sécurité :****FIGURE 1: COURBE CONTRAINTE-DEFORMATION ( $\sigma_{ty} \geq \frac{2}{3} \sigma_{tu}$ )****FIGURE 2: COURBE CONTRAINTE-DEFORMATION ( $\sigma_{ty} < \frac{2}{3} \sigma_{tu}$ )**

Marge de sécurité MS :

Si  $\sigma_{ty} \geq \frac{2}{3} \sigma_{tu}$ , alors  $\sigma_{tu}$  est une contrainte critique de calcul:

$$MS = (\sigma_{tu}/f_{tu}) - 1 \quad (A-1)$$

Si  $\sigma_{ty} < \frac{2}{3} \sigma_{tu}$ , alors la contrainte critique de calcul est  $1.5 \sigma_{ty}$ :

$$MS = (1.5 \sigma_{ty}/f_{tu}) - 1 \quad (A-2)$$

**AIII-2 Mécanique non linéaire de la rupture [19]:**

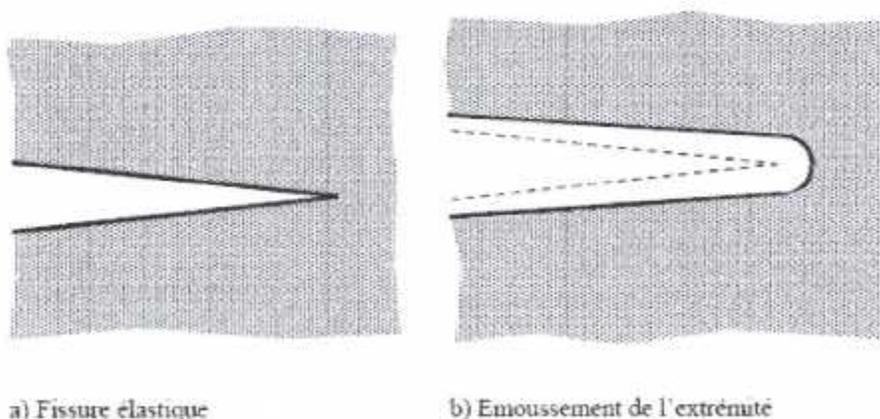
La mécanique non linéaire de la rupture (MNLR), connue aussi sous le nom de mécanique élasto-plastique de la rupture (MEPR), est comme l'extension de la MLR qui prend en compte le caractère plastique du matériau. Deux critères de base sont utilisés dans la MEPR : le CTOD (Crack Tip Opening Displacement) soit le déplacement à fond de fissure, et l'intégral  $J$ . Ces critères sont les équivalents des facteurs  $K$  et  $G$  de la MLR.

Ils décrivent tous les deux, les conditions à l'extrémité d'une fissure (champs de contraintes et de déplacements) et peuvent être utilisés comme critères de rupture. Les valeurs critiques de  $J$  et du CTOD conduisent à des valeurs de la ténacité des matériaux à peu près, indépendantes de la géométrie des structures, même lorsque la plastification à l'extrémité des fissures est importante.

**AIII-2-1 Ecartement à fond de fissure (CTOD) :**

Des essais expérimentaux ont été menés par WELLS dans le but de déterminer le domaine d'utilisation des facteurs  $K$  et  $G$  de la MLR. Les résultats obtenus ont montré que les critères de la MLR n'étaient pas adéquats aux matériaux de grande ténacité.

La première observation qui attira l'attention de WELLS était l'émoussement de l'extrémité de la fissure du fait de la plasticité contrairement aux fissures élastiques. La figure ci-dessous illustre la différence entre les deux fissures :



Wells observa que l'émoussement de l'extrémité des fissures augmentait avec la ténacité des matériaux. Cela l'a conduit à proposer l'écartement à fond de fissure comme mesure de la ténacité. Ce paramètre est connu aujourd'hui sous le nom de CTOD.

Pour estimer le CTOD, WELLS s'est basé sur les travaux de GRIFFITH et a relié le CTOD au FIC  $K$  et à  $G$ , et cela en augmentant la longueur de la fissure de  $r_y$ , la correction de la zone plastique. Le CTOD est pris égal à l'ouverture de la fissure à la

distance  $r_y$  en amont de l'extrémité; le déplacement à cette distance est estimé à partir de la MLR qui prévoit en mode I :

$$u_y = \frac{\kappa+1}{2\mu} K_I \sqrt{\frac{r_y}{2\pi}} \quad \text{Avec} \quad \begin{cases} \kappa = 3 - 4\nu \\ \kappa = (3 - \nu)/(1 + \nu) \end{cases} \quad (\text{A-3})$$

La longueur effective de fissure est  $a + r_y$  avec  $r_y$  le rayon de zone plastifiée calculé d'après l'approche d'Irwin :

$$r_y = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_E} \right)^2 \quad (\text{A-4})$$

En combinant les 2 relations précédentes, on trouve :

$$\delta = 2u_y = \frac{4}{\pi} \frac{K_I^2}{\sigma_E E} \quad (\text{A-5})$$

$\delta$  est le CTOD ou écartement à fond de fissure. Le CTOD peut être relié au taux de restitution d'énergie  $G$  en utilisant la relation liant  $G$  au FIC  $K$ . En contraintes planes, on a :

$$G = \frac{K_I^2}{E} \Rightarrow \delta = \frac{4}{\pi} \frac{G}{\sigma_E} \quad (\text{A-6})$$

Ainsi, lorsqu'on est en régime de plasticité confinée où la MLR s'applique, le CTOD est relié à  $G$  et au FIC  $K_I$ . Wells postula alors que le CTOD est un paramètre approprié pour caractériser le comportement à l'extrémité d'une fissure lorsqu'on atteint les limites d'application de la MLR.

### AIII-2-2 INTEGRALE $J$ :

L'intégrale de contour  $J$  est utilisée comme paramètre caractéristique de l'état de contrainte au voisinage de l'extrémité d'une fissure dans les matériaux dont le comportement est non linéaire. RICE qui proposa ce paramètre, assimile le comportement élasto-plastique à un comportement élastique non linéaire.

La figure suivante illustre la différence de comportement entre un matériau élasto-plastique et un matériau élastique non linéaire. Lors de la décharge, le chemin suivi par le matériau élastique non linéaire est différent du chemin réel que l'on observe dans les matériaux élasto-plastiques. Une relation unique lie la contrainte et la déformation dans un matériau élastique, linéaire ou non, mais une déformation donnée dans un matériau élasto-plastique peut correspondre à plusieurs contraintes si le matériau est déchargé ou soumis à des sollicitations cycliques. Il est donc plus aisé de considérer un matériau élastique qu'un matériau où les déformations sont irréversibles.

### AIII-3 Méthodologie de l'analyse de la fiabilité :

#### **1- Méthode de l'interface Force-Charge :**

Le principe de cette méthode est le suivant : on considère seulement l'effet d'une charge  $S$  et d'une résistance  $R$  qui résiste à  $S$ . Si  $R < S$  alors la structure est considéré comme ayant une défaillance.

La probabilité de défaillance  $P_f$  de la structure peut être déclaré sous trois formes :

$$\begin{aligned} > P_f = P(R < S) \\ > P_f = P(R - S < 0) \\ > P_f = P(R/S = 1) \end{aligned} \quad (A-7)$$

Et la probabilité de défaillance est donné par :

$$P_f = P(R - S \leq 0) = \int \int_D f_{RS}(r, s) dr ds \quad (A-8)$$

#### **2- Technique de fiabilité conditionnelle :**

Cette technique est très similaire à la technique de l'interface Force-Chargement, la différence est que dans cette méthode il n'y a pas que le paramètre force et résistance qui sont pris en considération, mais d'autres caractères comme la fatigue le taux de propagation de la fissure, le dommage initial sont introduits. L'inconvénient de cette méthode est que la fonction de la limite de l'état de la fissure n'est pas bien définie, mais en parallèle elle donne plus de détail sur la cinématique de la propagation de la fissure.

Le PROF « Probability Of Failure » est un logiciel qui utilise cette technique en introduisant la fonction suivante :

$$P_f = P\{\bar{H}[\sigma(X)]\} = \int \int_X \{\bar{H}[\sigma(X)] f_X(X)\} dX \quad (A-8)$$

Avec  $\bar{H} = 1 - H$  est la probabilité conditionnelle de la fonction de défaillance,  $X$  représente toutes les variables basiques présent en compte et  $f(X)$  est la probabilité jointe au vecteur de  $n$  dimension  $X$ .

#### **3- Simulation de Monté Carlo :**

La simulation de Monté Carlo est une technique qui implique des prélèvements au hasard pour simuler un grand nombre d'expérience et observer les résultats. Une valeur échantillon  $x$  est prise aléatoirement, elle doit vérifier la condition :  $G(x) = 0$ , sinon la structure est défaillante. Cet algorithme est répété plusieurs fois jusqu'à obtention de d'une probabilité de défaillance représentative. Si  $N$  essais sont fait, la probabilité de défaillance est donnée par :

$$P_f = \frac{n(G(\hat{x}_i) \leq 0)}{N} \quad (A-9)$$

Où  $n(G(x) < 0)$  donne le nombre de tests pour lesquels la condition n'a pas été vérifier.