

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne démocratique et populaire

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

جامعة البليدة 1
Université de Blida 1

كلية التكنولوجيا
Faculté de Technologie

قسم الإلكترونيك
Département d'Électronique



ESTIMATION DE LA FREQUENCE FONDAMENTALE D'UN RESEAU ELECTRIQUE DANS LE CONTEXTE SMART-GRID

Mémoire de Master 2

Mention Électronique

Spécialité Machine Electriques

présenté par

Boualouana Abd Elkrim

&

Berrekia Sidahmed

Proposé par : **Farid Ykhlef**

Année Universitaire 2014-2015

Remerciement

A notre Bon Dieu qui nous a donné la force et le courage pour réussir ce travail.

On tient à remercier nos parents qui nous ont aidés avec leurs soutiens et leurs amours et leurs prières.

A notre cher promoteur Mr YKHLEF Farid de l'université de Blida qu'il nous a aidé pour réaliser ce travail.

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail :

A ma très chère mère pour toute sa tendresse et pour ses nombreux sacrifices. Que Dieu la garde.

A mon très cher père pour l'encouragement et affection qu'ils m'ont prodigués durant mes études. Que dieu me lui garde.

A ma chère fiancée NOorElhouda

A ma sœur, mes frères.

A mon cher Binôme Abdkarim.

A toutes ma famille et la famille CHERICHI et BOUALOUNA.

A nos professeurs qui m'ont suivi depuis mes premiers pas a l'université de Blida.

Toute la promotion de machines électriques 2015.

SID-AHMED

Je dédie ce modeste travail :

A ma très chère mère pour toute sa tendresse et pour ses nombreux sacrifices. Que Dieu la garde.

A mon très cher père pour l'encouragement et affection qu'ils m'ont prodigués durant mes études. Que Dieu le garde.

A mes sœurs, mes frères.

A mon cher Binôme Sid-Ahmed.

A toutes ma famille et la famille CHERICHI et BOUALOUNA.

A nos professeurs qui m'ont suivi depuis mes premiers pas a l'université de Blida.

Toute la promotion de machines électriques 2015.

ABDKARIM

Résumé

هذه المذكرة تطرح دراسة حول مراقبة شبكة كهربائية. الهدف من هذه الدراسة هو تطبيق تقنيات تحليل الإشارة على الإشارات الصادرة من شبكة كهربائية. ثلاث تقنيات أخذت بعين الاعتبار: محولة فوريي الرجعية، مصفي نوتش و مصفي كالمان.

Le travail présenté dans ce mémoire s'inscrit dans le domaine du monitoring en vue d'un diagnostic d'un réseau électrique. Il a pour objectif d'introduire de techniques de traitement du signal dans l'analyse et le traitement des signaux électriques issues du réseau électrique. Trois techniques différentes destinées à l'analyse des grandeurs électriques ont été développées et testées dans ce mémoire de fin d'étude, à savoir la Transformée de Fourier Discrète Réursive, le filtre adaptatif Notch et le Filtre de Kalman.

This dissertation considers the field of automated monitoring and diagnostics equipment to deal with an electric power grid. The objective of this study is to examine the impact of signal processing techniques on the electrical signals provided from electric power grid. Three different techniques were developed and tested in this dissertation: Recursive Discrete Fourier Transform, Adaptive Notch Filter and Kalman Filter.

Notations

t : temps continu.

n : temps discret.

$x(n)$: signal scalaire de n .

$\mathbf{x}(n)$: signal vecteur de n .

$(.)^T$: transposition d'un vecteur ou d'une matrice.

$x, \mathbf{x}, \mathbf{X}$: scalaire, vecteur, matrice.

$E\{.\}$: espérance mathématique.

Table des matières

Remerciement	i
Dédicaces	ii
Résumé	iii
Notations.....	iv
Table des matières	1
Introduction générale	5
Chapitre 1 Perturbations dans les réseaux électriques.....	8
1.1 Introduction.....	8
1.2 Qualité de l'énergie électrique.....	8
1.2.1 Qualité de la tension	9
1.2.2 Qualité du courant.....	10
1.3 Classification des perturbations électriques	10
1.4 Creux de tension et coupures brèves.....	12
1.4.1 Définition, origine et conséquences	12
1.4.2 Représentation dans le plan complexe	14
1.5 Pics de tension et surtensions.....	15
1.6 Variations de tension (Flickers).....	16
1.7 Déséquilibre	17
1.8 Parasites	18

1.9	Phénomènes Transitoires	18
1.10	Fréquence.....	19
1.11	Perturbations harmoniques.....	19
1.11.1	Harmoniques	20
1.11.2	Interharmoniques.....	23
1.11.3	Taux de distorsion harmonique	23
1.12	Conséquences de la distorsion harmonique.....	24
1.12.1	Échauffement	24
1.12.2	Dysfonctionnement de certains équipements.....	24
1.12.3	Excitation des résonances.....	24
1.13	Conclusion	24
Chapitre 2	Notions sur le traitement du signal	26
2.1	Définitions de base.....	26
2.2	Signaux numériques.....	27
2.2.1	Définition	27
2.2.2	Classes de signaux échantillonnés	28
2.2.3	Signaux numériques classiques.....	28
2.3	Échantillonnage des signaux analogiques	28
2.3.1	Définition	28
2.3.2	Échantillonnage idéal	29
2.3.3	Théorème de Shannon	31
2.4	Corrélation et convolution.....	32
2.4.1	Fonction de corrélation.....	32
2.4.2	Produit de convolution.....	32

2.5	Série de Fourier.....	33
2.5.1	Introduction	33
2.5.2	Calcul des coefficients de Fourier- Notations réelles	34
2.5.3	Calcul des coefficients de Fourier- Notations complexes	34
2.5.4	Spectre de fréquence d'un signal périodique.....	34
2.6	Transformée de Fourier.....	35
2.6.1	Définition	35
2.6.2	Périodicité	35
2.6.3	Existence.....	35
2.6.4	Transformation de Fourier inverse	35
2.7	Transformée de Fourier discrète	36
2.7.1	Introduction	36
2.7.2	Discrétisation fréquentielle	36
2.8	Transformation en z	37
Chapitre 3	Techniques d'estimation de la fréquence fondamentale	38
3.1	Introduction.....	38
3.2	Décomposition d'un signal périodique.....	39
3.3	Transformée de Fourier	40
3.3.1	Transformée de Fourier discrète.....	40
3.3.2	Transformation de Fourier rapide (FFT).....	41
3.3.3	Transformée de Fourier discrète récursive (TFDR)	42
3.4	Filtre adaptatif Notch	45
3.5	Filtre de Kalman	46
3.5.1	Equations de base	46

3.5.2	Erreurs <i>a priori</i> et <i>a posteriori</i>	47
3.5.3	Mise en œuvre de l'algorithme.....	50
3.5.4	Application.....	51
3.6	Conclusion.....	54
Chapitre 4	Simulations et résultats	55
4.1	Introduction.....	55
4.2	Cas où la fréquence fondamentale du réseau et les amplitudes harmoniques sont constantes	56
4.3	Cas où les amplitudes harmoniques sont constantes et la fréquence fondamentale du réseau est variable.....	60
4.4	Cas où les amplitudes harmoniques sont variables et la fréquence fondamentale du réseau est constant	63
4.5	Cas où les amplitudes des harmoniques et la fréquence fondamentale du réseau sont variables.....	66
4.6	Estimation de l'amplitude et de la phase par le Filtre de Kalman.....	69
4.7	Conclusion.....	72
	Conclusion générale	73
	Bibliographie	75

Introduction générale

Pour répondre à de nouveaux enjeux écologiques, le réseau électrique a connu une profonde mutation ces dernières années. Cette mutation est essentiellement liée à deux facteurs : l'intégration de nouvelles sources d'énergies (solaire, éolien, hydrolienne) dans le mix énergétique et l'apparition de nouveaux usages électriques (voitures électriques). En dépit de son intérêt écologique, cette mutation complexifie considérablement la gestion du réseau électrique. Pour résoudre ce problème, une solution prometteuse repose sur l'intégration des technologies de l'information et de la communication au sein même des réseaux électriques. Ces réseaux électriques de nouvelle génération, nommés sous l'anglicisme "Smart-Grid" (réseaux électriques intelligents) [1], devront être capables de surveiller leur installation, de détecter d'éventuelles anomalies et d'optimiser leur structure pour maintenir l'équilibre entre la production et la consommation d'énergie.

Le domaine de la qualité de l'énergie électrique se caractérise par deux grands axes de recherche [2] : les solutions préventives et curatives d'une part, et le monitoring d'autre part, c'est-à-dire la mesure et l'analyse des perturbations électriques.

Le monitoring représente l'étape préliminaire dans la recherche de solutions. Il permet de comprendre l'origine des perturbations, d'évaluer leur impact sur les équipements, et donc de trouver et choisir la solution la plus appropriée économiquement et techniquement.

Cet aspect monitoring est riche en problèmes ouverts du fait de la forte augmentation des capacités d'enregistrement et de traitement de données, ainsi que des besoins croissants en termes de distinction de sources perturbantes et d'amélioration de la planification et de la conception.

A cet effet, la qualité de l'énergie électrique est devenue un sujet de grand intérêt pour les raisons suivantes [3] :

- Des impératifs économiques : les perturbations électriques ont un coût élevé pour les industriels car elles engendrent des arrêts de production, des pertes de matières premières, une baisse de la qualité de la production, un vieillissement prématuré des équipements, etc.

- La généralisation des équipements sensibles aux perturbations et/ou générateurs de perturbations : du fait de leurs multiples avantages (souplesse de fonctionnement, excellent

rendement, performances élevées) on constate le développement et la généralisation des équipements d'électronique de puissance. Ces équipements ont la particularité d'être à la fois sensibles aux perturbations de tension, et générateurs de perturbations.

- L'ouverture du marché de l'électricité : la libéralisation du marché de l'électricité fait que la qualité de l'énergie électrique est devenue un des critères de choix d'un fournisseur d'énergie plutôt qu'un autre de la part des consommateurs. Les fournisseurs se doivent donc de fournir à leurs clients une énergie avec une qualité maximale.

Le contrôle et le monitoring en temps réel de ces réseaux électriques intelligents nécessitent une stratégie permettant d'analyser spécifiquement le comportement à chaque instant et à chaque point du réseau et ce, dans le but de collecter les informations nécessaires pour exécuter des tâches de soutien et de maintenance comme l'augmentation de tension, la coupure d'alimentation lorsque nécessaire, etc.

C'est dans ce contexte que les nouveaux développements des technologies de l'information, associés aux nouvelles techniques de mesure et de contrôle du réseau, deviennent très intéressants.

Un pré-requis essentiel au développement des Smart-Grids réside dans l'élaboration de méthodes d'analyse spécifiquement dédiées aux signaux électriques [1]. L'objectif de ces méthodes est de fournir de l'information sur certaines grandeurs physiques du signal aux organes décisionnels du réseau. Parmi ces grandeurs, la fréquence fondamentale du signal électrique joue un rôle particulièrement important [4]. En effet, la présence de légères fluctuations au niveau de la fréquence fondamentale (standardisée à 50 Hz en Europe et à 60 Hz sur le continent américain) informe d'un décalage entre la production et la consommation d'énergie [2]. Pour ces raisons, de nombreuses études se sont intéressées à l'analyse spectrale des signaux électriques et en particulier des signaux de tension.

Etant donné ces conditions, le traitement du signal devient un outil essentiel d'évaluation pour permettre aux fournisseurs d'énergie électrique de comprendre, de contrôler, de sécuriser, de concevoir et d'actionner l'approvisionnement en énergie électrique, aussi bien au niveau de la production que du transport et de la distribution [1].

Cependant, le travail présenté dans ce mémoire s'inscrit dans le domaine du monitoring en vue d'un diagnostic d'un réseau électrique. Il a pour objectif d'introduire de techniques de traitement du signal dans l'analyse des signaux électriques issues du réseau électrique. Trois techniques différentes destinées à l'analyse des grandeurs électriques ont été développées et testées dans ce mémoire de fin d'étude.

Ce rapport de mémoire est organisé de la manière suivante :

Le premier chapitre définit le terme « qualité de l'énergie électrique » et présente les principaux types de perturbations ainsi que leurs origines, causes, conséquences et traits caractéristiques.

Quelques notions de base sur le traitement du signal sont présentées au deuxième chapitre de ce mémoire. Ces notions sont importantes pour la compréhension du reste de ce travail.

Le chapitre trois constitue un état de l'art des techniques d'analyse des signaux électriques. L'accent est mis sur les perturbations les plus importantes et les plus gênantes pour les consommateurs : la perturbation harmonique (estimation de la fréquence fondamentale d'un réseau électrique) et les creux de tension. La Transformée de Fourier Discrète Réursive (TFDR) et filtre adaptatif Notch ont servis comme techniques d'estimation de la fréquence fondamentale. Le Filtre de Kalman (FK) a permis comme technique d'estimation du creux de tension.

Dans le chapitre quatre, l'application des techniques d'estimation des paramètres électriques est étudiée avec simulation.

Une conclusion générale de ce travail de projet de fin d'étude vient à la fin de ce mémoire.

Chapitre 1 Perturbations dans les réseaux électriques

1.1 Introduction

Les perturbations harmoniques sont devenues un souci majeur tant pour les consommateurs que pour les fournisseurs de l'énergie électrique. L'utilisation des dispositifs d'électronique de puissance est très répandue et est en croissance rapide dans les réseaux de distribution d'énergie électrique. Cependant cette utilisation a considérablement contribué à améliorer les performances et l'efficacité de ces systèmes. En revanche, ils ont participé à détériorer la "qualité" du courant et de la tension des réseaux de distribution. En effet, ces systèmes consomment des courants non sinusoïdaux, même s'ils sont alimentés par une tension sinusoïdale: ils se comportent comme des générateurs de courants harmoniques [4,5]. Par l'intermédiaire de l'impédance de court-circuit du réseau, les courants harmoniques déforment la tension de celui-ci. Par conséquent, les déformations du courant et de la tension peuvent perturber le fonctionnement normal d'autres équipements électriques et engendrer des dysfonctionnements et une usure prématurée des matériels. La qualité du courant électrique devient donc une préoccupation importante pour les distributeurs d'énergie et pour leurs clients. Cependant, les nouvelles réglementations internationales imposent aux consommateurs des limites aux harmoniques engendrés par leurs systèmes, tant en courant qu'en tension. Ainsi, le filtrage des composantes harmoniques est au centre des préoccupations des distributeurs d'une part et des utilisateurs d'énergie électrique d'autre part.

Ce chapitre porte essentiellement sur les principales perturbations rencontrées dans un réseau électrique.

1.2 Qualité de l'énergie électrique

La qualité de l'énergie électrique est considérée comme une combinaison de la qualité de la tension et de la qualité du courant. Nous allons donc définir ces deux notions dans la suite de ce paragraphe.

1.2.1 Qualité de la tension

Dans la pratique, l'énergie électrique distribuée se présente sous la forme d'un ensemble de tensions constituant un système alternatif triphasé, qui possède quatre caractéristiques principales : amplitude, fréquence, forme d'onde et symétrie.

a) Amplitude

L'amplitude de la tension est un facteur crucial pour la qualité de l'électricité. Elle constitue en général le premier engagement contractuel du distributeur d'énergie. Habituellement, l'amplitude de la tension doit être maintenue dans un intervalle de $\pm 10\%$ autour de la valeur nominale.

Dans le cas idéal, les trois tensions ont la même amplitude, qui est une constante. Cependant, plusieurs phénomènes perturbateurs peuvent affecter l'amplitude des tensions. En fonction de la variation de l'amplitude on distingue deux grandes familles de perturbations:

- Les creux de tension, coupures et surtensions. Ces perturbations se caractérisent par des variations importantes de l'amplitude. Elles ont pour principale origine des courts-circuits, et peuvent avoir des conséquences importantes pour les équipements électriques.

- Les variations de tension (flicker). Ces perturbations se caractérisent par des variations de l'amplitude de la tension inférieure à 10% de sa valeur nominale. Elles sont généralement dues à des charges fluctuantes ou des modifications de la configuration du réseau.

b) Fréquence

Dans le cas idéal, les trois tensions sont alternatives et sinusoïdales d'une fréquence constante de 50 ou 60 Hz selon le pays. Des variations de fréquence peuvent être provoquées par des pertes importantes de production, de l'îlotage d'un groupe sur ses auxiliaires ou son passage en réseau séparé, ou d'un défaut dont la chute de tension résultante entraîne une réduction de la charge [6].

Cependant, ces variations sont en général très faibles (moins de 1%) et ne nuisent pas au bon fonctionnement des équipements électriques ou électroniques. Pour les pays européens dont les réseaux sont interconnectés, la norme EN 50160 précise que la fréquence fondamentale mesurée sur 10s doit se trouver dans l'intervalle $50\text{HZ} \pm 1\%$ pendant 99,5% de l'année, et $-6\% \div +4\%$ durant 100% du temps [6]. Il faut également remarquer que les variations de fréquence peuvent être bien plus importantes pour les réseaux autonomes [6].

c) Forme d'onde

La forme d'onde des trois tensions formant un système triphasé doit être la plus proche possible d'une sinusoïde. En cas de perturbations au niveau de la forme d'onde, la tension n'est plus sinusoïdale et peut en général être considérée comme une onde fondamentale à 50Hz associée à des ondes de fréquences supérieures ou inférieures à 50 Hz appelées également harmoniques. Les tensions peuvent également contenir des signaux permanents mais non-périodiques, alors dénommés bruits.

d) Symétrie

La symétrie d'un système triphasé se caractérise par l'égalité des modules des trois tensions et celle de leurs déphasages relatifs. La dissymétrie de tels systèmes est communément appelé déséquilibre.

1.2.2 Qualité du courant

La qualité du courant est relative à une dérive des courants de leur forme idéale, et se caractérise de la même manière que pour les tensions par quatre paramètres : amplitude, fréquence, forme d'onde et symétrie. Dans le cas idéal, les trois courants sont d'amplitude et de fréquence constantes, déphasés de $2\pi/3$ radians entre eux, et de forme purement sinusoïdale.

Le terme « qualité du courant » est rarement utilisé, car la qualité du courant est étroitement liée à la qualité de la tension et la nature des charges. Pour cette raison, « la qualité de l'énergie électrique » est souvent réduite à « la qualité de la tension ». C'est l'hypothèse que nous ferons dans la suite de ce document, où le terme de « qualité de l'énergie » s'applique uniquement à celle de la tension.

1.3 Classification des perturbations électriques

En se basant sur les paramètres caractérisant la tension et énumérés au paragraphe précédent, on distingue quatre familles de perturbations électriques :

- les variations de l'amplitude (creux de tensions, coupures brèves et surtensions, flicker),
- les fluctuations de la fréquence autour de la fréquence fondamentale,
- les modifications de la forme d'onde (harmoniques, interharmoniques, bruits),
- la dissymétrie du système triphasé : déséquilibre.

Un autre type de classification des perturbations électriques peut également être élaboré en se basant sur leur durée [7] :

- les perturbations transitoires,
- les perturbations de courte durée,
- les perturbations permanentes.

Les perturbations électriques transitoires ont une durée de moins d'une demi-période fondamentale. Elles ont pour principale origine les manœuvres d'ouverture et de fermeture sur le réseau de transport et de distribution, mais également des phénomènes naturels tels que la foudre.

Les perturbations de courte durée sont les creux de tension, les coupures brèves et les surtensions, qui sont généralement provoquées par la présence de courts-circuits. Elles se caractérisent par des variations importantes de l'amplitude de la tension, et peuvent avoir des conséquences néfastes et coûteuses sur les équipements électriques.

Dans la catégorie « perturbations permanentes » on retrouve les harmoniques, le bruit, le déséquilibre et les variations de tension et de fréquence. Elles sont généralement provoquées par la présence de charges non linéaires et fluctuantes au sein du réseau électrique. Elles se caractérisent par de faibles variations de l'amplitude, et sont à l'origine d'échauffement, de pertes supplémentaires, de vieillissement prématuré des équipements électriques et de dysfonctionnements sur certains appareillages de contrôle-commande.

On peut également remarquer que les origines des perturbations électriques peuvent être classées en deux grandes catégories :

- les défauts au sein des réseaux électriques,
- la présence de charges non-linéaires ou fluctuantes.

Enfin, les effets des perturbations électriques peuvent eux aussi être divisés en deux grandes familles :

- les effets à court terme (déclenchement des appareils, dégâts matériels, ...),
- les effets à long terme (pertes supplémentaires, échauffements, vieillissements).

Le tableau 1.1 récapitule les remarques précédentes en présentant les principales perturbations, leurs origines ainsi que leurs conséquences. L'amplitude de la tension est

également indiquée en pu (per units) pour les perturbations importantes au niveau de l'amplitude et en % pour les variations faibles d'amplitude.

1.4 Creux de tension et coupures brèves

1.4.1 Définition, origine et conséquences

Par définition, un creux de tension est une chute de tension efficace de 10% à 90% de la valeur nominale pour une durée de 10 ms jusqu'à 1 min [8]. Une coupure brève représente une chute de tension supérieure à 90% de la valeur nominale et d'une durée de 10 ms à 1 min (Figure 1.1). Les coupures sont provoquées par les ruptures du câblage électrique. Ces coupures provoquent des arrêts brusques des appareils entraînant souvent des erreurs dans le traitement des données. Des pannes peuvent apparaître par effet cumulé.

Les creux de tension ont pour principale origine les courts-circuits affectant le réseau électrique ou les installations raccordées, et le démarrage des moteurs de forte puissance. Toutefois, les courts-circuits restent la principale cause de creux de tension et de coupures brèves. Ils engendrent des variations brusques de l'amplitude de la tension et pour cette raison, les creux de tension correspondants se caractérisent par une forme rectangulaire en fonction de temps (Figure 1.2). Les courts-circuits peuvent affecter une, deux ou trois des phases et peuvent engendrer des déphasages supplémentaires entre elles.

Les moteurs de forte puissance (asynchrones essentiellement) peuvent également être à l'origine des creux de tension. En général, le courant des moteurs atteint au moment de leur démarrage 5 à 6 fois le courant nominal et diminue progressivement lorsque la machine se rapproche de sa vitesse nominale. Cette surintensité produit une chute de tension qui décroît avec la diminution du courant (Figure 1.3). Les creux de tensions engendrés par le démarrage des moteurs de forte puissance durent entre quelques secondes et quelques dizaines de seconde et se caractérisent par des chutes de tension sur les trois phases. Enfin, les creux de tension peuvent également être engendrés par la saturation des transformateurs ou des modifications dans la structure du réseau. Cependant, ces perturbations provoquent rarement des chutes de tension importantes.

Les creux de tension sont les perturbations électriques les plus pénalisantes du fait de leur fréquence et de la sensibilité de nombre d'appareillages présents dans les réseaux industriels. Il faut néanmoins souligner que les coupures brèves peuvent avoir des conséquences plus graves (à la reprise), mais sont bien moins fréquentes.

Tableau 1 Vue d'ensemble des principales perturbations électriques.

Durée	Type de perturbations	Amplitude	Origine	Conséquences
<10 ms	Transitoires (impulsions et oscillations)	-	Déclenchement des appareils, enclenchement des condensateurs, commutations	Dysfonctionnements gênants
10 ms – 1 min	Creux de tension	0.1 – 0.9 pu	Courts-circuits, démarrage de gros moteurs, saturation des transformateurs	Arrêts d'équipements, pertes de production
	Coupures brèves	<0.1 pu	Courts-circuits	Arrêts d'équipements, pertes de production
	Surtensions	1.1 – 1.8 pu	Courts-circuits, débranchement des charges importantes	Déclenchements, dangers pour les personnes et pour les matériels
Régime établi	Déséquilibre	-	Charges asymétriques ou monophasées	Echauffements des machines tournantes, vibrations
	Variations rapides de la tension (Flicker)	0.1 – 7 %	Charges fluctuantes (fours à arc, moteur à démarrage fréquent, soudeuses, éoliennes)	Papillotements de l'éclairage
	Harmoniques	0 – 20%	Charges non linéaires (structures d'électronique de puissance, arcs électriques)	Echauffements, vieillissements, pertes supplémentaires, troubles fonctionnels
	Interharmoniques	0 – 2%	Charges non linéaires et fluctuantes (fours à arc, soudeuses, éoliennes)	Papillotements de l'éclairage
	Bruit	0 – 1%	Fours à arc, charges non linéaires	Echauffements, pertes, vieillissements
	Variations de la fréquence	-	Déséquilibre entre la production et la consommation	Dysfonctionnements des équipements électriques

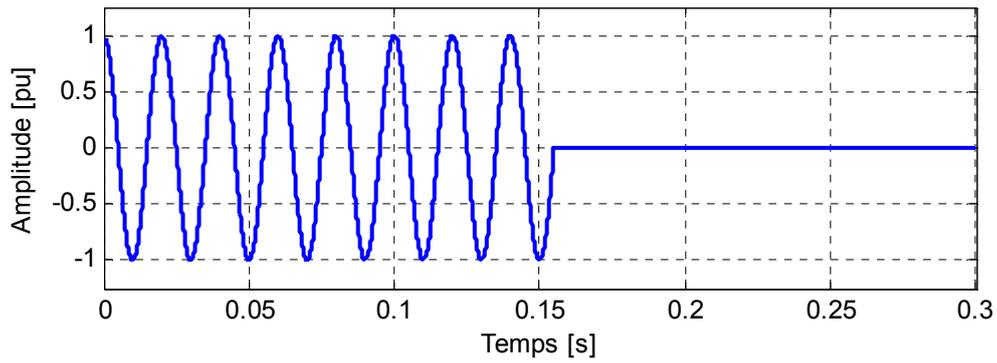


Figure 1.1. Coupure de tension.

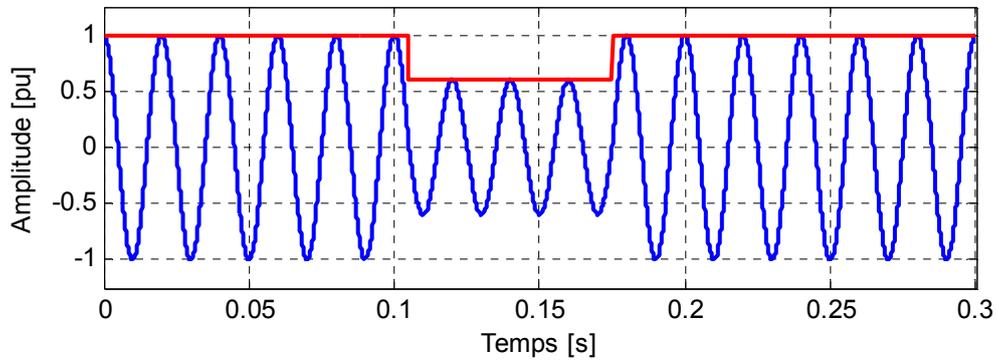


Figure 1.2. Creux de tension provoqué par un court-circuit.

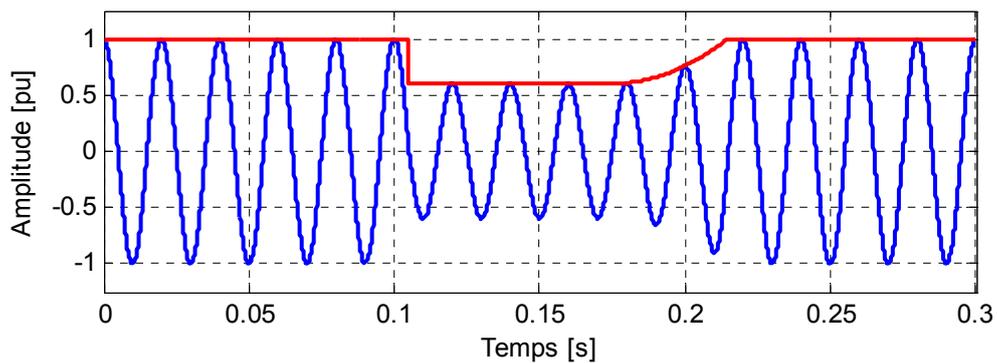


Figure 1.3. Creux de tension provoqué par le démarrage d'un moteur de forte puissance.

1.4.2 Représentation dans le plan complexe

Les creux de tension monophasés se caractérisent principalement par leurs amplitudes et leurs phases. L'amplitude des creux de tension est liée à leur proximité par rapport au

défaut, la nature du défaut et la puissance de court-circuit du réseau. La durée du creux de tension est liée au temps d'élimination du court-circuit par les protections du réseau ou des installations raccordées.

En plus de la durée et de l'amplitude, les creux de tension triphasés se caractérisent par le déphasage entre les tensions de phase qui dépend de la nature et de l'endroit du défaut.

Les creux de tension triphasés sont souvent analysés dans le plan complexe, où les trois grandeurs sont représentées sous forme des vecteurs caractérisés par leur amplitude et leur phase, appelés également phaseurs. La relation entre les phaseurs dans le plan complexe est appelée signature ou type du creux de tension.

1.5 Pics de tension et surtensions

Les pics de tension se manifestent par une élévation rapide et importante de la tension sur une durée très courte à 20 ms (Figure 1.4). Ils sont dus aux événements climatiques comme la foudre (peuvent atteindre plusieurs milliers de volts), aux déclenchements des disjoncteurs, etc. Les effets des pics de tension se manifestent par des erreurs dans le traitement des données, des «plantages» et la destruction des équipements.

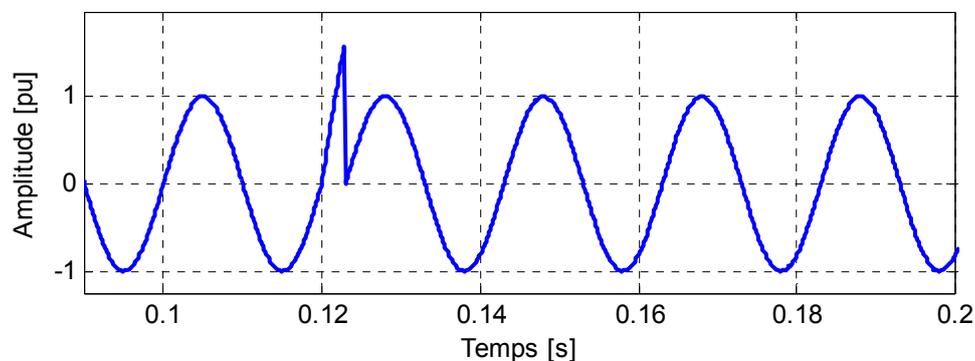


Figure 1.4. Pics de tension.

Les surtensions correspondent à des augmentations de l'amplitude de la tension de 1,1 pu à 1,8 pu (c.-à-d. une élévation modérée supérieure à 10% de la tension sur plusieurs cycles). Les surtensions sont moins fréquentes que les creux de tension et sont généralement dues à des courts circuits dans les systèmes à neutre isolé qui engendrent à la fois des creux de tension et des surtensions. En cas de court-circuit monophasé dans un tel système, les deux phases non concernées par le défaut peuvent prendre une valeur pouvant aller jusqu'à 1,73 pu, c'est à dire la tension composée. En cas de court-circuit

biphasé, la phase non affectée par le défaut se caractérise par une surtension qui peut aller jusqu'à 1,5 pu.

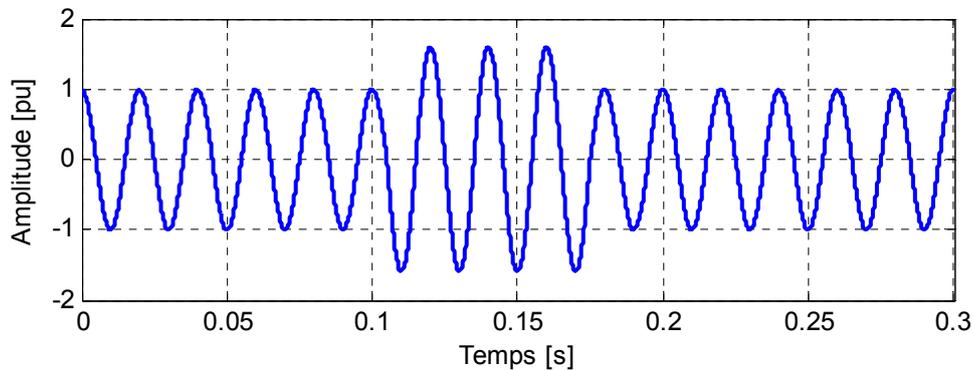


Figure 1.5. Surtensions.

Des surtensions peuvent également être provoquées par des phénomènes d'origine atmosphérique (foudre), par des déclenchements de charges importantes, par des mauvais fonctionnements de régulateurs de tensions, par ferrorésonance ou par des manœuvres sur le réseau. Ce type de surtensions se caractérise généralement par une durée très brève et s'assimile le plus souvent à des transitoires.

1.6 Variations de tension (Flickers)

La mise en service ou hors service des appareils électriques et le fonctionnement de certaines charges à puissance variable entraînent des variations de tension qui se manifestent sous deux formes principales :

- Des variations lentes de tension se produisant à des intervalles de temps supérieurs à quelques secondes. Ces variations sont dues principalement au branchement et débranchement des charges et en général ne dépassent pas les $\pm 10\%$ de la tension nominale. Ils ne causent pas de préjudice pour la plupart des équipements électriques.

- Des variations rapides de tension conduisant à une composition spectrale de fréquence dans la bande 0,5 et 25Hz. Ces variations sont dues aux charges dont la puissance absorbée fluctue de manière rapide, tels que les fours à arc, les machines à souder, les moteurs à couples pulsatoires ou à démarrages fréquents. Ces fluctuations rapides sont particulièrement ressenties sur le flux lumineux des lampes car elles provoquent un papillotement de la lumière, connu aussi comme flicker et qui est fort désagréable pour les consommateurs.

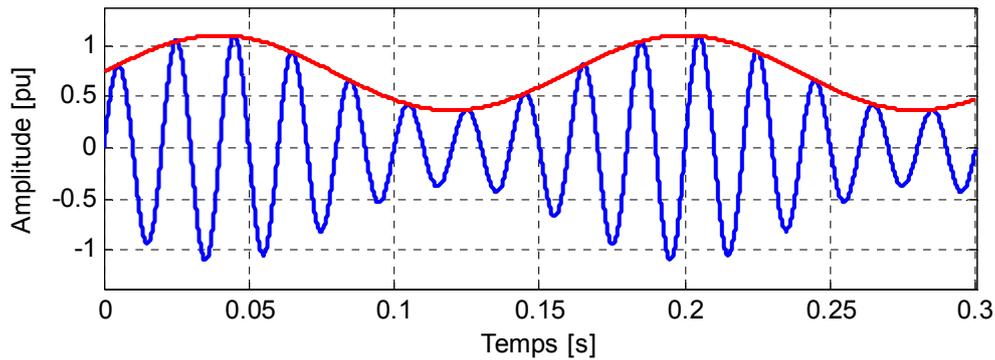


Figure 1.6. Variations de tension (Flickers).

1.7 Déséquilibre

Trois grandeurs de même nature et de même pulsation forment un système triphasé équilibré lorsqu'elles ont la même amplitude et lorsqu'elles sont déphasées de $\pm 120^\circ$. Lorsque les grandeurs ne vérifient pas ces conditions de phase et d'amplitude, on parle d'un système triphasé déséquilibré (Figure 1.7).

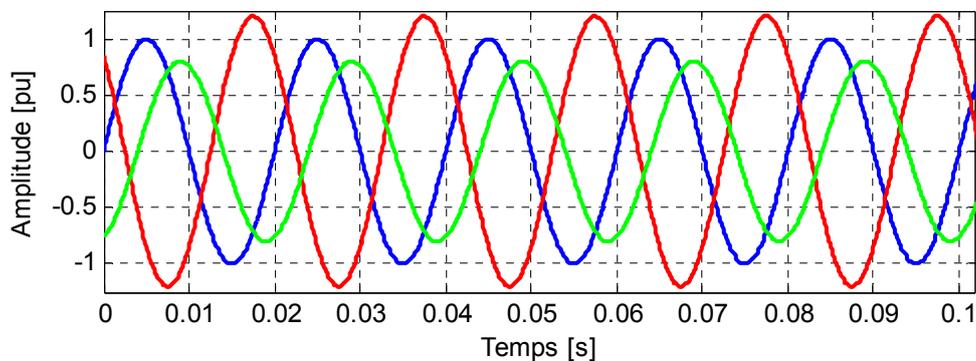


Figure 1.7. Déséquilibre des amplitudes et des phases.

Les déséquilibres sont généralement dus à des charges monophasées car dans ce cas les courants absorbés sur les trois phases sont d'amplitude et/ou de phase différente, d'où un déséquilibre des trois tensions. Le déséquilibre des tensions peut également être dû à des charges triphasées, lorsque celles-ci ne sont pas symétriques.

On parle d'un déséquilibre d'amplitude lorsque les trois tensions n'ont pas la même valeur efficace, et d'un déséquilibre de phase lorsque le déphasage entre les trois phases successives n'est pas de 120° .

Le niveau de déséquilibre est lié à la fois à la puissance et la localisation des charges perturbatrices, et à la puissance de court-circuit du réseau amont. Le bouclage des réseaux, favorable à l'obtention d'une puissance de court-circuit élevée, permet de diminuer le degré de déséquilibre.

Les déséquilibres de tension engendrent des composantes inverses de courant, qui provoquent des couples de freinage parasites et des échauffements dans les moteurs à courant alternatif. Ils peuvent également perturber le fonctionnement des dispositifs à thyristors à commande de phase.

1.8 Parasites

Les parasites sont des tensions à haute fréquence qui viennent s'ajouter sur la sinusoïde et provoquent ainsi une déformation [9]. Ils sont essentiellement dus aux autres équipements branchés sur le même réseau du bâtiment tels que perceuses, poste à souder, etc. Ils peuvent provoquer une défaillance dans le circuit branché au réseau électrique.

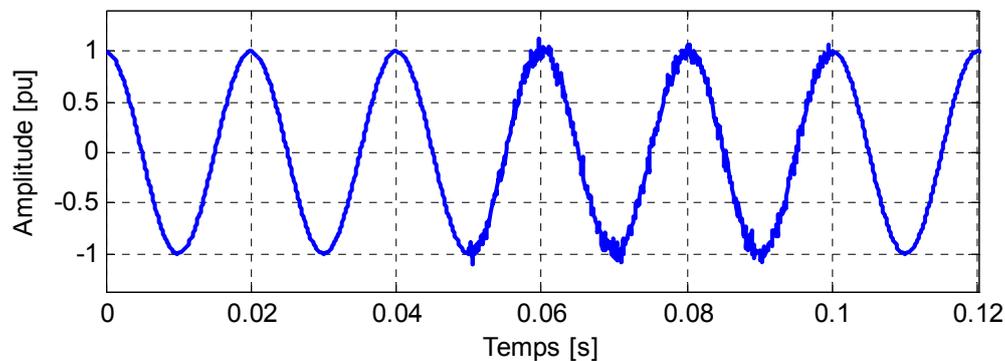


Figure 1.8. Parasites.

1.9 Phénomènes Transitoires

Les phénomènes transitoires peuvent être produits par: un éclair touchant une ligne aérienne, l'enclenchement ou le déclenchement de certaines charges, l'enclenchement de bancs de condensateurs, etc. (Figure 1.9).

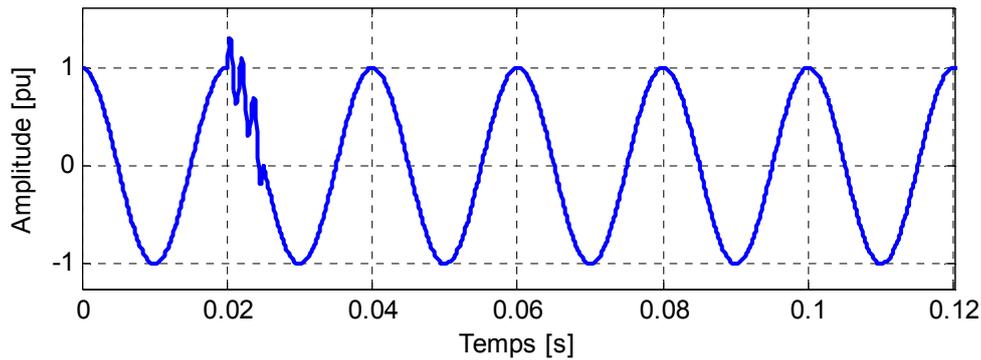


Figure 1.9. Transitoires.

1.10 Fréquence

La périodicité de la sinusoïde n'est plus constante. La variation de la fréquence et le changement rapide de la fréquence sont essentiellement dus aux variations de vitesse des groupes électrogènes. Ils ont comme conséquence une mauvaise opération sur les équipements, ils provoquent des arrêts brusques entraînant souvent des erreurs dans le traitement des données. Des pannes peuvent apparaître par effet cumulé. La figure 1.10 présente une tension sinusoïdale à 50 Hz avec une variation de la fréquence à l'instant 0.03s.

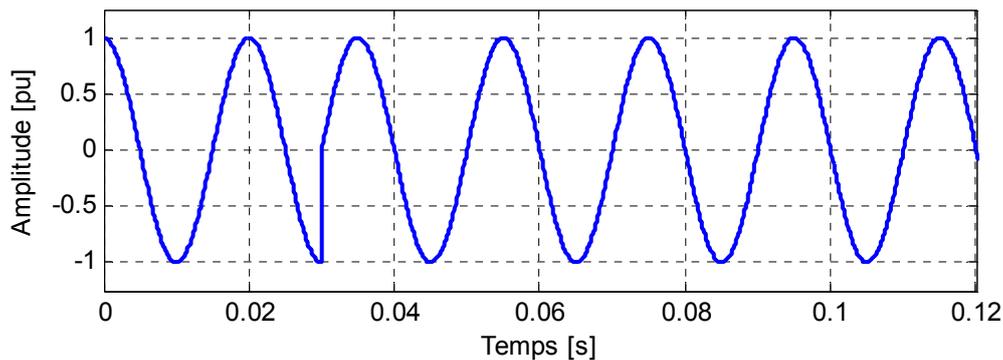


Figure 1.10. Variation de la fréquence.

1.11 Perturbations harmoniques

Les composantes sinusoïdales d'un signal de fréquences multiples de sa fréquence fondamentale s'appellent harmoniques. L'harmonique de fréquence kf_0 , où f_0 est la fréquence fondamentale et k est un nombre réel positif est dit de rang k .

Les composantes sinusoïdales dont la fréquence n'est pas un multiple entier de la fréquence fondamentale du signal sont nommées les interharmoniques. Les composantes sinusoïdales, dont la fréquence est inférieure à la fréquence fondamentale sont appelées infraharmoniques.

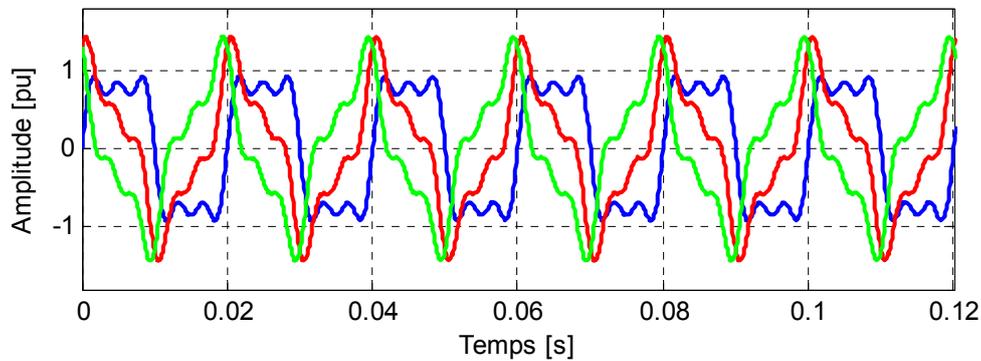


Figure 1.11. Distorsion harmonique (rang 5).

Les perturbations harmoniques sont dues à l'insertion au réseau des charges non linéaires comme les équipements intégrant de l'électronique de puissance (variateurs, onduleurs, convertisseurs statiques, gradateurs de lumière, etc.). Les harmoniques provoquent des échauffements qui, à terme, diminuent la durée de vie des équipements. Ils peuvent également être à l'origine de troubles fonctionnels (synchronisation, commutation) et d'erreurs de mesure.

1.11.1 Harmoniques

Les harmoniques sont des signaux de courant ou de tension sinusoïdaux dont la fréquence est un multiple entier de la fréquence du fondamental. Les charges non linéaires sont de puissants générateurs d'harmoniques [9]. A titre d'exemple, la figure 1.12 présente les harmoniques de rangs 3 et 5.

Les principales sources d'harmoniques sont les dispositifs contenant des éléments qui commutent (les convertisseurs statiques), et les dispositifs à caractéristique tension-courant non linéaire (fours à arc, inductances saturées, transformateurs, machines tournantes, etc.).

a) Convertisseurs statiques

Les convertisseurs statiques sont les sources d'harmoniques les plus gênantes du fait du nombre et de la puissance des dispositifs installés. On peut citer de manière non exhaustive:

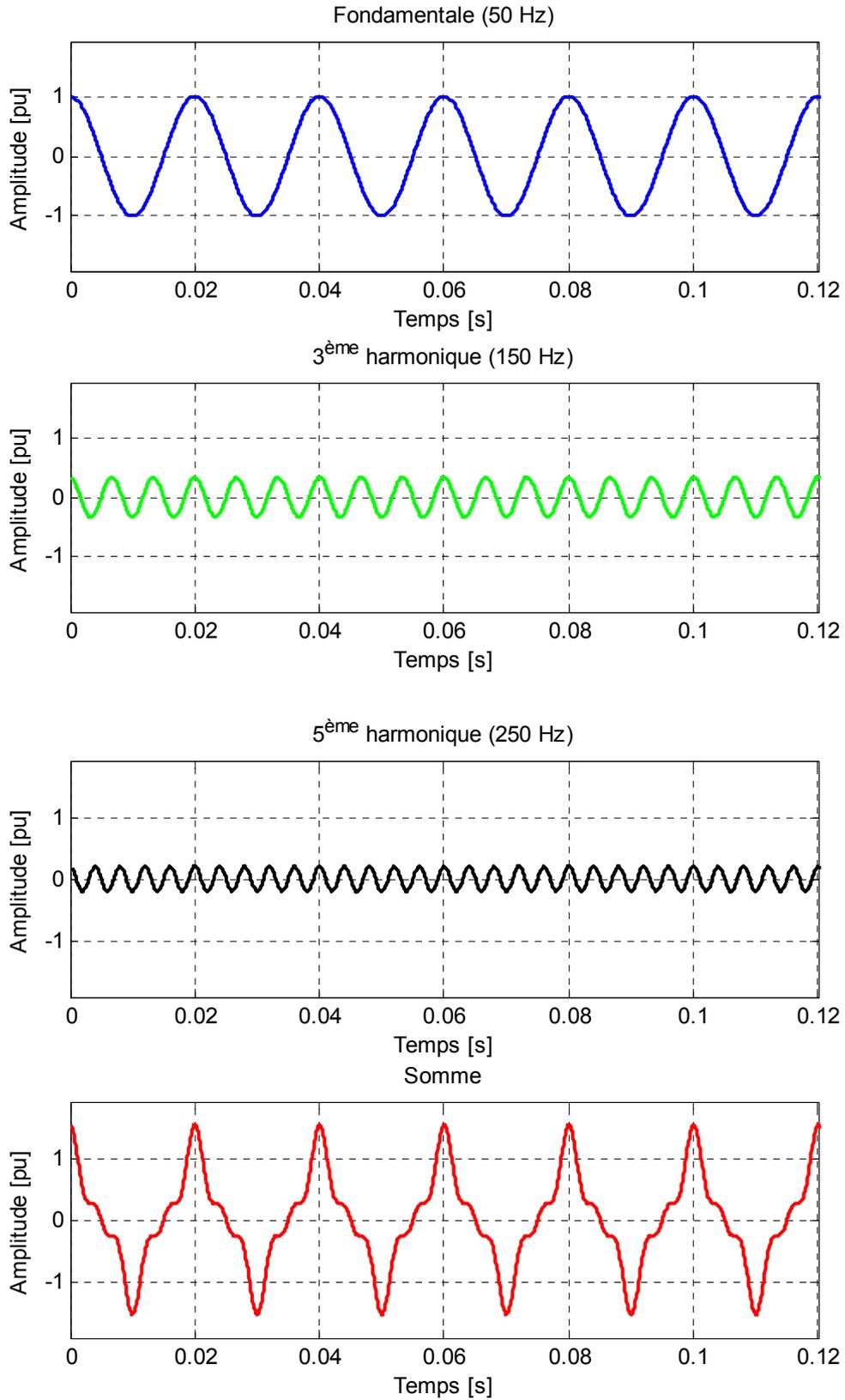


Figure 1.12. Distorsion harmonique (rang 3 et 5).

- Les redresseurs monophasés et triphasés. Ils génèrent des harmoniques dont la fréquence dépend sensiblement de la commande adoptée. Un redresseur commandé en pleine onde de p pulsations engendre, du côté continu, des harmoniques de rang pn , ($n=1,2,3\dots$) et du côté alternatif, des harmoniques de rang $pn \pm 1$. Un redresseur commandé en MLI synchrone engendre des harmoniques de rang pair du côté continu et de rang impair du côté alternatif, si l'indice de modulation $m = f_{MLI}/f_0$ est impair et des harmoniques pairs et impairs de deux côtés si m est pair.

- Les cycloconvertisseurs utilisés pour régler la vitesse des moteurs à courant alternatif. Ils génèrent des spectres complexes, généralement riches en fréquences et dépendant de leur structure et de leur commande.

- Les gradateurs utilisés dans les entraînements de faible puissance, les systèmes d'éclairage et de chauffage et les systèmes de conduite des réseaux. Les gradateurs génèrent des harmoniques dont l'amplitude et la phase dépendent de l'angle d'allumage des thyristors.

b) Dispositifs à caractéristique tension-courant non linéaire

Parmi les dispositifs à caractéristique tension-courant non linéaire on distingue :

- Les fours à arc. Les fours à arc sont connectés directement au réseau de transmission, généralement sans recours à un filtrage adéquat. Leur impédance varie de manière aléatoire et de surcroît, elle est particulièrement asymétrique. Par ailleurs les fours à arc génèrent des harmoniques de toutes les fréquences, ainsi que des interharmoniques dont les amplitudes dépassent nettement le bruit de fond.

- Les inductances saturées. De telles inductances ont leur impédance fonction de l'amplitude du courant qui les traverse, et de ce fait provoquent par contre-réaction des déformations notables de ce courant.

- Les transformateurs. A cause de leur caractéristique tension-courant non linéaire, les transformateurs génèrent des harmoniques qui dépendent sensiblement de l'amplitude et de la forme de la tension d'alimentation.

- Les machines tournantes. Elles engendrent des harmoniques d'amplitudes souvent négligeables.

Les petites machines synchrones sont toutefois génératrices de tensions harmoniques de rang 3.

1.11.2 Interharmoniques

L'analyse harmonique des courants et des tensions nous indique qu'en plus des harmoniques de rang entier, il existe des interharmoniques. Ceux-ci ont d'ordinaire une amplitude relativement réduite, mais peuvent être gênants s'ils provoquent des résonances. Ils peuvent également avoir des effets très néfastes lorsque leur fréquence se situe dans les plages de fréquence réservées pour les signaux de commande.

Les interharmoniques ont principalement pour origine:

- les imperfections du convertisseur et de sa commande (chutes de tension dans les thyristors, variation ou inégalité des angles de commutation, variation de l'impédance vue du côté continu du redresseur [10]),
- l'association de plusieurs convertisseurs fonctionnant à des fréquences différentes : variateurs de vitesse des moteurs à courant alternatif [11,12],
- les convertisseurs statiques de commande non périodique,
- les fours à arc et les cycloconvertisseurs.

1.11.3 Taux de distorsion harmonique

Différents critères sont définis afin de caractériser les perturbations. Le taux de distorsion harmonique et le facteur de puissance sont les plus employés pour quantifier respectivement les perturbations harmoniques et la consommation de puissance réactive [5]. Deux taux de distorsion harmonique sont distingués : le taux de distorsion harmonique en courant et le taux de distorsion harmonique en tension.

- Le taux de distorsion harmonique en courant, noté TDH_i et exprimé par :

$$TDH_i = \frac{\sqrt{\sum_{h=2}^N (I_h)^2}}{I_F} 100 \quad (1.1)$$

où I_h représente l'amplitude du courant harmonique de rang h et I_F représente l'amplitude du courant fondamental.

- Le taux de distorsion harmonique en tension, noté TDH_v et exprimé par:

$$TDH_v = \frac{\sqrt{\sum_{h=2}^N (V_h)^2}}{V_F} 100 \quad (1.2)$$

où V_h représente l'amplitude de la tension harmonique de rang h et V_F représente l'amplitude de la tension fondamentale.

1.12 Conséquences de la distorsion harmonique

En injectant des courants harmoniques qui déforment la tension de la source, les charges non linéaires peuvent perturber le fonctionnement des autres dispositifs connectés au réseau. Les principales conséquences des effets néfastes engendrés à court terme sont rappelées ci-dessous [5,13]:

1.12.1 Échauffement

Les pertes par effet Joule se décomposent par la somme des pertes issues du fondamental et de celles engendrées par les harmoniques:

$$P_{joule} = R_F I_F^2 + \sum_{h=2}^{\infty} R_h I_h^2 \quad (1.3)$$

où I_F représente le courant fondamental, I_h représente le courant harmonique de rang h . Ces pertes supplémentaires provoquées par la présence des courants harmoniques réduisent le rendement des équipements tels que les moteurs, les transformateurs, etc.

1.12.2 Dysfonctionnement de certains équipements

En présence d'harmoniques, le courant et la tension peuvent changer plusieurs fois de signe au cours d'une demi-période. Par conséquent, les équipements sensibles au passage par zéro de ces grandeurs électriques sont perturbés.

1.12.3 Excitation des résonances

Des équipements constitués de capacités ou d'inductances peuvent avoir des fréquences de résonance proches de celles des harmoniques. Ainsi, les harmoniques sont amplifiés et il peut apparaître des surtensions ou des surintensités qui détériorent les câbles et font disjoncter les fusibles, etc.

1.13 Conclusion

Ce survol sur les différentes perturbations présente les principales perturbations rencontrées dans les réseaux électriques. Cependant, dans notre travail nous nous intéressons à l'estimation de la fréquence fondamentale variant dans le temps afin de

contrôler et d'assurer la dominance de cette dernière, ainsi que pour éviter les distorsions harmoniques.

Dans la suite, les techniques et les méthodes permettant d'estimer la fréquence fondamentale sont présentées. Une attention particulière est portée aux perturbations les plus gênantes et les plus communément rencontrées, c'est-à-dire les creux de tension, les coupures brèves, les variations de tension et les harmoniques.

Chapitre 2 Notions sur le traitement du signal

2.1 Définitions de base

Un signal est la représentation physique de l'information qu'il transporte de sa source à son destinataire. Il sert de vecteur à une information. Il constitue la manifestation physique d'une grandeur mesurable (courant, tension, force, température, pression, etc.). Les signaux sont des grandeurs électriques variant en fonction du temps $x(t)$ obtenues à l'aide de capteurs [14].

Mais le traitement du signal s'applique à tous les signaux physiques (onde acoustique, signal optique, signal magnétique, signal radioélectrique, etc.). Le traitement d'images peut être considéré comme une extension du traitement du signal aux signaux bidimensionnels (images).

Le bruit est défini comme tout phénomène perturbateur gênant la perception ou l'interprétation d'un signal, par analogie avec les nuisances acoustiques (interférence, bruit de fond, etc.). La différenciation entre le signal et le bruit est artificielle et dépend de l'intérêt de l'utilisateur : les ondes électromagnétiques d'origine galactique sont du bruit pour un ingénieur des télécommunications par satellites et un signal pour les radioastronomes [14].

La théorie du signal a pour objectif fondamental la "description mathématique" des signaux. Cette représentation commode du signal permet de mettre en évidence ses principales caractéristiques (distribution fréquentielle, énergie, etc.) et d'analyser les modifications subies lors de la transmission ou du traitement de ces signaux.

Le traitement du signal est la discipline technique qui, s'appuyant sur les ressources de l'électronique, de l'informatique et de la physique appliquée, a pour objet l'élaboration ou l'interprétation des signaux. Son champ d'application se situe donc dans tous les domaines concernés par la perception, la transmission ou l'exploitation des informations véhiculées par ces signaux [14].

2.2 Signaux numériques

2.2.1 Définition

Un signal $x(t)$ est une fonction dont l'amplitude dépend du temps. La terminologie suivante sera adoptée, selon que l'on discrétise le temps et/ou l'amplitude du signal.

Amplitude/Temps	Continu	Discret
Continu	analogique	échantillonné
Discret	quantifié	numérisé

Les signaux quantifiés et numérisés seront abordés en deuxième année principalement au travers des échantillonneurs bloqueurs, des convertisseurs analogique/numérique et des convertisseurs numérique/analogique.

Donc on peut définir un signal échantillonné comme une suite de valeurs numériques réelles ou complexes. La notation suivante sera adoptée pour représenter un signal échantillonné :

$$x(nT_e) \quad (2.1)$$

où n est un nombre entier et T_e est la période de répétition du signal et sera appelé période d'échantillonnage. Remarquons que la relation (2.1) suggère un échantillonnage uniforme du signal.

Un exemple de signal échantillonné est donné sur la figure 2.1.

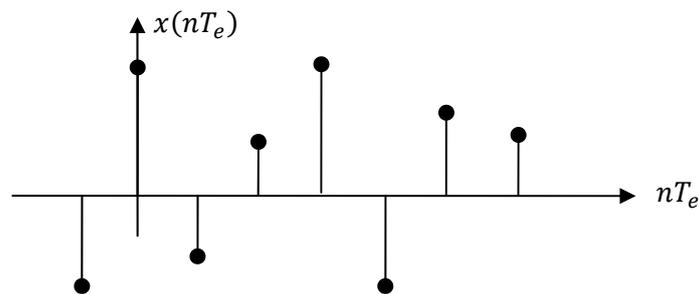


Figure 2.1 - Représentation graphique d'un signal $x(nT_e) = x(n)$ à temps discret.

2.2.2 Classes de signaux échantillonnés

a) Périodicité

Un signal échantillonné est dit périodique si

$$s((n+N)T_e) = s(nT_e) \quad (2.2)$$

où N est appelé période. Un signal périodique est généralement à puissance moyenne finie et non nulle.

b) Signal à durée limitée

Un signal sera dit à durée limitée si

$$s(nT_e) = \begin{cases} s(nT_e) & Q \leq n \leq P \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (2.3)$$

avec $(P - Q)$ la durée du signal. Un signal à durée limitée est généralement à puissance moyenne nulle.

2.2.3 Signaux numériques classiques

a) Impulsion unité

L'impulsion unité est définie par

$$\delta((n - n_0)T_e) = \begin{cases} 1 & n = n_0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (2.4)$$

b) Échelon unité

L'échelon unité est défini par

$$u((n - n_0)T_e) = \begin{cases} 1 & n \geq n_0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (2.5)$$

2.3 Échantillonnage des signaux analogiques

2.3.1 Définition

Les signaux observés sont, la plupart du temps, analogiques (température, tension, courant, etc.). Donc pour pouvoir les traiter avec un système numérique, il faut les échantillonner (et parfois les quantifier).

Ce paragraphe présente la vision mathématique de l'échantillonnage. Nous verrons en particulier la condition pour qu'un signal, après avoir été échantillonné, puisse être reconstruit sans distorsions.

Un échantillonneur de temps d'échantillonnage T_e se schématise comme figure 2.2. On notera $F_e = 1/T_e$ la fréquence d'échantillonnage. Remarquons que pour mettre en évidence le problème de l'échantillonnage réel toute l'analyse est conduite en considérant les signaux continus.

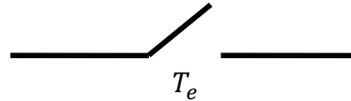


Figure 2.2. Échantillonneur.

2.3.2 Échantillonnage idéal

Un signal échantillonné $x_e(t)$ à partir d'un signal analogique $x(t)$ est modélisé mathématiquement par la multiplication de $x(t)$ par un peigne de Dirac, c'est-à-dire une suite de période T_e de distribution de Dirac $\delta(t)$. On a :

$$x_e(t) = x(t) \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT_e) \quad (2.6)$$

où $n \in \mathbb{Z}$ est un entier.

Le signal échantillonné correspond donc à :

$$x_e(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(nT_e) \delta(t - nT_e) \quad (2.7)$$

Cette opération est illustrée par la figure 2.3.

Il est intéressant de comparer le spectre du signal analogique et du signal échantillonné afin de savoir ce qu'apporte la fonction échantillonnage au niveau fréquentiel.

En notant $*$ le produit de convolution, on a :

$$X_e(f) = X(f) * \frac{1}{T_e} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(f - \frac{n}{T_e}) \quad (2.8)$$

or la distribution de Dirac est l'élément neutre du produit de convolution, donc :

$$X_e(f) = \frac{1}{T_e} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} X(f - \frac{n}{T_e}) \quad (2.9)$$

On voit bien que l'effet de l'échantillonnage est de périodiser le spectre du signal analogique de départ. Cette périodisation se fait à un rythme $F_e = 1/T_e$.

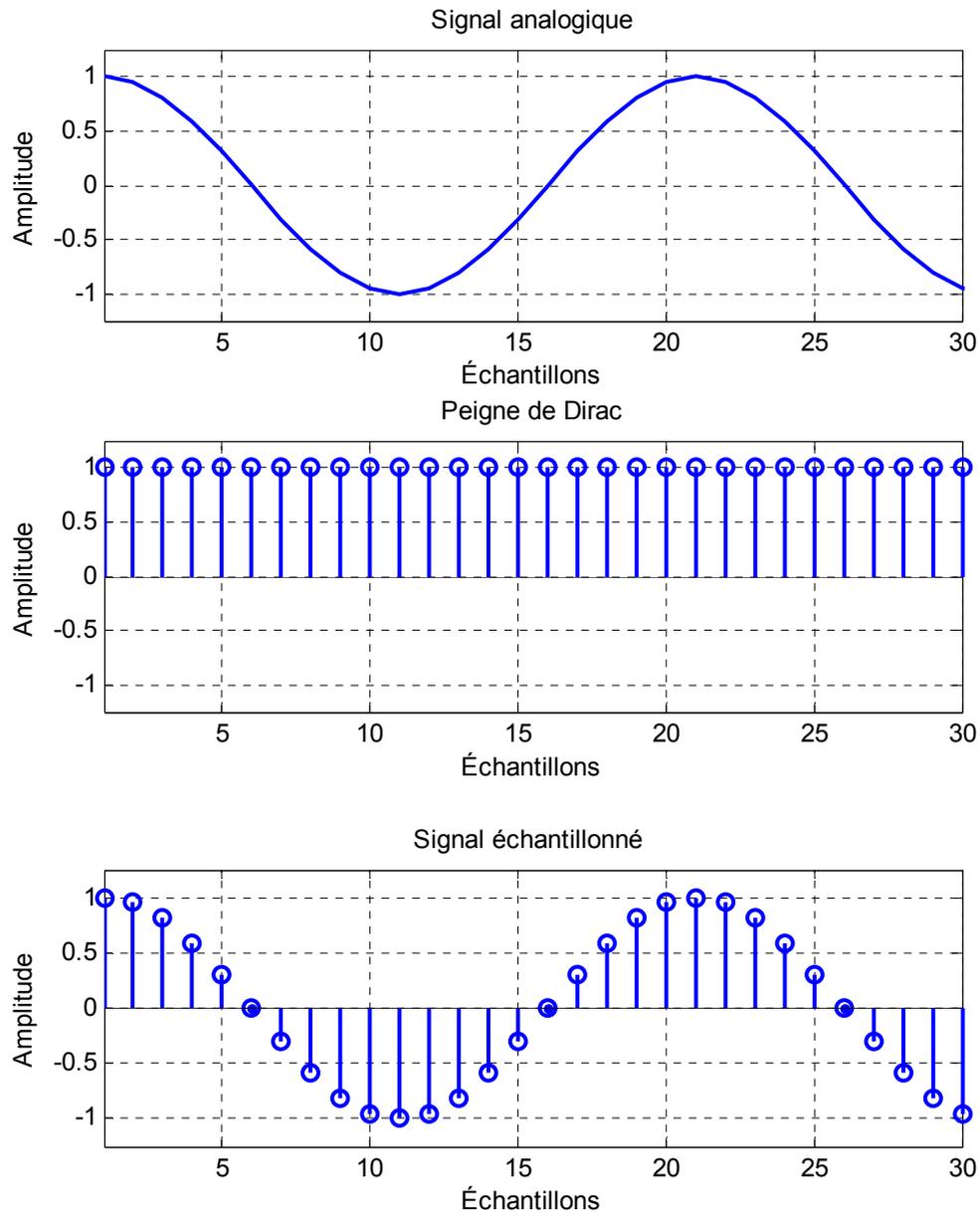


Figure 2.3. Opération d'échantillonnage.

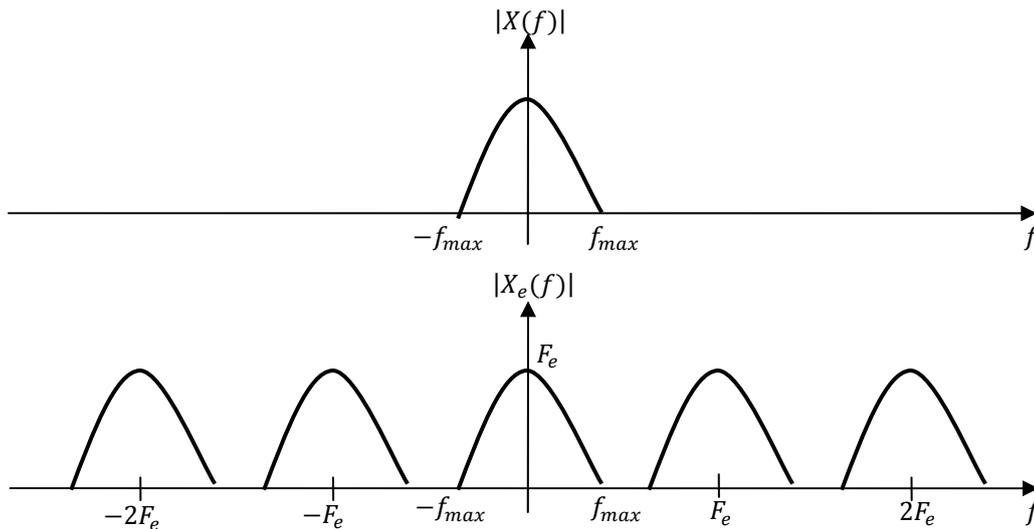


Figure 2.4. Effet de l'échantillonnage sur le spectre du signal d'entrée.

2.3.3 Théorème de Shannon

Il est ainsi possible de récupérer un signal analogique à partir de sa version échantillonnée. Néanmoins, il apparaît clairement que si le spectre du signal de départ est limité à $1/2T_e$ en fréquence, les différentes versions ne se recouvriront pas, et on pourra retrouver le signal analogique de départ par un filtrage adéquat de la séquence d'échantillons. Cette montre une limite à ce raisonnement.

En effet, la fréquence maximum du signal à échantillonner est toujours inférieure à la moitié de la fréquence d'échantillonnage. La figure 2.5 représente la situation inverse, c'est-à-dire lorsque la fréquence d'échantillonnage est trop faible. On appelle ce phénomène un *repliement de spectre*. Le spectre du signal reconstruit n'a plus rien à voir avec celui du signal original.

La limite à partir de laquelle on ne peut plus reconstruire correctement un signal constitue le théorème de Shannon : pour pouvoir reconstruire le signal analogique il faut une fréquence d'échantillonnage au moins égale à deux fois la fréquence maximum du signal c'est-à-dire :

$$F_e \geq 2f_{max} \quad (2.10)$$

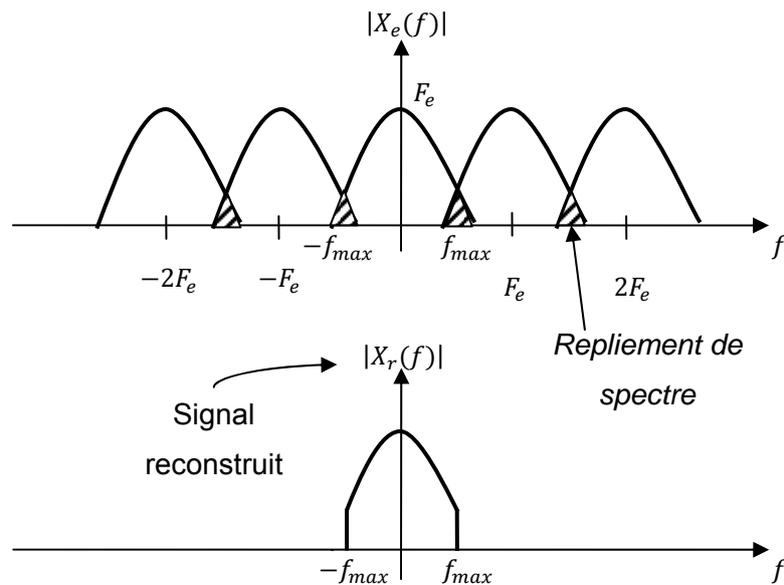


Figure 2.5. Repliement de spectre.

2.4 Corrélation et convolution

2.4.1 Fonction de corrélation

La fonction de corrélation est l'une des méthodes les plus appréciées pour comparer deux signaux. Pour des signaux continus $x(t)$ et $y(t)$, la fonction de corrélation $r_{xy}(\tau)$ est définie par :

$$r_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)y(t - \tau)dt \quad (2.11)$$

Cette dernière formule est appelée intercorrélation entre $x(t)$ et $y(t)$.

Le passage au domaine numérique est direct par substitution de l'intégrale par une somme discrète. La *fonction de corrélation* pour des signaux numériques est donc définie par :

$$r_{xy}(k) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)y(n - k) \quad (2.12)$$

2.4.2 Produit de convolution

Une impulsion brève, injectée à l'entrée d'un système linéaire, continu et stationnaire, donne en sortie un signal de durée finie. Cette réponse est appelée **réponse impulsionnelle** d'un filtre et notée $h(t)$. Dans le cas général, c'est-à-dire pour signal d'entrée

quelconque, nous avons une relation mathématique qui lie le signal d'entrée $e(t)$ et le signal de sortie $s(t)$ pour un système $h(t)$, soit :

$$s(t) = e(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e(\tau)h(t - \tau)d\tau \quad (2.13)$$

Cette opération, appelée « **convolution** » et notée $*$, exprime la réponse à un signal quelconque à partir de celle à un signal type (réponse impulsionnelle).

Tout comme la corrélation, il est possible de passer au domaine numérique en substituant l'intégrale par une somme discrète. Considérons les versions numériques $e(n)$ et $h(n)$, la convolution discrète sera donc :

$$s(n) = e(n) * h(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e(k)h(n - k) \quad (2.14)$$

2.5 Série de Fourier

2.5.1 Introduction

Les fonctions périodiques sont très connues et elles interviennent dans plusieurs domaines. Elles sont définies par :

$$x(t) = x(t + nT), n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.15)$$

où T est la période de $x(t)$.

Joseph Fourier, mathématicien français, affirma, dans un mémoire daté de 1807, qu'il était possible, dans certaines conditions, de décomposer une fonction périodique f sous la forme d'une somme infinie de signaux sinusoïdaux :

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \cos(2\pi fnt) + b_n \sin(2\pi fnt) \quad (2.16)$$

a_n et b_n sont les coefficients de Fourier,

a_0 est un coefficient constant représentant la composante continue,

$f = 1/T$ est la fréquence fondamentale,

$2\pi fn$ est la n -ième harmonique.

2.5.2 Calcul des coefficients de Fourier- Notations réelles

a) Calcul de a_0

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) dt \quad (2.17)$$

b) Calcul de a_n

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \cos(2\pi f n t) dt \quad (2.18)$$

c) Calcul de b_n

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \sin(2\pi f n t) dt \quad (2.19)$$

2.5.3 Calcul des coefficients de Fourier- Notations complexes

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{j2\pi f n t} \quad (2.20)$$

avec

$$c_0 = \frac{a_0}{2} \quad (2.21)$$

$$c_n = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{-j2\pi f n t} dt \quad (2.22)$$

$$c_{-n} = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{j2\pi f n t} dt \quad (2.23)$$

En regroupant ces formules, on obtient :

$$c_n = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{-j2\pi f n t} dt, n = 0 \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.24)$$

2.5.4 Spectre de fréquence d'un signal périodique

$$c_n = |c_n| e^{j\varphi} \quad (2.25)$$

$$|c_n| = \frac{\sqrt{a_n^2 + b_n^2}}{2} \quad (2.26)$$

$$\varphi = -\tan^{-1}\left(\frac{b_n}{a_n}\right) \quad (2.27)$$

Le graphe de $|c_n|$ en fonction de n ou $2\pi fn$ représente le spectre en fréquence d'amplitude. Et le graphe de φ en fonction de n ou $2\pi fn$ représente le spectre en fréquence de phase.

2.6 Transformée de Fourier

2.6.1 Définition

Soit $x(n)$ est le signal discret (échantillonné). Sa transformée de Fourier est :

$$X(f) = TF\{x(n)\} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)e^{-j2\pi n\frac{f}{F_e}} \quad (2.28)$$

2.6.2 Périodicité

$X(f) = X(f + F_e)$ est périodique de F_e .

2.6.3 Existence

La transformée de Fourier d'un signal numérique existe si est seulement si la série de la relation $TF\{x(n)\}$ est convergente. Autrement dit, puisque $|e^{-j2\pi n\frac{f}{F_e}}| = 1$, la condition suffisante pour que $TF\{x(n)\}$ existe est :

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x(n)| < \infty \quad (2.29)$$

Cette condition est toujours satisfaite pour des signaux à énergie finie.

2.6.4 Transformation de Fourier inverse

Comme $X(f)$ est périodique, les expressions précédentes sont des séries de Fourier, les échantillons $x(n)$ sont alors les coefficients de la série de Fourier.

$$x(n) = \frac{1}{F_e} \int_{-\frac{F_e}{2}}^{+\frac{F_e}{2}} X(f)e^{j2\pi n\frac{f}{F_e}} df \quad (2.30)$$

2.7 Transformée de Fourier discrète

2.7.1 Introduction

La transformée de Fourier de signaux numériques introduite ci-dessus n'est pas adaptée au traitement de signaux numérique. En effet, la transformée est une fonction d'une variable continue f et la relation (2.28) fait intervenir un nombre infini d'échantillons ce qui la rend inexploitable par un système numérique [14].

Étant donné l'importance de cette transformation en traitement du signal il est important de la mettre sous une forme exploitable. Cette forme sera appelée Transformation de Fourier Discrete (TFD) [14].

2.7.2 Discrétisation fréquentielle

a) Définitions

Pour un signal de durée N , on définit la transformée de Fourier discrète $X(k)$ par :

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j2\pi\frac{k}{N}n}, k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2.31)$$

$$X(k + N) = X(k).$$

L'inverse de la TFD est donnée par :

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k)e^{j2\pi\frac{k}{N}n}, n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2.32)$$

$$x(n + N) = x(n).$$

b) Transformée de Fourier rapide

La TFD est un outil qui demande beaucoup de ressources de calcul. Mais il existe un algorithme de calcul particulièrement rapide et efficace qui continue à rendre la TFD attractive. Cet algorithme est appelé *Transformée de Fourier Rapide* (TFR) ou *Fast Fourier Transform* (FFT) [14].

Le calcul direct de la TFD nécessite

- $2N^2$ évaluations des fonctions trigonométriques.
- $4N^2$ multiplications réelles.

- $4N(N - 1)$ additions réelles.
- Un certain nombre d'indexation et le traitement des opérations.

Par contre la FFT présente :

- $\frac{N}{2} \log_2 \left(\frac{N}{2} \right)$ multiplications, au lieu des N^2 multiplications \rightarrow donc un gain de $\frac{2N}{\log_2 \left(\frac{N}{2} \right)}$
- $N \log_2(N)$ additions, au lieu des $N(N - 1)$ \rightarrow donc un gain de $\frac{N-1}{\log_2(N)}$

On distingue deux catégories de l'algorithme FFT [14,15] :

- FFT avec entrelacement temporel, appelé aussi algorithme de type Cooley-Tukey.
- FFT avec entrelacement fréquentiel, appelé aussi algorithme de type Sundry.

2.8 Transformation en z

La transformée en z est un outil largement utilisé pour l'étude des systèmes de traitement numérique du signal. Ce type de transformée permet de décrire aisément les signaux à temps discret et la réponse des systèmes linéaires invariants soumis à des entrées diverses. La transformée en z est un outil permettant de dériver la réponse impulsionnelle d'un système linéaire invariant décrit par une équation aux différences finies. De plus, à l'opérateur de convolution dans le domaine temporel correspond l'opérateur multiplicatif dans le domaine de la transformée en z .

La transformée en z directe d'un signal à temps discret $x(n)$ est définie par :

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)z^{-n} \quad (2.33)$$

La transformée en z établit une correspondance entre l'espace des signaux à temps discret et un espace de fonctions définies sur un sous-ensemble du plan complexe.

Chapitre 3 Techniques d'estimation de la fréquence fondamentale

3.1 Introduction

Dans le domaine de l'électronique de puissance, la fréquence fondamentale est un paramètre tout à fait important d'où son estimation rapide et précise est extrêmement nécessaire. Dans le nouveau scénario des Smart Grids, les méthodes du traitement des signaux pour l'estimation des paramètres électriques sont indispensables pour garder le réseau électrique sous contrôle et pour assurer la qualité et la fiabilité désirées du service. Selon leur champ de calcul, les techniques d'estimation des grandeurs électriques sont classées dans deux domaines, fréquentiel et temporel.

Les techniques appartenant au domaine fréquentiel sont basées sur l'analyse de Fourier appliquée aux grandeurs électriques (courants ou tensions). L'application on-line (temps réel) de la transformée de Fourier est un calcul encombrant ; il en résulte un temps de réponse relativement lent. Enfin, le gain de temps de calcul pourrait être mis à profit pour réaliser une analyse fréquentielle afin de mieux cerner les transitions temporelles tout en conservant une bonne résolution spectrale. Une telle analyse serait obtenue en utilisant une transformée de Fourier dite « récursive ». Pour cela, nous présentons ici un algorithme nommé Transformée de Fourier Discrète Récursive (TFDR) [16,17,18]. Cet algorithme permet de réduire substantiellement les temps de calcul par rapport à une utilisation répétée pas à pas de la Transformée de Fourier Rapide (TFR).

Tandis que les techniques du domaine temporel permettent une réponse plus rapide et requièrent moins d'opérations que les techniques précédentes. Le principe de ce type de techniques est la séparation du fondamental ou de certains harmoniques par le filtrage. En vue de localiser correctement des sinusoïdes, plusieurs références emploient un filtre adaptatif cloche ou filtre adaptatif Notch (en anglais "Adaptative Notch Filter") [19,20]. Dans cette partie, nous employons le filtre adaptatif Notch afin d'estimer la fréquence fondamentale.

Pour estimer l'amplitude et la phase d'une grandeur électrique, une technique basée sur le concept du Filtre de Kalman (FK) [21] a été introduite à la fin de ce chapitre.

3.2 Décomposition d'un signal périodique

Fourier a démontré que toute fonction périodique $x(t)$ non sinusoïdale de fréquence f peut être représentée selon la décomposition harmonique sous la forme d'une somme composée [14]:

- d'un terme sinusoïdal à la fréquence f de valeur efficace X_1 ; ce terme est appelé fondamental ;
- de termes sinusoïdaux dont les fréquences sont égales à h (h est un entier) fois la fréquence du fondamental et de valeurs efficaces X_h . Rappelons que ces termes de fréquences multiples de la fréquence fondamentale sont appelés harmoniques ;
- d'une composante continue d'amplitude X_0 .

L'expression de ces grandeurs est donnée par le développement en série de Fourier du signal tension ou courant $x(t)$:

$$x(t) = X_0 + \sum_{h=1}^N X_h \sin(h\omega t + \phi_h) \quad (3.1)$$

où

ω représente la pulsation angulaire du fondamental ;

X_0 représente la composante continue ;

X_h et ϕ_h représentent respectivement, l'amplitude et la phase de la $h^{\text{ième}}$ harmonique.

L'équation (3.1) peut être exprimée sous forme :

$$x(t) = X_0 + \sum_{h=1}^N A_h \cos(h\theta) + B_h \sin(h\theta) \quad (3.2)$$

où X_0 est la composante continue ;

$\theta = 2\pi n/N = \omega n/F_e$, $N = F_e/f_N$, f_N est la fréquence nominale, F_e est la fréquence d'échantillonnage et $n = t_i F_e$ (t_i est l'instant d'échantillonnage) ;

$A_h = X_h \sin(\phi_h)$ et $B_h = X_h \cos(\phi_h)$ sont les amplitudes des composantes en quadratures de la $h^{\text{ième}}$ harmonique et ϕ_h est la phase de la $h^{\text{ième}}$ harmonique.

Rappelons que le choix de la fréquence d'échantillonnage F_e est très important si on veut une restitution aussi fidèle que possible du spectre du signal ou des composantes harmoniques. Pour faire ce choix, il faut impérativement respecter le **théorème de Shannon** qui s'énonce comme suit (même équation que (2.10)) :

$$F_e \geq 2f_{max} \quad (3.3)$$

où f_{max} représente la fréquence maximale du signal à échantillonner.

À partir des amplitudes A_h et B_h , X_h et ϕ_h sont calculés comme suit :

$$X_h = \sqrt{(A_h^2 + B_h^2)}, \quad \phi_h = \tan^{-1}\left(\frac{B_h}{A_h}\right) \quad (3.4)$$

Rappelons que l'objectif visé dans notre travail est la détection du contenu harmonique dans les lignes du réseau électrique qui consiste à estimer les grandeurs, A_h , B_h (ou X_h) et ω de l'équation (3.2).

3.3 Transformée de Fourier

3.3.1 Transformée de Fourier discrète

La transformée de Fourier rapide (TFR) [14], publiée pour la première fois en 1965 par J.W.Cooley et J. W. Tuckey [15], est une technique de calcul rapide de la Transformée de Fourier Discrète (TFD). Elle est exprimée par l'équation suivante :

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)W_N^{nk}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (3.5)$$

avec $W_N = \exp\left(-j\frac{2\pi}{N}\right)$.

Les séquences finies de longueur N , (x_0, \dots, x_{N-1}) et (X_0, \dots, X_{N-1}) sont, respectivement, une séquence temporelle de durée N et une séquence fréquentielle de largeur N . Le calcul de la TFD [14], d'une séquence discrète de longueur N comprend le calcul de N termes dont chacun comprend N produits et $(N-1)$ sommes, soit un total de N^2 multiplications et $N(N-1)$ additions.

Le nombre d'opérations arithmétiques à effectuer peut être très important, ce qui nécessite un temps de calcul très élevé. Des algorithmes de calcul de la TFD ont été développés dans le but d'aboutir à une économie de calculs et donc du temps. Ces

algorithmes sont appelés algorithmes de transformée de Fourier rapide» ou TFR (en anglais Fast Fourier Transform ou FFT).

3.3.2 Transformation de Fourier rapide (FFT)

L'algorithme FFT est fondé sur la décomposition de la séquence numérique à transformer (dont le nombre N de termes est une puissance de 2) en deux sous-séquences entrelacées, celle des termes de rang pair et celle des termes de rang impair. Le processus est répété pour chacune des sous-séquence précédentes et ainsi de suite jusqu'à l'obtention de séquences d'ordre 2 [14]. La FFT présente :

$\frac{N}{2} \log_2 \left(\frac{N}{2} \right)$ multiplications, au lieu des N^2 multiplications \rightarrow donc un gain de $\frac{2N}{\log_2 \left(\frac{N}{2} \right)}$

$N \log_2(N)$ additions, au lieu des $N(N-1)$ \rightarrow donc un gain de $\frac{N-1}{\log_2(N)}$

La figure 3.1 présente la densité spectrale de puissance harmonique en utilisant la FFT pour un signal défini par l'équation suivante :

$$x(t) = 30 \sin\left(2\pi f t + \frac{\pi}{2}\right) + 12 \sin(2\pi(3f)t + \pi) + 10 \sin\left(2\pi(5f)t + \frac{\pi}{4}\right) + 7 \sin(2\pi(7f)t + \pi)$$

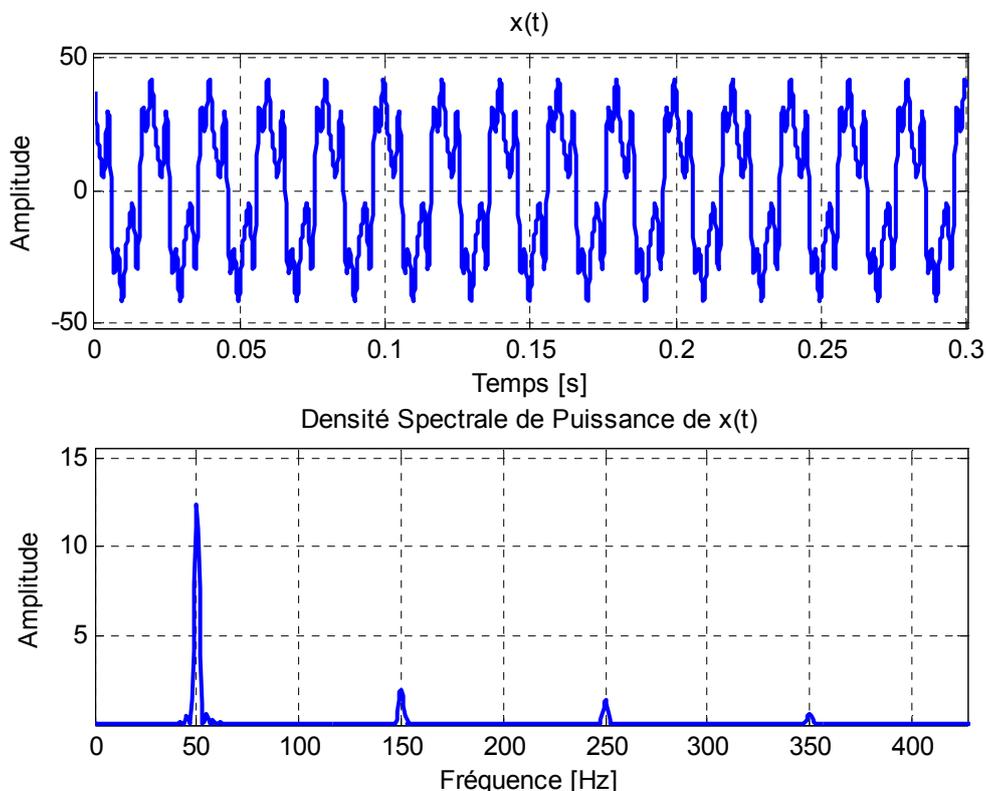


Figure 3.1. Densité spectrale de puissance d'un signal périodique.

Signalons pour que la FFT fonctionne en temps réel, elle nécessite au moins une période du signal pour détecter le spectre d'harmoniques.

3.3.3 Transformée de Fourier discrète récursive (TFDR)

La localisation des caractéristiques d'un signal périodique échantillonné en temps réel, nécessite une analyse spectrale à court terme. Cette étude impose une fenêtre glissante dans laquelle est effectuée une transformation de Fourier discrète (TFD) [16,17].

Lorsque le signal est échantillonné à la période T_e , on utilise la transformée de Fourier discrète (TFD), qui est alors définie en prenant les échantillons du signal et de la fenêtre aux instants pT_e :

$$X_p(k) = \sum_{n=p}^{p+N-1} w(n-p)x(n)W_N^{nk}, k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (3.6)$$

où $w(n)$ est une fenêtre temporelle.

Lorsque le temps t (ou p) évolue, tout se passe comme si le signal se déroulait derrière une fenêtre fixe ou, ce qui revient au même, comme si la fenêtre glissait en suivant le temps, d'où le nom d'analyse par fenêtre glissante [17,18].

Le calcul d'une transformée de Fourier discrète est déjà optimisé par l'emploi d'un algorithme dit de transformée rapide (TFR), qui minimise le nombre d'opérations à effectuer, mais il pourrait être amélioré si l'on pouvait, après un calcul classique d'initialisation, utiliser une formulation récursive [16].

Par ailleurs, la fenêtre la plus simple à utiliser est de type rectangulaire. Dans ce cas là, on redéfinit la TFD à fenêtre glissante comme suit ($0 \leq k \leq N-1$) :

$$X_p(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n-p)W_N^{(N-m-1)k} = \sum_{m=0}^{N-1} x(n-m) \exp\left(-j \frac{2\pi}{N} (N-m-1)k\right) \quad (3.7)$$

On trouve ici une expression basique de la $k^{\text{ième}}$ composante de la TFD.

La figure 3.2 considère le cas de données de deux fenêtres consécutives.

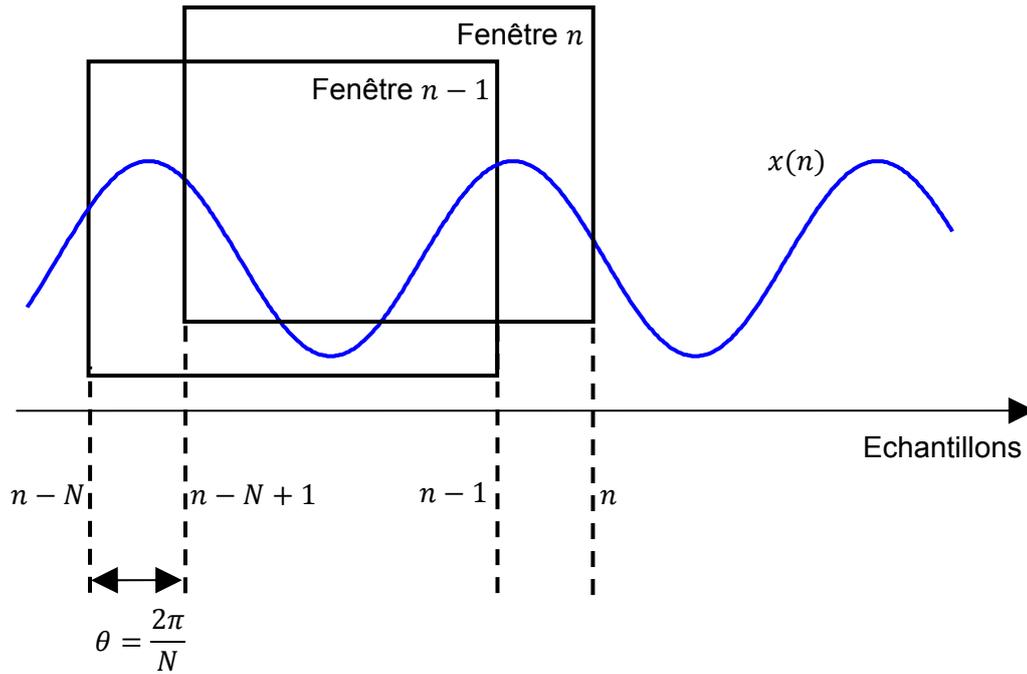


Figure 3.2. Deux fenêtres consécutives.

Par changement de variables, on retrouve :

$$X_n(k) = \sum_{l=n-N+1}^n x(l) \exp\left(-j \frac{2\pi}{N} (N + l - n - 1)k\right) \quad (3.8)$$

La TFD de la fenêtre $n - 1$ est obtenue facilement comme :

$$X_{n-1}(k) = \sum_{l=n-N}^{n-1} x(l) \exp\left(-j \frac{2\pi}{N} (N + l - n)k\right) \quad (3.9)$$

On multipliant les deux termes de l'équation (3.9) par $\exp\left(-j \frac{2\pi}{N} k\right)$, on trouve :

$$\exp\left(-j \frac{2\pi}{N} k\right) X_{n-1}(k) = \sum_{l=n-N}^{n-1} x(l) \exp\left(-j \frac{2\pi}{N} (N + l - n - 1)k\right) \quad (3.10)$$

Réarrangeant le second terme de l'équation (3.10),

$$\begin{aligned} \exp\left(-j \frac{2\pi}{N} k\right) X_{n-1}(k) &= \sum_{l=n-N+1}^n x(l) \exp\left(-j \frac{2\pi}{N} (N + l - n - 1)k\right) \\ &\quad + \exp\left(-j \frac{2\pi}{N} k\right) (x(n-N) - x(n)) \end{aligned} \quad (3.11)$$

Finalement, l'équation de récurrence suivante peut être établie comme suit :

$$X_n(k) = \exp\left(-j\frac{2\pi}{N}k\right)(X_{n-1}(k) + x(n) - x(n-N)) \quad (3.12)$$

En utilisant la TFD, les fréquences de l'équation (3.12) sont en fonction de la longueur N de la fenêtre glissante.

La fréquence de la composante à $k = 1$, est donnée par :

$$f_1 = \frac{1}{NT_e} = \frac{F_e}{N} \quad (3.13)$$

et les autres composantes sont données par :

$$f_k = kf_1, k = 1, 2, \dots, N-1 \quad (3.14)$$

Si le signal périodique $x(n)$ de fréquence fondamentale f_0 est échantillonné avec L échantillons par cycle, alors la fréquence d'échantillonnage est donnée par :

$$F_e = Lf_0, L \in \mathbb{Z}, \quad (3.15)$$

Ce processus est appelé « échantillonnage synchrone ».

De l'équation (3.13), on trouve :

$$f_1 = \frac{f_0}{N/L} = \frac{f_0}{N_c} \quad (3.16)$$

où N_c est le nombre de cycles entiers de la fréquence fondamentale.

Dans le standard IEC61100-3-60, le nombre de cycles est 10 pour une fréquence du réseau égale à 50Hz.

La TFDR possède les caractéristiques suivantes :

- une latence d'une seule période pour fonctionner en temps réel ;
- une bonne rapidité qui nécessite au moins une période du signal pour extraire les harmoniques ;
- une bonne détection lorsque le signal est bruité et variable ;
- elle est recommandée si on désire faire une détection des harmoniques pour la commande d'un filtre actif exigeant la compensation d'harmoniques bien définis ;

- mais elle est très sensible à la variation de la fréquence fondamentale.

3.4 Filtre adaptatif Notch

La structure générale d'un filtre adaptatif Notch est présentée dans la figure 3.3. Une sinusoïde simple peut être détectée par un filtre numérique passe-bande de second ordre de type RII (Réponse Impulsionnelle Infinie) [14] avec un paramètre d'adaptation. La sinusoïde est enlevée par filtre Notch quand le filtre passe-bande est centré à la fréquence de la sinusoïde.

Plusieurs de structures adaptatives du filtre Notch de second ordre sont proposées dans la littérature [19,20]. Dans ce travail, nous adoptons la structure du filtre à réponse impulsionnelle infinie de second ordre du filtre Notch présenté dans la référence [19]. La figure 3.3 montre le schéma bloqué du filtre Notch de second ordre. Cette structure est caractérisée par deux coefficients, k_1 et k_2 , qui déterminent l'angle et le rayon, respectivement, de chaque pôle adaptatif.

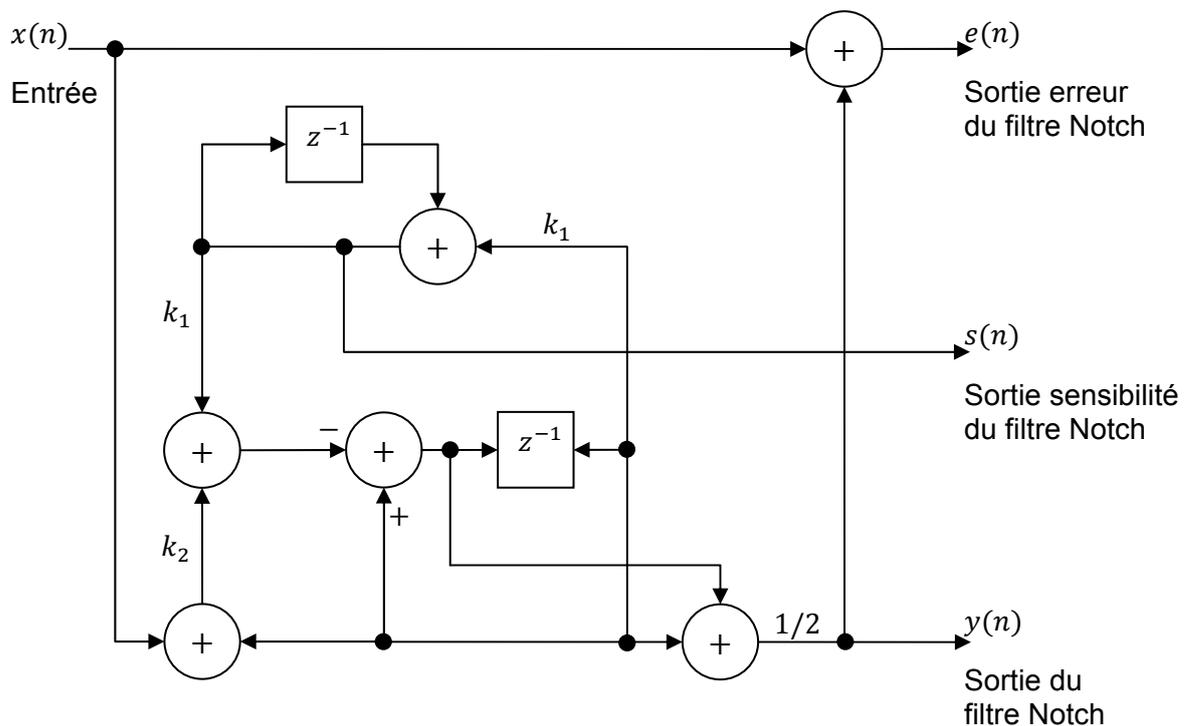


Figure 3.3. Filtre adaptatif Notch [19].

Remarque : le symbole z^{-1} dans le schéma du Filtre adaptatif Notch représente un retard permettant de mémoriser le signal $x(n)$.

L'algorithme présenté dans l'article [19] est résumé comme suit :

$$k_1(n+1) = k_1(n) - \mu \frac{e(n)s(n)}{\|s(n)\|^2} \quad (3.17)$$

où $s(n)$ est la sortie de sensibilité (la dérivé de l'entrée relative à k_1), $e(n)$ est la sortie erreur du filtre Notch, μ est un facteur de gain ($0 < \mu < 1$) et $\|\cdot\|^2$ est la norme carrée (puissance de la sortie de sensibilité).

Alors que le coefficient k_2 est donné par la relation suivante :

$$k_2 = 1 - r^2 \quad (3.18)$$

où r est le rayon du pôle du filtre Notch (les meilleurs résultats ont été trouvés pour $r = 0.98$).

La fréquence ainsi obtenue est donnée par :

$$f = \frac{1}{\pi} \arcsin \left(\frac{k_1}{2\sqrt{1 - \frac{k_2}{2}}} \right) \quad (3.19)$$

Si les coefficients k_1 et k_2 sont trop petits, la fréquence estimée sera obtenue par :

$$f \approx \frac{1}{\pi} \frac{k_1}{2\sqrt{1 - \frac{k_2}{2}}} \approx \frac{1}{2\pi} k_1 \left(1 + \frac{k_2}{4} \right) \quad (3.20)$$

3.5 Filtre de Kalman

Ce filtre a été proposé par R. Kalman en 1960 [21] pour résoudre un problème de poursuite de trajectoire dans la préparation des missions Appolo.

3.5.1 Equations de base

Le filtrage de Kalman repose sur un ensemble de deux équations :

- l'équation récursive de modélisation (génération) du processus aléatoire $\mathbf{x}(n)$ discret,
- l'observation (mesure) du processus $\mathbf{z}(n)$,

où on note l'instant discret par un indice n .

Le modèle du système pour l'estimation des harmoniques peut être décrit dans l'espace des états sous forme de deux équations [22,23].

Équation du système:

$$\mathbf{x}(n+1) = \boldsymbol{\Phi}(n)\mathbf{x}(n) + \mathbf{w}(n) \quad (3.21)$$

Équation d'observation ou de mesure:

$$\mathbf{z}(n) = \mathbf{H}(n)\mathbf{x}(n) + \mathbf{v}(n) \quad (3.22)$$

où

- $\mathbf{x}(n)$ est le vecteur d'état du processus, de taille $N \times 1$,
- $\boldsymbol{\Phi}(n)$ est la matrice de transition d'état, de taille $N \times N$, qui décrit la dynamique des $\mathbf{x}(n)$,
- $\mathbf{w}(n)$ est l'erreur de modélisation du processus, supposée blanche, de covariance connue et de moyenne nulle,
- $\mathbf{z}(n)$ est le vecteur de mesure à l'instant n , de taille $M \times 1$,
- $\mathbf{H}(n)$ est une matrice de taille $M \times N$,
- $\mathbf{v}(n)$ est l'erreur de mesure, de taille $M \times 1$, supposée blanche, de covariance connue et non corrélée avec $\mathbf{w}(n)$.

Dans la suite, on notera :

- $E\{\mathbf{w}(n)\mathbf{w}^T(i)\} = \mathbf{Q}(n)\delta(n-i)$ ($\mathbf{Q}(n)$ de taille $N \times N$),
- $E\{\mathbf{v}(n)\mathbf{v}^T(i)\} = \mathbf{R}(n)\delta(n-i)$ ($\mathbf{R}(n)$ de taille $M \times M$),
- $E\{\mathbf{w}(n)\mathbf{v}^T(i)\} = 0, \forall k, i$.

L'objectif est de déterminer une estimation récursive des $\mathbf{x}(n)$ à partir des mesures $\mathbf{z}(n)$ et du modèle de génération du processus.

3.5.2 Erreurs *a priori* et *a posteriori*

a) Erreur a priori

On se place à l'instant discret n . A cet instant, on dispose d'une estimation initiale fondée sur la connaissance du processus et des mesures jusqu'à l'instant précédent, c'est-à-dire $n-1$. Cette estimation est appelée estimation a priori, et nous la noterons :

$$\hat{\mathbf{x}}(n|n-1) = \hat{\mathbf{x}}^-(n) \quad (3.23)$$

On peut alors définir l'erreur *a priori* :

$$\mathbf{e}^-(n) = \mathbf{x}(n) - \hat{\mathbf{x}}^-(n) \quad (3.24)$$

ainsi que la matrice de covariance de l'erreur *a priori* :

$$\mathbf{P}^-(n) = E \left\{ \mathbf{e}^-(n) (\mathbf{e}^-(n))^T \right\} = E \left\{ (\mathbf{x}(n) - \hat{\mathbf{x}}^-(n)) (\mathbf{x}(n) - \hat{\mathbf{x}}^-(n))^T \right\} \quad (3.25)$$

b) Equation de mise à jour et erreur *a posteriori*

A partir de l'estimation *a priori*, $\hat{\mathbf{x}}^-(n)$, on présente la mise à jour suivante :

$$\hat{\mathbf{x}}(n) = \hat{\mathbf{x}}^-(n) + \mathbf{K}(n) (\mathbf{z}(n) - \mathbf{H}(n) \hat{\mathbf{x}}^-(n)) \quad (3.26)$$

Nous justifierons la forme de cette équation, et en particulier du terme correctif, par la suite. Le gain matriciel, $\mathbf{K}(n)$, est à déterminer de façon à fournir une estimation $\hat{\mathbf{x}}(n)$ optimale au sens de l'erreur quadratique moyenne. On peut définir alors l'erreur *a posteriori* comme suit :

$$\mathbf{e}(n) = \mathbf{x}(n) - \hat{\mathbf{x}}(n) \quad (3.27)$$

et la matrice de covariance de l'erreur *a posteriori* :

$$\mathbf{P}(n) = E \left\{ \mathbf{e}(n) (\mathbf{e}(n))^T \right\} = E \left\{ (\mathbf{x}(n) - \hat{\mathbf{x}}(n)) (\mathbf{x}(n) - \hat{\mathbf{x}}(n))^T \right\} \quad (3.28)$$

A partir de l'équation de l'estimation $\hat{\mathbf{x}}(n)$, on peut écrire :

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(n) &= \mathbf{x}(n) - \hat{\mathbf{x}}(n) = \mathbf{x}(n) - \hat{\mathbf{x}}^-(n) - \mathbf{K}(n) (\mathbf{z}(n) - \mathbf{H}(n) \hat{\mathbf{x}}^-(n)) \\ &= \mathbf{x}(n) - \hat{\mathbf{x}}^-(n) - \mathbf{K}(n) (\mathbf{H}(n) \mathbf{x}(n) + \mathbf{v}(n) - \mathbf{H}(n) \hat{\mathbf{x}}^-(n)) \\ &= \mathbf{x}(n) - \hat{\mathbf{x}}^-(n) - \mathbf{K}(n) (\mathbf{H}(n) (\mathbf{x}(n) - \hat{\mathbf{x}}^-(n)) + \mathbf{v}(n)) \\ &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}(n) \mathbf{H}(n)) (\mathbf{x}(n) - \hat{\mathbf{x}}^-(n)) \\ &\quad - \mathbf{K}(n) \mathbf{v}(n) \end{aligned} \quad (3.29)$$

où \mathbf{I} est une matrice identité.

On a alors pour la matrice de covariance de l'erreur *a posteriori* :

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(n) &= E \left\{ \left((\mathbf{I} - \mathbf{K}(n) \mathbf{H}(n)) (\mathbf{x}(n) - \hat{\mathbf{x}}^-(n)) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \mathbf{K}(n) \mathbf{v}(n) \right) \left((\mathbf{I} - \mathbf{K}(n) \mathbf{H}(n)) (\mathbf{x}(n) - \hat{\mathbf{x}}^-(n)) - \mathbf{K}(n) \mathbf{v}(n) \right)^T \right\} \\ &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}(n) \mathbf{H}(n)) \mathbf{P}^-(n) (\mathbf{I} - \mathbf{K}(n) \mathbf{H}(n))^T + \mathbf{K}(n) \mathbf{R}(n) \mathbf{K}^T(n) \end{aligned} \quad (3.30)$$

où $\mathbf{R}(n) = E\{\mathbf{v}(n)\mathbf{v}^T(i)\}$ matrice d'autocorrélation de $\mathbf{v}(n)$.

Les autres termes de l'espérance sont nuls en raison de la non corrélation de $\mathbf{v}(n)$ avec les $\mathbf{x}(n)$ et $\hat{\mathbf{x}}^-(n)$.

c) Optimisation du gain $\mathbf{K}(n)$

Dans ce paragraphe nous allons calculer $\mathbf{K}(n)$ de sorte que l'erreur quadratique moyenne soit minimale pour toutes les composantes de $\mathbf{x}(n)$, c'est-à-dire telle que la trace de la matrice $\mathbf{P}(n)$ soit minimale. En conséquence :

$$\text{tr}(\mathbf{P}(n)) = \sum_{i=1}^n E\{\mathbf{e}(i)(\mathbf{e}(i))^T\} \quad (3.31)$$

À savoir que les deux règles de calcul suivante concernant la dérivée de la trace pour les matrices \mathbf{A} , \mathbf{B} et \mathbf{C} , sont:

$$\frac{d\text{tr}(\mathbf{A}\mathbf{B})}{d\mathbf{A}} = \mathbf{B} = \frac{d\text{tr}(\mathbf{B}^T\mathbf{A}^T)}{d\mathbf{A}} \quad (3.32)$$

et

$$\frac{d\text{tr}(\mathbf{A}\mathbf{C}\mathbf{A}^T)}{d\mathbf{A}} = 2\mathbf{A}\mathbf{C} \quad (3.33)$$

où \mathbf{C} est une matrice symétrique.

On peut alors développer l'expression de la matrice de covariance de l'erreur *a posteriori* (3.30) afin de l'exprimer comme une fonction de $\mathbf{K}(n)$:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(n) = & \mathbf{P}^-(n) - \mathbf{K}(n)\mathbf{H}(n)\mathbf{P}^-(n) - \mathbf{P}^-(n)\mathbf{K}^T(n)\mathbf{H}^T(n) \\ & + \mathbf{K}(n)(\mathbf{H}(n)\mathbf{P}^-(n)\mathbf{H}^T(n) + \mathbf{R}(n))\mathbf{K}^T(n) \end{aligned} \quad (3.34)$$

En utilisant les règles de calcul rappelées plus haut, calculons maintenant la dérivée de la trace de $\mathbf{P}(n)$ par rapport à $\mathbf{K}(n)$:

$$\frac{d\text{tr}(\mathbf{P}(n))}{d\mathbf{K}(n)} = \mathbf{0} - 2(\mathbf{H}(n)\mathbf{P}^-(n))^T + 2\mathbf{K}(n)(\mathbf{H}(n)\mathbf{P}^-(n)\mathbf{H}^T(n) + \mathbf{R}(n)) \quad (3.35)$$

Ce terme s'annule si :

$$-2(\mathbf{H}(n)\mathbf{P}^-(n))^T + 2\mathbf{K}(n)(\mathbf{H}(n)\mathbf{P}^-(n)\mathbf{H}^T(n) + \mathbf{R}(n)) = \mathbf{0} \quad (3.36)$$

c'est-à-dire si :

$$\mathbf{K}(n) = \mathbf{P}^-(n)\mathbf{H}^T(n)(\mathbf{H}(n)\mathbf{P}^-(n)\mathbf{H}^T(n) + \mathbf{R}(n))^{-1} \quad (3.37)$$

Ce gain optimal, au sens de l'erreur quadratique moyenne, c'est-à-dire qui entraîne une erreur *a posteriori* minimale, est appelé gain de Kalman [21].

d) Matrice de covariance de l'erreur a posteriori optimale

En reportant la valeur optimale du gain (gain de Kalman) dans l'équation (3.34), on obtient la matrice $\mathbf{P}(n)$ optimale :

$$\mathbf{P}(n) = \mathbf{P}^-(n) - \mathbf{P}^-(n)\mathbf{H}(n)(\mathbf{H}(n)\mathbf{P}^-(n)\mathbf{H}^T(n) + \mathbf{R}(n))^{-1}\mathbf{H}(n)\mathbf{P}^-(n) \quad (3.38)$$

On peut aussi écrire, à partir de cette expression, en remarquant que le gain de Kalman apparaît dans le dernier terme de droite :

$$\mathbf{P}(n) = \mathbf{P}^-(n) - \mathbf{K}(n)\mathbf{H}(n)\mathbf{P}^-(n) = (\mathbf{I} - \mathbf{K}(n)\mathbf{H}(n))\mathbf{P}^-(n) \quad (3.39)$$

Enfin, en partant la relation $\mathbf{K}(n)(\mathbf{H}(n)\mathbf{P}^-(n)\mathbf{H}^T(n) + \mathbf{R}(n))^{-1} = \mathbf{P}^-(n)\mathbf{H}^T(n)$, puis en transposant l'égalité et en utilisant les symétries de $\mathbf{P}^-(n)$ et de $\mathbf{R}(n)$, on obtient :

$$\mathbf{H}(n)\mathbf{P}^-(n) = (\mathbf{H}(n)\mathbf{P}^-(n)\mathbf{H}^T(n) + \mathbf{R}(n))\mathbf{K}^T(n) \quad (3.40)$$

En reportant cette dernière expression, on peut alors écrire :

$$\mathbf{P}(n) = \mathbf{P}^-(n) - \mathbf{K}(n)(\mathbf{H}(n)\mathbf{P}^-(n)\mathbf{H}^T(n) + \mathbf{R}(n))\mathbf{K}^T(n) \quad (3.41)$$

3.5.3 Mise en œuvre de l'algorithme

La mise en œuvre de l'algorithme de Kalman peut prendre des formes diverses, en particulier selon l'ordre des calculs effectués. Nous proposons dans la suite quelques algorithmes afin d'illustrer ces différentes possibilités [21].

- Initialisation : $\hat{\mathbf{x}}^-(0)$ et $\mathbf{P}^-(0)$
- Calcul du gain de Kalman : $\mathbf{K}(n) = \mathbf{P}^-(n)\mathbf{H}^T(n)(\mathbf{H}(n)\mathbf{P}^-(n)\mathbf{H}^T(n) + \mathbf{R}(n))^{-1}$
- Estimation : $\hat{\mathbf{x}}(n) = \hat{\mathbf{x}}^-(n) + \mathbf{K}(n)(\mathbf{z}(n) - \mathbf{H}(n)\hat{\mathbf{x}}^-(n))$
- Calcul de la matrice de covariance de l'erreur : $\mathbf{P}(n) = (\mathbf{I} - \mathbf{K}(n)\mathbf{H}(n))\mathbf{P}^-(n)$
- Préparation du pas suivant : $\hat{\mathbf{x}}^-(n+1) = \boldsymbol{\phi}(n)\mathbf{x}(n)$ et $\mathbf{P}^-(n+1) = \boldsymbol{\phi}(n)\mathbf{P}(n)\boldsymbol{\phi}^T(n) + \mathbf{Q}(n)$

3.5.4 Application

Revenons maintenant sur le terme correctif utilisé pour la mise à jour *a posteriori* de l'état. Ce terme correctif, qui est multiplié par le gain de Kalman, s'écrit :

$$\mathbf{z}(n) - \mathbf{H}(n)\hat{\mathbf{x}}^-(n) \quad (3.42)$$

et nous nous proposons de l'interpréter par la suite.

De façon générale, on rappelle l'équation d'observation :

$$\mathbf{z}(n) = \mathbf{H}(n)\mathbf{x}(n) + \mathbf{v}(n) \quad (3.43)$$

a) Prédiction de $\hat{\mathbf{z}}(n|n-1)$

A partir des mesures $z(0), z(1), \dots, z(n-1)$, on peut calculer l'estimation optimale (au sens de l'erreur quadratique moyenne) :

$$\hat{\mathbf{z}}(n|n-1) = \mathbf{H}(n)\hat{\mathbf{x}}(n|n-1) + \hat{\mathbf{v}}(n|n-1) \quad (3.44)$$

Or, selon nos notations, cette estimation a été appelée estimation *a priori* et notée avec un indice supérieur $-$. Ainsi, on a :

$$\hat{\mathbf{x}}(n|n-1) = \hat{\mathbf{x}}^-(n) \quad (3.45)$$

De plus, par hypothèse, $\mathbf{v}(n)$ est indépendant des $\mathbf{z}(i)$, $\forall i \leq n-1$. Par conséquent, l'estimation (au sens de l'erreur quadratique moyenne minimale) de $\mathbf{v}(n)$ sachant que $z(0), z(1), \dots, z(n-1)$ est égale à la moyenne conditionnelle, qui est ici égale à la moyenne simple, en raison de l'indépendance des variables. Autrement dit :

$$\hat{\mathbf{v}}(n|n-1) = E\{\mathbf{v}(n)|z(0), z(1), \dots, z(n-1)\} = E\{\mathbf{v}(n)\} = 0 \quad (3.46)$$

car $\mathbf{v}(n)$ est supposée de moyenne nulle. On a donc sent :

$$\hat{\mathbf{z}}(n|n-1) = \mathbf{H}(n)\hat{\mathbf{x}}(n|n-1) = \mathbf{H}(n)\hat{\mathbf{x}}^-(n) \quad (3.47)$$

Le terme correctif peut donc être écrit :

$$\mathbf{z}(n) - \mathbf{H}(n)\hat{\mathbf{x}}^-(n) = \mathbf{z}(n) - \hat{\mathbf{z}}(n|n-1) \quad (3.48)$$

Ce terme s'appelle l'innovation (de l'observation) et correspond à l'information nouvelle apportée par l'observation à l'instant k , nouvelle au sens où elle n'est pas prédite par les observations jusqu'à l'instant $n-1$ inclus.

b) Interprétation de la mise à jour

A partir de l'équation de mise à jour :

$$\hat{\mathbf{x}}(n) = \hat{\mathbf{x}}^-(n) + \mathbf{K}(n)(\mathbf{z}(n) - \mathbf{H}(n)\hat{\mathbf{x}}^-(n)) \quad (3.49)$$

on voit que :

- le premier terme de droite s'écrit encore $\hat{\mathbf{x}}^-(n) = \boldsymbol{\Phi}(n)\mathbf{x}(n-1)$, c'est donc la prédiction *a priori* de $\mathbf{x}(n)$ en utilisant le modèle, mais pas l'observation ;
- le second terme est la correction de la prédiction fondée sur le modèle seul, correction qui repose elle sur l'innovation, c'est-à-dire directement sur les observations.

On peut aussi remarquer que le gain de Kalman varie aussi selon la confiance que l'on peut accorder aux observations. En effet, le gain de Kalman peut s'écrire :

$$\mathbf{K}(n) = \mathbf{P}(n)\mathbf{H}(n)\mathbf{R}^{-1}(n) \quad (3.50)$$

Pour simplifier l'interprétation, supposons que $\mathbf{R}(n) = \sigma_v^2 \mathbf{I}$, c'est-à-dire que les bruits de mesures sont décorrélés et de même variance. L'inverse de $\mathbf{R}(n)$ est alors égale à $\mathbf{R}(n) = \sigma_v^{-2} \mathbf{I}$ et le gain de Kalman devient simplement :

$$\mathbf{K}(n) = \frac{\mathbf{P}(n)\mathbf{H}(n)}{\sigma_v^2} \quad (3.51)$$

- Si l'observation n'est pas fiable, c'est-à-dire si le bruit de mesure a une très forte variance ($\sigma_v^2 \rightarrow +\infty$), le gain de Kalman $\mathbf{K}(n) \rightarrow 0$, et la mise à jour est réduite à $\mathbf{x}(n) \rightarrow \hat{\mathbf{x}}^-(n)$.
- Au contraire, si l'observation est très fiable, la variance $\sigma_v^2 \rightarrow 0$ et le gain de Kalman devient très grand, de sorte que la mise à jour repose de façon prépondérante sur l'observation et très peu sur le modèle.

Si l'erreur d'estimation est grande, on sait que $\text{tr}(\mathbf{P}(n))$ est grande. En supposant que les erreurs sont spatialement décorrélées et de même variance, c'est-à-dire que $\mathbf{P}(n) = \sigma_e^2 \mathbf{I}$, on en déduit que le gain de Kalman devient :

$$\mathbf{K}(n) = \frac{\sigma_e^2}{\sigma_v^2} \mathbf{H}(n) \quad (3.52)$$

Cette dernière équation montre que, sous ces hypothèses simplificatrices, le gain de Kalman fluctue :

- le gain $\mathbf{K}(n)$ diminue si l'estimation par le modèle devient plus précise ;
- le gain $\mathbf{K}(n)$ augmente si les observations deviennent plus précises.

c) Modèle de génération du signal

En présence d'harmoniques, un signal électrique peut s'exprimer sous la forme suivante :

$$z(n) = \sum_{h=1}^L s_h(n) + v(n) \quad (3.53)$$

avec

$$s_h(n) = \begin{cases} s_{h,c}(n) = a_h \cos(n\omega_h + \phi_h) \\ s_{h,s}(n) = a_h \sin(n\omega_h + \phi_h) \end{cases} \quad (3.54)$$

où h est la composante harmonique, L est le nombre total d'harmoniques considéré dans le modèle, a_h , ω_h et ϕ_h sont respectivement l'amplitude, la fréquence angulaire et la phase harmoniques, $v(n)$ est le bruit.

D'après l'équation (3.54), on peut constater que la somme $s_h(n)$ peut s'écrire sous forme de sinus ou de cosinus.

Il est facile de vérifier que :

$$s_h(n+1) = \begin{cases} s_{h,c}(n) \cos(\omega_h) - s_{h,s}(n) \sin(\omega_h) \\ s_{h,c}(n) \sin(\omega_h) + s_{h,s}(n) \cos(\omega_h) \end{cases} \quad (3.55)$$

Si les états sont choisis comme :

$$\mathbf{z}(n) = [s_{1,c}(n) \quad s_{1,s}(n) \quad \dots \quad s_{L,c}(n) \quad s_{L,s}(n)]^T \quad (3.56)$$

alors, l'équation d'état est :

$$\mathbf{z}(n+1) = \mathbf{A} \mathbf{z}(n) + v(n) \quad (3.57)$$

où

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \cos(\omega_1) & -\sin(\omega_1) & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \sin(\omega_1) & \cos(\omega_1) & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \cos(\omega_L) & -\sin(\omega_L) \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \sin(\omega_L) & \cos(\omega_L) \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

Finalement, les estimateurs de l'amplitude et de la phase sont respectivement :

$$a_h(n) = \sqrt{(s_{h,c}(n))^2 + (s_{h,s}(n))^2} \quad (3.59)$$

$$\phi_h(n) = \text{atan}\left(\frac{s_{h,s}(n)}{s_{h,c}(n)}\right) - n\omega_h \quad (3.60)$$

3.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons étudié et exposé deux différentes techniques pour l'estimation en temps réel de la fréquence fondamentale dans un réseau électrique.

La première technique opère dans le domaine fréquentiel. Cette dernière nécessite moins de temps calculatoire vu sa structure récursive. La technique utilisée ici est connue sous le nom de la Transformée de Fourier Discrète Récursive (TFDR). Le filtre adaptatif Notch (en anglais "Adaptative Notch Filter") été la seconde technique employée dans ce travail.

Afin d'estimer en temps réel l'amplitude et la phase d'une grandeur électrique, une technique basée sur le Filtre de Kalman (FK) a fait aussi l'objet de ce travail. Il faut noter que le filtre de Kalman décrit dans ce mémoire nécessite la connaissance *à priori* de la fréquence fondamentale. Donc on peut utiliser ce filtre comme un complément à l'estimation des paramètres d'un réseau électrique, vu que la fréquence est déjà estimée par les premières techniques présentées plus haut.

Chapitre 4 Simulations et résultats

4.1 Introduction

Le travail présenté dans ce chapitre porte sur une étude comparative par simulation des différentes techniques d'estimation en temps réel de la fréquence fondamentale, de l'amplitude et de la phase dans un réseau électrique. Ces techniques introduites dans le chapitre précédant sont examinés pour différents signaux simulés.

Cette étude, validée par simulation, porte essentiellement sur les performances en termes de précision d'estimation, de rapidité de convergence et de l'adaptativité aux variations de la fréquence fondamentale du réseau électrique.

Rappelons que ce chapitre présente essentiellement les résultats de simulation relatifs à l'estimation de la fréquence fondamentale.

Les premiers tests présents le cas où les amplitudes harmoniques et la fréquence fondamentale sont constantes. La deuxième étape présente le cas où les amplitudes harmoniques sont constantes alors que la fréquence fondamentale est variable. L'étape troisième de tests présente le cas où les amplitudes harmoniques sont variables alors que la fréquence fondamentale est constante. La dernière étape présente le cas où les amplitudes harmoniques et la fréquence fondamentale sont variables. Nous supposons que la fréquence fondamentale varie dans une bande de fréquence de 49 à 52 Hz et que sa vitesse de variation est lente vis-à-vis de sa valeur nominale (50 Hz).

Les signaux de test sont échantillonnés à une fréquence d'échantillonnage $F_s = 1600$ Hz et avec une amplitude normalisée $A = 1$ pu. Comme il a été introduit dans le chapitre un, les parasites sont des tensions à haute fréquence qui viennent s'ajouter sur la sinusoïde et provoquent ainsi des déformations. Pour cette raison et afin de modéliser ce phénomène, un bruit de type gaussien [14] a été ajouté aux signaux de test. Donc, par la suite, le terme bruit sera utilisé pour dire parasite.

Aussi pour examiner l'influence des harmoniques, les tests comportent les cas d'absence et de présence de perturbations harmoniques.

4.2 Cas où la fréquence fondamentale du réseau et les amplitudes harmoniques sont constantes

Étant donné que dans les réseaux électriques, les harmoniques de tension et de courants présents sont en général de rangs impairs, dans ce cas nous considérons comme modèle du signal celui défini par l'équation suivante :

$$x(n) = A \sin\left(2\pi f n + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{A}{3} \sin(2\pi(3f)n + \pi) + \frac{A}{5} \sin\left(2\pi(5f)n + \frac{\pi}{4}\right) + v(n)$$

où f représente la fréquence fondamentale à estimer (fréquence actuelle [Hz]), $v(n)$ est un bruit modélisant les parasites. L'estimation de ce signal est effectuée à l'aide des différentes techniques : la Transformée de Fourier Discrète Récursive et le Filtre adaptatif Notch.

Le tableau 4.1 présente les résultats pour le cas sans perturbations harmoniques (c-à-d $x(n) = A \sin\left(2\pi f n + \frac{\pi}{2}\right)$) avec un rapport signal sur bruit RSB=37 dB. Tandis que le tableau 4.2 présente les résultats pour le cas avec perturbations harmoniques et avec le même rapport signal sur bruit.

L'erreur en % est obtenue par le rapport de l'erreur de l'estimation de la fréquence sur la fréquence actuelle.

Tableau 4.1 Cas sans perturbations harmoniques avec RSB=37 dB.

Technique d'estimation	Transformée de Fourier Discrète Récursive		Filtre adaptatif Notch	
	Fréquence actuelle [Hz]	Fréquence estimée [Hz]	Erreur [%]	Fréquence estimée [Hz]
49	49.0024	-0.0048	48.9970	0.0060
49.5	49.5024	-0.0048	49.4970	0.0060
50	50.0024	-0.0048	49.9970	0.0060
50.5	50.5024	-0.0048	50.4970	0.0060
51	51.0024	-0.0048	50.9969	0.0060

Tableau 4.2 Cas avec perturbations harmoniques avec RSB=37 dB.

Technique d'estimation	Transformée de Fourier Discrète Réursive		Filtre adaptatif Notch	
	Fréquence actuelle [Hz]	Fréquence estimée [Hz]	Erreur [%]	Fréquence estimée [Hz]
49	49.0024	-0.0048	48.3058	1.4168
49.5	49.5024	-0.0048	48.7987	1.4168
50	50.0024	-0.0048	49.2916	1.4168
50.5	50.5024	-0.0048	49.7845	1.4168
51	51.0024	-0.0048	50.2774	1.4168

On constate d'après le tableau 4.1 que l'erreur d'estimation est toujours la même pour n'importe quelle fréquence et elle est aussi relativement faible (de l'ordre de 0.005 %) pour les deux techniques d'estimation de la fréquence fondamentale.

Les mêmes constatations sont observées pour le cas de présence d'harmoniques pour la technique basée sur la Transformée de Fourier Discrète Réursive. Par contre, il est clair que les harmoniques influent bien sur le Filtre adaptatif Notch (avec le même taux d'erreur).

Les résultats des tableaux présentent en fait les valeurs finales de l'estimation. Compte tenu de l'importance de l'évolution temporelle de l'estimation, ces résultats sont tracés sous forme de courbe pour une fréquence fondamentale égale à 50 Hz.

Les figures 4.1 et 4.2 confirment la supériorité de la technique basée sur la Transformée de Fourier Discrète Réursive par rapport au Filtre adaptatif Notch. Ces figures illustrent aussi les résultats de convergence des deux techniques. La technique basée sur la Transformée de Fourier Discrète Réursive montre une convergence rapide relativement au Filtre adaptatif Notch.

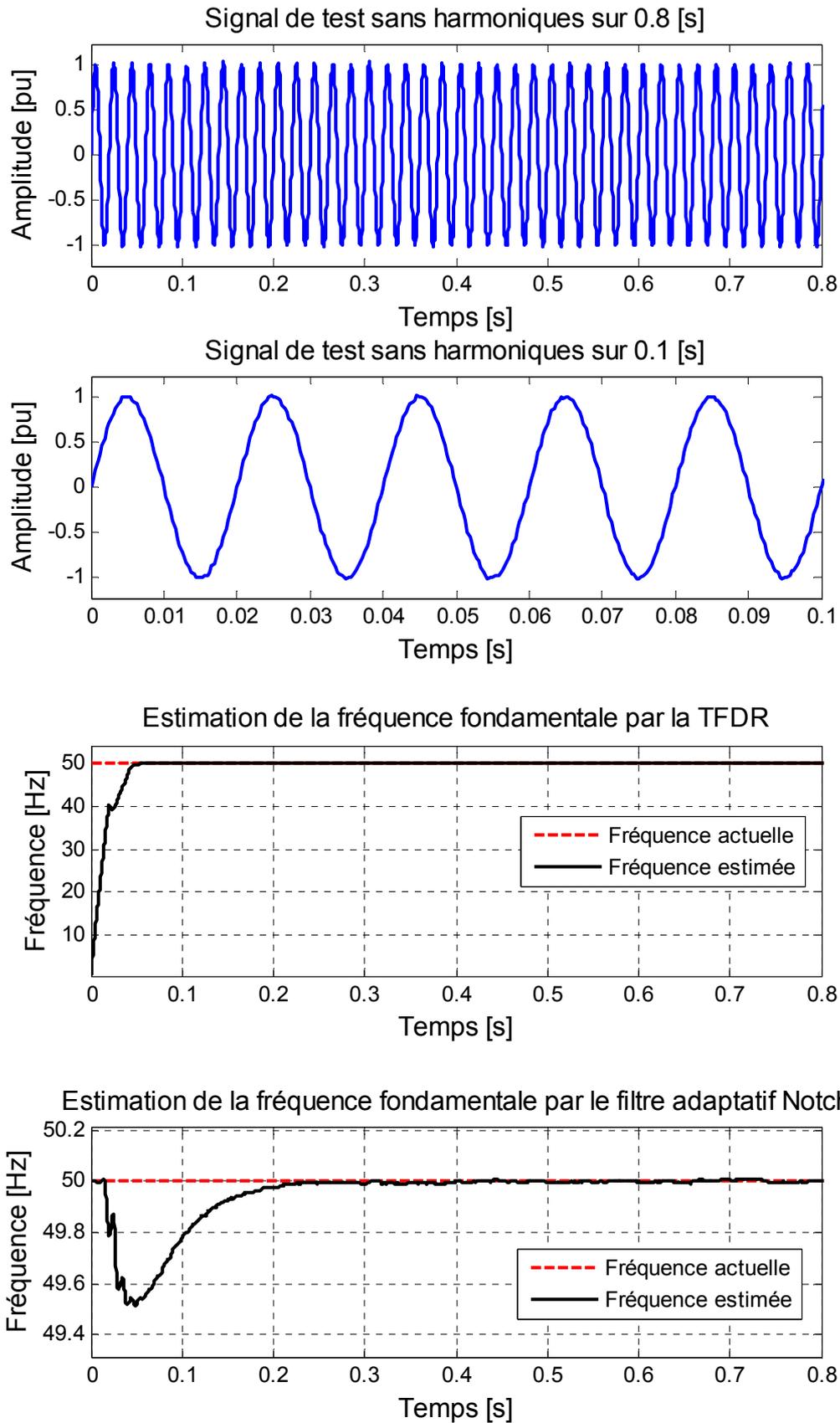


Figure 4.1. Cas sans perturbations harmoniques avec RSB=37 dB (50 Hz).

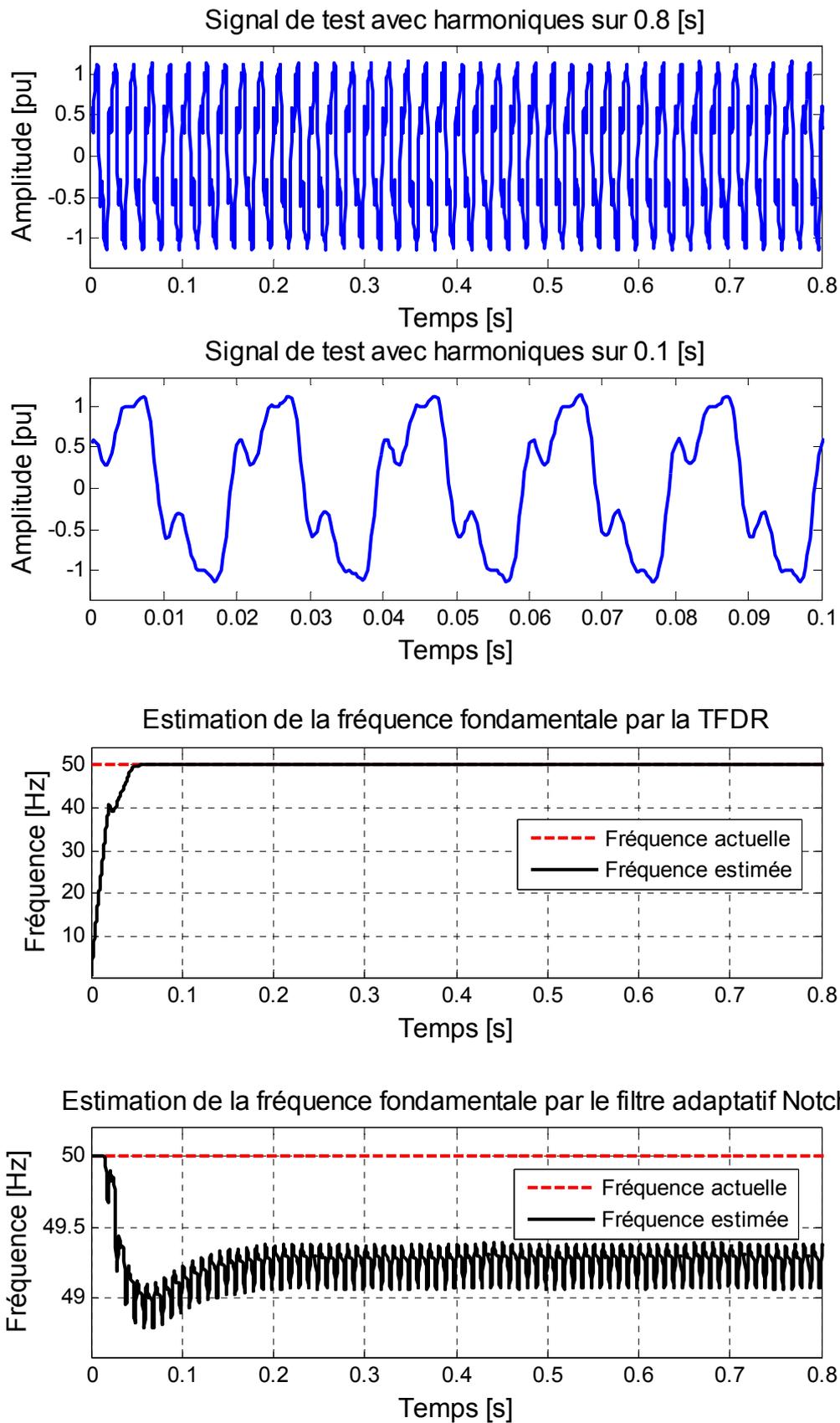


Figure 4.2. Cas avec perturbations harmoniques avec RSB=37 dB (50 Hz).

4.3 Cas où les amplitudes harmoniques sont constantes et la fréquence fondamentale du réseau est variable

Nous allons présenter dans cette section les résultats de simulation relatifs à l'estimation de la fréquence variable. Le modèle du signal est donné par l'équation suivante :

$$\begin{aligned}
 x(n) = & \left[A \sin \left(2\pi f_1 n + \frac{\pi}{2} \right) + \frac{A}{3} \sin(2\pi(3f_1)n + \pi) + \frac{A}{5} \sin \left(2\pi(5f_1)n + \frac{\pi}{4} \right) \right] (u(n) \\
 & - u(n - 0.4F_s)) \\
 & + \left[A \sin \left(2\pi f_2 n + \frac{\pi}{2} \right) + \frac{A}{3} \sin(2\pi(3f_2)n + \pi) + \frac{A}{5} \sin \left(2\pi(5f_2)n + \frac{\pi}{4} \right) \right] u(n \\
 & - 0.4F_s) + v(n)
 \end{aligned}$$

où F_s est la fréquence d'échantillonnage.

La fréquence fondamentale varie d'une manière échelon de $f_1 = 50$ Hz à $f_2 = 52$ Hz, ses variations dans le temps sont présentées dans les figures 4.3 et 4.4.

L'algorithme de Transformée de Fourier Discrète Récursive présente une meilleure poursuite du contenu harmonique. Signalons qu'ils présentent une bonne estimation durant la variation de la fréquence ; ce qui n'est pas le cas pour le Filtre adaptatif Notch.

Les résultats de simulation montrent que le Filtre adaptatif Notch présente une importante poursuite durant la variation de la fréquence fondamentale pour le cas d'absence d'harmoniques perturbantes.

Cependant, la Transformée de Fourier Discrète Récursive présente une meilleure robustesse et rapidité dans la majorité des cas.

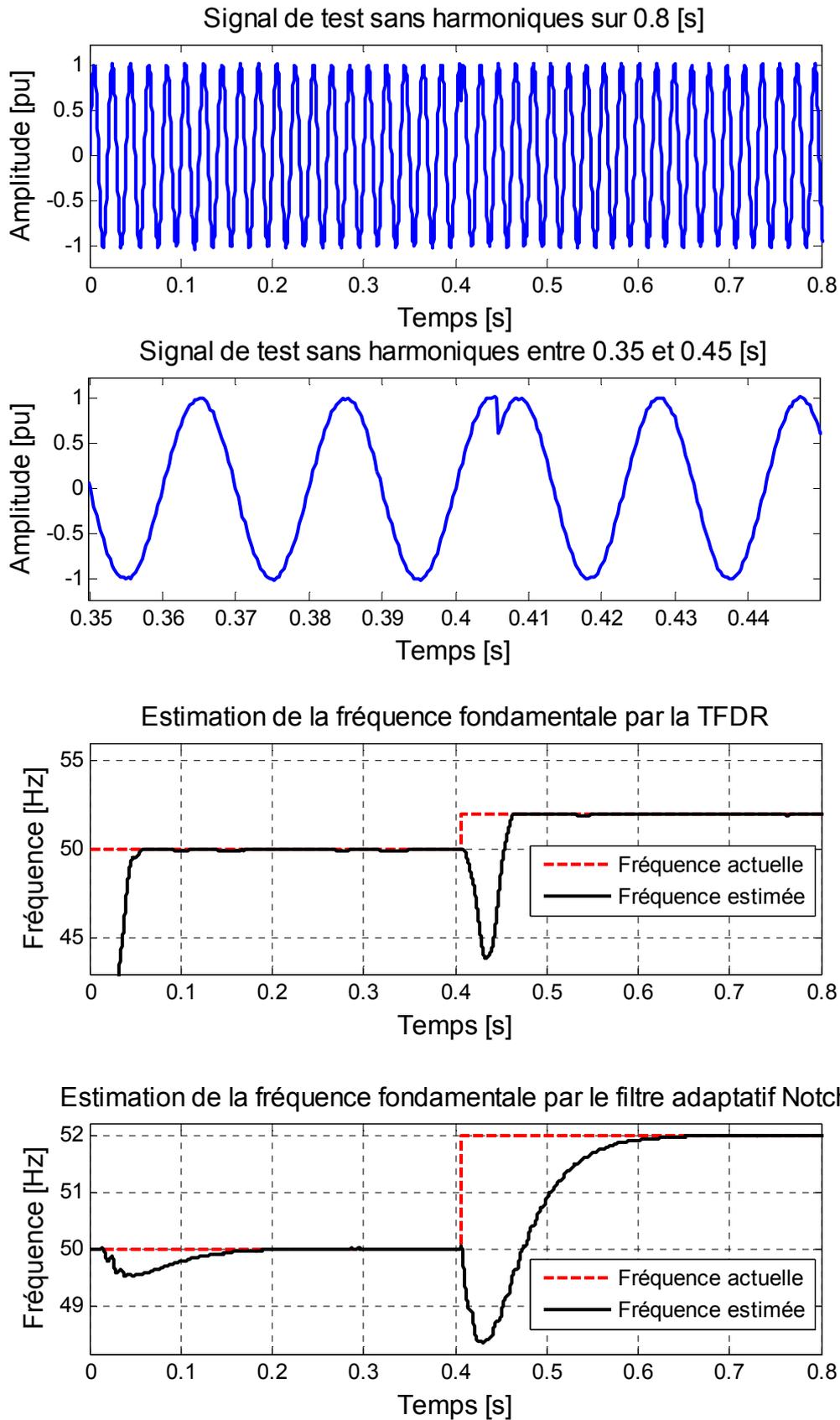


Figure 4.3. Cas sans perturbations harmoniques avec RSB=37 dB (50 Hz).

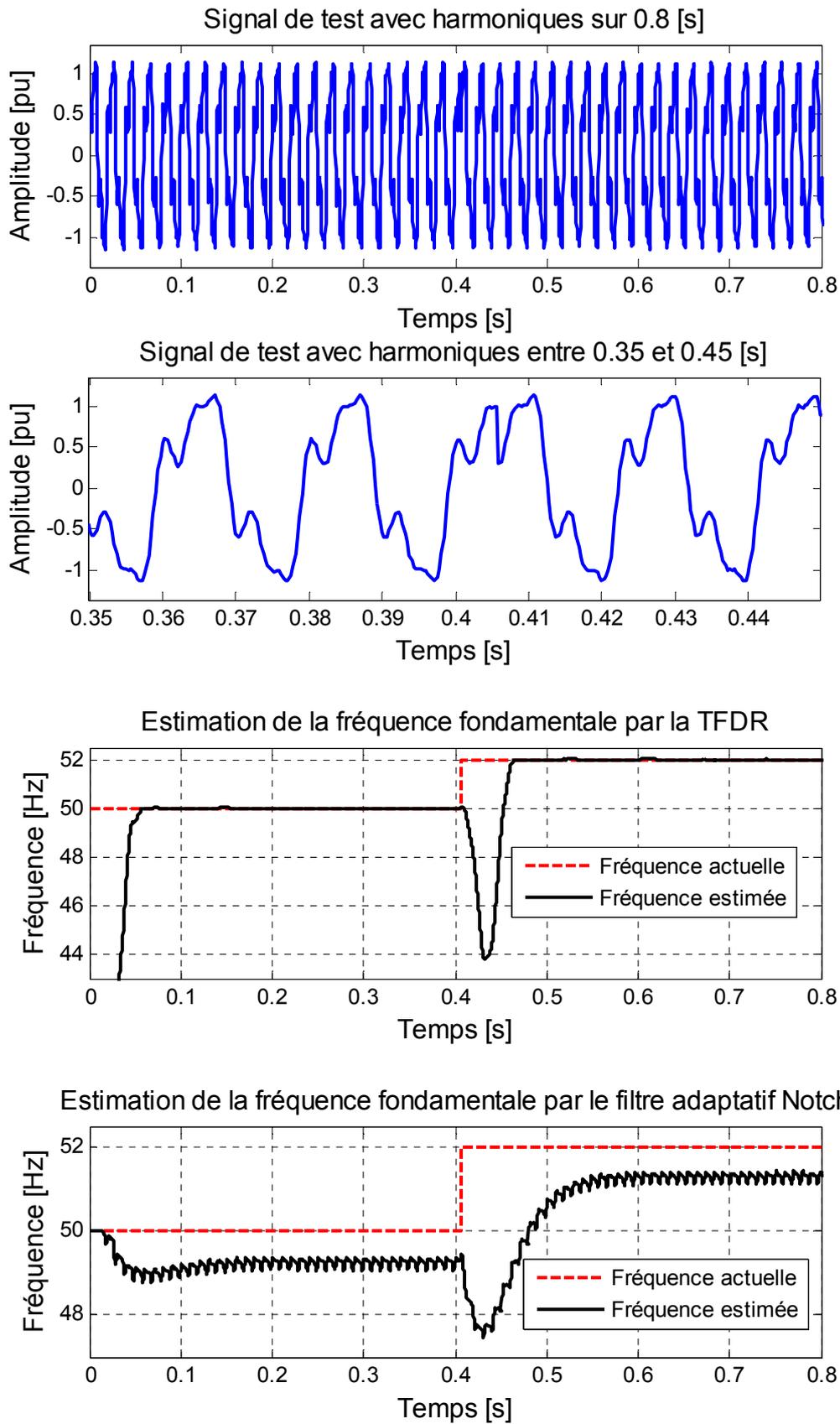


Figure 4.4. Cas avec perturbations harmoniques avec RSB=37 dB (50 Hz).

4.4 Cas où les amplitudes harmoniques sont variables et la fréquence fondamentale du réseau est constant

Nous allons aborder dans cette section les résultats de simulation pour l'estimation d'une fréquence fondamentale constante (50 Hz). La forme d'onde du signal est donnée par la figure 4.5. Ce cas illustre le phénomène des creux de tension provoqué par un court-circuit.

Le modèle du signal dans ce cas est donné par l'équation suivante :

$$x(n) = \left[A \sin\left(2\pi f n + \frac{\pi}{2}\right) + A \sin(2\pi(3f)n + \pi) + A \sin\left(2\pi(5f)n + \frac{\pi}{4}\right) \right] (u(n) - 0.6 u(n - 0.25F_s) + 0.4 u(n - 0.57F_s)) + v(n)$$

où F_s est toujours la fréquence d'échantillonnage.

La figure 4.5 présente aussi les résultats relatifs à l'estimation de la fréquence fondamentale.

Dans le cas d'absence d'harmoniques, la Transformée de Fourier Discrète Récursive présente une meilleure poursuite d'estimation de la fréquence fondamentale durant la variation des amplitudes. Tandis que le Filtre adaptatif Notch présente une latence de convergence durant ces variations.

En présence d'harmoniques, la Transformée de Fourier Discrète Récursive préserve sa robustesse ; ce qui n'est pas le cas pour le Filtre adaptatif Notch. Ce dernier présente des fluctuations en dessous de la fréquence fondamentale.

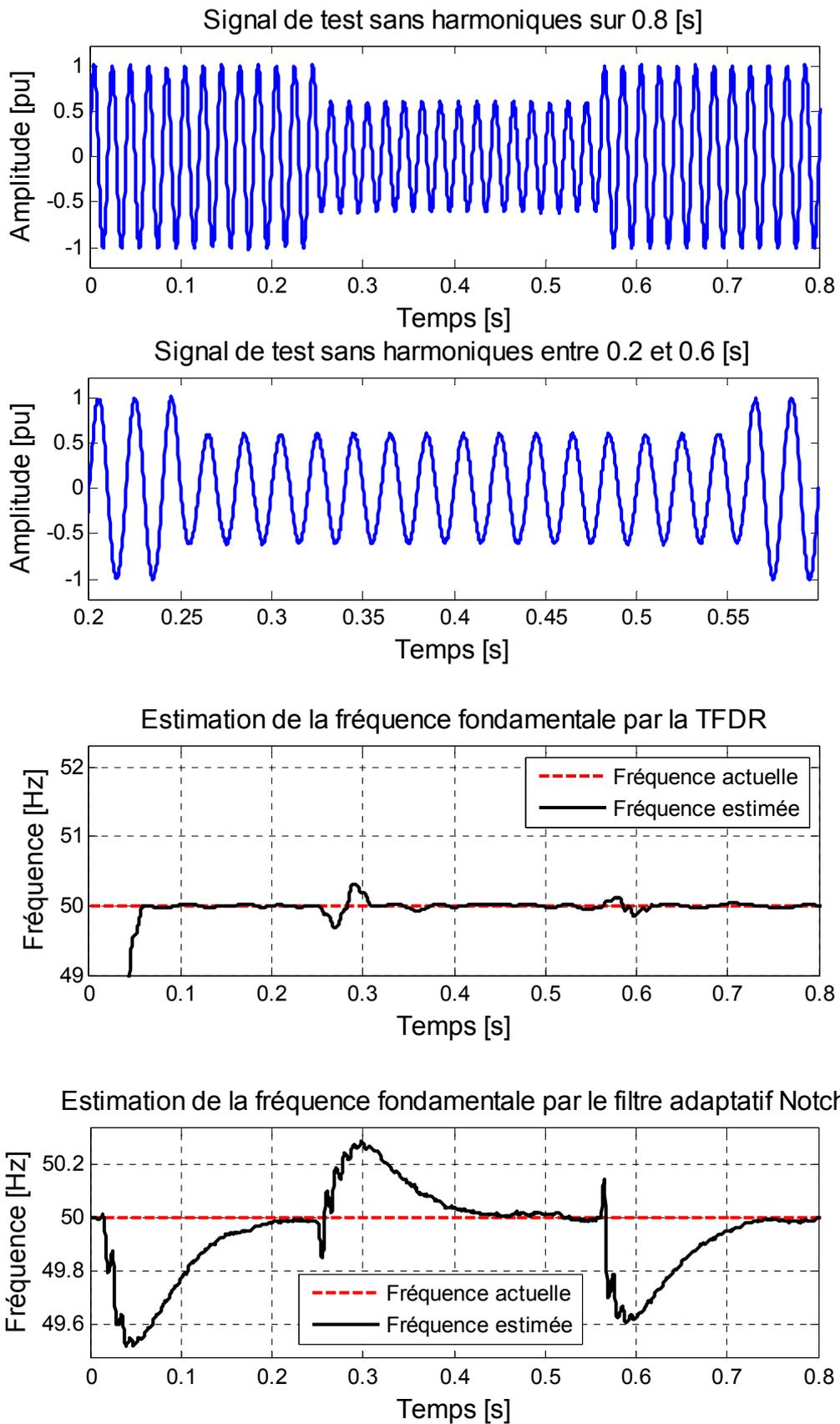


Figure 4.5. Cas sans perturbations harmoniques avec RSB=37 dB (50 Hz).

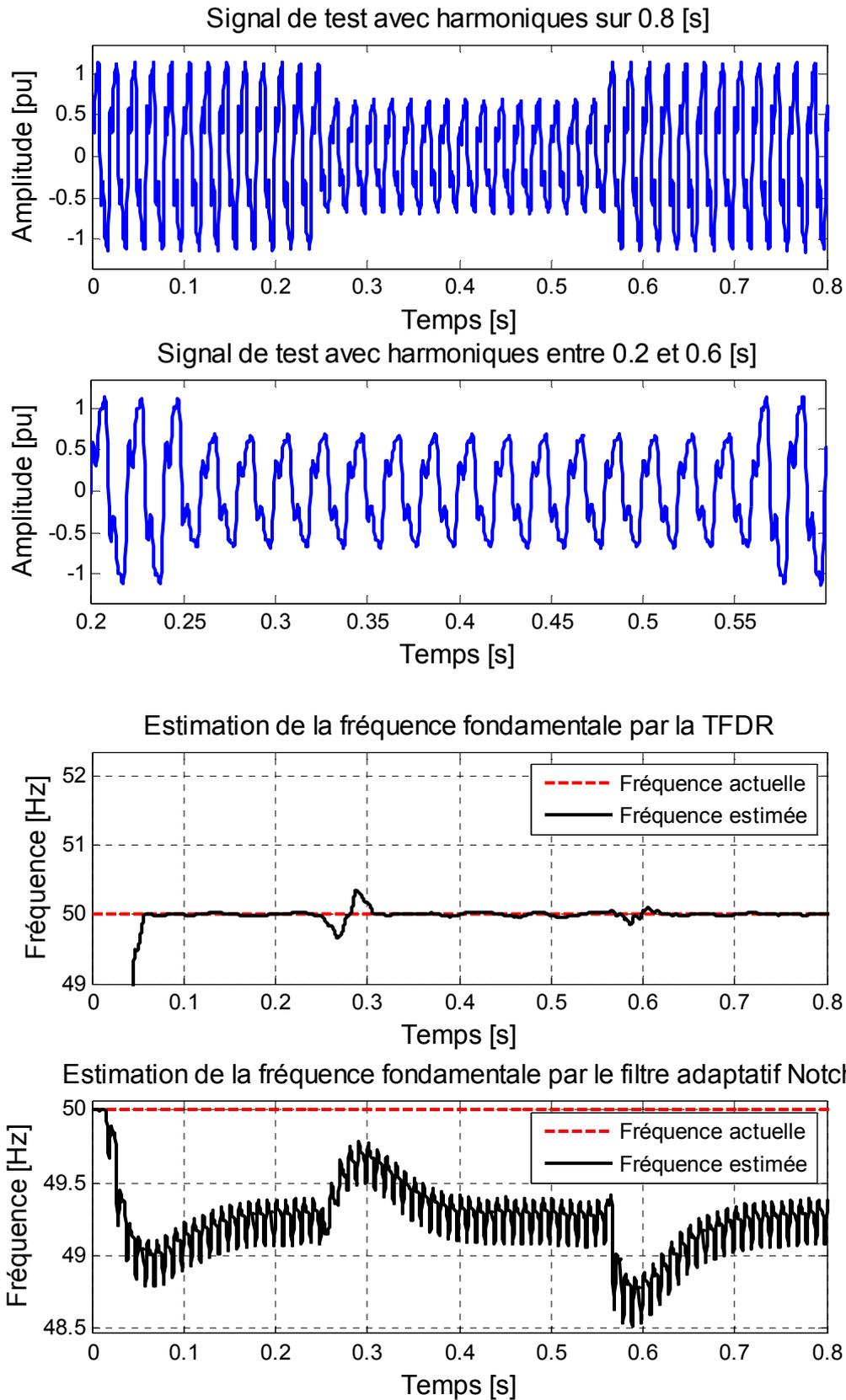


Figure 4.6. Cas avec perturbations harmoniques avec RSB=37 dB (50 Hz).

4.5 Cas où les amplitudes des harmoniques et la fréquence fondamentale du réseau sont variables

Nous allons présenter dans cette partie expérimentale de test le cas où les harmoniques ainsi que la fréquence sont variables.

Le signal de test est défini par l'équation suivante :

$$\begin{aligned}
 x(n) = & \left[\left[A \sin \left(2\pi f_1 n + \frac{\pi}{2} \right) + \frac{A}{3} \sin(2\pi(3f_1)n + \pi) + \frac{A}{5} \sin \left(2\pi(5f_1)n + \frac{\pi}{4} \right) \right] (u(n) \right. \\
 & \left. - u(n - 0.4F_s)) \right. \\
 & \left. + \left[A \sin \left(2\pi f_2 n + \frac{\pi}{2} \right) + \frac{A}{3} \sin(2\pi(3f_2)n + \pi) + \frac{A}{5} \sin \left(2\pi(5f_2)n + \frac{\pi}{4} \right) \right] u(n \right. \\
 & \left. - 0.4F_s) \right] (u(n) - 0.6 u(n - 0.25F_s) + 0.4 u(n - 0.57F_s)) + v(n)
 \end{aligned}$$

où F_s est toujours la fréquence d'échantillonnage.

La fréquence fondamentale varie d'une manière échelon de $f_1 = 50$ Hz à $f_2 = 52$ Hz, ses variations dans le temps ainsi que la forme d'onde sont illustrées dans les figures 4.7 et 4.8.

En absence de perturbations harmoniques, la Transformée de Fourier Discrète Réursive et le Filtre adaptatif Notch présentent une poursuite de la fréquence fondamentale variable tandis que le Filtre adaptatif Notch présente toujours une latence de convergence.

Avec des perturbations harmoniques, la Transformée de Fourier Discrète Réursive présente une meilleure poursuite du contenu harmonique variable simultanément avec la fréquence du fondamentale. Elle présente une remarquable robustesse et rapidité par rapport au Filtre adaptatif Notch.

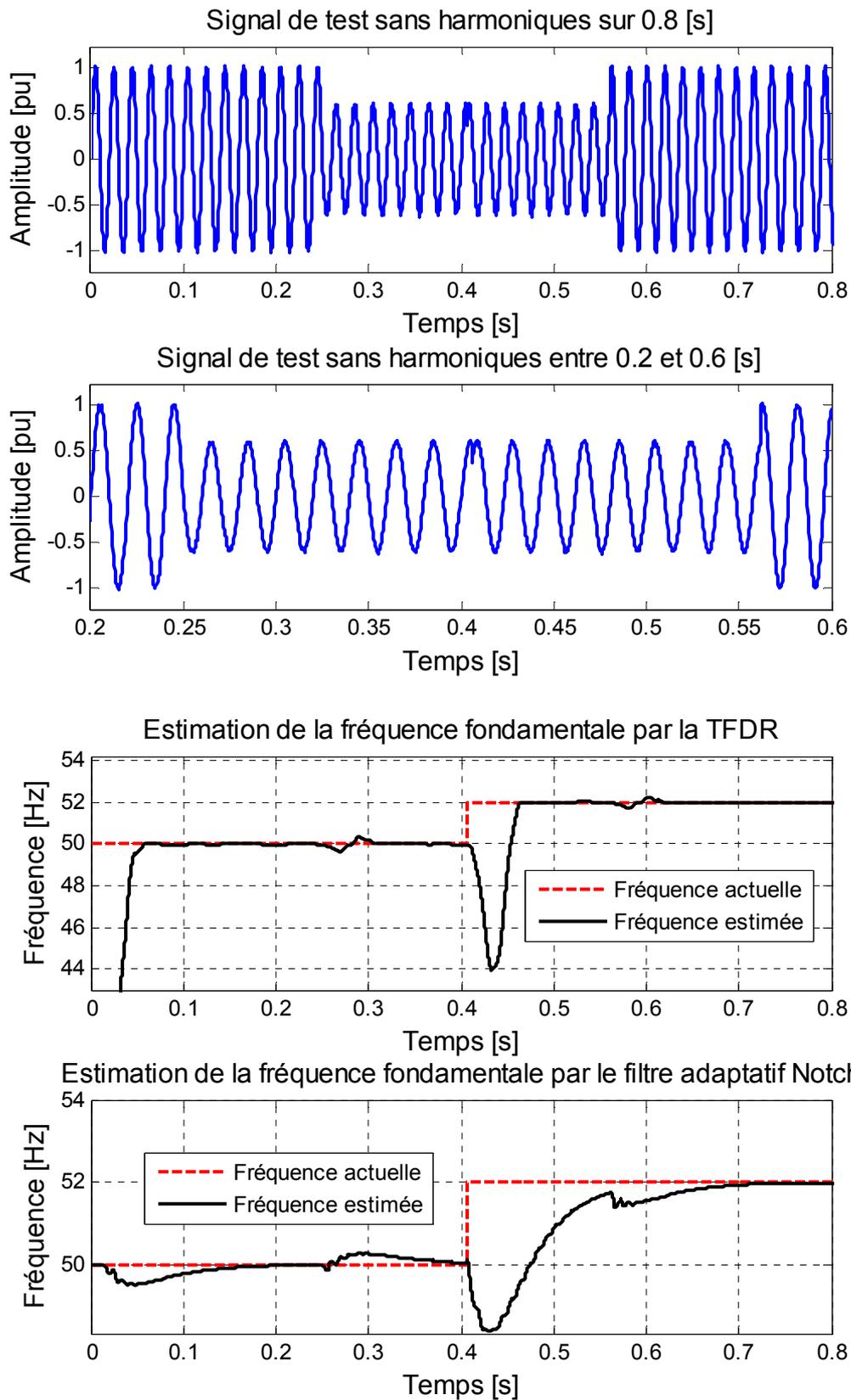


Figure 4.7. Cas sans perturbations harmoniques avec RSB=37 dB (50 Hz).

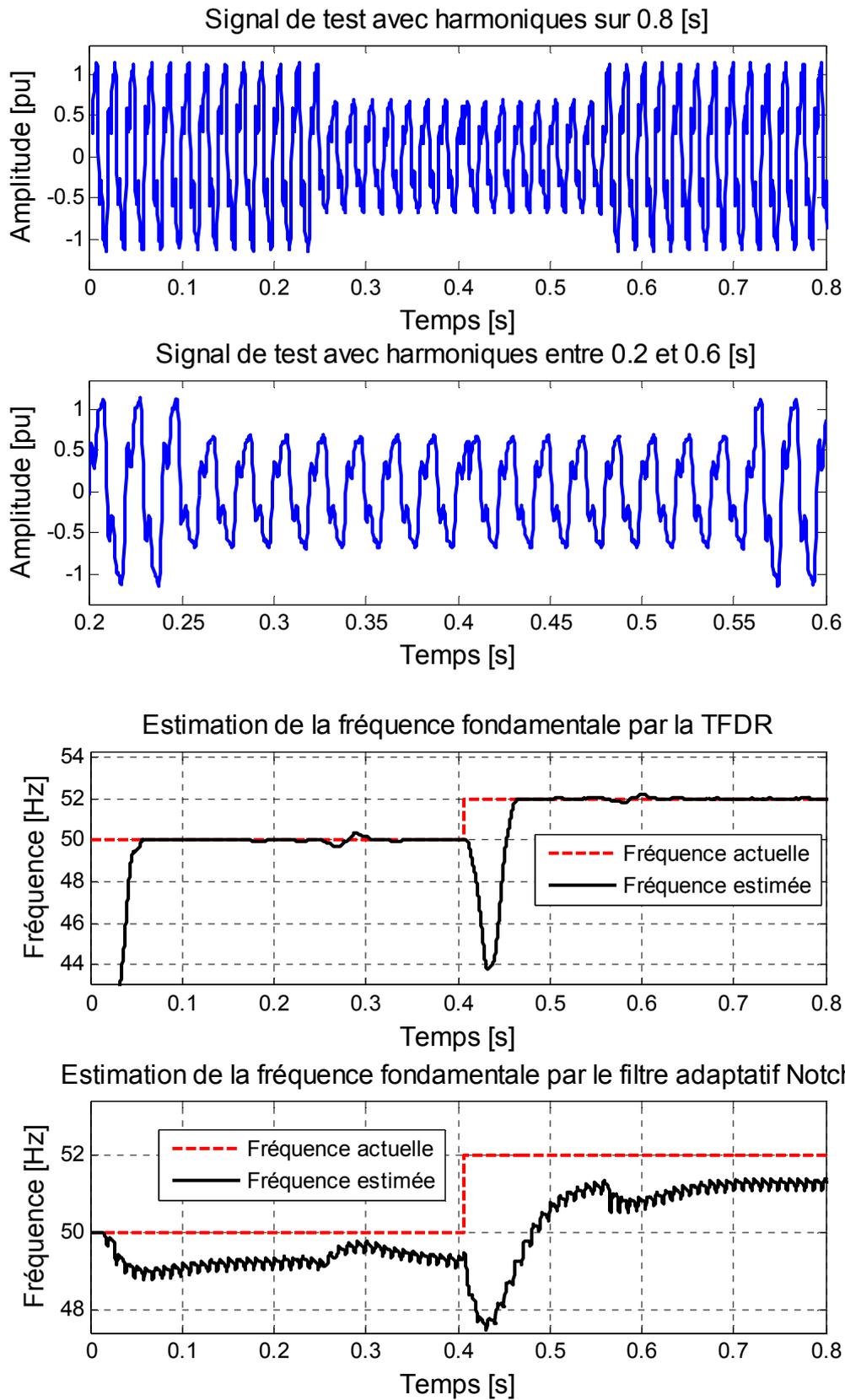


Figure 4.8. Cas avec perturbations harmoniques avec RSB=37 dB (50 Hz).

4.6 Estimation de l'amplitude et de la phase par le Filtre de Kalman

Dans cette dernière partie expérimentale, nous allons examiner l'application du Filtre de Kalman pour l'estimation de la variation des amplitudes ainsi que celle de la phase d'une grandeur électrique dans un réseau électrique.

Afin de faire une estimation des amplitudes pour l'onde fondamentale ainsi que les harmoniques, dans cette section, nous simulons des harmoniques de rangs 3, 5 et 7. Une variation d'amplitude est introduite aussi dans cette expérience à 0.33 [s] de la durée de l'onde électrique. Ainsi, dans ce cas nous considérons comme modèle du signal celui défini par l'équation suivante :

$$\begin{aligned}
 x(n) = & \left[A \sin\left(2\pi f n + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{A}{3} \sin(2\pi(3f)n + \pi) + \frac{A}{5} \sin\left(2\pi(5f)n + \frac{\pi}{4}\right) \right] (u(n) \\
 & - u(n - 0.33F_s)) \\
 & + \left[A \sin\left(2\pi f n + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{A}{3} \sin(2\pi(3f)n + \pi) + \frac{A}{5} \sin\left(2\pi(5f)n + \frac{\pi}{4}\right) \right] 0.5u(n) \\
 & - 0.33F_s) + v(n)
 \end{aligned}$$

où $f = 50$ Hz représente la fréquence fondamentale, F_s est la fréquence d'échantillonnage, $v(n)$ est un bruit modélisant les parasites avec un rapport signal sur bruit égal à 40 dB.

Afin d'observer la valeur de l'amplitude de chaque harmonique, l'amplitude fondamentale a été choisie égale à $A = 5$ pu. L'estimation de ce signal est effectuée à l'aide du Filtre de Kalman.

Pour la clarté des tracés des phases, un zoom a été appliqué aux courbes des phases estimées seulement (de 0 à 0.015 [s]).

A 0.33 [s], l'amplitude fondamentale A varie de 5 à 2.5. On peut facilement l'observer sur les résultats de simulation présentés à la figure 4.10. Cette constatation est valide aussi pour l'estimation des amplitudes des harmoniques.

On doit signaler que le Filtre de Kalman présenté dans ce travail fonctionne correctement seulement pour la non variation de la fréquence fondamentale.

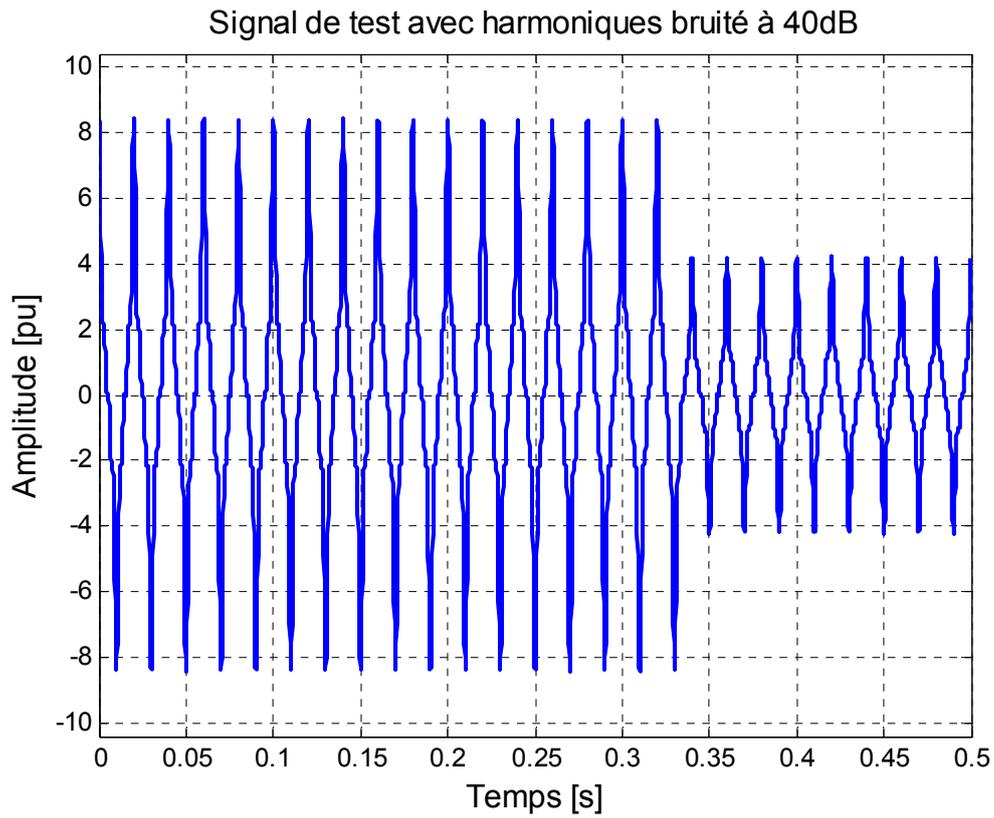


Figure 4.9. Signal avec perturbations harmoniques de rang 3, 5 et 7 (50 Hz).

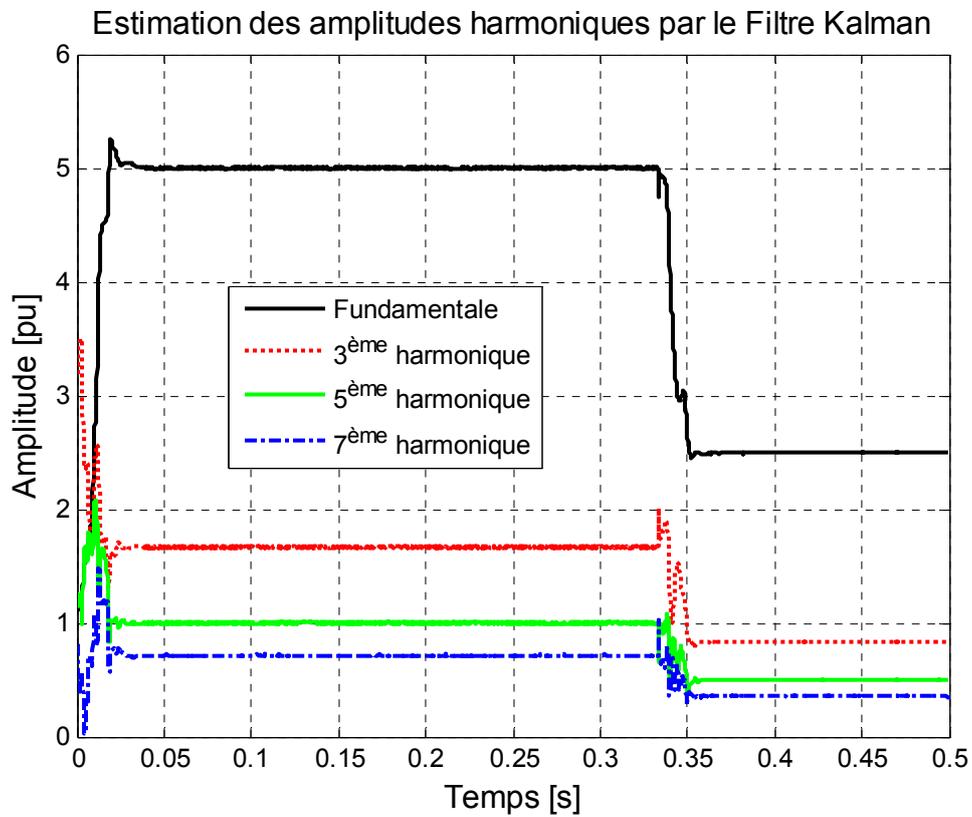


Figure 4.10. Estimations des amplitudes de chaque harmonique.

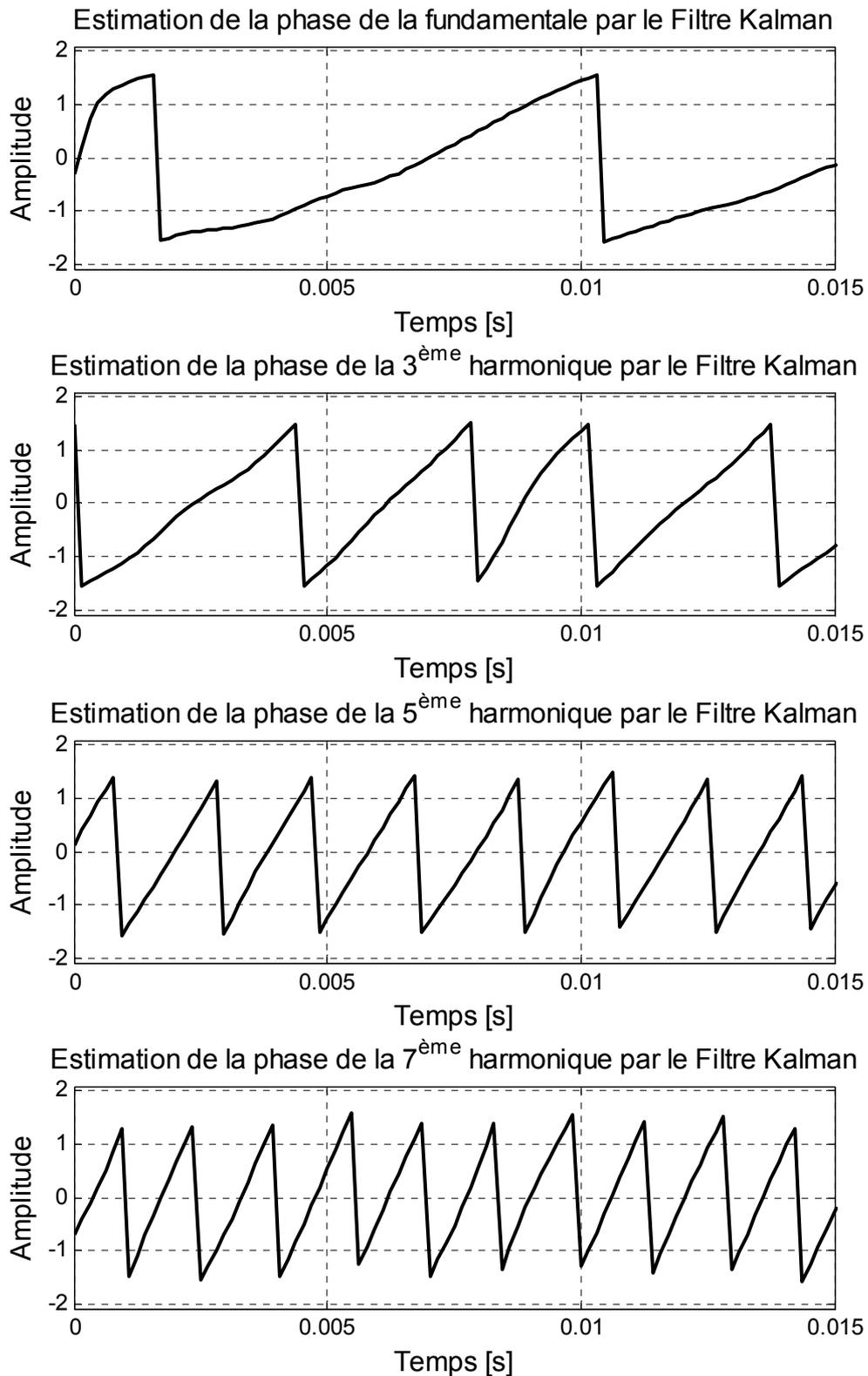


Figure 4.11. Estimations des phases de chaque harmonique.

4.7 Conclusion

Dans ce chapitre, les résultats de simulation relatifs à l'estimation du contenu harmonique des signaux avec un bruit additif ont été présentés. Les estimateurs sont fondés sur des techniques opérées dans les domaines fréquentiel et temporel.

La première technique fréquentielle utilisée est basée sur l'algorithme de la Transformée de Fourier Discrète Récursive (TFDR). Le filtre adaptatif Notch a été la seconde technique employée dans ce travail. Cette dernière opère dans le domaine temporel.

Afin de faire une estimation des amplitudes et des phases des grandeurs électriques, le Filtre de Kalman (FK) a été utilisé comme un estimateur d'amplitudes et de phases. Le filtre de Kalman décrit dans ce mémoire nécessite une connaissance *à priori* de la fréquence fondamentale. Donc il est possible de l'utiliser comme un supplément à l'estimation des paramètres d'un réseau électrique, vu que la fréquence est déjà estimée par les techniques présentées dans ce projet.

Conclusion générale

Les réseaux électriques sont de plus en plus sollicités, sous l'effet conjugué de l'augmentation de la consommation totale d'énergie, de l'ouverture des marchés à la concurrence et de la part croissante des renouvelables dans le bouquet énergétique.

Garantir un approvisionnement sûr en électricité, offrir des informations de consommation en énergie plus précises et simplifier les interventions à domicile, tels sont quelques-uns des bénéfices qu'apporteront les « Smart Grids » (ou réseaux électriques intelligents) aux consommateurs. Cette importante place qu'occupe les Smart Grids nécessite des technologies de l'information afin d'améliorer les performances des réseaux électriques.

Un point indispensable au développement des Smart-Grids réside dans l'élaboration de techniques d'analyse consacrées aux signaux issus d'un réseau électrique. Le but de ces techniques est de procurer de l'information sur les paramètres du signal électrique aux organes décisionnels du réseau. Parmi ces paramètres, la fréquence fondamentale du signal électrique joue un rôle spécialement important.

Dans ce mémoire, nous avons étudié deux techniques d'estimation de la fréquence fondamentale dans un réseau électrique, à savoir la Transformée de Fourier Discrète Récursive (TFDR) et le filtre adaptatif Notch. Le choix de ces techniques repose sur la complexité arithmétique de traitement pour des fins d'applications en temps réel.

Les résultats de simulation relatifs à l'estimation de la fréquence fondamentale ont révélés la supériorité et la robustesse des performances de la technique basée sur la Transformée de Fourier Discrète Récursive (TFDR) en comparant à ceux du filtre adaptatif Notch.

L'estimation des paramètres comme les amplitudes et les phases d'une grandeur électrique dans un réseau électrique a aussi fait l'objet de cette étude. Le filtre de Kalman a été choisi comme technique d'estimation de ces paramètres. L'inconvénient majeur de ce filtre réside dans la connaissance *à priori* de la fréquence fondamentale.

De ce fait, et comme perspectives, nous proposons une adaptation hybride en cascade entre les techniques d'estimation de la fréquence fondamentale (Transformée de Fourier

Discrète Réursive (TFDR) et/ou filtre adaptatif Notch) et le filtre de Kalman afin de réaliser un système complet d'estimation des paramètres d'un réseau électrique.

Bibliographie

- [1] H. Gharavi, A. Scaglione, M. Dohler, and X. Guan, Technical challenges of the smart grid: From a signal processing perspective [from the guest editors], *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 29, no. 5, pp. 12-13, 2012.
- [2] P. Top, M. Bell, E. Coyle, and O. Wasynczuk, Observing the power grid: Working toward a more intelligent, efficient, and reliable smart grid with increasing user visibility, *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 29, no. 5, pp. 24-32, 2012.
- [3] Éric Félice, "Perturbations harmoniques: effets, origine, mesures, diagnostic, remèdes" Dunod, 2000.
- [4] T. Lobos, Z. Leonowicz, J. Rezmer, and P. Schegner, High-resolution spectrum-estimation methods for signal analysis in power systems, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 55, no. 1, pp. 219-225, 2006.
- [5] Wakileh, George J., "Power systems harmonics, fundamentals, analysis and filter design", New York: Springer-Verlag, 2001.
- [6] P. Bornard, M. Pavard, Réseaux d'interconnexion et de transport: réglage et fonctionnement, *Techniques de l'ingénieur*, mars 1993.
- [7] Heydt, Electric Power Quality: A Tutorial Introduction, *IEEE Computer Applications in Power*, vol.11, no.1, January 1998, pp.15-19.
- [8] IEEE Std. 1159 Recommended Practice for Monitoring Electric Power Quality, 1995.
- [9] Marek Samoty, R.C.Dugan, H. W. Beat y, "Electrical Power Systems Quality", Annabooks, 1998.
- [10] R. Carbone, A. Lo-Schiavo, P. Marino, A. Testa, A frequency domain model for AC/DC/AC conversion systems, *PowerTech Budapest* 1999.
- [11] J. Bonal, G. Séguier, Entraînements électriques à vitesses variable, vol.3, *Technique & Documentation* 2000.

- [12] F. Rosa, R. Langella, A. Sollazo, A. Testa, On the interharmonic components generated by adjustable speed drives, 10th International Conference of Harmonics and Power Quality.
- [13] Thierry Deflandre, Philippe Mauras, " Les harmoniques sur les réseaux électriques ", Eyrolles, 1998.
- [14] Maurice Bellanger, " Traitement numérique du signal, théorie et pratique ", 7e édition, 2002.
- [15] Cooley, J. W. and J. W. Tukey, "An Algorithm for the Machine Computation of the Complex Fourier Series," Mathematics of Computation, Vol. 19, April 1965, pp. 297-301.
- [16] S. Srianthurnong, S. Sangwongwanich " An Active Power Filter with Harmonic Detection Method Based on Recursive DFT " 8th International Conf. on Harmonics and Quality of Power ICHQP'98 Oct. 14-16,1998.
- [17] M. Dolen, R. D. Lorenz" An Industrial Useful Means for Decomposition and Differentiation of Harmonic Components of Periodic Waveforms." IEEE Industry Applications Society Conference Rome, Italy, Oct. 8 -12,2000.
- [18] M. Dolen, R. D. Lorenz" Recurrent Neural Network Topologies for Spectral State Estimation and Differentiation. "ANNIE 2000 Conference, St. Louis, MO, Nov. 5-8, 2000.
- [19] Kwan, T. and Martin, K. (1989) Adaptive detection and enhancement of multiple sinusoids using a cascade IIR filters. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 36 (7), 937–947.
- [20] Petraglia, M.R., Mitra, S.K. and Szczupak, J. (1994) Adaptive sinusoid detection using IIR notch filters and multirate techniques. IEEE Transactions on Circuits and Systems Part II: Analog and Digital Signal Processing, 709–717.
- [21] R. E. Kalman, "A new approach to linear filtering and prediction problem," Trans. ASME Journal of Basic Engineering, vol. 82, pp. 34-45, March 1960.
- [22] Haykin, Simon, "Adaptive filter theory", third edition, Prentice Hall, p. 562-569, 1996.
- [23] Mohinder S. Grewal, Angus P. Andrews, "Kalman Filtering : Theory and Practice Using MATLAB", Third Edition, John Wiley & Sons, New Jersey, 2008.