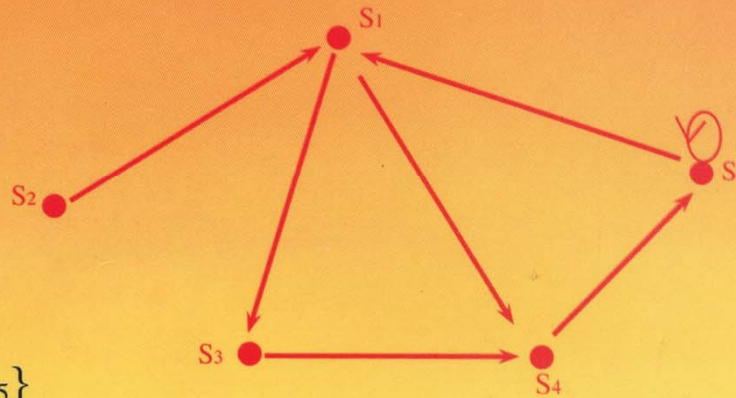


Habiba ZERKAOUI DRIAS

# ALGORITHMIQUE MODERNE ANALYSE ET COMPLEXITÉ



$$S = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5\}$$

$$A = \{(S_1, S_3), (S_1, S_4), (S_2, S_1), (S_3, S_4), (S_4, S_5), (S_5, S_1), (S_5, S_5)\}$$



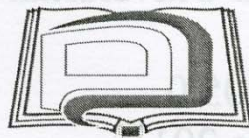
OFFICE DES PUBLICATIONS UNIVERSITAIRES

Habiba ZERKAOUI DRIAS



ALGORITHMIQUE MODERNE  
ANALYSE ET COMPLEXITÉ

Introduction à la Complexité  
de Calcul



OFFICE DES PUBLICATIONS UNIVERSITAIRES

# SOMMAIRE

## CHAPITRE I

### Introduction à la Complexité de Calcul

1. L'art de concevoir un algorithme.....	5
1.1 Plusieurs algorithmes pour un même énoncé de problème....	6
1.2 Analyse et calcul de la complexité par l'exemple.....	7
2. Problèmes et instances de problèmes.....	9
2.1 Description d'un problème.....	9
2.2 Instance d'un problème.....	10
2.3 Taille d'un problème.....	11
3. Algorithme et complexité.....	11
3.1 Complexité théorique.....	11
3.1.1 Complexité en temps.....	12
3.1.2 Complexité en espace.....	13
3.1.3 Comparaison entre ordres de complexités.....	13
3.1.4 Notion d'efficacité d'algorithmes.....	15
3.2 Complexité empirique.....	15
3.3 Approche hybride.....	15
4. Modèles de calcul.....	16
4.1 Modèle universel de Von Neumann.....	16
4.1.1 Assembleur.....	17
4.1.2 Langage évolué.....	20
4.2 Machine de Turing.....	22
5. Exercices.....	29
6. Corrigés.....	35

## CHAPITRE II

### Structures de Données Élémentaires

1. Listes chaînées.....	61
1.1 Représentation à l'aide de tableau et opérations élémentaires	62
1.2 Représentation à l'aide de structure dynamique.....	68
2. Queues ou Files d'attente.....	72
2.1 Représentation à l'aide de tableau et opérations élémentaires	73
2.2 Représentation à l'aide de structure dynamique.....	77
3. Piles.....	80

3.1 Représentation à l'aide de tableau et opérations élémentaires	81
4. Ensembles.....	84
4.1 Représentation et opérations élémentaires.....	84
5. Exercices.....	87
6. Corrigés .....	89

### CHAPITRE III

#### Structures de Données Avancées

1. Structure de graphes.....	99
1.1 Graphe orienté.....	99
1.2 Graphe non orienté.....	101
1.3 Structures de données pour graphes.....	103
2. Structure d'arbres.....	105
2.1 Profondeur d'un nœud.....	106
2.2 Structures de données pour arbres.....	106
3. Arbres binaire et arbre binaire de recherche.....	107
3.1 Arbres binaire.....	107
3.2 Arbre binaire de recherche.....	116
4. Forêt d'arbres.....	121
5. Structure de tas.....	122
5.1 Représentation d'un arbre binaire équilibré.....	122
5.2 Caractéristiques d'un tas.....	123
5.3 Construction d'un tas.....	123
6. Tables de hachage .....	125
6.1 Hachage pour tables de symboles.....	126
6.2 Exemple du Taquin 3x3.....	129
7. Exercices.....	138
8. Corrigés.....	142

### CHAPITRE IV

#### Techniques de Conception d'Algorithmes

1. Récursivité.....	151
2. Technique 'diviser pour régner'.....	155
3. Technique d'équilibrage d'arbres.....	157
3.1 Division du problème en deux parties inégales.....	157
3.2 Division du problème en deux parties égales.....	158
4. Programmation dynamique.....	161
5. Discussion.....	163
6. Exercices.....	164

## CHAPITRE V

### Algorithmes de Tri

1. Analyse et complexité des algorithmes.....	169
1.1 Complexité au pire.....	169
1.2 Complexité au meilleur.....	170
1.3 Complexité moyenne.....	170
1.4 Une démarche pour le calcul de la complexité.....	170
1.5 Complexité au pire versus complexité moyenne.....	172
2. Algorithmes de tri classiques.....	172
2.1 Tri par sélection.....	172
2.1.1 Analyse en pire cas .....	173
2.1.2 Analyse en moyen cas .....	174
2.2 Tri par insertion.....	174
2.2.1 Analyse en pire cas.....	175
2.2.2 Analyse en moyen cas.....	176
2.3 Tri à bulles.....	176
2.3.1 Analyse en pire et moyen cas.....	177
3. Algorithmes de tri plus performants.....	177
3.1 Tri rapide (Quicksort).....	178
3.1.1 Analyse en pire cas.....	179
3.1.2 Analyse en moyen cas .....	179
3.2 Tri par tas (Heapsort).....	180
3.2.1 Arbre binaire équilibré.....	181
3.2.2 Construction d'un tas.....	182
3.2.3 Algorithme tri-tas.....	184
4. Exercices.....	186
5. Corrigés.....	188

## CHAPITRE VI

### Algorithmique de Graphes

1. Rappels.....	195
1.1 Graphe non orienté.....	196
1.2 Arbre non orienté.....	197
1.2.1 Caractéristiques d'un arbre.....	199
2. Parcours d'un arbre .....	199
2.1 Parcours en largeur d'abord.....	200
2.1.1 Algorithme itératif.....	200
2.2. Parcours en profondeur d'abord.....	201
2.2.1 Algorithme récursif .....	201

2.2.2 Algorithme itératif .....	201
3. Parcours d'un graphe.....	202
3.1 Parcours en largeur d'abord.....	203
3.1.1 Algorithme itératif.....	203
3.2. Parcours en profondeur d'abord.....	204
3.2.1 Algorithme récursif .....	205
3.2.2 Algorithme itératif .....	206
4. Algorithmes Gloutons .....	206
4.1 Recherche des plus courts chemins dans un graphe.....	207
4.1.1 Algorithme de Dijkstra.....	207
4.1.2 Exemple.....	209
4.2 Arbre couvrant de poids minimum.....	215
4.2.1 Algorithme de Kruskal.....	215
4.2.2 Exemple.....	216
5. Exercices.....	220

## CHAPITRE VII

### Introduction aux Problèmes NP-complets

1. Notions fondamentales .....	229
1.1 Problème.....	229
1.2 Instance de problème.....	230
1.3 Taille de problème.....	232
2. Types de problèmes .....	233
2.1 Problèmes de décision.....	233
2.2 Problèmes de recherche de solutions.....	233
2.3 Problèmes d'optimisation.....	234
2.4 Problèmes de dénombrement des solutions.....	234
3. Algorithme versus Machine de Turing.....	235
3.1 Problème versus langage.....	235
4. Les problèmes NP-complets et la transformation polynomiale....	237
4.1 La classe NP.....	237
4.2 La classe P.....	238
4.3 La classe NP-complets.....	240
4.4 La classe co-NP.....	240
4.5 La classe P est égale à la classe NP ?... ..	241
5. Le problème de la satisfiabilité ou SAT.....	242
6. Autres de problèmes NP-complets.....	245
6.1 3-SAT.....	245
6.2 La clique dans un graphe.....	245
6.3 Couverture des sommets d'un graphe .....	249

6.4 Circuit hamiltonien d'un graphe .....	249
7. Exercices.....	250
8. Corrigés.....	258

## CHAPITRE VIII

### Problèmes combinatoires et Méthodes Heuristiques

1. Exemples de problèmes combinatoires.....	268
1.1 Le problème de satisfiabilité SAT.....	268
1.1.1 La technologie des solveurs SAT.....	269
1.1.2 Définition formelle.....	270
1.1.3 Max-SAT et Max-w-SAT.....	271
1.2 Le problème du voyageur de commerce TSP.....	272
1.2.1 Définition formelle.....	272
1.2.2 Conception et travaux sur TSP.....	272
1.3 Le jeu du Taquin .....	272
2. Algorithmes constructifs .....	273
2.1 Approche basée sur l'espace des états.....	274
2.1.1 État du problème .....	274
2.1.2 Espace des états .....	274
2.1.3 Opérateurs .....	274
2.2 Recherche en largeur d'abord.....	276
2.3 Recherche en profondeur d'abord.....	277
2.4 Recherche ordonnée.....	278
2.5 Extension au graphe des états.....	278
3. Méthodes heuristiques .....	279
3.1 L'algorithme A*.....	279
3.1.1 Admissibilité.....	280
3.1.2 Optimalité.....	282
3.2 Exemple du jeu du Taquin.....	282
3.2.1 Algorithme A* pour le jeu du Taquin .....	282
3.2.2 Implémentation.....	284
3.2.2.1 Présentation de l'interface.....	284
3.2.2.2 Comparaison entre méthodes.....	286
4. Exercices.....	291
5. Corrigés.....	296

## CHAPITRE IX

### Intelligence en Essaim et Algorithmes Évolutionnaires

1. Intelligence en essaim.....	302
1.1 Qu'est-ce que l'intelligence en essaim ? .....	303
1.2 Un système distribué et un contrôle décentralisé .....	304
1.3 L'auto-organisation.....	305
1.4 La communication stigmergique.....	305
1.5 Du phénomène naturel à l'algorithme évolutionnaire.....	306
1.6 Algorithmes évolutionnaires.....	307
1.7 Méta-heuristiques et intelligence en essaim.....	307
1.8 Un compromis entre exploration et exploitation .....	308
2. Les algorithmes de colonies de fourmis.....	309
2.1 ACO (Ant Colony Optimization).....	309
2.2 AS (Ant System) .....	315
2.3 ACS (Ant Colony System) .....	316
2.3.1 Mise à jour de la phéromone.....	317
2.3.2 Convergence prématurée ou stagnation.....	318
2.3.3 Application au TSP.....	318
3. Un algorithme des essaims d'abeille.....	323
3.1 BSO (Bee Swarm Optimization).....	323
3.1.1 La communication entre les abeilles.....	324
3.1.2 L'expérience de Seely, Cazmazine et Sneyd.....	326
3.1.3 L'algorithme BSO.....	328
3.2 Application au problème SAT.....	329
3.3 Expérimentations.....	335
4. Conclusion sur l'intelligence en essaim .....	339
5. Exercices.....	343
6. Corrigés.....	346
Références Bibliographiques.....	347
Sommaire.....	351