

# Annales

corrigées et commentées

**Concours**

2015 / 2016 / 2017

# MP

# Maths et informatique

**Concours commun Mines-Ponts**

**Centrale-Supélec**

**CCP**

**e3a**



ellipses

Abdellah Bechata

# Table des matières

| ÉPREUVE                      | SUJET  | ÉNONCÉ | SOLUTION |
|------------------------------|--|--------|----------|
| <b>CCP 2015</b>              |  |        |          |
| Maths 1                      | Loi de Poisson. Séries d'intégrales. Variations autour du théorème de Weierstrass.<br><br><i>décomposition binaire, espaces euclidiens, espaces vectoriels normés, exponentielle de matrices, preuve de terminaison, programmation, récursivité, réduction des endomorphismes.</i>                           | 15     | 19       |
| Maths 2                      | Décomposition en base $b$ . Projection orthogonale. Surjectivité de l'exponentielle de $\mathfrak{M}_n(\mathbb{C})$ sur $GL_n(\mathbb{C})$ .<br><br><i>espaces préhilbertiens, espaces vectoriels normés, intégration sur un intervalle quelconque, suites et séries de fonctions, variables aléatoires.</i> | 31     | 38       |
| <b>Centrale-SupElec 2015</b> |  |        |          |
| IPT                          | Autour de la dynamique gravitationnelle.<br><br><i>bases de données, complexité, listes, programmation, schémas numériques, SQL.</i>   | 51     | 55       |
| Maths 1                      | Autour de la transformation de Radon.<br><br><i>applications, fonctions de plusieurs variables, géométrie du plan, groupes, intégrales à paramètre, intégrale sur un intervalle quelconque, intégration, isométries.</i>   | 65     | 69       |
| Maths 2                      | Autour des sommes d'Euler.<br><br><i>calcul différentiel, intégration sur un intervalle quelconque, intégrales à paramètre, séries numériques, séries entières, suites numériques.</i>   | 89     | 93       |
| Option Info                  | Coloration de graphes.<br><br><i>algorithme glouton, graphes, listes, programmation, tableaux.</i>   | 113    | 119      |

### e3a 2015

|         |   |     |     |
|---------|---|-----|-----|
| Maths 1 | Quasi-commutant. Zéros de polynômes caractéristiques. Calcul d'une intégrale. Canal bruité. | 137 | 144 |
|---------|---|-----|-----|

*algèbre linéaire, déterminants, espaces euclidiens, fonctions d'une variable réelle à valeurs réelles, intégrales à paramètre, intégration sur un intervalle quelconque, matrices, polynômes, probabilités, programmation, réduction des endomorphismes, variables aléatoires.*

|         |  |     |     |
|---------|--|-----|-----|
| Maths 2 | Développement en série entière de l'inverse d'une série entière et nombres de Bernoulli. | 161 | 166 |
|---------|--|-----|-----|

*fonctions d'une variable réelle à valeurs réelles, nombres complexes, séries de fonctions, séries entières, suites numériques.*

|             |   |     |     |
|-------------|---|-----|-----|
| Option Info | Puissances entières. Entiers contenant le motif 2015. Gagnant d'une élection. | 177 | 183 |
|-------------|---|-----|-----|

*automates, complexité, langages, listes, preuve de correction, preuve de terminaison, programmation, récursivité, tableaux.*

### Mines-Ponts 2015

|     |                                       |     |     |
|-----|---------------------------------------|-----|-----|
| IPT | Tests de validation d'une imprimante. | 199 | 209 |
|-----|---------------------------------------|-----|-----|

*analyse de codes informatiques, base de données, caractères, complexité, graphiques, méthodes numériques de calcul intégral, preuve de correction, programmation, représentation des réels, schémas numériques, SQL.*

|         |   |     |     |
|---------|---|-----|-----|
| Maths 1 | Opérateur de Volterra et équations différentielles. | 217 | 222 |
|---------|---|-----|-----|

*algèbre linéaire, équations différentielles, espaces euclidiens, espaces préhilbertiens, espaces vectoriels normés, fonctions d'une variable réelle à valeurs réelles, intégration, polynômes, réduction des endomorphismes, séries de fonctions, suites de fonctions, variables aléatoires.*

|                              |  |     |     |
|------------------------------|--|-----|-----|
| Maths 2                      | Norme d'une matrice aléatoire.   | 239 | 244 |
|                              | <i>algèbre linéaire, convexité, fonctions d'une variable réelle à valeurs réelles, espaces euclidiens, espaces vectoriels normés, séries entières, séries numériques, réduction des endomorphismes, variables aléatoires.</i>                                    |     |     |
| Option Info                  | Automates d'arbre.   | 259 | 265 |
|                              | <i>arbres binaires, automates, complexité, langages, listes, programmation.</i>  |     |     |
| <b>CCP 2016</b>              |  |     |     |
| Maths 1                      | Fonction Digamma.  | 275 | 279 |
|                              | <i>familles sommables, intégrales à paramètre, intégration sur un intervalle quelconque, séries entières, suites et séries de fonctions, suites et séries numériques, variables aléatoires.</i>  |     |     |
| Maths 2                      | Fibonacci et algorithme d'Euclide. Équation polynomiale matricielle. Autour d'Hermite.   | 291 | 296 |
|                              | <i>algèbre linéaire, complexité, espaces préhilbertiens, fonctions d'une variable réelle à valeurs réelles, fractions rationnelles, intégration sur un intervalle quelconque, matrices, programmation, polynômes, récursivité, réduction des endomorphismes.</i> |     |     |
| <b>Centrale-SupElec 2016</b> |  |     |     |
| IPT                          | Prévention des collisions aériennes.   | 309 | 316 |
|                              | <i>analyse de données, bases de données, complexité temporelle et spatiale, géométrie de l'espace, graphe, programmation, représentation des réels, SQL, tri de listes.</i>  |     |     |
| Maths 1                      | Matrices positives (im)primitives.   | 325 | 329 |
|                              | <i>algèbre linéaire, espaces euclidiens, espaces vectoriels normés, matrices, réduction des endomorphismes.</i>  |     |     |
| Maths 2                      | Sommes de variables aléatoires et intégrales.  | 347 | 350 |
|                              | <i>fonctions d'une variable réelle à valeurs réelles, intégrales à paramètre, intégration sur un intervalle quelconque, intégration, suites numériques, variables aléatoires.</i>  |     |     |

Option Info Un algorithme de tri. 369 376

*arbres binaires, complexité, programmation, récursivité, tableaux, tas binaires, tri de listes.*

### e3a 2016

Maths 1 Commutant. Résolution d'une équation différentielle par méthode euclidienne et par schéma d'Euler. Développement en série de fractions rationnelles. Machines à café. 393 398

*algèbre linéaire, calcul approché d'intégrales, équations différentielles, espaces euclidiens, fonctions d'une variable réelle à valeurs réelles, intégrales à paramètre, intégration sur un intervalle quelconque, matrices, programmation, réduction des endomorphismes, schéma numérique, séries numériques, variables aléatoires.*

Maths 2 Théorème de Bohr-Mollerup (caractérisation de la fonction  $\Gamma$  via la convexité.) 417 422

*convexité, fonction d'une variable réelle à valeurs réelles, intégrales à paramètre, intégration sur un intervalle quelconque, suites numériques.*

Option Info Prénoms épïcènes. Exponentiation. Implémentation de la reconnaissance d'un mot par un automate. Dendogramme. 435 442

*arbres binaires, automates, bases de données, complexité temporelle et spatiale, listes, programmation en Caml et en Python, récursivité, représentation des nombres, SQL, tableaux.*

### Mines-Ponts 2016

IPT Modélisation de la propagation d'une épidémie. 449 459

*analyse de données, bases de données, calcul approché d'intégrales, complexité, équations différentielles, preuve de correction, programmation, SQL, schémas numériques, tri de listes.*

Maths 1 Autour de l'inégalité de Hoffman-Wielandt. 469 475

*algèbre linéaire, convexité, espaces euclidiens, espaces vectoriels normés, extrémums, groupes, nombres complexes, probabilités, réduction des endomorphismes, topologie.*

Maths 2 Théorème taubérien de Hardy-Littlewood-Karamata. 491 496

*algèbre linéaire, espaces vectoriels normés, familles sommables, fonction d'une variable réelle à valeurs réelles, intégrales à paramètre, intégration sur un intervalle quelconque, polynômes, séries de fonctions, séries entières, suites numériques, topologie.*

Option Info Graphe du Web, calcul de PageRank et automates probabilistes. 515 525

*aléatoire, automates, complexité, graphes, langages, listes, probabilités, programmation, tableaux, tri de listes.*

### CCP 2017

Maths 1 Jacobiennes. Sommabilité. Séries Trigonométriques. 537 541

*calcul différentiel, fonctions d'une variable réelle, intégration, série de fonctions, série entière, séries numériques, sommabilité.*

Maths 2 Probabilité invariante par une matrice stochastique et calcul effectif par informatique 555 562

*algèbre linéaire, calcul scientifique, espaces euclidiens, espaces vectoriels normés, probabilités, programmation, réduction des matrices, suites numériques, topologie, variables aléatoires.*

### Centrale-SupElec 2017

IPT Mars Exploration Rovers Mission d'exploration martienne 577 585

*analyse de données, bases de données, programmation, représentation des réels, SQL.*

Maths 1 Sur la partie symétrique d'une matrice 597 601

*calcul matriciel, équations différentielles, espaces euclidiens, fonction d'une variable réelle à valeurs vectorielles, réduction, réduction des matrices symétriques.*

Maths 2 Variables aléatoires décomposables. Variables indéfiniment divisibles. 633 637

*arithmétique, polynômes, probabilités, séries entières, séries numériques, variables aléatoires.*

Option Info Mots synchronisants 667 673

*automates, complexité, files, graphes, langages, logique, preuve de correction, preuve de terminaison, programmation.*

### e3a 2017

Maths 1 Autour des intégrales à paramètres. Réduction des matrices anti-symétriques en dimension 4. Étude d'une évolution de population suivant le modèle de Galton-Watson. Marches aléatoires sur  $\mathbb{N}^2$  693 701

*analyse asymptotique, dénombrement, endomorphismes des espaces euclidiens, espaces euclidiens, fonctions d'une variable réelle à valeurs réelles, intégrales à paramètre, intégration sur un intervalle quelconque, probabilités, programmation en Python, séries entières, séries numériques, suites numériques, variables aléatoires.*

Maths 2 Étude asymptotique des racines des polynômes « exponentiel » tronqués. 721 726

*algèbre linéaire, fonction d'une variable réelle à valeurs réelles, intégration, nombres complexes, polynômes, réduction des endomorphismes, séries entières, suites numériques.*

|             |  |     |     |
|-------------|--|-----|-----|
| Option Info | Étude des arbres binaires « peignes ». Appel dans une classe. Décomposition de Zeckendorf d'un entier et de son codage de Fibonacci. Durée minimal d'un trajet sur un réseau de transport. | 741 | 747 |
|-------------|--|-----|-----|

*arbres binaires, analyse de programmes, complexité, graphes, programmation en Caml et en Python, récursivité.*

### Mines-Ponts 2017

|     |                         |     |     |
|-----|-------------------------|-----|-----|
| IPT | Étude de trafic routier | 763 | 771 |
|-----|-------------------------|-----|-----|

*analyse de codes informatiques, base de données, booléens, complexité, modélisation, preuve de terminaison, programmation, récursivité, SQL.*

|         |  |     |     |
|---------|--|-----|-----|
| Maths 1 | Étude d'un endomorphisme d'un espace de fonctions numériques | 781 | 785 |
|---------|--|-----|-----|

*algèbre linéaire, analyse asymptotique, espaces vectoriels normés, intégration, séries entières, suites numériques, topologie, valeurs propres (en dimension infinie).*

|         |  |     |     |
|---------|--|-----|-----|
| Maths 2 | Sous-groupes compacts du groupe linéaire | 799 | 805 |
|---------|--|-----|-----|

*convexité, endomorphismes des espaces euclidiens, espaces euclidiens, espaces vectoriels normés, topologie.*

|             |   |     |     |
|-------------|---|-----|-----|
| Option Info | Langages unaires. Algorithmes d'exponentiations | 821 | 829 |
|-------------|---|-----|-----|

*automates, complexité, décomposition binaire, exponentiation, programmation, langages, listes, tableaux.*

### Analyse de copies d'étudiants

|     |                  |     |
|-----|------------------|-----|
| IPT | Mines-Ponts 2016 | 843 |
|-----|------------------|-----|

|       |                  |     |
|-------|------------------|-----|
| Maths | CCP 2015 Maths 1 | 853 |
|-------|------------------|-----|

|             |                       |     |
|-------------|-----------------------|-----|
| Option Info | Centrale-Supelec 2015 | 873 |
|-------------|-----------------------|-----|

|             |          |     |
|-------------|----------|-----|
| Option Info | e3a 2015 | 891 |
|-------------|----------|-----|