



CLAUDE ASLANGUL

Mécanique quantique 1

3^e
édition

Fondements et
premières applications

LICENCE 3 ET MASTER DE PHYSIQUE

- Cours
- Applications fondamentales
- Exercices et problèmes

deboeck **B**
SUPÉRIEUR

Table des matières

I	Fondements	1
1	Introduction	3
1.1	L'hypothèse atomique	3
1.2	L'électron	9
1.3	Les ions	14
1.4	Modèles d'atome	17
1.5	Instabilité électrodynamique de l'atome classique	20
1.6	Exercices et problèmes	23
1.6.1	Détermination du rapport charge/masse de l'électron (méthode de Thomson et Kaufmann)	23
1.6.2	Détermination du nombre d'Avogadro \mathcal{N} à l'aide du mouvement brownien	25
1.6.3	Les expériences de Kappler (1931)	27
1.6.4	Équilibre d'une atmosphère isotherme	27
1.6.5	Mesure précise de l'impulsion de particules par focalisation	28
1.6.6	Spectrographe de masse	30
1.6.7	Le spectromètre de Bainbridge	30
1.6.8	La force d'Abraham-Lorentz	32
1.6.9	Durée de vie de l'atome de Jean Perrin	33

2	La radioactivité	35
2.1	La radioactivité : découverte et premiers faits expérimentaux	35
2.2	Loi de décroissance radioactive	44
2.3	Exercices et problèmes	50
2.3.1	La radioactivité à l'hôpital	50
2.3.2	Loi de déclin radioactif	50
2.3.3	Mesure du nombre d'Avogadro	51
2.3.4	Chaînes radioactives	51
2.3.5	Longueur de parcours d'une particule α dans l'air	52
2.3.6	Résolution de l'équation (2.15) par la transformation de Laplace	53
3	Les expériences de Rutherford	55
3.1	Principes généraux des expériences	55
3.2	Généralités sur la collision élastique de deux particules élémentaires	57
3.2.1	Lois de conservation	57
3.2.2	Réduction du problème à deux corps en interaction centrale	61
3.3	Déviations d'une particule chargée par un noyau d'atome	64
3.4	Section efficace de collision	67
3.5	Section efficace différentielle pour la diffusion Rutherford	70
3.6	Exercices et problèmes	72
3.6.1	Ordres de grandeur	72
3.6.2	Collision élastique de deux particules	73
3.6.3	Distance minimale d'approche pour la diffusion Rutherford	74
3.6.4	Section efficace de diffusion par un centre répulsif	74
3.6.5	Section efficace de capture par un centre attractif	75
3.6.6	Diffusion par un puits sphérique attractif	77
3.6.7	Passage du repère du centre de masse au repère du laboratoire pour la diffusion de deux particules en interaction centrale	79

4	Quantification de l'énergie : le rayonnement thermique	81
4.1	Le rayonnement thermique	81
4.1.1	Faits expérimentaux et nature physique du rayonnement thermique	82
4.1.2	Description phénoménologique du rayonnement thermique	89
4.1.3	Loi de Stefan (1879)	93
4.2	Loi de Planck (1900)	97
4.2.1	Retour sur la loi du déplacement de Wien	97
4.2.2	Formule de Rayleigh-Jeans (1900)	98
4.2.3	Loi de Planck	108
4.3	Exercices et problèmes	114
4.3.1	Température d'un astre	114
4.3.2	Température du filament d'une ampoule à incandescence	115
4.3.3	Refroidissement radiatif d'une sphère	115
4.3.4	Perte de masse du soleil par seconde	116
4.3.5	Pression de radiation solaire à la surface de la Terre	116
4.3.6	Pression de radiation sur une surface rugueuse	116
4.3.7	Variations sur la formule de Planck	117
5	Quantification de l'énergie : le photon	119
5.1	L'effet photoélectrique	119
5.1.1	Découverte et faits expérimentaux	120
5.1.2	L'interprétation d'Einstein (1905)	122
5.2	Le photon	129
5.2.1	Relation de dispersion du photon	129
5.2.2	Comparaison avec la description corpusculaire classique de la pression de radiation	131

5.3	L'effet Compton	133
5.3.1	Diffusion des rayons X par les atomes	133
5.3.2	Les expériences de Compton et leur interprétation (1921-1923)	134
5.4	Exercices et problèmes	141
5.4.1	Ordres de grandeur	141
5.4.2	Effet photoélectrique	142
5.4.3	Mesure précise de la constante de Planck (Millikan)	142
5.4.4	Histoire de photoélectron	143
5.4.5	Effet photoélectrique par irradiation thermique	143
5.4.6	Impossibilité d'absorption d'un photon par un électron libre	143
5.4.7	Réflexion d'un <i>flash</i> de lumière sur un miroir pendulaire	144
5.4.8	Diffusion Compton en phase gazeuse	144
5.4.9	Distribution angulaire des électrons Compton	145
5.4.10	Irradiation d'une cible par un rayonnement très dur	145
5.4.11	Masse gravitationnelle du photon	146
5.4.12	Effet Čerenkov	146
5.4.13	L'effet Compton inverse	148
6	Structure atomique, raies spectrales, théorie de Bohr	149
6.1	Spectre de raies	149
6.1.1	Spectres atomiques	149
6.1.2	Élargissement des raies spectrales	152
6.1.3	Formule de Balmer et généralisation de Ritz	156
6.2	Le modèle de Bohr (1913)	158
6.2.1	Difficultés du modèle planétaire et proposition de Bohr	158
6.2.2	Orbites stationnaires de Bohr	160

6.3	Quantification de l'énergie : confirmations	168
6.3.1	Le phénomène de résonance optique	168
6.3.2	Les expériences de Lenard	172
6.3.3	Les expériences de Franck et Hertz (1914)	174
6.4	Exercices et problèmes	177
6.4.1	Ordres de grandeur	177
6.4.2	Transformées de Fourier usuelles	177
6.4.3	Théorème du viriel	177
6.4.4	Effet photoélectrique sur une vapeur atomique	178
6.4.5	Diffusion élastique de la lumière par l'atome classique (modèle de Thomson)	178
6.4.6	Largeurs Doppler et naturelle	180
6.4.7	Mesure de la durée de vie d'un état excité à l'aide d'un jet atomique	181
6.4.8	Évolution des populations d'une vapeur atomique excitée à la résonance	183
6.4.9	Identification d'une raie spectrale	184
6.4.10	Effet Doppler et recul d'un atome en absorption	184
6.4.11	Séries spectroscopiques de l'hydrogène selon Bohr	185
6.4.12	Séparation des raies de deux isotopes	185
6.4.13	Coïncidences spectrales	185
6.4.14	Étude énergétique d'un atome hydrogénoïde	185
6.4.15	Le positronium	186
6.4.16	Quelques propriétés du modèle de Bohr	186

7	L'ancienne théorie des quanta	187
7.1	Rudiments de mécanique analytique	188
7.1.1	Principe de moindre action (PMA) et équations de Lagrange . . .	188
7.1.2	Équations de Hamilton	202
7.1.3	Équation de Hamilton-Jacobi	208
7.1.4	Crochets de Poisson	214
7.2	La règle de Planck pour l'oscillateur harmonique	215
7.3	Les règles de quantification de Bohr-Wilson-Sommerfeld	219
7.3.1	Généralisation de la règle de Bohr	219
7.3.2	Application à l'atome d'hydrogène	220
7.3.3	Corrections relativistes	225
7.4	Exercices et problèmes	229
7.4.1	Particule chargée dans un champ électromagnétique	229
7.4.2	Invariance en forme de l'énergie cinétique pour des coordonnées cartésiennes	230
7.4.3	Équivalence entre équation différentielle et principe variationnel . .	230
7.4.4	Oscillateur harmonique traité en mécanique analytique	231
7.4.5	Oscillateur harmonique dans un champ constant et homogène . . .	231
7.4.6	Crochets de Poisson	232
7.4.7	Action d'une particule chargée uniformément accélérée par un champ électrique constant $\vec{\mathcal{E}}$	232
7.4.8	Action d'un oscillateur harmonique	232
7.4.9	L'atome d'hydrogène selon Bohr-Wilson-Sommerfeld	232
7.4.10	Quantification d'une particule dans un segment de \mathbb{R}	235
7.4.11	Quantification d'une particule dans une boîte carrée	235
7.4.12	Quantification d'un modèle atomique	236
7.4.13	Corrections relativistes : le doublet H_α	237
7.4.14	Une expression remarquable de la fonction de partition classique .	237

8	Structure du noyau atomique	239
8.1	Charge du noyau	240
8.2	Rayon du noyau	245
8.3	Composition du noyau	252
8.4	Énergie de liaison du noyau	255
8.4.1	Défaut de masse	255
8.4.2	Formule de Weizsäcker et le modèle de la goutte liquide	256
8.5	Transitions nucléaires	260
8.6	Exercices et problèmes	261
8.6.1	Puissance X émise par <i>Bremsstrahlung</i>	261
8.6.2	Émission d'un photon par un noyau	262
8.6.3	Facteur de forme d'un noyau	262
8.6.4	Désintégration du bismuth	263
8.6.5	Barrière coulombienne pour deux noyaux de deutérium	263
II	Élaboration de la mécanique quantique et premières applications	265
9	L'avènement de la mécanique quantique	267
9.1	Problèmes de l'ancienne théorie des quanta	268
9.2	La mécanique des matrices	270
9.3	Les ondes de matière (de Broglie, 1923)	282
9.4	L'équation de Schrödinger	289
9.5	Vitesse de groupe	302
9.6	Diffraction des particules matérielles	306
9.7	Limite classique	308
9.7.1	Longueur d'onde pour un objet macroscopique	308

9.7.2	Limite classique de la fonction d'onde	311
9.8	Exercices et problèmes	316
9.8.1	Horizon de Planck	316
9.8.2	Conséquences de l'incertitude sur les conditions initiales sur la prédiction d'un mouvement classique	316
9.8.3	Particule confinée sur un segment	318
9.8.4	Analyse de Fourier du problème de Kepler	318
9.8.5	Sur la mécanique des matrices	321
9.8.6	Propriétés ondulatoires des particules matérielles	323
9.8.7	Diffraction de neutrons par un cristal d'atomes unidimensionnel . .	325
9.8.8	Équation de conservation	325
9.8.9	Propagateur dans un milieu non dispersif	326
9.8.10	Sur la nécessité de la réalité de la valeur propre E dans l'équation (9.72)	326
10	Fonction d'onde	327
10.1	Fentes d'Young	328
10.2	Interprétation probabiliste de la fonction d'onde et conséquences	339
10.2.1	L'interprétation de Born	339
10.2.2	Calcul des valeurs moyennes	344
10.2.3	Le déterminisme quantique	353
10.3	Principe d'incertitude de Heisenberg	362
10.3.1	Principe d'incertitude spatial	362
10.3.2	Principe d'incertitude temporel	370
10.4	Exercices et problèmes	372
10.4.1	Expériences d'Young	372
10.4.2	Interprétation probabiliste de la fonction d'onde	373

10.4.3	Forme locale de la conservation de l'énergie en mécanique quantique	374
10.4.4	Opérateur associé à une grandeur classique	375
10.4.5	Particule chargée dans un champ électrique constant	375
10.4.6	Relations d'incertitude	376
10.4.7	Le microscope de Heisenberg	377
10.4.8	D'autres inégalités	377
10.4.9	Une expérience mentale	378
11	Magnétisme atomique	379
11.1	Magnétisme classique	380
11.1.1	Moment magnétique	380
11.1.2	Précession de Larmor	385
11.1.3	Paramagnétisme classique	387
11.1.4	Expériences de Einstein-de Haas et de Barnett	390
11.2	Expérience de Stern et Gerlach	392
11.3	Exercices et problèmes	400
11.3.1	Les fonctions de Brillouin B_J	400
11.3.2	L'électron est-il une petite bille qui tourne sur elle-même ?	401
11.3.3	L'expérience de Stern et Gerlach	402
12	Postulats et structure formelle de la mécanique quantique	405
12.1	Énoncé des postulats	405
12.1.1	Notion d'état	405
12.1.2	Notion d'observable	409
12.1.3	Résultats possibles de la mesure d'une grandeur physique	414
12.1.4	La réduction du paquet d'ondes	419

12.1.5	Évolution des systèmes dans le temps	424
12.2	Les bases du formalisme de la mécanique quantique	428
12.2.1	Changement de base	428
12.2.2	Produit scalaire	432
12.2.3	Généralisations	438
12.3	Exercices et problèmes	447
12.3.1	Atome de moment cinétique $\frac{\hbar}{2}$	447
12.3.2	Sur le fondamental de l'oscillateur harmonique	448
12.3.3	Oscillateur harmonique subitement perturbé	449
12.3.4	Mesures sur un moment cinétique $\frac{\hbar}{2}$	449
12.3.5	Mesures successives d'observables	450
12.3.6	Mesures de la position et de l'énergie d'un oscillateur harmonique	452
12.3.7	Mesure de la position et de l'impulsion d'une particule libre	453
12.3.8	Formalisme de Dirac	453
12.3.9	Règle de somme	454
12.3.10	La vitesse moyenne est nulle dans tout état...	455
13	Opérateurs	457
13.1	Propriété fondamentale des observables : hermiticité	458
13.2	Valeur moyenne d'une observable : utilisation de sa base propre	464
13.3	Représentation des opérateurs hermitiques et des opérateurs unitaires	466
13.4	Retour sur la notation de Dirac	470
13.5	Opérateurs commutant entre eux	472
13.6	Combinaisons d'opérateurs	475
13.7	Représentation- \vec{r}	479
13.8	Représentation- \vec{p}	486

13.9 Exercices et problèmes	489
13.9.1 Relations diverses de l'algèbre des opérateurs	489
13.9.2 Trace d'un opérateur	490
13.9.3 Opérateur fonction d'une variable	491
13.9.4 Opérateur unitaire dérivable	492
13.9.5 Série entière d'opérateurs	492
13.9.6 Exponentielle du gradient	493
13.9.7 Équation de Dyson	493
13.9.8 Identité de Glauber	493
13.9.9 Composantes hermitiques d'un opérateur linéaire	494
13.9.10 Projecteurs	494
13.9.11 Résolvante	495
14 Évolution temporelle d'un système quantique	497
14.1 Description de l'évolution dans le temps	497
14.1.1 La description de Schrödinger	500
14.1.2 La description de Heisenberg	508
14.1.3 Le théorème d'Ehrenfest	516
14.2 Propagateur	518
14.3 La formulation de Feynman	525
14.4 Exemples de paquets d'ondes	528
14.5 Séparation espace-temps et états stationnaires	531
14.6 Exercices et problèmes	534
14.6.1 Opérateur d'évolution pour un système à deux niveaux	534
14.6.2 Perturbation de Dirac	535
14.6.3 Mesure de la position et de l'impulsion d'une particule libre (suite)	535

14.6.4	Particule dans un champ constant	536
14.6.5	Oscillateur harmonique chargé soumis soudainement à un champ électrique	537
14.6.6	Intrication de deux systèmes	537
14.6.7	Dynamique d'un système à trois niveaux soumis à une perturbation harmonique	539
14.6.8	Évolution d'un paquet d'ondes gaussien	540
14.6.9	Mouvement uniformément accéléré	541
14.6.10	Exemple de factorisation du propagateur	542
14.6.11	La molécule d'ammoniac	543
14.6.12	Allongement du temps de retour avec la densification des états . .	545
14.6.13	Quelques résultats pour l'opérateur d'évolution avec un Hamiltonien dépendant du temps	547
15	Potentiels à une dimension constants par morceaux	549
15.1	Propriétés générales des problèmes à une dimension	551
15.2	La quantification comme conséquence des conditions imposées à Ψ	563
15.2.1	États liés	564
15.2.2	États non liés	566
15.3	Le puits carré	568
15.3.1	Le puits fini	569
15.3.2	Le puits infini	595
15.4	La marche de potentiel	602
15.5	La barrière de potentiel	607
15.6	Exercices et problèmes	611
15.6.1	Diffusion par un puits de potentiel	611
15.6.2	Puits infiniment profond : valeurs moyennes dans un état non stationnaire	612

15.6.3	Expansion soudaine d'un puits infiniment profond	613
15.6.4	Puits infiniment profond en représentation- p	614
15.6.5	Puits de Dirac	614
15.6.6	Puits en représentation- p	616
15.6.7	Puits de Dirac comme limite du puits carré	617
15.6.8	Influence d'un mur infranchissable sur les états d'un potentiel de Dirac	618
15.6.9	Enrichissement isotopique par réflexion sur une barrière de potentiel	620
15.6.10	Puits infini avec une barrière centrale de Dirac	621
15.6.11	Effet tunnel dans un double puits à <i>la</i> Dirac	622
15.6.12	Effet tunnel dans un double puits carré	623
15.6.13	Puits asymétrique	624
15.6.14	Impureté localisée dans une barrière	625
15.6.15	Pénétration de neutrons dans un milieu magnétique	626
15.6.16	Anti-marche de potentiel	627
15.6.17	Coefficients de réflexion et de transmission d'une double barrière .	627
15.6.18	Électron dans un puits excité par un champ électrique impulsionnel	629
15.6.19	États liés du puits $-\frac{V_0}{\cosh^2 \alpha x}$	629
15.6.20	Variations sur le puits $\pm \frac{V_0}{\cosh^2 \alpha x}$	631
15.6.21	Coefficient de réflexion d'une marche floue	633
16	L'oscillateur harmonique	635
16.1	L'importance de l'oscillateur harmonique	636
16.2	Résolution de l'équation aux valeurs propres	640
16.3	Quantification canonique, opérateurs de création et d'annihilation	658
16.4	Le propagateur de l'oscillateur harmonique	665

16.5 États cohérents	676
16.6 Exercices et problèmes	682
16.6.1 Relation de fermeture	682
16.6.2 Quand le ressort casse...	682
16.6.3 Mesures de position et d'énergie sur un oscillateur harmonique . . .	682
16.6.4 Dynamique d'un oscillateur	683
16.6.5 Oscillateur confiné sur \mathbb{R}_+	684
16.6.6 Expansion ou compression soudaine d'un oscillateur	684
16.6.7 Oscillateur harmonique forcé	685
16.6.8 Intégration de l'exponentielle d'une forme quadratique	686
16.6.9 À propos des états cohérents	687
Bibliographie	689
Index	703