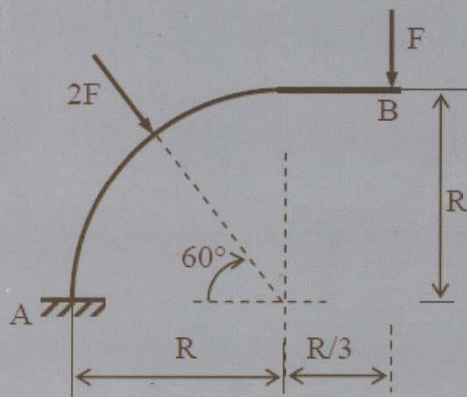


KESSOUL.Amar
DAHMANI.Krimo

MÉCANIQUE RATIONNELLE

Cours & Exercices



OFFICE DES PUBLICATIONS UNIVERSITAIRES

Prof. KASSOUL Amar

Mr DAHMANI Krimo

Mécanique Rationnelle

COURS et EXERCICES

(Domaine Sciences et Technologie – S3 Licence LMD)



2^{ème} Édition



OFFICE DES PUBLICATIONS UNIVERSITAIRES

TABLE DES MATIERES

AVANT PROPOS	3
INTRODUCTION	5
OBJET DE LA MÉCANIQUE RATIONNELLE	5
MÉTHODES DE LA MÉCANIQUE RATIONNELLE	6
LES GRANDES DIVISIONS DE LA MÉCANIQUE RATIONNELLE	7
NOTIONS MATHÉMATIQUES	9
1. VECTEUR LIBRE	9
2. PRODUIT SCALAIRE	9
3. BASE	10
4. PRODUIT VECTORIEL	11
4.1. Définition – Propriétés.....	11
4.2. Double produit vectoriel.....	11
4.3. Produit mixte.....	12
4.4. Division vectorielle.....	12
5. VECTEUR LIÉ ET SYSTEME VECTORIEL	13
5.1. Vecteur lié.....	13
5.2. Moment d'un vecteur lié.....	13
5.3. Système vectoriel.....	13
5.4. Moment d'un système vectoriel.....	14
6. Torseur	15
6.1. Définition.....	15
6.2. Propriété des torseurs.....	15
6.2.1. Égalité.....	15
6.2.2. Somme.....	15
6.2.3. Multiplication par un scalaire.....	16
6.2.4. Torseur nul.....	16
6.2.5. Produit scalaire de deux torseurs.....	16

7. DERIVATION D'UN VECTEUR PAR UN OPERATEUR DONNE..	17
Exercices.....	20

Chapitre 1: STATIQUE

1.1. INTRODUCTION.....	23
1.2. NOTIONS FONDAMENTALES DE LA STATIQUE.....	23
1.2.1. Point matériel.....	23
1.2.2. Corps solide parfait.....	24
1.2.3. Force.....	24
1.2.4. Moment d'une force par rapport à un point.....	25
1.3. TORSEURS DES FORCES EXTERIEURES.....	27
1.4. CONDITION D'EQUILIBRE STATIQUE.....	28
1.4.1. Cas Général.....	28
1.4.2 Condition d'équilibre analytique.....	28
1.5. LES LIAISONS ET LES REACTIONS.....	30
1.5.1. Définition.....	30
1.5.2. Différents types des liaisons et de réactions.....	30
1.5.3. Axiome des liaisons.....	33
1.6. QUELQUES OPERATIONS SUR LES FORCES.....	34
1.6.1. Résultante de deux forces concourantes.....	34
1.6.2. Résultante de plusieurs forces concourantes	35
1.6.2.1. Méthode du parallélogramme des forces.....	35
1.6.2.2. Règle du polygone des forces.....	35
1.6.2.3. Condition d'équilibre géométrique.....	36
1.6.2.4. Exemple d'application	36
1.6.3. Décomposition géométrique d'une force.....	38
1.6.3.1. Décomposition suivant deux directions.....	38
1.6.3.2. Décomposition suivant trois directions	39
1.6.3.3. Décomposition d'une force si un point de leur ligne d'action est connu	41
1.6.4. Décomposition analytique d'une force.....	41

1.6.5. Cas général du moment d'une force.....	44
1.6.5.1. Moment d'une force par rapport à un axe	44
1.6.5.2. Théorème de VARIGNON.....	46
1.6.5.3. Exemple d'application.....	47
1.7.ÉQUILIBRE DES CORPS SOLIDES EN PRÉSENCE DU FROTTEMENT	49
1.7.1. Frottement de glissement.....	49
1.7.1.1. Expérience.....	49
1.7.1.2. Force de frottement statique.....	50
1.7.1.3. Force de frottement cinématique.....	51
1.7.1.4. Exemple d'application.....	51
1.7.2. Angle de roulement.....	53
1.7.3. Frottement de roulement	53
1.7.4. Frottement d'un câble sur une poulie.....	55
EXERCICES RESOLUS.....	57
EXERCICES SUPLEMENTAIRES.....	78
Chapitre 2: GÉOMÉTRIE DES MASSES	
2.1. INTRODUCTION.....	93
2.2. MASSE D'UN SYSTEME MATERIEL.....	93
2.2.1. Système continu.....	93
2.2.2. Système discret.....	94
2.3. CENTRE D'INERTIE D'UN SYSTEME MATERIEL.....	95
2.3.1. Définition.....	95
2.3.2. Exemple d'application.....	96
2.3.3. Cas d'un système complexe	97
2.3.4. Théorème de GULDIN.....	99
2.3.5. Exemples d'applications.....	101
2.4. TENSEUR D'INERTIE	103
2.4.1. Définition.....	103

2.4.2. Matrice d'inertie.....	103
2.4.3. Cas particuliers.....	104
2.4.4. Axes principaux d'inertie.....	106
2.4.5. Théorème de Huygens.....	106
2.4.6. Moment d'inertie par rapport à une droite quelconque (Δ).....	108
2.4.7. Produit d'inertie par rapport à deux droites perpendiculaires.....	108
EXERCICES RESOLUS.....	110
EXERCICES SUPLEMENTAIRES.....	122
Chapitre 3: CINÉMATIQUE	
3.1. INTRODUCTION.....	125
3.2. CINÉMATIQUE DU POINT (Rappel)	125
3.2.1. Trajectoire, vitesse et accélération d'un point.....	125
3.2.1.1. Trajectoire.....	125
3.2.1.2. Vecteur vitesse.....	126
3.2.1.3. Vecteur accélération	126
3.2.2. Mouvement circulaire.....	127
3.3. CINÉMATIQUE DU SOLIDE.....	130
3.3.1. Notion d'un solide parfait.....	130
3.3.2. Repérage d'un solide.....	130
3.3.3. Matrice de passage de R à R_0	131
3.3.3.1. Angle de précession.....	131
3.3.3.2. Angle de nutation.....	132
3.3.3.3. Angle de rotation propre.....	133
3.3.4. Torseur cinématique – distribution des vitesses.....	136
3.3.4.1. Champ des vitesses d'un solide en mouvement.....	136
3.3.4.2. Torseur cinématique.....	137
3.3.4.3. Champ des accélération d'un solide en mouvement.....	138
3.3.5. Axe instantané de rotation.....	139

3.3.6. Cas particulier de mouvements.....	140
3.3.6.1. Mouvement de translation.....	140
3.3.6.2. Mouvement de rotation autour d'un axe.....	140
3.3.6.3. Mouvement hélicoïdal.....	141
3.4. COMPOSITION DE MOUVEMENTS.....	142
3.4.1. Dérivation composée (Rappel)	142
3.4.2. Composition de vitesses.....	144
3.4.3. Composition d'accélération.....	146
3.5. LES LIAISONS.....	148
3.5.1. Définitions	148
3.5.2. Solides en contact ponctuel.....	148
3.5.2.1. Vitesse de glissement.....	148
3.5.2.2. Plan tangent.....	149
3.5.2.3. Roulement sans glissement.....	149
3.5.2.4. Roulement et Pivotement.....	149
3.6. MOUVEMENT PLAN SUR PLAN.....	150
3.6.1. Définition.....	150
3.6.2. Centre instantané de rotation (CIR)	150
EXERCICES RESOLUS.....	152
EXERCICES SUPPLEMENTAIRES.....	176

Chapitre 4: CINETIQUE

4.1. INTRODUCTION.....	181
4.2. QUANTITE DE MOUVEMENT ET MOMENT CINETIQUE.....	181
4.2.1. Point matériel.....	181
4.2.2. Ensemble de Points Matériels.....	181
4.2.3. Système matériel continu.....	182
4.3. TORSEUR CINETIQUE.....	183
4.3.1. Définition.....	183
4.3.2. Calcul de la résultante.....	183

4.3.3. Théorème de Kœnig relatif au moment cinétique.....	184
4.3.4. Moment cinétique d'un solide indéformable en G (centre d'inertie).....	185
4.3.5. Moment cinétique d'un solide indéformable en un point de vitesse nulle	185
4.4. ÉNERGIE CINÉTIQUE.....	186
4.4.1. Définition.....	186
4.4.2. Théorème de Kœnig relatif à l'énergie cinétique.....	186
4.4.3. L'énergie cinétique d'un solide indéformable.....	187
4.5. TORSEURS DYNAMIQUES.....	189
4.5.1. Définition.....	189
4.5.2. Calcul de la résultante.....	189
4.5.3. Théorème de Kœnig relatif au moment dynamique.....	189
4.5.3. Calcul du moment dynamique.....	190
EXERCICES RESOLUS.....	192
EXERCICES SUPPLEMENTAIRES.....	206

Chapitre 5: DYNAMIQUE

5.1. INTRODUCTION.....	207
5.2.RAPPEL SUR LE TORSEUR DES FORCES EXTERIEURES.....	207
5.3.RAPPEL DE LA DYNAMIQUE DES PARTICULES.....	208
5.4. PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA DYNAMIQUE.....	209
5.4.1. Théorème de la résultante cinétique.....	209
5.4.2. Théorème du moment cinétique.....	209
5.4.3. Solide mobile autour d'un axe fixe Δ	209
5.5. THEOREME DE L'ENERGIE CINÉTIQUE.....	210
5.5.1. Puissance et travail d'une force.....	210
5.5.2. theoreme de l'energie cinétique.....	211
5.5.3. Conservation de l'énergie mécanique.....	212
EXERCICES RESOLUS.....	213

EXERCICES SUPPLEMENTAIRES.....	
CONCLUSION.....	
Bibliographie.....	