

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE SaaD DAHLAB DE BLIDA

Faculté des Sciences de l'Ingénieur

Département d'aéronautique



Mémoire de fin d'étude

En vue de l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état,

Option : Propulsion

Thème

**Etude De L'Effet des Modèles de Prédiction des Pertes
dans les Turbines Axiales sur leurs Performances
Aérothermodynamiques**

Présenté par :

- TEMIM LAZIZ.
- OKBA AHCENE.

Proposé par :

Mr. Badereddine Aïmed-eddine

REMERCIEMENTS

Je remercie dieu le tout puissant de nous avoir la force ou la santé pour achever ce modeste travail et de nous avoir donné la chance, la patience et la force de s'améliorer en terme de connaissances.

Je remercie tout ce qui m'ont attribué leurs soutiens moraux et assistance durant les six années d'étude ; mon promoteur Mr : BEDERDDINE qui revient l'initiative de m'avoir orienté durant le déroulement de ce travail.

Je dois souligner mon extrême gratitude à l'égard des enseignants pour leur encadrement durant toute la formation et pour tous les personnels de l'EPEA et DAB.

DEDICACES

Je dédie ce modeste travail :

Aux deux qui me sont très chers au monde entier. Mon père et ma mère. je les remercie de tout mon cœur pour tout leur amour, sacrifice et encouragement.

A mes chers frères HAMID, DAICH, et ABDENOUR qui m'ont tous donné pour arriver à achever ce travail.

A mes deux chères sœurs et toute la famille TEMIM.

À mes meilleurs amis : HAMADACHE, DJAMEL, RACHID, OUALID, YAZID, NAIM, MOHAMED, ABDELKADER, MUSTAPHA , ABDESLAM OUAHID ,BILLAL, SAID , RAMDANE ,RABEH .

Et à toute la promotion 99 de l'EPEA et de l'IAB.

RESUME

L'objectif de Notre mémoire est d'étudier le modèle de prédiction des pertes du Craig et Cox et d'AMDC et leurs applications dans la simulation et l'optimisation des turbines axiales.

L'étude comparative de ces deux modèles qui semblent très proches de l'expérience nous montre mieux leurs effets sur les performances aérothermodynamiques des turbines axiales.

L'étude en hors adaptation permet l'exploitation de la turbine par des diagrammes de performances pour s'informer de mieux en mieux de son large domaine de fonctionnement.

Le calcul des différents paramètres s'effectue en chaque station à l'entrée et à la sortie de chaque grille pour un seul étage, puis il est généralisé pour tous les autres étages.

TABLE DES MATIERES

Historique

Nomenclature

Introduction

Chapitre I : GENERALITES SUR LES TURBOMACHINES

I.1-Turbomachine	1
I.1.1- Classification des turbomachines	1
I.1.2- Constitution des turbomachines	4
I.2- Applications des turbines à courant axial	5
I.2.1-Evolution historique et technique	5
I.2.2- turbine a action et a réaction	6
I.2.3-Description des turbomachines	7
I.2.3.1- Les principaux organes	7
.....	
I.3 -Fonctionnement en hors adaptation des turbomoteurs	
.....	8
I.3.1- Diagrammes de la turbine	9
I.3.2- Fonctionnement d'une turbine	10
I.3.2.1- Lignes de fonctionnement dans le diagramme	
du compresseur	10

Chapitre II : MODELISATION DES ECOULEMENTS DANS LES TURBOMACHINES

II.1-Introduction.....	13
II.2-Solutions unidimensionnelles.....	13
II.2.1- Théorème générale de Wu.....	14
II.3-ECOULEMENT AXISYMETRIQUE OU ECOULEMENT MERIDIEN	
II.3.1-Equilibre radial simplifié.....	16
II.3.2-Modèle non simplifié de l'équilibre radial	20
II.3.3-Difficultés rencontrées en régime transsonique et supersonique	
II.4- Solutions quasi-tridimensionnelles	22
II.5-Solutions tridimensionnelles	22
II.6 -Ecoulement aube a aube.....	23
II.6.1-Méthode direct.....	24
II.6.2-Méthode inverse	24

Chapitre III : ETUDE ENERGITIQUE D'UNE TURBINE AXIALE

III.1-Hypothèse et simplifications	26
III.1.1-Propriétés de l'écoulement.....	26
III.1.1.1-Ecoulement stationnaire	26
III.1.1.2-Ecoulement monodimensionnel	26
III.2-Propriétés thermodynamique de l'air et des gaz de combustion	
III.3-Paramètres énergétiques.....	32
III.3.1- Aube et grille d'aubes.....	32

III.3.2 -Paramètre aérodynamique.....	32
III.3.2.1-Diagramme des vitesses	32
III.3.2.2 Écoulement axial	35
III.3.3-Paramètre de conception	38
III.3.3.1-Degré de réaction	38
III.3.3.2-Coefficient de charge	39
III.3.3.3-Coefficient de débit	39
III.4-Fonctionnement d'un étage de turbine axiale	39
III.4.1-Conception d'un étage.....	39
III.4.1.1-Étage à aubes courtes.....	39
III.4.1.2-Étage à aubes longues.....	40
III.4.2-Principe de fonctionnement.....	40
III.4.3-Irregularités dans une grille d'aubes.....	40
III.5-Procédure de calcul des différents paramètres.....	41
III.5.1-Entrée de la machine.....	42
III.5.2-Station 01	43
III.5.3-Station 02	45
III.5.4.-Introduction des pertes	47
III.5.4.1-Grandeurs absolues	49
III.5.4.2-Grandeurs relatives	51
III.5.5-Station 03	52
III.5.5.1-Grandeurs absolues et relatives	55
III.6-Etage 02	56
III.6.1-Entrée de chaque étage	56

III.6.2-Station 01	57
III.6.3-Station 02	58
III.6.4-Station 03	58
III.7- Puissance fournie par un étage (aérodynamique).....	58
III.8- Rendement isentropique de l'étage.....	59
III.9- Le taux de détente.....	59
III.10- Performances de l'étage.....	60
III.11- Performance de la turbine.....	60
III.11.1-La puissance de l'arbre	61
III.11.2-Le taux de détente.....	61
III.11.3-Le rendement isentropique.....	61

Chapitre IV : ETUDE DES PERTES

IV.1.-Classification des pertes.....	62
IV.2 Analyse des pertes.....	63
IV.2.1- Pertes aérodynamiques (ou hydrauliques) dans les Canaux	
IV.2.1.1-Pertes par frottement.....	63
IV.2.1.2-Pertes par décollement ou pertes secondaires	69
IV.2.1.3-Jeux axiaux	71
IV.2.1.4-Pertes liées aux écoulements transsoniques Et supersoniques	71
IV.2.1.5-Pertes par turbulence.....	72
IV.2.1.6-Pertes par hétérogénéité du fluide	73
IV.2.2- Pertes par frottement de disque	73

IV.2.3- Pertes par fuites dans les garnitures d'étanchéité	74
IV.2.4- Pertes mécaniques	75

Chapitre V : LES MODELES DES PERTES

V.1- Rendement et coefficients des pertes dans les turbines axiales.....	76
V.1.1-Définition des coefficients de perte	76
V.2-Modèle AM-DC	78
V.2.1-Coefficient de perte de profile Y_p	79
V.2.2- Coefficient de perte secondaire dans le canal	81
V.2.3 -Coefficient de perte par jeu en bout d'aube.....	82
V.2.4-Coefficient de perte totale	82
V.3-Modele de Craig et Cox.....	83
V.3.1-Le coefficient de perte Totale.....	83
V.3.2- perte de profile	83
V.3.3-Influece de nombre de Reynolds.....	86
V.3.4 - l'influence d'incidence	87
V.3.5- l'influence de nombre de Mach	89
V.3.7-Pertes secondaires	90
V.3.8-Pertes annulaires	92

Chapitre VI : RESULTATS ET INTERPRETATIONS

VI.1- Introduction.....	93
VI.2-Données de programme de calcul.....	93

VI.3-Exemple d'exécution.....	94
VI.4-graphes etinterprétations	97
VI.1.1- Courbe du rendement isentropique.....	97
VI.1.2- Courbe du débit réduit.....	98
VI.1.3-Courbes de variation de coefficients de pertes en fonction de :	
3-1 :-le rapport des vitesses	99
3-2-l'angle d'incidence	102
3-3-le rapport espacement corde (t/c)	105

Conclusion
Bibliographie
Annexe 01
Annexe 02
Annexe 03

Historique

Dans l'histoire de la turbine a gaz, on peut distinguer trois périodes :

La première, celle des précurseurs, est très ancienne puisqu'il est classique de la faire remonter à Heron d'Alexandrie avec son *Eolipile*, simple sujet de curiosité ou d'amusement. Viennent ensuite les premiers dépôts de brevets.

Pour les turbomoteurs, en 1791, l'Anglais John Barber breveté un appareil hybride Puisque cette turbine a gaz comportait encore un compresseur alternatif.

Pour les turboréacteurs, c'est le Français Lorin qui, en 1911, en fait breveter le principe.

La deuxième, celle des premières réalisations, commence à la fin du XIX^e siècle et peut être considérée comme achevée en 1951.

Entre 1872 et 1900 environ, les premiers turbomoteurs sont effectivement construits mais ne peuvent atteindre leur autonomie par suite de l'insuffisance des rendements de compression et de détente. Par contre, entre 1901 et 1906, les recherches des Français *Armengaud et Le Male aboutissent au premier turbomoteur autonome avec un rendement global à 3 %.*

Entre 1935 et 1945, de nombreuses réalisations apparaissent, notamment dans le domaine aéronautique où les turbines a gaz bénéficient des actives recherches menées au cours de la dernière guerre mondiale. Le premier vol d'un avion équipé d'un turboréacteur a lieu en Allemagne, fin août 1939 (moteur HE S 3 monte sur avion Heinkel 178 V1), précédant, en mai 1941, une réalisation voisine en Grande-Bretagne (moteur de Whittle W IX monte sur avion Gloster E.28). Enfin, 1951 voit deux premières mondiales avec des turbines a gaz de la firme française Turbomeca. Le 18 avril, c'est l'hélicoptère SO 1120 Arriel 3 qui effectue un premier vol propulsé par un turbomoteur, l'ARTOUSTE. Le 6 novembre, c'est le premier vol d'un turboréacteur à double flux, l'ASPIN, monte sur le Fouga Gemeaux IV.

La troisième, la période industrielle, commence en 1939. C'est, en effet, au cours des cinquante dernières années que ces machines se sont développées de façon tout à fait spectaculaire.

On peut citer M. Sedille qui, des 1948, présentait avec raison cette évolution : Il est hors de doute que, dans les années à venir, un effort considérable permettra de multiplier dans toutes les branches d'utilisation les installations turbo motrices à gaz .
Actuellement, la turbine à gaz fait partie de notre environnement courant : l'aviation commerciale et militaire utilise quasi exclusivement des machines de ce type pour propulser ses aéronefs.

Pour les applications industrielles, la turbine à gaz est maintenant le concurrent direct des moteurs diesels, et cette évolution est loin d'être terminée.

NOMENCLATURE

r	Constante des gaz	$J/(Kg \cdot K)$
C_p	Capacités thermiques massiques	$J/(Kg \cdot K)$
γ	Exposant isentropique	nombre
H	Enthalpie massique totale	J/Kg
h	Enthalpie massique	J/Kg
T.t	Température totale, statique	K
α	Rapport air/carburant ($\alpha = d_{carb} / q$)	nombre
d_{carb}	Débit de carburant	Kg/S
$d_{carb.b}$	Débit de carburant brûlé	Kg/S
\mathcal{E}	Coefficient d'excès d'air	nombre
U	Vitesse d'entraînement	m/S
V	Vitesse absolue de fluide	m/S
W	Vitesse relative	m/S
ψ	Coefficient de charge	
ϕ	Coefficient de débit	
ζ	Coefficient de perte totale	
ζ_p	Coefficient de perte de profil	
ζ_s	Coefficient de perte secondaire	
ζ_A	Coefficient de perte annulaire	
ζ_p	Coefficient de perte rotor	
ζ_{s0}	Coefficient de perte secondaire initiale	
$\chi_{\bar{r}}$	Le facteur de correction de nombre de Reynolds	
χ_i	Facteur de correction de l'incidence	
ζ_{p0}	Coefficient de perte de profile initiale	
$\Delta \zeta_{p2d}$	Variation de perte profile	
$\Delta \zeta_{p3d}$	Variation de perte profile	
$\Delta \zeta_{p2d}$	Variation de perte profile	
b_B	La cambrure de profile	
F_L	Coefficient de portance	
C_R	Coefficient de corrélation	
α_{out}	Angle de sortie d'étage	deg
i	Angle d'incidence	deg
i_{min}	Angle d'incidence minimum	deg
i_{stat}	Angle d'incidence positif de décrochage	deg

i_{-bas}	Angle d'incidence positif de décrochage	deg
i_{+sb}	Incidence positive	deg
i_{+CR}	Incidence positive	deg
i_{-stat}	Incidence négative de décrochage	deg
i_{-bas}	Incidence négative	deg
i_{-sb}	Incidence négative	deg
F_i	Rapport d'incidence	
r_t	Rayon au sommet	m
r_b	Rayon de base	m
Ψ	Fonction de courant	
Φ	Fonction potentiel	

<i>Figures</i>	page
Figure (I.1) Machine axiale a plusieurs étages	02
Figure (I.2) Machine radiale	03
Figure (I.3) Différents organes caractérisants un turbomoteur	07
Figure(I.4) Diagrammes de la turbine	10
Figure (I.5) Diagramme du compresseur	11
Figure (II.1) Surfaces de courant S_1 et S_2 (d'après Wu, 1952).	14
Figure (II.2) Evolution des vitesses dans une machine axiale et équilibre radial	17
Figure (II.3) Distributions de vitesses pour les types de vortex les plus courants	19
Figure (II.4) Définition des variations dans le plan aube à aube	23
Figure (III.1) Aspect tridimensionnel de l'écoulement.	27
Figure (III.2) schéma d'un distributeur	33
Figure (III.3) schéma du mobile	33
Figure (III.4) Diagramme entropique et enthalpique de détente dans la roue	34
Figure (III.5) triangle des vitesses pour un écoulement axial	35
	36
Figure (III.6) triangle des vitesses montrant l'intérêt des aubes fixes	36
Figure (III.7) Section de passage pour des différents nombres de Mach	41
Figure (III.8) : La détente réelle et isentropique (Diagramme T,S)	47
Figure (IV.1) – Variation du coefficient de pertes d'une grille mobile en fonction de l'angle d'entrée	64
Figure (IV.2) – Régimes de la couche limite sur une plaque plane	66
Figure (IV.3)- Canal délimité par deux plaques planes parallèles	67
Figure (IV.4) – Influence de la forme de profile et le nombre du Mach sur les pertes	68
Figure (III.5) Exemple de décollement	69
Figure (IV.6) l'écoulement secondaire	70
Figure (IV.7) perte par frottement de disque	73
Figure (V.1) Terminologie de la section d'aube	79
Figure (V.5) Y_p pour $(\beta_1=0)$	80
Figure (V.6) Y_p pour $(\beta_1=\alpha_2)$	80
Figure (V.7) Les pertes profils De Craig et cox	84
Figure (V.8) Paramètre de portance F_l	84
Figure (V.9) le facteur de nombre de Reynolds	86
	87
Figure (V.10) l'influence d'incidence sur les pertes donnée par c.c	87
Figure (V.11) perte de nombre de mach	89
Figure (V.12) les pertes secondaires	91
Figure (V.13) facteur d'allongement	91
Figure (VI.1) variation du rendement isentropique en fonction du taux de détente	97

Figure (VI.2) variation de débit réduit en fonction de taux de détente	98
Figure (VI.3) variation des coefficients de perte stator etage1 avec (rv)	99
Figure (VI.4) la variation des différentes pertes avec rv	100
Figure (VI.5) variation des coefficients de perte stator etage2 avec (rv)	101
Figure (VI.6) : la variation des différentes pertes stator etage2 avec rv	101
Figure (VI.7) variation des coefficients de perte rotor etage1 avec l'incidence	102
Figure (VI.7.1) variation des différents coefficients de perte stator etage1 avec l'incidence	103
Figure (VI.8) variation des coefficients de perte rotor etage 2 avec l'incidence	103
Figure (VI.9) variation des coefficients de perte stator etage1 avec le rapport (t/c)	105
Figure (VI.10) variation des coefficients de perte rotor etage1 avec t/c	105

Introduction

INTRODUCTION

La conception des turbomachines en générale et des turbines axiales spécialement nous donne les performances de ces dernières dans les régimes nominaux soit pour les conditions d'entrées ou pour les conditions de fonctionnement (vitesse de rotation et charges des turbines). mais dans cette étude on cherche le comportement de ces turbines lors du fonctionnement en hors adaptation, veut dire en hors des régimes nominaux (les hauts régimes et les bas régimes) avec la variation des différents paramètres : pression et température de fin de combustion , vitesse de rotation et vitesse de l'écoulement , le nombre du Mach.

L'étude des modèles de prédiction des pertes dans les turbines axiales et leurs effets sur les performances aérothermodynamiques nous permet d'abord, de faire connaître la géométrie de cette machine qui joue un rôle très important pour son bon fonctionnement, ainsi que l'étude de conception qui détermine les dimensions, et les déviations de l'écoulement, (les angles d'entrées et de sorties).

La plupart de ces modèles ont été développés à partir des résultats de mesures obtenus en laboratoire dans des souffleries d'essais spécialement prévues à cet effet.

Les écoulements ainsi obtenus en laboratoire diffèrent considérablement de ceux rencontrés dans les machines réelles, les différences essentielles résident dans la nature et la température du fluide utilisé, les conditions de l'écoulement amont toujours meilleures en laboratoire et les conditions géométriques qui ne correspondent pas nécessairement à celle de la réalité, c'est pour cela que la prudence est nécessaire dans l'interprétation des résultats obtenus en laboratoire.

Cependant, l'étude comparative de ces modèles reçoit une attention particulière et fait l'objet d'intenses et nombreuses recherches afin de prédire approximativement les performances de la machine.

Notre mémoire consiste à faire une étude comparative entre le modèle d'AMDC et celui de CRAIG et COX qui semblent donner des résultats proches de l'expérience

C'est pour cela que notre travail sera présenté sous formes de :

- */Généralités sur les turbomachines et le fonctionnement en hors adaptation des turbines en particuliers.

- */Etudes des modélisations de l'écoulements

- */L'étude énergétique de la turbine et définition de quelques paramètres et leurs propriétés thermodynamiques.

- */L'études des différentes pertes qui influent sur les performances de la turbine (définition et description).

- */ Description des différents modèles de prédiction des pertes, ils traitent les différents types des pertes chacun sa méthode qui fait appel à des formules empiriques résultantes des épreuves expérimentales.

Dans le dernier chapitre nous allons basé sur l'étude comparative entre le modèle de Craig-cox et d'AMDC.

Finalement, on trouve les résultats, leurs interprétations et la validité du modèle choisi.

Chapitre I

Généralités sur les turbomachines

I -GENERALITES SUR LES TURBOMACHINES

I.1-Turbomachines [3]

On appelle turbomachine un ensemble mécanique de révolution comportant une ou plusieurs roues (rotors) mobiles munies d'aubes (aubages, ailettes) qui ménagent entre elles des canaux à travers lesquels le fluide s'écoule.

L'échange d'énergie s'effectue dans le rotor et résulte du travail des forces aérodynamiques sur les aubes produites par l'écoulement du fluide autour de celles-ci, et qui résultent principalement de la différence de pression entre les deux faces des aubes.

Remarquons que, bien que le travail soit produit cette fois encore par les contraintes de pression, il se fait sans déformation de la frontière du système comme pour les machines volumétriques, mais simplement par rotation des aubes.

Il existe une très grande variété de turbomachines. Aussi, avant d'en examiner plus avant le principe de fonctionnement, il est utile d'en faire une classification selon divers critères et de l'illustrer par des exemples concrets.

I.1.1- Classification des turbomachines

De nombreux critères servent à classer les turbomachines. Les plus importants sont les suivants :

I.1.1.1- Sens de l'échange d'énergie

On distingue les machines réceptrices qui reçoivent du travail et les machines motrices qui en fournissent. Parmi les machines réceptrices, on trouve les turbopompes, les ventilateurs, les turbosoufflantes, les

turbocompresseurs et les hélices aériennes et marines. Les principales machines motrices sont les turbines à vapeur et à gaz, les turbines hydrauliques, ainsi que les éoliennes.

Ces deux classes de machines présentent des différences importantes du point de vue de leur conception aérodynamique.

En effet, les machines réceptrices sont le siège d'une compression (élévation de pression) du fluide, alors que les machines motrices font intervenir une détente.

Or, les pertes visqueuses dans les écoulements fluides sont très sensibles au gradient de pression et augmentent fortement lorsque celui-ci devient trop important, en raison du phénomène de décrochage.

I.1.1.2-Direction principale du tube de courant

Dans certaines machines, le tube de Courant traversant la machine est essentiellement parallèle à l'axe de la machine, et on les appelle donc des machines axiales. Les hélices aériennes et marines appartiennent à cette catégorie, mais aussi certains ventilateurs, ainsi que les compresseurs et turbines axiaux des turboréacteurs, et les turbines hydrauliques de type Kaplan. Dans de nombreux cas, en particulier dans les turboréacteurs, les machines axiales comportent plusieurs étages.

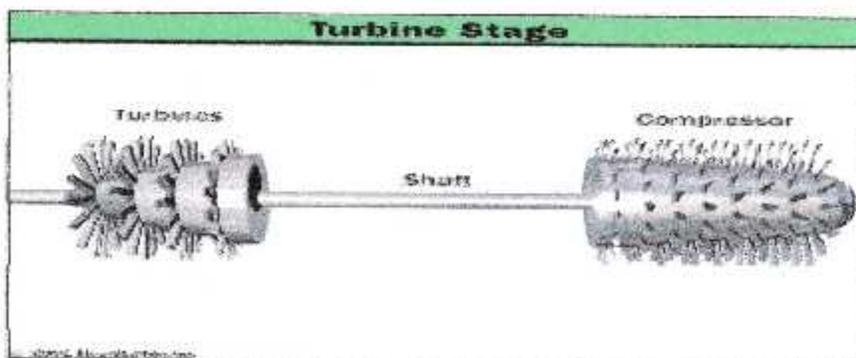


Figure (I.1) machine axiale à plusieurs étages [3]

Dans d'autres machines au contraire, le tube de courant traversant la machine est essentiellement perpendiculaire à l'axe, et la machine est dite *radiale (centrifuge ou centripète)*. Pour des raisons que l'on discutera plus loin, on peut échanger une plus grande quantité d'énergie dans un étage radial que dans un étage axial, de sorte que, pour une application donnée, une machine radiale comporte moins d'étages que la machine axiale équivalente.

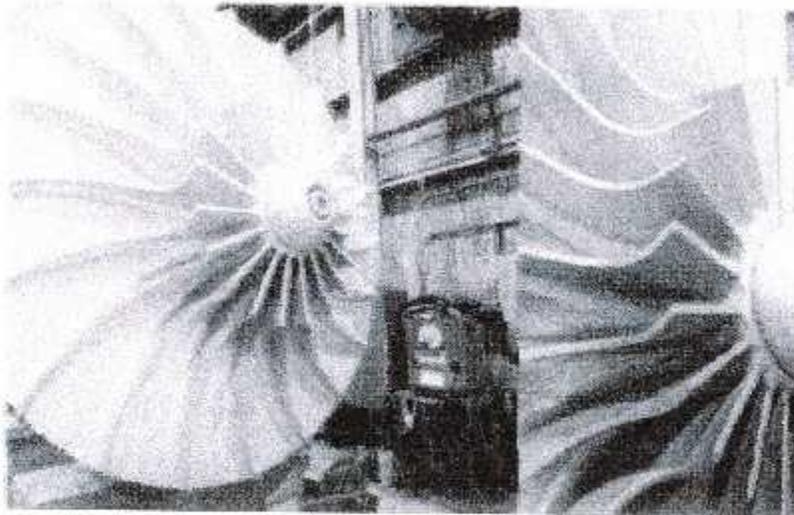


Figure (I.2) machine radiale [3]

Bien évidemment, au voisinage de l'axe, l'écoulement doit prendre une direction axiale. Il existe également des configurations intermédiaires, dites *mixtes*, dans lesquelles l'écoulement a des composantes tant axiales que radiales. C'est le cas par exemple des turbines hydrauliques de type Francis. Dans certaines machines enfin, l'écoulement est tangential, c.-à-d. que les particules des fluides se déplacent dans un plan parallèle à l'axe de la roue.

Outre ces deux catégories principales, on distingue également :

– les machines hydrauliques (à écoulements incompressibles) et les machines à écoulements compressibles ;

- les machines à action, dans lesquelles la pression reste constante à travers le rotor, et les machines à réaction dans lesquelles elle varie : on reviendra sur *cette distinction plus avant* ;
- les machines à admission totale, dans lesquelles le rotor est alimenté sur la totalité de sa surface d'entrée, et les machines à admission partielle où seule une partie du rotor est alimentée. C'est toujours le cas des turbines hydrauliques de type Pelton, et pour certaines turbines à vapeur pour lesquelles l'admission partielle est utilisée pour le réglage du débit. L'admission partielle est réservée aux machines à action.

I.1.2 Constitution des turbomachines

Une turbomachine ne comportant qu'un seul rotor est dite à simple étage ou encore monocellulaire. Les machines comportant plusieurs étages sont également appelées multicellulaires.

Une machine monocellulaire complète se compose de trois organes distincts que le fluide traverse successivement :

I.1.2.1- Le distributeur

Dont le rôle est de conduire le fluide depuis la section d'entrée de la machine [identifiée par l'indice 0] à la section d'entrée du rotor [identifiée par l'indice 1] en lui donnant une vitesse et une direction appropriées.

Le distributeur peut être une simple canalisation ou comprendre une couronne d'aubes fixes (stator, indispensable s'il faut dévier l'écoulement tangentiellement), appelées en anglais « Inlet Guide Vanes (IGV) ». Ces aubes sont parfois orientables afin de régler le débit.

1.1.2.2-Le rotor

Au sein duquel s'effectue l'échange d'énergie par travail des forces
Aérodynamiques sur les aubes en rotation.

On appelle degré de réaction le rapport exprimé en pour-cent de cette variation d'énergie piézométrique dans le rotor à l'énergie totale échangée dans l'étage. Lorsque le degré de réaction est nul et que les canaux mobiles ne sont donc le siège que d'une variation d'énergie cinétique, la cellule est dite à action. Dans le cas contraire, plus général, elle est dite à réaction.

1.1.2.3-Le diffuseur

Dont le rôle est de collecter le fluide à la sortie du rotor identifiée par l'indice 2 et l'amener à la section de sortie de la machine identifiée par l'indice 3.

Comme pour le distributeur, le diffuseur peut inclure une couronne d'aubes fixes. Ces aubes fixes sont notamment utiles lorsque l'écoulement a une composante tangentielle de vitesse à la sortie du rotor et servent à ramener l'écoulement dans la direction principale du tube de courant (axiale ou radiale), raison pour laquelle on utilise parfois le terme redresseur.

1.2- Application des turbines a courant axial [3]

1.2.1- Evolution historique et technique

C'est dans l'aéronautique que la turbine à gaz s'est imposée en priorité. Les Turboréacteurs sont utilisés de façon quasi universelle pour la propulsion des *Appareils à voilure fixe : avions et missiles.*

Seule l'aviation générale (tourisme, affaires) utilise encore les moteurs alternatifs mais leur domaine est sans cesse grignoté par la turbine à gaz.

Pour les voilures tournantes, de façon similaire, les turbomoteurs équipent aussi la quasi-totalité des différents types d'hélicoptères.

1.2.2-turbine à action et à réaction [2]

Dans la turbine à action, toute la détente est effectuée dans les aubages fixes, et la pression est la même à l'amont et à l'aval de la roue.

Il n'existe pratiquement plus de turbine à fluide compressible à action pure, sauf *peut-être dans les petites puissances.*

Par contre, dans les grosses turbines à vapeur, le premier étage est très souvent à action car on va l'utiliser en injection partielle pour régler la puissance de la machine en faisant varier le débit par la section.

La pression étant la même de part et d'autre des aubes mobiles, on peut injecter du fluide seulement dans un secteur, sans que des écoulements parasites liés à des différences de pression se produisent dans les autres secteurs. Il est *nécessaire à l'aval de ménager une large chambre pour homogénéiser l'écoulement* qui va aborder les étages suivants.

Un autre intérêt d'un étage à action à l'entrée du corps haute pression est de faire baisser plus rapidement la température, un tel étage permettant une chute élevée. Cela peut éviter certains problèmes thermiques.

Les turbines sont donc pratiquement toutes à réaction variable ; cependant, on continue à parler pour les turbines à vapeur de techniques à action et à *réaction.*

1.2.3 Description des moteurs turbo machines [4]

1.2.3.1 -Les principaux organes

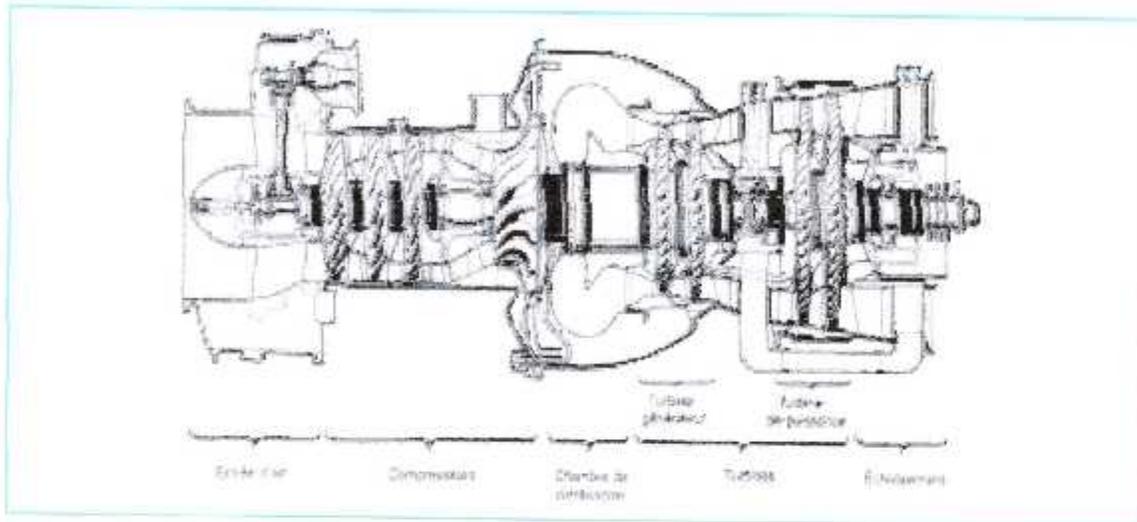


Figure (1.3) Différents organes caractérisants un turbomoteur [3]

a- L'entrée d'air

L'entrée d'air permet de convertir l'énergie cinétique de l'air en énergie de pression. Lorsque l'avion avance l'air pénètre par ce conduit alimentant le compresseur. Sa conception doit être conçue pour ne pas affecter les performances de l'avion, ne pas avoir de traînée. Diriger l'air dans le compresseur en évitant les turbulences.

b- Le compresseur

Le compresseur fournit la quantité maximale d'air sous pression qui puisse être chauffée dans la chambre de combustion. Il est composé d'un disque entouré d'ailettes formant le rotor, Celles-ci en tournant aspirent l'air.

c- La chambre de combustion

La chambre de combustion permet de transformer l'énergie chimique du carburant en énergie calorifique. L'air comprimé est dirigé dans la chambre de combustion. Au contact de la flamme, le mélange air- carburant produit la chaleur nécessaire à la poussée.

d- La turbine

La turbine transforme l'énergie cinétique et thermique des gaz en énergie mécanique. La turbine tourne grâce aux gaz qui frappent les ailettes et entraîne le compresseur. La turbine tourne donc pour faire tourner le compresseur ; une partie de l'énergie des gaz de sortie est utilisée pour comprimer les gaz d'entrée.

e- La tuyère

La tuyère sert à convertir la pression des gaz en énergie cinétique. A la sortie du moteur, la pression des gaz doit être la plus faible possible et la vitesse la plus élevée possible.

1.3-Fonctionnement en hors adaptation des turbomoteurs [2]

Les calculs des cycles thermodynamiques ne sont valables qu'en un point de fonctionnement appelé point nominal.

L'étude du fonctionnement hors adaptation consiste à analyser le comportement du moteur et son cycle thermodynamique en dehors de ce point nominal, dans un état qui peut être obtenu soit par variation de la vitesse de rotation ou de la température entrée turbine, soit par variation des conditions d'alimentation du turbomoteur (pression et température d'entrée).

Le calcul du cycle thermodynamique au point nominal conduit au dimensionnement de chaque composant et finalement de la machine.

Les principaux composants (compresseur, turbine, chambre de combustion, échangeurs de chaleur, etc.) sont définis physiquement et thermodynamiquement en particulier, les diagrammes du compresseur et de la turbine, indispensables aux calculs des performances hors adaptation, peuvent être estimés.

1.3.1 Diagrammes de la turbine

Le fonctionnement d'une turbine est caractérisé par :

- son taux de détente ;
- sa vitesse de rotation réduite ;
- son débit réduit ;
- son rendement ;
- l'angle que fait l'écoulement absolu en sortie de la dernière roue mobile, par rapport à l'axe de la machine (souvent appelé *giration*).

Comme pour les compresseurs, les caractéristiques des turbines ne sont fonction que de deux variables réduites indépendantes.

Ces caractéristiques, hors point nominal, sont souvent représentées par les trois diagrammes de la figure (1.4) qui indiquent respectivement les variations :

- du rendement en fonction du taux de détente pour chaque vitesse réduite ;
- de la giration en fonction du taux de détente pour chaque vitesse réduite ;
- du débit réduit en fonction du taux de détente pour chaque vitesse réduite.

Ce dernier diagramme montre – et ceci est général – qu'à partir d'une certaine valeur du taux de détente le débit réduit devient constant ; le régime d'écoulement est alors bloqué car il correspond à un écoulement sonique, en général au niveau du col du distributeur du premier étage de la turbine.

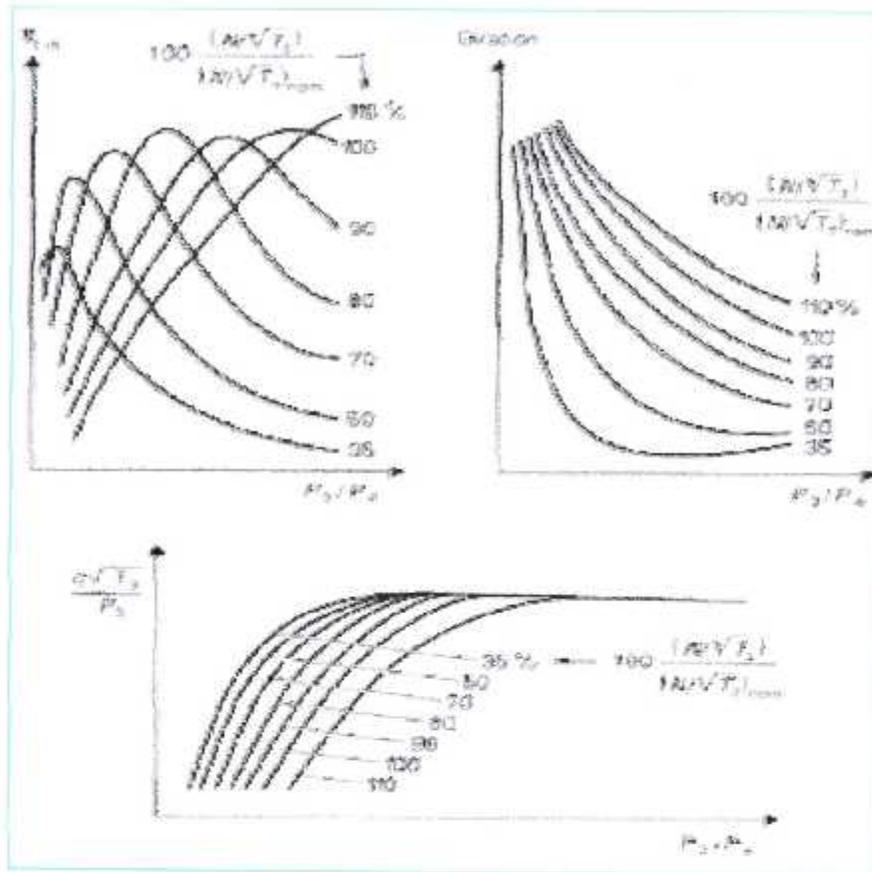


Figure (1.4) Diagrammes de la turbine [3]

1.3.2- Fonctionnement d'un turbomoteur

1.3.2.1- Lignes de fonctionnement dans le diagramme du compresseur

Le fonctionnement d'une turbine liée est régi par le fait que dans la majeure partie de son domaine l'écoulement dans la turbine est bloqué.

La figure (1.5) montre que, dans un diagramme de compresseur, chaque point d'une iso vitesse correspond à une valeur de T_3/T_1 donc à une valeur de T_3 , pour T_1 fixé.

Pour positionner au mieux le point de puissance maximale par rapport au point de pompage. Si ce point de fonctionnement extrême est trop près du point

de pompage, la machine sera exposée à des risques de déclenchement du pompage tout à fait inacceptables pour la sécurité des vols et nuisibles à la fiabilité et à la durée de vie du moteur. Si, au contraire, le point de fonctionnement extrême est trop éloigné du point de pompage, les performances (puissances et consommations de carburant) seront fortement dégradées à cause de la détérioration du cycle thermodynamique due à une baisse du taux de compression et du rendement du compresseur.

Dans la pratique, le calcul des performances hors adaptation se fait par itération sur le débit réduit turbine à partir des conditions d'alimentation (P_1, T_1), d'une vitesse de rotation N et d'une valeur de T_3 , comme schématisé sur la (figure I.5).

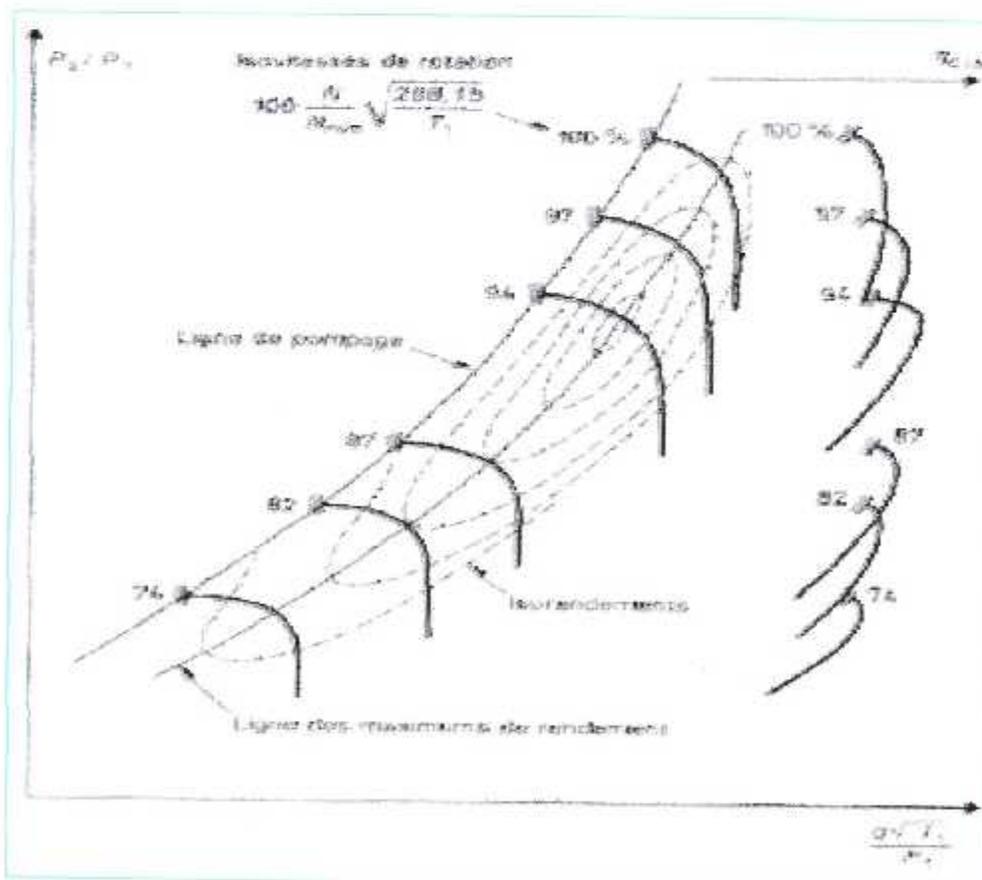


Figure (I.5) Diagramme du compresseur [3]

Par ailleurs et pour la plupart des cas (turbomoteurs d'hélicoptères et turboalternateurs), les turbines liées fonctionnent, par le biais du régulateur, à vitesse de rotation N constante. Si, en outre, la température d'entrée T_1 est aussi constante, le point de fonctionnement décrira dans le diagramme du compresseur une iso vitesse réduite et cela du débit de blocage vers le débit de pompage au fur et à mesure que T_3 , donc la puissance augmentent.

L'adaptation du turbomoteur est une opération que le constructeur effectue lors de la conception puis de la mise au point, et qui consiste à ajuster les sections de passage des distributeurs des turbines

Ce calcul permet d'établir un diagramme, en coordonnées réduites, qui caractérise la turbine liée sur le plan de ses performances.

Établi pour des conditions privilégiées de température et de pression d'alimentation, la plupart du temps en norme aéronautique ($T_1 = 288,15 \text{ K}$ et $P_1 = 101\,325 \text{ Pa}$), ce diagramme relie puissances et consommations à la vitesse de rotation et à la température entrée turbine.

Nous passerons maintenant à présenter les processus de conception des turbomachines en étudiant les différents types des modélisations utilisées

Chapitre II

Modélisation des Ecoulements dans les Turbomachines

II-MODELISATION DES ECOULEMENTS DANS LES TURBOMACHINES

II.1-Introduction

Nous présenterons dans ce chapitre une description des méthodes les plus utilisées pour la conception et le projet des turbomachines.

On présentera tout d'abord une approche générale du processus de conception *des turbomachines en indiquant les différents types de modélisations utilisées*. On détaillera, ensuite, cette démarche qui ressemble, en ses étapes générales, à l'évolution qu'a subie la démarche de modélisation des turbomachines au cours du temps. Après un bref aperçu des équations générales qui régissent les écoulements internes en turbomachines, les différents types de solutions et leurs hypothèses simplificatrices, on présentera les différentes méthodes spécifiquement adaptées à l'analyse de ces écoulements par ordre de complexité croissante : les méthodes unidimensionnelles, bidimensionnelles, quasi-tridimensionnelles et tridimensionnelles. Dans cette partie du chapitre, on portera une attention particulière aux méthodes qui ont servi de base au présent travail : *notre attention s'est portée sur les analyses unidimensionnelles, (l'équation d'Euler des turbomachines, l'équilibre radial simplifié, ainsi que sur certaines méthodes bidimensionnelles et quasi-tridimensionnelles)*. On présentera le modèle quasi-tridimensionnel SI-S2 proposé par Wu en 1952 décomposant l'écoulement tridimensionnel en deux écoulements bidimensionnels couplés : l'un constitué de l'écoulement aube à aube et l'autre de l'écoulement méridien.

II.2 -Solutions unidimensionnelles

Les méthodes unidimensionnelles travaillent sur une ligne de courant moyenne, sur un tube de courant ou sur un rayon moyen de la machine, ce qui permet de définir un travail représentatif des performances globales.

Dans la réalité, il est évident que les performances seront déterminées non seulement par la section moyenne mais également par la moyenne de tout l'écoulement

la réalité, il est évident que les performances seront déterminées non seulement par la section moyenne mais également par la moyenne de tout l'écoulement du moyeu au carter. Bien entendu, l'écoulement réel est tridimensionnel et, en fait, extrêmement complexe. Néanmoins, les relations unidimensionnelles parviennent à décrire assez bien l'écoulement interne pour être à l'origine d'une grande partie des méthodes très répandues dans l'industrie. Avec en outre l'avantage non négligeable de sa simplicité intrinsèque.

II.2.1-Théorème générale de Wu

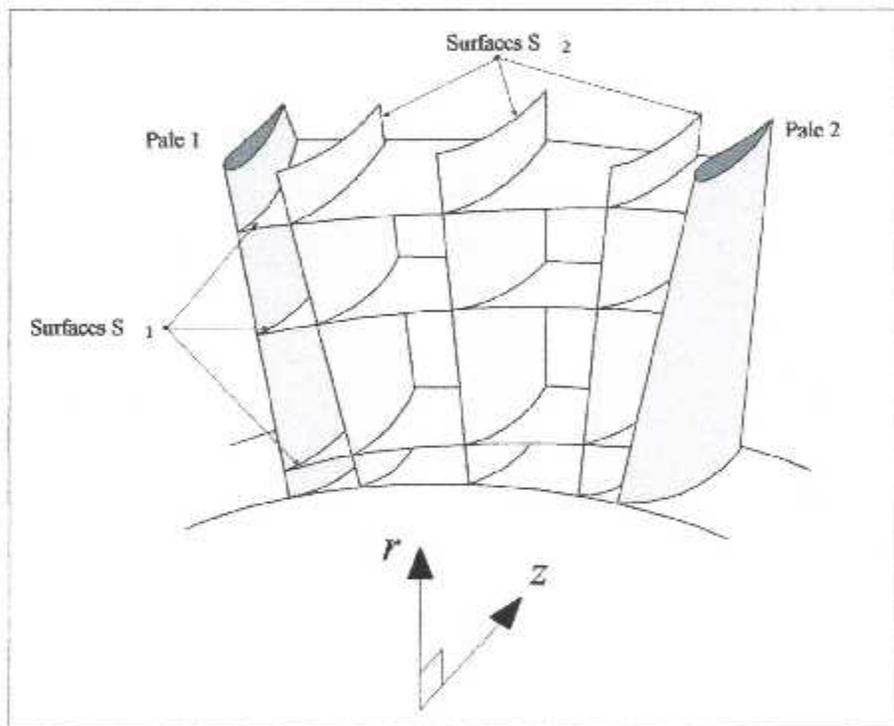


Figure (II.1) Surfaces de courant S_1 et S_2 (d'après Wu, 1952).

Les surfaces S_2 suivent la déflexion principale provoquée par la courbure des profils de pales et par leurs charges aérodynamiques associées. A cause de la différence de pression statique entre l'extrados de la pale 1 et l'intrados de la pale 2, la courbure de chaque surface de courant S_2 est différente ce qui exige l'utilisation de plusieurs surfaces pour obtenir une modélisation précise. Les surfaces S_1 sont

différentes des surfaces de révolution que l'on a considéré dans le cas simple déjà présenté. Dans le modèle de Wu, les surfaces S_1 doivent être vrillées pour permettre les variations induites par les différentes surfaces S_2 . Les surfaces S_1 et S_2 présentées, représentent une sélection des surfaces de courant qui traversent la zone aubée. En résolvant les équations du mouvement dans cette grille, on obtiendra des estimations améliorées successivement des surfaces S_1 et S_2 permettant le couplage dynamique des paramètres de l'écoulement. L'approche itérative pour obtenir une bonne estimation de l'écoulement tridimensionnel a été établie d'une manière très complète par Wu, dans un article rigoureux, très en avance sur son temps. Ce concept demeure, encore aujourd'hui, comme une présentation extrêmement utile des équations de base qui régissent l'écoulement en turbomachines et a constitué un remarquable essai de modélisation numérique bien avant la disponibilité d'ordinateurs suffisamment puissants.

Le premier schéma informatique majeur basé sur les travaux de Wu, a été publié par Marsh (1966) concernant l'écoulement méridien axisymétrique sur la surface S_2 dite moyenne. D'autres formulations alternatives des équations ont été développées avec notamment, la méthode "Time Marching" de Denton (1982) qui a ouvert des perspectives vers l'analyse tridimensionnelle des écoulements compressibles dans les codes pratiques de conception. Potts (1987) (1991) a été en mesure d'adapter cette méthode pour étudier le vrillage des surfaces de courant S_1 dans des grilles très vrillées de turbines. En dehors de ce schéma et de plusieurs autres publiés, les sociétés industrielles ont développé leurs propres codes d'analyse méridienne ou opté pour des codes commerciaux.

II.3-ÉCOULEMENT AXISYMETRIQUE OU ÉCOULEMENT MERIDIEN

Rappelons que ce schéma d'écoulement moyen a l'origine du développement de nombreuses de calcul, consiste à admettre que si le nombre d'aubes est suffisamment élevé, l'écoulement demeure en moyenne axisymétrique à la traversée des diverses roues dont l'action peut être simulée par un champ de forces volumique. Le calcul de cet écoulement moyen, dit également méridien, qui est

mathématiquement bidimensionnel, permet de déterminer, d'une part la géométrie des nappes de courant de révolution a travers toute la machine considérée.

II.3.1- Equilibre radial simplifié [2]

On présentera ici la théorie de l'équilibre radial pour les écoulements incompressibles. Pour son traitement dans les cas compressibles on se référera par exemple à Horlock (1973). Loin des pales, pour un écoulement stationnaire avec des surfaces de courant cylindriques ($r/\partial z = 0$) la vitesse radiale est nulle, et l'équation de quantité de mouvement est donnée sous la forme :

$$V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{V_\theta^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + F_r \quad (II.1)$$

Soit finalement :

$$\frac{V_\theta^2}{r} = \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} \quad (II.2)$$

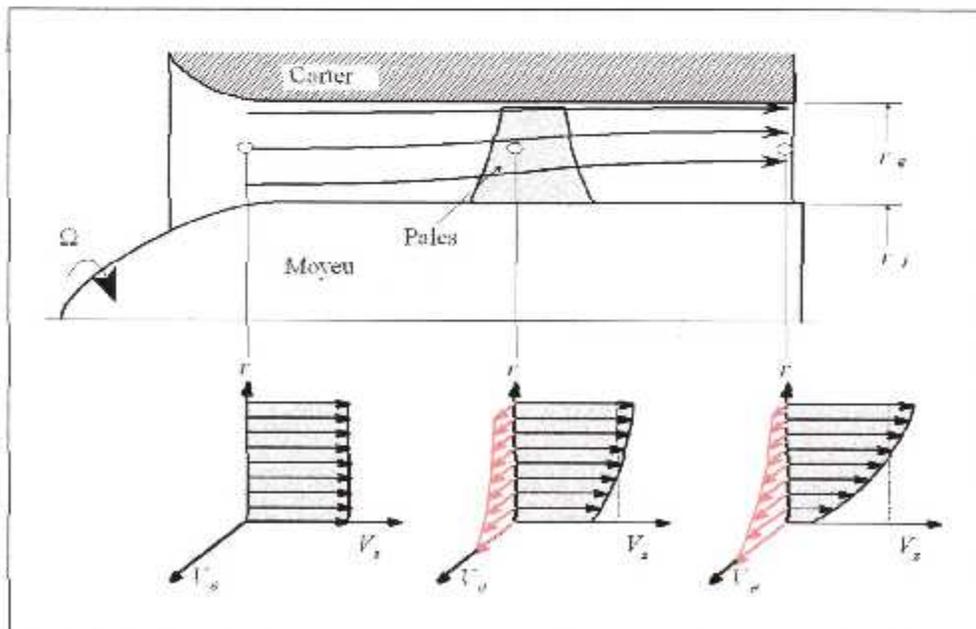


Figure (II.2) Evolution des vitesses dans une machine axiale et équilibre radial

Cette dernière relation est connue comme l'équation d'équilibre radial simplifié. Pour un écoulement uniforme et homogène à l'aval, on peut utiliser la conservation de la rothalpie :

$$I = \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} - \Omega r V_\theta = cte \quad (II.3)$$

En substituant le terme de pression issu de (II.3), on obtient l'équation différentielle :

$$\frac{dV_z^2}{dr} = -\frac{dV_\theta^2}{dr} + 2\Omega \frac{d(rV_\theta)}{dr} - 2\frac{V_\theta^2}{r} = 2\left(\Omega r - \frac{V_\theta}{r}\right) \frac{d(rV_\theta)}{dr} \quad (II.4)$$

Cette équation peut être résolue pour l'une des composantes V_z ou V_θ si l'autre composante est connue en fonction de r . Le résultat ainsi obtenu comporte une constante d'intégration qui sera fixée en fonction du débit global et de l'équation de continuité. Si V_z est connue, l'équation antérieure doit être résolue à l'aide de méthodes numériques de type Runge-Kutta, par exemple. Dans le cas qui nous intéresse, c'est V_θ qui est donnée par les lois de déflexion en grilles ou par d'autres calculs aube à aube et l'équation d'équilibre radial simplifié peut être résolue analytiquement, donnant :

$$V_z(r) = \sqrt{V_z^2(r_i) + \int_i^r 2\left(\Omega r - \frac{V_\theta}{r}\right) \frac{d(rV_\theta)}{dr} dr} \quad (II.5)$$

Dans le cadre du projet d'une turbomachine, la distribution de la vitesse tangentielle V_θ en sortie de roue est l'un des paramètres que le concepteur peut imposer au départ. Plusieurs formes sont utilisées à cet effet, parmi lesquelles l'une des plus générales est donnée par :

$$V_\theta(r) = k_1 r + k_2 + \frac{k_3}{r} \quad (II.6)$$

Trois formes classiques sont répertoriées :

II.3.1.1. Vortex libre :

$$k_1 = k_2 = 0 \quad V_\theta = \frac{k_3}{r} \quad \text{et} \quad V_z = cte \quad (II.7)$$

Dans cette configuration de vortex, l'intérêt réside dans la simplicité puisque la vitesse axiale, le gain d'énergie ou hauteur de fluide, le travail imprimé et la circulation sont uniformes en fonction du rayon. La plupart des machines ont été conçues suivant ce concept qui continue à être utilisé encore aujourd'hui par de nombreux constructeurs. La vitesse tangentielle varie en raison inverse du rayon et les pales sont conçues pour atteindre cet objectif. Il conduit toutefois à des déflexions très importantes près du moyeu ; les pales résultantes sont très vrillées et quelquefois difficiles à réaliser.

II.3.1.2. Vortex forcé : $k_2 = k_3 = 0$

$$V_\theta = k_1 r \quad \text{et} \quad V_z = \sqrt{2 k_1 (\Omega - k_1) r^2 + cte}. \quad (II.8)$$

Appelé de cette façon car la vitesse V_θ suit la même loi que celle d'un solide rigide en rotation. La morphologie des pales est moins torturée (vrillage réduit). De cette configuration résulte en extrémité de pales un système tourbillonnaire et un sillage très importants à cause de la variation radiale de circulation.

Ce tracé n'est pas très souvent utilisé et son champ d'application est réservé aux machines mono étagées (mono cellulaires) et notamment aux hélices de gavage (inducteurs).

II.3.1.3. Vortex constant : $k_1 = k_3 = 0$

$$V_\theta = k_2; \quad V_z = \sqrt{-2 k_2^2 \ln(r) + 2 k_2 \Omega r + cte.} \quad (II.9)$$

Peu utilisé, se présente comme une solution intermédiaire aux deux précédentes. sur la figure (II.3), on montre les trois types de vortex précédemment décrits.

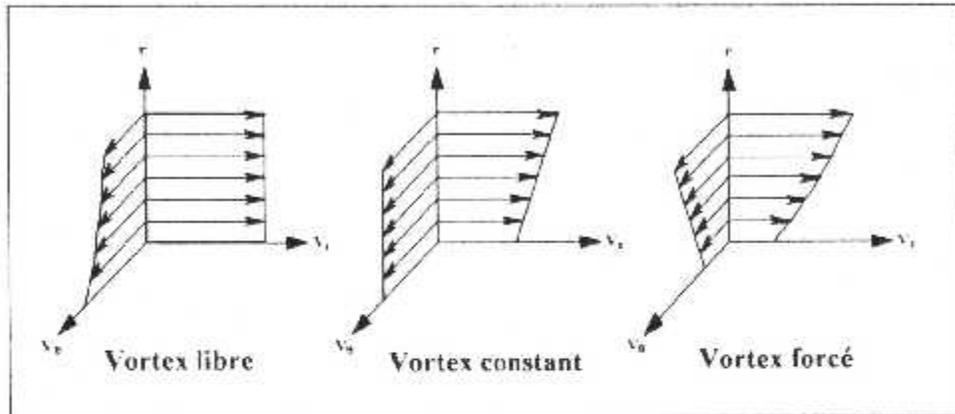


Figure (II.3) Distributions de vitesses pour les types de vortex les plus courants[2].

En quête des meilleures performances, les concepteurs de turbomachines utilisent des lois intermédiaires en combinant les trois types de vortex précédemment décrits. Des synthèses concernant les méthodes d'équilibre radial ont été publiées par Horlock (1973) et par Smith (1966).

II.3.2-Modèle non simplifié de l'équilibre radial

L'équation complète de l'équilibre radial est déduite des équations de (Navier Stocks) en coordonnées cylindriques ou les effets de viscosité et l'hypothèse de l'axisymétrie de l'écoulement moyen ne sont introduits qu'à la fin .

L'équation finale est de la forme :

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{1 - \frac{W_x^2}{a^2}}{1 - \frac{W_M^2}{a^2}} \left[\frac{(W_n^2 + U)^2}{r} - \frac{W_M^2}{\cos \theta} C_M \right] - a^2 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} + \frac{1}{\cos^2 \theta} \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) \begin{pmatrix} \frac{W_x W_r}{a^2} \\ 1 - \frac{W_M^2}{a^2} \end{pmatrix} \\ \text{ou :} \\ \left(1 - \frac{M_{wx}^2}{\cos \theta} \right) \frac{1}{\rho a^2} \frac{\partial p}{\partial r} = \left(1 - M_{wx}^2 \right) \left[\frac{M_{vr}^2}{r} - \frac{M_{wx}^2}{R_m \cos^3 \theta} \right] M_x M_r \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} + \frac{1}{\cos^2 \theta} \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) \end{aligned} \right\} (II.10)$$

Avec :
 $\vec{v} \cdot \vec{n} = 0$

Pour la démonstration voir l'annexe (01).

II.3.3-Difficultés rencontrées en régime transsonique et supersonique

D'une façon générale, l'écoulement méridien est toujours subsonique mais la vitesse relative peut dans certains cas être légèrement supersonique.

Certaines méthodes peuvent même admettre, dans leur principe, des vitesses relatives franchement supersonique mais il faut alors devenir très prudent quant à l'interprétation et la validité des résultats. En effet, dans le cas de vitesses relatives supersoniques, intervient un phénomène qui n'est pas a priori pris en compte dans ces méthodes ; il s'agit de l'extension à une roue mobile du principe de l'incidence unique et qui a deux conséquences principales :

L'écoulement à l'amont de la roue est indépendant de l'aval si, d'une part, les aubes sont suffisamment rapprochées pour que les surfaces caractéristiques montantes sur lesquelles se propagent les perturbations ne traversent pas la roue et si, d'autre part, l'écoulement dans un canal inter aube est amorcé.

Pour une vitesse de rotation donnée, l'incidence de l'écoulement amont pour un nombre de mach donnée et son débit ne dépend que de la géométrie de la roue et non plus d'une condition imposée à l'aval.

Dans le cas d'une roue où l'écoulement relatif amont reste supersonique sur toute l'envergure de l'aube le même principe s'applique et il n'y a en particulier aucune dépendance de l'aval sur l'amont, bien que les vitesses méridiennes restent subsoniques.

Dans le cas d'une roue transsonique, telle que la vitesse relative soit supersonique en tête mais subsonique au moyen, le phénomène est plus complexe : l'interdépendance amont –aval a lieu sur la portion subsonique de l'écoulement, tant que n'apparaissent pas des blocages soniques.

La validité des diverses méthodes tombe en principe en défaut pour de telles configurations supersoniques ; mais la prise en compte du principe d'incidence unique pour chaque coupe peut être faite bien que délicate. Il reste le calcul tridimensionnel exact pour résoudre le problème avant d'aborder la description des méthodes de calcul. Il convient de rappeler que leur finalité est la détermination de la géométrie des nappes de courant ; c'est-à-dire leur position radiale (r, z) et leur épaisseur (b) le long de la méridienne, qui servira de base aux calculs de l'écoulement aube aube (m, θ). Mais la forme de ces nappes dépend étroitement de l'état du fluide et par conséquent des pertes qui apparaissent à la traversée des roues successives. Une utilisation correcte du calcul de l'écoulement méridien nécessite impérativement une prise en compte de ces pertes, qui est obtenue en général par l'emploi de lois empiriques que l'on peut facilement inclure dans le programme de calcul.

II.4 -Solutions quasi-tridimensionnelles

C.H.Wu (1952) a présenté le véritable caractère tridimensionnel de l'écoulement dans son article de référence et a proposé le schéma numérique remarquablement sophistiqué illustré en figure I.8. L'écoulement tridimensionnel est proposé comme la superposition d'un certain nombre d'écoulements bidimensionnels modélisés suivant les surfaces de courant S_1 et S_2 .

II.5-Solutions tridimensionnelles

La simulation numérique des écoulements (en anglais CFD, pour Computational Fluid Dynamics) a stimulé une approche unifiée allant de l'analyse à la conception des turbomachines. La pratique de traiter les turbines hydrauliques et à

vapeur, pompes, et compresseurs à gaz et d'autres turbomachines séparément a laissé sa place à une approche plus intégrée.

Ces développements sont facilités par un dénominateur commun: les équations qui les régissent sont les mêmes pour toutes les turbomachines, avec en plus des équations de *comportement supplémentaires utilisées pour manipuler les cas spéciaux* (par exemple, écoulements bi phasiques). Les conditions aux limites rencontrées dans les turbomachines sont parmi les plus complexes concernant le domaine de la simulation numérique des écoulements.

II.6- Ecoulement aube à aube

Bien qu'il s'agisse de solutions proprement bidimensionnelles, elles sont citées ici car elles constituent un des socles fondamentaux pour les solutions quasi-tridimensionnelles.

Nous avons vu que lorsque l'écoulement est incompressible et irrotationnel, l'écoulement aube à aube est régi par les équations suivantes qui correspondent à l'écoulement potentiel :

$$\Psi_{xx} + \Psi_{yy} = 0 \quad (\text{II.11})$$

$$\Phi_{xx} + \Phi_{yy} = 0 \quad (\text{II.12})$$

Où Ψ et Φ sont respectivement la fonction de courant et la fonction potentiel.

Les conditions aux limites à satisfaire par ces équations sont que la vitesse et la pression à l'infini amont correspondent aux valeurs de l'écoulement libre non perturbé (Par conséquent, Ψ_x , Ψ_y ou Φ_x , Φ_y sont spécifiés en amont) et que les surfaces des pales sont des lignes de courant.

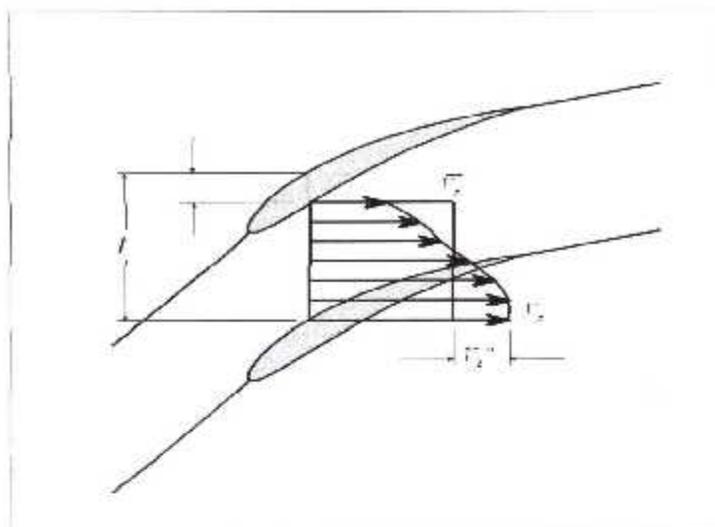


Figure (II.4) Définition des variations dans le plan aube à aube

Il existe deux approches différentes pour la sélection des profils des pales, le problème direct et le problème inverse. Ils peuvent être décrits ainsi :

II.6.1-Problème direct (analyse)

Les profils des pales sont générés par des techniques géométriques dont une loi d'évolution de la ligne moyenne (loi de cambrure) et une loi d'épaisseur. Des séries de grilles ainsi construites avec ces profils sont ensuite analysées par des méthodes théoriques, numériques ou expérimentales pour identifier les plus performantes et déterminer leurs caractéristiques aérodynamiques détaillées.

II.6.2-Problème inverse (dimensionnement)

Cette technique permet au concepteur de spécifier les distributions des vitesses ou pression sur les surfaces des profils à construire. Des méthodes numériques très poussées permettent de déterminer la géométrie des profils qui réalisent ces distributions (Wilkinson 1967, Cheng 1981, Lewis 1982 et 1991, Luu 1992). D'autres méthodes simplifiées permettent avec certaines contraintes imposées sur la géométrie (par exemple une famille fixe de profils), d'obtenir la géométrie la mieux adaptée aux conditions d'entrée et de sortie imposées au départ.

Si les méthodes inverses semblent offrir la solution idéale pour obtenir les caractéristiques souhaitées, elles présentent plusieurs inconvénients, notamment, il n'existe pas toujours un profil correspondant à toute distribution imaginable et, d'autre part, s'elle existe, la solution n'est pas toujours réaliste ou structurellement stable (Wilkinson 1967). Il est important de noter que les deux approches peuvent être utilisées dans le cadre de la conception de turbomachines, mais que les méthodes directes doivent être utilisées dans une boucle itérative dont la géométrie recherchée est obtenue par des améliorations successives de critères objectifs.

La deuxième phase, plus évoluée dans cette progression, est représentée par l'analyse dite quasi-tridimensionnelle ; le présent travail s'inscrit plus particulièrement dans ce domaine. Ces méthodes ont en commun l'idée de décomposer l'écoulement tridimensionnel qui se produit à l'intérieur de la machine en deux écoulements bidimensionnels couplés : l'écoulement aube à aube et l'écoulement méridien. Pour ces deux types de calcul il existe plusieurs méthodes de modélisation et de résolution.

A cette étape de la conception, il est fréquent de faire appel aux méthodes ou corrélations pour prendre en compte les effets des couches limites, écoulements secondaires, fuites dans les jeux et pertes visqueuses.

Le chapitre suivant nous montre bien que sur le plan énergétique, les propriétés de l'écoulement sont considérées comme une partie la plus importante pour déterminer les paramètres de conception et les performances des turbomachines.

Chapitre III

Etude Energétique d'une Turbine Axiale

III. ETUDE ENERGETIQUE D'UNE TURBINE AXIALE

III.1- hypothèses et simplifications

III.1.1-propriétés de l'écoulement

III.1.1.1- Ecoulement stationnaire

L'écoulement qui traverse le canal formé par deux aubes adjacentes d'une roue mobile précédées de celle d'un distributeur fixe (ou le contraire), a une vitesse de grandeur pulsatoire, ce qui explique l'interaction entre l'aubage fixe et mobile, faisant varier la vitesse absolue de l'écoulement en grandeur et en direction. Au niveau des calculs, cet aspect est négligé c'est-à-dire que l'écoulement est considéré stationnaire, par contre les pertes sont prises en considération au niveau des rendements de détente et de compression.

III.1.1.2- Ecoulement monodimensionnel

Comme il s'agit d'étudier une grille d'aubes radiantes l'écoulement à travers est tridimensionnel dépendant des paramètres, (z, r, θ) (figure III.1), la méthode de calcul d'un tel écoulement comprend deux parties :

- **La première** : est un calcul des différents paramètres au rayon moyen r_m , pour cela des considérations simplificatrices s'imposent.

On suppose que :

- 1- Les aubes soient très serrées et de nombre infini ($\theta = 0$) ;
- 2- Les aubes sont courtes, c'est-à-dire que la longueur radiale h (hauteur d'aube) est petite par rapport au rayon moyen de la veine (tube de courant traversant la grille d'aubes), d'où on néglige les variations de la vitesse circumférentielle et le pas de la base au sommet de l'aube, c'est-à-dire des aubes à profil constant non vrillés (grille plane parallèle) ;

-**La seconde** : c'est de calculer les variations des différents paramètres par rapport au rayon (grille d'aube longue), en considérant que l'écoulement est une association de plusieurs tranches de faible hauteur h et de rayons successifs, répondant chacun aux critères des aubes courtes de la première partie.

Cependant, ce présent travail s'intéressera spécialement à la première partie de cette méthode de calcul.

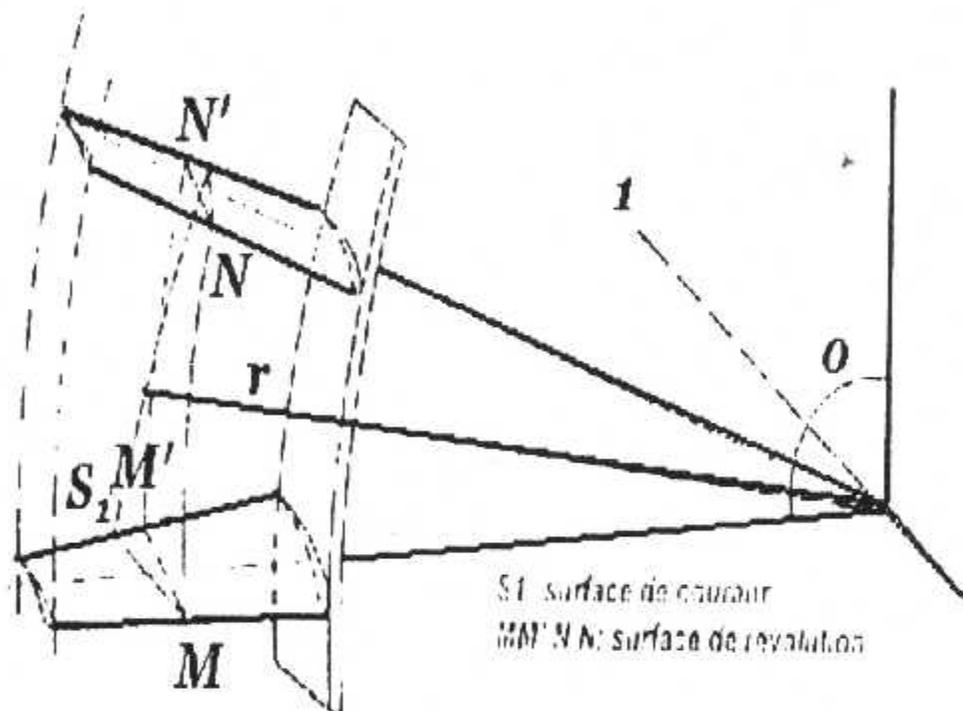


Figure (III.1) : Aspect tridimensionnel de l'écoulement

III.2-Propriétés thermodynamiques de l'air et des gaz de combustion

Ces grandeurs sont fournies ci-après pour l'air et pour les gaz de combustion du kérosène dans l'air, ce carburant étant le plus utilisé dans les turbines à gaz. Plus précisément, on considère un kérosène moyen de formule chimique avec $C_X H_Y$ $Y/X = 1.927$

-**Pour l'air :** Pour des calculs ne nécessitant pas une grande précision, on peut se contenter des valeurs approchées :

$$r = \frac{8314.4}{M(\text{g/mole})} \approx 287 \quad [\text{J}/(\text{Kg.K})]$$

$$C_p = 1000 \quad [\text{J}/(\text{Kg.K})] \quad \gamma = 1.33$$

Les valeurs précises de γ se déduisent des C_p à partir de la relation de Mayer :

$$\frac{r}{C_p} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \quad (\text{III.1})$$

D'où :

$$\gamma = \frac{C_p}{C_p - r} \quad (\text{III.2})$$

On peut calculer C_{pa} , H_a ϕ_a et pour l'air à partir de formules analytiques simples de précision suffisante (0,3 % jusque vers 1 400 K ; 1 % vers 1 800 K) et bien adaptées aux calculs sur ordinateurs.

Il suffit de connaître $C_{pa}(T)$ puisque $H_a(T)$ et $\phi_a(T)$ s'en déduisent par intégration directe :

$$H_a(T) = \int_{T_0}^T C_{pa}(T) dT \quad (\text{III.3})$$

Et

$$\phi_a(T) = \frac{\lg e}{r} \int_{t_0}^T \frac{C_{pa}(T)}{T} dt \quad (\text{III.4})$$

Dans le domaine des températures (200 à 2 000 K), on peut utiliser la formule suivante :

$$C_p = 53.442\theta^4 - 29.355\theta^3 - 89.592\theta^2 + 155.139\theta + 1163.102$$

Avec :

$$\theta = \frac{T - 1125}{875} \quad [C_{pa} \text{ en } J/(Kg \cdot K)]$$

Pour les gaz de combustion

Il se trouve que, pour le kérosène, la valeur de r est pratiquement celle de l'air sec, ce qui simplifie les calculs. Le coefficient γ reste calculable par la relation de Mayer.

Par applications des lois de mélange des gaz parfaits non réactifs, on peut écrire en caractérisant par l'indice st la combustion théorique effectuée dans les conditions stoechiométriques :

$$C_{pg} = C_{pa} + \frac{1 + \alpha_{st}}{\alpha_{st}} \frac{\alpha}{1 + \alpha} (C_{pst} - C_{pa}) \quad (\text{III.5})$$

$$H_g = H_a + \frac{1 + \alpha_{st}}{\alpha_{st}} \frac{\alpha}{1 + \alpha} (H_{st} - H_a) \quad (\text{III.6})$$

$$\phi_g = \phi_a + \frac{1 + \alpha_{st}}{\alpha_{st}} \frac{\alpha}{1 + \alpha} (\phi_{st} - \phi_a) \quad (\text{III.7})$$

Avec l'indice "a" relatif à l'air l'indice "g" relatif aux gaz de combustion issus d'un mélange carburé caractérisé par α , tel que :

$$\alpha = \frac{d_{carb,b}}{d_a} \quad (\text{III.8})$$

Avec :

α : Rapport de mélange

$d_{carb.b}$ Débit de carburant brûlé

d_a : Débit d'air q

Pour le kérosène étudié : $\alpha_{st} = 0.06823 = \frac{1}{14.66}$

Ces formules permettent le calcul de C_{pg}, H_g, ϕ_g à condition de connaître C_{pu} et C_{ps} . Comme pour C_{pa} on peut utiliser pour C_{ps} une expression analytique avec une précision du même ordre :

$$C_{ps} = 39.359\theta^4 - 17.652\theta^3 - 99.475\theta^2 + 204.786\theta + 1292.626$$

Les propriétés thermodynamiques des gaz brûlés entrants dans la turbine dépendent de la composition chimique de la fumée, qui résulte du type de combustible et du coefficient d'excès d'air.

En comparant les masses molaires M , et les constantes individuelles de l'air, et du gaz brûlé lors d'une combustion stoechiométrique et lors d'une combustion à excès d'air considéré, on trouve qu'une différence de l'ordre de 0,25 % de ces dernières.

Donc on peut traiter les gaz brûlés comme étant des mélanges d'air sec et de gaz stoechiométrique (combustion complète). On définit alors :

- le coefficient d'excès d'air : rapport entre la masse de l'air entrant en combustion à la masse de l'air minimal nécessaire à la combustion désignée par ε :
- Le dosage en carburant : rapport entre la masse du carburant et la masse d'air entrant toutes les deux en combustion, elle est désignée par α . Pour le kérosène, le coefficient d'excès d'air est lié à la richesse par la relation suivante :

$$\varepsilon = \frac{100}{\alpha \cdot 14,52} \quad (III.9)$$

Où la valeur 14,52 désigne la masse d'air minimale nécessaire à la combustion d'un Kg de carburant.

La chaleur massique (C_p) et le coefficient isentropique (γ) pour les gaz brûlés sont en fonction de la température, et de coefficient d'excès d'air (ou de la richesse en carburant).

c- Gaz parfait

Le fluide s'écoulant à travers les grilles d'aube considéré dans cette étude et le gaz brûlé sortant de la chambre de combustion, il a les mêmes propriétés que l'air pour des pressions inférieures à 20 bars et une température inférieure à 1200 donc, il sera considéré comme un gaz parfait.

III.3- PARAMETRES ENERGITIQUES

III.3.1- Aube et grille d'aubes

On appelle aubes des obstacles ayant des profils aérodynamiques plongés dans l'écoulement, et ménagent entre eux des canaux par lesquels le fluide s'écoule en lui modifiant les vitesses, et par conséquence faire apparaître des efforts mécaniques à cause de la différence de pression entre l'extrados et l'intrados.

Une grille d'aube est donnée en assemblant des aubes identiques déduites les unes des autres par un déplacement géométrique périodique

III.3.2- Paramètres aérothermodynamique

III.3.2.1- Diagramme des vitesses

a- Définitions

• Incidence

En écoulement réel, la direction de la vitesse n'est pas toujours confondue avec la tangente du squelette, d'où en définit l'angle d'incidence i comme étant celui que fait la vitesse moyenne du fluide en amont de la grille avec la tangente de la ligne moyenne du profile au bord d'attaque, son élévation conduit à l'augmentation des pertes de pression pénalisant la grille d'aube.

• Déviation

Le vecteur vitesse moyenne à la sortie d'une grille n'est pas confondu avec la tangente à la ligne moyenne du profile au bord de fuite, l'angle que fait avec la tangente à la ligne moyenne est appelé déviation. Elle affecte comme pour l'incidence l'écoulement à travers la machine.

• Giration

Elle représente l'angle que fait l'écoulement absolu en sortie de la dernière roue par rapport à l'axe de la machine. Son augmentation affecte des réacteurs et des turbopropulseurs en engendrant des pertes dans leurs tuyères.

b- Diagrammes des vitesses

Si on considère un étage de turbine axiale:

- Station 01 : entrée du distributeur.
- Station 02 : sortie du distributeur et entrée de la roue.
- Station 03 : sortie de la roue.

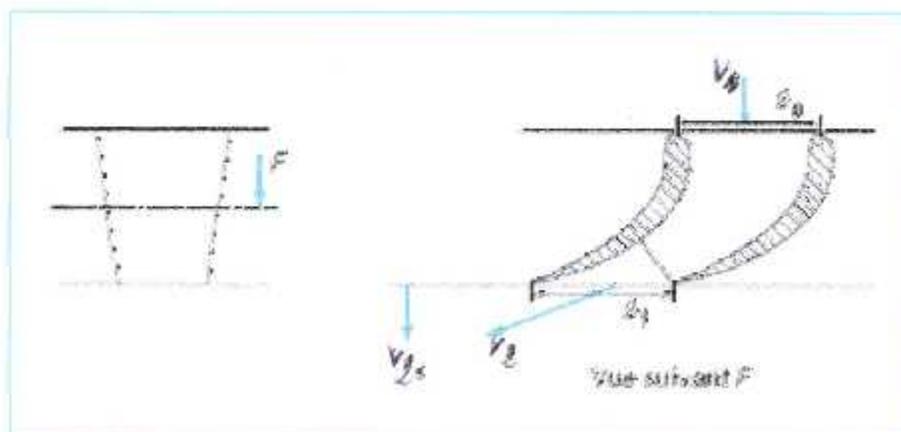


Figure (III.2) schéma d'un distributeur

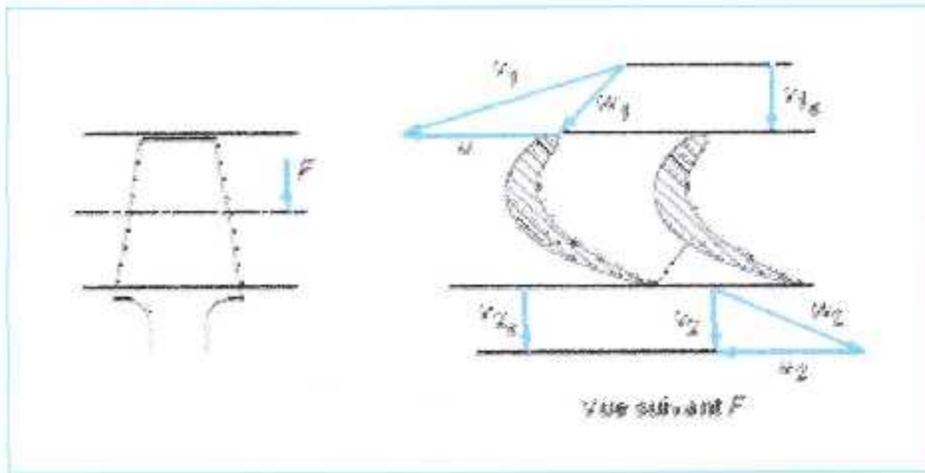


Figure (III.3) schéma du mobile

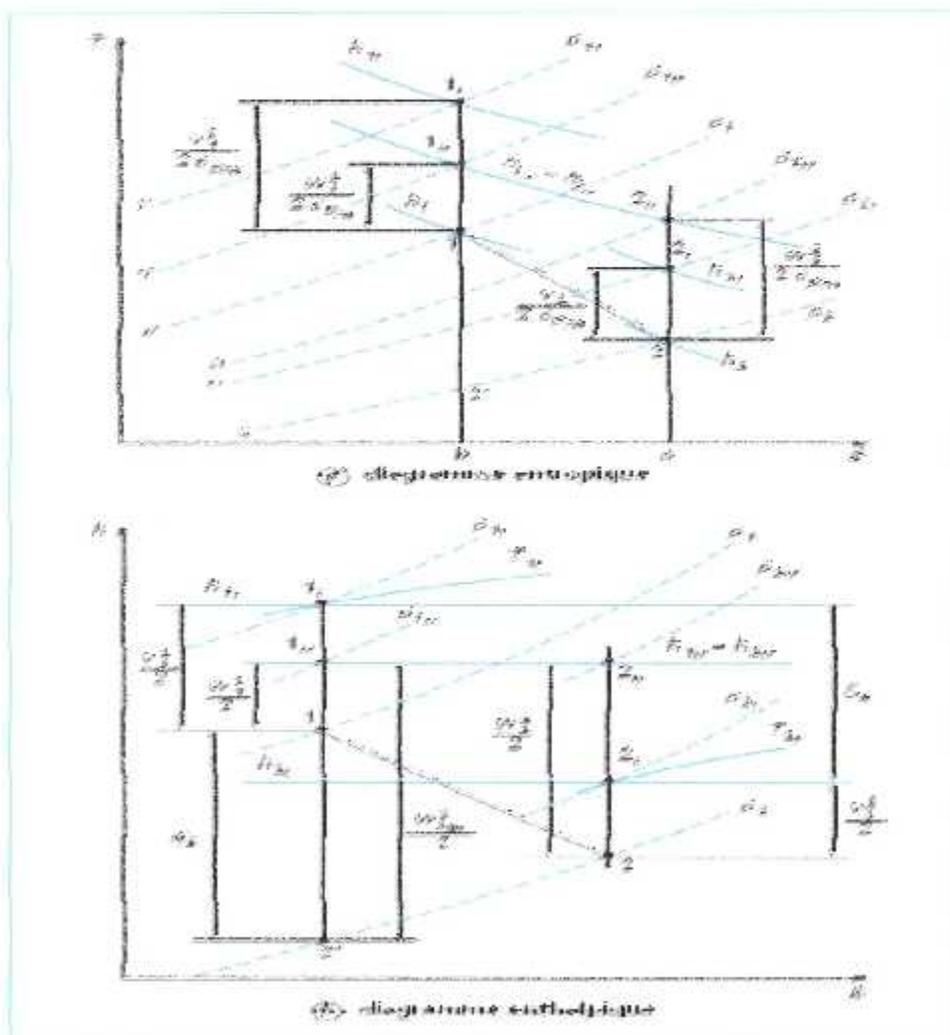


Figure (III.4) Diagramme entropique et enthalpique de détente
Dans la roue

c- Triangles des vitesses

C'est la traduction graphique de la composition des vitesses :

$$\vec{V} = \vec{U} + \vec{W} \quad (\text{III.10})$$

Où \vec{V} est la vitesse absolue, \vec{U} la vitesse d'entraînement et \vec{W} la vitesse relative.

U : est la vitesse d'entraînement du mobile par rapport au référentiel fixe qui s'écrit en fonction de la vitesse angulaire W ainsi :

$$U = r_m \cdot W \quad (\text{III.13})$$

Où r_m est le rayon moyen de la veine. La position de la vitesse donne le tracé d'un triangle local des vitesses local.

III.3.2.2 Écoulement axial

La vitesse d'entraînement à l'entrée de la roue est égale à celle de la sortie ; il est alors commode de tracer les triangles d'entrée et de sortie avec le vecteur U commun. Cette présentation permet de visualiser directement le travail.

On peut ainsi mettre facilement en évidence l'intérêt d'avoir une grille d'aubes fixes (appelée aussi « distributeur ») avant la roue. Une turbine peut fonctionner sans aubes fixes, mais elle fournit alors peu de travail.

Notons que β_2 est l'angle de $(-\vec{U}, \vec{W}_2)$ contrairement aux autres angles, qui sont définis par rapport à U_2 . L'angle de sortie est le paramètre essentiel d'une grille d'aube et il est préférable, qu'il soit le même, que la grille soit utilisée en roue fixe ou en roue mobile.

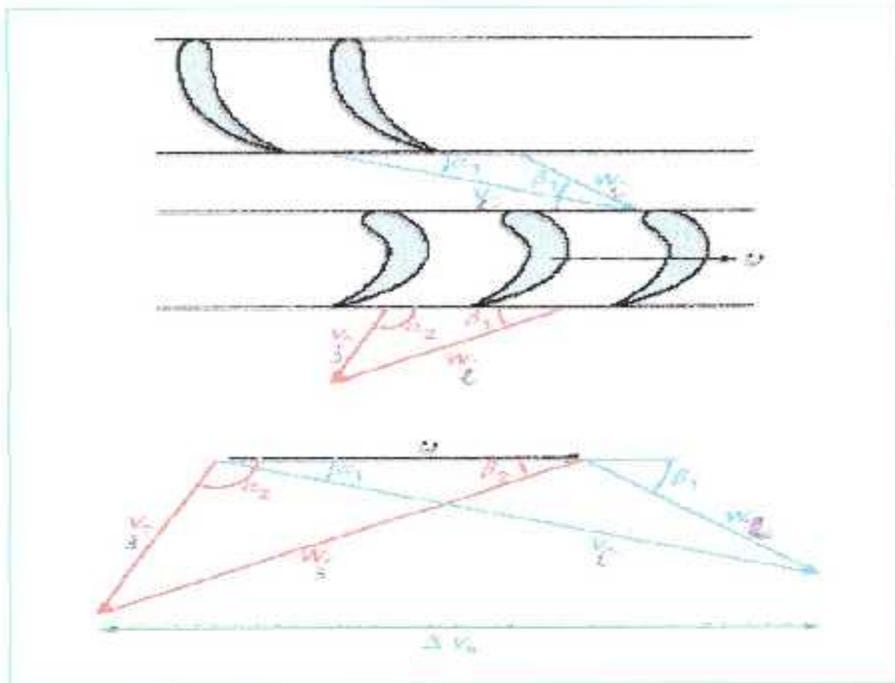


Figure (III.5) triangle des vitesses pour un écoulement axial

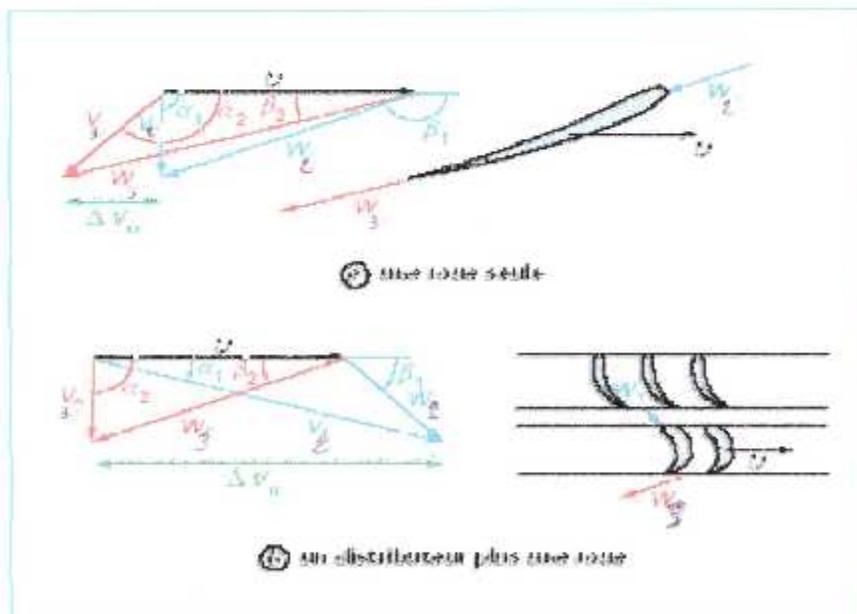


Figure (III.6) triangle des vitesses montrant l'intérêt des aubes fixes

Ou : ΔHt_E est la variation d'enthalpie de tout l'étage,

Donc :

$$C_p \cdot \Delta T_{te} = U \cdot V_a (\tan \beta_2 + \tan \beta_3) \quad (\text{III.13})$$

ΔT_{te} : est conventionnellement donnée par la relation suivante : (III.13) La vitesse axiale du flux est supposé constante à travers tous les canaux de l'écoulement, et est donnée par la relation suivante :

$$V_a = \frac{D}{\rho \cdot A_s} \quad (\text{III.14})$$

Ou "D" est le débit masse de l'écoulement, A_s est la section de la veine Perpendiculaire à l'axe de rotation.

-expressions de travail

La géométrie de diagramme est donnée par la relation suivante :

$$\frac{U}{V_a} = \tan \alpha_2 - \tan \beta_2 = \tan \beta_3 - \tan \alpha_3 \quad (\text{III.15})$$

Appliquant le principe de moment angulaire pour le rotor le travail de sortie d'étage est :

$$W_c = U (V_{u2} + V_{u3}) = U \cdot V_a (\tan \alpha_2 + \tan \alpha_3) \quad (\text{III.16})$$

Avec la combinaison de ces deux équations nous avons W_c dans le terme d'angle d'écoulement avec les aubes de rotor :

$$W_c = U \cdot V_a (\tan \beta_2 + \tan \beta_3) \quad (\text{III.17})$$

D'après l'équation d'énergie pour un écoulement thermodynamique

$$W_c = \Delta H_k = C_p \cdot \Delta T_k \quad (\text{III.18})$$

$$\Delta T_k = \frac{U V_a}{C_p} (\tan \beta_2 + \tan \beta_3) \quad (\text{III.19})$$

-Rendement isentropique de l'étage

$$\pi = \frac{P_{i1}}{P_{i3}} \quad (III.20)$$

$$\eta_{is} = \frac{\Delta T_i}{\Delta T_{is}} \Rightarrow \eta_{is} = \frac{\Delta T_i}{T_{i1}(1 - \tau_{is})} \quad (III.21)$$

$$\tau_{is} = \frac{T_{i3}}{T_{i1}} \quad \text{et} \quad \tau_{is} = \pi^{1/\gamma} \quad (III.22)$$

$$\eta_{is} = \frac{T_{i1} - T_{i3}}{T_{i1} \left(1 - \pi^{1/\gamma} \right)} \quad (III.23)$$

III.3.3 - Paramètres de conception

Il y a trois paramètres qui sont utilisés dans les turbines :

III.3.3.1-Degré de réaction

Il exprime la fraction d'expansion dans le rotor,

On peut proposer deux définitions du degré de réaction ε , selon que l'on raisonne sur les chutes statiques disponibles ou sur les chutes statiques réelles :

— en utilisant les chutes statiques disponibles :

$$\varepsilon = \frac{q_2}{q_1 + q_2} \quad (III.24)$$

Avec

$$q_2 = H_2 - H_3 \quad (III.25)$$

$$q_1 = H_1 - H_2 \quad (III.26)$$

— en utilisant les chutes réelles

$$\varepsilon^* = \frac{q_2^*}{q_1^* + q_2^*} \quad (III.27)$$

$$q_2^* = H_2 - H_3 \quad (\text{III.28})$$

$$q_1^* = H_1 - H_2 \quad (\text{III.29})$$

$$\sigma = \frac{T_2 - T_3}{T_1 - T_3} \quad (\text{III.30})$$

III.3.3.2-Coefficient de charge

Exprime la capacité de travail de l'étage, il est donné par la relation suivante :

$$\psi = \frac{\Delta H t_E}{U^2} \quad (\text{III.31})$$

$$\psi = C_p \cdot \Delta T_{0s} \cdot 2/U^2 = \frac{2}{U} \cdot V_u (\tan \beta_2 + \tan \beta_3) \quad (\text{III.32})$$

III.3.3.3-Coefficient de débit

Est le rapport entre la vitesse axiale de l'écoulement est la vitesse périphérique de la machine :

$$\phi = \frac{V_a}{U} \quad (\text{III.33})$$

Pour ce type d'étage nous avons considérée :

$$V_a = V_{a2} = V_{a3}$$

III.4- Fonctionnement d'un étage de turbine axiale

III.4.1-Conception d'un étage

Il s'agit de dessiner l'étage ayant le meilleur rendement tout en ayant une excellente fiabilité et en respectant certaines contraintes constructives (par exemple, limitation du poids de la machine).

III.4.1.1- Étage à aubes courtes

Un tel étage est caractérisé par une hauteur des aubes faible vis-à-vis du rayon à la base. On peut alors considérer que la vitesse d'entraînement ne varie pas suivant la hauteur et que l'on peut également représenter les autres paramètres par une valeur moyenne.

III.4.1.2- Étage à aubes longues

Dans ce cas, on ne peut plus, considérer l'écoulement comme monodimensionnel, ne serait-ce qu'à cause de la variation de la Vitesse d'entraînement.

On doit donc décomposer la veine sur un certain nombre de tubes de courant d'épaisseur $d r$, variation élémentaire du rayon, dans lesquels on appliquera les résultats des paragraphes précédents.

III.4.2- Principe de fonctionnement

Dans le distributeur (01-02), le fluide se détend et sa vitesse absolue V_a augmente, ($V_2 \gg V_1$) une partie d'énergie qui se traduit par la chute d'enthalpie du fluide et la chute de pression et température sera transformée en énergie cinétique ($V^2/2$)

A la sortie du distributeur, la vitesse V_2 est dirigée sous un angle α_2 par rapport à l'axe de la machine ; le rôle du distributeur est de préparer le fluide à communiquer l'énergie au rotor. Dans le rotor l'énergie du fluide est transformée en énergie mécanique faisant tourner le rotor, la vitesse W_3 à la sortie du rotor est supérieure à celle de l'entrée W_2 . La déviation du fluide dans le rotor provoque une différence de pression entre l'intrados et l'extrados faisant apparaître un effort (F), dont la composante tangentielle fait tourner le rotor.

II.4.3- Irrégularités dans une grille d'aubes

C'est à cause de l'accélération du fluide imposée par la géométrie du profil d'aube qu'on a affaire à des vitesses supersoniques au bord de fuite pour des conditions d'arrêt constantes en amont de la grille. Si on diminue la pression statique en aval, on peut voir se développer sur l'extrados de l'aube un domaine supersonique limité par une ligne sonique et une portion d'onde de choc. Si on diminue encore la pression en aval, le débit masse à travers la grille et le nombre de Mach au col va croître jusqu'à ce que la ligne sonique soit continue, le débit masse atteint alors sa valeur maximale, la grille sera alors bloquée. Si on continue à diminuer la pression, l'onde de choc née sur l'extrados continue à se déplacer vers l'aval jusqu'au bord de fuite.

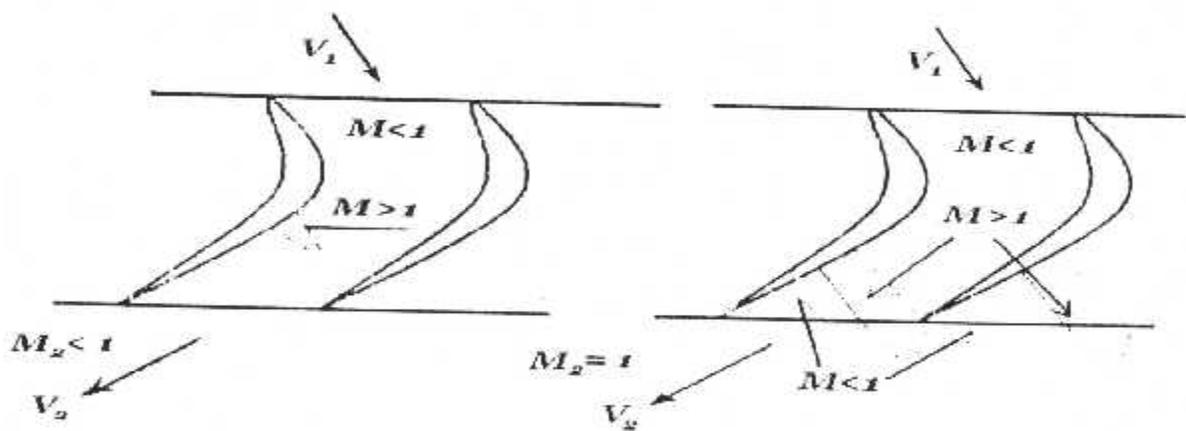


Figure (III.7) Section de passage pour des différents nombres de Mach

III.5- Procédure de calcul des différents paramètres

La méthode de calcul présentée dans cette étude concerne les turbines multi-étagées, il convient donc de déterminer les paramètres principaux d'un seul étage en premier lieu, et le calcul des autres étages en second, qui sera similaire au premier en considérant les paramètres de sortie du i ème étage égaux à ceux du $(i+1)$ ème étage.

La détermination des différents paramètres imposera des conditions initiales bien définies et succession bien construite.

Soit par calcul du reste des paramètres présentés comme ce qui suit :

III.5.1- Entrée de la machine

Les paramètres à l'entrée turbine sont les mêmes à la sortie de chambre de combustion, qui sont :

- a- Température et pression totale
- b- Le débit masse
- c- La vitesse de l'écoulement

La variation de température d'entrée et de sortie :

$$T_s = \Delta T_s^* = T_{t1} - T_{t3} = cte \quad (III.34)$$

La température et la pression totales sont considérées données :

$$P_{t1} = \text{donnée} , \quad T_{t1} = \text{donnée} , \quad P_u = P_{t1} / P_{t3} = \text{donnée}$$

Le nombre de tours $N = n_{\min} \dots \dots \dots n_{\max}$

La vitesse de rotation : $U = W \cdot r_m$

$$\psi = \frac{2C_p T_3}{U^2} , \text{ sera calculée}$$

La vitesse axiale est calculée par la relation suivante :

$$\phi = \frac{V_a}{U} \Rightarrow V_a = \phi U \quad (III.35)$$

Les angles d'entrée et de sortie de chaque station sont calculés comme suit :

$$\frac{U}{V} = \tan \alpha_2 - \tan \beta_2 = \tan \beta_3 - \tan \alpha_3 \quad (III.36)$$

$$\psi = 2, \frac{V_a}{U} (\tan \beta_2 + \tan \beta_3) \quad (\text{III.37})$$

On donne : $\alpha_3 = \text{donnée}$ pour trouver β_3

$$\beta_3 = a \tan \left(\frac{1}{\phi} + \tan \alpha_3 \right) \quad (\text{III.38})$$

$$\delta = \phi \tan \beta_3 - \frac{1}{4} \psi \quad (\text{III.39})$$

III.5.2- Station 01:

La station (01) représente toujours l'entrée d'un étage de turbine, ou les données d'entrée sont toujours connues et fournies par le constructeur.

Les paramètres d'entrée sont soit donnés directement tel que :

-L'état du fluide d'écoulement : la température et pression d'arrêt, la densité, la chaleur massique et le coefficient isentropique.

-La géométrie de le grille d'aube : les rayons au pied et tête de l'aube, les angles d'aube d'entrée du diffuseur et de la roue.

-La cinématique de la machine et du fluide – caractérisées respectivement par le nombre de tours par seconde (régime de rotation) et le débit masse.

Le rapport de la température d'arrêt (totale) à la température statique peut être écrit en fonction de la vitesse tel que :

L'angle d'entrée de distributeur α_1 est donné par le constructeur. La vitesse est : V_{a1}

$$V_{a1} = V_1 \cos \alpha_1 \quad (\text{III.40})$$

$$V_1 = V_3 = \frac{V_a}{\cos \alpha_3} \quad (\text{III.41})$$

L'indice t représente l'état d'arrêt du fluide, et l'indice 1 l'entrée de la machine. Dans ce cas la température statique peut s'écrire ainsi :

$$T_1 = T_{t1} - \frac{V_1^2}{2 C_p} \quad (III.42)$$

De la même manière, en utilisant l'équation précédente, on obtient :

$$P_1 = P_{t1} \left(\frac{T_1}{T_{t1}} \right)^{\gamma/\gamma-1} \quad (III.43)$$

- La masse volumique ρ_1 s'écrit en fonction des pressions et température à l'entrée en considérant que le fluide est un gaz parfait :

$$\rho_1 = \frac{P_1}{R T_1} \quad (III.44)$$

- La section de la veine qui ressemble à un anneau de rayon moyen (r_m) et d'une hauteur (h différence entre le rayon de base et le rayon au sommet de l'anneau), perpendiculaire à la vitesse d'entrée (en supposant que cette dernière parallèle à l'axe de rotation en entrée de la machines) est donnée par la relation :

$$A_v = 2\pi r_m h \quad (III.45)$$

$$A_u = \frac{dm}{\rho_1 V_{a1}} \quad (III.46)$$

La hauteur h

$$h_1 = \frac{A_u \cdot N}{U} \quad (III.47)$$

Le rayon moyen

$$r_m = \frac{U}{2\pi N} \quad (III.48)$$

Le rayon de base minimal

$$r_{r1} = r_m - \frac{h_1}{2} \quad (\text{III.49})$$

Le rayon a la tête (de sommet)

$$r_{t1} = r_m + \frac{h_1}{2} \quad (\text{III.50})$$

-La vitesse absolue du fluide à l'entrée est égale à $(a_1 \times M_1)$ tel que (a_1) est la célérité du son à l'entrée de la machine :

$$a_1 = \sqrt{\gamma r T_1} \quad (\text{III.51})$$

Nombre de mach

$$M_1 = \frac{V_1}{a_1} \quad (\text{III.52})$$

-Débit réduit à l'entrée

La valeur du débit réduit est donnée par la relation

$$D_{r1} = \frac{D_1 \sqrt{T_{t1}}}{P_{t1}} \quad (\text{III.53})$$

Les angles β_2 et β_3 sont donnés. La valeur donc du débit réduit à l'entrée de la machine sera donnée par une relation particulière qui est la suivante :

$$D_{r1} = \frac{\left(\frac{P_1}{r T_1} \right) (M_1 \sqrt{\gamma r T_1}) (2\pi r_m h_1) \sqrt{T_{t1}}}{P_{t1}} \quad (\text{III.54})$$

III.5.3- Station 02

Partant de l'hypothèse que l'écoulement à travers le canal formé par deux adjacents est semblable à un écoulement adiabatique à travers une tuyère, on peut

admettre donc que la température totale T_{t1} soit conservée de l'entrée à la sortie de la grille par rapport au référentiel lié au fixe, or s'il s'agit du mobile (roue, à l'intérieur du canal qui lui est relatif, il y aura aussi conservation de la température totale mais elle sera liée au référentiel mobile et caractérisée par l'indice (r) : d'où à la station (02), il y aura une température totale T_{t2} et une autre relative T_{t2r} , par conséquent la température totale à la station (02) sera égale à T_{t1}

$$T_{t2} = T_{t1} = \text{cte} \quad (III.55)$$

On peut trouver la valeur de β_2 par la formule suivante :

$$\beta_2 = a \tan \left(\frac{1}{2\phi} \left(\frac{1}{2}\psi - 2\delta \right) \right) \quad (III.57)$$

Et à partir de cette valeur on calcule α_2 comme suit :

$$\alpha_2 = a \tan \left(\tan \beta_2 + \frac{1}{\phi} \right) \quad (III.58)$$

On a V_a représente la projection du vecteur vitesse absolue sur l'axe de rotation, et possède une valeur constante en tout point du fluide, donné par la relation suivante :

$$V_{a2} = U \cdot \phi \quad (III.59)$$

L'angle de flux α_2 est introduit en premier dans la relation qui donne la vitesse absolue V_2 :

$$V_2 = \frac{V_{a2}}{\cos \alpha_2} \quad (III.60)$$

Donc on peut écrire les températures en fonction de la vitesse par la relation suivante :

La température statique peut s'écrire ainsi :

$$T_2 = T_{t2} - \frac{V_2^2}{2 C_p} \quad (III.61)$$

III.5.2.1-Introduction des pertes

L'évolution réelle des différents paramètres de fonctionnement est régie par l'introduction d'un système de pertes appropriées. Le calcul en hors adaptation, nécessite l'introduction en chaque station des pertes de pression dans la grille d'aube par un coefficient de perte par aube qui est dépendant des températures de sortie, donné par cette relation :

$$\lambda_N = \frac{T_2 - TS_2}{\frac{V_2^2}{2C_p}} \quad \text{Et} \quad \lambda_R = \frac{T_3 - TS_3}{\frac{W_3^2}{2C_p}} \quad (\text{III.62})$$

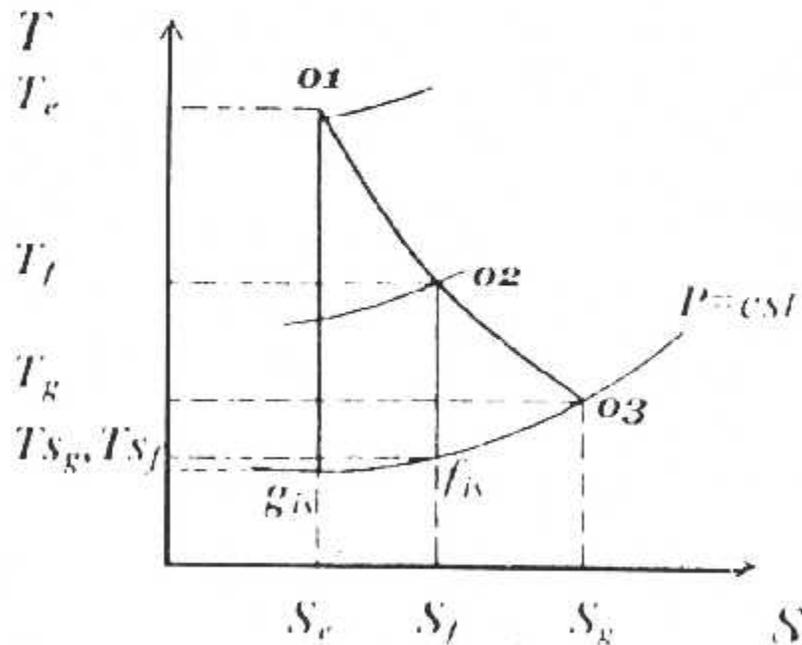


Figure (III.8) : La détente réelle et isentropique (Diagramme T, S)

Ou : λ_N est la perte par aube à travers le distributeur,

λ_R est la perte par aube à travers la roue,

TS_2, TS_3 sont les températures isentropiques à la sortie du distributeur et de la roue respectivement.

Les coefficients de perte par aubes λ_u et λ_r sont introduits en début de calcul dans chaque station de l'étage qui a d'ailleurs ses propres pertes.

$$T_2' = T_2 - \lambda_N \left(\frac{V_2^2}{2C_p} \right) \quad (III.63)$$

De la même manière, en utilisant l'équation précédente, on obtient donc :

$$\frac{P_{t1}}{P_2} = \left(\frac{T_{t1}}{T_2'} \right)^{\gamma/\gamma-1} \quad (III.64)$$

Donc : la pression statique de station 2 est :

$$P_2 = \frac{P_{t1}}{\left(\frac{T_{t1}}{T_2'} \right)^{\gamma/\gamma-1}} \quad (III.65)$$

- La masse volumique ρ_2 s'écrit en fonction des pressions et température à l'entrée en considérant que le fluide est un gaz parfait :

$$\rho_2 = \frac{P_2}{R T_2} \quad (III.66)$$

-La section de la veine qui ressemble à un anneau de rayon moyen (r_m) et d'une hauteur (h) (différence entre le rayon de base et le rayon au sommet de l'anneau), perpendiculaire à la vitesse d'entrée (en supposant que cette dernière parallèle à l'axe de rotation en entrée de la machines) est donnée par la relation :

$$A_{a2} = \frac{dm}{\rho_2 V_{a2}} \quad (III.67)$$

La hauteur h est donnée comme suit

$$h_2 = A_{u2} \left(\frac{N}{U} \right) \quad (\text{III.68})$$

Le rayon de base (ou minimal)

$$r_{r2} = r_m - \frac{h_2}{2} \quad (\text{III.69})$$

Le rayon à la tête (de sommet)

$$r_{t2} = r_m + \frac{h_2}{2} \quad (\text{III.70})$$

En connaissant la température statique T_2 la célérité du son à l'entrée de la machine donnée par la relation tel que :

$$a_2 = \sqrt{\gamma r T_2} \quad (\text{III.71})$$

Le nombre de Mach est le rapport de la vitesse absolue et la célérité du son, donc :

$$M_2 = \frac{V_2}{a_2} \quad (\text{III.72})$$

III.5.4.1-Grandeurs absolues

- La composante tangentielle de la vitesse absolue est V_{u2} , ou :

$$V_{u2} = V_2 \cdot \sin \alpha_2 \quad (\text{III.73})$$

- La vitesse tangentielle U_2 est en fonction du régime de rotation et du rayon :

$$U_2 = \omega r_m \quad (\text{III.74})$$

- La vitesse relative au mobile à la station (02) a pour valeur :

$$W_{u2} = V_{u2} - U_2 \quad (\text{III.75})$$

- La direction du flux à l'entrée de la roue est caractérisée par l'angle β_2 tel que :

$$\beta_2 = \tan^{-1} \left(\frac{W_{u2}}{V_a} \right) \quad (\text{III. 76})$$

- la vitesse relative du flux par rapport au mobile est donnée par :

$$W_2 = \frac{V_a}{\cos(\beta_2)} \quad (\text{III.77})$$

En déduit la différence d'enthalpie en fonction de la vitesse absolue V_2 , on obtient donc la relation :

$$H_{i2} = H_2 + \frac{V_2^2}{2} \quad (\text{III.78})$$

Où : H est l'enthalpie, elle peut s'écrire en fonction de la température ainsi :

$$H_{i2} = C_p T_{i2} \quad (\text{III.79})$$

$$H_2 = C_p T_2 \quad (\text{III.80})$$

On introduit donc la perte par aube dans la relation suivante :

$$T_{s2} = T_2 - \lambda_N \cdot \frac{V_2^2}{2.C_p} \quad (\text{III.81})$$

T_{s2} est la température isentropique ; c'est la température statique à la station (02) si l'écoulement à travers la grille suit une évolution isentropique. Ce paramètre est nécessaire pour avoir la pression statique P_2 exprimée par la relation suivante :

$$P_2 = P_{i2} \left(\frac{T_{s2}}{T_{i2}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (\text{III.82})$$

La formule de la pression totale à la station (02) est présentée comme ce qui suit :

$$P_{i2} = P_2 \left(\frac{T_{i2}}{T_2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (\text{III.83})$$

III.5.4.2-Grandeurs relatives

On peut déduire alors le nombre de Mach relatif lié au référentiel lié au mobile comme étant le rapport entre la vitesse relative du fluide à la célérité du son :

$$Mr_2 = \frac{W_2}{a_2} \quad (\text{III.84})$$

La température d'arrêt ne peut être prise en considération que lorsqu'elle est mesurée en un point de référence ayant une vitesse nulle, cependant il est nécessaire de considérer une température d'arrêt relative au mobile quant il s'agit d'opérer à travers la grille de la roue, la température statique n'a qu'une seule et unique forme du fait qu'elle est liée à l'écoulement supposé stationnaire.

La température relative totale liée au mobile est obtenue en remplaçant la vitesse absolue par la vitesse relative dans l'équation d'énergie :

$$Tr_{t2} = \frac{T_2 - W_2^2}{(2.C_p)} \quad (\text{III.85})$$

La pression totale relative est en fonction du nombre de Mach relatif et de la pression statique, elle est donnée donc par la relation suivante :

$$Pr_{t2} = P_2 \cdot \left(\frac{\gamma - 1}{2} Mr_2^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (\text{III.86})$$

Le nombre de Reynolds (Re) est écrit en fonction de la viscosité dynamique, la vitesse et la section, est donnée par la relation :

Pour le stator :

$$Re = \frac{C_N.V_2.\rho_2}{\mu} \quad (\text{III.87})$$

Où : μ est la viscosité dynamique peut être donnée par une corrélation Empirique :

$$\mu_2(T) = 1,386 \cdot \mu_0 \sqrt{\frac{T_2}{233}} \left(1 + \frac{113}{T_2} \right) \quad (\text{III.88})$$

Où :

$$\rho_2 = \frac{P_2}{r.T_2} \quad (III.89)$$

III.5.5- Station 03

La station (03) représente soit la zone entre la sortie d'un étage et l'entrée de celui qui le succède, soit la zone entre la sortie du dernier étage de l'organe qui le succède. Le calcul dans cette station dérive de l'étude de la roue, cette dernière régit par de faits, c'est la non connaissance de deux paramètres : l'incidence d'une part et la déviation. Donc il est nécessaire d'introduire au début les valeurs de la perte par aube dans la roue, du rendement isentropique et de l'angle de flux à l'entrée.

On considère que l'angle de sortie de l'aube est donné β_2

$$\alpha_3 = \text{donnée}$$

Alors l'angle β_3 est calculée à partir de l'équation suivante :

$$\beta_3 = \alpha \tan \left(\frac{1}{\phi} + \tan \alpha_3 \right) \quad (III.90)$$

La vitesse axiale est constante à travers l'aube :

$$V_{a3} = V_{a2} \quad (III.91)$$

Et les vitesses d'entrées et de sorties de l'aube sont approximativement les mêmes:

$$V1 \approx V3 \quad (III.92)$$

Donc on déduit la valeur de la température totale à la sortie de l'étage :

$$T_{t3} = T_{t1} - T_s \quad (III.93)$$

De la même manière on obtient la température statique en fonction de la température totale et la vitesse de sortie d'aube comme suit :

$$T_3 = T_{t3} - \frac{V_3^2}{2 C_p} \quad (\text{III.94})$$

Donc : la pression statique de station 3 est :

$$P_3 = P_{t3} \left(\frac{T_3}{T_{t3}} \right)^{\gamma / (\gamma - 1)} \quad (\text{III.95})$$

- La masse volumique ρ_3 s'écrit en fonction de la pression et température à la sortie de l'aube en considérant que le fluide est un gaz parfait :

$$\rho_3 = \frac{P_3}{R T_3} \quad (\text{III.96})$$

-La section de la veine qui ressemble à un anneau de rayon moyen (r_m) et d'une hauteur (h) (différence entre le rayon de base et le rayon au sommet de l'anneau), perpendiculaire à la vitesse d'entrée (en supposant que cette dernière parallèle à l'axe de rotation en entrée de la machines) est donnée par la relation :

$$A_{u3} = \frac{d m}{\rho_3 V_{u3}} \quad (\text{III.97})$$

La hauteur h est donnée comme suit :

$$h_3 = A_{u3} \left(\frac{N}{U} \right) \quad (\text{III.98})$$

Le rayon de base au minimal

$$r_{r3} = r_m - \frac{h_3}{2} \quad (\text{III.99})$$

Le rayon a la tête (de sommet)

$$r_{t3} = r_m + \frac{h_3}{2} \quad (\text{III.100})$$

- La célérité du son à la sortie de la machine donnée par la relation tel que :

$$a_3 = \sqrt{\gamma r T_3} \quad (\text{III.101})$$

-Le nombre de Mach a la sortie de l'aube est le rapport de la vitesse absolue et la célérité du son a la sortie de la machine, donc :

$$M_3 = \frac{V_3}{a_3} \quad (\text{III.102})$$

Le nombre de Reynolds pour le rotor :

$$\text{Re}_3 = \frac{C_R W_3 \rho_3}{\mu_3} \quad (\text{III.103})$$

$$T_3'' = T_2 \left(\frac{P_2}{P_3} \right)^{\gamma/\gamma-1} \quad (\text{III.104})$$

$$\lambda_R = \frac{T_3 - T_3''}{\left(\frac{W_3^2}{2 C_p} \right)} \quad (\text{III.105})$$

$$Y_R = \frac{P_{t2} - P_{t3}}{P_{t3} - P_3} \quad (\text{III.106})$$

$$Y_N = \frac{P_{t1} - P_{t2}}{P_{t2} - P_2} \quad (\text{III.107})$$

Le rendement isentropique de l'étage est calculé à partir de l'équation suivante en fonction des vitesses d'écoulement pour le stator et pour le rotor avec les coefficients des pertes, et les températures totales et statiques de l'entrée et de sortie de la machine :

$$\eta_{is} = \frac{1}{1 + \left[\lambda_R \left(\frac{W_3^2}{2C_p} \right) + \left(\frac{T_3}{T_2} \right) \lambda_N \left(\frac{V_2^2}{2C_p} \right) \right] / (T_{11} - T_{13})} \quad (\text{III.108})$$

L'allongement pour le rotor

$$a_{11} = \left(\frac{S}{C} \right)_R \quad (\text{III.109})$$

L'allongement pour le stator

$$a_{11} = \left(\frac{S}{C} \right)_N \quad (\text{III.110})$$

La hauteur pour le stator

$$h_N = \frac{1}{2} (h_1 - h_2) \quad (\text{III.111})$$

La hauteur pour le rotor

$$h_R = \frac{1}{2} (h_2 + h_3) \quad (\text{III.112})$$

III.5.5.1-Grandeurs absolues et relatives

La vitesse tangentielle de la roue est en fonction du rayon moyen

$$U_3 = \omega . r_m \quad (\text{III.113})$$

Connaissant la valeur de l'angle d'entrée du flux par rapport au mobile et la vitesse axiale, la vitesse relative est :

$$W_3 = \frac{V_{a3}}{\cos \beta_3} \quad (\text{III.114})$$

On peut obtenir la composante tangentielle de la vitesse par la relation

$$Vu_3 = Wu_3 \cdot \sin \beta_3 - U_3 \quad (\text{III.115})$$

L'angle de sortie flux par rapport au fixe peut être donné par le triangle des vitesses :

$$\alpha_3 = \tan^{-1} \left(\frac{Vu_3}{V_{a3}} \right) \quad (\text{III.116})$$

D'autre part si α_3 est connu, la vitesse absolue est égale à

$$V_3 = \frac{V_{a3}}{\cos \alpha_3} \quad (\text{III.117})$$

La puissance extraite du fluide est donnée par la formule d'Euler

$$Pa = D_o \cdot U_3 (Vu_2 + Vu_3) \quad (\text{III.118})$$

Le travail fourni représente la différence d'enthalpie de tout l'étage, donc il peut être écrit en fonction de la différence de température totale de l'entrée et de la sortie :

$$\Delta T_{is} = \frac{Wa}{Cp} \quad (\text{III.119})$$

III.6-Etage 02

III-6.1-Entrée de chaque étage

Comme il a été mentionné ci dessus, sauf pour le premier, les paramètres d'entrée de chaque étage sont égaux à ceux de la sortie de l'étage précédent. Cependant, la vitesse absolue est identique en valeur et en direction (angle α de flux) à la sortie d'un étage et à l'entrée de l'étage voisin.

III.6.2-Station 01

On conserve les mêmes valeur de station 03 de 1^{er} étage pour la station 01 de 2eme étage comme suit :

$$V_{a21} = V_{a3} \quad \text{Et} \quad V_{21} = V_3 \quad (III.120)$$

$$T_{t21} = T_{t3} = T_{t1} - T_3 \quad \text{et} \quad T_{21} = T_3 \quad (III.121)$$

$$P_{21} = P_{t3} \left(\frac{T_{21}}{T_{t21}} \right)^{\gamma / \gamma - 1} \quad (III.122)$$

$$\rho_{21} = \frac{P_3}{R T_3} \quad (III.123)$$

La section de l'aube :

$$A_{a21} = \frac{d m}{\rho_3 V_{a21}} \quad (III.124)$$

La hauteur de l'aube :

$$h_{21} = A_{a21} \left(\frac{N}{U} \right) \quad (III.125)$$

Le rayon minimum :

$$r_{r21} = r_m - \frac{h_{21}}{2} \quad (III.126)$$

Le rayon au sommet :

$$r_{t21} = r_m + \frac{h_{21}}{2} \quad (III.127)$$

$$a_{21} = \sqrt{\gamma r T_{21}} \quad (\text{III.128})$$

le nombre du Mach :

$$M_{21} = \frac{V_3}{a_3} \quad (\text{III.129})$$

III.6.3-Station02

Pour la station 02 et 03 de 2eme étage on suit les mêmes procédure de calcule de 1ere étage pour arriver enfin a définir les différents paramètres qui régissent sur les performances de la machine. Le rendement isentropique, le taux de détente et le nombre de machetc.

Dans notre projet on va étudier les turbines qui ont deux étages seulement par contre il existe des turbines multi étages.

III.7- Puissance fournie par un étage (aérodynamique)

En régime permanant, l'équation d'Euler nous montre que le couple moteur est égal à la variation du moment du débit des quantités de mouvement de fluide par rapport à l'axe de rotation lors de la traversée des organes mobiles. D'où l'équation :

$$C = D(r_1 V_{1u} + r_2 V_{2u}) \quad (\text{III.130})$$

Ou C : Couple moteur,

r_1, r_2 : Rayon du tube de courant en amont et en aval respectivement,

D : Le débit massique de l'écoulement.

La puissance fournie est obtenue en multipliant les couples moteurs par la vitesse angulaire ω d'où l'expression :

$$Pa = C . \omega = D . \omega (r_3 V_{3u} + r_2 V_{2u}) \quad (\text{III.131})$$

$$Pa = D(U_3 V_{3u} + U_2 V_{2u}) \quad (\text{III.132})$$

U_1 et U_2 : Sont les vitesses tangentielles en amont et en aval de l'organe mobile.

Si de plus on considère qu'un rayon moyen R_m , U_1 sera égale U_2 et la puissance sera écrite comme ce qui suit :

$$P = D U (V_{3u} + V_{2u}) \quad (\text{III.133})$$

III.8-Rendement isentropique de l'étage

$$\eta_{is} = \frac{T_{01} - T_{03}}{T_{01} \left(1 - \pi^{1-\gamma} \right)} \quad (\text{III.134})$$

Connaissant les pertes par aube λ_N et λ_R données en fonction des températures réelle et isentropique, on peut déduire l'expression du rendement isentropique

$$\eta_{is} = \frac{(T_{01} - T_{03})}{1 + \left(\lambda_R \cdot \frac{W_3^2}{2.Cp} + \frac{T_1}{T_2} \lambda_N \cdot \frac{V_2^2}{2.Cp} \right)} \quad (\text{III.135})$$

III.9-Le taux de détente

Le rendement est introduit dans la relation qui permet de calculer le taux de détente de l'étage :

$$\pi = \left(1 - \frac{\Delta T_E}{\eta_{is} \cdot T_{01}} \right)^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}} \quad (\text{III.136})$$

La pression à la station 03 devient connue dès qu'on connaît le taux de détente :

$$P_{03} = \frac{P_{01}}{\pi} \quad (\text{III.137})$$

$$R e_3 = \frac{C_E \cdot W_3 \cdot \rho_3}{\mu_3} \quad (\text{III.138})$$

III.10- Performances de l'étage**III.10.1- La puissance de l'arbre**

$$P_a = D_0 U_1 (V_{u1} + V_{u3}) \quad (\text{III.139})$$

III.10.2- Le taux de détente

$$\pi = \frac{P_{11}}{P_{13}} \quad (\text{III.140})$$

III.10.3- Le rendement isentropique

$$\eta_{is} = \frac{(T_{11} - T_{13})}{1 + \left(\lambda_{N1} \frac{W_1^2}{2.Cp} + \frac{T_1}{T_2} \lambda_{N2} \frac{V_2^2}{2.Cp} \right)} \quad (\text{III.141})$$

III.11- Performance de la turbine

Après le calcul des performances de chaque étage de cette turbine, on peut avoir tout simplement les performances de toute la turbine

III.11.1- La puissance de l'arbre

$$P_{a\text{ turbine}} = \sum_1^N P_{ai} \quad (\text{III.142})$$

$P_{a\text{ turbine}}$: Puissance de toute la turbine

P_{ai} : Puissance du $i^{\text{ème}}$ étage

N : Le nombre d'étages

III.11.1- La puissance de l'arbre

$$P_{\text{aturbine}} = \sum_1^N P_{ai} \quad (\text{III.142})$$

P_{aturbine} : Puissance de toute la turbine

P_{ai} : Puissance du $i^{\text{ème}}$ étage

N : Le nombre d'étages

III.11.2- Le taux de détente

$$\pi_t = \prod_1^N \pi_i \quad (\text{III.143})$$

π_t : taux de détente de toute la turbine

π_i : taux de détente du $i^{\text{ème}}$ étage

N : Le nombre d'étages

III.11.3- Le rendement isentropique

$$\eta_{is} = \frac{1 - \tau_t^{-1}}{1 - \pi_t^\gamma} \quad (\text{III.144})$$

Avec :

$$\tau_t = \pi_t^{1/\gamma} \quad (\text{III.145})$$

Le calcul des performances des turbines consiste à déterminer les coefficients des pertes dans le stator et le rotor et c'est pour cela que nous porterons une attention particulière sur l'étude des différentes pertes et leurs effets sur les performances de la turbines.

Chapitre IV

Etude des Pertes

IV-ETUDE DES PERTES

IV.1- Classification des pertes

On peut classer les pertes d'une turbomachine selon leur nature physique, en effet, elles se subdivisent en :

IV.1.1- pertes aérodynamiques d'aubages (ou hydrauliques), qui ont pour cause essentielle la viscosité du fluide, et qui se manifestent principalement dans tout canal fixe ou mobile par un terme de perte de charge.

IV.1.2-pertes par frottement de disque dues à la viscosité du fluide, qui sont aussi des pertes aérodynamiques agissant sur les surfaces inactives du rotor,

IV.1.3-pertes par fuites (ou volumétriques), dues à ce que de faibles fractions du fluide empruntent les passages étroits qu'il faut nécessairement ménager entre le rotor et le stator afin d'éviter des contacts mécaniquement dangereux. Ces fuites suivent de ce fait une évolution particulière. On analysera séparément celles qui traversent les garnitures d'étanchéité et celles qui se produisent aux extrémités libres des aubages mobiles,

IV.1.4-pertes mécaniques, qui correspondent à la puissance consommée par les organes (paliers, butée) dont le rôle est de maintenir le rotor en position, ainsi que par les auxiliaires de la machine (pompe à huile de graissage, variateur de vitesse, etc.).

IV.2- Analyse des pertes

IV.2.1- Pertes aérodynamiques (ou hydrauliques) dans les canaux

Elles affectent non seulement les couronnes (ou grilles) d'aubages fixes et mobiles, mais aussi les passages qui guident le fluide à l'entrée et à la sortie de l'appareil, ou encore qui relient deux étages successifs. Dans le cas d'une grille d'aubes, on retient le plus souvent la vitesse théorique qui s'établirait à la sortie de la grille si l'écoulement était monodimensionnel et sans pertes.

Selon les lois générales de la mécanique des fluides, les facteurs physiques qui déterminent le coefficient de perte de charge sont :

- les frottements ;
- les décollements ou écoulement secondaire ;
- Jeux axiaux ;
- la proximité ou le dépassement de la vitesse du son ;
- la turbulence de l'écoulement ;
- l'hétérogénéité du fluide.

IV.2.1.1- Pertes par frottement

Ces pertes aérodynamiques dues au frottement sont liées :

- à la forme du canal ;
- à l'angle d'entrée du fluide dans le canal ou incidence ;
- au nombre de Reynolds de l'écoulement ;
- à la rugosité ;
- Au nombre de Mach.

a- Influence de la forme géométrique du canal

Ces pertes sont surtout dues aux proportions relatives considérées dans les trois dimensions, il s'agit de la perte dans la couche limite qui se développe sur les aubes et dans le sillage ; on l'appelle perte de profil.

b- Influence de l'angle d'incidence dans les grilles fixes et mobiles

Le coefficient de pertes d'une grille présente une sensibilité plus ou moins marquée à l'angle d'entrée. Toutes choses égales par ailleurs, on observe (Figure IV.1. a) un minimum pour une valeur particulière de l'angle d'entrée qui correspond, à quelques degrés près, à l'orientation du nez de l'aubage, matérialisée par la tangente au squelette (ou ligne moyenne) du profil telle que l'on peut la construire au bord d'attaque. D'une part et d'autre de cet angle optimal dit d'adaptation, les pertes augmentent de façon dissymétrique (figure IV.1. b).

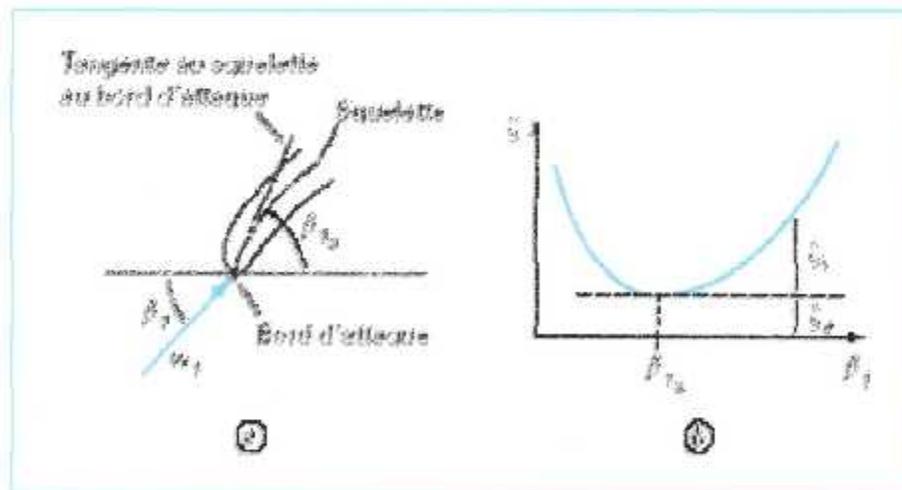


Figure (IV.1) – Variation du coefficient de pertes d'une grille mobile en fonction de l'angle d'entrée

Elles varient plus lentement lorsque le fluide vient frapper la face du profil qui dans les conditions d'adaptation se trouve naturellement en dépression, se produisent rapidement lorsque le fluide frappe la face opposée, ce qui accroît la dépression sur la première face. Ces variations sont en accord avec le fait que toute dépression s'accompagne, en écoulement subsonique, d'une survitesse locale, dont l'intensité influence directement sur le niveau des pertes.

Par conséquent, lors de la conception d'une turbomachine, on dessine les grilles d'aubes de manière qu'au régime nominal de l'appareil, qui doit bénéficier du meilleur rendement possible, ces grilles fonctionnent au voisinage immédiat de leur adaptation.

À l'occasion des régimes variés, l'écoulement se modifie et l'angle s'écarte inévitablement de sa valeur optimale au prix de pertes supplémentaires qui sont dites par incidence ou par désadaptation ; on dit aussi parfois pertes par choc.

c- Influence du nombre de Reynolds et de la rugosité

Le nombre de Reynolds Re gouverne la contribution des effets visqueux.

Il comprend :

- la masse volumique ρ du fluide et sa viscosité absolue μ (évaluées en un point donné si le milieu est compressible) ;
- la vitesse de référence ;
- une longueur caractéristique du canal l , qui, dans le cas d'une grille, est en général la corde du profil ;
- La rugosité des parois est définie comme le rapport de la hauteur des aspérités laissées par le procédé de fabrication, à la longueur caractéristique du canal, l . Ces deux paramètres contrôlent le développement des couches limites sur les parois des canaux selon un mécanisme analogue à celui bien connu qui se produit le long d'une plaque plane parcourue par un écoulement initialement uniforme.
- En partant d'un faible nombre de Reynolds, on constate qu'il se crée d'abord (figure IV.2) une couche limite entièrement laminaire.

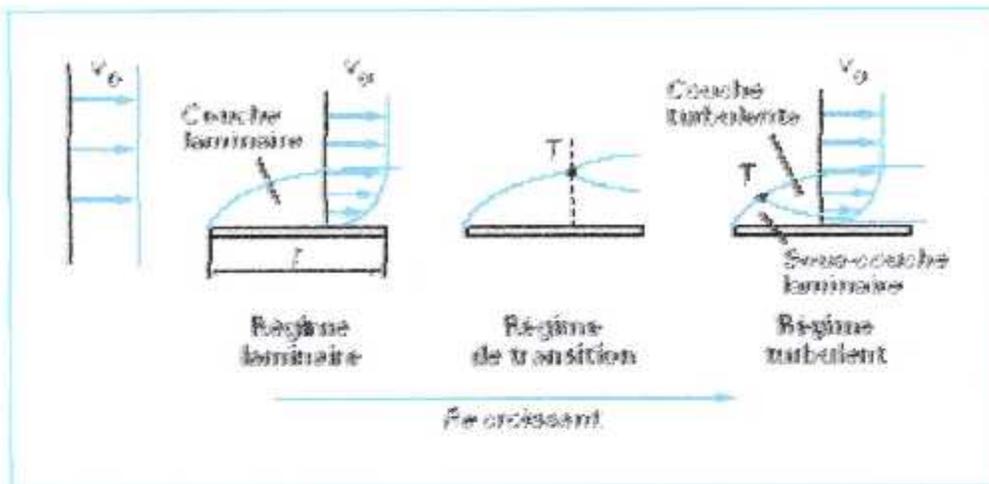


Figure (IV.2) – Régimes de la couche limite sur une plaque plane

Puis en augmentant le nombre de Reynolds Re , on voit apparaître, au-dessus de la couche laminaire, une zone turbulente d'abord peu développée qui prend naissance en un point T appelé point de transition. Pour des nombres de Reynolds toujours croissants, T se déplace vers l'amont en même temps que la couche turbulente gagne en importance et que, par contre, la couche laminaire sous-jacente s'amincit et perd en partie son caractère strictement laminaire. Cette phase, pendant laquelle le point T remonte le long de la plaque, correspond aux régimes dits de transition.

Au-delà d'un certain nombre de Reynolds, le point T reste fixé au voisinage immédiat du bord d'entrée. La couche limite est entièrement turbulente, à l'exception d'une mince sous-couche laminaire dont l'épaisseur décroît lorsque Re continue à augmenter. Pour expliquer simplement comment ces phénomènes agissent sur les pertes d'un canal de turbomachine, on peut grossièrement assimiler celui-ci à deux plaques planes parallèles de longueur l , séparées par une distance d et entre lesquelles circule un débit

masse de fluide dm (figure IV.3). Ce canal possède un coefficient de pertes f tel que : avec dm débit masse élémentaire passant entre deux filets distants de dx .

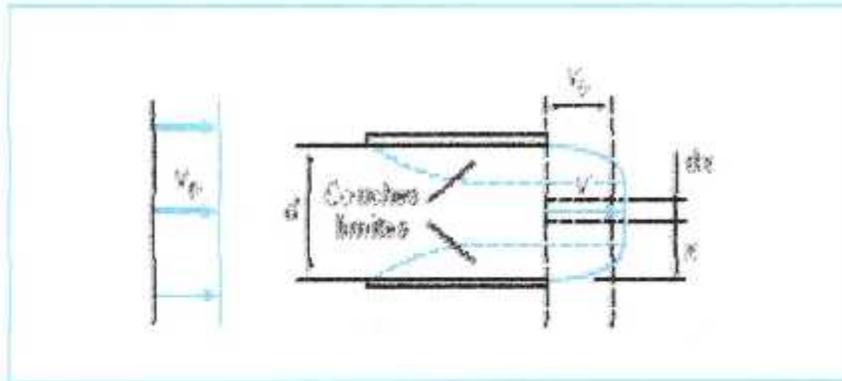


Figure (IV .3) – Canal délimité par deux plaques planes parallèles

La plupart des turbomachines fonctionnent dans le domaine turbulent, où le coefficient de pertes est peu sensible au nombre de Reynolds, jusqu'à même devenir constant en régime rugueux. Cela justifie l'hypothèse simplificatrice couramment utilisée selon laquelle, pour un angle d'entrée donné, les pertes par frottement d'un canal varient comme le carré de la vitesse d'écoulement.

En réalité, plusieurs effets viennent compliquer notablement le comportement des couches limites :

- en supposant, en première approximation, que l'écoulement reste bidimensionnel dans le canal, la pression et la vitesse suivent des lois différentes le long de l'intrados et de l'extrados, qui constituent les parois actives. Cette différence tend à créer une couche limite plus épaisse sur la face en dépression,

- Il faut aussi prendre en considération les couches limites des parois inactives formant le plancher et le plafond du canal. Le champ des pressions, de nature tridimensionnelle, et celui des forces d'inertie provoquent dans ce système complexe des dérapages et des vrillages connus sous le nom d'écoulements secondaires, essentiellement turbulents,

• Toutefois, ces phénomènes ne changent pas, dans son allure générale, la variation du coefficient de pertes en fonction du nombre de Reynolds et de la rugosité.

d- Influence du nombre de mach

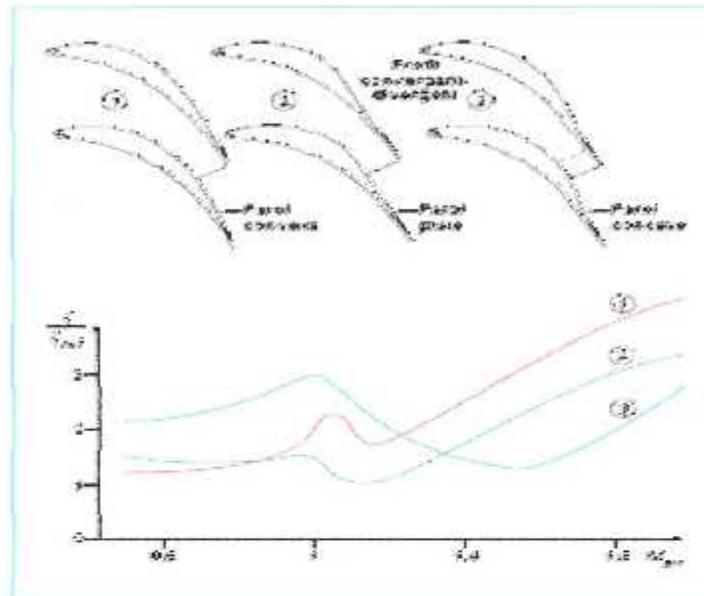


Figure (IV.4) Influence de la forme de profile et de nombre de mach sur les pertes

Les turbines à fluide compressible peuvent travailler à des nombres de Mach relativement élevés ; dans les turbines à vapeur basse pression, on rencontre des nombres de Mach pouvant aller jusqu'à 2 au sommet des dernières ailettes mobiles.

IV.2.1.2- Pertes par décollement ou pertes secondaires

Il y a décollement chaque fois que le fluide se détache d'une paroi, ce qui lui est imposé :

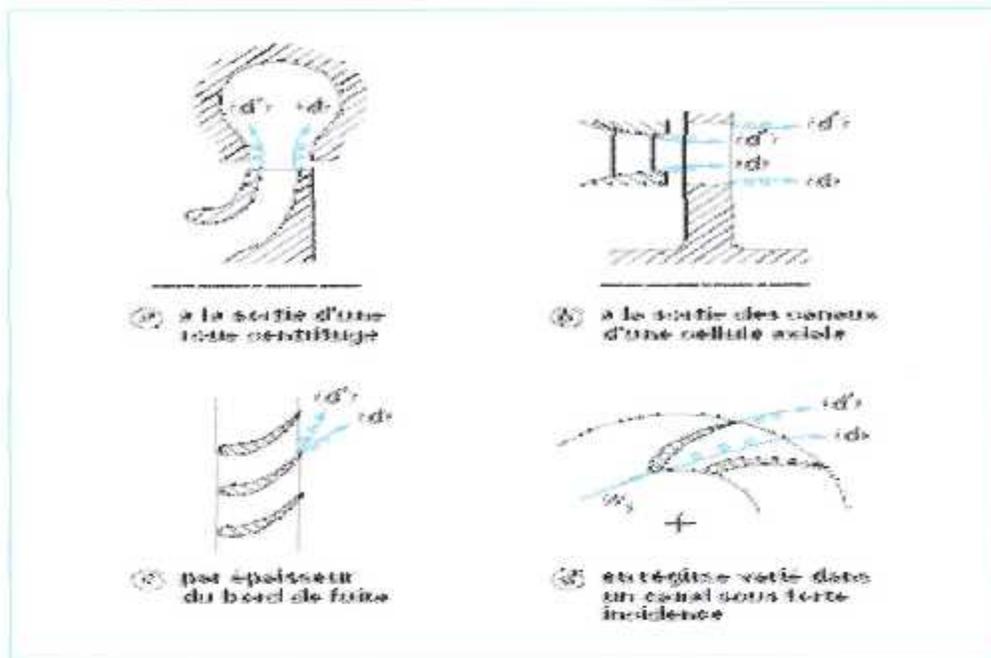


Figure (IV.5) Exemple de décollement

— sur le bord aval de toute surface servant de plancher ou de plafond à un canal fixe ou mobile (figure IV.5.a et b) ;

— à l'extrémité des aubages car, pour des raisons de solidité mécanique, leur bord de fuite possède nécessairement une certaine épaisseur, qui s'oppose à la confluence des deux filets provenant respectivement de l'intrados et de l'extrados

Aérodynamiquement, ces phénomènes s'apparentent à ceux déclenchés par une contraction ou un évasement brusque (figure IV.5.c) ;

— sur le bord d'attaque ; la couche limite des parois décolle devant cet obstacle et donne naissance à une nappe tourbillonnaire (figure IV.5.d) et (figure IV.6)

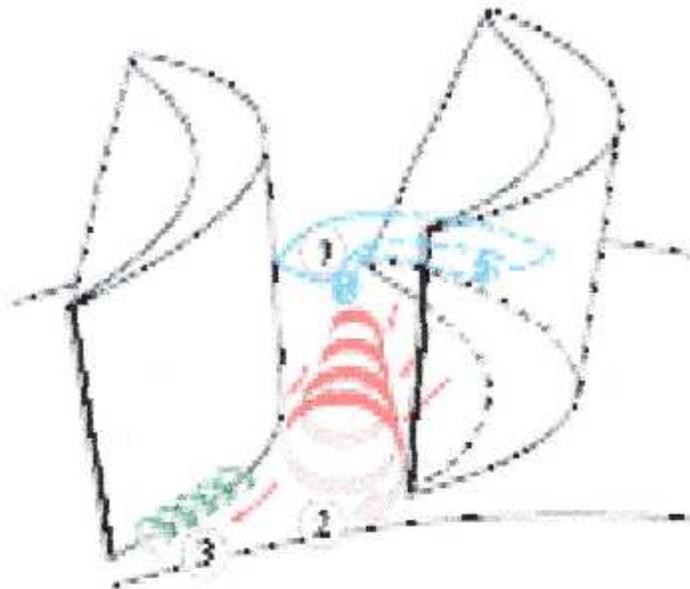


Figure (IV.6) l'écoulement secondaire

— dans le canal, un tourbillon dit « de passage » apparaît à cause du gradient de pression existant entre intrados et extrados ; loin des parois, ce gradient est compensé par la force centrifuge, mais, dans la couche limite, la vitesse diminue et tend vers zéro, et les conditions d'équilibre d'une particule sont modifiées, il y a dérapage des lignes de courant de l'intrados vers l'extrados ;

— enfin, dans le coin arrière extrados, où l'écoulement est turbulent, il peut exister un tourbillon de coin. Les deux premiers tourbillons (celui dû à l'effet d'obstacle du bord d'attaque et celui dit « de passage » vont se mêler ; il semble que la partie intrados du tourbillon de bord d'attaque ait une trajectoire qui coïncide avec le centre du tourbillon de passage, alors que la partie extrados s'enroule autour de ce tourbillon.

IV.2.1.3- Jeux axiaux

Ce sont les jeux entre aubages fixes et mobiles et entre étages. On a normalement intérêt à serrer le plus possible les rangées d'aubages, ce qui permet soit de mettre plus d'étages, d'où un rendement amélioré, soit d'avoir une ligne d'arbre plus courte. Il y a cependant des problèmes constructifs mais aussi mécaniques, l'intensité des efforts in stationnaires devenant plus grande lorsque les jeux diminuent. Des jeux faibles entre aubes fixes et mobiles sont, en général, favorables au rendement et ce d'autant plus que l'allongement est petit ; cela peut s'expliquer par différents phénomènes :

- le plus important est sans doute le développement des couches limites sur les contours de la veine ; en sortie des distributeurs, la composante tangentielle est importante ; la couche limite sera donc très épaisse, d'autant qu'elle se développe dans un environnement tourbillonnaire ;
- lorsque le jeu est faible, les sillages et tourbillons n'ont pas le temps de se mélanger à l'écoulement principal avant d'arriver dans les aubes suivantes où ils sont « hachés » ; on ne sait pas si la perte liée au mélange va se dissiper comme dans un espace non aube .

IV.2.1.4- Pertes liées aux écoulements transsoniques et supersoniques

Le nombre de Mach M prend en compte l'influence de la compressibilité du fluide ; il est égal au rapport d'une vitesse de référence à la célérité du son en un point défini du canal.

Lorsque la vitesse moyenne du fluide s'approche de la célérité du son ou la dépasse, toute survitesse locale à la surface d'une paroi se traduit par une poche supersonique bordée en aval par un fort gradient de recompression qui fait grossir la couche limite et provoque le plus souvent son décollement.

Outre cet effet qui ne fait qu'aggraver les pertes par frottement, les écoulements supersoniques engendrent des irréversibilités par onde de choc qui leur sont bien spécifiques.

S'ajoutant à la compressibilité du fluide, qui agit déjà sur le champ des vitesses théoriques, ces différents phénomènes font du coefficient de pertes une fonction directe du nombre de Mach dès que celui-ci excède la valeur de 0,8.

Une faible perturbation dans l'écoulement d'un gaz se propage à une vitesse (relativement au gaz lui-même) égale à la vitesse du son « a ». Par rapport à un référentiel fixe, la vitesse de propagation dans une direction sera ; l'extrémité du vecteur vitesse dans le repère fixe, d'une perturbation issue du point O, décrira un cercle ayant Pour centre l'extrémité du vecteur vitesse de l'écoulement et de rayon la vitesse du son a. On voit que, contrairement au cas subsonique dans un écoulement supersonique, la perturbation ne pourra se propager que dans un cône de sommet O.

IV.2.1.5-Pertes par turbulence

La turbulence en amont est, d'après les lois de la statistique, le rapport entre la racine des carrés des moyennes des fluctuations de vitesse et la vitesse moyenne de l'écoulement ; elle échappe aux actions du constructeur. Cette intensité atteint une valeur de l'ordre de 5 à 10 % à l'intérieur d'une turbomachine et des valeurs beaucoup plus importantes (jusqu'à 30 %) dans le cas de machines soumises aux actions du vent atmosphérique.

Les pertes par turbulence sont encore difficilement appréhendées industriellement, et font aujourd'hui l'objet de développements numériques importants.

Par ailleurs, les résultats expérimentaux publiés dans de nombreux ouvrages mentionnent rarement l'intensité de la turbulence, donc son effet sur les pertes.

IV.2.1.6 -Pertes par hétérogénéité du fluide

Le fluide peut être hétérogène par la présence de corps en suspension ou peut le devenir par changement de phase (le plus souvent avec apparition d'un mélange liquide-vapeur) ou, s'il est liquide, par dégagement de gaz dissous.

Du fait de leur écart de densité, les éléments de volume présentant une nature différente acquièrent des vitesses inégales et ne suivent plus les mêmes trajectoires. En

conséquence, des pertes apparaissent, d'une part, parce que le transfert d'énergie entre le rotor et l'un au moins des constituants du milieu s'effectue d'une manière aérodynamique ment désadaptée et, d'autre part, mais à un moindre degré, à cause des frottements qui résultent de la traînée du constituant le plus lent. Enfin, il peut se produire un retard aux changements de phase, responsable d'une perte complémentaire par irréversibilité thermodynamique.

IV.2.2- Pertes par frottement de disque

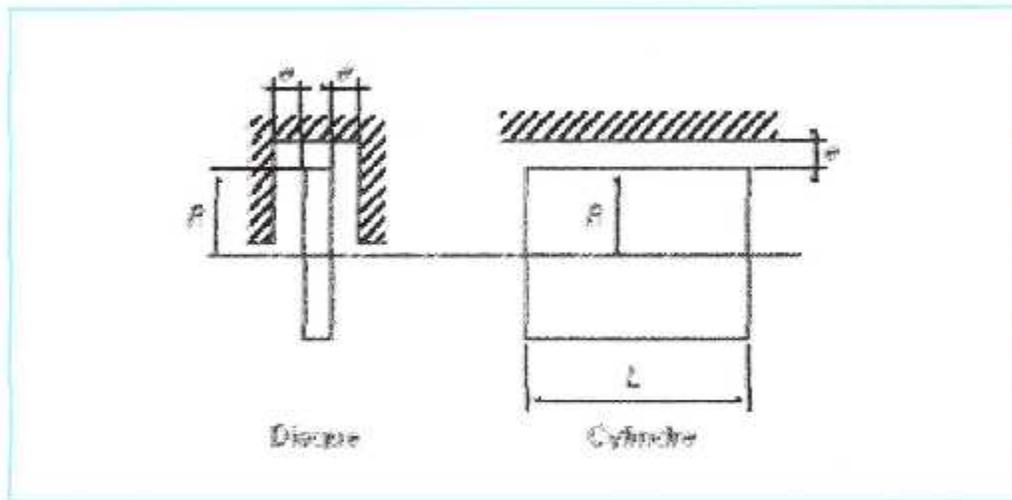


Figure (IV.7) perte par frottement de disque

Malgré la forme complexe de certains rotors, leur décomposition en éléments assimilables à des disques et à des cylindres suffit généralement pour évaluer de manière satisfaisante la puissance consommée par le frottement de leur surface extérieure dans le milieu ambiant, car celle-ci n'exécède jamais une faible fraction de la puissance utile de la machine.

Les frottements de disque appartiennent aux pertes aérodynamiques internes puisque l'énergie dégradée de leur fait est généralement balayée par une fuite qui réintègre ensuite l'écoulement dans la machine. Ce n'est que dans des cas très particuliers, comme celui par exemple de certaines pompes multicellulaires dont le tambour d'équilibrage est

volontairement balayé par un débit renvoyé vers l'extérieur, que la fraction correspondante doit être traitée comme une perte externe.

IV.2.3- Pertes par fuites dans les garnitures d'étanchéité

Une cause de pertes internes également importante provient des fuites internes. Les barrages prévus entre rotor et stator, tout en limitant la quantité de fluide détournée, en laisse passer une partie qu'il ne faut pas négliger dans les bilans. Une certaine quantité de fluide peut s'échapper vers l'extérieur provoquant une perte externe. Il y a alors lieu de distinguer deux éventualités :

- si la fuite se produit avant que le fluide ait pu échanger de l'énergie avec le rotor, on dira qu'il s'agit d'une fuite externe de première espèce ;
- si la fuite a lieu après l'échange d'énergie, on dira qu'il s'agit d'une fuite externe de seconde espèce.

IV.2.4- Pertes mécaniques

Les pertes mécaniques représentent la somme des puissances consommées par tous les organes étrangers à l'écoulement principal, mais cependant nécessaires au fonctionnement de la turbomachine, c'est-à-dire :

- les paliers et la butée du rotor ;
- le variateur de vitesse, qu'il soit à engrenages ou du type hydraulique, lorsqu'il en existe un entre la turbomachine et l'appareil moteur ou résistant qui lui est accouplé ;
- les auxiliaires, qu'ils soient directement entraînés ou non, comme, par exemple, la pompe à huile de graissage, la pompe alimentant éventuellement des organes hydrauliques de réglage, ou encore le ventilateur d'aspiration des buées sur une turbine à vapeur ;
- le piston d'équilibrage de certaines pompes, dans le cas peu fréquent où sa puissance de frottement est évacuée par une fuite externe.

L'estimation des coefficients des pertes dans les turbines axiales est développée à partir des deux modèles AMDC et CRAIG-COX qui seront présentée dans le chapitre suivant.

Chapitre V

Les Modèles des Pertes

V- LES MODELES DES PERTES

V.1- Coefficients des pertes dans les turbines axiales [1]

V.1.1-Définition des coefficients de perte

Les coefficients de perte ont été définis de deux manières différentes, à savoir :

-les coefficients de perte enthalpique

$$\lambda_S = \frac{H_1 - H_{2s}}{V_1^2 / 2} \quad \text{Pour le stator} \quad (\text{V.1})$$

$$\lambda_R = \frac{H_2 - H_{2s}}{W_2^2 / 2} \quad \text{Pour le rotor} \quad (\text{V.2})$$

-le coefficient de perte de pression

$$Y_S = \frac{P_1^0 - P_1^0}{P_2^0 - P_2} \quad \text{Pour le stator} \quad (\text{V.3})$$

ET

$$Y_R = \frac{P_{2rel}^0 - P_{3rel}^0}{P_{3rel}^0 - P_3} \quad \text{Pour le rotor} \quad (\text{V.4})$$

généralement adimensionnels caractéristiques soit de la géométrie de la grille d'aubes, soit de l'écoulement à travers de celui-ci.

Les principaux paramètres influençant les pertes sont les suivants :

- le nombre de Reynolds de l'écoulement ;
- le nombre de mach de l'écoulement à la sortie de la grille ;
- l'angle d'incidence de l'écoulement ;
- l'angle de sortie de fluide hors de la grille d'aube ;
- la rugosité des parois des aubes ;
- le degré de réaction ;
- le pas relatif de la grille ;
- la hauteur relative de l'aube ;
- l'épaisseur relative de l'aube ;
- l'épaisseur relative du bord de fuite de l'aube ;
- le jeu relatif entre rotor et stator.

Le coefficient de perte par aube n'est lié au coefficient de perte totale par la relation suivante :

$$\lambda = \frac{Y_I}{\left(\frac{T_i}{T}\right)} \quad (V.5)$$

Ou λ : le coefficient de perte par aube, si la grille d'aube est celle de distributeur, il sera écrit λ_N , si c'était celle de la roue, il s'écrit λ_R .

V.2.1-Coefficient de perte de profile Y_p

Le coefficient de perte de profile est un ensemble de résultats expérimentaux en grille incorporée dans le système de perte AMDC. Ces résultats sont exprimés en terme du rapport espacement corde et de l'angle (α_2) de sortie du fluide de la grille pour deux cas spécifique de ($\beta_1 = 0$) et ($\beta_1 = \alpha_2$), où (α) et (β) sont illustrés dans la figure (V.1).

Pour toute autre combinaison d'angle, les graphes (V.2, V.3) sont interpolés au moyen de l'équation suivante :

$$Y_{P_{aube}} = \left\{ Y_p(\beta = 0) + \left| \frac{\beta_1}{\alpha_2} \right| \left(\frac{\beta_1}{\alpha_2} \right) \left[Y_p(\beta_1 = \alpha_2) - Y_p(\beta_1 = 0) \right] \right\} \left(\frac{t}{c} \right)^{\beta_1} \left(\frac{t}{0.2} \right)^{\alpha_2} \quad (V.6)$$

l'équation est semblable à celle d'interpolation donnée par la méthode AMDC à l'exception du terme (β_1/α_2) , qui a été introduit pour tenir compte des angles d'entrée négatifs.

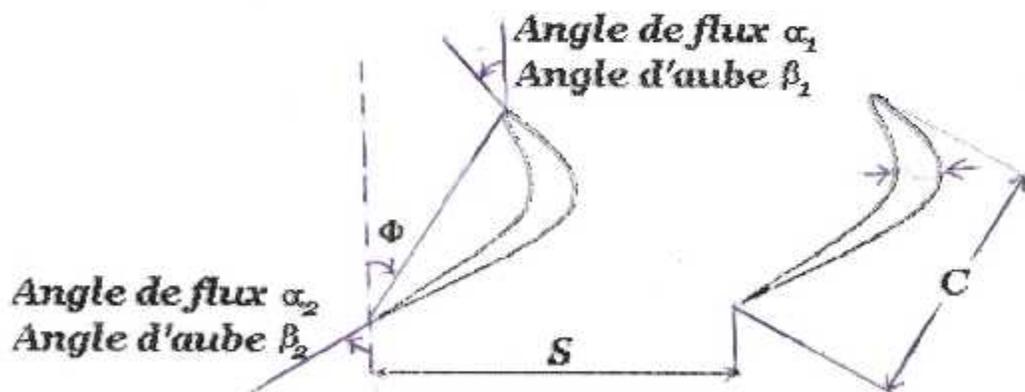


Figure (V.1) Terminologie de la section d'aube

Les résultats de cascade des figures (V.2) et (V.3) sont valides pour les ailettes et des aubes qui ont un rapport d'épaisseur de bord de fuite /espacement (t/s) de (0.02). Dans le système de perte AMDC Y_p est multiplié par Y_{TET} pour obtenir les pertes de profile combinées avec celles dues au bord de fuite pour tout autre rapport (t/s).

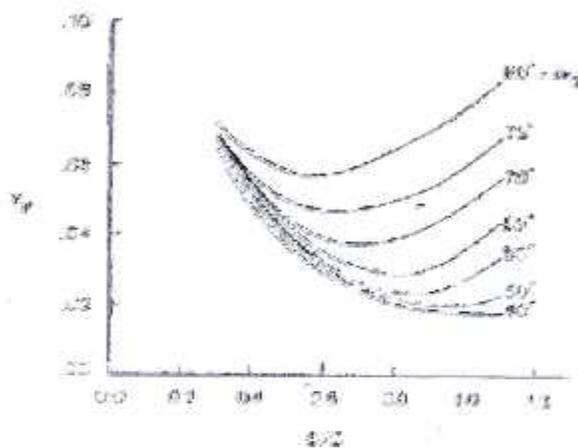


Figure (V.2) Y_p pour ($\beta_1=0$) [9]

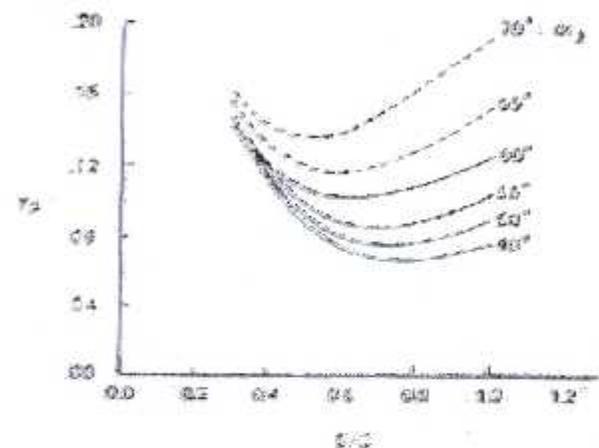


Figure (V.3) Y_p pou($\beta_1=\alpha_2$)[9]

Dans le présent système de pertes, comme Y_{TET} est une perte additive séparée, alors Y_p est multiplié par (0.914) qui une valeur de Y_{TET} quand le rapport ($t/s=0$) on avec le système de perte AMDC pour obtenir Y_p à épaisseur nul de fuite ($t/s=0$).

Les corrélations AMDC était parfaitement valides au paravent, cependant l'avancé dans l'analyse aérodynamique faite récemment suggère qu'un facteur de (2/3) devrait être appliqué à ces coefficients de perte pour la prédiction des efficacités des turbines.

V.2.2- Coefficient de perte secondaire dans le canal

Le calcul du coefficient de perte secondaire est le même de celui donné par Dunham et Came à l'exception de sa dépendance de l'aspect géométrique de l'aube. La relation suivante donne la valeur du coefficient de perte secondaire d'après la méthode AMDC :

$$Y_{s,AMDC} = 0,0334 \cdot f_{ur} \cdot \left(\frac{\cos \alpha_2}{\cos \beta_1} \right) \left(\frac{C_L}{s/c} \right)^2 \left(\frac{\cos^2 \alpha_2}{\cos^2 \alpha_m} \right) \quad (V.7)$$

Avec :

$$\frac{C_L}{c/s} = 2(\tan \alpha_1 + \tan \alpha_2) \cos \alpha_m \quad (V.8)$$

$$\alpha_m = \tan^{-1}(0,5(\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2)) \quad (V.9)$$

$$\left. \begin{array}{l} f_{ur} = \frac{1 - 0,25\sqrt{2-hc}}{h/c} \\ f_{ur} = h/c \end{array} \right\} \text{ Si } \left. \begin{array}{l} h/c \leq 2 \\ h/c > 2 \end{array} \right\} \quad (V.10)$$

Dans le système de perte AMDC, le Y_s donné par l'équation (V.7) est multiplié par (Y_{TET}). Cependant, dans le présent système les pertes secondaires et celles des bords de fuite ne sont pas liées. Par conséquent, Y_s devrait être modifié convenablement pour qu'il puisse être utilisé dans le présent système de perte, cela est fait en multipliant $Y_{s,AMDC}$ équation (V.7) par un facteur 1,2, une évolution initiale pour le facteur multipliant a été basée sur l'hypothèse que Dunham et Came ont développé leur système de perte pour des turbines qui ont une valeur typique de $1/0 \approx 1$ et un angle de la sortie du gaz 60° . Cela implique

que leurs turbines avaient des valeurs de $t/s \approx 0.5$, et la valeur de Y_{TET} n'est pas beaucoup différente.

V.2.3 - Coefficient de perte par jeu en bout d'aube

Les pertes par jeu en bout d'aubes d'un rotor non enveloppe constitue la source majeure de l'inefficacité de la turbine, la plupart des résultats disponibles correspondent a peu près de 15 pour cent a l'expression suivante :

$$\frac{\frac{\Delta \eta}{\eta_0}}{\frac{\Delta k}{h \cos \alpha_2} \frac{r_t}{r_m}} = 0.93 \quad (V.11)$$

Par une méthode itérative appliquée à la relation si dessus on obtient la relation suivante :

$$Y_{TC} = 0.37 \frac{c}{h} \left(\frac{k}{c} \right)^{11.78} \left(\frac{C_L}{c/s} \right)^2 \frac{\cos^2 \alpha_2}{\cos^3 \alpha_m} \quad (V.12)$$

V.2.4 - Coefficient de perte totale

Le coefficient de perte total s'exprime en fonction de tous ces coefficients de pertes par la formule qui vient après :

$$Y_T = f(Re) \cdot Y_p + Y_s + Y_{TET} + Y_{TC} \quad (V.13)$$

Cette formulation est différente de celle du système AMDC qui est

$$Y_T = \left[(Y_p + Y_s) k + Y_{TC} \right] \cdot Y_{TET} \quad (V.14)$$

Ou Y_{tet} dans l'équation (V.14) est un multiplicateur, et pas un coefficient de perte de profile.

V.3-Modele de Craig et Cox [1970][9]

Craig et Cox [1970] ont présenté une méthode pour prévoir des pertes dans les étages de turbine axiale, cette méthode est basée sur l'analyse des testes d'écoulements linéaires sur l'aubage, sur un certain nombre de résultats d'essai de turbine, Elle nous permet de prévoir le rendement réel des machines modernes sur un éventail de nombre de Reynolds, le nombre de Mach, d'allongement et d'autres variables appropriées avec une exactitude moins que +/- 1,25% sur le rendement global.

V.3.1-Le coefficient de perte Totale

Le coefficient de perte totale dans les aubes de turbine axiale de Craig et Cox [1970] est dédoublé dans les pertes de profil, les pertes secondaires et les pertes d'anneau, Q'on peut les montrer dans les équations suivantes :

$$\zeta = \zeta_P + \zeta_S + \zeta_A \quad (V.15)$$

V.3.2- perte de profile

Les pertes de profil de modèle donné par Craig et Cox [1970] est basé sur des caractéristiques expérimentales des aubages droites avant 1970. Il est susceptible que ce modèle compte une grande partie sur le modèle conventionnel de l'aube avec des profils composés des cercles et des lignes droites [Sieverding, 1985].

Les pertes de profil dépendent des différents paramètres fondamentaux : le nombre de Reynolds, l'incidence et le bord de fuite.....etc.

Davantage, l'effet de nombre de mach, la courbure et l'épaisseur de bord de fuite sont ajoutés.

Ils sont présentés dans l'équation. (V.16)

$$\zeta_P = \chi_R \chi_{Te} \chi_i \zeta_{P0} + \Delta \zeta_{P,M} + \Delta \zeta_{P,Se} + \zeta_{P,Tl} \quad (V.16)$$

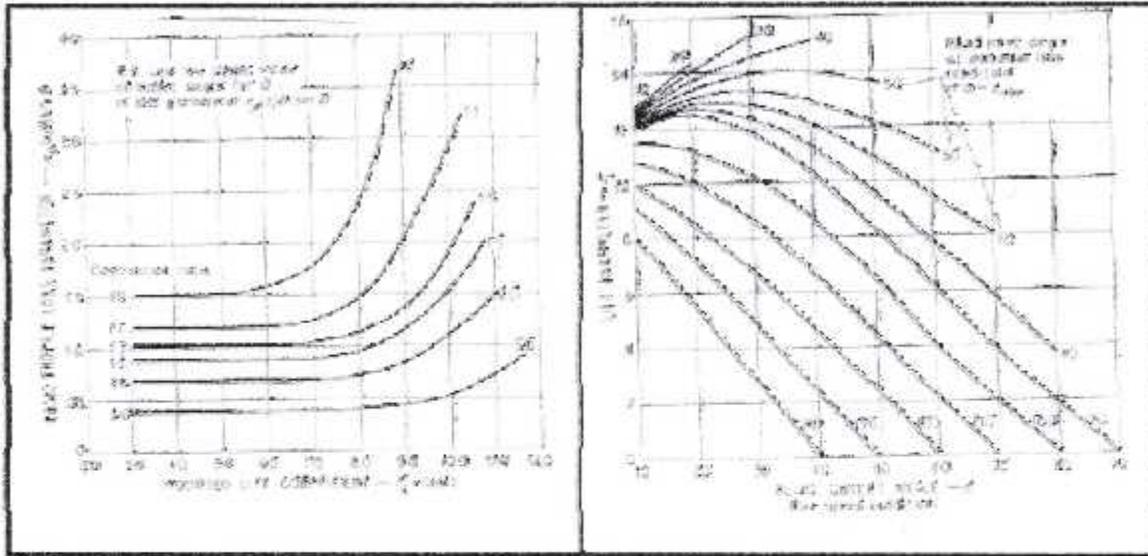


Figure (V.4) Les pertes profils
De Craig et Cox [9]

Figure (V.5) Paramètre de portance F_L [9]

les paramètres fondamentaux de perte de profil, $\zeta_{P0} t/b \sin \alpha_{out}$ sont donné dans un tableau par Craig et Cox [1970 , fig. 5]
tel que :

$$\zeta_{P0} = \left\{ \frac{t}{b_B} \cos \alpha_{out} \left(66.899 F_L + 37.614 C_R - 4.3348 F_L^2 - 1.8038 F_L C_R + \frac{497.93}{F_L} - \frac{114.37}{C_R} - 175.12 \right) \right\}^{-1} \quad (V.17)$$

Où b_H représente la longueur de cambrure de l'aube :

$$b_H \approx l \frac{(\alpha_{in} - \alpha_{out})/2}{\sin(\alpha_{in} - \alpha_{out})/2} \quad (V.18)$$

ils sont basés sur les modifications des paramètres de portance des aubes,

F_L et de rapport de contraction, C_R . le paramètre de portance, F_L dépend de la rotation du flux et la solidité de des aubages redresseurs (voir la fig. V.5).

$$C_R = 1.0659 + 2.6963 \left(1 - \frac{\cos \alpha_{out}}{\cos \alpha_{in}}\right)^2 - 1.1074 \left(1 - \frac{\cos \alpha_{out}}{\cos \alpha_{in}}\right) \frac{l}{b_H} + 0.87386 \left(1 - \frac{\cos \alpha_{out}}{\cos \alpha_{in}}\right) \quad (V.19)$$

$$F_L = \frac{l}{b_B} \left(-1.3477 * 10^{-4} \alpha_{in}^2 + 2.956 * 10^{-1} \alpha_{in} \alpha_{out} - 3.0693 * 10^{-3} \alpha_{out} + 0.2535 \alpha_{in} - 0.46384 \alpha_{out} - 5.4895 \right) \quad (V.20)$$

Le rapport De contraction indique la canalisation interne de l'aube avec le rapport de l'aube particulière basée sur l'admission à la gorge. Cette valeur peut être mesurée pour une ailette donnée.

Craig et Cox [1970] ont donné une corrélation de ce rapport de contraction, le C_R le facteur de multiplication De perte dû au nombre de Reynolds,

$$X_R = \begin{cases} 1 & R_e > 10^5 \\ (R_e / 10^5)^{0.055 \log(R_e) - 0.45} & R_e < 10^5 \end{cases} \quad (V.21)$$

V.3.2.1-Influence de nombre de Reynolds

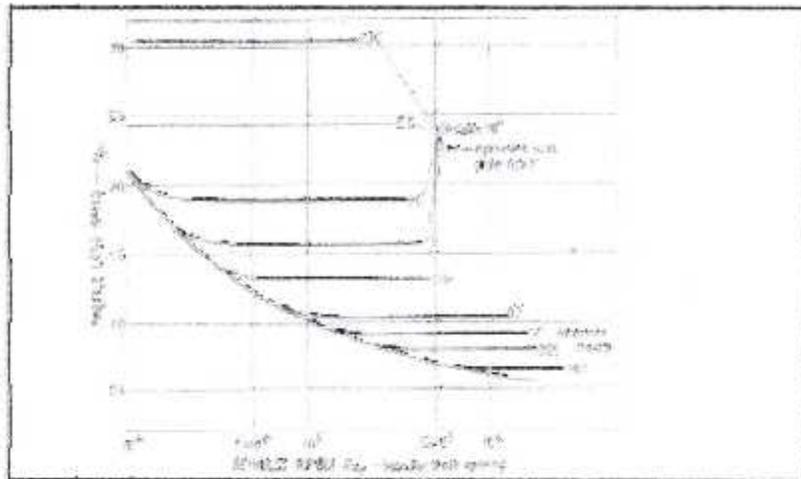


Figure (V.6) le facteur de nombre de Reynolds[9]

Dans la figure (V.6) le facteur de nombre de Reynolds est représenté comme N_{Pr} de nombre de Reynolds Similaire au facteur donné par Traupel. Dans (fig. v.9), cette figure également montre qu'un nombre de Reynolds élevé (au-dessus de 2×10^5) n'a aucun effet sur la perte de profil, alors qu'un nombre de Reynolds inférieur augmentera la perte de profil généralement causée par une épaisseur de la couche limite laminaire et progressive une augmentation de séparation de la région de l'écoulement laminaire.

Les multiples facteurs dus à l'apaisement de bord de fuite, χ_{Te} est la fonction de l'angle de sortie de l'écoulement et le rapport de l'épaisseur sur l'espacement en hors adaptation, les pertes de profile sont changes par les pertes d'incidence.

$$\chi_{Te} = \left\{ 1 + 10.389 \left(\frac{t'}{t} \right)^2 + 0.074 \left(\frac{t'}{t} \right) \alpha_{out} \right\} \quad (V.22)$$

Ils ont introduit ses pertes incidence comme facteur multiple, χ_i pour les pertes fondamentales de profile.

V.3.2.2-Influence d'incidence

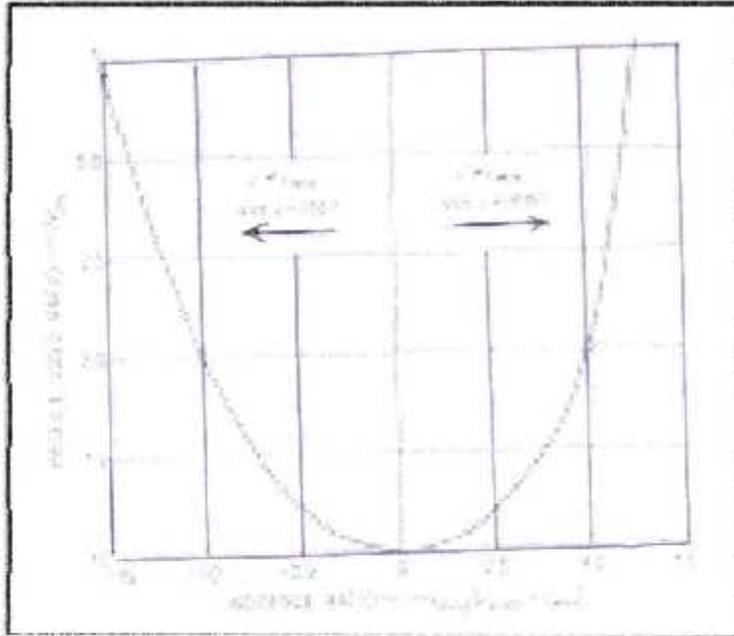


Figure (V.7) l'influence d'incidence sur les pertes donnée par c.c[9]

χ_i : peut être obtenu par des différentes relations avec l'angle d'incidence,
l'angle d'entrée d'aube, l'espacement des aubes.

$$\chi_i = 1 + \left(\frac{i - i_{min}}{i_{star} - i_{min}} \right)^2 \quad (V.23)$$

$$i_{+star} = i_{+bas} + i_{+sb} + i_{+CR} \quad (V.24)$$

$$\begin{aligned}
 i_{+bas} = & 5.4188 * 10^{-3} \alpha_{in} \alpha_{out} - 4.9035 * 10^{-3} \alpha_{in}^2 \\
 & - 0.017844 \alpha_{out}^2 + 0.064328 \alpha_{in} - 2.3766 \alpha_{out} \\
 & - 989.22 / \alpha_{out} - 73.611
 \end{aligned} \tag{V.25}$$

$$\begin{aligned}
 i_{+sb} = & 99.6 + 43.443 \left(\frac{t}{b_B} \right)^2 + 0.814 \frac{t}{b_B} \alpha_{out} \\
 & + 6.9491 * 10^{-3} \alpha_{out}^2 - 108.07 \frac{t}{b_B} \\
 & - 17.937 \frac{b_B}{t} + \frac{198.35}{\alpha_{out}}
 \end{aligned} \tag{V.26}$$

$$\begin{aligned}
 i_{+CR} = & 106.27 + 16.793 C_R - 0.068 C_R \alpha_{out} - 71.466 C_R \\
 & + 0.182 \alpha_{out} - 46.293 / C_R
 \end{aligned} \tag{V.27}$$

$$i_{-stat} = i_{-bas} + i_{-sb} \tag{V.28}$$

$$\begin{aligned}
 i_{-sb} = & 0.01267 \alpha_{in}^2 + 8.77 * 10^{-3} \alpha_{in} \alpha_{out} + 0.38352 \alpha_{in} \\
 & - 0.30745 \alpha_{out} - 18.587
 \end{aligned} \tag{V.29}$$

$$\begin{aligned}
 i_{-sb} = & 27.025 + 0.25632 \frac{t}{b_B} \alpha_{out} \\
 & - 0.30139 \alpha_{out} - 25.88 \frac{b_B}{t}
 \end{aligned} \tag{V.30}$$

$$i_{m \text{ in}} = \frac{i_{+ \text{ stult}} + F_i \cdot (i_{- \text{ stult}})}{1 + F_i} \quad (\text{V.31})$$

$$F_i = 0.05579 + 1.0076 \cdot 10^{-4} \alpha_{in} \left(\frac{t}{b_B} \right) - 0.35031 \left(\frac{t}{b_B} \right)^2 - 0.01239 \alpha_{in} + 1.6388 \left(\frac{t}{b_B} \right) \quad (\text{V.32})$$

Cet élément de perte du, $\Delta \zeta_{P.M}$ au nombre de Mach d'un écoulement supersonique, l'espacement des aubes, la largeur des aubes et l'épaisseur de bord de fuite, ces relations sont données dans la figure (V.8).

V.3.2.3- Influence de nombre de Mach :

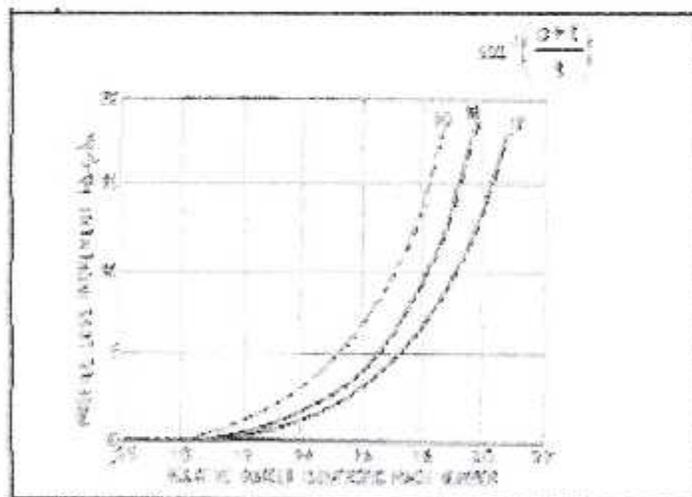


Figure (V.8) perte de nombre de Mach [9]

$$\Delta \zeta_{P.M} = \frac{o/t' + t'/t}{2} (M_{\text{out}} - 1)^2 \quad (\text{V.33})$$

Les aubes avec des surfaces d'aspiration courbées près de bord de fuite, les pertes de $\zeta_{p,se}$ sont apprises.

$\Delta \zeta_{p,se}$ Dépend de nombre de Mach de sortie, l'espacement des aubes, et la hauteur es aubes. La relation ci-dessus nous montre ces différents paramètres :

$$\Delta \zeta_{p,se} = -0.10699 + 0.1832 \left(\frac{t}{b_c} \right)^2 + 0.35665 \frac{t}{b_c} M_{out} + 0.015552 M_{out}^2 - 0.42797 \frac{t}{r_c} + \frac{0.093753}{M_{out}} \quad (V.34)$$

$\Delta \zeta_{p,Ti}$ est en fonction de l'espacement et l'épaisseur de bord de fuite comme

suit :

$$\Delta \zeta_{p,Ti} = 1160 \left(\frac{t'}{2} \right)^3 \quad (V.35)$$

V.3.3-Pertes secondaires

Les pertes secondaires données par Craig et cox sont basées sur des testes expérimentaux des aubages redresseurs. Pour la comparaison, les calculs et les données des performances de turbine mesurées, ils ont conclue que ces données de pertes ne sont pas soumises a des corrections pour les utiliser dans les étages de turbine.

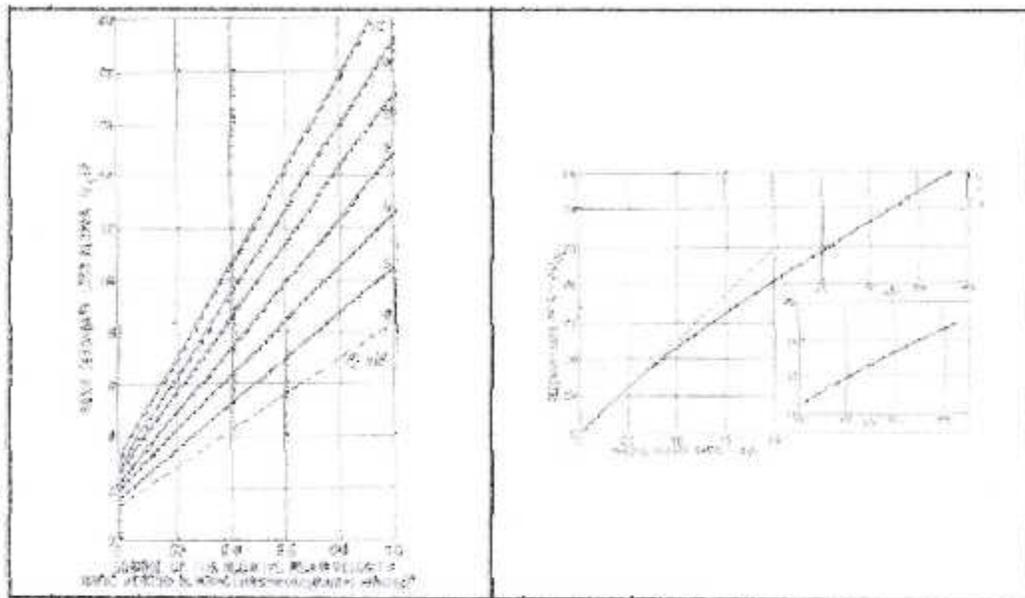


Figure (V.9) les pertes secondaires [9]

Figure (V.10) facteur d'allongement[9]

Le coefficient des pertes secondaires dépend de coefficient des pertes initiales ζ_{s0} de nombre de Reynolds χ_R et l'allongement des aubes χ_{AR} comme indique les relations suivantes :

$$\zeta_s = \chi_R \chi_{AR} \zeta_{s0} \tag{V.36}$$

tel que ζ_{s0} dépend de coefficient de portance ,des vitesses d'entrées et de sorties

$$\zeta_{s0} = 0.0032 F_L + (0.0288 + 0.0148 F_L) \left(\frac{V_{in}}{V_{out}} \right)^2 \tag{V.37}$$

Et χ_{AR} est en fonction de la cambrure et le rayon de base et de sommet :

Et χ_{AR} est en fonction de la cambrure et le rayon de base et de sommet :

$$\chi_{AR} = \frac{b_B}{r_i - r_h} \left(1 - 0.1 \frac{b_B}{r_i - r_h} \right) \quad (V.38)$$

V.3.4-Pertes annulaires

Les pertes annulaires apparaissent quand le mur d'anneaux à une quantité appréciable de diffusion entre deux étages ou entre le stator et le rotor.

Les pertes annulaires ζ_A dépend de la géométrie de mur d'anneaux :

$$\zeta_A = 0.025 + 0.29 \left(0.85 - \frac{r_i^2 - r_h^2}{r_i'^2 - r_h'^2} \right)^2 \quad (V.39)$$

Après avoir calculé les performances et les coefficients des pertes des turbines axiales, nous allons présenter les résultats graphiquement dans le chapitre suivant.

Chapitre VI

Résultats et Interprétations

VI.1-Introduction

Ce chapitre est consacré à la présentation des résultats obtenus par le programme de calcul.

Ce programme est élaboré pour résoudre les équations aérodynamiques et les équations des modèles des pertes de Craig et Cox pour déterminer les performances de turbine axiales qui sont développées dans le chapitre "3" et "5".

VI.2-Données du programme de calcul

Les caractéristiques aérodynamiques et géométriques de la turbine, nécessaires au lancement des calculs sont données par :

- le nombre d'étages de turbine.
- les valeurs itératives de nombre de tours et de nombre de Mach.
- la pression totale (sortie de la chambre de combustion).
- La température totale (sortie de la chambre de combustion).

Paramètres géométriques	Etage 1 de la turbine		Etage 2 de la turbine	
	Stator	rotor	Stator	rotor
Nbre d'aubes	42	64	42	64
L'envergure h	0.024	0.025	0.033	0.034
Corde c	0.041	0.026	0.041	0.026
Espacement t	0.0284	0.0187	0.0291	0.0191
Rayon moyen	0.19	0.19	0.1945	0.1945
Alpha	0	0	0	0
Rb/Rs	0.88	0.87	0.84	0.83

La géométrie de turbine choisie est celle de AGARD-AR-275, cette turbine est utilisée pour des études expérimentales au (laboratory of chair of Heat and Power

Technology in the department of Energy Technology, the royal institute of Technology).

Les données nécessaires au lancement du programme de calcul sont représentées par les valeurs des paramètres thermodynamiques de la chambre de combustion et ceux géométriques de la turbine :

$$P_t = 3 \text{ bars}$$

$$T_t = 1000^\circ \text{ K}$$

$$M = 0.01, 0.8$$

$$N = 600, 1600$$

VI.3-Exemple d'exécution

Ces résultats sont obtenus du programme pour les différents coefficients de pertes en fonction du rapport de vitesse.

Rapport de vitesse (v)	Coeffi de perte totale	Coeffi de perte profile	Coefficient de perte secondaire	Coeffi de perte annaux
0.2	0.115	1.544853E-02	3.827991E-02	9.024999E-02
0.4	0.113	1.437734E-02	977229E-02	9.024999E-02
0.6	0.112	1.397950E-02	4.037543E-02	9.024999E-02
0.8	0.111	1.358822E-02	4.087317E-02	9.024999E-02

Ce tableau nous montre la variation du rendement isentropique et du débit réduit en fonction du taux de détente.

Le taux de détente	Rendement isentropique	Le débit réduit
1.145885	3.528274E-01	8.6985026E-05
1.471227	7.677032E-01	5.0789083E-04
1.939132	8.457634E-01	8.7077945E-04
2.631675	8.701505E-01	1.1356486E-03
3.699131	8.719738E-01	1.2761621E-03
5.442451	8.759583E-01	1.2961660E-03
8.545974	8.603253E-01	1.2961660E-03

La variation des différents coefficients de perte en fonction de l'incidence pour le modèle d' AMDC et de Craig et Cox :

incidence	Coeffi totale rotor AMDC	Coeffi totale rotor CC	Coeffi Perte profile	Coeffi perte secondaire	Coeffi perte annaux
-30	0.65	0.4	0.25	0.09	0.09
-20	0.5	0.3	0.17	0.1	0.07
-10	0.45	0.25	0.09	0.11	0.06
-2	0.46	0.22	0.05	0.12	0.05
-0.5	0.48	0.25	0.07	0.14	0.045
3	0.5	0.3	0.09	0.15	0.045
10	0.52	0.35	0.2	0.20	0.03
15	0.7	0.42	0.23	0.22	0.03
20	0.95	0.6	0.25	0.25	0.01

VI.4-Graphes et interprétations

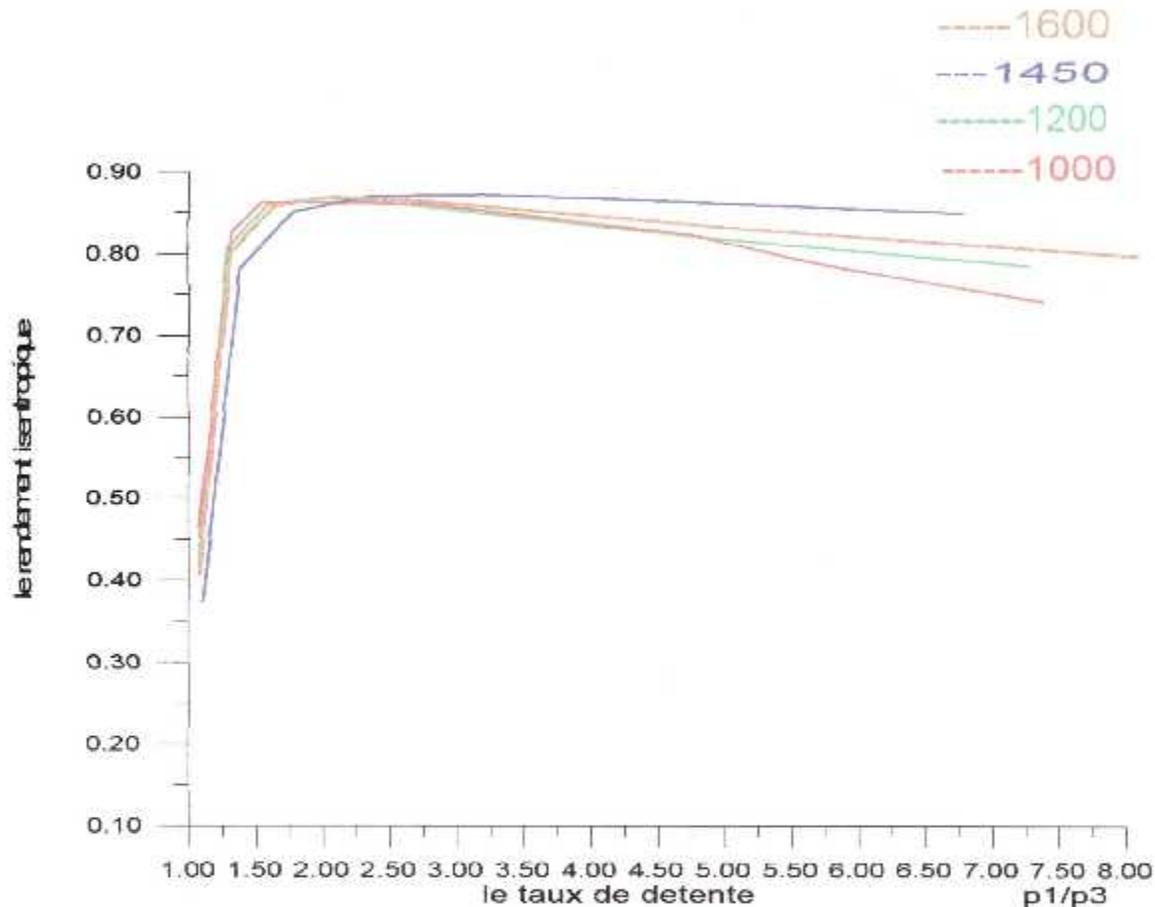


Figure 1 : la variation de rendement isentropique en fonction de taux de détente

La figure1 : représente le rendement isentropique de la turbine en fonction du taux de détente pour différents régimes de rotation, sur cette courbe, on remarque qu'avec la variation du nombre de mach et pour un régime de rotation donnée le rendement isentropique de la turbine augmente jusqu'à maximum qui correspond ici au point d'adaptation (point de rendement maximum), puis commence à diminuer légèrement.

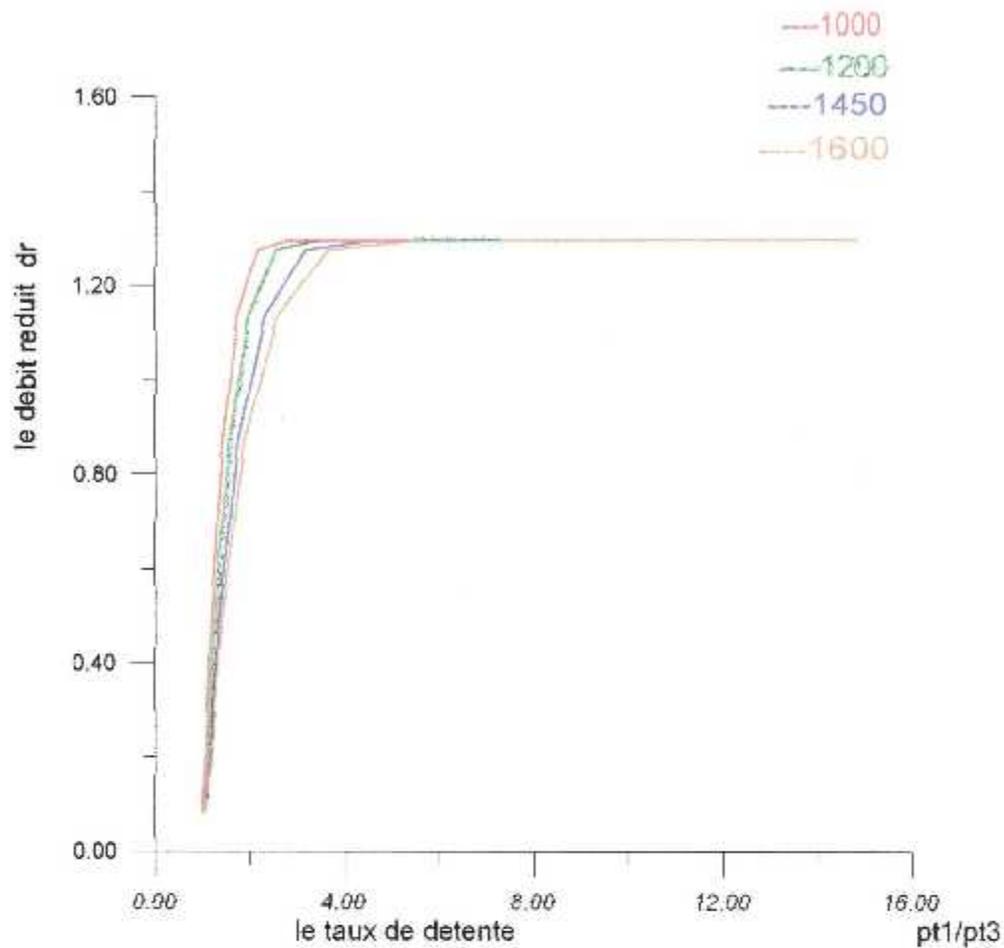


Figure 2 : la variation de débit réduit en fonction de taux de détente

La figure2 représente le débit réduit à l'entrée de la turbine en fonction du taux de détente, pour différents régimes de rotation donnés, on remarque une augmentation du débit réduit avec le taux de détente dans le même sens, et à partir d'une certaine valeur le débit devient constant, cela est dû au fait que la section de distributeur de la turbine devient critique, c'est-à-dire, quand le nombre de mach est égal à l'unité, on parle alors du phénomène de blocage en débit.

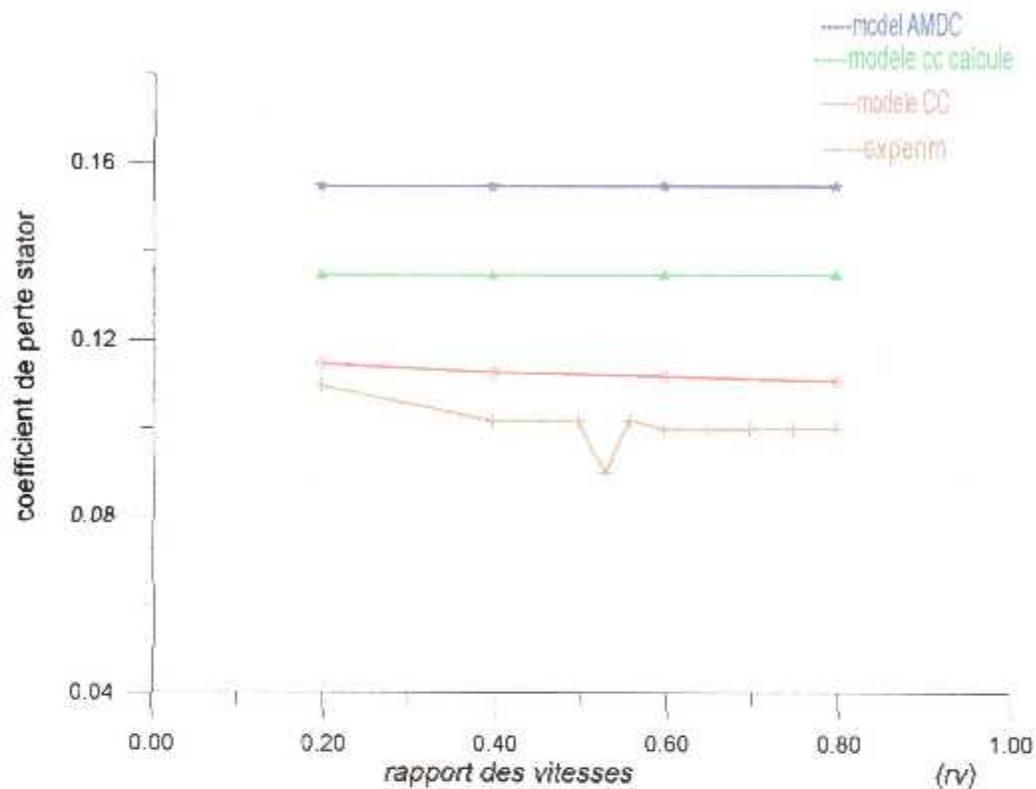


figure 3: la variation de coefficient de perte totale dans le stator étage 1

La figure 3 : représente la distribution des valeurs expérimentales et les valeurs des coefficients de pertes totales en fonction du rapport des vitesses pour le stator étage 1.

On considère L'angle d'entrée ne varie pas dans ces essais, et pour un angle d'incidence nulle les valeurs sont prises pour un régime adapté.

D'après cette figure le graphe de model de Craig et cox est proche de l'expérimentale par rapport aux autres modèles de prédiction et la variation de coefficients de perte est due à la variation de coefficient de perte profil, perte secondaire et perte annulaire qui sont présentées dans la figure 4 .

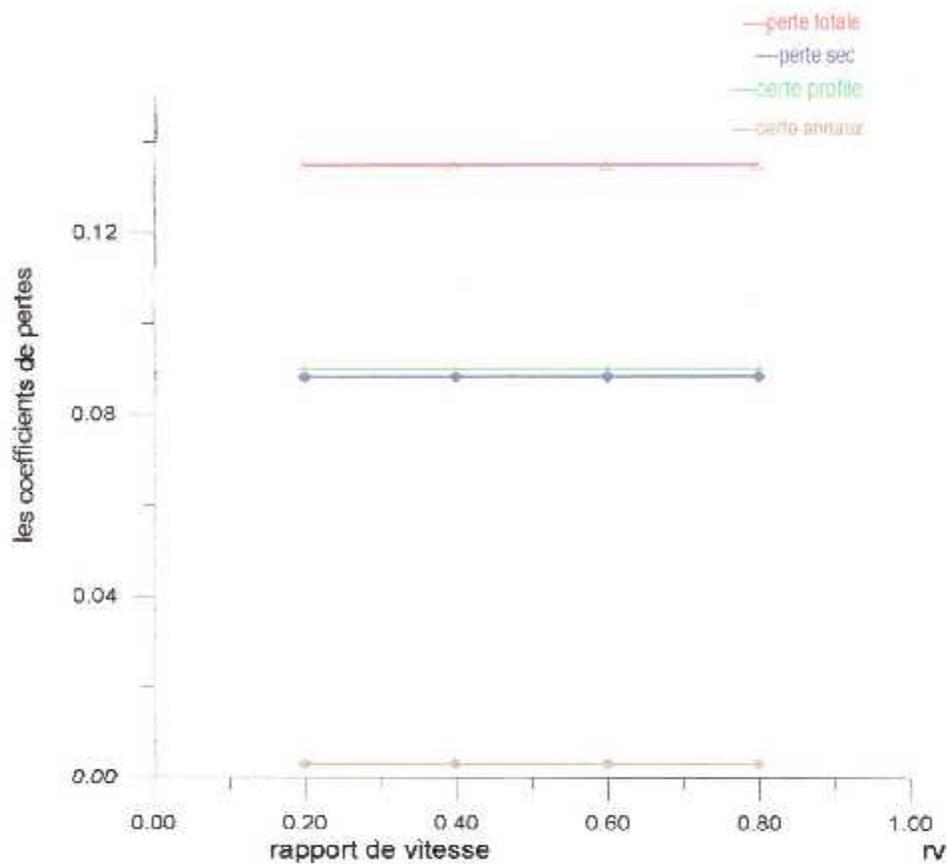


Figure 4 : la variation des différents pertes avec rv

Cette figure nous montre mieux la variation des différentes pertes. les pertes profiles varient plus que les autres pertes, cela est due la variation du nombre de mach . pour un régime de rotation donné tous les paramètres d'entrées stator changent (les angles d'entrées ,la vitesse de l'écoulement ,le nombre de mach, le paramètre de portance ,le facteur de nombre de Reynolds.

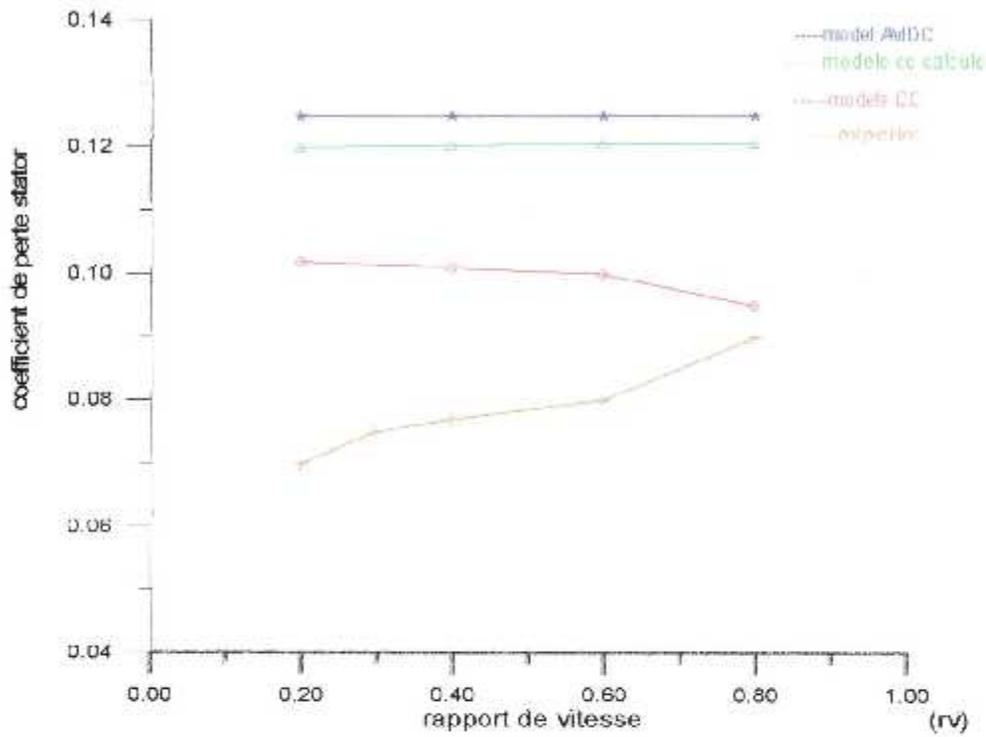


Figure 5 : la variation des coefficients des pertes totales avec le rapport (rv) stator étage 2

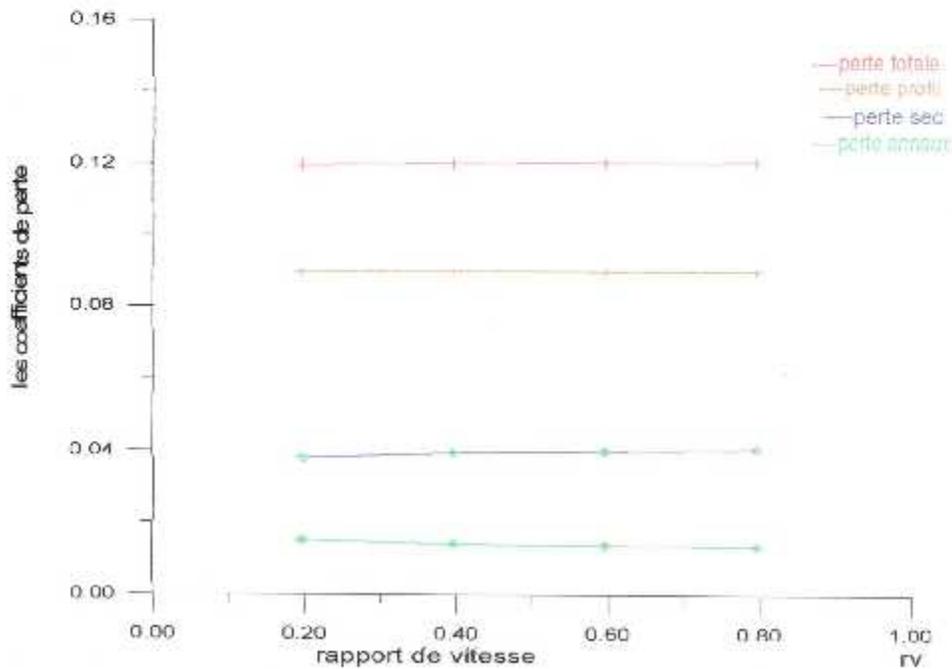


Figure 6 : variation des différents coefficients de pertes avec (rv) rotor "étage 2"

Dans les figures (5 et 6) La variation des pertes dans la turbine étage "2" est pratiquement la même de celle de l'étage "1" parce que les paramètres de conception et la géométrie ne changent pas.

les pertes totales dans la turbine étage "2" diminuent à peut près de 15 à 30(pourcent) de celles de l'étage "1" cela est due à la diminution des pertes secondaires et de fuite a cause de l'augmentation de l'allongement dans l'étage "2".

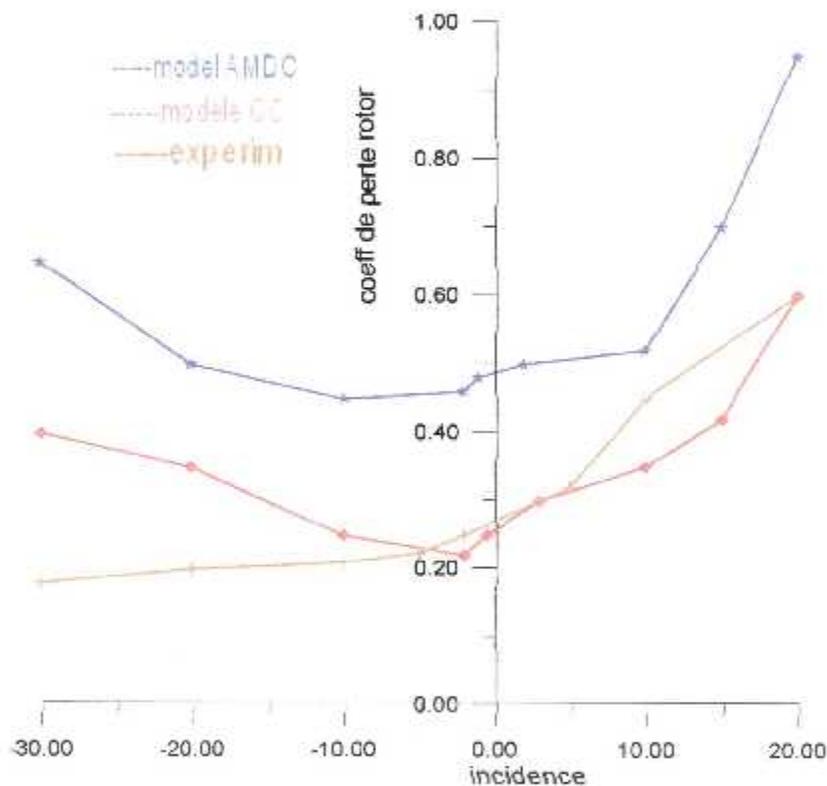


Figure 7: la variation de coefficient de pertes totales sur le rotor avec l'incidence Etage 1

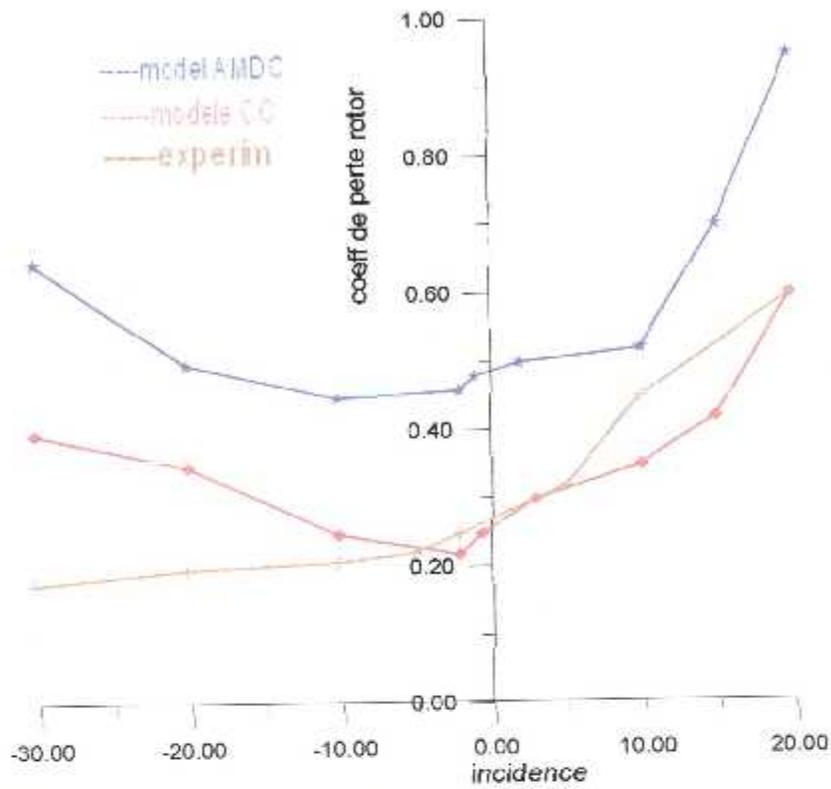


Figure 7.1: la variation de coefficient de pertes totales sur le rotor avec l'incidence Etage 1

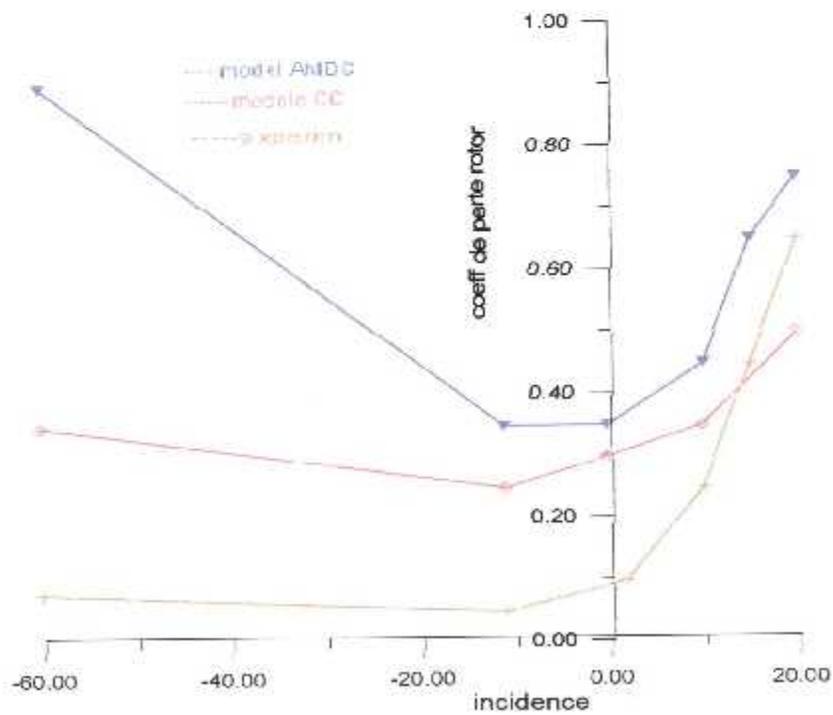


Figure 8: la variation de coefficient de pertes totales sur le rotor avec l'incidence Etage 2

C'est très important de voir la variation du coefficient de perte totale du rotor et du stator avec l'incidence. Cette variation est due à la variation dans le triangle des vitesses.

D'après la figure "7" et "8" Les prédictions des pertes dans le modèle de C-C convient bien avec l'expérimentale en régime adapté et dans la région à incidence positive ; mais il y a une petite différence dans la région à incidence négative, ceci est due aux pertes de fuite.

Les pertes de profile dans le modèle de Craig et Cox est influés par le nombre de Reynolds, nombre de Mach ,l'angle d'incidence, le paramètre de portance qui est en fonction des angles d'entrées et de sorties de l'aube.

Dans un régime hors adapté les pertes de profiles dépendent de l'angle d'incidence et l'angle d'incidence de décrochage.

Le coefficient de perte de profile à une valeur minimale proche de « 0° degré » et il augmente quand il s'éloigne de cette valeur.

Les pertes secondaires dans le modèle C-C sont calculés à partir d'une fonction linéaire faisant intervenir le facteur de Reynolds, l'allongement, la vitesse d'entrée et de sortie et le paramètre de portance qui est en fonction des angles d'entrée et de sortie.

Elles augmentent quand l'angle d'incidence augmente par le fait de l'augmentation de la différence entre les angles d'entrée et de sortie de fluide, en conséquence la vitesse de l'écoulement augmente et la charge des aubes augmente.

Comme les pertes de l'anneau dépendent de sa géométrie nous l'avons considéré comme stable sur toute la gamme de variation.

Dans la figure "7.1", Les pertes totales dans le modèle de Craig et Cox sont dues aux pertes de profile, pertes secondaires et pertes de l'anneaux .la valeur minimale de ces pertes "-2.5" degré, elles augmentent rapidement dans la région positive de l'incidence parce que les pertes de profile et secondaire augmentent aussi rapidement dans cette région.

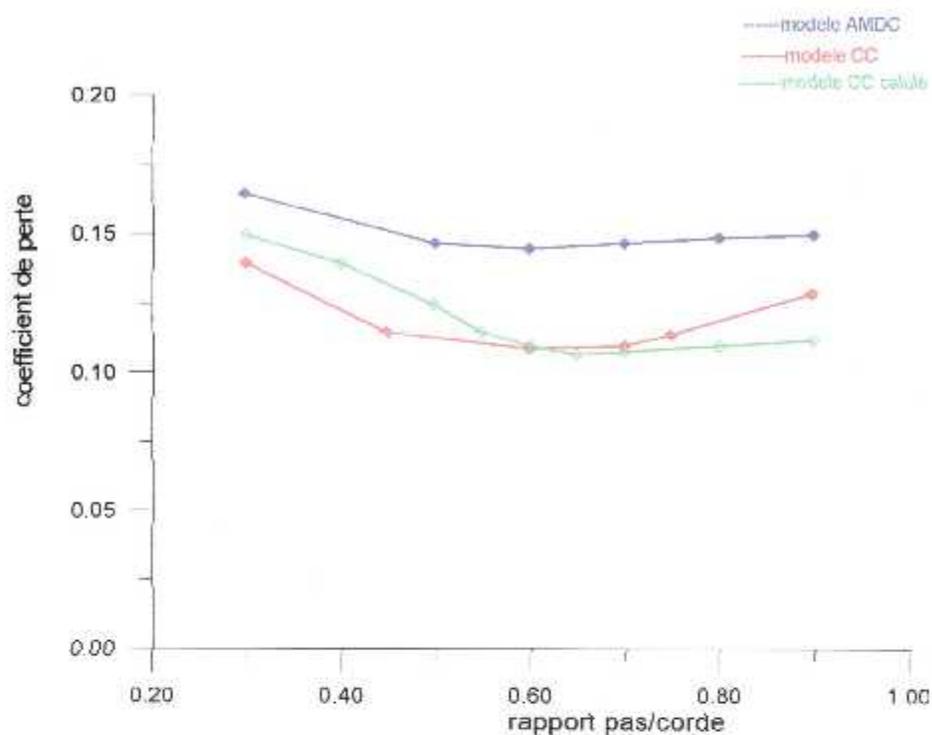


Figure 9 :la variation des pertes totales avec le rapport t/c (stator)

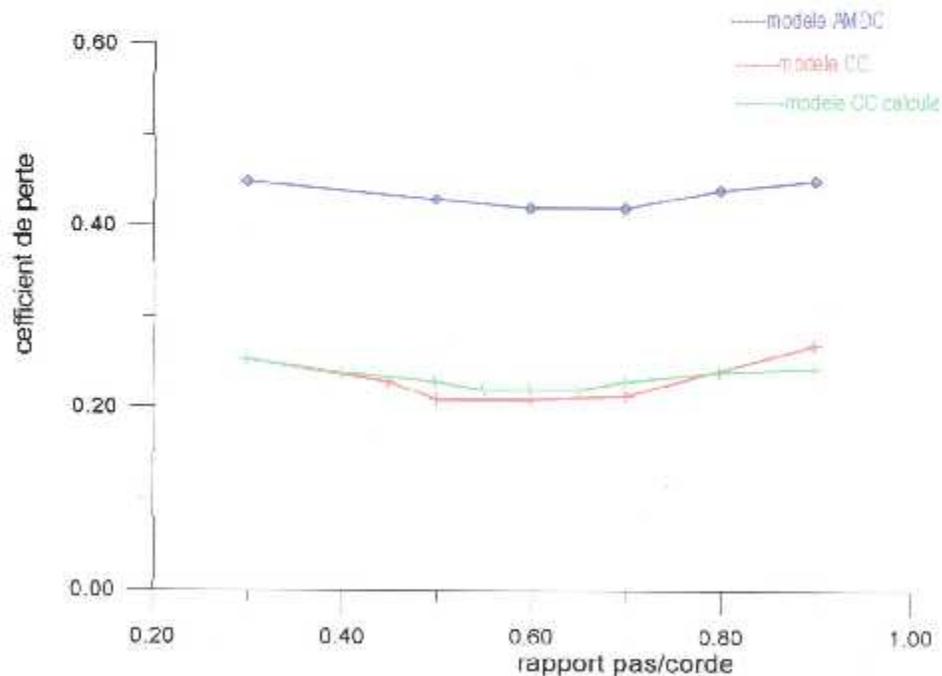


Figure 10 :la variation des pertes totales avec le rapport (t/c)

Les figures "9" et "10" représentent les variations des coefficients des pertes totales des modèles AMDC, C-C, C-C calcule en fonction du rapport espacement /corde dans le stator et le rotor de l'étage "1" respectivement et nous remarquons que celui d'AMDC est plus grand que les autres modèles, et le coefficient de CC calcule est proche de celui du CC.

Le rapport (espacement/ corde) est considéré l'un des paramètres géométriques critiques, en effet, ces graphes nous montrent que les pertes totales diminuent légèrement quand le rapport espacement-corde augmente jusqu'à une valeur minimale puis elles augmentent légèrement.

Les résultats de prédiction des pertes sur la variation de rapport espacement –corde de l'étage "2" sont les mêmes dans l'étage "1" pour les mêmes raisons qu'on a déjà citées.

Conclusion

Conclusion

Le but primordial de ce travail était d'étudier le modèle de prédiction des pertes du Craig et Cox et d'AMDC et leurs applications dans la simulation et l'optimisation des turbines axiales.

La conception d'une turbine axiale implique la possibilité de prédire approximativement ses performances aérothermodynamiques au point de fonctionnement nominal.

Les modèles de pertes au point nominal qui ont été développés à partir des résultats de mesure obtenus en laboratoire, diffèrent considérablement de ceux rencontrés dans les machines réelles en fonctionnement hors adaptation.

Cette différence réside dans les conditions géométriques, paramètres de conceptions et des paramètres d'entrées machine.

Le calcul des différents paramètres s'effectue en chaque station à l'entrée et à la sortie de chaque grille pour un seul étage puis est généralisé pour tous les autres étages.

Les résultats obtenus par notre programme de calcul concordent avec ceux obtenus par l'expérience.

En effet, ces résultats sont présentés en terme de courbes représentant les distributions des valeurs des coefficients des pertes et des rendements isentropiques et des débits réduits pour les différents régimes de fonctionnement.

L'angle d'incidence est considéré le paramètre le plus important en hors adaptation pour chaque modèle, car il influe sur l'effet du rapport espacement-corde, le rapport des vitesses, et les angles d'entrée et sortie d'aubes.

Le modèle de Craig et Cox est plus proche de l'expérimental par rapport à celui d'AMDC car les pertes de profil sont constituées d'un terme de base, corrigé par des facteurs prenant en compte l'influence de nombre de Reynolds, la rugosité de l'aube, l'épaisseur de bord de fuite, et le rayon de courbure de l'extrados près de bord de fuite.

Pour diminuer l'effet des pertes sur les performances aérothermodynamiques (rendement isentropique, débit réduit, taux de détente) de la turbine axiale en

fonctionnement transsonique, nous avons évoqué l'évolution technique visant à concevoir des aubes refroidies qui, d'une part, résistent à des températures élevées, et d'autre part permettent de contrôler le développement de la couche limite et les ondes de choc à travers les injecteurs du fluide refroidisseur.

Toute fois, ce modeste travail nous a aidé à améliorer beaucoup mieux nos connaissances sur les turbomachines et les pertes, et nous espérons qu'il puisse servir de base pour un développement ultérieur progressif dans le domaine de prédiction des pertes dans les turbines axiales.

Bibliographie

[1] Michel DE VLAMINCK, Pierre WAUTERS : **Thermodynamique et Turbine**
CIACO éditeur 1988.

[2] V. BENSIMHON : **Fonctionnement hors adaptation des turbomachines**
1986

[3] Max GIRAUD et Joël SILET : **» Turbine à gaz aérodynamique et terrestre »**. TECHNIQUE DE L'INGENIEURE B4410-7.

[4] Michel PLUVIOSE et Christelle PÉRILHON : **» Turbomachines bilan énergétique et application »**. TECHNIQUE DE L'INGENIEURE BM4293-3,16.

[5] Michel PLUVIOSE et Christelle PÉRILHON : **» Turbomachines description principe de base »**. TECHNIQUE DE L'INGENIEURE BM4280-6.

[6] Michel VINCENT DE PAUL : **« Turbine à fluide compressible »**.
TECHNIQUE DE L'INGENIEURE BM456-17.

[7] Yves LORANCHET : **» Mise en œuvre des turbines à gaz dans l'industrie »**.
TECHNIQUE DE L'INGENIEURE B4425-1.

Thèse:

[8] HATOUT Redha. **» Elaboration d'un programme de calcul des performances en hors adaptation des turbines axiales multi étagées »**
Ingénieur Aéronautique Propulsion DAB. Algérie 2004

[9] NING WEI. **« Signification of loss models in aerothermodynamic simulation for axial turbines »**. *Dovtoral Thesis*. Department of energy Technology, Division of heat and power technology, Royal institus of technology 2000

ANNEXES

1.1-Ecriture des équations de la mécanique des fluides pour les écoulements dans les turbomachines

1.1.1-Equation de continuité

Pour un mouvement permanent : $div(\rho \vec{V}) = 0$ (I.1)

Soit en coordonnées cylindriques dans le repère fixe :

$$div(\rho \vec{V}) = \frac{\partial}{\partial r}(\rho V_r) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho V_x) + \rho \frac{V_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(\rho V_\theta) = 0 \quad (I.2)$$

et dans le repère mobile (V) est remplacé par (W)

$$\frac{\partial}{\partial r}(\rho W_r) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho W_x) + \rho \frac{W_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(\rho W_\theta) = 0 \quad (I.3)$$

II.1.2-Equation de l'énergie :

Le long d'une ligne de courant $dh = T ds + \frac{dP}{\rho}$ (I.4)

$$\text{Soit : } grad \vec{h} = T grad \vec{S} + \frac{1}{\rho} grad P \quad (II.5)$$

En faisant intervenir la rothalpie :

$$R = h + \frac{W^2}{2} - \frac{U^2}{2} \quad (I.6)$$

Avec : $U = \omega \cdot r$ (I.7) *

Les équations dans le repère (r, θ , x)

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} = T \frac{\partial S}{\partial r} - \frac{\partial R}{\partial r} + \frac{1}{2} \frac{\partial (W^2)}{\partial r} - w^2 r \quad (r) \quad \text{en repère fixe} \quad (I.8)$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial \theta} = T \frac{\partial S}{\partial \theta} - \frac{\partial R}{\partial \theta} + \frac{1}{2} \frac{\partial (W^2)}{\partial \theta} \quad (\theta) \quad (I.9)$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = T \frac{\partial S}{\partial x} - \frac{\partial R}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial (W^2)}{\partial x} \quad (x) \quad (I.10)$$

En fluide parfait ($\vec{\tau} = \vec{0}$) si on est en passage adiabatique long d'un filet de courant $dS=0$ ($dS = \partial \theta + \partial x$) Par contre, l'écoulement réel moyen constitué par un écoulement fluide parfait auquel on supposera les écoulements visqueux moyennés (couche limite) et phénomènes secondaire ne sera pas isentropique ; on négligera en général les forces de viscosité dans l'équation d'un mouvement mais pas la variation d'entropie (exprimé en fonction des pertes) dans l'équation de l'énergie.

1.1.3-Equation du mouvement

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\vec{V}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \text{grad}\bar{P} + \vec{\tau}_f \quad \text{Repère fixe} \quad (1.11)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{D_{rel}\vec{W}}{D_{rel}t} - w^2\vec{r} + 2\vec{\Omega}A\vec{W} = -\frac{1}{\rho} \text{grad}\bar{P} + \vec{\tau}_f \quad \text{Repère mobile} \quad (1.12)$$

$$\text{Avec : } \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{\partial\vec{V}}{\partial t} + \text{grad}\vec{V} \frac{V^2}{2} + \text{rot}\vec{V} \wedge \vec{V} \quad (1.13)$$

$$\text{Et } \frac{D_{rel}\vec{W}}{D_{rel}t} = \frac{\partial_{rel}\vec{W}}{\partial t} + \text{grad}\vec{W} \frac{W^2}{2} + \text{rot}\vec{W} \wedge \vec{W} \quad (1.14)$$

Avec le repère choisi on a vu que si on tourne a vitesse constante :

$$\dot{\vec{\Omega}} = w.\vec{x} \quad (1.15)$$

$$\text{rot}\vec{u} = 2\vec{\Omega} \quad (1.17)$$

$$\text{Avec : } V_u = W_u + U \quad \text{et} \quad V_r = W_r \quad \text{et} \quad V_x = W_x \quad (1.18)$$

$$\text{Et } \text{grad}\vec{V} \frac{V^2}{2} = \begin{cases} V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + V_u \frac{\partial V_u}{\partial r} + V_x \frac{\partial V_x}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \left(V_r \frac{\partial V_r}{\partial \theta} + V_u \frac{\partial V_u}{\partial \theta} + V_x \frac{\partial V_x}{\partial \theta} \right) \\ V_r \frac{\partial V_r}{\partial x} + V_u \frac{\partial V_u}{\partial x} + V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} \end{cases} \quad (1.19)$$

$$\text{Et } \text{grad}\bar{p} = \begin{cases} \frac{\partial p}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \\ \frac{\partial p}{\partial x} \end{cases} \quad (1.20)$$

$$\text{Et } \vec{V} = \begin{cases} V_r \\ V_u \\ V_x \end{cases} \quad (1.21)$$

Et on a :

$$\text{rot } \vec{V} = \begin{cases} \frac{1}{r} \frac{\partial V_x}{\partial \theta} - \frac{\partial V_u}{\partial x} = A & (r) \\ \frac{\partial V_r}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial r} = B & (\phi) \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r V_u) - \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} = C & (x) \end{cases} \quad (1.22)$$

$$\text{rot } \vec{V} \wedge \vec{V} = \begin{cases} B V_x - C V_u \\ C V_u - A V_x \\ A V_u - B V_r \end{cases} \quad (1.23)$$

II.1.4- pour l'écoulement axisymétrique

nous avons les hypothèses suivantes :

$$\text{Écoulement axisymétrique} \Rightarrow \frac{\partial}{\partial \theta} () = 0 \quad (1.24)$$

- Equation de Continuité :

$$\frac{\partial}{\partial r} (\rho W_r) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho W_x) + \rho \frac{W_r}{r} = 0 \quad (1.25)$$

- Equation de Mouvement :

$$W_r \frac{\partial W_r}{\partial r} + W_x \frac{\partial W_r}{\partial x} - \frac{W_u^2}{r} - w^2 r - 2w W_u = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} \quad (1.26)$$

$$W_r \frac{\partial W_u}{\partial r} - W_x \frac{\partial W_u}{\partial x} + \frac{W_r W_u}{r} - 2w W_r = 0 \quad (1.27)$$

$$W_r \frac{\partial W_x}{\partial r} + W_x \frac{\partial W_x}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \quad (1.28)$$

- Equation d'Energie :

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} = T \frac{\partial S}{\partial r} - \frac{\partial J}{\partial r} + \frac{1}{2} \frac{\partial (W^2)}{\partial r} - w^2 r \quad (1.29)$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = T \frac{\partial S}{\partial x} - \frac{\partial J}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial (W^2)}{\partial x}$$

On peut introduire la vitesse du son $a^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_{S=cte}$ dans l'équation (1.1) qui

devient :

$$a^2 \frac{\partial W_r}{\partial r} + a^2 \frac{\partial W_x}{\partial x} + a^2 \frac{W_r}{r} + \frac{1}{\rho} W_r \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{1}{\rho} W_x \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \quad (1.30)$$

Si on associe (1.11) et (1.13) on obtient :

$$\frac{1}{1 - \frac{W_x^2}{a^2}} \left(W_x \frac{\partial W_r}{\partial x} - W_r \frac{\partial W_x}{\partial x} - \frac{(W_u + U)^2}{r} \right) + \frac{W_x W_r}{a^2} \left(W_r \frac{\partial W_x}{\partial r} - W_x \frac{\partial W_r}{\partial r} - \frac{d^2 W_r}{r W_x} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} = 0 \quad (1.31)$$

$$\text{Or } \operatorname{tg} \theta = \frac{W_r}{W_x} = \frac{\partial r}{\partial x} \quad \text{et} \quad W_M^2 = W_x^2 + W_r^2 \quad (1.32)$$

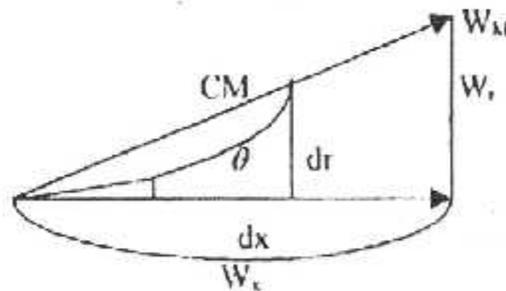


Figure (1) : Courbure des filets d'air

D'où l'équation :

$$\frac{1 - \frac{W_x^2}{a^2} \left(\frac{W_x^2}{\cos^2 \theta} \frac{\partial \theta}{\partial x} - \frac{(W_u + U)^2}{r} \right) - \frac{W_x}{1 - \frac{W_M^2}{a^2}} \frac{W_r}{a^2} \left(\frac{W_x^2}{\cos^2 \theta} \frac{\partial \theta}{\partial r} + \frac{a^2 W_r}{r W_x} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} = 0 \quad (11.33)$$

Que l'on peut combiner avec celle de l'énergie pour obtenir, si on tient compte de la définition de la cambrure des lignes de courant dans le plan méridien :

$$C_M = \frac{d\theta}{dsm} = \frac{\frac{d\theta}{dx}}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta}} \quad (1.34)$$

Avec : $\frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} \operatorname{tg} \theta = \frac{C_M}{\cos \theta}$ puisque $\frac{d\theta}{dx} = \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\partial \theta}{\partial r} \frac{dr}{dx} + 0$ (1.35)

D'où la forme implicite pour la vitesse :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{W^2}{2} \right) = \frac{\partial R}{\partial r} - T \frac{\partial S}{\partial r} + W^2 r \frac{1 - \frac{W_x^2}{a^2} \left(\frac{(W_u + U)^2}{r} - \frac{W_M^2}{\cos \theta} C_M \right) - \frac{W_x W_r}{1 - \frac{W_M^2}{a^2}} \left(\frac{\operatorname{tg} \theta}{r} + \frac{1}{\cos^2 \theta} \frac{\partial \theta}{\partial r} \right)}{a^2} \quad (1.36)$$

- Dans la roue fixe :

On a (W) remplacé par (V)
 ($R_{\text{rothalpie}}$) remplacé par (H)
 (U) remplacé par (0)

II.1-Premier Principe de la thermodynamique

Applique aux turbomachines, il s'écrit entre l'entrée (1) et la sortie (2) du fluide :

$$E_i + Q = \Delta H = H_2 - H_1 \quad (\text{II.1})$$

En écoulement adiabatique ($Q = 0$), cette relation devient :

$$E_i = \Delta H = H_2 - H_1 \quad (\text{II.2})$$

Soit :

· Pour un compresseur :

$$E_c = H_2 - H_1 > 0 \quad (\text{II.3})$$

· Pour une turbine :

$$E_t = H_2 - H_1 < 0 \quad (\text{II.4})$$

· Pour une tuyère ($E_i = 0$)

$$H_1 = H_2 \quad (\text{II.5})$$

Le théorème d'Euler établit l'expression du travail sur l'arbre E_a fourni ($E_a < 0$) ou reçu ($E_a > 0$) par chaque kilogramme de fluide traversant une grille d'aubages mobiles :

$$E_a = U_2 V_{u2} - U_1 V_{u1} \quad (\text{II.6})$$

Si l'on néglige l'influence des fuites internes, on a entre l'entrée et la sortie d'un étage de turbomachine $E_a = E_i$, d'où selon la

R est une constante (Rothalpie) $\Rightarrow R_1 = R_2$
relation (3) :

$$E_a = H_2 - H_1 = U_2 V_{u2} - U_1 V_{u1} \quad (\text{II.7})$$

les indices (1) et (2) étant respectivement relatifs à l'amont et à l'aval de la roue.

I.2-Loi de Poisson

(Valable pour les écoulements isentropiques, C'est-à-dire adiabatiques et réversibles d'un gaz parfait) :

$$\frac{P}{\rho^\gamma} = \text{Cte} \text{ OU } \frac{P}{t^{\gamma/(\gamma-1)}} = \text{Cte} \text{ OU } \frac{t}{\rho^{\gamma-1}} = \text{Cte} \quad (\text{II.8})$$

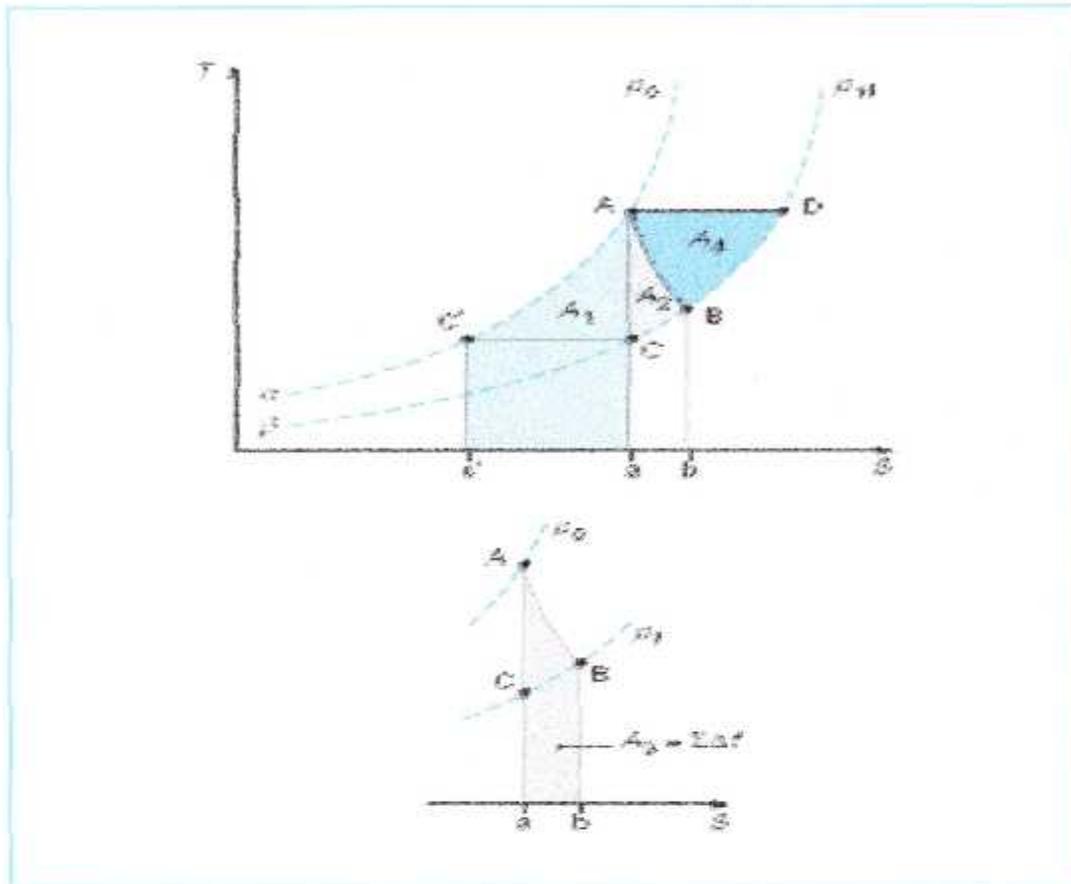


Figure (I.1) Analyse de détente sur le diagramme (T,S)

I.2.4- Nombres de Mach et célérité du son et grandeurs d'arrêt ou totales dans un Gaz parfait

Pour caractériser la vitesse des écoulements gazeux, on utilise souvent le nombre de Mach :

$$M_a = \frac{V}{a} \quad (II.9)$$

Avec : a vitesse du son telle que :

$$a = \sqrt{\gamma r T}$$

$$r [J/(Kg \cdot K)] = \frac{8314.4}{M(g/mol)} \quad (II.10)$$

Pour un fluide qui se détend, elle n'est pas constant et varie d'un point à un autre. Si de plus P_i, T_i et ρ_i les caractéristiques du fluide dans les conditions d'arrêt (vitesse nulle) la célérité du son devient alors :

$$a_i = \sqrt{\gamma \cdot r \cdot T_i} \quad (\text{II.11})$$

Au col d'un canal d'écoulement, elle est donnée par la relation suivante :

$$a_c^2 = \frac{2}{\gamma + 1} a_i^2 \quad (\text{II.12})$$

Si la détente se poursuit, la célérité du son diminue jusqu'à s'annuler, et lorsqu'elle est poussée jusqu'au vide, le fluide aura donc une vitesse limite V_L donnée par la relation suivante :

$$V_L = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma - 1} T_i} \quad (\text{II.13})$$

Considérons maintenant un écoulement qui n'échange ni chaleur ni travail avec l'extérieur. Un observateur entraîné à la vitesse du fluide relèverait des températures et pressions statiques t et p , seules grandeurs physiques réelles.

Au contraire, un observateur fixe, faisant face à l'écoulement, mesurerait des valeurs dites d'arrêt ou totales ou encore génératrices :

$$\text{— température totale} \quad T_i = t + \frac{V^2}{2c_p} \quad (\text{II.14})$$

$$\text{— pression totale} \quad P_i = p \left(\frac{T_i}{t} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (\text{II.15})$$

cette dernière supposant que le retour au repos s'effectue de façon réversible. Ces grandeurs s'expriment aussi en fonction du nombre de Mach de l'écoulement :

$$T_i = t \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_a^2 \right) \quad (\text{II.16})$$

$$P_i = p \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_a^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (\text{II.17})$$

Pour l'écoulement considéré, la relation (I.6), compte tenu de la définition de l'enthalpie totale, peut s'écrire :

$$h_2 + \frac{V_2^2}{2} = h_1 + \frac{V_1^2}{2} \quad (\text{II.18})$$

En utilisant la relation $dh = c_p dt$, il vient :

$$t_2 + \frac{V_2^2}{2c_p} = t_1 + \frac{V_1^2}{2c_p} \quad (\text{II.19})$$

D'où : $T_2 = T_1 = Cte$

Si, en outre, l'écoulement est réversible, l'équation (I.11) peut s'appliquer comme suit :

$$\frac{P_1}{T_1^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} = \frac{P_1}{T_1^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} = \frac{P_2}{T_2^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} = \frac{P_2}{T_2^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} \quad (\text{II.20})$$

et $P_1 = P_2 = \text{Cte}$

Ainsi, pour tout écoulement d'un gaz parfait qui n'échange ni travail ni chaleur avec l'extérieur :

- même en présence de pertes, la température totale se conserve ;
- si l'écoulement est sans pertes (donc isentropique), la pression totale se conserve aussi.

Pour les *écoulements adiabatiques qui échangent du travail* (compresseurs et turbines), par application de (3), on obtient :

$$W_i = qE_t = q(H_2 - H_1) \quad (\text{II.21})$$

soit, encore (si c_p est constant) :

$$W_i = q c_p (T_2 - T_1) \quad (\text{II.22})$$

I.4- Fonction de débit

Le débit masse qui passe au travers d'une surface S normale à l'écoulement s'exprime par la relation :

$$q = \rho S V \quad (\text{II.23})$$

En faisant apparaître le nombre de Mach au lieu de la vitesse v et les grandeurs totales de l'écoulement, on obtient l'expression du

Débit réduit $\frac{q\sqrt{T}}{P}$:

$$\frac{q\sqrt{T}}{P} = \sqrt{\frac{\gamma}{r}} \mu(M_a) S \quad (\text{II.24})$$

Avec
$$\mu(M_a) = M_a \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_a^2 \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (\text{II.25})$$

L'équation (23) permet de calculer le débit en fonction du nombre de Mach, ou l'inverse, lorsque les conditions génératrices sont connues.

La fonction $\mu(M_a)$ passe par un maximum pour $M_a = 1$: il y a donc un débit qu'on ne peut dépasser, c'est le *débit de blocage* ou *débit sonique* ou *débit limite*.

Par différentiation de l'équation (II.23), on obtient :

$$S \frac{d\mu}{dM_a} dM_a + \mu S = 0 \quad (\text{II.26})$$

La condition $M_a = 1$ entraîne $du/dM_a = 0$, donc $dS = 0$, ce qui démontre que l'écoulement sonique ne peut se rencontrer qu'en un col géométrique, c'est-à-dire là où l'écoulement passe par un minimum de section.

Mais la réciproque de cette importante propriété n'est pas vraie : tout col ($dS = 0$) n'est que le siège d'un extremum de vitesse ($dM_a = 0$) sans que nécessairement $dS/dM_a = 0$

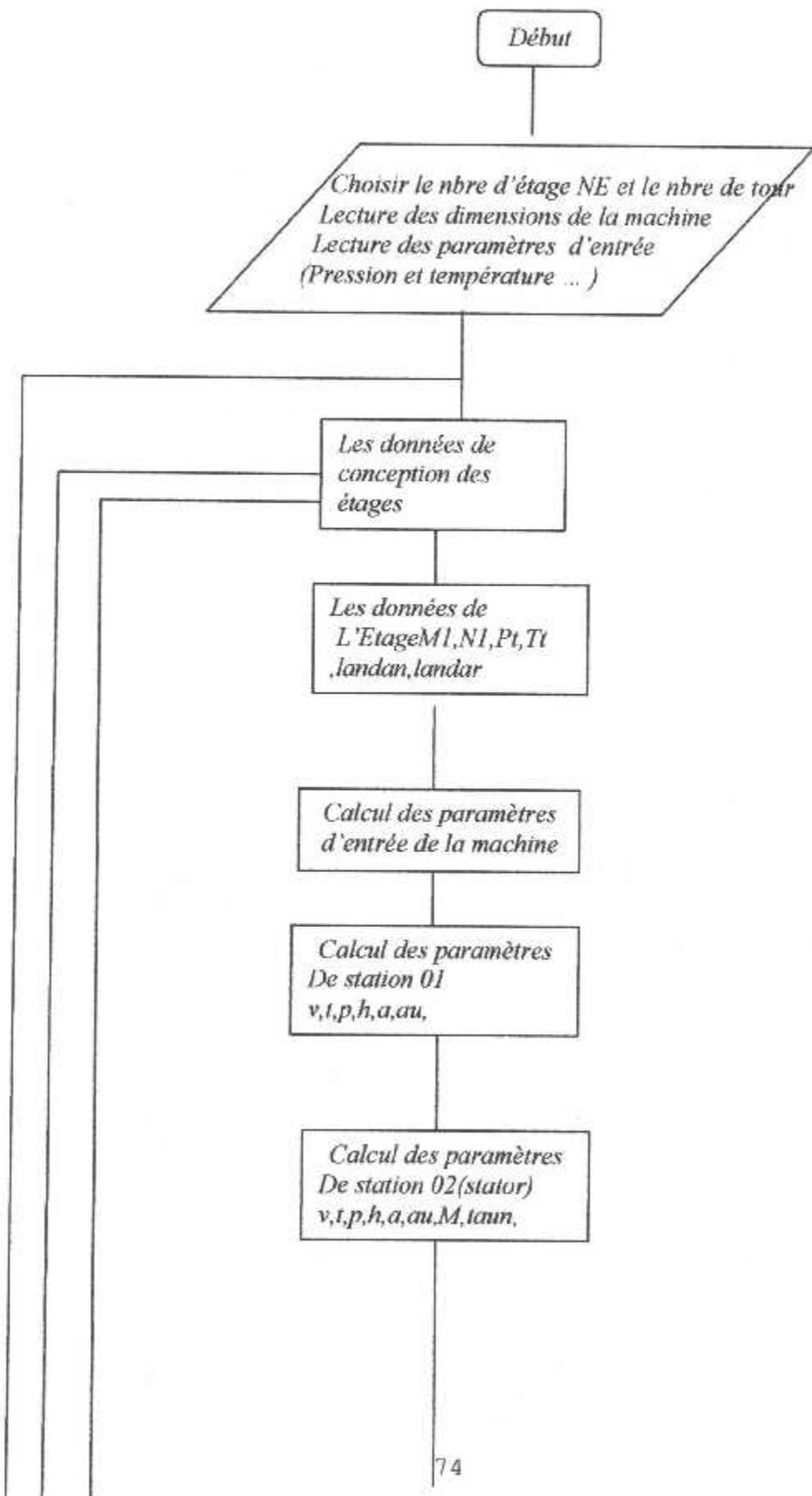
1- ORGANIGRAMME DE CALCUL

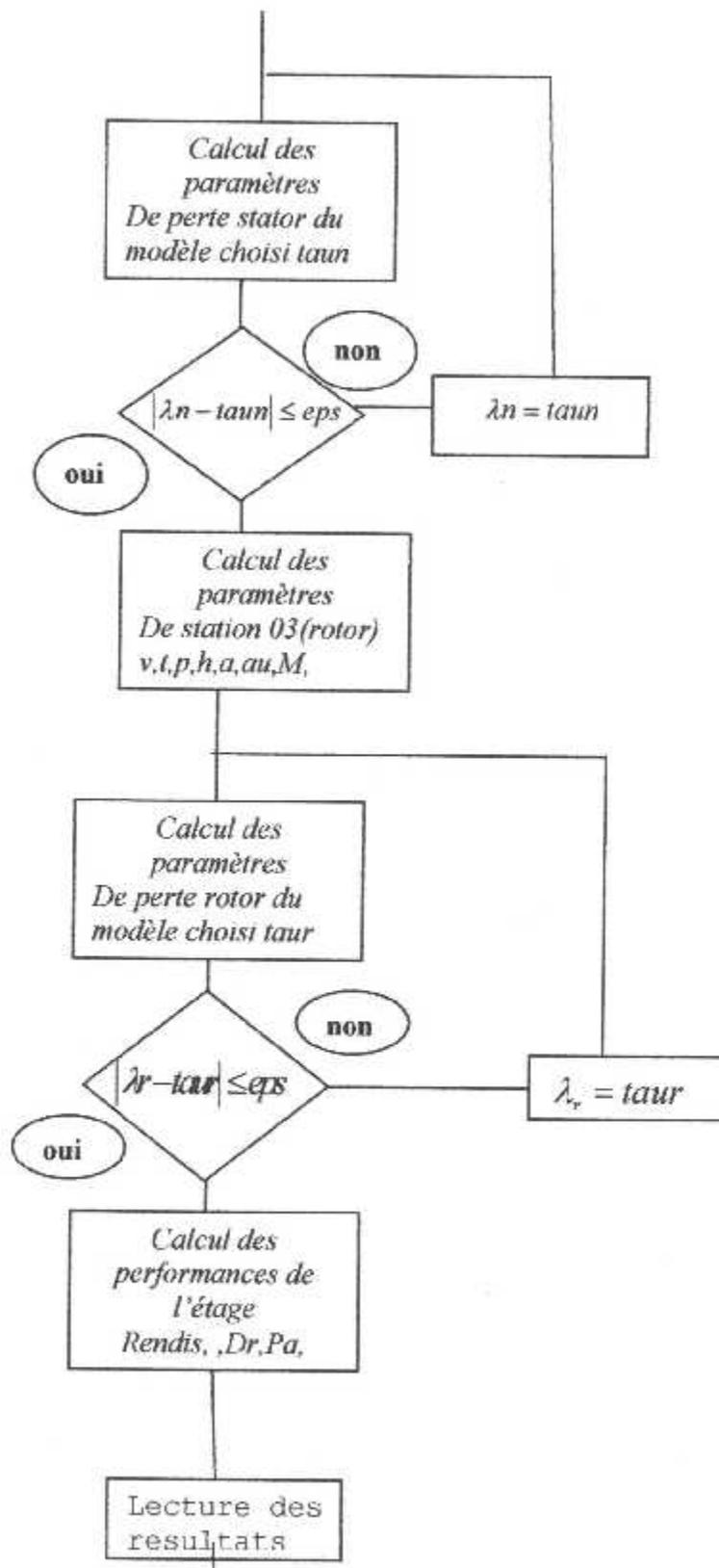
La partie la plus importante dans cette étude est celle abordée dans ce chapitre, l'aboutissement des résultats satisfaisants implique une meilleure organisation de calcul et une marge d'erreur assez étroite.

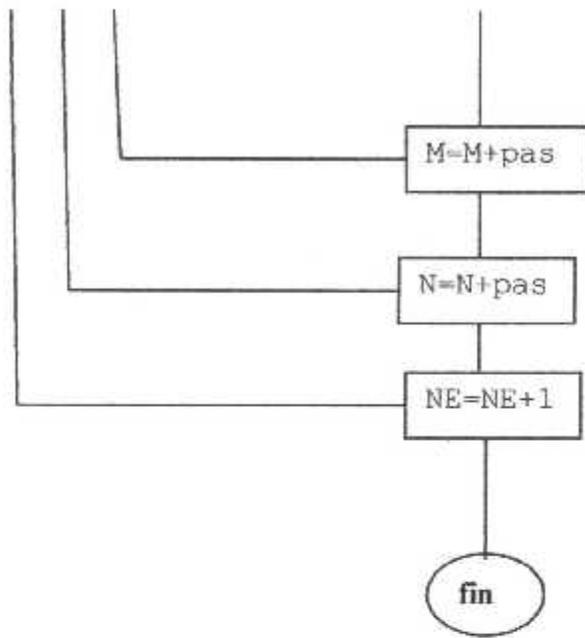
Comme il a été déjà précisé au chapitre précédent, l'introduction des valeurs comme les pertes par aube ou le rendement qui sont nécessaires au calcul des autres paramètres dérivés la méthode numérique itérative se fait en trois étapes :

- De connaître les valeurs initiales au début du calcul (l'entrée de la turbine), qui permettront de calculer tous les autres inconnus. Les intervalles ou elle sont prises doivent inclure des valeurs données par le calcul en conception en se rapprochant de ces dernières.
- Faire toutes les opérations successives de calcul en posant des valeurs obtenues par la conception vers lesquelles les calculs vont converger.
- Comparer ces valeurs trouvées avec les précédentes, les réinjecter jusqu'à l'obtention des résultats convenables.

L'organigramme de calcul qui permet d'intégrer cette méthode vient juste après représente une suite logique interpellant toutes les relations et corrélations vues aux chapitres précédents et fur et à mesure que les calculs deviennent plus complexes, il sera donc de plus en plus utile pour organiser, concevoir et structurer toutes les considérations prises en compte.







```

*****
* programme étudiant l'effet des modeles de prediction des *
* pertes sur *
* les performances aérodynamiques de la turbine axiale *
*****

```

```

*****
* definition de quelques variables
*****

```

- c dmr:debit reduit
- c redis:rendement isentropique
- c psi: coefficient de charge
- c segma: coefficient de debit
- c n1: pour le stator etage 1
- c r1: pour le rotor etge 1
- c n2: pour le stator etage2
- c r2: pour le rotor etage 2
- c fl: parametre de portance
- c taup0,ksir,ksite,deltataupm,deltataupse,instal,deltatauptt
- c tp,ipbas,ipsb,ipcr,inbas,insb,ipstal,instal,i,imin,
- c ksiar,taus0,taua:coeffisct des pertes (voir chap3)
- c rav,raw:rapport des vitesses pour le stator et le rotor
- c c:la corde
- c t:l'espacement
- c nn,nr: nombre d'aubes stator et rotor
- c al:allongement,sl:solidite
- c h:la hauteur,rm:rayon moyen,au: la section
- c rer,ren:nombre de Reynold(stator rotor)
- c rp:rapport des rayons rt/ri
- c rt et ri :rayon de sommet et de base

```

*****
* Declaration des variables *
*****

```

```

real t(3,3),tt(3,3),p(3,3),pt(3,3),mu(3,3),dr(3,3),d(3,3)
+,rho(3,3),a(3,3),m(3,3),tp(3,3),alpd(3,3),betpd(3,3),betd(3,3)
+,rendis(3,3),alp(3,3),bet(3,3),v(3,3),u(3,3),w(3,3),vu(3,3)
+,pa(3,3),wa(3,3),n(3,3),va(3,3),betp(3,3),alpp(3,3)
+,ri(3,3),rt(3,3),h(3,3),au(3,3),nr1,nn1,alppd(3,3)
+,gm, gmm,cp,w0(3,3),tpp(3,3),hn1,hr1,ren1,rer1,soln2,solr2
+,pi,mu0,n0,r,cr1,cr2,cn1,cn2,on1,or1,pii,nn2,nr2,hr2,hn2
+,bBn1,fln1,tn1,crn1,taup0n1,ksirn1,ksiten1,deltataupmn1
+,deltataupsen1,z,zp,zpp,zp1,aln1,alr1,aln2,alr2,m1,wu(3,3)
+,deltatauptn1,tpn1,ipbasn1,ipsbn1,ipcrn1,inbasn1,insbn1,ipstaln1
+,instaln1,in1,iminn1,rm1,rm2,rav(3,3),raw(3,3),nt,eps
+,ksiarn1,taus0n1,rpin1,rptn1,tauan1,delts(3,3)
+,bBr1,flr1,trl,cr1r1,taup0r1,ksirr1,ksiter1,deltataupmr1
+,deltataupser1,taun1,finp1,finp2,firp1,firp2
+,deltataupttr1,ptr1,ipbasr1,ipsbr1,ipcrr1,inbasr1,insbr1,ipstaln1
+,instaln1,ir1,iminr1
+,ksiarr1,taus0r1,rpir1,rptr1,tauar1
+,on2,or2,ren2,rer2

```

```

+,bBn2,fln2,tn2,crn2,taup0n2,ksirn2,ksiten2,deltataupmn2
+,deltataupsen2,
+deltataupttn2,tpn2,ipbasn2,ipsbn2,ipcrn2,inbasn2,insbn2,ipstaln2
+,instaln2,in2,iminn2,ksiin1,ksiir1,ksiin2,ksiir2
+,ksiarn2,taus0n2,rpin2,rptn2,tauan2
+,bBr2,flr2,rr2,cr2,taup0r2,ksirr2,ksiter2,deltataupmr2
+,deltataupser2,
+deltataupttr2,ptr2,ipbasr2,ipsbr2,ipcrr2,inbasr2,insbr2,ipstaln2
+,instalr2,ir2,iminr2
+,ksiarr2,taus0r2,rpir2,rptr2,tauar2

```

* les valeurs qui sont donnees par le constructeur *

```

open(01,file='aziz7.txt')
open(2,file='aziz5.txt')
open(3,file='aziz6.txt')
open(7,file='aziz1.txt')
open(8,file='aziz2.txt')
open(9,file='aziz3.txt')
open(95,file='aziz35.txt')
open(10,file='aziz4.txt')
open(6,file='aziz.txt')
open(11,file='aziz15.txt')
open(18,file='azize.txt')

```

```

write(*,*)'donner les valeurs des angles suivants.'
alpd(1,1)=0
alpd(1,2)=75.2
alppd(1,1)=0
alppd(1,2)=75.2
betpd(1,2)=54
betpd(1,3)=63
alppd(2,1)=0
betpd(2,2)=51.8
alppd(2,2)=74.7
betpd(2,3)=65.1

```

* lecture des parametres *

```

write(*,*)' la pression pt1 et la temperature tt1 : '
write(*,*)'pt1='
read(*,*)pt1
write(*,*)'tt1='
read(*,*)tt1

```

```

c debut d'iteration pour le nombre de tours:*****
do 20 n0=120,120
write(*,*)'La vitesse de rotation N=',n0
write(*,*)

```

```

    pause
c  debut d'iteration pour le nbre de mach:*****
    do 10 m1=0.01,0.5,0.05
        write(*,*)'la valeur de nombre de mach est =:',m1
        pause
c  *****les donnees de conception de premier etage *****
    tn1=0.0284
        tr1=0.0187
        tpn1=0.015
        tpr1=0.015
    cn1=0.041
        cr1=0.026
        rp1=0.88
        rp2=0.87
c  *****les parametres de conception de deuxieme etage*****
    tn2=0.0291
        tr2=0.0191
        tpn2=0.017
        tpr2=0.01
    cr2=0.026
        cn2=0.041
        rp3=0.84
        rp4=0.83
c*****
c  les parametres d'entree de la machine
c*****
    r=287
    eps=0.01
    mu0=0.125
    gm=1.33
    n(1,1)=n0
    gmm=4.0
    cp=1148
    pi=3.1415927
    n(1,1)=n1
    pt(1,1)=pt1
    nt=n0/sqrt(tt1)
    rm1=0.190
    rm2=0.1945
    W0(1,1)=2*pi*n(1,1)
c*****
c *****station1*****
c *****
    i=1
        j=1
        write(*,*)'la station 01:'
        alp(i,j)=alpd(i,j)*pi/180
        U(i,j)=W0(i,j)*rm1
        t(i,j)=tt1/(1+((gm-1)/2)*m1**2)
        tt(i,j)=tt1

```

```

pt(i,j)=pt1
m(i,j)=m1
write(*,*)alp(i,j)=,alp(i,j)
a(i,j)=sqrt(gm*r*t(i,j))
v(i,j)=m(i,j)*a(i,j)
va(i,j)=v(i,j)*cos(alp(i,j))
phi=va(i,j)/u(i,j)
p(i,j)=pt(i,j)*(t(i,j)/u(i,j))**(gmm)
rho(i,j)=10**5*p(i,j)/(r*t(i,j))
h(i,j)=2*rm1*(1-rp1)/(1+rp1)
au(i,j)=2*pi*rm1*h(i,j)
d(i,j)=rho(i,j)*au(i,j)*v(i,j)
dr(i,j)=d(i,j)*sqrt(t(i,j))/(10**5*pt(i,j))
rt(i,j)=rm1+h(i,j)/2
ri(i,j)=rm1-h(i,j)/2
rpin1=ri(i,j)
rptn1=rt(i,j)
in1=(alpd(1,1)-alppd(1,1))*pi/180
mu(i,j)=1.386*mu0*sqrt(t(i,j)/233)*(1+(113/T(i,j)))
write(*,*)u('i','j')=,u(i,j)
write(*,*)alpd('i','j')=,alpd(i,j)
write(*,*)alppd('i','j')=,alppd(i,j)
write(*,*)va('i','j')=,va(i,j)
write(*,*)p('i','j')=,p(i,j)
write(*,*)rho('i','j')=,rho(i,j)
write(*,*)au('i','j')=,au(i,j)
write(*,*)h('i','j')=,h(i,j)
write(*,*)d('i','j')=,d(i,j)
write(*,*)dr('i','j')=,dr(i,j)
write(*,*)v('i','j')=,v(i,j)
write(*,*)t('i','j')=,t(i,j)
write(*,*)tt('i','j')=,tt(i,j)
write(*,*)in1=,in1
write(*,*)gmm=,gmm
write(*,*)w0('i','j')=,w0(i,j)
pause
c *****
c *****station2*****
c *****
j=j+1
write(*,*)'la station 02 ** etage 01,'
tt(i,j)=tt(i,j-1)
va(i,j)=va(i,j-1)
u(i,j)=u(i,j-1)
alp(i,j)=alpd(i,j)*pi/180

bet(i,j)=1/(atan((1/tan(alp(i,j)))-(u(i,j)/va(i,j))))
betd(i,j)=bet(i,j)*180/pi
write(*,*)betd(i,j),alpd(i,j),betd(i,j),alpd(i,j)

```

```

v(i,j)=va(i,j)/cos(alp(i,j))
vu(i,j)=v(i,j)*sin(alp(i,j))

wu(i,j)=va(i,j)*tan(bet(i,j))
w(i,j)=wu(i,j)/sin(bet(i,j))
write(*,*)bet(i,j),alp(i,j),v(i,j),bet(i,j),alp(i,j),v(i,j)
alpd(i,j)=alp(i,j)*180/pi
rav(i,j)=v(i,j-1)/v(i,j)
ir1=(betd(i,j)-betpd(i,j))*pi/180
write(*,*)wu(i,j),vu(i,j),ir1,wu(i,j),vu(i,j),ir1
t(i,j)=u(i,j)-(v(i,j)**2)/(2*cp)
write(*,*)t(i,j),v(i,j),bet(i,j)
a(i,j)=sqrt(gm*r*t(i,j))

write(*,*)a(i,j),alp(i,j)
pause
m(i,j)=V(i,j)/a(i,j)
ta1=0.12
100 tp(i,j)=t(i,j)-(ta1*(v(i,j)**2)/(2*cp))
P(i,j)=Pt(i,j-1)/((Tt(i,j-1)/tp(i,j))**gmm)
Pt(i,j)=P(i,j)*((t(i,j-1)/t(i,j))**gmm)
rho(i,j)=10**5*p(i,j)/(r*t(i,j))
h(i,j)=2*rm1*(1-rp2)/(1+rp2)
au(i,j)=2*pi*rm1*h(i,j)
mu(i,j)=1.386*mu0*Sqrt(t(i,j)/233)*(1+(113/T(i,j)))

if(m(i,j).lt.1)then
dr(i,j)=37.3070*m(i,j)*au(i,j)/(m(i,j)**2+6)**3.5
else
dr(i,j)=0.0411*au(i,j)
endif
write(*,*)m(i,j),dr(i,j),m(i,j),dr(i,j)
pause
write(*,*)in1 et ir1:,in1,ir1
write(*,*)betd('i','j')=betd(i,j)
write(*,*)alpd('i','j')=alpd(i,j)
write(*,*)m('i','j')=m(i,j)
write(*,*)tp('i','j')=tp(i,j)
write(*,*)p('i','j')=p(i,j)
write(*,*)va('i','j')=va(i,j)
write(*,*)v('i','j')=v(i,j)
write(*,*)t('i','j')=t(i,j)
write(*,*)pt('i','j')=pt(i,j)
write(*,*)rho('i','j')=rho(i,j)
write(*,*)au('i','j')=au(i,j)
write(*,*)h('i','j')=h(i,j)
write(*,*)d('i','j')=d(i,j-1)
write(*,*)dr('i','j')=dr(i,j)
ri(i,j)=rm1+(h(i,j)/2)
ri(i,j)=rm1-(h(i,j)/2)

```

```

write(*,*)'mu('i',j,')='mu(i,j)
write(*,*)'rav('i',j,')='rav(i,j)
pause
c *****
c * calcul des pertes par le model craig & cox *
c *****
c * pour le stator *
c *****perte profil*****
alpp(1,2)=alppd(1,2)*pi/180
alp(1,1)=alpd(1,1)*pi/180
alp(1,2)=alpd(1,2)*pi/180
onl=tnl*cos(alpp(1,2))
write(*,*)alpp(1,2),onl
bBn1=cn1*((Alp(1,1)-Alp(1,2))/2)/sin((Alp(1,1)-Alp(1,2))/2)
write(*,*)bbn1
FLn1=abs((tnl/bBn1)*((-1.3477/(10**4))*Alpd(1,1)**2+
+(2.956/(10**3))*Alp(1,1)*Alp(1,2)-(3.0693/(10**3))*ALP(1,2)+
+0.2535*Alp(1,1)-0.46384*Alp(1,2)-5.4895))
CRn1=(1.0659+2.6963*(1-(cos(Alp(1,2))/cos(Alp(1,1))))**2
+-1.1074*(1-(cos(Alp(1,2))/cos(Alp(1,1))))*(tnl/bBn1)
+ +0.87386*(1-(cos(Alp(1,2))/cos(alp(1,1))))))
write(*,*)'fln1='fln1,crn1
TauP0n1=1/(((tnl/bBn1)*cos(Alp(1,2))*(66.899*FLn1+37.614*CRn1-
+4.3348*(FLn1**2)-1.8038*FLn1*CRn1+(497.93/FLn1)-(114.37/CRn1)-
+175.12))
write(*,*)'taup0n1='taup0n1
renl=rho(1,2)*v(1,2)*cn1*10**5/mu(1,2)
write(*,*)'renl='renl
iF (Renl.Ge.10**5)then
KsiRn1=1
Else
KsiRn1=(Renl/10**5)**(0.055*log(Renl)-0.54)
endif
write(*,*)'ksirn1='ksirn1
KsiTen1=(1+10.389*(tpn1/tnl)**2+0.074*(tpn1/tnl)*Alp(1,2))
DeltaTauPMn1=((onl+tpn1)/(2*tnl))*(M(1,2)-1)**2
DeltaTauPSen1=(-0.10699+0.1832*(tnl/bbn1)**2+0.35665*
+(tnl/bbn1)*M(1,2)+0.015552*M(1,2)**2-0.42797*
+(tnl/bbn1)+0.093753/M(1,2))/10**2
DeltaTauPTn1=1160*(tpn1/2)**3
write(*,*)'ksiten1,deltataupmnl,deltataupsen1,deltatauptnl
iphasn1=(((0.0054188)*Alp(1,1)*Alp(1,2))-(4.9035/10**(3)))*
+ (Alp(1,1)**2)-(0.017844*Alp(1,2)**2)+(0.064328*Alp(1,1))-
+(2.3766*Alp(1,2))-(989.22/Alp(1,2))-73.611/10**3
ipsbn1=(99.6+43.443*(tnl/bBn1)**2+0.814*(tnl/bBn1)*alp(1,2)+
+6.949/10**(3)*alp(1,2)**2-108.07*(tnl/bBn1)-17.937*(bBn1/tnl)+
+198.35/alp(1,2))/10**3
ipcrn1=(106.27+16.793*crn1**2-0.068*crn1*alp(1,2)-71.466*crn1+
+0.182*alp(1,2)-46.293/crn1)/10**3
write(*,*)'ipbasn1,ipsbn1,ipcrn1

```

```

inbasn1=((0.01267*alp(1,1)**2)+((8.77*10**(-3))*alp(1,1)*
+alp(1,2))+0.38352*alp(1,1)-(0.30745*alp(1,2))-18.587)/10**2
insbn1=(27.025+(0.25632*(tn1/bBn1)*alp(1,2))-(0.30139*alp(1,2))-
+(25.88*(bBn1/tn1)))/10**2

```

```

instaln1=inbasn1+insbn1

```

```

ipstaln1=(ipbasn1+ipsbn1+ipCRn1)

```

```

write(*,*)inbasn1,insbn1,instaln1,ipstaln1

```

```

fin1=0.055759+1.0076/10**(4)*alp(1,1)*(tn1/bBn1)-0.35031*
+(tn1/bBn1)**2-0.012319*alp(1,1)+1.6388*(tn1/bBn1)

```

```

finp1=(0.055759+1.0076/10**(4)*alp(1,1)*(instaln1)-0.35031*
+(instaln1)**2-0.012319*alp(1,1)+1.6388*(instaln1))

```

```

iminn1=(ipstaln1+finp1)/((1+fin1))

```

```

if(in1.gt.0)then

```

```

Ksiin1=1+((in1-iminn1)/(10*(ipstaln1-iminn1)))**2

```

```

else

```

```

Ksiin1=1+((in1-iminn1)/(10*(instaln1-iminn1)))**2

```

```

endif

```

```

write(*,*)'ksiin1=',ksiin1,fin1,iminn1,finp1

```

```

TauPn1=((KsiRn1*KsiTen1*Ksiin1*TauPOn1)+DeltaTauPMn1+DeltaTauPSen1
++DeltaTauPTn1)

```

```

write(*,*)'taupn1=',taupn1

```

```

c *****pertes secondaires*****

```

```

taus0n1=(0.0032*fn1+(0.02880+0.0148*fn1)*(v(1,1)/v(1,2))**2)

```

```

ksiarn1=bBn1/(1-rp1)*(1-bBn1/(1-rp1))

```

```

tausn1=(ksirn1*ksiarn1*taus0n1)

```

```

write(*,*)'tausn1=',tausn1,ksiarn1,taus0n1

```

```

c *****perte de l'annau*****

```

```

z=(pi(1,1)**2-ri(1,1)**2)/(rptn1**2-rpin1**2)

```

```

tauan1=0.025+2.9*(0.85-((pi(1,1)**2-ri(1,1)**2)/
+(rptn1**2-rpin1**2)))**2

```

```

write(*,*)'tauan1=',tauan1,'z=',z

```

```

c *****pertes totales*****

```

```

Taua1=(TauPn1+TauSn1+TauAn1)

```

```

if(abs(taua1-ta1).gt.eps) then

```

```

ta1=tauan1

```

```

goto 100

```

```

endif

```

```

write(*,*)'tauan1=',tauan1,m(i,j)

```

```

write(*,*)rav(1,2),taupn1,tausn1,tauan1

```

```

write(*,*)rav(1,2),tauan1

```

```

c *****station 03*****

```

```

write(*,*)' la station 03 ** etage 01:'

```

```

j=j+1

```

```

u(i,j)=u(i,j-2)

```

```

va(i,j)=va(i,j-2)
betd(i,j)=betpd(i,j)
bet(i,j)=betd(i,j)*pi/180
alp(i,j)=1/(atan((1/tan(bet(i,j)))+(u(i,j)/va(i,j))))
alpd(i,j)=alp(i,j)*180/pi
v(i,j)=va(i,j)/cos(alp(i,j))
wu(i,j)=va(i,j)*tan(bet(i,j))
vu(i,j)=v(i,j)*sin(alp(i,j))
w(i,j)=wu(i,j)/sin(bet(i,j))
write(*,*)' la station 03 ** etage 01:'
write(*,*)'alp(i,j),u,vu=',alp(i,j),u(i,j),vu(i,j),bet(i,j)
pa(i,j)=d(i,j-2)*u(i,j)*(vu(i,j)+vu(i,j-1))/100
write(*,*)' v(i,j),pa(i,j):',v(i,j),pa(i,j),wu(i,j)
write(*,*)'pa =',pa(i,j), 'dr=' ,dr(i,j-2)
pause
wa(i,j)=pa(i,j)/d(i,j-2)
delts(i,j)=wa(i,j)/(cp)

```

```

Tt(i,j)=Tt(i,j-2)-delTs(i,j)
write(*,*)' la station 032 ** etage 01:'
write(*,*)' delts(i,j),tt(i,j):',delts(i,j),tt(i,j)

```

```

T(i,j)=Tt(i,j)-v(i,j)**2/(2*cp)
write(*,*)t(i,j),delts(i,j)
a(i,j)=sqrt(gm*r*t(i,j))
m(i,j)=v(i,j)/a(i,j)
tar1=0.21

```

```

200 rendis(i,j)=1/(1+((tar1*(w(i,j)**2)/(2*cp)
+)(t(i,j)/t(i,j-1))*(taun1*(v(i,j-1)**2)/(2*cp)))/
+(tt(i,j-2)-tt(i,j)))
write(*,*)'rendis=',rendis(i,j)
pii=(1-(delts(i,j)/(rendis(i,j)*tt(i,j-2))))**(-gmm)

```

```

pt(i,j)=pt(i,j-2)/pii

```

```

p(i,j)=pt(i,j)*(t(i,j)/tt(i,j))**gmm
write(*,*)'pii(i,j)=' ,pii
write(*,*)'u(i,j)=' ,t(i,j)
write(*,*)'v(i,j)=' ,v(i,j-2)
write(*,*)'p(i,j)=' ,p(i,j)
write(*,*)'alpd(i,j)=' ,alpd(i,j)
write(*,*)'betd(i,j)=' ,betd(i,j)
rho(i,j)=10**5*P(i,j)/(r*t(i,j))
write(*,*)'rho(i,j)=' ,rho(i,j)
h(i,j)=2*rm1*(1-rp2)/(1+rp2)
write(*,*)'h(i,j)=' ,h(i,j)
au(i,j)=2*pi*rm1*h(i,j)
d(i,j)=au(i,j)*(rho(i,j)*v(i,j))
dr(i,j)=d(i,j)*sqrt(tt(i,j-2))/(10**5*pt(i,j-2))
write(*,*)'d(i,j)=' ,d(i,j)

```

```

write(*,*)'au('i','j,')='au(i,j)
write(*,*)'dr('i','j,')='dr(i,j)
rt(i,j)=rm1+h(i,j)/2
ri(i,j)=rm1-h(i,j)/2
pause

raw(i,j)=w(i,j-1)/w(i,j)
write(*,*)'m('i','j,')='m(i,j)
write(*,*)'w('i','j,')='w(i,j)
write(*,*)'raw('i','j,')='raw(i,j)
tpp(i,j)=t(i,j-1)/((p(i,j-1)/p(i,j))**(gmm))
write(*,*)'tpp('i','j,')='tpp(i,j)
mu(i,j)=1.386*mu0*sqrt(t(i,j)/233)*(1+(113/T(i,j)))
write(*,*)'mu('i','j,')='mu(i,j),raw(i,j)

write(*,*)'u('i','j,')='u(i,j)
write(*,*)'alpd('i','j,')='alpd(i,j)
write(*,*)'alppd('i','j,')='alppd(i,j)
write(*,*)'va('i','j,')='va(i,j)
write(*,*)'p('i','j,')='p(i,j)
write(*,*)'rho('i','j,')='rho(i,j)
write(*,*)'au('i','j,')='au(i,j)
write(*,*)'h('i','j,')='h(i,j)
write(*,*)'rt('i','j,')='rt(i,j)
write(*,*)'ri('i','j,')='ri(i,j)
write(*,*)'v('i','j,')='v(i,j)
write(*,*)'t('i','j,')='t(i,j)
write(*,*)'tt('i','j,')='tt(i,j)
write(*,*)'ir1='ir1
rpt1=rt(i,j)
rpi1=ri(i,j)
pause
c *****
c      calcul des pertes par le model craig&cox      *
c *****
c      pour le rotor      *
c *****perte profil*****
betp(1,3)=betpd(1,3)*pi/180
alp(1,3)=alpd(1,3)*pi/180

or1=tr1*cos(betp(1,3))
bBr1=cr1*(((Alp(1,2)-Alp(1,3))/2)/sin((Alp(1,2)-Alp(1,3))/2))
write(*,*)'bbr1='bbr1
FLr1=abs((tr1/bBr1)*((-1.3477/(10**4))*Alp(1,2)**2+
+(2.956/(10**3))*Alp(1,2)*Alp(1,3)-(3.0693/(10**3))*ALP(1,3)+0.2535
+*Alp(1,2)-0.46384*Alp(1,3)-5.4895))
CRr1=(1.0659+2.6963*(1-(cos(Alp(1,3))/cos(Alp(1,2))))**2
+ -1.1074*(1-(cos(Alp(1,3))/cos(Alp(1,2))))*(tr1/bBr1)
+ +0.87386*(1-(cos(Alp(1,3))/cos(alp(1,2))))))
write(*,*)'flr1='flr1 ,crr1

```

```

TauP0r1=1/((tr1/bBr1)*cos(Alp(1,3))*(66.899*FLr1+37.614*CRr1-
+4.3348*(FLr1**2)-1.8038*FLr1*CRr1+(497.93/FLr1)-(114.37/CRr1)-
+175.12))
write(*,*)'taup0r1=',taup0r1
rer1=rho(1,3)*w(1,3)*cr1*10**5/mu(1,3)
write(*,*)'rer1=',rer1
if (Rer1.Ge.10**5)then
  KsiRr1=1
Else
  KsiRr1=(Rer1/10**5)**(0.055 *alog(Rer1)-0.54)
endif
write(*,*)'ksirr1=',ksirr1

KsiTer1=(1+10.389*(tpr1/tr1)**2+0.074*(tpr1/tr1)*Alp(1,3))
DeltaTauPMr1=((or1+tpr1)/(2*tr1))*(M(1,2)-1)**2
DeltaTauPser1=(-0.10699+0.1832*(tr1/bbr1
+)**2+0.35665*(tr1/bbr1)*M(1,2)+ 0.015552*M(1,2)**2-0.42797*
+(tr1/bbr1)+0.093753/M(1,2))/10**2
DeltaTauPTtr1=1160*(tpr1/2)**3
write(*,*)'ksiter1=',ksiter1
write(*,*)ksiter1,deltataupmr1,deltataupser1,deltataupttr1
ipbasr1=(((5.4188/10**(3))*Alp(1,2)*Alp(1,3))-(4.9035/10**(3))*
+(Alp(1,2)**2)-(0.017844*Alp(1,3)**2)+(0.064328*Alp(1,2))-(2.3766*
+Alp(1,3))-(989.22/Alp(1,3))-73.611)/10**3
ipsbr1=(99.6+43.443*(tr1/bBr1)**2+0.814*(tr1/bBr1)*alp(1,3)+6.949/
+10**(3)*alp(1,3)**2-108.07*(tr1/bBr1)-17.937*(bBr1/tr1)+198.35/
+alp(1,3))/10**3
iperr1=(106.27+16.793*crr1-0.068*crr1*alp(1,3)-71.466*crr1+0.182*
+alp(1,3)-46.293/crr1)/10**3
write(*,*)ipbasr1,ipsbr1,iperr1
inbasr1=((0.01267*alp(1,2)**2)+((8.77/10**(3))*alp(1,2)*alp(1,3))+
+(0.38352*alp(1,2))-(0.30745*alp(1,3))-18.587)/10**2
insbr1=(27.025+(0.25632*(tr1/bBr1)*alp(1,3))-(0.30139*alp(1,3))-
+(25.88*(bbr1/tr1))/10**2
instalr1=inbasr1+insbr1
ipstalr1=(ipbasr1+ipsbr1+ipCRr1)
write(*,*)inbasr1,insbr1,instalr1,ipstalr1
fir1=0.055759+1.0076/10**(4)*alp(1,2)*(tr1/bbr1)-0.35031*
+(tr1/bbr1)**2-0.012319*alp(1,2)+1.6388*(tr1/bbr1)
firp1=(0.055759+1.0076/10**(4)*alp(1,2)*(instalr1)-0.35031*
+(instalr1)**2-0.012319*alp(1,2)+1.6388*(instalr1))

iminr1=(ipstalr1+firp1)/((1+fir1))
Ksiir1=1+((r1-iminr1)/(10*(ipstalr1-iminr1)))**2
write(*,*)firp1,iminr1,ksiir1,fir1
TauPc1=(KsiRr1*KsiTer1*Ksiir1*TauP0r1+DeltaTauPMr1+DeltaTauPser1+
+DeltaTauPTtr1)
write(*,*)'taupr1=',taupr1

```

c *****pertes secondaires*****

```

    taus0r1=(0.032*flr1+(0.0288+0.0148*flr1)*(w(1,2)/w(1,3))**2)
    write(*,*)'taus0r1=',taus0r1
    ksiarr1=(bBr1/(1-rp2))*(1-bBr1/(1-rp2))
    tausr1=ksirr1*ksiarr1*taus0r1
    write(*,*)'tausr1=',tausr1,ksiarr1
c ***** perte de l'annau *****
    zp=((rt(i,j)**2-ri(i,j)**2)/(rptr1**2-rpir1**2))**2
    tauar1=0.025+2.9*(0.85-((rt(i,j)**2-ri(i,j)**2)/
+(rptr1**2-rpir1**2)))**2
    write(*,*)'tauar1=',tauar1,zp
c ***** pertes totales *****
    Taur1=(TauPr1+TauSr1+TauAr1)
    write(*,*)'taur1=',taur1
    if(abs(taur1-tar1).gt.eps)then
        tar1=taur1
        goto 200
    endif
    pause
    write(*,*)ir1,taur1
    write(*,*)n(i,j),n(i,j-1),n(i,j),n(i,j-2),v(i,j-1),w(i,j)
write(*,*)'rendis('i,',j,')=',rendis(i,j)
c
    soln1=tn1/cn1
    solr1=tr1/cr1
    write(*,*)'soln1 et solr1:',soln1,solr1

c *****
c l'allongement
    hn1=(0.5)*(h(i,j-2)+h(i,j-1))
    hr1=(0.5)*(h(i,j-1)+h(i,j))
    aln1=hn1/cn1
    alr1=hr1/cr1
c nombre d'aubes
    nr1=2*pi*rm1/tr1
    nn1=2*pi*rm1/tn1
    write(*,*)'hr1=',hr1,'hn1=',hn1
    write(*,*)'cr1=',cr1,'cn1=',cn1
    write(*,*)'tr1=',tr1,'tn1=',tn1
    write(*,*)'nr1=',nr1,'nn1=',nn1
    write(*,*)'aln1 et alr1:',aln1,alr1

    pause
    write(8,*)rendis(i,j),pii
    pause
10 continue
20 continue
stop
end

```