

Étienne Gravier

# Ondes et vibrations

Cours et exercices corrigés



ellipses

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Les oscillations</b>	<b>5</b>
1.1	L'oscillation harmonique simple . . . . .	5
1.2	Oscillations amorties . . . . .	10
1.3	Les oscillations forcées - Résonance . . . . .	13
1.4	Exercices . . . . .	18
1.4.1	Le pendule . . . . .	18
1.4.2	Oscillations couplées - Phénomène de battements . . . . .	22
1.4.3	Deux masses couplées par des ressorts . . . . .	25
1.4.4	Oscillations d'un train . . . . .	30
<b>2</b>	<b>Notions d'onde et d'équation d'onde</b>	<b>31</b>
2.1	Introduction et définitions . . . . .	31
2.2	Directions de propagation . . . . .	34
2.3	Différentielle et dérivée partielle . . . . .	35
2.3.1	Fonction à une seule variable : dérivée . . . . .	36
2.3.2	Fonction à plusieurs variables . . . . .	36
2.4	Cas de la corde - Équation de d'Alembert . . . . .	37
2.5	Justification des approximations . . . . .	41
2.5.1	Première approximation . . . . .	41
2.5.2	Deuxième approximation . . . . .	42
2.5.3	Troisième approximation . . . . .	42
2.6	Ondes acoustiques . . . . .	43
2.7	Exercices . . . . .	47
2.7.1	Dérivées partielles . . . . .	47
2.7.2	Onde sur une corde de guitare . . . . .	48
2.7.3	Perturbation le long d'une corde . . . . .	49
2.7.4	Ondes longitudinales dans un ressort . . . . .	51
2.7.5	Vitesse du son . . . . .	54
2.7.6	Ondes électromagnétiques dans le vide . . . . .	55
2.7.7	Ondes acoustiques . . . . .	57



2.7.8	Chaîne de masses . . . . .	58
<b>3</b>	<b>Solutions de l'équation d'onde</b>	<b>63</b>
3.1	Forme générale de l'équation d'onde . . . . .	63
3.2	Les ondes progressives . . . . .	64
3.3	Onde plane progressive . . . . .	67
3.4	L'onde plane progressive harmonique . . . . .	68
3.5	Généralisation à trois dimensions . . . . .	72
3.6	Onde sphérique . . . . .	73
3.7	Effet Doppler . . . . .	73
3.7.1	Vitesses de déplacement faibles . . . . .	74
3.7.2	Onde de choc . . . . .	75
3.7.3	Cas des ondes électromagnétiques . . . . .	78
3.8	Exercices . . . . .	79
3.8.1	Onde progressive . . . . .	79
3.8.2	Onde dans une arène sportive . . . . .	82
3.8.3	Onde plane progressive harmonique . . . . .	85
3.8.4	Caractéristiques d'une onde harmonique . . . . .	85
3.8.5	Onde acoustique harmonique . . . . .	86
3.8.6	Ordres de grandeur . . . . .	87
3.8.7	Effet Doppler . . . . .	89
3.8.8	Le ressort . . . . .	90
3.8.9	Ondes acoustiques . . . . .	94
3.8.10	Onde dans un solide . . . . .	96
3.8.11	Observation d'un amas de galaxies . . . . .	100
3.8.12	Ondes électromagnétiques . . . . .	101
<b>4</b>	<b>Énergie associée à une onde</b>	<b>105</b>
4.1	Énergie cinétique . . . . .	106
4.2	Énergie potentielle . . . . .	106
4.3	Énergie mécanique . . . . .	107
4.4	Courant d'énergie mécanique . . . . .	108
4.5	Vitesse de propagation de l'énergie . . . . .	112
4.6	Cas d'une onde plane progressive harmonique . . . . .	112
4.7	Étude énergétique des ondes acoustiques . . . . .	113
4.7.1	Équation locale de conservation de l'énergie . . . . .	114
4.7.2	Intensité d'une onde acoustique . . . . .	116
4.7.3	Réponse du système auditif . . . . .	117
4.8	Énergie des ondes électromagnétiques . . . . .	118
4.9	Exercices . . . . .	120
4.9.1	Corde - Étude énergétique . . . . .	120



4.9.2	Ondes sonores et ordres de grandeur . . . . .	124
4.9.3	Haut-parleur . . . . .	125
4.9.4	Plusieurs sources . . . . .	126
4.9.5	Effet Doppler . . . . .	127
4.9.6	Cordes vocales . . . . .	128
4.9.7	Onde électrique dans un câble coaxial . . . . .	129
4.9.8	Signal radio . . . . .	133
<b>5</b>	<b>Ondes stationnaires</b>	<b>135</b>
5.1	Définition d'une onde stationnaire . . . . .	138
5.2	Lien entre ondes stationnaires et progressives . . . . .	139
5.3	Utiliser la forme stationnaire ou progressive ? . . . . .	140
5.4	Énergie des ondes stationnaires . . . . .	140
5.5	Cas de la corde fixée à ses deux extrémités . . . . .	141
5.6	Exercices . . . . .	143
5.6.1	Corde de guitare . . . . .	143
5.6.2	Ondes stationnaires le long d'une corde . . . . .	144
5.6.3	Corde de Melde . . . . .	147
5.6.4	Corde non homogène . . . . .	149
<b>6</b>	<b>Réflexion et transmission</b>	<b>155</b>
6.1	Notion d'impédance . . . . .	155
6.2	Coefficients de réflexion et de transmission . . . . .	158
6.2.1	Cas de la corde . . . . .	159
6.2.2	Cas des ondes acoustiques . . . . .	162
6.3	Exercices . . . . .	166
6.3.1	Corde libre à une extrémité . . . . .	166
6.3.2	Clarinette . . . . .	168
6.3.3	Ondes acoustiques . . . . .	171
6.3.4	Flûte et clarinette . . . . .	176
<b>7</b>	<b>Corde fixée à ses deux extrémités</b>	<b>181</b>
7.1	Conditions initiales et amplitudes . . . . .	182
7.2	Quelques cas particuliers . . . . .	184
7.3	Corde pincée avec une déformation triangulaire . . . . .	184
7.4	Comparaisons avec l'expérience . . . . .	186
7.4.1	Cas de la corde pincée en $x = L/2$ . . . . .	186
7.4.2	Cas de la corde pincée en $x = L/4$ . . . . .	191
7.4.3	Cas de la corde pincée en $x = L/3$ . . . . .	196
7.5	Exercices . . . . .	201
7.5.1	Corde frappée . . . . .	201

7.5.2	Corde frottée . . . . .	205
7.6	Annexe . . . . .	208
<b>8</b>	<b>Milieux dispersifs et paquet d'onde</b>	<b>211</b>
8.1	Vitesse de phase . . . . .	211
8.1.1	Cas d'une onde vérifiant l'équation de d'Alembert . . . . .	211
8.1.2	Cas de la corde avec raideur . . . . .	213
8.2	Paquet d'onde et vitesse de groupe . . . . .	214
8.2.1	Cas de deux ondes . . . . .	214
8.2.2	Cas de $2N$ ondes . . . . .	218
8.3	Propagation de l'énergie et de l'information . . . . .	222
8.4	Exercices . . . . .	222
8.4.1	Vitesses de phase et de groupe . . . . .	222
8.4.2	Paquet d'onde . . . . .	224
8.4.3	Chaîne infinie d'oscillateurs . . . . .	226
8.4.4	Ondes transversales le long d'une corde . . . . .	229
<b>9</b>	<b>Propagation d'une onde dans un plasma</b>	<b>237</b>
9.1	Qu'est-ce qu'un plasma ? . . . . .	237
9.2	Modéliser une onde dans un plasma . . . . .	239
9.3	Linéarisation du modèle . . . . .	240
9.4	Relation de dispersion . . . . .	242
9.5	Discussion . . . . .	243
9.6	Exercices . . . . .	245
9.6.1	Onde dans un plasma . . . . .	245
9.6.2	Découverte d'une vieille galaxie . . . . .	247
	<b>Bibliographie</b>	<b>249</b>
	<b>Index</b>	<b>251</b>