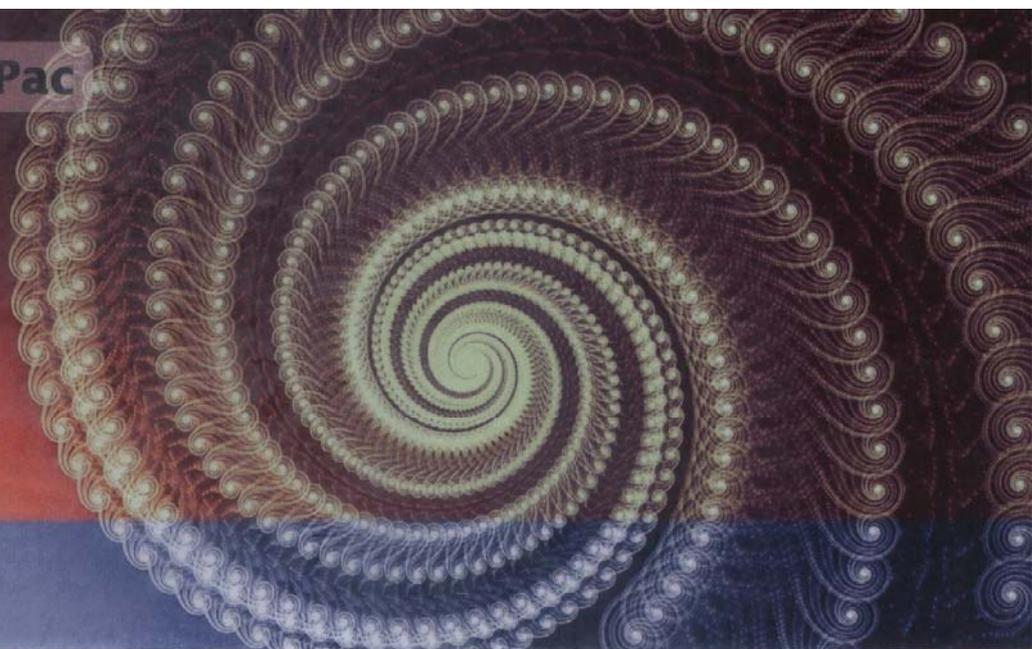


Jean-Louis Pac



# Systemes dynamiques

Cours et exercices corrigés

2<sup>e</sup> édition

Licence et Master  
Écoles d'ingénieurs

DUNOD

# TABLE DES MATIÈRES

<b>Avant-propos</b>	<b>VII</b>
<b>Chapitre 1. Généralités sur les systèmes différentiels</b>	<b>1</b>
1.1 Introduction	1
1.2 Théorème de Cauchy-Lipschitz	7
1.3 Symétries orbitales	14
<b>Chapitre 2. Flot et conjugaison en temps continu</b>	<b>17</b>
2.1 Flot d'un système dynamique	17
2.2 Conjugaison des systèmes dynamiques	21
2.3 Quelques propriétés générales du flot	30
<b>Chapitre 3. Équilibres</b>	<b>33</b>
3.1 Introduction	33
3.2 Stabilité des équilibres : exemple et définitions	33
3.3 Autres notions	40
<b>Chapitre 4. Stabilité des systèmes linéaires</b>	<b>43</b>
4.1 Réduction des endomorphismes	43
4.2 Flot et stabilité des systèmes linéaires	44
4.3 Stabilité structurelle et conjugaison	52
4.4 Trajectoires génératrices d'un système linéaire	56
<b>Chapitre 5. Propriétés élémentaires en dimensions 1 et 2</b>	<b>65</b>
5.1 Propriétés de base des systèmes de dimension 1	65
5.2 Portraits de phases d'un système linéaire de dimension 2	66
5.3 Courbure d'une trajectoire plane	69
5.4 Critère de Bendixson	71
5.5 Évolution d'un portrait de phases	73
<b>Chapitre 6. Propriétés locales du flot</b>	<b>79</b>
6.1 Introduction	79
6.2 Généralités et exemples	79
6.3 Théorie de Liapounov de la stabilité	79
6.4 Linéarisation autour des équilibres	83
6.5 Linéarisation autour des équilibres hyperboliques	88
<b>Chapitre 7. Structuration du flot</b>	<b>97</b>
7.1 Ensembles-limites	98
7.2 Orbites périodiques	104
7.3 Variétés remarquables	107

<b>Chapitre 8. Flots hors de <math>\mathbb{R}^n</math></b>	<b>113</b>
8.1 Dérivation hors de $\mathbb{R}^n$	113
8.2 Flot sur un cercle	114
8.3 Flot sur la sphère $S^2$	115
8.4 Flot sur la sphère $S^n$	117
8.5 Flot sur le tore	119
8.6 Thème d'étude : le pendule	121
<b>Chapitre 9. Bifurcations locales</b>	<b>129</b>
9.1 Introduction	129
9.2 Stabilité structurelle des équilibres	130
9.3 Bifurcations locales en dimension 1	133
9.4 Bifurcations locales en dimension supérieure à 1	137
<b>Chapitre 10. Systèmes à temps discret : équilibres et cycles</b>	<b>141</b>
10.1 Introduction	141
10.2 Notions de base	142
10.3 Équilibres	144
10.4 $m$ -cycles	152
10.5 Exposant de Liapounov	155
10.6 Autres notions	157
<b>Chapitre 11. Introduction au chaos en temps continu</b>	<b>159</b>
11.1 Ensembles-limites en dimension 2	159
11.2 Théorème de Poincaré-Bendixson	168
11.3 Introduction au chaos	170
<b>Chapitre 12. Introduction au chaos en temps discret</b>	<b>179</b>
12.1 Les équilibres de la suite logistique pour $r > 0$	180
12.2 Les cycles de la suite logistique pour $3 < r \leq 4$	184
12.3 Le chaos dans un système à temps discret	191
<b>Chapitre 13. Annexes</b>	<b>197</b>
Annexe 1 : Systèmes et mécanique céleste	197
Annexe 2 : Topologie et autres structures	199
Annexe 3 : Théorème de Cauchy et déterminisme	207
Annexe 4 : Réduction des endomorphismes	210
Annexe 5 : Deux compléments mathématiques	215
Annexe 6 : Fractales	219
Annexe 7 : Schéma numérique	225
<b>Chapitre 14. Corrigés des exercices et problèmes</b>	<b>227</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>269</b>
<b>Index</b>	<b>271</b>