51-(05)-1
050-510-1

92e année (1981-1982)
Novembre 1981 - Mensuel n° 3

RMS
REVUE DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES

Reçu le 25 MAI 1982

وزارة التعليم و البحث العلمي
المكتبة الجامعية
المركز الجامعي بالبليدة

Reçu le 25 MAI 1982

Quelques résultats relatifs à des idéaux de fonctions analytiques et à l'interpolation

par CLAUDE MUTAFIAN.

Sommaire :

(*Voir les parties* **I, II, III et IV** *dans la* Revue n° 2, *page* 154.)

V. — Un second cas particulier.

L'étude précédente résout entièrement le problème dans le cas $U = \mathbb{C}$, c'est-à-dire pour les fonctions entières (c'était d'ailleurs là le cas « historique »); en effet, la frontière de U est alors vide, donc une famille dénombrable sans point d'accumulation dans U tend forcément vers l'infini.

On va désormais supposer $U \neq \mathbb{C}$, c'est-à-dire $\mathrm{Fr}U \neq \varnothing$. Alors si $A = (a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une famille dénombrable sans point d'accumulation dans U, elle peut contenir des sous-suites tendant vers l'infini mais *aussi* des sous-suites tendant vers des points de FrU (c'est forcément le cas si U est borné. par exemple). En ce cas, comment construire une fonction analytique dans U dont A soit la famille des zéros?

On peut encore essayer les facteurs de Weierstrass, mais en remplaçant les $\frac{z}{a_n}$ par d'autres expressions qui tendent vers 0 uniformément sur tout compact de U, tout en valant 1 pour $z = a_n$. En effet, $\frac{z}{a_n}$ ne conviendra pas dès qu'il y aura un point d'accumulation.

Pour voir les choses de plus près, supposons que $\alpha_n \in U$ tende vers $\alpha \in \mathrm{Fr}U$. Alors $\alpha_n - \alpha$ tend vers 0, et $z - \alpha$ reste supérieur à la distance $d(K, \complement U) > 0$ quand z appartient au compact K de U. Il en résulte que $\frac{\alpha_n - \alpha}{z - \alpha}$ tend vers 0 uniformément sur tout compact de U, et sa valeur pour $z = \alpha_n$ est bien 1. Cette expression peut donc jouer le rôle de $\frac{z}{\alpha_n}$ dans le cas où la famille A est une suite tendant vers un point de la frontière.

Mais il se peut que la famille A possède *plusieurs* points d'accumulation sur la frontière. Il faut alors modifier un peu l'expression ci-dessus, car quel α prendrait-on pour un a_n donné? L'idée est de remplacer α par un point de FrU qui soit proche de a_n.

On utilise pour cela le fait qu'à tout $a_n \in U$ correspond un $b_n \in \mathrm{Fr}U$ (non unique en général) tel que $|a_n - b_n|$ soit le plus petit possible, c'est-à-dire égal à la distance de a_n à $\complement U$, qui est aussi celle de a_n à la frontière de U.

Le choix de b_n étant fait pour tout a_n (c'est une de ses projections sur le fermé $\complement U$), la suite $\frac{a_n - b_n}{z - b_n}$ vaut bien 1 pour $z = a_n$, et tendra vers 0 uniformément sur tout compact *si* la famille des distances $|a_n - b_n| = d(a_n, \mathrm{Fr}U)$ tend vers 0. Ce n'est pas toujours le cas, car il peut y avoir des sous-suites de A tendant vers l'infini. D'où le second cas particulier qu'on va examiner. On va supposer que

- la distance de la suite $(a_n) \in U$ à la frontière de U tend vers 0.

RMS

وزارة التعليم والبحث العلمي
المكتبة الجامعية
المركز الجامعي

Comité de rédaction

LIBRAIRIE VUIBERT, 63, bd Saint-Germain, 75015 Paris.

A. WARUSFEL, ancien élève de l'École normale supérieure, agrégé des sciences mathématiques, professeur en classe de mathématiques spéciales M' au lycée Louis-le-Grand.

J. CHEVALLET, ancien élève de l'École normale supérieure de Saint-Cloud, agrégé des sciences mathématiques, professeur en classe de mathématiques spéciales M' au lycée Henri IV.

G. FLORY, ancien élève de l'École normale supérieure, agrégé des sciences mathématiques, professeur en classe de mathématiques spéciales M' au lycée Louis-le-Grand.

Sommaire

Abonnements 1981-1982.

FRANCE : F 240. **Librairie Vuibert** (C.C.P. Paris 389-85 F).

BELGIQUE : FB 2 000. **Éditions et diffusion**, 16, rue de Chambéry, 1040 Bruxelles.

CANADA : S 66. **Le diffuseur**, CP 85 Boucherville J4 B5 E6.

ESPAGNE : PTA 5 760. **Cientifico tecnica**, 27, Sandro Davila. Madrid 28.

MAROC : DH 240. **SMER**, 3, rue Ghazza, Rabat.

SUISSE : FS 107. **Delachaux et Niestlé**, 79, route d'Oron 1000 Lausanne 21.

AUTRES PAYS : Europe, Afrique, DOM, Moyen-Orient, Amérique, Asie, Océanie, Madagascar, TOM : FF 240. **Librairie Vuibert** (C.C.P. Paris 389-85 F).

Changement d'adresse : Les demandes doivent être accompagnées de la dernière bande d'envoi et de FF 5,00 pour frais.