

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**

**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE**

**Université SAAD DAHLEB BLIDA I  
Institut d'Aéronautique Et Des Etudes Spatiales  
Département : Navigation Aérienne**



**Mémoire De Fin d'Etudes  
En Vue D'Obtention  
Du Diplôme d'Ingénieur En Aéronautique  
Spécialité : Navigation Aérienne  
Option : Installation**

**THEME  
ETUDE COMPARATIVE DE LOCALISATION PAR  
MULTILATERATION  
EN UTILISANT LES ALGORITHMES DE TAYLOR ET DE  
RALPH**

**Présenté par :**

**Mr. BENKADDOUR Mehdi**

**Encadré par :**

**Dr. RAHMOUNI**

**Co-Promoteur :**

**Dr. BENACHENHOU K.**

**ANNEE UNIVERSITAIRE 2018/2019**

## *Dédicaces*

*Je dédie ce mémoire à mes parents ainsi qu'à chaque membre de ma famille et proches, sans oublier aussi ceux qui à moment bien défini m'ont tendu leurs généreuses mains.*

***Mehdi***

# Remerciements

*Mes remerciements vont du fond du cœur à :*

- *Dr. BENACHENHOU K, pour sa grande sollicitude et amabilité à m'aider.*
- *Pr. BERGHEUL Saïd pour la grandeur de son âme, je lui serai éternellement reconnaissant.*
- *Mon promoteur Dr. RAHMOUNI pour son aide précieuse.*
- *Djelal FAID, Adel AIOUEDJ, Redhouene GOUTA et Samir SAIDOUNE ma mémoire en gardera un très bon souvenir.*

***Mehdi***

## ملخص

الهدف من هذا العمل هو دراسة كيفية تحديد مواقع الأهداف في الرادار السلبي من خلال استعمال خوارزميتين محددتين للموقع وبعض العوامل المؤثرة على دقة الحساب. هذا العمل سيكون مرفقا ببعض نتائج المحاكاة.

## Résumé

L'objectif de ce travail est l'étude de la localisation des cibles dans un radar passif à EMS, en utilisant la technique de la multilatération. Deux algorithmes de localisation sont présentés, à savoir, l'algorithme de Taylor et l'algorithme de Ralph. Une comparaison des performances de ces deux méthodes, en termes de précision est illustrée à travers des simulations. De plus, une discussion sur la géométrie optimale du dispositif de réception est présentée à travers l'étude des paramètres qui influent sur la précision de la localisation.

## Summary

The objective of this work is the study of target localization in ESM passive radar, by using the technique of multilateration. Two algorithms of localization are presented, namely, the algorithm of Taylor and the algorithm of Ralph. A comparison of the performances of the two methods in terms of precision is illustrated through simulations. Moreover, a discussion of the optimal geometry of the device of reception is presented through the study of the parameters which influence the localization precision.

# SOMMAIRE

SOMMAIRE .....	2
TABLE DES FIGURES .....	4
LISTE DES ACRONYMES .....	6
INTRODUCTION GENERALE.....	1
I. CHAPITRE 1 GENERALITES ET DEFINITIONS .....	4
A. Introduction .....	4
B. Généralités .....	4
1. Le radar passif d'opportunité (PCL).....	4
2. Le radar passif à ESM .....	6
C. Définitions .....	6
1. La multilatération .....	7
2. La dilution de précision (DOP Dilution Ofprecision) .....	9
D. Conclusion.....	12
II. CHAPITRE II : SIGNAUX AÉROPORTÉS ET ARCHITECTURES DES SYSTÈMES DE LOCALISATION PAR MULTILATERATION .....	14
A. Introduction .....	14
B. Les signaux émis par un aéronef et leur exploitation en multilatération .....	14
1. Signaux de surveillance.....	14
2. Signaux de navigation .....	15
3. Signaux de communications.....	17
C. Architecture des systèmes de localisation par multilatération.....	20
1. Méthodes de calcul des TDOA.....	20
2. Méthodes de synchronisation .....	22
D. Conclusion.....	27
III. CHAPITRE III : ALGORITHMES DE LOCALISATION ET RÉSULTATS DE SIMULATION .....	29
A. Introduction .....	29
B. Algorithme de Taylor .....	29
1. Modèle mathématique .....	29
C. Algorithme de Ralph.....	32

1. Modèle mathématique .....	32
D. Simulations sous MATLAB.....	33
1. Algorithme de Taylor.....	34
2. Algorithme de Ralph.....	42
E. Comparaison entre les deux algorithmes .....	49
F. Conclusion.....	50
CONCLUSION GÉNÉRALE .....	52
ANNEXES .....	54
A. Annexe A.....	54
BIBLIOGRAPHIE .....	59

## TABLE DES FIGURES

Figure I-1 Distance bistatique .....	5
Figure I-2 Intersection des trois hyperboloïdes .....	8
Figure I-3 Exemple d'une zone de multilatération .....	8
Figure II-1 Principe de fonctionnement du DME .....	16
Figure II-2 VHF direction finder .....	18
Figure II-3 Radar météorologique de bord .....	19
Figure II-4 Schéma synoptique de la méthode d'intercorrélacion .....	20
Figure II-5 Schéma synoptique de la méthode des TOA .....	21
Figure II-6 Le groupe de retard et la synchronisation .....	22
Figure II-7 Topologie de synchronisation en multilatération .....	23
Figure II-8 Architecture d'un système a horloge commune .....	24
Figure II-9 Architecture d'un système a horloge répartie .....	25
Figure II-10 Architecture d'un système synchronisé avec le GNSS .....	26
Figure II-11 Architecture d'un système synchronisé avec le GNSS à vue commune .....	27
Figure III-1 Principe de fonctionnement de l'algorithme de Taylor .....	31
Figure III-2 Fonctionnement de l'algorithme de Ralph .....	33
Figure III-3 Position en 'T' 3D .....	35
Figure III-4 Position en 'T' 2D avec résultats de Taylor .....	35
Figure III-5 Erreur de positionnement pour configuration 'T' .....	36
Figure III-6 Les paramètres DOP's .....	36
Figure III-7 GDOP en 3D pour une configuration 'T' .....	37
Figure III-8 GDOP en 2D pour une configuration 'T' .....	37
Figure III-9 Position en 'Y' 3D .....	39
Figure III-10 Position en 'Y' 2D avec résultats de Taylor .....	39
Figure III-11 Erreur de positionnement pour configuration 'Y' .....	40
Figure III-12 Les paramètres DOP's .....	40
Figure III-13 GDOP en 3D pour une configuration 'Y' .....	41
Figure III-14 GDOP en 2D pour une configuration 'Y' .....	41
Figure III-15 Position en 'T' 2D avec résultats de Ralph .....	43
Figure III-16 Erreur de positionnement pour configuration 'T' .....	43
Figure III-17 Les paramètres DOP's .....	44
Figure III-18 GDOP en 3D pour une configuration 'T' .....	44

Figure III-19 GDOP en 2D pour une configuration 'T' .....	45
Figure III-20 Position en 'Y' 2D avec résultats de Ralph .....	46
Figure III-21 Erreur de positionnement pour configuration 'Y' .....	47
Figure III-22 Les paramètres DOP's .....	47
Figure III-23 GDOP en 3D pour une configuration 'Y' .....	48
Figure III-24 GDOP en 2D pour une configuration 'Y' .....	48

## LISTE DES ACRONYMES

<b>DF</b>	Direction Finder
<b>DME</b>	Distance Measurement Equipment
<b>DOP</b>	Dilution Of Precision
<b>FI</b>	Fréquence intermédiaire
<b>GDOP</b>	Geometric Dilution Of Precision
<b>GPS</b>	Global Positioning System
<b>HDOP</b>	Horizontal Dilution Of Precision
<b>PDOP</b>	Position Dilution Of Precision
<b>GDOP</b>	Geometric Dilution Of Precision
<b>RF</b>	Radio Frequency
<b>TACAN</b>	Tactical Air Navigation
<b>TDOA</b>	Time Difference Of Arrival
<b>TOA</b>	Time Of Arrival
<b>VDOP</b>	Vertical Dilution Of Precision
<b>VOR</b>	VHF Omni Range
<b>WAM</b>	Wide Area Multilateration
<b>ESM</b>	Electronic Support Measures

# **INTRODUCTION GENERALE**

## **INTRODUCTION GENERALE**

De nos jours, la guerre électronique est le facteur déterminant de la force de frappe d'une armée ayant une doctrine défensive ou offensive. En effet, la plupart des stratégies d'attaque utilisent des techniques de brouillages et d'antibrouillages (mesures et contremesures électroniques) afin de faciliter l'invasion aérienne. Parmi les moyens existants pour contrer ces mesures est le radar passif.

Le radar passif à ESM (Electronic Support Measures) est un radar qui assure la détection, la localisation ainsi que la classification des cibles à partir des signaux transmis par ces derniers dans les différentes phases de vol.

Le travail que nous allons présenter dans ce mémoire a pour but d'étudier deux algorithmes de localisation passive en 3D utilisés dans un radar passif à ESM. Les paramètres qui influent sur les performances de ces algorithmes sont aussi traités. Par conséquent, le présent document est structuré comme suit:

Dans le premier chapitre et pour assurer la coordination avec le reste du document, nous avons préféré de commencer ce rapport par quelques notions de base sur les radars passifs et leurs types. Par la suite, nous présentons les définitions de quelques terminologies qui nous intéressent à savoir la multilatération et la dilution géométrique de précision.

Dans le deuxième chapitre, nous présentons quelques exemples des signaux transmis par un aéronef qui peuvent être exploités par un système de multilatération. Ensuite nous donnons quelques architectures suivant lesquelles un système de localisation passive est déployé.

Dans le troisième chapitre, nous présentons le modèle mathématique et les résultats de simulations avec comparaison des deux algorithmes de localisation 3D qui sont « Taylor et Ralph ».

L'influence de la disposition des récepteurs et les différents paramètres qui rentrent en jeu sur la dilution de précision sont discutés et illustrés par simulation.

# CHAPITRE I

# I. CHAPITRE 1 GENERALITES ET DEFINITIONS

## A. Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons quelques notions de base afin de donner un aperçu sur le radar passif et les types qui existent en se focalisant sur le type qui nous intéresse dans ce projet en localisation passive 3D. Par la suite, nous allons donner les définitions de quelques concepts qu'on juge nécessaires à mettre en clair pour assurer le bon déroulement du projet à savoir la multilatération et la dilution de précision.

## B. Généralités

Un radar conventionnel utilise une antenne pour émettre une énergie électromagnétique dans l'espace dans le but de détecter et de localiser un objet réfléchissant. Cet objet qu'on le nomme cible (Target) reflète une partie de cette énergie dans plusieurs directions. À la réception, l'antenne du radar reçoit une partie de l'énergie réfléchie (écho). Après l'amplification et le traitement, on aura une décision sur la présence ou pas de la cible. En plus de ça, la position de la cible ainsi que d'autres informations la concernant peuvent être extraites [1]. Ce type de radars est souvent nommé radar actif.

Cependant, il existe des radars qui assurent la détection des cibles sans faire l'émission de l'énergie électromagnétique. Ce type de radars est appelé: « Radar passif ». On distingue deux types de radars passifs: le radar passif d'opportunité (passive coherent location PCL), et le radar passif à ESM. Nous décrivons dans ce qui suit d'une manière brève ces deux types.

### 1. Le radar passif d'opportunité (PCL)

Le radar passif d'opportunité est un système basé uniquement sur l'exploitation des signaux d'illumination d'opportunité déjà existants dans l'environnement. En d'autres termes, il utilise comme émetteur bistatique un ou plusieurs signaux qui s'avèrent juste être présents pour d'autres activités: les signaux de communication, de radio diffusion, du réseau cellulaire ou de TV [2,3].

La figure (I-1) illustre la configuration bistatique qui forme la base de ce type de radars où l'ellipse d'équidistance forme les cas possibles de la position de l'objectif qui donnent la même différence du temps entre le signal direct de l'émetteur et le signal réfléchi par la cible [2]. Les techniques spatiales permettent l'estimation des directions d'arrivées du signal direct et du signal réfléchi.

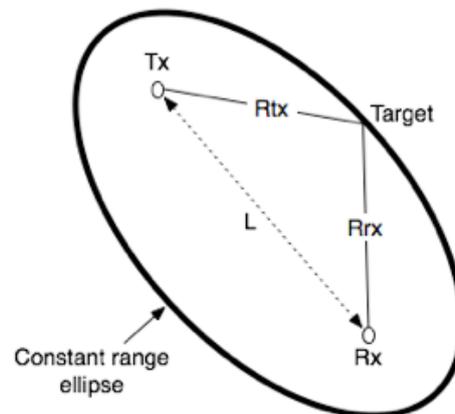


Figure I-1 : Distance bistatique [2]

$R_{tx}$  : Distance entre l'émetteur et l'objectif.

$R_{rx}$  : Distance entre le récepteur et l'objectif.

Le concept d'utiliser des émetteurs d'opportunité n'est pas nouveau. En effet, plusieurs travaux ont été effectués dans ce sens. Nous citons à titre indicatif:

Le radar bistatique de l'UCL [5] utilise les signaux UHF de télévision comme illuminateur d'opportunité. Les résultats ont montré qu'il est possible de l'utiliser comme un radar de surveillance pour détecter les avions autour de l'aéroport de «Heathrow» vers l'ouest de Londres.

Le radar de « Manastash » réalisé à l'université de Washington [6] utilise un seul émetteur radio VHF comme illuminateur d'opportunité et qui peut détecter des cibles à une distance de jusqu'à 100 Km.

Le « Silent Sentry » [7] développé par la compagnie « Lockheed Martin » exploite une variété d'émetteurs radio et TV, VHF et FM.

### a) Avantages du radar passif d'opportunité

On peut citer les avantages suivants pour un radar passif d'opportunité (PCL) :

- ✓ Indétectable.
- ✓ Efficacité contre les avions furtifs et les cibles volant à basse altitude.
- ✓ Difficile à brouiller et même impossible (en multistatique) .
- ✓ Invisible aux missiles antiradiations (ARM) .
- ✓ Pas de nécessité d'allocation spécifique de fréquences.
- ✓ Installation dans des zones où les radars actifs ne peuvent pas être déployés (zone explosive ...)
- ✓ Faible coût.

### b) Inconvénients

- La dépendance aux sources de rayonnement extérieures du système.

## 2. Le radar passif à ESM

Le radar passif à ESM (ELECTRONIC SUPPORT MEASURES) est un radar qui utilise les mesures des différences du temps d'arrivée «TDOA» (TIME DIFFERENCE OF ARRIVAL) des différents signaux transmis par des aéronefs au niveau de différents récepteurs dans le but d'assurer la localisation, la poursuite, et même la classification (si possible) de ces avions.

Ce type de radars est composé d'une station centrale où on trouve l'équipement de traitement du signal dédié à assurer les différentes fonctionnalités et de quatre récepteurs déployés de façon prédéterminée.

Son principe de localisation est basé sur la « multilatération » qu'on va définir par la suite.

## C. Définitions

Dans cette section du rapport, nous avons préféré de commencer par donner quelques définitions des principales notions de base qu'on rencontre dans la localisation passive.

## 1. La multilatération

C'est une forme de surveillance coopérative basée sur la mesure de la différence de distance entre une source d'émission et deux ou plusieurs stations de réception déployées dans des positions connues. Elle est utilisée pour la localisation des avions que ce soit pour des applications civiles telles que: Sensis Multistatic Dependent Surveillance (MDS), Rannochs AirScene system, ERA multilateration systems ..., etc. [8] ou pour des applications militaires telles que: VERA passive radio Locator [9], Ramona, Tamara, BORAP, YLC-20, DWL002, ..., etc.

### a) Principe de la multilatération

Les systèmes basés sur le principe de la multilatération sont constitués d'un nombre de récepteurs qui reçoivent les signaux transmis par un aéronef ou tout autre émetteur et une unité de traitement qui calcule la position de la source d'émission en utilisant les différences des temps d'arrivées des différents signaux aux différents récepteurs.

La différence du temps d'arrivée d'un signal à deux récepteurs correspond mathématiquement à une infinité de points sous forme d'un hyperboloïde en 3D sur lequel la source d'émission peut se trouver. Quand on dispose de quatre récepteurs qui reçoivent le même signal, nous pouvons estimer la position de la source d'émission en 3D en calculant l'intersection des hyperboloïdes [8]. La figure (I-2) montre l'intersection de ces hyperboloïdes.

Dans le cas où on ne dispose que de trois récepteurs, la position en 3D ne pourra pas être calculée directement, sauf si on ramène l'information sur l'altitude de l'objectif à partir d'une autre source (à titre indicatif: le mode C de l'IFF).

Pour un système utilisant plus que quatre récepteurs, l'information obtenue en plus sera utile pour raffiner les calculs.

La figure (I-3) montre une zone de multilatération composée de cinq récepteurs (S0, S1, S2, S3, S4) [10].

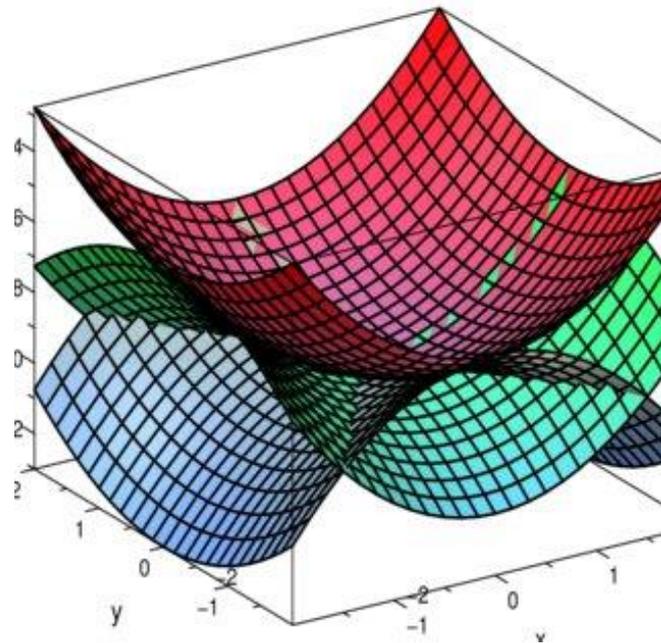


Figure I-2 : Intersection des trois hyperboloïdes [8]

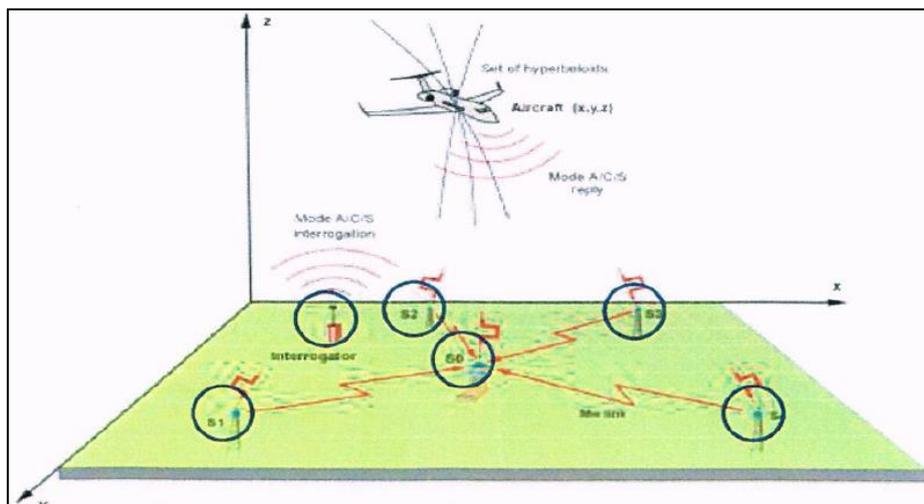


Figure I-3 : Exemple d'une zone de multilatération [10]

Une fois on a calculé les différences du temps d'arrivée aux différents récepteurs (TDOA) :  $T_{01}, T_{02}, T_{03}, \dots$  la station de traitement procède à calculer la position de la source d'émission en 3D.

Il se peut qu'on trouve plus qu'une solution pour la position de la source d'émission. Dans ce cas, l'opérateur peut facilement identifier la vraie position. Par exemple, les solutions où l'altitude est négative sont à éliminer.

La géométrie de l'espace dans lequel sont déployés les récepteurs a un grand effet sur la précision des calculs. Une discussion sur le sujet est dans la section suivante.

## 2. La dilution de précision (DOP Dilution Of precision)

Un autre terme important dans la localisation est la dilution de précision que nous allons présenter dans cette section. En 1975, Lee a publié un papier [11] pour discuter la dilution géométrique de précision (GDOP) des systèmes de localisation par multilatération. Le GDOP est défini comme le rapport entre l'erreur quadratique moyenne RMSE dans le calcul de la position et l'erreur commise dans la mesure de la distance [12]. De la même façon, on définit la dilution de précision horizontale (HDOP), et verticale (VDOP).

La mesure de distance peut être exprimée comme suit [13]:

$$L = f(x, y, z) \quad (\text{I-1})$$

Avec,  $L$  est une valeur mesurée et  $x, y, z$  sont des paramètres inconnues (les coordonnées de la cible). Pour linéariser l'équation, le théorème de Taylor est appliqué [13] :

$$\begin{aligned} L = f(x_0, y_0, z_0) + \frac{(\partial L / \partial x)_0 dx}{1!} + \frac{(\partial L / \partial y)_0 dy}{1!} + \frac{(\partial L / \partial z)_0 dz}{1!} + \dots \\ + \frac{(\partial^n L / \partial x)_0 dx^n}{n!} + \frac{(\partial^n L / \partial y)_0 dy^n}{n!} + \frac{(\partial^n L / \partial z)_0 dz^n}{n!} + R_n \end{aligned} \quad (\text{I-2})$$

Par conséquent, si on ne prend que les termes d'ordre 1, on aura:

$$f(x, y, z) - f(x_0, y_0, z_0) = (\partial L / \partial x)_0 dx + (\partial L / \partial y)_0 dy + (\partial L / \partial z)_0 dz \quad (\text{I-3})$$

En supposant qu'on a  $n$  observations, une notation matricielle peut être employée [13]:

$$H\Delta x = \Delta r \quad (\text{I-4})$$

Avec,  $\Delta x$  est le vecteur de déplacement entre la position réelle de la cible et le point de linéarisation,  $\Delta r$  est le vecteur de déplacement entre la distance exacte et la distance correspondante au point de linéarisation, et H peut être présentée comme suit [13]:

$$H = \begin{bmatrix} (\partial L_1/\partial x)_0 & (\partial L_1/\partial x)_0 & (\partial L_1/\partial x)_0 & \dots \\ (\partial L_2/\partial x)_0 & (\partial L_2/\partial x)_0 & (\partial L_2/\partial x)_0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ (\partial L_n/\partial x)_0 & (\partial L_n/\partial x)_0 & (\partial L_n/\partial x)_0 & \dots \end{bmatrix} \quad (I-5)$$

### a) Cas d'un système TOA

Si les mesures absolues de distances sont disponibles (la cible est synchronisée avec les récepteurs), la distance de la cible par rapport au  $i^{\text{ème}}$  récepteur est [13]:

$$R_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2} \quad (I-6)$$

Avec  $(x, y, z)$  sont les coordonnées du  $i^{\text{ème}}$  récepteur [13].

S'il ya  $n$  mesures, on définit le vecteur R comme suit:

$$R = [r_1 \dots r_n]^T \quad (I-7)$$

On définit aussi le vecteur X qui contient les coordonnées de la cible (émetteur) :

$$X = [x \ y \ z]^T \quad (I-8)$$

En supposant que les erreurs dans les mesures des distances sont aléatoires, indépendantes, avec une moyenne nulle et ayant des variances identiques  $\sigma_r^2$ , la matrice de covariance de l'erreur est alors:

$$Q = \sigma_r^2 I \quad (I-9)$$

Selon l'équation (I-3), on définit la matrice H comme suit [13]:

$$H = \begin{bmatrix} \frac{x-x_1}{R_1} & \frac{y-y_1}{R_1} & \frac{z-z_1}{R_1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{x-x_n}{R_n} & \frac{y-y_n}{R_n} & \frac{z-z_n}{R_n} \end{bmatrix} \quad (I-10)$$

En utilisant la méthode des moindres carrés ( $n \geq 3$ ), on trouve la solution  $\Delta x$  comme suit:

$$\Delta x = (H^T H)^{-1} H^T \Delta r \quad (\text{I-11})$$

On peut l'exprimer aussi comme suit [13]:

$$(x_T - x_L + dx) = (H^T H)^{-1} H^T (r_T - r_L + dr) \quad (\text{I-12})$$

Avec  $x_T$  est la position sans erreur,  $x_L$  est la position définie au point de linéarisation et  $dx$  est l'erreur sur la position. De même,  $r_T$  représente le vecteur des distances exactes,  $r_L$  est le vecteur des distances calculées au point de linéarisation et  $dr$  est l'erreur de mesure de la distance. Par conséquent, l'équation (I-12) devient:

$$dx = (H^T H)^{-1} H^T dr \quad (\text{I-13})$$

Qui exprime la relation entre l'erreur de mesure de la distance  $dr$  et l'erreur de localisation  $dx$ . La dilution géométrique de précision est définie comme étant le rapport entre la REQM en position et la REQM en distance:

$$DOP = \frac{\sigma_x}{\sigma_r} \quad (\text{I-14})$$

$$\text{On a: } cov(dx) = E(dx dx^T) = E[(H^T H)^{-1} H^T dr dr^T H (H^T H)^{-1}]$$

$$= (H^T H)^{-1} H^T cov(dr) H (H^T H)^{-1} = (H^T H)^{-1} \sigma^2 \quad (\text{I-15})$$

$$\text{Où: } cov(dr) = Q \quad (\text{I-16})$$

À ce stade-là, on peut extraire les différentes dilutions de précision:

✓ **La dilution de précision horizontale:**

$$HDOP = \frac{\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}}{\sigma_r} = \sqrt{((H^T H)^{-1})_{1,1} + ((H^T H)^{-1})_{2,2}} \quad (\text{I-17})$$

✓ **La dilution de précision verticale:**

$$VDOP = \frac{\sqrt{\sigma_z^2}}{\sigma_r} = \sqrt{((H^T H)^{-1})_{3,3}} \quad (\text{I-18})$$

✓ **La dilution de précision géométrique:**

$$GDOP = \sqrt{\text{trace}((H^T H)^{-1})} \quad (\text{I-19})$$

### b) Cas d'un système TDOA

Dans un système de localisation basé sur la mesure de la différence du temps d'arrivée TDOA, la différence en distance peut être exprimée comme suit [13] :

$$\Delta R_i = \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} - \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2} \quad (\text{I-20})$$

Le vecteur des mesures M est donc:

$$\Delta R = [\Delta r_2 \dots \Delta r_n]^T \quad (\text{I-21})$$

Le vecteur X qui contient les coordonnées de la cible (émetteur) est le même, par contre, la matrice H sera la suivante [13]:

$$H = \begin{bmatrix} \frac{x-x_1}{R_1} - \frac{x-x_2}{R_2} & \frac{y-y_1}{R_1} - \frac{y-y_2}{R_2} & \frac{z-z_1}{R_1} - \frac{z-z_2}{R_2} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{x-x_1}{R_1} - \frac{x-x_n}{R_n} & \frac{y-y_1}{R_1} - \frac{y-y_n}{R_n} & \frac{z-z_1}{R_1} - \frac{z-z_n}{R_n} \end{bmatrix} \quad (\text{I-22})$$

La matrice de covariance des erreurs de mesure de la différence des distances est [13]:

$$Q = \sigma_r^2 \begin{bmatrix} 2 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & \dots & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & 1 & \dots & 2 \end{bmatrix} \quad (\text{I-23})$$

De la même façon que précédemment, on peut exprimer les différentes dilutions de précision: HDOP, VDOP, et GDOP en utilisant les équations: (I-17), (I-18), et (I-19).

## D. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons donné quelques exemples des radars passifs que ce soit le PCL ou à ESM. Nous avons présenté le principe de fonctionnement de la localisation par multilatération et nous allons détailler les algorithmes utilisés dans les chapitres suivants. Nous avons terminé ce chapitre par la définition de la dilution de précision que nous allons voir son effet sur la localisation par la suite.

# CHAPITRE II

## II. CHAPITRE II : SIGNAUX AÉROPORTÉS ET ARCHITECTURES DES SYSTÈMES DE LOCALISATION PAR MULTILATERATION

### A. Introduction

Dans ce chapitre, et puisque nous nous intéressons à la localisation passive 3D utilisant les signaux transmis par un aéronef, nous donnons dans un premier lieu quelques types de signaux aéroportés qui peuvent être exploités par un système de multilatération.

Ce système de multilatération peut être structuré ou organisé selon plusieurs architectures suivant le critère choisi, soit en fonction de la méthode utilisée pour le calcul de la différence du temps d'arrivée, soit en fonction de la manière de synchronisation. Ceci est présenté dans la deuxième partie du chapitre.

### B. Les signaux émis par un aéronef et leur exploitation en multilatération

Tout aéronef est équipé d'une variété d'antennes dans le but d'assurer la surveillance, la communication, la navigation, ... etc. Donc, il est important d'exploiter les signaux transmis par l'aéronef afin de la localiser.

Les signaux transmis par un aéronef peuvent se décomposer aux différentes catégories suivantes :

#### 1. Signaux de surveillance

L'une des fonctions principales d'un radar est sans doute la fonction de surveillance (ou de «veille»). Elle consiste à localiser l'ensemble des cibles situées dans sa zone de surveillance.

##### a) Radar primaire

Le radar primaire à bord d'aéronefs peut assurer plusieurs fonctions à savoir la surveillance et la conduite de tir. Ces signaux émis par le radar primaire peuvent être exploités dans la localisation par multilatération. Ils peuvent être utilisés plus particulièrement dans la fonction de classification suivant une base de données déjà établie.

**b) Radar secondaire**

Le radar de surveillance secondaire (SSR) est composé d'un interrogateur et d'un récepteur sur terre. L'interrogateur transmet un signal dont la fréquence est de 1030 MHz qui déclenche une réponse du transpondeur de l'avion dont la fréquence est de 1090 MHz. Une fois le récepteur du radar secondaire détecte cette réponse, un traitement du signal permettra par la suite de déterminer la position de l'avion (distance, azimut) [8].

Il existe plusieurs modes de travail de L'IFF (IDENTIFICATION FRIEND OR FOE).

Parmi ces modes, le transpondeur de l'avion transmet l'information de l'identification de l'avion (MODE A), ou bien l'information de son altitude (MODE C).

Les signaux de réponses de l'IFF émis par le transpondeur de l'avion sont les plus utilisés en localisation par multilatération grâce à ses trajectoires omnidirectionnelles et ses portées importantes qui dépassent parfois les 400 KM.

**2. Signaux de navigation**

Pour que l'avion atteigne son objectif en toute sécurité, un dispositif de radionavigation à bord est nécessaire. La radionavigation peut se présenter sous deux formes :

- ✓ La radionavigation passive, où l'avion utilise seulement ses récepteurs pour exploiter les signaux présents dans l'espace et les traiter pour assurer la navigation.
- ✓ La radionavigation active, où l'avion actionne aussi ses émetteurs pour faire la navigation.

En multilatération, on s'intéresse à la radionavigation active, et on va illustrer trois types de signaux émis par l'avion en vue d'assurer la navigation [8].

**a) Radio altimètre**

Le radio altimètre permet de mesurer la distance avion-sol. Son principe de fonctionnement est d'émettre des impulsions électromagnétiques dans un faisceau étroit et dans une direction verticale par rapport au sol. Ces impulsions sont par la suite reçues et traitées pour mesurer le temps aller-retour afin de calculer la distance avion-sol.

La directivité de l'antenne du radio altimètre rend son utilisation en localisation très rare car, on ne peut l'exploiter que si l'avion se trouve dans une position verticale à la région 2D où sont déployés nos récepteurs.

### b) Distance Measurement Equipment (DME)

C'est un équipement à bord de l'avion qui permet de mesurer la distance entre l'avion et une balise au sol. Le principe de fonctionnement du DME ressemble légèrement au radar secondaire (SSR). Le système du DME est constitué de deux sous-ensembles physiquement séparés, un interrogateur aéroporté et une balise au sol. L'avion émet une paire d'impulsions omnidirectionnellement, qui sont reçues par la suite par la balise. Après un retard connu et fixe (50ps), la balise à son tour émet une paire d'impulsions.

L'interrogateur aéroporté possède 126 fréquences de travail dans la bande 1025-1150 MHz avec un espacement de 1MHz entre les fréquences, tandis que la balise travaille dans la bande 962-1213 MHz.

La distance balise-avion est déterminée par le temps d'aller-retour de 1 'impulsion (le retard causé par la balise est compensé dans le calcul).

Son utilisation en localisation est intéressante vue la trajectoire omnidirectionnelle du signal et sa portée importante.

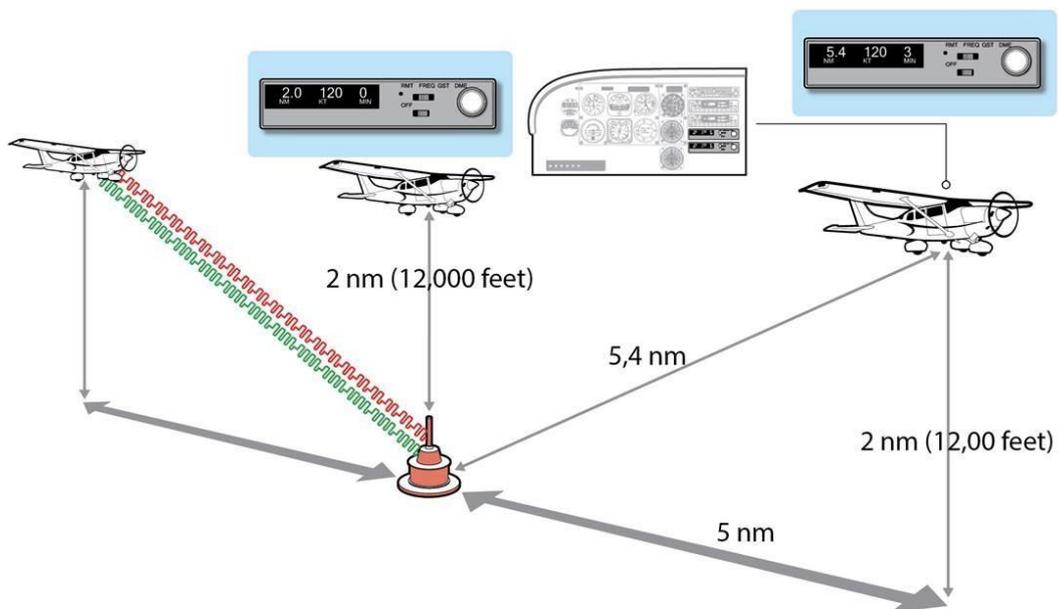


Figure II-1 : Principe de fonctionnement du DME

### **c) TACAN (TACTICAL AIR NAVIGATION)**

Le terme **TACAN** désigne un système de navigation aérienne militaire. C'est un système regroupant les fonctions utilisées dans le domaine civil par l'association du DME et du VOR. Il travaille dans la bande UHF, sur la plage de fréquences 960-1215 MHz. Ses caractéristiques permettent d'utiliser des émetteurs plus simples et de tailles moindres que ceux du système VOR, ce qui rend possible son installation sur un navire de guerre, un AWACS ou encore un avion ravitailleur [14].

La composante mesure de la distance du T ACAN est identique au DME et peut donc être interrogée par un transpondeur DME civil alors que la composante mesure angulaire est différente du système VOR, ce qui conduit parfois à regrouper des équipements dans une même installation, alors désigné VORTAC [14].

### **3. Signaux de communications**

Les communications en VHF entre le pilote et le contrôleur de la circulation aérienne sont très importantes pendant l'exécution d'un vol. Elles servent à diffuser et recevoir les informations nécessaires pour la sûreté de fonctionnement de l'appareil. Ces communications peuvent être utilisées en localisation. Les principaux signaux de communication émis par un avion sont les suivants [8]:

#### **a) VHF direction Finder**

C'est un équipement qui utilise la voix du pilote diffusée sur la fréquence radio pour déterminer la direction de l'aéronef. Il est composé d'une antenne directionnelle et d'un récepteur VHF pour déterminer la direction de l'émetteur (l'avion) [8].

Pour évaluer l'applicabilité du VHF DF en localisation, il faut étudier la disponibilité relative de l'équipement dans l'avion, la disponibilité du signal pendant les diverses phases du vol (spécialement en route et en approche), le taux de mise à jour et les possibilités de l'identification du signal.

Concernant la disponibilité du système, presque tous les avions sont équipés de la COM en VHF. Le VHF OF peut être appliqué seulement quand le pilote communique en VHF, ce qui donne des mises à jour limitées et irrégulières de localisation.

On peut conclure que l'utilisation des signaux de communication en localisation semble limitée.



**Figure II-2** : VHF direction finder [8]

#### **b) ACARS (AIRCRAFT COMMUNICATIONS, ADDRESSING AND REPORTING SYSTEM)**

ACARS est un système numérique de communication entre l'avion et les stations au sol. Il est utilisé par plusieurs compagnies aériennes en Europe et en Amérique du Nord. Dans d'autres régions du monde, il est moins utilisé. L'ACARS se sert d'un certain nombre de canaux autour des fréquences 131 et 136 MHz avec une bande étroite [8].

Sa largeur de bande signifie que l'exactitude du TDOA est susceptible d'être très faible la rendant peu convenable à la localisation. En outre, ce type de communication entre l'avion et les stations au sol se produit le plus fréquemment aux alentours des aéroports, tandis que dans d'autres phases de vol il est moins utilisé.

#### **4. Divers signaux RF**

Indépendamment des systèmes CNS (COMMUNICATION AND NAVIGATION SYSTEMS) reliés à bord de l'avion qui transmettent des signaux RF, un système additionnel est disponible qui n'est pas classé dans l'une des catégories précédentes (bien que son principe ressemble à celui de la surveillance), qui est le radar météorologique de bord.

### a) Radar météorologique de bord

Le radar météorologique de bord est employé dans l'avion pour éviter les zones de forte turbulence. Il envoie un signal RF de puissance de l'ordre de 1 KW, qui en partie est dispersé par la pluie (la neige et la grêle sont des diffuseurs moins efficaces), et une partie du rayonnement réfléctée est reçue par l'antenne du radar météorologique de bord. La longueur d'onde centimétrique du signal RF est de l'ordre de la taille de la goutte de pluie [8].

Pour l'évaluation des perspectives du radar météorologique de bord pour l'application en multilatération, sa disponibilité relative dans l'avion, la disponibilité du signal, le taux de mise à jour, et les possibilités de l'identification du signal doivent être discutés.

Le radar météorologique de bord est un équipement obligatoire pour la majorité des aéronefs. Par conséquent, la disponibilité de l'équipement est satisfaisante. Par contre, le signal du radar météorologique de bord n'est pas omnidirectionnel. L'antenne, qui est généralement située à l'intérieur du radôme, émet un faisceau de 60 degrés au maximum dont la direction est commandée par le pilote. De plus, le temps de mise à jour est irrégulier. Tous ces facteurs rendent l'utilisation du signal transmis par le radar météorologique de bord en localisation non bénéfique.



Figure II-3 : Radar météorologique de bord [8]

## C. Architecture des systèmes de localisation par multilatération

Les systèmes de multilatération peuvent être classés selon deux critères. Ils peuvent être classés selon la méthode employée pour calculer la différence de temps d'arrivée (TDOA) du signal, comme ils peuvent être classés selon la méthode employée pour la synchronisation des récepteurs. Les sections suivantes décrivent les diverses méthodes et les systèmes utilisés [8].

### 1. Méthodes de calcul des TDOA

Il y a deux méthodes pour calculer les TDOA. La première consiste à faire une intercorrélacion des signaux reçus pour produire les TDOA, et la deuxième consiste à mesurer d'abord les TOA et faire la différence par la suite pour avoir les TDOA [8]. Ces deux méthodes sont décrites avec plus de détail ci-dessous.

#### a) Méthode d'intercorrélacion

La méthode basée sur l'intercorrélacion est généralement employée dans les systèmes de localisation des téléphones cellulaires. La figure (III-4) montre un schéma synoptique des systèmes de localisation utilisant la méthode d'intercorrélacion pour mesurer les TDOA [8] :

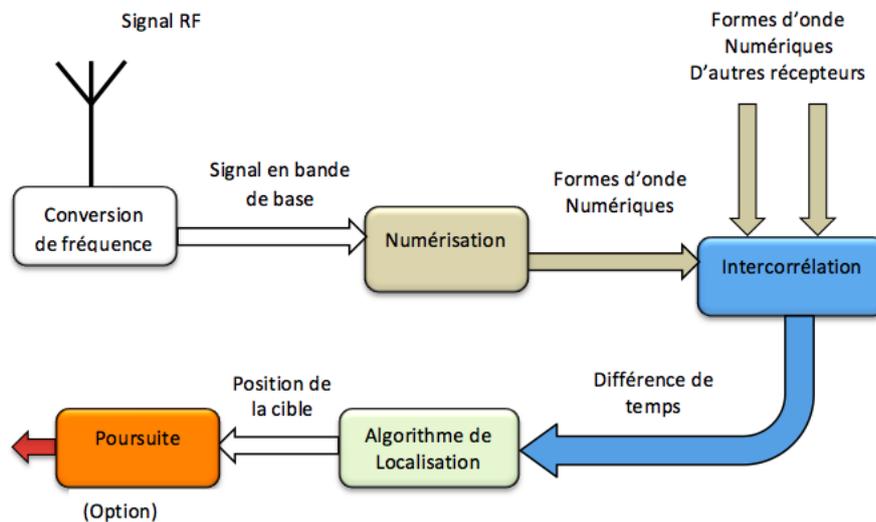


Figure II-4 : Schéma synoptique de la méthode d'intercorrélacion

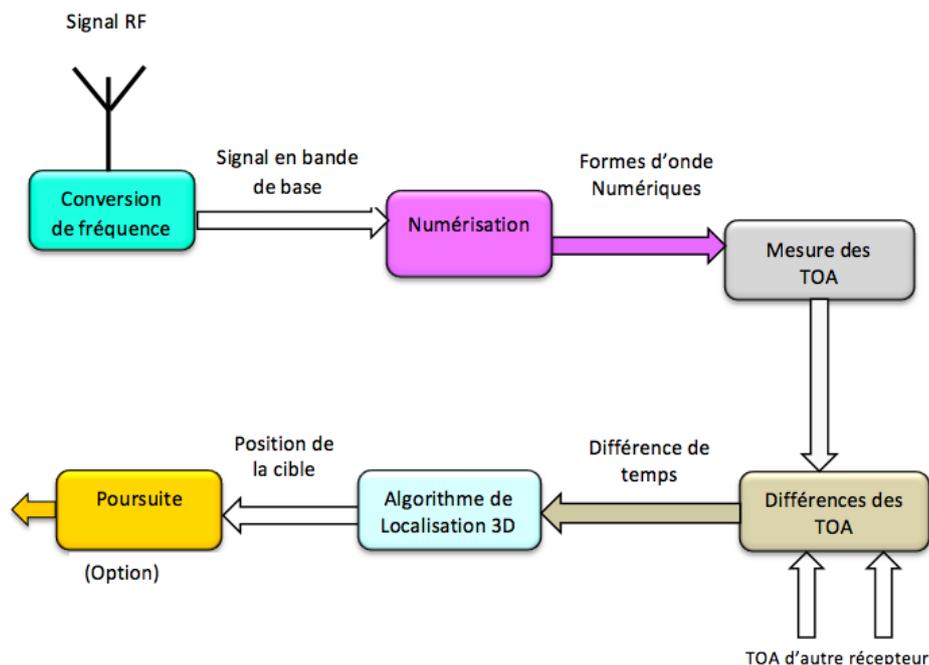
La fonction d'intercorrélacion exécute alors une série d'intercorrélacions sur les signaux numérisés pour des paires de récepteurs. En supposant que le même signal est présent dans les deux emplacements, une valeur de TDOA est donnée comme résultat de

cette opération. L'exactitude de ce processus est influencée par le type du signal numérisé, par les trajets multiples, et par d'autres facteurs.

Un système de localisation basé sur l'intercorrélation diffère fondamentalement d'un système basé sur la mesure des TOA dans le fait que le temps d'arrivée réel du signal à un récepteur n'est jamais calculé, seulement les valeurs des TDOA qui sont disponibles.

## b) Méthode des TOA

Les systèmes de localisation qui utilisent la méthode des TOA pour calculer les TDOA sont largement utilisés en multilatération (par exemple les systèmes exploitant les signaux de l'SSR). La figure (II-5) montre un schéma synoptique des systèmes de localisation utilisant la méthode des TOA pour mesurer les TDOA [8]:



**Figure II-5** : Schéma synoptique de la méthode des TOA [8]

Après l'étape de numérisation, le système calculera le temps d'arrivée local des signaux au niveau de chaque récepteur. Le calcul des TOAs pour chaque récepteur est effectué, ces valeurs doivent être corrélées par la suite pour associer à une transmission donnée de l'avion un groupe de valeurs de TOA. Ayant exécuté cette corrélation, les valeurs de TDOA peuvent maintenant être calculées.

## 2. Méthodes de synchronisation

La synchronisation est fondamentale pour les systèmes de multilatération, bien que la méthode d'appliquer cette synchronisation diffère généralement. Afin de calculer la position, il est nécessaire de savoir la différence du temps d'arrivée d'un signal à une antenne dans le système par rapport au même signal à une autre antenne dans le système. Cependant, le signal est retardé par rapport à son temps d'arrivée à l'antenne pendant la conversion de fréquence et la numérisation. Par conséquent, pour calculer exactement le TDOA, ce retard doit être exactement connu et pris en considération. En plus, la numérisation pour chaque chaîne de réception doit être mise en référence à une base de temps commune. La figure (II-3) montre ce retard et les composants de la synchronisation [8]:

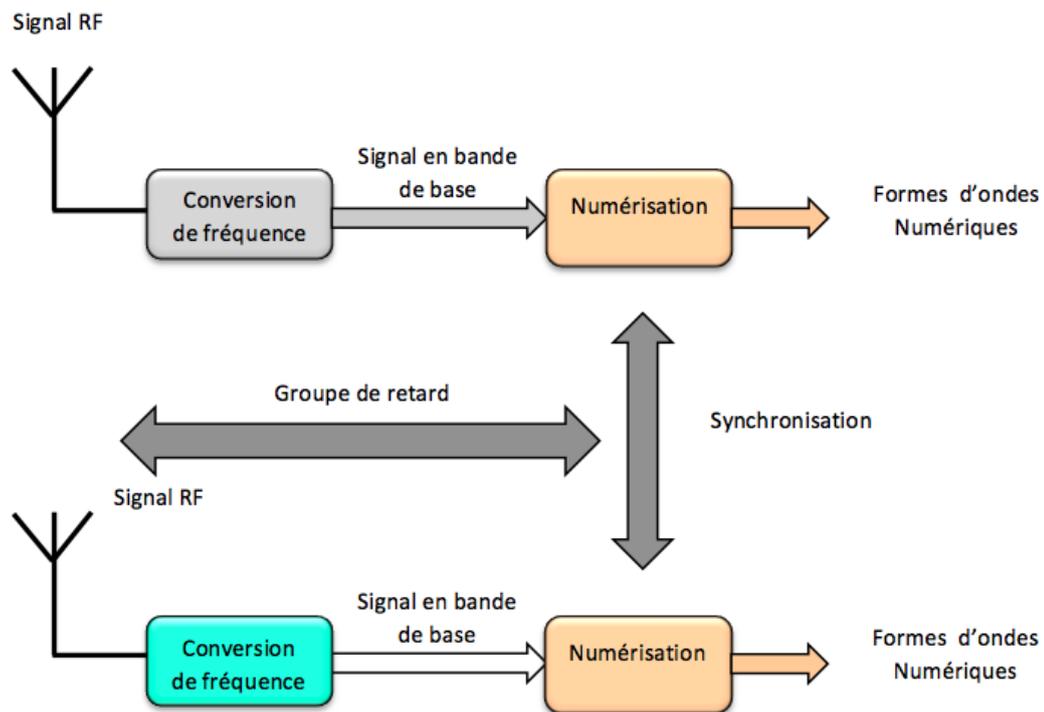
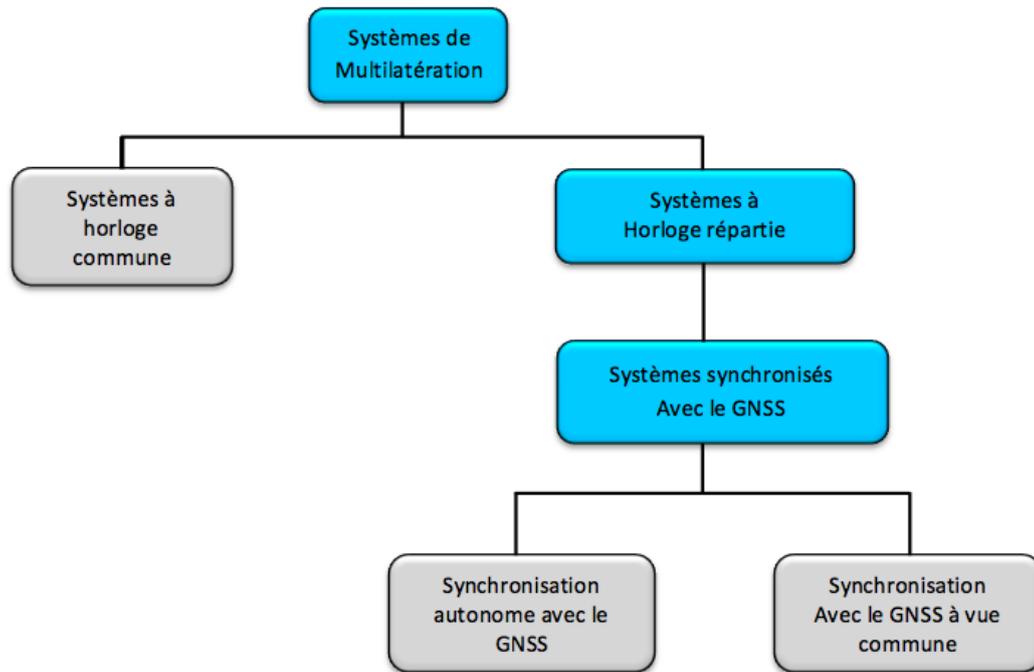


Figure II-6 : Le groupe de retard et la synchronisation [8]

La figure (II-7) montre la topologie de quelques technologies de synchronisation dans les systèmes de multilatération [8] :



**Figure II-7 :** Topologie de synchronisation en multilatération [8]

#### a) Systèmes à horloge commune

Les systèmes à horloge commune emploient un récepteur simple avec la majeure partie de la complexité se trouve à la station de traitement principale. Les systèmes à horloge commune reçoivent les signaux RF (RADIO FREQUENCY) de l'avion et les convertissent vers la fréquence intermédiaire (FI). Ce signal est transmis de chaque récepteur à une station de traitement principale via une liaison analogique. La conversion en bande de base et la numérisation sont effectuées par la suite dans la station de traitement principale en prenant comme référence une horloge commune pour tous les récepteurs.

Avec cette architecture, il n'y a aucun besoin de synchroniser les récepteurs l'un avec l'autre du moment que la numérisation se produit au niveau de la station de traitement principale. Cependant, le retard entre la réception du signal au niveau de l'antenne et la numérisation au niveau de la station de traitement principale est grand, car il inclut le retard de la liaison analogique qui doit être exactement connu pour chaque récepteur. Ceci signifie que la chaîne de réception et la liaison de transmission de données doivent être rigoureusement calibrées pour mesurer le retard global.

Cette architecture tire bénéfice d'un récepteur simple avec une basse puissance d'énergie et la plupart de complexité dans le processeur central de multilatération. Cependant, le retard du signal entre l'antenne et le processeur de multilatération met des conditions rigoureuses sur le type et la gamme de liaison [8].

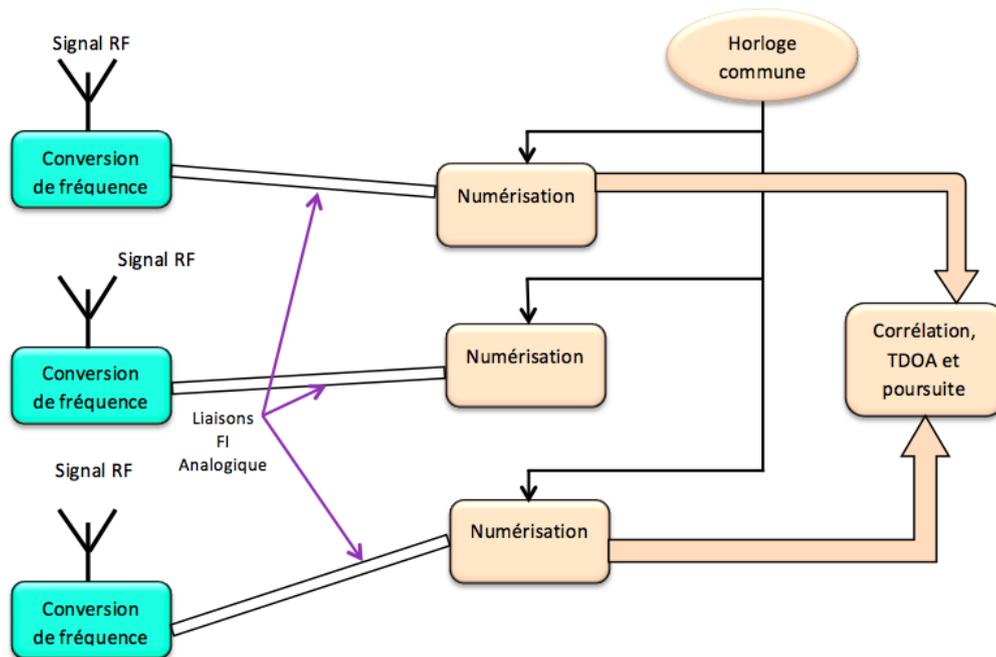


Figure II-8 : Architecture d'un système a horloge commune [8]

### b) Systèmes à horloge répartie

Les systèmes à horloge répartie emploient un récepteur plus complexe pour réduire les exigences vis-à-vis la liaison de transmission de données. Le signal RF est converti en bande de base, numérisé, et les TOA sont mesurés. Toutes ces opérations sont réalisées au niveau de chaque récepteur. Ceci permet une grande flexibilité dans la liaison de transmission de données. Les TOA doivent être transmis au bloc de traitement pour alimenter les algorithmes de localisation. N'importe quelle liaison de transmission de données numérique peut être employée. Cependant, un mécanisme doit être employé pour synchroniser les horloges locales des récepteurs. Cette approche est utilisée par plusieurs systèmes de localisation basée sur le principe de la multilatération. À titre d'exemple: Rannoch Corporation, Roke Manor Research, et Sensis Corporation. La figure (II-9) montre l'architecture d'un tel système :

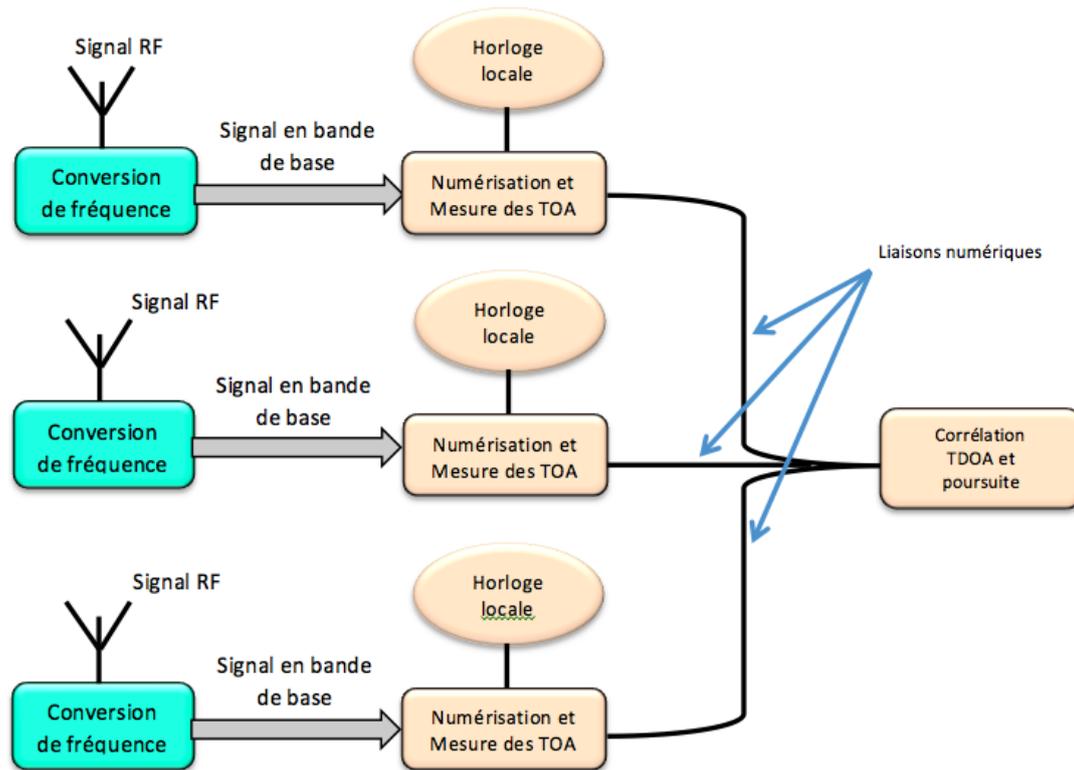


Figure II-9 : Architecture d'un système à horloge répartie [8]

### c) Synchronisation par GNSS

Une référence commune externe de synchronisation telle qu'un système global de navigation satellitaire (GNSS) peut être employé pour fournir une référence commune de synchronisation pour chacun des récepteurs. La synchronisation des systèmes par GNSS est très utilisée dans les aéroports utilisant les systèmes de multilatération. L'horloge fournie par un tel système peut être utilisée comme une référence commune pour tous les récepteurs. Rappelons que pour les systèmes de multilatération, c'est seulement la différence du temps entre les récepteurs qui est d'intérêt, et non pas le temps absolu. Il est possible de synchroniser les récepteurs d'un tel système jusqu'à 10 ns [8].

Il est beaucoup plus facile de mettre en place des systèmes synchronisés par GNSS que des systèmes à horloge commune, car ça demande moins d'exigence en terme de liaison de transmission de données numériques. Par contre, leur inconvénient est la dépendance à un système extérieur au système de localisation. Ceci peut avoir lieu quand il y aura une dégradation des résultats fournis par le GNSS ce qui provoque un

disfonctionnement du système de la localisation. L'architecture d'un tel système est illustrée ci-dessous :

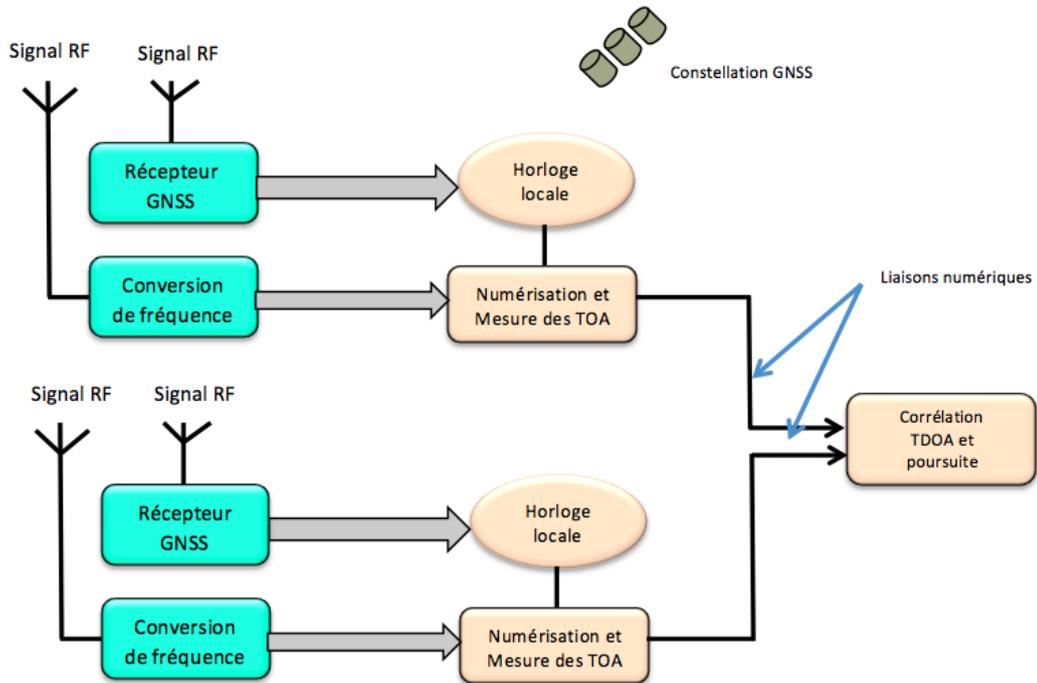


Figure II-10 : Architecture d'un système synchronisé avec le GNSS [8]

#### d) Systèmes synchronisés par GNSS a vue commune

Pour les situations où la synchronisation par GNSS ne donne pas les performances demandées, une méthode de synchronisation à vue commune peut être utilisée. Les systèmes à vue commune utilisent les mêmes satellites pour synchroniser les différents récepteurs, ceci conduit à l'élimination d'une grande quantité de sources d'erreurs et à fournir ainsi une solution plus précise de synchronisation. Des erreurs de l'ordre de quelques nanosecondes peuvent être réalisées en utilisant cette technique [8].

Roke Manor Research a déployé un système utilisant cette technique dont l'architecture est illustrée dans la figure (II-11) :

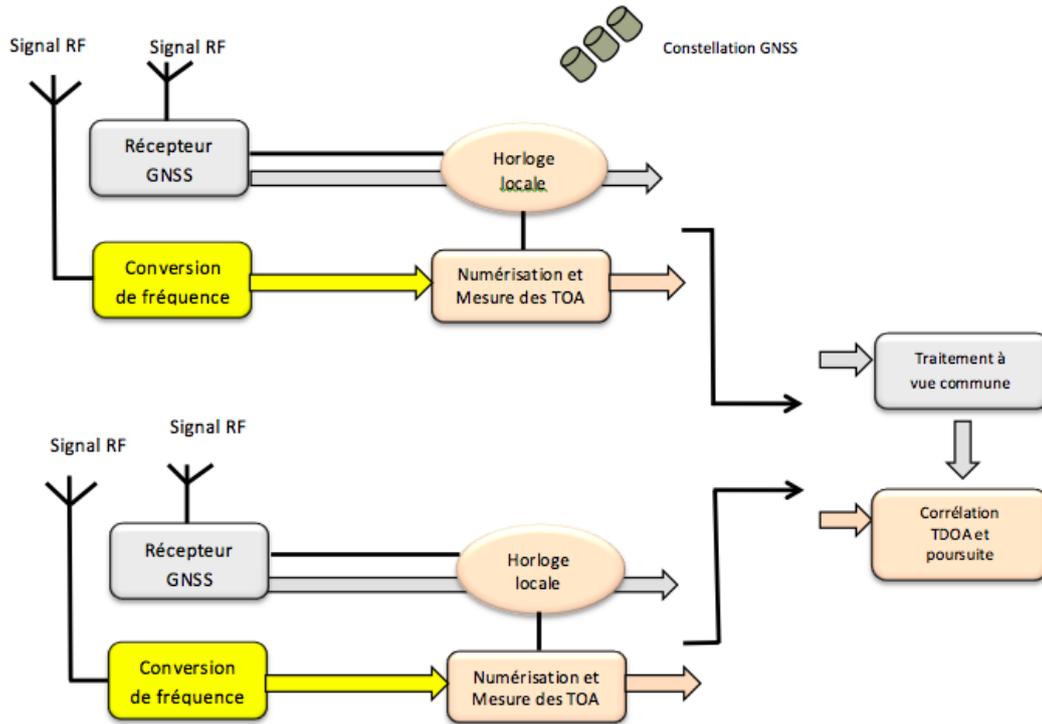


Figure II-11 : Architecture d'un système synchronisé avec le GNSS à vue commune [8]

## D. Conclusion

Dans la première partie de ce chapitre nous avons présenté un aperçu sur les signaux aéroportés susceptibles d'être transmis par un aéronef. Ces signaux d'un côté sont nécessaires pour assurer les différentes fonctionnalités tel que la surveillance, la communication, la navigation, ..., etc. et d'un autre côté ils peuvent être utilisés dans un système de multilatération selon leurs propriétés pour la localisation passive.

Ensuite, dans la deuxième partie nous avons donné une liste non exhaustive des architectures qui sont possible d'être utilisées pour assurer le calcul des différences du temps d'arrivées nécessaires à la localisation ainsi les différentes méthodes de synchronisation. Dans la suite du rapport, nous allons voir quelques algorithmes de localisation et leurs performances.

# CHAPITRE III

### III. CHAPITRE III : ALGORITHMES DE LOCALISATION ET RÉSULTATS DE SIMULATION

#### A. Introduction

La méthode de la multilatération se base sur la résolution d'un système d'équations non-linéaires. Plusieurs algorithmes ont été proposés, nous avons choisi deux parmi eux qui sont l'algorithme de Taylor et l'algorithme de Ralph.

Dans ce chapitre nous présentons le modèle mathématique et les résultats de simulations sous MATLAB des deux algorithmes. De plus et pour enrichir le rapport, la dilution géométrique de précision et l'influence de la disposition des récepteurs sur la localisation seront discutés est illustrés par des résultats de simulation sous MA TLAB.

#### B. Algorithme de Taylor

On suppose qu'on dispose de quatre antennes de réception dont les positions sont  $(x_i, y_i, z_i)$  où  $i = (1, 2, 3, 4)$  et  $(x, y, z)$  représente les coordonnées inconnues de la cible qu'on cherche à estimer à travers les différences du temps d'arrivée. Pour obtenir la position de la cible, il faut convertir les TDOA en différences de distances afin de résoudre le système d'équations non-linéaires (III-2).

##### 1. Modèle mathématique

La méthode de Taylor [15, 16] linéarise le système d'équations par un développement d'ordre I et utilise ensuite une méthode itérative pour résoudre le système d'équations linéaires. Cette méthode nécessite un vecteur de coordonnées d'initialisation afin que la solution converge vers les coordonnées exactes de la cible.

On désigne par  $R_i$  la distance entre la cible et l' $i^{\text{ème}}$  récepteur, ce qui donne :

$$R_i = \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2} \quad (\text{III-1})$$

Avec :  $i = (1, 2, 3, 4)$

Et par  $R_{i,1}$  la différence de distance entre  $R_i$  et  $R_1$  alors :

$$R_{i,1} = R_i - R_1 \quad i=(2,3,4)$$

Qui peut être exprimée en fonction de la position inconnue  $(x, y, z)$  de la cible:

$$f_i(x, y, z) = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2} - \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} \quad (\text{III-2})$$

Avec:  $i = (2,3,4)$

Cette dernière équation peut être exprimée en fonction des différences du temps d'arrivée des signaux transmis par la cible et reçus au niveau des récepteurs comme suit :

$$f_i(x, y, z) = d_{i,1} + \varepsilon_{i,1} \quad (\text{III-3})$$

Où

$$d_{i,1} = c(t_i - t_1) = ct_{i,1} \quad (\text{III-4})$$

Et  $t_{i,1}$  est la différence du temps d'arrivée entre le premier et l' $i$ -ème récepteur et  $\varepsilon_{i,1}$  est l'erreur correspondante à l'estimation de la différence des distances ayant une matrice de covariance  $R$  [16]. L'algorithme de Taylor est basé sur l'hypothèse que la cible a une position initiale  $(x_0, y_0, z_0)$ , alors on peut écrire :

$$\begin{cases} x = x_0 + \delta_x \\ y = y_0 + \delta_y \\ z = z_0 + \delta_z \end{cases} \quad (\text{III-5})$$

En faisant un développement de Taylor d'ordre 1 de l'équation (III-1) on obtient :

$$f_i(x, y, z) = f_{i,0} + a_{i,x}\delta_x + a_{i,y}\delta_y + a_{i,z}\delta_z \quad (\text{III-6})$$

Et en utilisant l'égalité (III-2), nous obtiendrons :

$$f_{i,0} + a_{i,x}\delta_x + a_{i,y}\delta_y + a_{i,z}\delta_z \approx d_{i,1} + \varepsilon_{i,1} \quad (\text{III-7})$$

Avec:  $i = (2,3,4)$  et :

$$\begin{cases} a_{i,x} = \left. \frac{\partial f_i}{\partial x} \right|_{x_0, y_0, z_0} = \frac{x_1 - x_0}{R_1} - \frac{x_i - x_0}{R_i} \\ a_{i,y} = \left. \frac{\partial f_i}{\partial y} \right|_{x_0, y_0, z_0} = \frac{y_1 - y_0}{R_1} - \frac{y_i - y_0}{R_i} \\ a_{i,z} = \left. \frac{\partial f_i}{\partial z} \right|_{x_0, y_0, z_0} = \frac{z_1 - z_0}{R_1} - \frac{z_i - z_0}{R_i} \\ f_{i,0} = f_i(x_0, y_0, z_0) \\ R_i = \sqrt{(x_0 - x_i)^2 + (y_0 - y_i)^2 + (z_0 - z_i)^2} \end{cases} \quad (\text{III-8})$$

En appliquant ce développement à tous les récepteurs (2, 3, 4), on aura la forme matricielle suivante :

$$A\delta = D + e \quad (\text{III-9})$$

Où :

$$A = \begin{bmatrix} a_{2,x} & a_{2,y} & a_{2,z} \\ a_{3,x} & a_{3,y} & a_{3,z} \\ a_{4,x} & a_{4,y} & a_{4,z} \end{bmatrix}, \delta = \begin{bmatrix} \delta_x \\ \delta_y \\ \delta_z \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} D_{2,1} - f_{2,0} \\ D_{3,1} - f_{3,0} \\ D_{4,1} - f_{4,0} \end{bmatrix}, \text{ et } e = \begin{bmatrix} \varepsilon_{2,1} \\ \varepsilon_{3,1} \\ \varepsilon_{4,1} \end{bmatrix}$$

L'estimateur du moindre carré de l'équation (III-9) donne la solution suivante [16] :

$$\delta = [A^T R^{-1} A]^{-1} A^T R^{-1} D \quad (\text{III-10})$$

La position de la cible  $(x, y, z)$  est déterminée par l'équation (III-5). Par la suite, on refait les mêmes étapes en prenant comme point d'initialisation cette fois les nouvelles coordonnées trouvées par l'équation (III-5). Les étapes précédentes doivent se répéter jusqu'à atteindre la solution qui donne une norme du vecteur  $\delta$  inférieure à un seuil déterminé.

Reste à noter que la convergence et la vitesse de convergence de l'algorithme de Taylor dépend du point d'initialisation  $(x_0, y_0, z_0)$ . L'organigramme suivant montre le principe sur lequel se base l'algorithme de Taylor pour calculer la position de la cible d'une manière itérative :

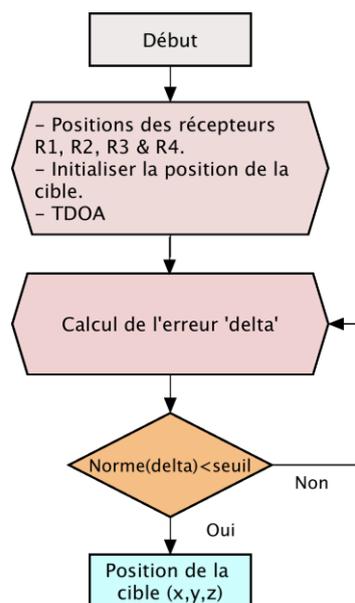


Figure III-1 : Principe de fonctionnement de l'algorithme de Taylor

## C. Algorithme de Ralph

Dans le but de trouver la position de la cible à partir des différences de distances, cet algorithme est basé sur l'utilisation d'un ensemble de variables intermédiaires pour résoudre le système d'équations non-linéaires généré par l'équation (III-2).

### 1. Modèle mathématique

De la même façon que l'algorithme précédent, on suppose qu'on dispose de 4 récepteurs qui reçoivent un signal transmis par une cible qui se trouve aux coordonnées  $(x, y, z)$ . L'algorithme de Ralph [17] est structuré de la manière suivante:

Calcul des distances  $R_1, R_2, R_3$  et  $R_4$  entre chaque récepteur et la cible :

$$R_1 = \sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2} \quad (\text{III-11})$$

$$R_2 = \sqrt{(x_2 - x)^2 + (y_2 - y)^2 + (z_2 - z)^2} \quad (\text{III-12})$$

$$R_3 = \sqrt{(x_3 - x)^2 + (y_3 - y)^2 + (z_3 - z)^2} \quad (\text{III-13})$$

$$R_4 = \sqrt{(x_4 - x)^2 + (y_4 - y)^2 + (z_4 - z)^2} \quad (\text{III-14})$$

Calcul des différences de distance  $R_{12}, R_{13}, R_{32}$  et  $R_{34}$  :

$$R_1 - R_2 = R_{12} = \sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2} - \sqrt{(x_2 - x)^2 + (y_2 - y)^2 + (z_2 - z)^2} \quad (\text{III-15})$$

$$R_1 - R_3 = R_{13} = \sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2} - \sqrt{(x_3 - x)^2 + (y_3 - y)^2 + (z_3 - z)^2} \quad (\text{III-16})$$

$$R_3 - R_2 = R_{32} = \sqrt{(x_3 - x)^2 + (y_3 - y)^2 + (z_3 - z)^2} - \sqrt{(x_2 - x)^2 + (y_2 - y)^2 + (z_2 - z)^2} \quad (\text{III-17})$$

$$R_3 - R_4 = R_{34} = \sqrt{(x_3 - x)^2 + (y_3 - y)^2 + (z_3 - z)^2} - \sqrt{(x_4 - x)^2 + (y_4 - y)^2 + (z_4 - z)^2} \quad (\text{III-18})$$

Ensuite, et selon le détail de calcul dans l'annexe (A), l'algorithme de Ralph se sert des variables intermédiaires pour donner la solution de la position de la cible comme suit :

$$x = Gz + H \quad (\text{III-19})$$

$$y = Iz + J \quad (\text{III-20})$$

$$z = \frac{N}{2M} \pm \sqrt{\left(\frac{N}{2M}\right)^2 - \frac{O}{M}} \quad (\text{III-21})$$

Où les variables  $G, H, I, J, M, N, O$  sont définies dans l'annexe (A).

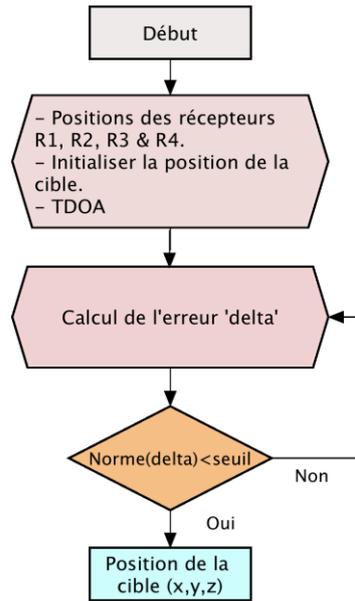


Figure III-2 : Principe de fonctionnement de l’algorithme de Ralph

#### D. Simulations sous MA TLAB

Afin de développer nos simulations on a choisi deux configurations de disposition des récepteurs, il s’agit de la configuration en ‘T’ et la configuration ‘Y’. Les positions des cinq récepteurs utilisés sont présentées dans le tableau III-1 ci-dessous, tandis que la cible supposée fixe elle se trouve à la position (1, 1, 1) [km].

Tableau III-1 : Position des récepteurs

Configuration ‘T’					Configuration ‘Y’			
Position Cible (x, y, z) (km) : [1 1 1]								
Positions des récepteurs (km)					Positions des récepteurs (km)			
	x	y	z		x	y	z	
R1	0	0	0		0	0	0	
R2	-2	2	0		-1	2	0	
R3	2	-2	0		2	-1	0	
R4	-2	-2	0		-2	-2	0	
R5	-3	-3	0		-3	-3	0	

Ces positions sont illustrées par les figures III-3 et III-9 en trois dimensions et par les figures III-4 et III-10 en deux dimensions.

#### 1. Algorithme de Taylor

L’algorithme de Taylor est développé pour les deux configurations ‘T’ et ‘Y’. Dans le premier exemple de simulation, nous allons montrer la convergence de l’algorithme de

Taylor pour une configurations 'T'. A la présence des cinq récepteurs, on a obtenu la figure III-4, où le zoom nous montre les positions estimées autour de la position vraie ou d'une manière plus détaillée la figure III-5 illustre l'erreur de positionnement selon les trois axes x, y et z. Au bout de six (6) itérations l'algorithme converge donnant des écarts-type de 0.7952, 1.6313 et 3.4169 selon l'axe 'x', 'y' et 'z' respectivement, un total d'une déviation standard de 3.8689, ce qui représente une bonne performance pour des applications radar.

La dégradation de précision de positionnement est généralement quantifiée par l'un des paramètres DOP's. Dans ce contexte, la figure (III-6) illustre les valeurs obtenues pour HDOP, PDOP et GDOP, elles sont de 1.9799, 3.8166 et 4.2335 respectivement. En multilatération il s'agit d'un excellent HDOP et un bon GDOP.

La figure III-7, quant à elle illustre encore une idée importante, il s'agit de l'évaluation du GDOP sur une surface de [10km\*10km] autour du récepteur. En s'éloignant de cette position on observe que le GDOP se dégrade, il dépasse une valeur de 100 ce qui signifie que les mesures sont imprécises et parfois ne sont pas exploitable selon la précision souhaitée. Encore plus, on observe l'existence de zones où ce paramètre n'est pas calculable, ceci est indiqué par la projection en deux dimensions de la figure III-8 et nos calculs précises que la surface permettant d'avoir une solution de positionnement est de 84.65% de la surface totale.

Il est nécessaire de signaler que parfois, l'algorithme de Taylor n'arrive pas à localiser la cible, parce que la solution trouvée par l'estimateur du moindre carré de l'équation (III-9) et montrée dans l'équation (III-10) se base sur le calcul de l'inverse de la matrice  $[A^T R^{-1} A]$  et parfois, nous somme face à une matrice singulière. Nous signalons aussi que des valeurs irrégulières de GDOP signifient des irrégularités de performances de localisation.

En examinant encore une fois la figure III-8, on observe qu'une position précise est obtenue si la cible est au milieu de la configuration. On observe aussi que la direction matérialisée par les trois récepteurs R1, R4 et R5 est privilégiée par rapport à celle matérialisée par les trois récepteurs R2, R1 et R3.

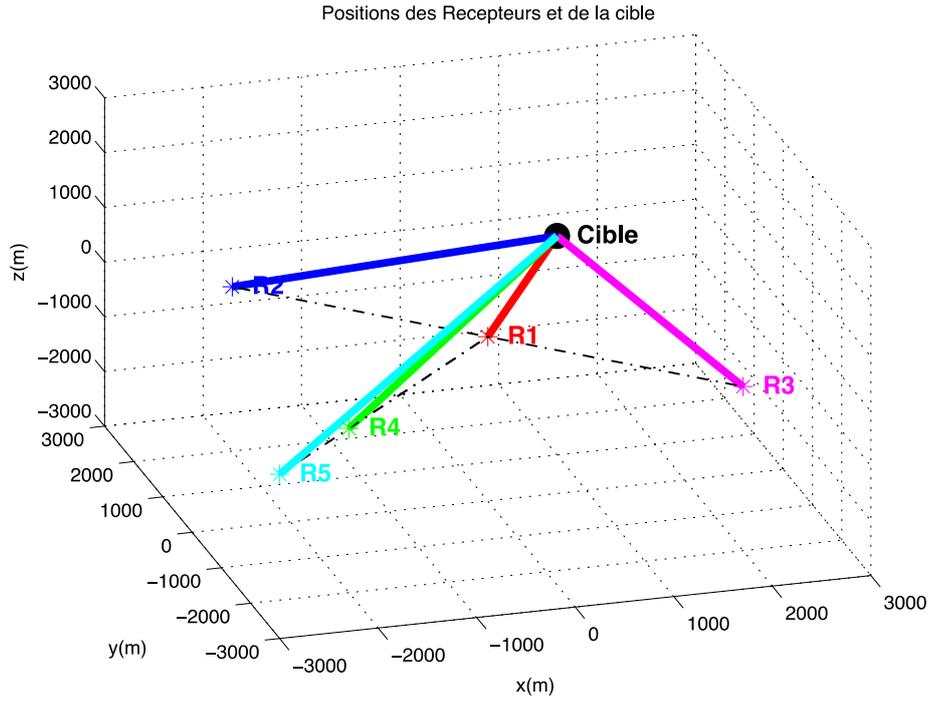


Figure III-3 : Position en 'T' 3D

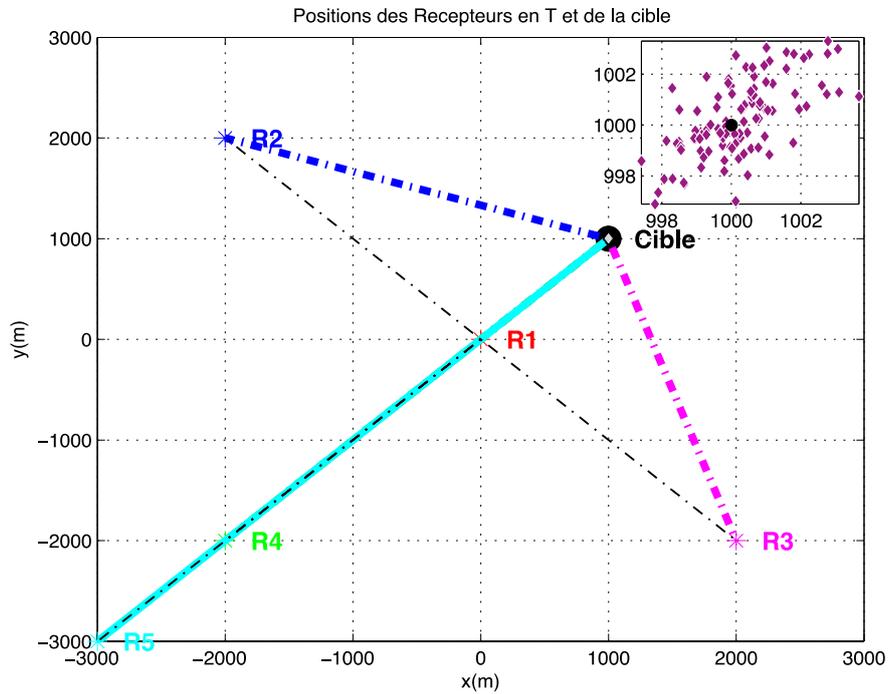


Figure III-4 : Position en 'T' 2D avec résultats de Taylor

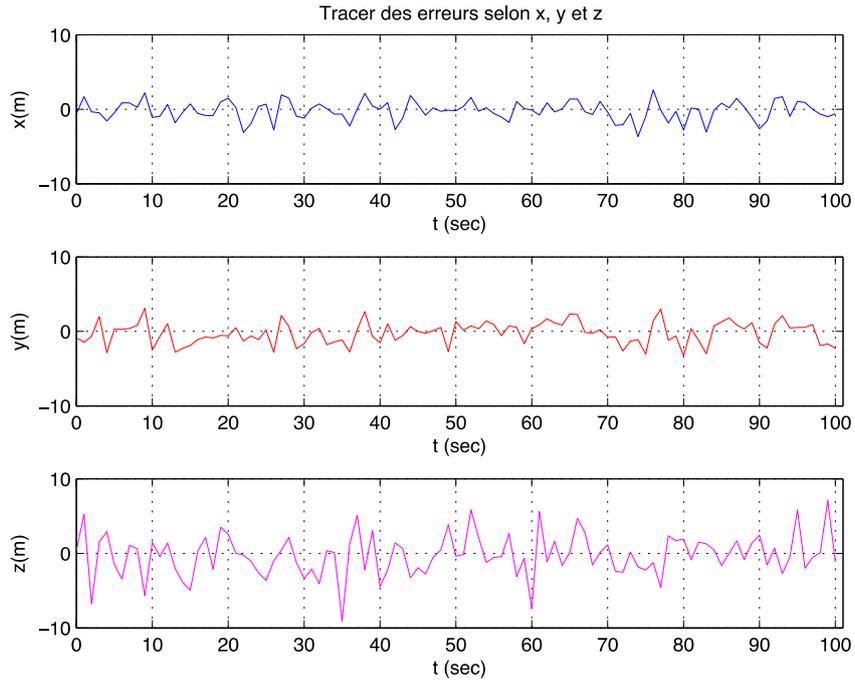


Figure III-5 : Erreur de positionnement pour configuration 'T'

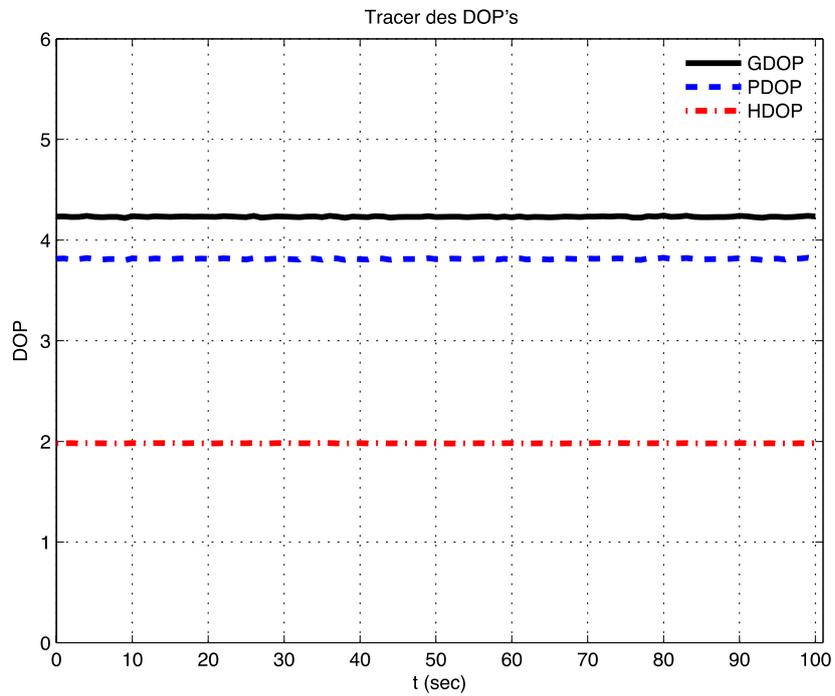


Figure III-6 : Les paramètres DOP's

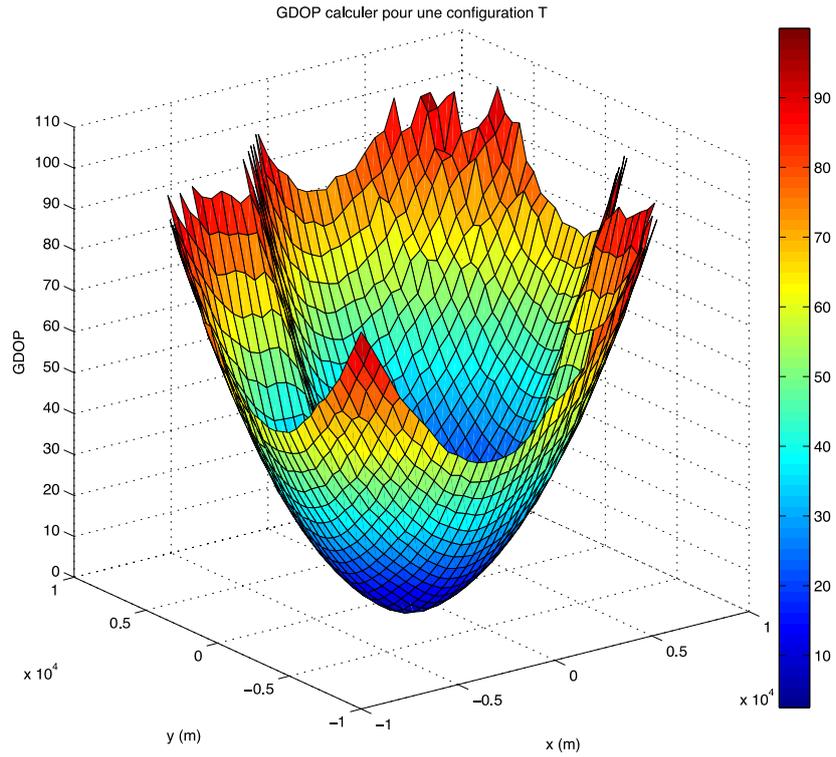


Figure III-7 : GDOP en 3D pour une configuration 'T'

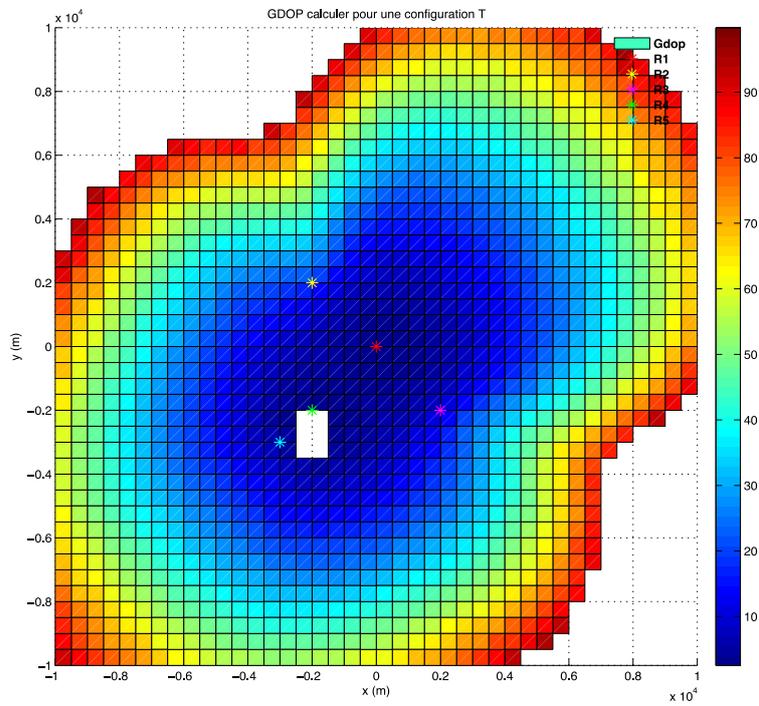


Figure III-8 : GDOP en 2D pour une configuration 'T'

En ce qui suit, on s'intéresse à l'algorithme de Taylor pour la configuration 'Y' illustrée par la figure III-9 en trois dimensions. La figure III-10 illustre les positions des cinq récepteurs et de la cible en deux dimensions, tandis que le zoom sur la même figure présente les positions estimées autour de la position vraie, cette dernière situation est présentée par la figure III-11 selon les trois axes x, y et z, cette fois les écarts-type sont de 0.8395, 1.2604 et 3.6846 selon l'axe 'x', 'y' et 'z' respectivement, un total d'une déviation standard de 3.9837 ce qui représente une performance comparable à celle de la configuration 'T'.

De même, la figure (III-12) illustre les valeurs obtenues pour HDOP, PDOP et GDOP, elles sont de 1.7797, 3.9138 et 4.40 respectivement ce qui constitue un excellent HDOP et un bon GDOP, valeurs meilleures que celles obtenues précédemment.

La figure III-13, présente GDOP sur une surface de [10km\*10km] autour du récepteur. En s'éloignant de cette position on observe que le GDOP se dégrade, il dépasse une valeur de 100 ce qui signifie que les mesures sont imprécises et parfois ne sont pas exploitables selon la précision souhaitée, c'est la situation observée pour une configuration 'T'. Une projection en deux dimensions donnée par la figure III-14 montre encore une fois l'existence de zones où ce paramètre n'est pas calculable, cette fois la surface permettant d'avoir une solution de positionnement est de 80.9% de la surface totale, valeur inférieure à celle obtenue avec la configuration précédente.

En observant la figure III-8, on constate que les contours sont devenus plus homogènes par rapport au cas précédent ce qui est équivalent à l'absence d'une direction privilégiée. De plus, on note que l'extension de couverture obtenue de 3.75%, certes signifie que la configuration en 'T' apporte un plus dans ce sens par rapport à la configuration 'Y', cependant on observe que cette surface supplémentaire n'est associée qu'à des mauvaises valeurs du GDOP.

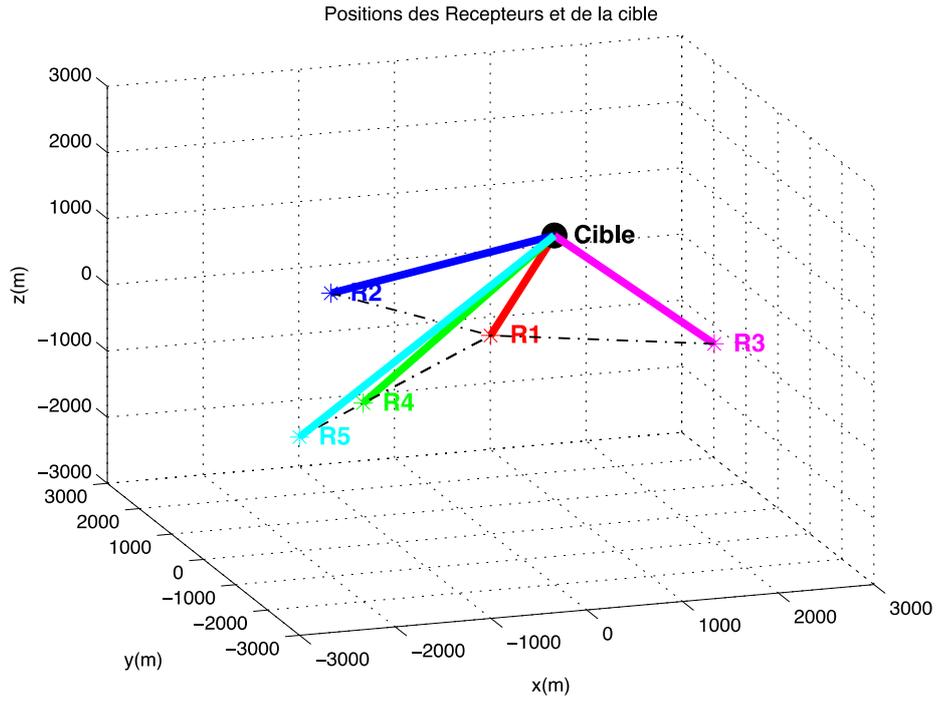


Figure III-9 : Position en 'Y' 3D

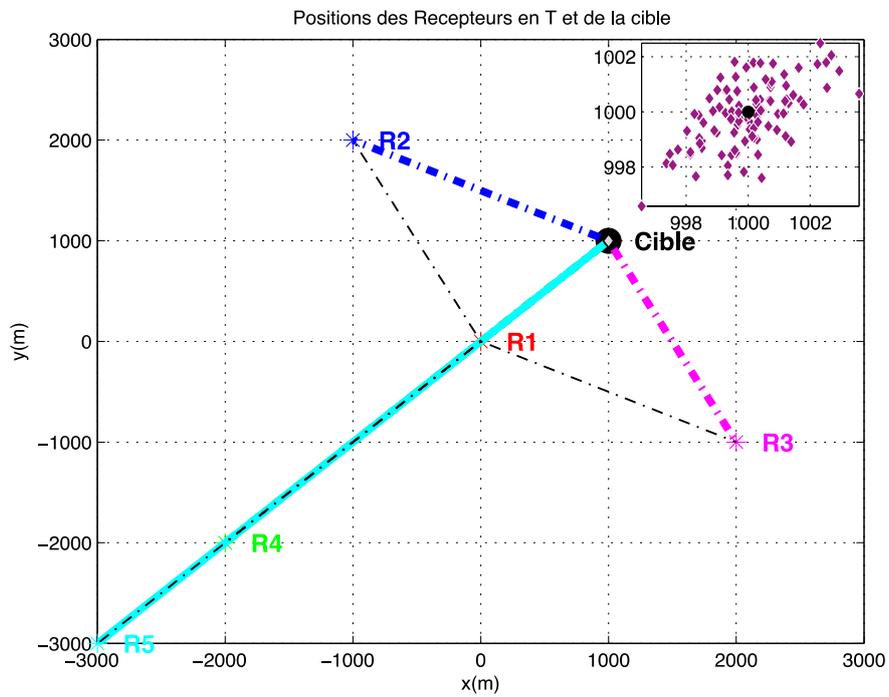


Figure III-10 : Position en 'Y' 2D avec résultats de Taylor

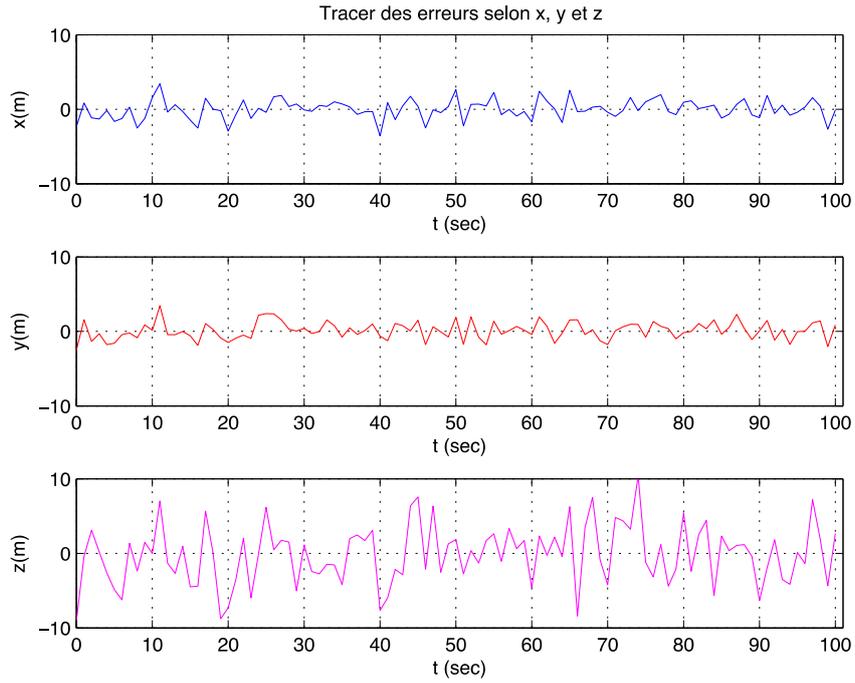


Figure III-11 : Erreur de positionnement pour configuration ‘Y’

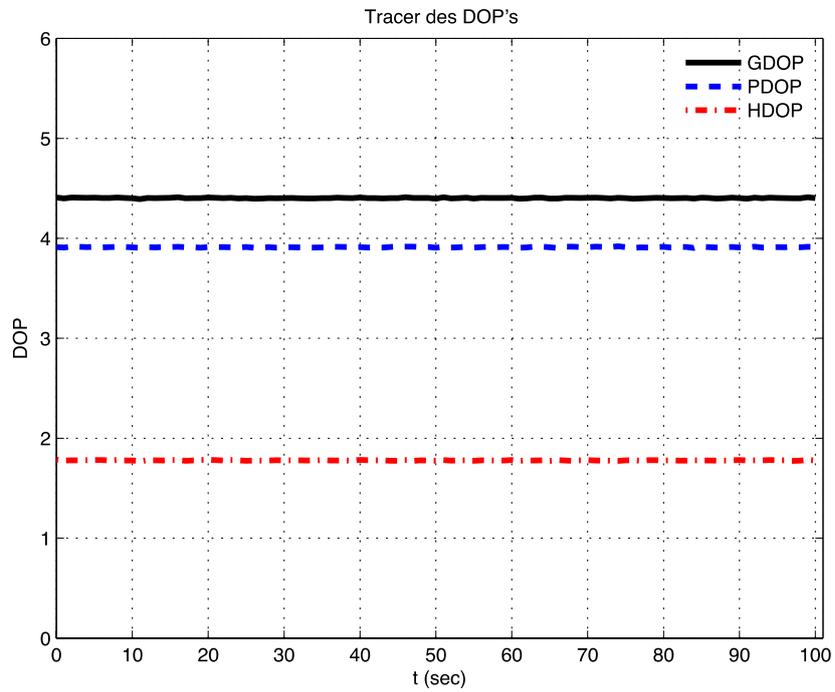


Figure III-12 : Les paramètres DOP's

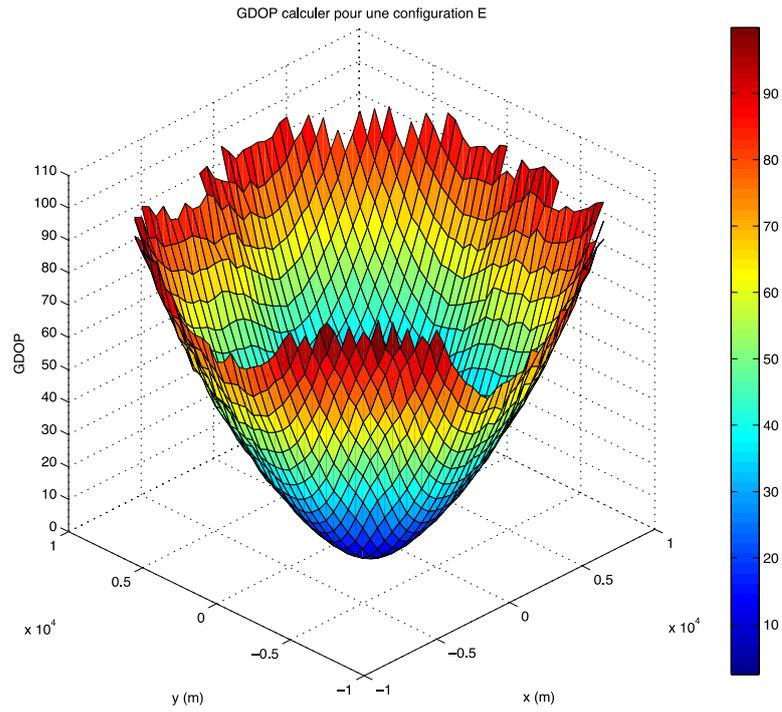


Figure III-13 : GDOP en 3D pour une configuration ‘Y’

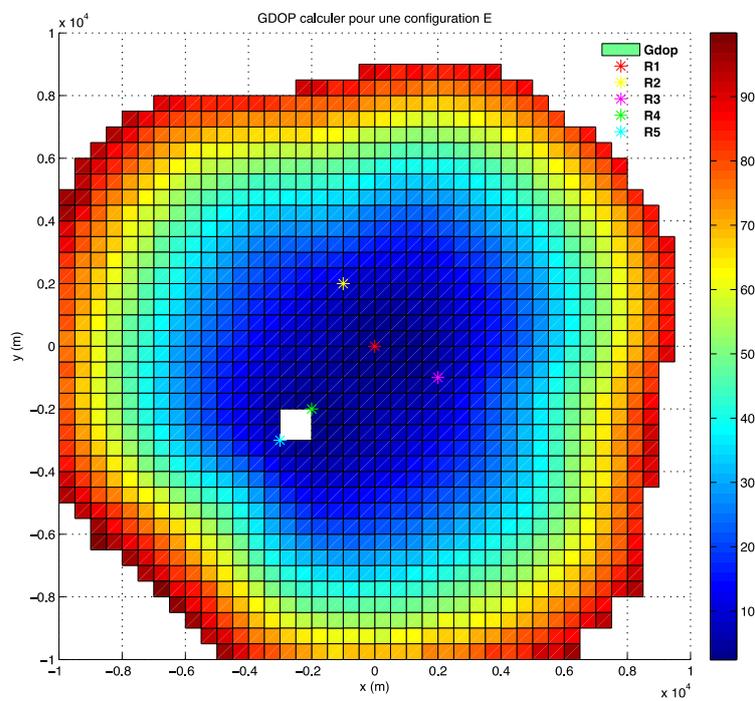


Figure III-14 : GDOP en 2D pour une configuration ‘Y’

## 2. Algorithme de Ralph

L'algorithme de Ralph est basé sur des valeurs intermédiaires A, B, C, ... etc. qu'il doit calculer pour arriver au résultat final. La figure (III-15) montre le résultat de localisation par cet algorithme. Il est nécessaire de signaler que pour certains cas, l'algorithme de Ralph ne donne pas de solution dans le cas où les variables intermédiaires ne sont pas définies.

En ce qui suit, on s'intéresse à l'algorithme de Ralph pour une configuration 'T' la même que celle illustrée par la figure III-9 en trois dimensions. La figure III-15 illustre les positions des cinq récepteurs et de la cible en deux dimensions avec un zoom présentant les positions estimées autour de la position vraie. La figure III-16 précise que les écarts-type sont de 0.86264, 1.7685 et 19.357 selon l'axe 'x', 'y' et 'z' respectivement, un total d'une déviation standard de 19.456.

De même, la figure (III-17) illustre les valeurs obtenues pour HDOP, PDOP et GDOP, elles sont de 1.5232, 3.8584 et 4.0774 respectivement ce qui constitue un excellent HDOP et un bon GDOP.

La figure III-18, présente GDOP sur une surface de [10km\*10km] autour du récepteur. L'algorithme de Ralph est sensible de la même manière que celui de Taylor car en s'éloignant de cette position on observe que le GDOP se dégrade, il est légèrement inférieure à 100 aux limites de la surface considérée où les mesures sont imprécises et parfois ne sont pas exploitable selon la précision souhaitée. Une projection en deux dimensions donnée par la figure III-19 montre encore une fois l'existence de zones où ce paramètre n'est pas calculable, cette fois la surface permettant d'avoir une solution de positionnement est de 97.383% de la surface totale, valeur supérieure à celle obtenue avec l'algorithme de Taylor pour la même configuration.

En observant la figure III-8, on constate que les contours sont homogènes, aucune direction privilégiée n'est signalée.

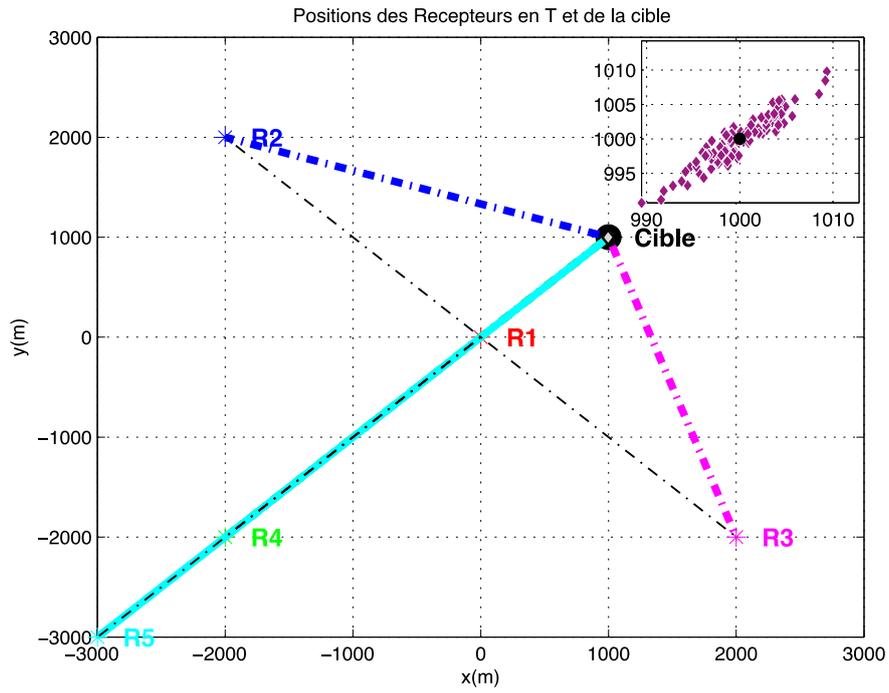


Figure III-15 : Position en 'T' 2D avec résultats de Ralph

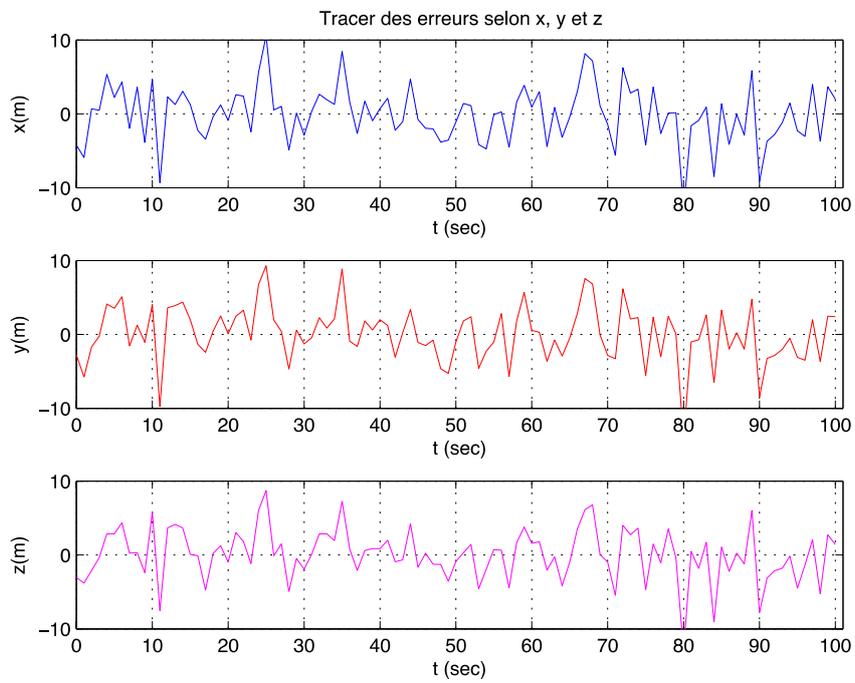


Figure III-16 : Erreur de positionnement pour configuration 'T'

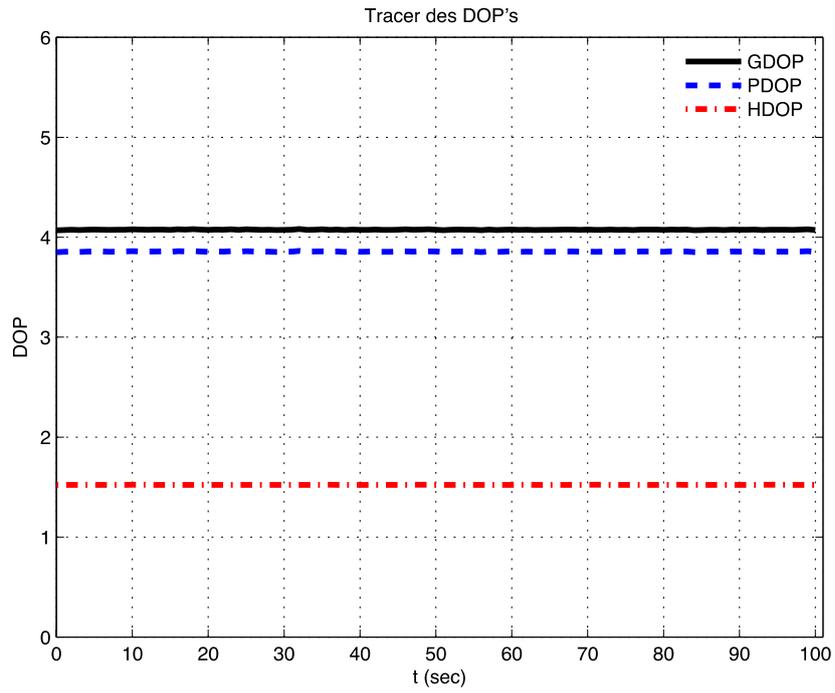


Figure III-17 : Les paramètres DOP's

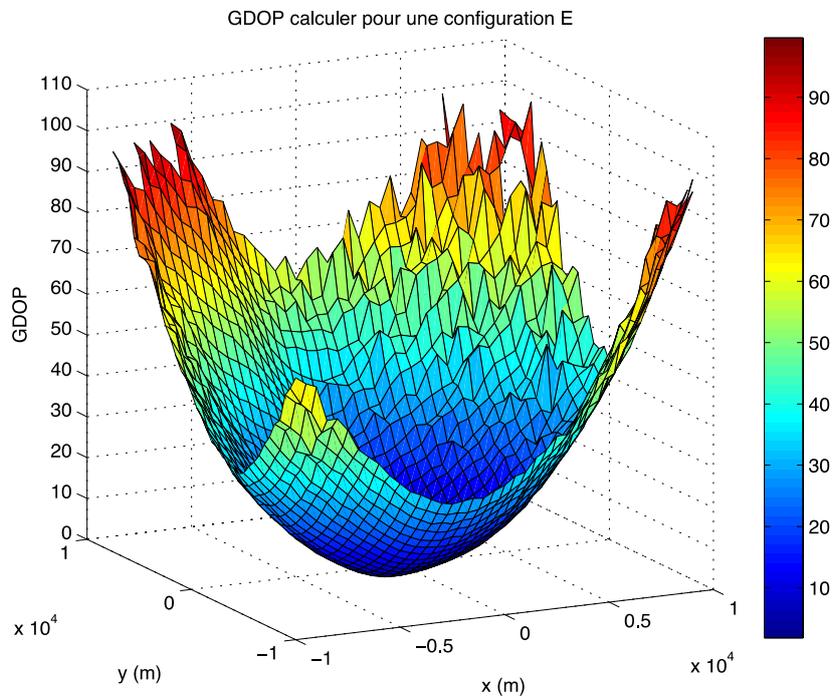


Figure III-18 : GDOP en 3D pour une configuration 'T'

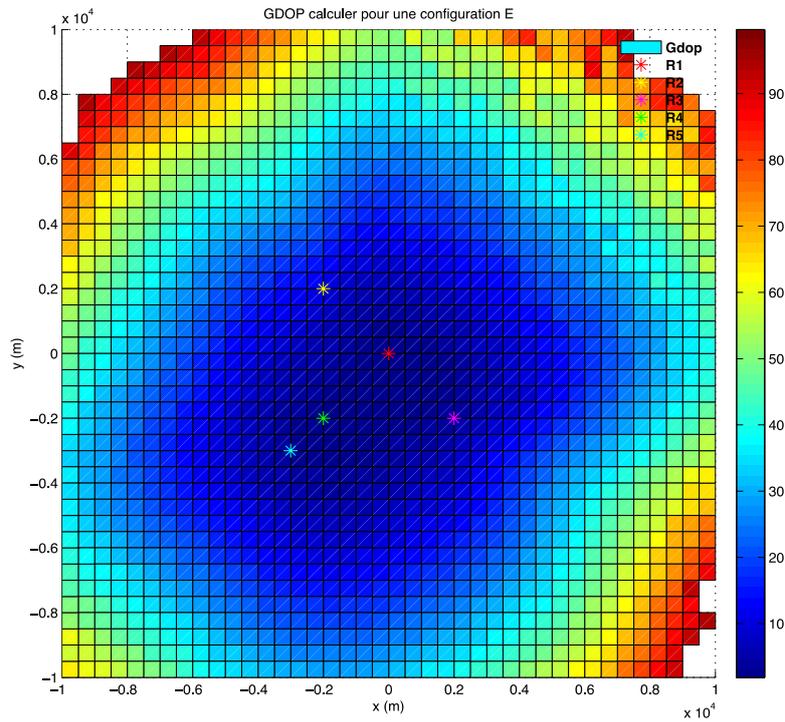


Figure III-19 : GDOP en 2D pour une configuration 'T'

En ce qui suit, on s'intéresse à l'algorithme de Ralph pour une configuration 'Y' la même que celle illustrée par la figure III-9 en trois dimensions. La figure III-20 illustre les positions des cinq récepteurs et de la cible en deux dimensions avec un zoom présentant les positions estimées autour de la position vraie. La figure III-21 précise que les écarts-type sont de 0.70517, 1.1177 et 23.105 selon l'axe 'x', 'y' et 'z' respectivement, un total d'une déviation standard de 23.143.

De même, la figure (III-22) illustre les valeurs obtenues pour HDOP, PDOP et GDOP, elles sont de 1.2037, 3.7106 et 3.9391 respectivement ce qui constitue un excellent HDOP et un bon GDOP.

La figure III-23, présente GDOP sur une surface de [10km\*10km] autour du récepteur. L'algorithme de Ralph est sensible de la même manière que celui de Taylor car en s'éloignant de cette position on observe que le GDOP se dégrade, il est légèrement inférieure à 100 aux limites de la surface considérée où les mesures sont imprécises et parfois ne sont pas exploitables selon la précision souhaitée. Une projection en deux



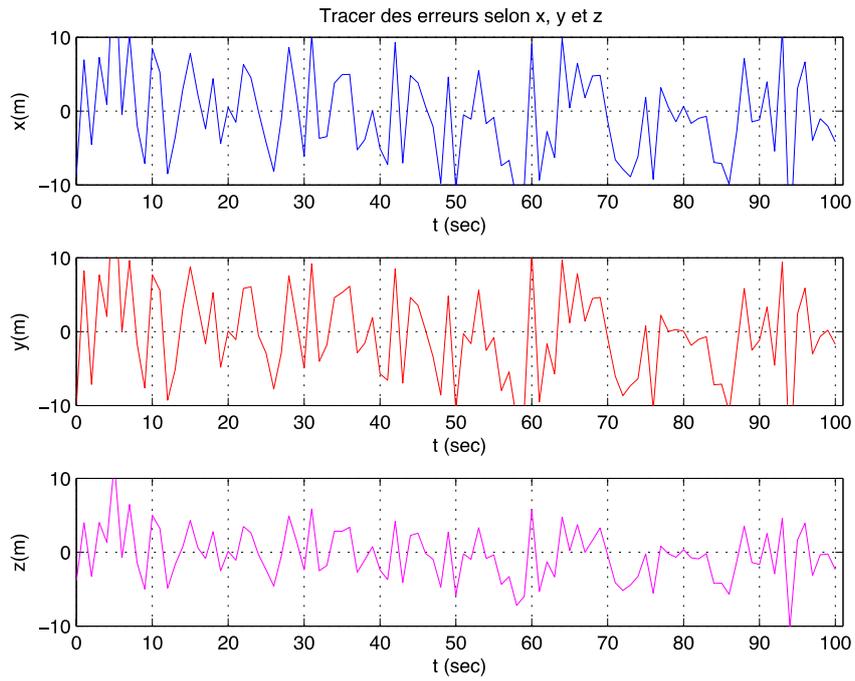


Figure III-21 : Erreur de positionnement pour configuration 'Y'

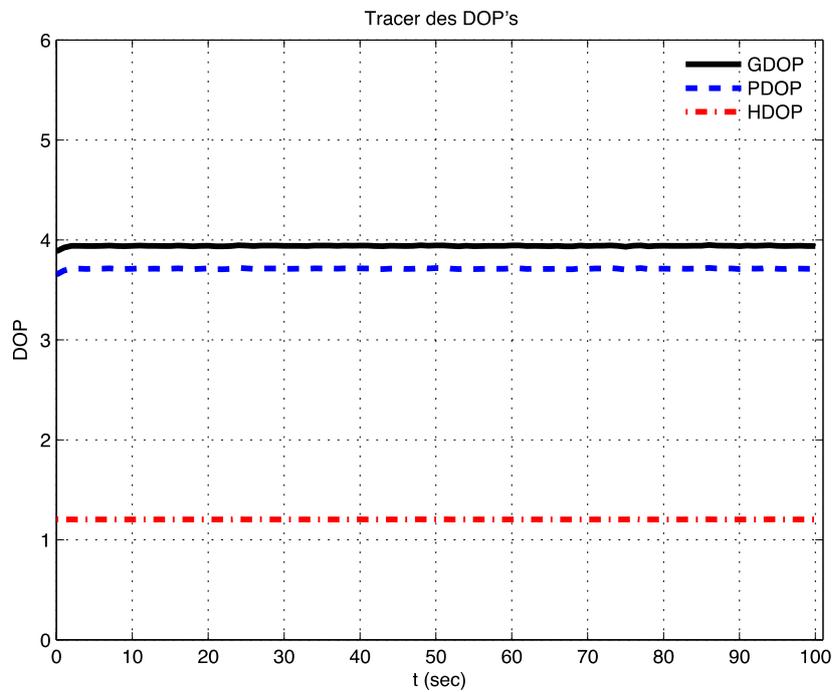


Figure III-22 : Les paramètres DOP's

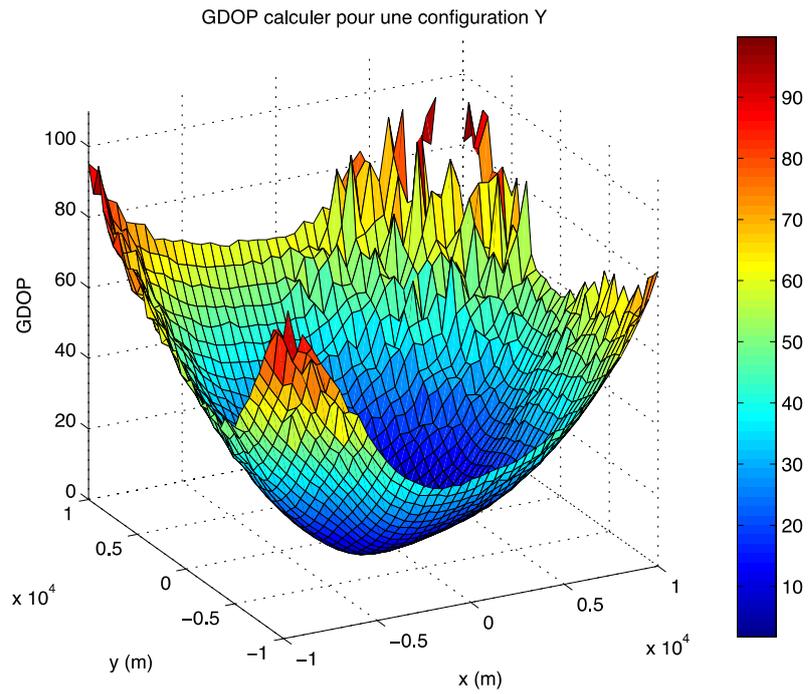


Figure III-23 : GDOP en 3D pour une configuration ‘Y’

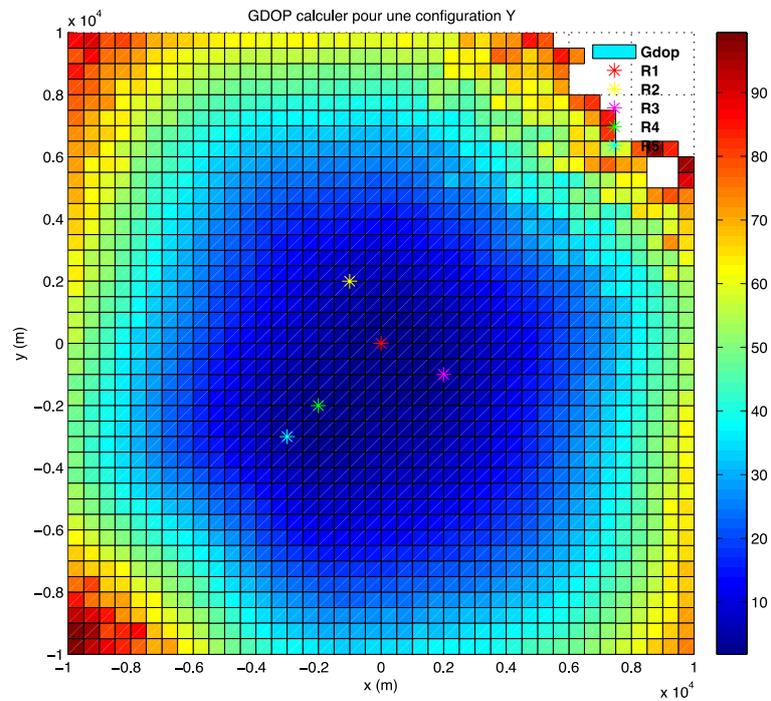


Figure III-24 : GDOP en 2D pour une configuration ‘Y’

## E. Comparaison entre les deux algorithmes

Afin de réaliser une comparaison entre les deux méthodes de Taylor et de Ralph, on a dressé le tableau III-2 ci-dessous. On peut titrer les observations suivantes :

- En terme de précision selon l'axe 'x', c'est l'algorithme de Ralph en configuration Y qui présente le meilleur résultat ;
- En terme de précision selon l'axe 'y', c'est l'algorithme de Ralph en configuration Y qui présente le meilleur résultat ;
- En terme de précision selon l'axe 'z', c'est l'algorithme de Taylor en configuration T qui présente le meilleur résultat ;
- En terme de déviation totale, c'est l'algorithme de Taylor en configuration T qui présente le meilleur résultat ;
- En terme de HDOP, c'est l'algorithme de Ralph en configuration Y qui présente le meilleur résultat ;
- En terme de PDOP, c'est l'algorithme de Ralph en configuration Y qui présente le meilleur résultat ;
- En terme de GDOP, c'est l'algorithme de Ralph en configuration Y qui présente le meilleur résultat ;
- En terme de couverture, c'est l'algorithme de Ralph en configuration Y qui présente le meilleur résultat ;

Tableau III-2 : Comparaison entre les deux algorithmes

	<b>Comparaison</b>			
	<b>Algorithme de Taylor</b>		<b>Algorithme de Ralph</b>	
	<b>Configuration T</b>	<b>Configuration Y</b>	<b>Configuration T</b>	<b>Configuration Y</b>
<b>STD selon x (m)</b>	0.7952	0.8395	0.86264	0.70517
<b>STD selon y (m)</b>	1.6313	1.2604	1.7685	1.1177
<b>STD selon z (m)</b>	3.4169	3.6846	19.357	23.105
<b>STD Totale (m)</b>	3.8689	3.9837	19.456	23.143
<b>HDOP</b>	1.9799	1.7797	1.5232	1.2037
<b>PDOP</b>	3.8166	3.9138	3.8584	3.7106
<b>GDOP</b>	4.2335	4.40	4.0774	3.9391
<b>Couverture (%)</b>	84.65	80.9	97.383	97.739

Suite à ces constatations, on peut conclure que l'algorithme de Ralph en configuration Y offre globalement les meilleures performances.

## F. Conclusion

En vue d'étudier les deux algorithmes de localisation en 3D, Taylor et Ralph, en matière de précision, nous avons procédé à plusieurs simulations dont l'enchaînement est le suivant :

Tout d'abord, nous avons vérifié le bon fonctionnement des deux algorithmes. L'algorithme de Taylor est un algorithme itératif, tandis-que l'algorithme de Ralph aboutit au résultat à travers le calcul de plusieurs variables intermédiaires.

On a tracé les erreurs selon les trois axes x, y et z puis calculer les déviations standards correspondantes et par conséquent la déviation totale.

Afin d'optimiser les performances des algorithmes étudiés en matière de précision des calculs de localisation, nous avons fait des simulations sur le GDOP qui nous ont permis de fixer les idées concernant la variation de ce paramètre.

# CONCLUSION GENERALE

## CONCLUSION GÉNÉRALE

Le radar passif à ESM est un nouveau domaine vaste et plein de zones d'ombre pour la majorité d'entre nous. C'est pour cela que nous avons entamé notre travail par une présentation des généralités y afférant. Des définitions et des éclaircissements dudit système sont donnés dans le premier chapitre.

Nous avons divisé notre travail en deux étapes; la première est l'évaluation des algorithmes en terme d'erreur algorithmique due aux développements mathématiques et au calcul numérique. Nous avons vu dans le chapitre III que l'erreur était faible pour les deux algorithmes.

De plus, nous nous sommes intéressés au paramètre affectant la qualité des algorithmes afin de les exploiter d'une manière optimale. Il s'agit du DOP (*Dilution Of Precision*). Grâce à ce dernier, nous avons pu aboutir à une disposition optimale des stations réceptrices. Une étude sur les paramètres qui l'affectent est présentée dans le chapitre III. Cela nous a conduit aux résultats suivants :

Nous avons montré que l'algorithme de Ralph en géométrie 'Y' offre les meilleures performances.

Pour enrichir notre étude nous proposons comme perspectives les travaux suivants:

- ✓ Étude des performances d'autres algorithmes de localisation tels que l'algorithme de Chan [22], Fang [23], ..., etc. ;
- ✓ Trouver une solution pour les zones où le calcul de position était impossible ;
- ✓ Explorer d'autres configurations ;

# **ANNEXES**

## ANNEXES

### A. Annexe A

L'algorithme de Ralph [17] :

On dispose de 4 récepteurs qui reçoivent un signal transmis par une cible qui se trouve aux coordonnées  $(x, y, z)$ . On calcule les distances  $R_1, R_2, R_3$  et  $R_4$  entre chaque récepteur et la cible :

$$R_1 = \sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2} \quad (\text{A-1})$$

$$R_2 = \sqrt{(x_2 - x)^2 + (y_2 - y)^2 + (z_2 - z)^2} \quad (\text{A-2})$$

$$R_3 = \sqrt{(x_3 - x)^2 + (y_3 - y)^2 + (z_3 - z)^2} \quad (\text{A-3})$$

$$R_4 = \sqrt{(x_4 - x)^2 + (y_4 - y)^2 + (z_4 - z)^2} \quad (\text{A-4})$$

Calcul des différences de distance  $R_{12}, R_{13}, R_{32}$  et  $R_{34}$  :

$$R_1 - R_2 = R_{12} = \sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2} - \sqrt{(x_2 - x)^2 + (y_2 - y)^2 + (z_2 - z)^2} \quad (\text{A-5})$$

$$R_1 - R_3 = R_{13} = \sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2} - \sqrt{(x_3 - x)^2 + (y_3 - y)^2 + (z_3 - z)^2} \quad (\text{A-6})$$

$$R_3 - R_2 = R_{32} = \sqrt{(x_3 - x)^2 + (y_3 - y)^2 + (z_3 - z)^2} - \sqrt{(x_2 - x)^2 + (y_2 - y)^2 + (z_2 - z)^2} \quad (\text{A-7})$$

$$R_3 - R_4 = R_{34} = \sqrt{(x_3 - x)^2 + (y_3 - y)^2 + (z_3 - z)^2} - \sqrt{(x_4 - x)^2 + (y_4 - y)^2 + (z_4 - z)^2} \quad (\text{A-8})$$

Ou d'une autre manière :

$$R_{12} - \sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2} = -\sqrt{(x_2 - x)^2 + (y_2 - y)^2 + (z_2 - z)^2} \quad (\text{A-9})$$

$$R_{13} - \sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2} = -\sqrt{(x_3 - x)^2 + (y_3 - y)^2 + (z_3 - z)^2} \quad (\text{A-10})$$

$$R_{32} - \sqrt{(x_3 - x)^2 + (y_3 - y)^2 + (z_3 - z)^2} = -\sqrt{(x_2 - x)^2 + (y_2 - y)^2 + (z_2 - z)^2} \quad (\text{A-11})$$

$$R_{34} - \sqrt{(x_3 - x)^2 + (y_3 - y)^2 + (z_3 - z)^2} = -\sqrt{(x_4 - x)^2 + (y_4 - y)^2 + (z_4 - z)^2} \quad (\text{A-12})$$

En mettant les deux côtés des équations au carré, on obtient :

$$R_{12}^2 - 2R_{12}\sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2} + (x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2 = (x_2 - x)^2 + (y_2 - y)^2 + (z_2 - z)^2 \quad (\text{A } 13)$$

$$R_{13}^2 - 2R_{13}\sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2} + (x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2 = (x_3 - x)^2 + (y_3 - y)^2 + (z_3 - z)^2 \quad (\text{A } 14)$$

$$R_{32}^2 - 2R_{32}\sqrt{(x_3 - x)^2 + (y_3 - y)^2 + (z_3 - z)^2} + (x_3 - x)^2 + (y_3 - y)^2 + (z_3 - z)^2 = (x_2 - x)^2 + (y_2 - y)^2 + (z_2 - z)^2 \quad (\text{A } 15)$$

$$R_{34}^2 - 2R_{34}\sqrt{(x_3 - x)^2 + (y_3 - y)^2 + (z_3 - z)^2} + (x_3 - x)^2 + (y_3 - y)^2 + (z_3 - z)^2 = (x_4 - x)^2 + (y_4 - y)^2 + (z_4 - z)^2 \quad (\text{A } 16)$$

ce qui donne :

$$R_{12}^2 - 2R_{12}\sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2} + x^2 - 2xx_1 + x_1^2 + y^2 - 2yy_1 + y_1^2 + z^2 - 2zz_1 + z_1^2 = x^2 - 2xx_2 + x_2^2 + y^2 - 2yy_2 + y_2^2 + z^2 - 2zz_2 + z_2^2 \quad (\text{A } 17)$$

$$R_{13}^2 - 2R_{13}\sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2} + x^2 - 2xx_1 + x_1^2 + y^2 - 2yy_1 + y_1^2 + z^2 - 2zz_1 + z_1^2 = x^2 - 2xx_3 + x_3^2 + y^2 - 2yy_3 + y_3^2 + z^2 - 2zz_3 + z_3^2 \quad (\text{A } 18)$$

$$R_{32}^2 - 2R_{32}\sqrt{(x_3 - x)^2 + (y_3 - y)^2 + (z_3 - z)^2} + x^2 - 2xx_3 + x_3^2 + y^2 - 2yy_3 + y_3^2 + z^2 - 2zz_3 + z_3^2 = x^2 - 2xx_2 + x_2^2 + y^2 - 2yy_2 + y_2^2 + z^2 - 2zz_2 + z_2^2 \quad (\text{A } 19)$$

$$R_{34}^2 - 2R_{34}\sqrt{(x_3 - x)^2 + (y_3 - y)^2 + (z_3 - z)^2} + x^2 - 2xx_3 + x_3^2 + y^2 - 2yy_3 + y_3^2 + z^2 - 2zz_3 + z_3^2 = x^2 - 2xx_4 + x_4^2 + y^2 - 2yy_4 + y_4^2 + z^2 - 2zz_4 + z_4^2 \quad (\text{A } 20)$$

Après simplification on aura :

$$R_{12}^2 - 2R_{12}\sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2} - 2xx_1 + x_1^2 - 2yy_1 + y_1^2 - 2zz_1 + z_1^2 = -2xx_2 + x_2^2 - 2yy_2 + y_2^2 - 2zz_2 + z_2^2 \quad (\text{A } 21)$$

$$R_{13}^2 - 2R_{13}\sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2} - 2xx_1 + x_1^2 - 2yy_1 + y_1^2 - 2zz_1 + z_1^2 = -2xx_3 + x_3^2 - 2yy_3 + y_3^2 - 2zz_3 + z_3^2 \quad (\text{A } 22)$$

$$R_{32}^2 - 2R_{32}\sqrt{(x_3 - x)^2 + (y_3 - y)^2 + (z_3 - z)^2} - 2xx_3 + x_3^2 - 2yy_3 + y_3^2 - 2zz_3 + z_3^2 = -2xx_2 + x_2^2 - 2yy_2 + y_2^2 - 2zz_2 + z_2^2 \quad (\text{A } 23)$$

$$R_{34}^2 - 2R_{34}\sqrt{(x_3 - x)^2 + (y_3 - y)^2 + (z_3 - z)^2} - 2xx_3 + x_3^2 - 2yy_3 + y_3^2 - 2zz_3 + z_3^2 = -2xx_4 + x_4^2 - 2yy_4 + y_4^2 - 2zz_4 + z_4^2 \quad (\text{A } 24)$$

Ce qui est équivalent à :

$$\sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2} = [R_{12}^2 - 2xx_1 + x_1^2 - 2yy_1 + y_1^2 - 2zz_1 + z_1^2 + 2xx_2 - x_2^2 + 2yy_2 - y_2^2 + 2zz_2 - z_2^2]/2R_{12} \quad (\text{A } 25)$$

$$\sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2} = [R_{13}^2 - 2xx_1 + x_1^2 - 2yy_1 + y_1^2 - 2zz_1 + z_1^2 + 2xx_3 - x_3^2 + 2yy_3 - y_3^2 + 2zz_3 - z_3^2]/2R_{13} \quad (\text{A } 26)$$

$$\sqrt{(x_3 - x)^2 + (y_3 - y)^2 + (z_3 - z)^2} = [R_{32}^2 - 2xx_3 + x_3^2 - 2yy_3 + y_3^2 - 2zz_3 + z_3^2 + 2xx_2 - x_2^2 + 2yy_2 - y_2^2 + 2zz_2 - z_2^2]/2R_{32} \quad (\text{A } 27)$$

$$\sqrt{(x_4 - x)^2 + (y_4 - y)^2 + (z_4 - z)^2} = [R_{34}^2 - 2xx_3 + x_3^2 - 2yy_3 + y_3^2 - 2zz_3 + z_3^2 + 2xx_4 - x_4^2 + 2yy_4 - y_4^2 + 2zz_4 - z_4^2]/2R_{34} \quad (\text{A } 28)$$

On utilise la notation à double indice pour simplifier (Exemple  $x_{21} = x_2 - x_1$ )

$$\sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2} = [R_{12}^2 + x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 + 2xx_{21} - x_2^2 + 2yy_{21} - y_2^2 + 2zz_{21} - z_2^2]/2R_{12} \quad (\text{A } 29)$$

$$\sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2} = [R_{13}^2 + x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 + 2xx_{31} - x_3^2 + 2yy_{31} - y_3^2 + 2zz_{31} - z_3^2]/2R_{13} \quad (\text{A } 30)$$

$$\sqrt{(x_3 - x)^2 + (y_3 - y)^2 + (z_3 - z)^2} = [R_{32}^2 + x_3^2 + y_3^2 + z_3^2 + 2xx_{23} - x_2^2 + 2yy_{23} - y_2^2 + 2zz_{23} - z_2^2]/2R_{32} \quad (\text{A } 31)$$

$$\sqrt{(x_4 - x)^2 + (y_4 - y)^2 + (z_4 - z)^2} = [R_{34}^2 + x_3^2 + y_3^2 + z_3^2 + 2xx_{43} - x_4^2 + 2yy_{43} - y_4^2 + 2zz_{43} - z_4^2]/2R_{34} \quad (\text{A } 32)$$

Les équations (A-29), (A-30), (A-31), (A-32) une fois mises au carré, elles représenteront les hyperboloïdes. En faisant (A-29) = (A-30), on obtient:

$$\begin{aligned} [R_{12}^2 + x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 + 2xx_{21} - x_2^2 + 2yy_{21} - y_2^2 + 2zz_{21} - z_2^2]/2R_{12} = \\ [R_{13}^2 + x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 + 2xx_{31} - x_3^2 + 2yy_{31} - y_3^2 + 2zz_{31} - z_3^2]/2R_{13} \end{aligned} \quad (\text{A } 33)$$

$$\begin{aligned} R_{13}[R_{12}^2 + x_1^2 - x_2^2 + y_1^2 - y_2^2 + z_1^2 - z_2^2]/2 - R_{12}[R_{13}^2 + x_1^2 - x_3^2 + y_1^2 - y_3^2 + z_1^2 - z_3^2]/2 = \\ R_{12}[x_{31}x + y_{31}y + z_{31}z] - R_{13}[x_{21}x + y_{21}y + z_{21}z] \end{aligned} \quad (\text{A } 34)$$

$$\begin{aligned} x[R_{12}x_{31} - R_{13}x_{21}] + y[R_{12}y_{31} - R_{13}y_{21}] + z[R_{12}z_{31} - R_{13}z_{21}] = \\ R_{13}[R_{12}^2 + x_1^2 - x_2^2 + y_1^2 - y_2^2 + z_1^2 - z_2^2]/2 - R_{12}[R_{13}^2 + x_1^2 - x_3^2 + y_1^2 - y_3^2 + z_1^2 - z_3^2]/2 \end{aligned} \quad (\text{A } 35)$$

On se ramène à une équation de la forme :

$$y = Ax + Bz + C \quad (\text{A } 36)$$

où:

$$A = \left[ \frac{R_{13}x_{21} - R_{12}x_{31}}{R_{12}y_{31} - R_{13}y_{21}} \right];$$

$$B = \left[ \frac{R_{13}z_{21} - R_{12}z_{31}}{R_{12}y_{31} - R_{13}y_{21}} \right];$$

$$C = \frac{R_{13}[R_{12}^2 + x_1^2 - x_2^2 + y_1^2 - y_2^2 + z_1^2 - z_2^2] - R_{12}[R_{13}^2 + x_1^2 - x_3^2 + y_1^2 - y_3^2 + z_1^2 - z_3^2]}{2[R_{12}y_{31} - R_{13}y_{21}]}$$

De même pour (A-31)=(A-32), et on aura :

$$y = Dx + Ez + F \quad (\text{A } 37)$$

où,

$$D = \left[ \frac{R_{34}x_{23} - R_{32}x_{43}}{R_{32}y_{43} - R_{34}y_{23}} \right];$$

$$\text{et : } E = \left[ \frac{R_{34}z_{23} - R_{32}z_{43}}{R_{32}y_{43} - R_{34}y_{23}} \right];$$

$$\text{et : } F = \frac{R_{34}[R_{32}^2 + x_3^2 - x_2^2 + y_3^2 - y_2^2 + z_3^2 - z_2^2] - R_{32}[R_{34}^2 + x_3^2 - x_4^2 + y_3^2 - y_4^2 + z_3^2 - z_4^2]}{2[R_{32}y_{43} - R_{34}y_{23}]}$$

L'égalité : (A-36)=(A-37), produit une équation linéaire de x en fonction de z:

$$Ax + Bx + C = Dx + Ez + F \quad (\text{A-38})$$

$$x = Gz + H \quad (\text{A-39})$$

$$\text{avec, } G = \frac{E-B}{A-D}$$

$$\text{et, } H = \frac{F-C}{A-D}$$

En remplaçant  $x$  par sa valeur en (A-36), on aura :

$$y = A(Gz + H) + Bz + C \quad (\text{A } 40)$$

$$y = Iz + J \quad (\text{A } 41)$$

$$\text{Avec, } I = AG + B$$

$$\text{Et, } J = AH + C$$

Les équations (A-39) et (A-41) sont maintenant remplacés dans (A-26):

$$2R_{13}\sqrt{(x_1 - (Gz + H))^2 + (y_1 - (Iz + J))^2 + (z_1 - z)^2} =$$

$$[R_{13}^2 + x_1^2 - x_3^2 + y_1^2 - y_3^2 + z_1^2 - z_3^2 + 2x_{31}(Gz + H) + 2y_{31}(Iz + J) + 2z_{31}z] \quad (\text{A } 42)$$

$$2R_{13}\sqrt{(G^2z^2 - 2Gz(x_1 - H) + (x_1 - H)^2) + (I^2z^2 - 2Iz(y_1 - J) - (y_1 - J)^2) + (z^2 - 2z_1z + z_1^2)} = Iz + K \quad (\text{A } 43)$$

$$\text{Avec, } K = R_{13}^2 + x_1^2 - x_3^2 + y_1^2 - y_3^2 + z_1^2 - z_3^2 + 2x_{31}H + 2y_{31}J$$

$$\text{et, } L = 2[x_{31}G + y_{31}I + 2z_{31}]$$

En mettant les deux côtés de l'équation au carré, on aura:

$$4R_{13}^2[G^2z^2 + I^2z^2 + z^2 - 2Gz(x_1 - H) - 2Iz(y_1 - J) - 2z_1z + (x_1 - H)^2 + (y_1 - J)^2 + z_1^2] = L^2z^2 + 2KLz + K^2 \quad (\text{A } 44)$$

$$4R_{13}^2[G^2 + I^2 + 1]z^2 - 8R_{13}^2[G(x_1 - H) + I(y_1 - J) + z_1]z + 4R_{13}^2[(x_1 - H)^2 + (y_1 - J)^2 + z_1^2] = L^2z^2 + 2KLz + K^2 \quad (\text{A } 45)$$

Pour obtenir  $z$ , l'équation (A-45) se ramène à une équation de deuxième degré:

$$Mz^2 - Nz + O = 0 \quad (\text{A } 46)$$

Avec:

$$M = 4R_{13}^2[G^2 + I^2 + 1]z^2 - L^2$$

$$\text{et, } N = 8R_{13}^2[G(x_1 - H) + I(y_1 - J) + z_1] + 2KL$$

$$\text{et, } O = 4R_{13}^2[(x_1 - H)^2 + (y_1 - J)^2 + z_1^2] - K^2$$

La solution de  $z$  est :

$$z = \frac{N}{2M} \pm \sqrt{\left(\frac{N}{2M}\right)^2 - \frac{O}{M}} \quad (\text{A } 46)$$

On pourra donc obtenir les coordonnées  $x$  et  $y$  en revenant aux équations (A-39) et (A-41).

# **BIBLIOGRAPHIE**

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] Merri li Skolnik, "Radar Handbook", Yd edition, 2009.
- [2] Arend G. Westra, "Passive Radar and the Future of U.S. Military Power", Radar versus stealth, JFQ/ issue 55, 4th quarter 2009.
- [3] Cristopher L. Zoel!er, "Passive Coherent Location Radar Démonstration", Dynetics Inc Huntsville, AL 35814 USA, 2002.
- [4] Sylvie Marcos, "Les Méthodes à haute résolution: Traitement d'antenne et analyse spectrale", Hermes Sciences Publicat, 1998.
- [5] P.E Hawland, "Target tracking using television-based bistatic radar", IEE Proc.-Radar, Sonar Navig, 0322, 1999.
- [6] Melissa G. MEYER, "Passive VHF Radar Interferometer Implementation, Observation, and Analysis", Master 's thesis, University of Washington, 2003.
- [7] Jonathan Baniak, "Silent Sentry Passive Surveillance", Lockheed Martin Mission Systems, 1 999.
- [8] W.H.L. Neven, T.J. Quilter, R. Weedon, R.A. Hogendoom, "Wide Area Multilateration", Report on EA TMP TRS 131/04 Version 1. 1, 2004.
- [9] Vera NG by ERA. "See without being seen. Track without being tracked", SRA International INC, 2004.
- [10] "Multilateration surveillance systems ofERA, their applications, features and operational results", ERA radar technology.
- [11] A nove! procedure for assessing the accuracy of hyperbolic multilateration systems", Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on, vol. AES-11, no. 1, pp. 2-15, 1975. [ 12] Richard B. Langley "Dilution of Précision" Innovation, University of New Brunswicks, 1999.

- [13] Binghao Li 1, Andrew G. Dempster 1, J ian Wang2, "3D DOPs for Positioning Applications Using Range Measurements".
- [14] <http://fr.wikipedia.org/wiki/TACAN>.
- [15] Foy W H. "Position-location solutions by Taylor-series estimation". IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1976, 12(2): 187-194
- [16] Linguen Zhang, Zhenhui TAN, "A new TDOA algorithm based on Taylor series expansion in cellular networks", state of Rail Traffic Control and Safety, Beijingn Jiaotong University, Beijing 100044, China, 2007.
- [17] Ralph Bucher and D. Misra, "A Synthesizable Low Power VHDL Mode! of the Exact Solution of Three Dimensional Hyperbolic Positioning System", New Jersey Center for Wireless and Telecommunication, 2000.
- [18] Y. T. Chan and K.C. Ho, "A simple and efficient estimator for hyperbolic location", IEEE Transactions on Signal Processing 42, no. 8, 1994.
- [19] B.T. Fang, "Simple solutions for hyperbolic and related position fixes", IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol 26, 1990.
- [20] William Dale Blair, Yaakov BAR-SHALOM, "Multitarget-Multisensor Tracking Applications and Advances", volume II. 2000.