

010/04
EX2

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE SAAD DAHLEB DE BLIDA

DEPARTEMENT D'AERONAUTIQUE

MEMOIRE DE FIN D'ETUDE

Pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en aéronautique

Option : *STRUCTURE*

Thème

ETUDE DU COMPORTEMENT MECANIQUE DES

PLAQUES COMPOSITES À FIBRES

UNIDIRECTIONNELLES AVEC ELABORATION

D'UN CODE DE CALCUL



Présenté par :

GACI SAID

BELATTAR ALI

Proposé et dirigé par :

M^{elle} BENKHEDDA AMINA

-Année universitaire 2003/2004-

SOMMAIRE



INTRODUCTION.....	
CHAPITRE 1 Présentation et mécanique des matériaux composites	
1-1- Définition.....	5
1-2- Définition des constituants.....	5
1-2-1- La matrice (résine).....	5
1-2-2- Le renfort (fibres).....	6
a-Composites à fibres.....	6
b-Composites à particules.....	6
1-3-Présentation des composites.....	7
1-3-1- Tissus unidirectionnels.....	7
Les nappes.....	7
1-3-2- Tissus bidirectionnels.....	7
Tissus.....	7
a- Taffetas (toile).....	7
b- sergé.....	7
c- Satin.....	7
1-3-3- Mat.....	8
1-4- Composites Sandwiches.....	8
1-5- Stratifiés.....	10
1-5-1- Le code des stratifiés.....	10
Exemple.....	11
1-5-2- Stratifié symétrique et antisymétrique.....	11
Stratifié symétrique.....	11
Exemple 1.....	11
Exemple 2.....	12
Stratifié antisymétrique.....	12
Exemple.....	12
1-6- Microanalyse.....	12
-Pour les fibres.....	12
-Pour les matrices.....	13
-Module d'élasticité longitudinale (E_L).....	13

-Module d'élasticité transversale (E_T).....	13
-Module de cisaillement ou de glissement (G_{LT}).....	14
-Coefficient de poisson (ν_{LT}) et (ν_{TL}).....	14
-Masse volumique (ρ).....	14
1-7-Etat de contraintes planes	14
1-8-Matrice de rigidité réduite	15
1-9-Conclusion	16
CHAPITRE 2 Théorie classique des stratifiés	17
2-1-Introduction	17
2-2-Généralité sur la théorie des stratifiés	17
2-2-1-Notations et objectif.....	17
2-2-2-Champ des déplacements	18
2-2-3- Schéma du premier degré	18
2-2-4- Champ de déformation dans un schéma du premier degré	19
2-3- Application dans le cadre de la théorie classique des stratifiés	19
2-3-1-Champ des déformations	20
2-3-2- Champ des contraintes	23
2-3-2-1- Expression des contraintes.....	23
2-4-Résultantes et moments	24
2-4-1- Résultantes en membrane	24
2-4-2-Moments de flexion et de torsion	26
2-5-Equation du comportement mécanique D'un stratifié	28
2-5-1- Equation constitutive	28
2-6-Détermination des déformations et des contraintes	28
2-6-1-Déformations en membrane et courbures.....	29
2-6-2-Champ des déformations.....	30
2-6-3-Champ des contraintes.....	30
2-7- Conclusion	31

CHAPITRE 3	La rupture dans les matériaux composites	32
3-1-Mécanismes de rupture dans les matériaux composites		32
3.1.1 Introduction		32
3.1.2 Définition		32
3.1.3 Les divers mécanismes de rupture dans un matériau composite unidirectionnel		32
3.1.4 Propagation de la rupture		35
3.1.5 Rupture des stratifiés		36
3-2-Critère de la rupture		37
3.2.1 Introduction		37
3.2.2 Critère de la contrainte maximale		37
3.2.2.1 Critère dans les axes principaux		37
3.2.2.2 Critère de rupture en- dehors des axes principaux		38
3.2.3 Critère de la déformation maximale		38
3.3 Critère de Tsai-Hill		39
3-4- Conclusion		39
CHAPITRE 4	Code de calcul et résultats (AMS)	40
4-1- L'organigramme		40
4-2- Simulation		43
4-3-Commentaires		65
CONCLUSION GENERALE		68
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES		

REMERCIEMENTS

Avant tout nous remercions dieu le tout puissant qui nous a aidé.

Nos plus chaleureux remerciements à nos très chers parents, sœurs et frères pour leur soutien et leur encouragement durant toute notre formation.

Nos remerciements à notre grande famille paternelle et maternelle.

Un plus grand remerciement à notre promotrice qui nous a suivi avec dévouement dans ce travail.

Nous remercions de nouveau le président et les membres du jury qui nous ont fait du bien d'avoir accepté de juger ce modeste rapport.

Nous remercions les enseignants et les professeurs qui ont participé à notre formation.

Un grand merci à tous les étudiants qui ont étudié avec nous et à tous nos amis que nous les aimons.

Nous tenons à monter toutes notre reconnaissances (avec des larmes qui tombent en ce moment là) à toutes les personnes du département d'aéronautique pour l'excellente ambiance durant tout le cycle de formation.

Nous remercions tout les gents qui nous ont aimé, aidé, soutenu

Gaci Saïd

Belattar Ali

Listes des figures

Figure 1-1- Tissus bidirectionnelles.....	8
Figure 1-2- Matériaux sandwiches à âmes pleines.....	9
Figure 1-3- Matériaux sandwiches à âmes creuses.....	9
Figure 1-4- Constitution d'un stratifié.....	10
Figure 1-5- Désignation d'un stratifié.....	11
Figure 1-6- Exemple d'un stratifié symétrique.....	11
Figure 1-7- Exemple d'un stratifié symétrique.....	12
Figure 1-8- Stratifié anti-symétrique.....	12
Figure 1-9- Représentation des systèmes d'axes.....	15
Figure 2-1- Élément de stratifier.....	18
Figure 2-2- Schématisation des déformations dans le cas de la théorie classique des stratifiés.....	20
Figure 2-3- Schématisation des résultantes en membrane des actions exercées sur un élément de stratifié.....	25
Figure 2-4- Schématisation des moments de flexion et de torsion.....	27
Figure 3-1- Rupture de fibre.....	33
Figure 3-2- Rupture transverse de la matrice.....	33
Figure 3-3- Rupture longitudinale de la matrice.....	34
Figure 3-4- Décohésion fibre matrice.....	34
Figure 3-5- Propagation de la rupture dans le cas d'une forte adhérence fibre matrice.....	35
Figure 3-6- Propagation de la rupture dans le cas d'une faible adhérence fibre matrice.....	36
Figure 3-7- Mécanismes de rupture observés dans les stratifiés.....	36



Figure 4-1- Déformations mécaniques dans les repères XY et LT du [15/-30/-15/30] : verre époxyde.....	47
Figure 4-2- Contraintes mécaniques dans les repères XY et LT du [15/-30/-15/30] : verre époxyde.....	48
Figure 4-3- Déformations mécaniques dans les repères XY et LT du [15/-30/-15/30] : verre époxyde ; effet d'épaisseur.....	49
Figure 4-4- Contraintes mécaniques dans les repères XY et LT du [15/-30/-15/30] : verre époxyde : effet d'épaisseur.....	50
Figure 4-5- Déformations mécaniques dans les repères XY et LT du [-30/15/30/-15] : verre époxyde : effet d'empilement.....	51
Figure 4-6- Contraintes mécaniques dans les repères XY et LT du [-30/15/30/-15] : verre époxyde : effet d'empilement.....	52
Figure 4-7- Déformations mécaniques dans les repères XY et LT du [15/-30/-15/30] verre époxyde : $V_f=0.3$	53
Figure 4-8- Contraintes mécaniques dans les repères XY et LT du [15/-30/-15/30] : verre époxyde : $V_f=0.3$	54
Figure 4-9- Déformations mécaniques dans les repères XY et LT du [15/-30/-15/30] : graphite époxyde.....	55
Figure 4-10- Contraintes mécaniques dans les repères XY et LT du [15/-30/-15/30] : graphite époxyde.....	56
Figure 4-11- Déformations mécaniques dans les repères XY et LT du [-45/45/-45/45] : verre époxyde.....	57
Figure 4-12- Contraintes mécaniques dans les repères XY et LT du [-45/45/-45/45] : verre époxyde.....	58
Figure 4-13- Déformations mécaniques dans les repères XY et LT du [0/45/0/45] : verre époxyde.....	59

Figure 4-14-Contraintes mécaniques dans les repères XY et LT du [0/45/0/45] : verre époxyde.....	60
Figure 4-15-Déformations mécaniques dans les repères XY et LT du [90/0/90/0] : verre époxyde.....	61
Figure 4-16-Contraintes mécaniques dans les repères XY et LT du [90/0/90/0] : verre époxyde.....	62
Figure 4-17- Les Contraintes obtenues de l'application 9.....	63
Figure 4-18- Pourcentage des contraintes longitudinales Comparées à celle de la rupture longitudinale.....	64

Liste des tableaux

Tableau 4-1- Les caractéristiques du matériau Graphite/époxyde T300/5208.....	46
Tableau 4-2- Résistances du T300/5208.....	46

NOMENCLATURE

- (1, 2,3) : Repère local du stratifié.
(X, Y, Z) : Repère global du stratifié.
 E_L, E_T : Module d'élasticité longitudinal.
 E_2, E_T : Module d'élasticité transversal.
 E_L : Module d'élasticité longitudinale.
 E_T : Module d'élasticité transversale.
 G_{LT} : Module de glissement.
 ν_{LT} : Coefficient de poisson.
 ρ : Masse volumique.
 V_f : Fraction de fibre en volume.
 E_m : Module d'élasticité (matrice).
 G_m : Module de glissement (matrice).
 ν_m : Coefficient de poisson (matrice).
 ρ_m : Masse volumique (matrice).
 V_m : Fraction de matrice en volume.
 n : Numéro du pli.
 h_k : Cote du pli d'ordre k .
 z_k : Cote du centre du pli d'ordre k .
 e_k : Epaisseur du pli k .
 M : Point matériel appartenant au plan moyen.
 u_0 : Déplacement du point M suivant l'axe x .
 v_0 : Déplacement du point M suivant l'axe y .
 w_0 : Déplacement du point M suivant l'axe z .
 c : Cosinus θ .
 s : Sinus θ .

[T] : Matrice de transition qui relie les contraintes dans le repère local avec celles du repère global.

[T'] : Matrice de transition qui relie les déformations dans le repère local avec celles du repère global.

Q_{ij} : Constantes de rigidité dans le repère LT.

Q'_{ij} : Constantes de rigidité dans le repère XY.

[A] : Matrice de rigidité en membrane.

[B] : Matrice de couplage membrane- flexion -torsion.

[D] : Matrice de rigidité en flexion.

N_x, N_y : Efforts résultant respectivement dans la direction x et dans la direction y.

M_x, M_y : Moments fléchissant respectivement suivant la direction x et la direction y.

θ : Angle de rotation de l'axe X par rapport a l'axe L.

$\sigma(M)$: Tenseur des contraintes.

$\varepsilon(M)$: Tenseur des déformations.

$\varepsilon^0_{xx}, \varepsilon^0_{yy}, \varepsilon^0_{xy}$: Déformations en membrane.

K_x, K_y, K_{xy} : Déformations en courbures.

$\sigma_L, \sigma_T, \sigma_{LT}$: Contraintes normales, suivant L, T, et le plan LT.

$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}$: Contraintes normales respectivement suivant les axes x, y, et le plan xy.

$\varepsilon_L, \varepsilon_T, \varepsilon_{LT}$: Déformations linéaires respectivement suivant les axes L, T et le plan LT.

$\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{xy}$: Déformations linéaires respectivement suivant les axes x, y et le plan xy.

γ : Déformation en cisaillement.

INTRODUCTION GENERALE

Dans l'industrie en générale et particulièrement en aéronautique, le constructeur cherche toujours à trouver le meilleur compromis entre divers facteurs à fin d'aboutir à un produit final avec un bon gain économique et technique, parmi ces facteurs les matériaux utilisés.

L'intérêt industriel et le souci de produire des matériaux toujours plus fiable et plus performants ; fait qu'il est nécessaire de mener des recherches sur leurs propriétés et mécanismes d'endommagement, ainsi que leur durabilité sous différentes conditions d'environnement, pour ces raisons sont nés les matériaux composites qui comme leur nom indique, sont constitués de plusieurs constituants à fin d'améliorer les qualités désirés.

Les matériaux composites offrent des caractéristiques de légèreté et de rigidité se résumant à un gain de masse important, une bonne tenue en fatigue (augmentation de la durée de vie) et ne sont pas sensible au phénomène de corrosion.

Les intérêts que présentent les matériaux composites sont maintenant bien connus :

Gain en masse :

Dans le domaine de l'aviation civile, où le poids est un paramètre prépondérant, la légèreté des pièces en composites est donc un avantage décisif. Sur le plan financier, le gain en masse permet une économie de carburant ainsi qu'une augmentation de la charge payante.

Bonne tenue en fatigue :

Un aéronef au cours de son exploitation est soumis à des nombreuses charges de fatigue, par exemple les charges de roulage au sol et d'impact à l'atterrissage, les charges en vol, de rafale et de manoeuvre.

La bonne tenue en fatigue des composites les rend très performants comme pièce mécanique. Du point de vue économique : la durée de vie augmentée (il y a donc une économie sur l'amortissement de l'appareil).

Absence de corrosion :

La plupart des matériaux aéronautiques ne possèdent pas en eux-mêmes une résistance suffisante à la corrosion rencontrée dans certaines de leurs conditions de service.

Avec les pièces en composites insensibles à la corrosion (allègement de l'inspection lors des visites : il y a économie sur le coût de la maintenance. Sauf en cas de contact « aluminium fibres de carbone », pour lequel les phénomènes galvaniques entraînent

Introduction

des corrosions rapides).

Autres propriétés importantes:

Les matériaux composites ne se plastifient pas, leur limite élastique correspond à la limite de rupture. Ceci est très important pour les zones des pièces composites sujettes aux concentrations de contraintes (Trous, entailles).

Les matériaux composites vieillissent sous l'action :

-De l'humidité et de la chaleur.

Ils sont insensibles aux produits chimiques courants de la mécanique :

-Graisses, huiles, liquides hydrauliques, peintures et solvants, pétrole.

Mais les décapants de peinture attaquent les résines époxydes.

Ils ont une tenue aux impacts et aux chocs très moyenne (inférieure à celle des matériaux métalliques).

Les matériaux composites ont une meilleure tenue au feu que les alliages légers pour une épaisseur (faible) identique. Cependant, les fumées émises lors de la combustion de certaines matrices peuvent s'avérer toxiques.

Applications :

Les premières applications répondaient aux préoccupations des industriels du secteur aéronautique et spatial qui recherchaient un matériau tout à la fois résistant, rigide et léger. Si les applications dans ce domaine restent très importantes, elles se sont étendues depuis aux domaines industriels et des sports et loisirs

La répartition des utilisations est très variable selon les grands ensembles économiques considérés.

Les applications dans le domaine aérospatial sont largement prépondérantes aux ETATS-UNIS mais au JAPON le secteur dominant est celui des sports et loisirs. L'EUROPE connaît une situation intermédiaire.

Pour le monde, la consommation se répartit à raison de : 40% pour l'aéronautique et l'espace, 40% pour les sports et loisirs, 20% pour les applications industrielles.

Application pour l'aéronautique :

Les composites fibres de carbone/résine présentent pour le domaine aérospatial un intérêt tant économique que technique, ce qui explique leurs succès.

Introduction

Les composites sont utilisés pour les avions civils aussi bien que pour les avions militaires, comme éléments de structure : Externe tels que dérives, ailerons, portes, élément de fuselage (la dérive verticale de l' A320).Interne : éléments supports du plancher et armatures des sièges. Un avion d'affaire américain le LEAR FAN va jusqu'à utiliser des composites fibre de carbone/résines pour l'intégrité de sa structure. Cet avion laisse pressentir ce que pourrait être la construction aéronautique dans l'avenir.

La capacité d'amortissement de vibrations des composites fibres/résines est mise à profit dans la construction des hélicoptères dont les pales ainsi que plusieurs pièces de la transmission moteur voilure sont en composite carbone/résine.

En 1993, la construction aéronautique a consommé en moyenne :

- Plusieurs tonnes de composites carbone/résines par avion gros porteur.
- Plusieurs centaines de Kg par hélicoptère et avion d'affaire.
- Près de deux tonnes par avion militaire.

Dans les industries aéronautiques et spatiales, la conception des structures doit satisfaire aux conditions de légèreté et de sécurité. La structure optimale, doit répondre à des exigences rigoureuses, ce qui oblige à prévoir le comportement des structures sous divers chargements, et pour assurer ça il faut bien dimensionner la structure, donc il est nécessaire de disposer de modèles capable de prévoir correctement leur comportement, et dont notre travail, y fait partie.

But

L'objet de notre travail est l'évaluation du comportement mécanique du stratifié (connaître le champ des contraintes et le champ des déformations) sous l'effet du chargement mécanique, en illustrant aussi les effets influençant

En commençant en premier lieu par détermination du comportement micromécanique du matériau composite (étude du comportement mécanique de chaque couche), en second lieu nous aboutissons à l'étude du comportement globale du stratifié, on le désigne aussi comportement macroscopique du matériau composite, ce qui nous a permis en dernier lieu à élaborer un code qui définit la relation entre les charges mécaniques appliquées à la structure et les différentes contraintes et déformations résultantes ,et les comparer avec les critères de rupture.

Introduction

Le plan du rapport est organisé comme suit :

Chapitre 1 : Présentation et mécanique des matériaux composites.

Chapitre 2 : Théorie classique des stratifiés.

Chapitre 3 : Rupture des matériaux composites.

Chapitre 4 : code de calcul et résultats.

CHAPITRE 1

PRESENTATION ET MECANIQUE DES MATERIAUX COMPOSITES

1-1- Définition :

Le mot « composite » signifie : constitué de deux ou plusieurs parties différentes.

Dans un sens plus réduit un matériau composite est constitué de l'assemblage de deux matériaux de natures différentes (renfort et matrice) se complétant et permettant d'aboutir à un matériau dont l'ensemble des performances est supérieur à celui des composants pris séparément.

1-2-Définition des constituants :

1-2-1-La matrice (résine) :

Le rôle des résines dans les matériaux composites c'est pour transférer les sollicitations mécaniques aux fibres et aussi de le protéger de l'environnement extérieur, les résines doivent être assez déformables et présenter une bonne compatibilité avec les fibres et doivent aussi avoir une masse volumique faible de manière à conserver aux matériaux composites des caractéristiques mécaniques spécifiques élevées.

Selon la nature de la matrice, les matériaux composites sont classés suivant des composites à matrice organique, à matrice métallique ou à matrice minérale. Divers renforts sont associés à ces matrices.

- Composites à matrice organique (résine, charges), avec : les fibres minérales (verre), les fibres organiques (kevlar), et les fibres métalliques (aluminium).
- Composites à matrice métallique (alliage légers et ultralégers d'aluminium, etc.), avec : les fibres minérales (carbone), les fibres métalliques (bore), et les fibres metallo-minérales (Bor SiC).
- Composites à matrice minérale (céramique), avec : les fibres métalliques (bore), les particules métalliques (cermets), et les particules minérales (carbures).

1-2-2- Le renfort (fibres) :

Son rôle est d'assurer la fonction mécanique tel que : la rigidité, résistance à la rupture, dureté, etc., et d'améliorer certaines des propriétés physiques, comportement thermique, tenue en température, tenue au feu, résistance à l'abrasion, propriété électriques, etc.

Les caractéristiques recherchées pour les renforts sont : caractéristiques mécaniques élevées, masse volumique faible, bonne compatibilité avec les résines, facilité de mise en œuvre, faible coût, etc.

Il se présente (le renfort) généralement sous la forme de fibres ou forme dérivées dont l'orientation au sein du composite dépend de la sollicitation mécanique qu'elles doivent supporter et constituent (les renforts) une fraction volumique du M.C généralement comprise entre 0,3 et 0,7 .

Les renforts fibres se présentent sous diverses formes :

- sous forme linéique (fils, mèches, etc.).
- sous forme de tissus surfaciques (tissus simple, mats, etc.).
- sous forme multi directionnelle.

Ces formes sont illustrées dans la partie qui convient (présentation des composites).

Les composites sont classés en deux grandes classes : les matériaux composites à particules et les matériaux composites à fibres.

a- Composites à fibres :

Un matériau composite est composite à fibre si le renfort se trouve sous forme de fibre (fibres continues, fibres discontinues : fibres coupées et fibres courtes).

b- composites à particules :

Un matériau composite est un composite à particules lorsque le renfort se trouve sous forme de particule, par opposition aux fibres, ne possède pas de dimension privilégiée.

Les particules utilisées généralement pour améliorer certaines propriétés des matériaux ou des matrices (la rigidité, la tenue à la température, la résistance à l'abrasion, la diminution du retrait), et aussi utilisées comme charges pour réduire le coût du matériau, sans en diminuer les caractéristiques.

1-3-Présentation des composites:

Les principales formes des composites couramment utilisées sont les suivantes:

1-3-1-Tissus unidirectionnels

Les nappes

Ce sont des mèches assemblées sous tension et parallèles, seule la résine d'imprégnation assure la cohésion du ruban. Dans certains cas il y'a quelques fils de tergal tissés (perpendiculaires au sens de la nappe), qui sont utilisés pour améliorer la manipulation des nappes. Les nappes sont aussi appelées "plis" ou tissus "unidirectionnels". [6], [7].

1-3-2-Tissus bidirectionnels

Tissus

Les tissus sont constitués par des fibres disposées suivant deux directions perpendiculaires. Une direction dite de chaîne et une de trame. Les fibres sont liées par tissage, c'est-à-dire par passage des fils de trame au-dessus et au-dessous des fils de chaîne, suivant des séquences préétablies. Ils existent plusieurs nuances, suivant le mode de tissage. [6], [7].

a -Taffetas (Toile)

Les fils de chaîne et de trame s'entrecroisent alternativement, conduisant à un tissu très plat, stable, mais peu déformable, cette armure pour des fils de tissage identiques confère au tissu des propriétés mécaniques sensiblement identiques dans les deux directions. [6], [7].

b -Sergé

Pour le tissage dit sergé, les fils de trame passent au-dessus d'un fil de chaîne, puis au-dessous de deux jusqu'à cinq fils de chaîne successifs. [6], [7].

c- Satin :

Le fil de trame n'entrecroise pas tous les fils de chaîne. Chaque satin est défini par un chiffre, généralement 4ou8, indiquant que le fil de trame n'entrecroise qu'un fil de chaîne sur 4ou 8. Le fil de trame passe sous les autres fils de chaîne. [6], [7].

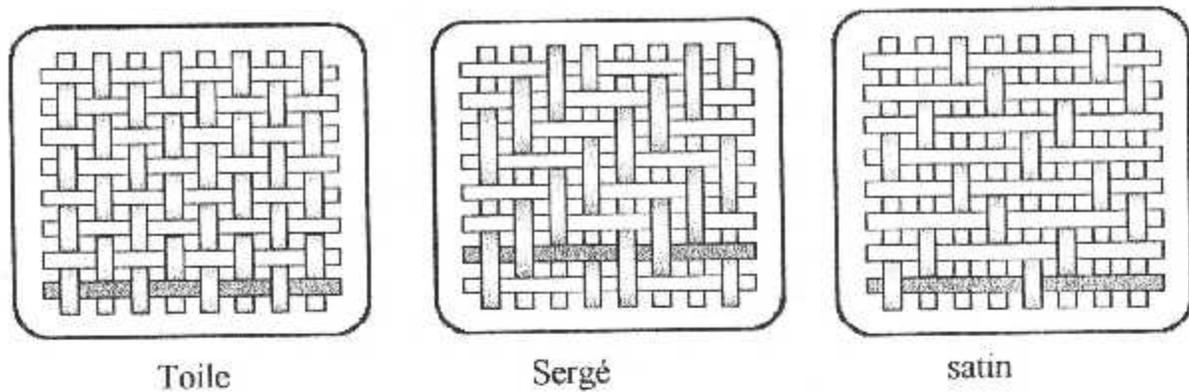


Figure 1-1 tissus bidirectionnelles

1-3-3-Mat :

Ce sont des nappes à fibres coupées (longueur comprise entre 5 et 10mm) ou à fibres continus, disposées dans un plan sans aucune orientation préférentielle ce qui conduit à une isotropie des propriétés mécaniques du mat dans son plan. [6], [7].

1-4-Composites Sandwiches :

Matériaux composés de deux semelles (ou peaux) de grande rigidité et de faible épaisseur enveloppant une âme (ou cœur) de forte épaisseur et faible résistance, l'ensemble forme une structure d'une grande légèreté.

L'assemblage est réalisé par un collage à l'aide de résines compatibles avec les matériaux en présence.

Le matériau Sandwich possède une grande légèreté en flexion et c'est un excellent isolant thermique.

Le principe de la technique (Sandwiches) consiste à appliquer sur une âme (constituée d'un matériau ou d'une structure légère possède de bonnes propriétés en compression), l'objectif d'un tel procédé est de constituer une structure permettant de concilier légèreté et rigidité,

Généralement, le choix des matériaux est fait avec pour objectif initial d'avoir une masse minimale en tenant compte ensuite des conditions d'utilisation (conditions thermiques, corrosion, prix,...). [6], [7].

Si les semelles de Sandwiches sont en stratifié, la matrice et les fibres peuvent être réparties pour répondre elles aussi de façon optimale aux contraintes appliquées.

Les matériaux les plus couramment utilisés sont :

- les sandwichs à âme pleine (pour les applications de grande diffusion)
- les sandwichs à âme creusée (en aéronautique)
- les sandwichs à âme mixte.

Pour que les structures Sandwiches jouent pleinement leur rôle, il est nécessaire de veiller à avoir une solidarisation parfaite de l'ensemble âme- peaux, de manière à répartir les efforts entre âme et peaux.

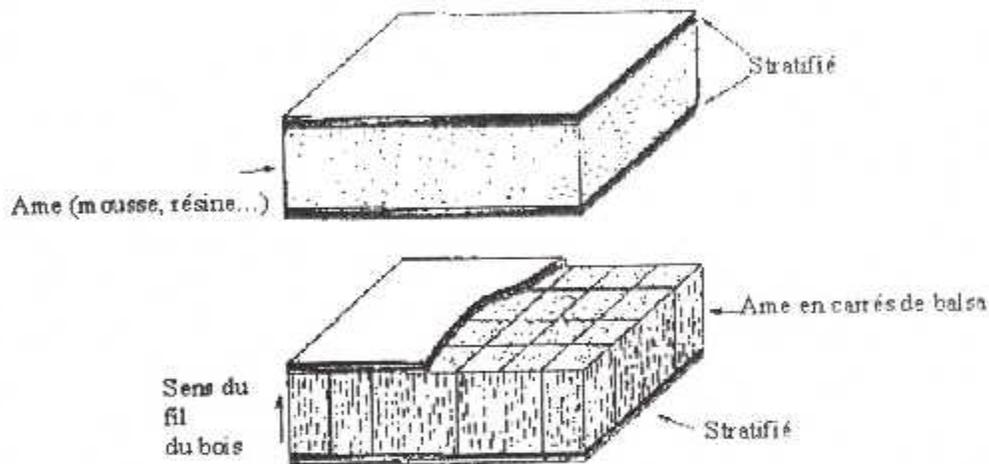


Figure 1-2 Matériaux sandwichs à âmes pleines

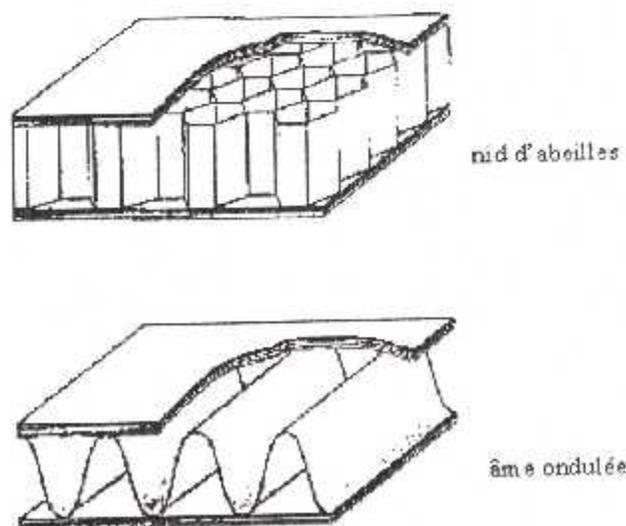


Figure 1-3 Matériaux sandwichs à âmes creuses

1-5-Stratifiés :

Les stratifiés sont constitués de couches successives (plis) de renforts (fils, mats, tissus) imprégnés de résines.

On entend par stratifié, le résultat de la superposition de plusieurs couches ou plis de matériau composite, suivant des orientations et des séquences définies aux préalables en fonction des propriétés mécaniques demandées.

On pourra avoir plusieurs types de stratifié :

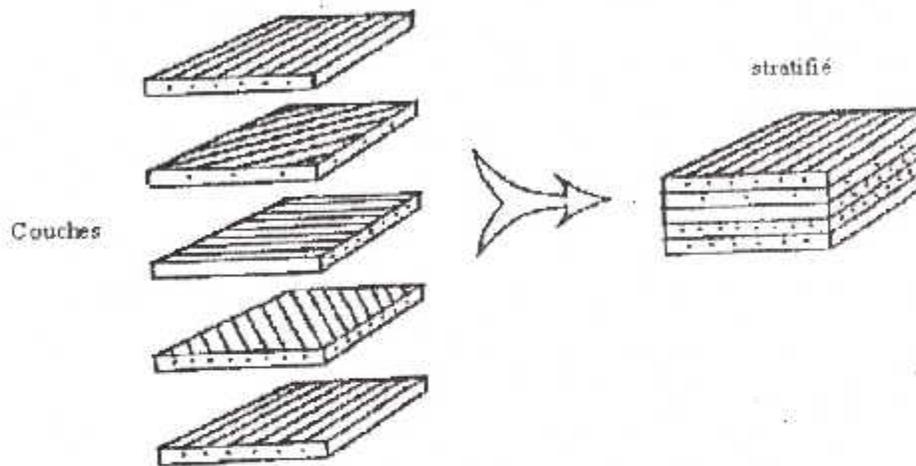


Figure1-4 Constitution d'un stratifié

1-5-1-Le code des stratifiés

La désignation des stratifiés est généralement effectuée selon le code suivant :

- 1- Chaque couche est désignée par un nombre indiquant la valeur en degrés de l'angle que fait la direction des fibres avec l'axe x de référence.
- 2- Les couches successives sont séparées par un (/) si leur angles sont différents.
- 3- Les couches successives de même orientations sont désignées par un indice numérique.
- 4- Les couches sont nommées successivement en allant d'une face à l'autre .Des crochets (parenthèses) indiquent le début et la fin du code.

Exemple : [30/90₂/45/0/45]

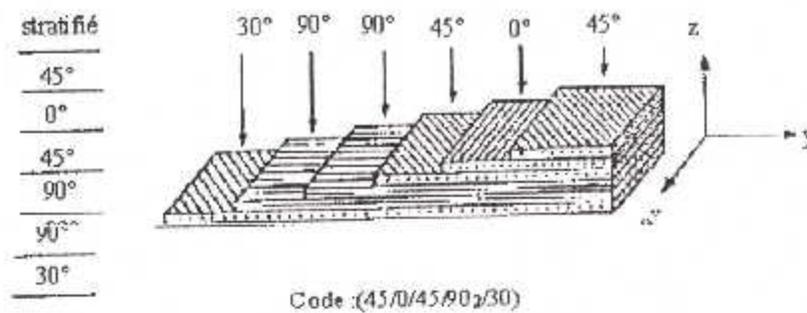


Figure 1-5 Désignation d'un stratifié

1-5-2-Stratifié symétrique et anti-symétrique

- **Stratifié symétrique**

Un stratifié est symétrique si son plan moyen est un plan de symétrie.

Sa désignation ne nécessite alors que la moitié des couches successives.

Si le stratifié à un nombre pair de couches, la désignation débute sur une face pour finir au plan de symétrie .Un indice (s) indique que le stratifié est symétrique.

Exemple [0/-45 /45]_s

Si le stratifié comportent un nombre impair de couches, la désignation est semblable à la précédente, la couche centrale étant surlignée.

0
-45
45
45
-45
0

Figure 1-6 Exemple d'un stratifié symétrique

Exemple $[90/45_2/\bar{0}]_8$

90
45
45
0
45
45
90

Figure I-7 Exemple d'un stratifié symétrique

De plus, un stratifié est doté de la symétrie miroir, lorsque les empilements des plis de part et d'autre du plan moyen sont identiques.

- **Stratifié anti-symétrique**

Stratifié est anti-symétrique lorsque les empilements des plis, de part et l'autre du plan moyen sont d'orientations directement opposées en signes : [7].

Exemple : $[30/-10/45/-45/10/-30]$

-30
10
-45
45
-10
30

Figure I-8 Stratifié anti-symétrique

1-6-Microanalyse

L'analyse des matériaux composites à l'échelle microscopique, met en cause les caractéristiques élémentaires des constituants (fibre et matrice).

Pour un matériau composite unidirectionnel on a :

Les constituants d'un composite sont caractérisés par les constantes suivantes :

Pour les fibres

- E'_f : Module d'élasticité longitudinale.
- E''_f : Module d'élasticité transversale.

- G_f : Module de glissement.
- ν_f : Coefficient de poisson.
- ρ_f : Masse volumique.

Pour les matrices

- E_m : Module d'élasticité.
- G_m : Module de glissement.
- ν_m : Coefficient de poisson.
- ρ_m : Masse volumique.

Nous appellerons par la suite :

$$V_f = \frac{\text{VOLUME.DES.FIBRES}}{\text{VOLUME.TOTAL}} \quad (\text{fraction de fibre en volume}) \quad (1-1)$$

$$V_m = \frac{\text{VOLUME.DE.LA.MATRICE}}{\text{VOLUME.TOTAL}} \quad (\text{fraction de matrice en volume}) \quad (1-2)$$

Ainsi, on aura :

$$V_f + V_m = 1 \quad (1-3)$$

Module d'élasticité longitudinale (E_L)

$$E_L = V_f \cdot E_f + V_m \cdot E_m \quad (1-4)$$

Module d'élasticité transversale (E_T)

$$E_T = E_m \left[\frac{1}{(1-V_f) + \frac{E_m}{E_f} V_f} \right] \quad (1-5)$$

Module de cisaillement ou de glissement (G_{LT})

$$G_{LT} = G_m \left[\frac{1}{\frac{G_m}{G_f} V_f + (1 - V_f)} \right] \quad (1-6)$$

Coefficient de poisson (ν_{LT}) et (ν_{TL})

$$\nu_{LT} = V_f \cdot \nu_f + V_m \cdot \nu_m \quad (1-7)$$

Par symétrie, on peut obtenir :

$$\frac{\nu_{LT}}{E'_f} = \frac{\nu_{TL}}{E'_m} \quad (1-8)$$

Masse volumique (ρ)

D'après le principe du mélange des deux matériaux (fibre /matrice), la masse volumique ρ du composite est définie par :

$$\rho = \frac{\text{MASSE.TOTALE}}{\text{VOLUME.TOTAL}} \quad (1-9)$$

$$\rho = \rho_f \cdot V_f + \rho_m \cdot V_m \quad (1-10)$$

1-7-Etat de contraintes planes [7]

Un état de contrainte plane est un état de contraintes à deux dimensions, dont la direction z, est la direction principale. Le tenseur est caractérisée par :

$$\sigma(M) = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1-11)$$

1-8-Matrice de rigidité réduite :

La matrice de rigidité réduite dans les axes principaux (repère local) est donnée par :

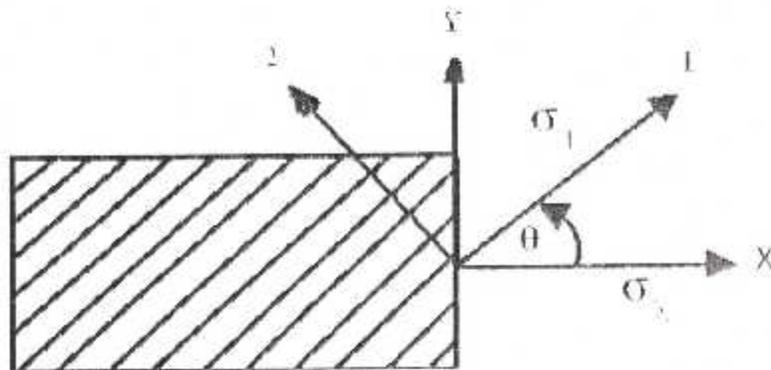


Figure1-9 Représentation des systèmes d'axes

Avec θ est l'angle que font le repère (1,2) et le repère (x, y)

$$[Q] = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \quad (1-12)$$

Où :

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \frac{E_2}{E_1} \nu_{12}^2} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12} \nu_{21}} \quad (1-13)$$

$$Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12} \nu_{21}} = \frac{E_2}{1 - \frac{E_2}{E_1} \nu_{21}^2} = \frac{E_2}{E_1} Q_{11} \quad (1-14)$$

$$Q_{12} = \frac{\nu_{12} E_2}{1 - \nu_{12} \nu_{21}} = \nu_{12} Q_{22} \quad (1-15)$$

$$Q_{66} = G_{12} \quad (1-16)$$

Avec :

E_1 : module d'élasticité longitudinale.

E_2 : module d'élasticité transverse.

ν_{12} : coefficient de poisson.

G_{12} : module de cisaillement.

La matrice de rigidité réduite de chaque pli dans le repère du stratifié (x,y) est donnée par :

$$[\bar{Q}] = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \quad (1-17)$$

$$\bar{Q}_{11} = Q_{11} \cos^4 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \quad (1-18)$$

$$\bar{Q}_{12} = (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{12} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \quad (1-19)$$

$$\bar{Q}_{16} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta \quad (1-20)$$

$$\bar{Q}_{22} = Q_{22} \cos^4 \theta + Q_{11} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \quad (1-21)$$

$$\bar{Q}_{26} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta \quad (1-22)$$

$$\bar{Q}_{66} = (Q_{11} + Q_{22} - 2(Q_{66} + Q_{12})) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{66} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) \quad (1-23)$$

1-9-Conclusion :

L'analyse des constantes de rigidité à l'échelle microscopique, a révélé la forte prépondérance des propriétés élémentaires des fibres et de la matrice. Le calcul de la matrice de rigidité est un outil essentiel et nécessaire avant toute tentative de modélisation, quel que soit le type d'étude entamée liée aux composites unidirectionnels.

CHAPITRE 2

THEORIE CLASSIQUE DES STRATIFIES

2-1-Introduction

Nous établissons dans ce chapitre de façon progressive les équations du comportement mécanique d'un stratifié, qui nous permettent en connaissant le champ d'effort extérieur appliqué de déterminer le champ des déformations et le champ des contraintes dans les couches. [7]

2-2-Généralité sur la théorie des stratifiés :

2-2-1-Notations et objectif

En général, le stratifié est constitué de n couches, numérotées de la face inférieure à la face supérieure. La surface moyenne est choisie comme plan de référence (oxy) et l'axe (oz) est dirigé dans le sens croissant des numéros des couches. Chaque couche k est repérée par les cotes algébriques de sa face inférieure (h_{k-1}) et sa face supérieure (h_k).

L'étude du comportement mécanique d'une structure c'est connaître le champ des contraintes et le champ des déplacements en tout point. Pour cela le processus d'étude pour une structure en composite comporte les étapes suivantes :

- Microanalyse : c'est décrire les propriétés élastiques et à la rupture d'une couche (comportement micromécanique).
- Comportement du stratifié : c'est décrire les propriétés élastiques et l'endommagement du stratifié constitué de plusieurs couches.

La théorie des stratifiés comme la théorie générale des plaques fait l'hypothèse que les contraintes normales σ_{zz} sont négligeables dans le volume de la plaque, par rapport aux autres composantes σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{xy} . Cette hypothèse est étendue à la théorie des stratifiés.

Soit : $\sigma_{zz} = 0$

D'où cette théorie nous permet de simplifier l'étude en ramenant le problème initialement à (3D) à un problème (2D). [7].

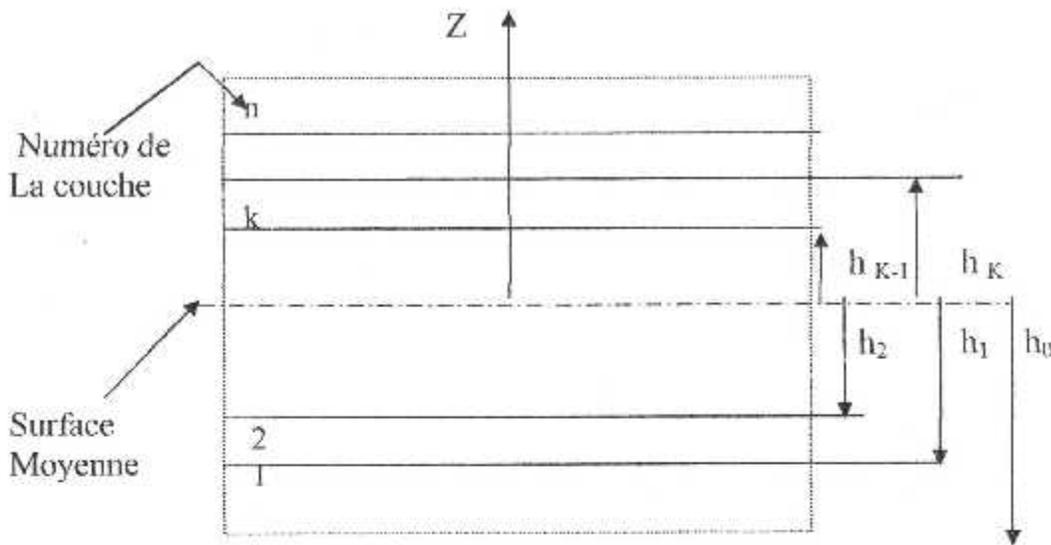


Figure 2-1 Elément de stratifier

2-2-2-Champ des déplacements : [7].

Le déplacement élastique de tout point M d'un stratifié rapporté à un repère orthonormé (o, x, y, z) constitue un champ de déplacement (u, v, w) tel que :

u : Déplacement suivant l'axe (ox).

v : Déplacement suivant l'axe (oy).

w : Déplacement suivant l'axe (oz).

Dans le cadre de la théorie générale des plaques l'expression des déplacements s'écrit sous forme des polynômes en z généralement limités au degré 3 et de coefficients dépendant de (x, y) :

$$u(x, y, z) \approx u_0(x, y) + z \varphi_x(x, y) + z^2 \psi_x(x, y) + z^3 \phi_x(x, y).$$

$$v(x, y, z) \approx v_0(x, y) + z \varphi_y(x, y) + z^2 \psi_y(x, y) + z^3 \phi_y(x, y). \quad (2-1)$$

$$w(x, y, z) \approx w_0(x, y) + z \varphi_z(x, y) + z^2 \psi_z(x, y) + z^3 \phi_z(x, y).$$

2-2-3- Schéma du premier degré : [7].

C'est le plus simple et le plus utilisé (exemple schéma de Hencky-Mindlin, schéma de Kirchhoff) se réduit à :

$$u(x, y, z) = u_0(x, y) + z \varphi_x(x, y)$$

$$v(x, y, z) = v_0(x, y) + z \varphi_y(x, y). \quad (2-2)$$

$$w(x, y, z) = w_0(x, y).$$

2-2-4- Champ de déformation dans un schéma du premier degré : [7].

Le champ de déformation dans le cas d'un schéma du premier degré s'écrit :

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial x} + z \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \\
 \varepsilon_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v_0}{\partial y} + z \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \\
 \varepsilon_{zz} &= \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial w_0}{\partial z} = 0 \\
 \gamma_{xy} &= 2\varepsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) + z \left(\frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \right) \\
 \gamma_{xz} &= 2\varepsilon_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x \\
 \gamma_{yz} &= 2\varepsilon_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial w_0}{\partial y} + \phi_y
 \end{aligned} \tag{2-3}$$

2-3- Application dans le cadre de la théorie classique des stratifiés : [7].

En plus des hypothèses déjà définies (théorie des plaques) la théorie classique des stratifiés fait une hypothèse supplémentaire qui consiste à négliger le cisaillement

$$\text{transverse, d'où les déformations : } \gamma_{xz} = 0 \quad \gamma_{yz} = 0 \tag{2-4}$$

On trouve d'après (2-3) :

$$\begin{aligned}
 \phi_x(x, y) &= -\frac{\partial w_0}{\partial x} \\
 \phi_y(x, y) &= -\frac{\partial w_0}{\partial y}
 \end{aligned} \tag{2-5}$$

Et le champ des déplacements s'écrit alors :

$$\begin{aligned}
 u(x, y, z) &= u_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial x}(x, y) \\
 v(x, y, z) &= v_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial y}(x, y) \\
 w(x, y, z) &= w_0(x, y)
 \end{aligned} \tag{2-6}$$

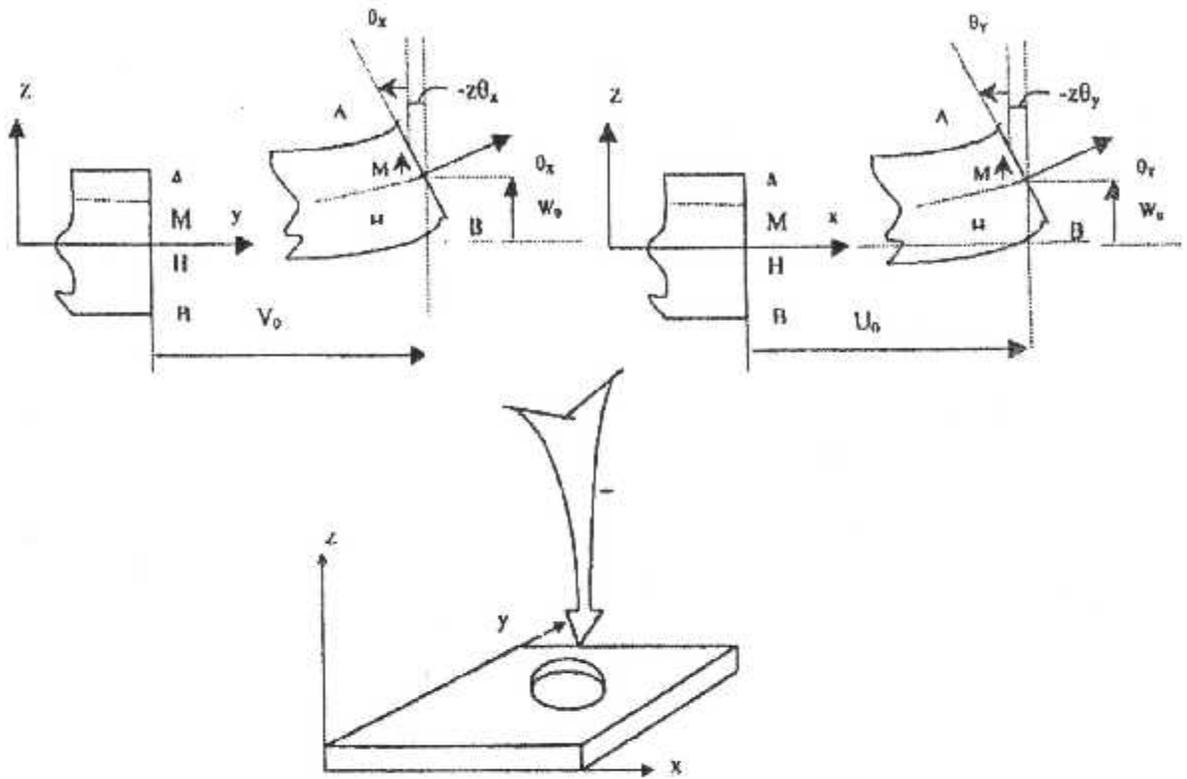


Figure 2-2 Schématisation des déformations dans le cas de la théorie classique des stratifiés

2-3-1-Champ des déformations : [7].

$$\begin{aligned}
 \epsilon_{xx} &= \frac{\partial u_0}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\
 \epsilon_{yy} &= \frac{\partial v_0}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\
 \epsilon_{zz} &= 0 \\
 \gamma_{xy} &= \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) - 2z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \\
 \gamma_{xz} &= 0 \\
 \gamma_{yz} &= 0
 \end{aligned}
 \tag{2-7}$$

D'où le tenseur des déformations en un point M est :

$$\varepsilon(M) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & 0 \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-8)$$

Et la matrice des déformations se réduit à :

$$\varepsilon(M) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2-9)$$

D'après les équations (2-7) le champ des déformations est la superposition des déformations en membrane s'exprimant en fonction de (u_0, v_0) dans le plan (Oxy) et des déformations en flexion et torsion s'exprimant en fonction des angles de rotation de la déformée du plan moyen et de la cote du point M soit :

$$\varepsilon_m(M) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (2-10)$$

et :

$$\varepsilon_f(M) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^f \\ \varepsilon_{yy}^f \\ \gamma_{xy}^f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -z \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -2z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} \quad (2-11)$$

Généralement, les déformations en flexion et torsion s'expriment suivant la relation :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_f(M) = z \cdot k(x, y) \quad (2-12)$$

Tel que :

$$K(x, y) = \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} \quad (2-13)$$

La matrice $k(x, y)$ est appelée matrice des courbures de la plaque sollicitée en flexion.

Les angles de rotation de la déformée du plan moyen au point $H(x, y, 0)$, s'expriment en fonction du déplacement transversal $w_0(x, y)$ de ce point par :

$$\theta_x = \frac{\partial w_0}{\partial y} \text{ Suivant la direction } i \quad (2-14)$$

$$\theta_y = \frac{\partial w_0}{\partial x} \text{ Suivant la direction } j$$

Le champ des déplacements (2-6), s'écrit alors :

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) - z\theta_y \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) - z\theta_x \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y) \end{aligned} \quad (2-15)$$

Finalement le champ des déformations s'écrit :

$$\boldsymbol{\varepsilon}(M) = \boldsymbol{\varepsilon}_m(M) + \boldsymbol{\varepsilon}_f(M) \quad (2-16)$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \cdot \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (2-17)$$

Avec :

Généralement, les déformations en flexion et torsion s'expriment suivant la relation :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_f(M) = z \mathbf{k}(x, y) \quad (2-12)$$

Tel que :

$$\mathbf{K}(x, y) = \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} \quad (2-13)$$

La matrice $\mathbf{k}(x, y)$ est appelée matrice des courbures de la plaque sollicitée en flexion.

Les angles de rotation de la déformée du plan moyen au point $H(x, y, 0)$, s'expriment en fonction du déplacement transversal $w_0(x, y)$ de ce point par :

$$\theta_x = \frac{\partial w_0}{\partial y} \text{ Suivant la direction } i \quad (2-14)$$

$$\theta_y = \frac{\partial w_0}{\partial x} \text{ Suivant la direction } j$$

Le champ des déplacements (2-6), s'écrit alors :

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) - z\theta_y \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) - z\theta_x \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y) \end{aligned} \quad (2-15)$$

Finalement le champ des déformations s'écrit :

$$\boldsymbol{\varepsilon}(M) = \boldsymbol{\varepsilon}_m(M) + \boldsymbol{\varepsilon}_f(M) \quad (2-16)$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (2-17)$$

Avec :

$$\varepsilon_{xx}^0 = \frac{\partial u_0}{\partial x}(x, y) \quad \varepsilon_{yy}^0 = \frac{\partial v_0}{\partial y}(x, y) \quad \gamma_{xy}^0 = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \quad (2-18)$$

$$k_x = -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}(x, y) \quad k_y = -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2}(x, y) \quad k_{xy} = -2\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y}(x, y)$$

Sous forme abrégée :

$$\varepsilon(M) = \varepsilon(x, y) = \varepsilon_m(x, y) + z k(x, y). \quad (2-19)$$

2-3-2- Champ des contraintes :

En considérant les hypothèses déjà prises ; théorie des plaques ($\sigma_{zz} = 0$), et celle de la théorie classique des stratifiés ($\sigma_{xz} = 0, \sigma_{yz} = 0$), le champ des contraintes s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= Q'_{11} \varepsilon_{xx} + Q'_{12} \varepsilon_{yy} + Q'_{16} \gamma_{xy} \\ \sigma_{yy} &= Q'_{12} \varepsilon_{xx} + Q'_{22} \varepsilon_{yy} + Q'_{26} \gamma_{xy} \\ \sigma_{zz} &= Q'_{16} \varepsilon_{xx} + Q'_{26} \varepsilon_{yy} + Q'_{66} \gamma_{xy} \\ \sigma_{yz} &= 0 \\ \sigma_{xz} &= 0 \end{aligned} \quad (2-20)$$

Le tenseur des contraintes en M :

$$\sigma(M) = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-21)$$

2-3-2-1- Expression des contraintes :

La loi de comportement du $k^{i\text{ème}}$ pli du stratifié dans le repère (o, x, y, z) s'exprime suivant la relation qui vient :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_k = Q_k' \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2-22)$$

Où Q' est la matrice de rigidité réduite de la couche k .

$$Q'_k = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k$$

On trouve alors :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (2-23)$$

$$\sigma_k(M) = \sigma_k(x, y, z) = Q'_k \varepsilon_m(x, y) + z Q'_k k(x, y) \quad (2-24)$$

$\sigma_k(M)$ représente la matrice des contraintes dans la couche k . la matrice de rigidité réduite Q' varie d'une couche à l'autre.

Il en résulte donc une discontinuité du champ des contraintes entre couches successives.

2-4-Résultantes et moments :

2-4-1- Résultantes en membrane :

Le champ des résultantes en membrane, noté $N(x, y)$ est défini par :

$$N(x, y) = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_k(M) dz \quad (2-25)$$

Tel que :

$$N(x, y) = \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} \quad (2-26)$$

N_x, N_y, N_{xy} sont les résultantes par unité de longueur, respectivement des contraintes normales (suivant x et suivant y) et des contraintes de cisaillement, dans le plan (x, y) .

Vu la discontinuité des contraintes en passant d'une couche à l'autre conduit à réécrire la relation (2-25) sous la forme :

$$N(x, y) = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \sigma_k(M) dz$$

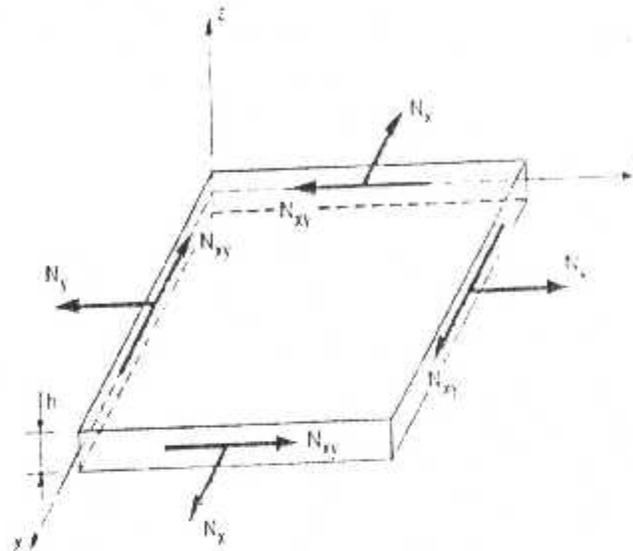


Figure 2-3 Schématisation des résultantes en membrane des actions exercées sur un élément de stratifié.

Dans le cadre de la théorie classique du stratifié, en remplaçant $\sigma_k(M)$ par son expression, on aura :

$$N(x, y) = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} [Q_k \varepsilon_m(x, y) + z Q_k k(x, y)] dz$$

$$N(x, y) = \sum_{k=1}^n \left[Q_k \varepsilon_m(x, y) \int_{h_{k-1}}^{h_k} dz \right] + \sum_{k=1}^n \left[Q_k k(x, y) \int_{h_{k-1}}^{h_k} z dz \right] \quad (2-27)$$

$$N(x, y) = \left[\sum_{k=1}^n (h_k - h_{k-1}) Q_k \right] \varepsilon_m(x, y) + \left[\frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (h_k^2 - h_{k-1}^2) Q_k \right] k(x, y)$$

$$N(x, y) = A \varepsilon_m(x, y) + B k(x, y) \quad (2-28)$$

Avec :

$$A = [A_{ij}] \quad \text{et} \quad A_{ij} = \sum_{k=1}^n (h_k - h_{k-1}) (Q'_{ij})_k = \sum_{k=1}^n (Q'_{ij})_k e_k \quad (2-29)$$

$$B = [B_{ij}] \quad \text{et} \quad B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (h_k^2 - h_{k-1}^2) (Q'_{ij})_k = \sum_{k=1}^n (Q'_{ij})_k e_k z_k \quad (2-30)$$

D'où l'équation développée des résultantes :

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (2-31)$$

2-4-2-Moments de flexion et de torsion :

Les moments résultantes des contraintes sur un élément du stratifié s'expriment comme suit :

$$M_f(x, y) = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} z \sigma_k(M) dz \quad (2-32)$$

Tel que :

$$M_f(x, y) = \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} \quad (2-33)$$

M_x et M_y sont les moments de flexion et M_{xy} le moment de torsion, en remplaçant $\sigma_k(M)$ par l'expression (2-24) :

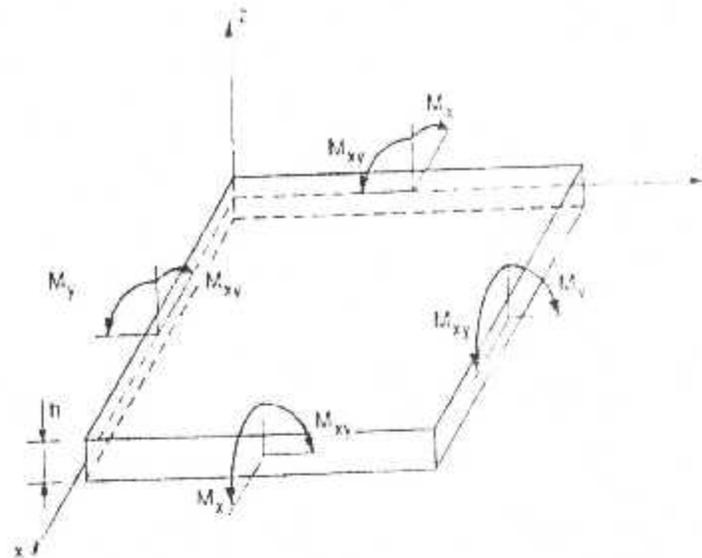


Figure 2-4 Schématisation des moments de flexion et de torsion

$$M_f(x, y) = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} [z Q'_k \epsilon_m(x, y) + z^2 Q'_k k(x, y)] dz \tag{2-34}$$

$$M_f(x, y) = \left[\frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (h_k^2 - h_{k-1}^2) Q'_k \right] \epsilon_m(x, y) + \left[\frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (h_k^3 - h_{k-1}^3) Q'_k \right] k(x, y)$$

$$M_f(x, y) = B \epsilon_m(x, y) + D k(x, y) \tag{2-35}$$

$$D = [D_{ij}] \quad \text{et} \quad D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (h_k^3 - h_{k-1}^3) \cdot (Q'_{ij})_k = \sum_{k=1}^n (Q'_{ij})_k \cdot \left(e_k \cdot z_k^2 + \frac{e_k^3}{12} \right) \tag{2-36}$$

L'expression développée :

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{xx}^0 \\ \epsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \tag{2-37}$$

2-8-Equation du comportement mécanique D'un stratifié :

2-8-1- Equation constitutive :

Après avoir défini les résultantes et moments en fonction des déformations en membrane et des courbures (2-31) Et (2-37) On peut les regrouper suivant une seule écriture matricielle sous la forme :

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (2-38)$$

Ou sous forme contractée :

$$\begin{bmatrix} N \\ - \\ M_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & | & B \\ - & | & - \\ \underline{B} & | & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_m \\ - \\ M \end{bmatrix} \quad (2-39)$$

Avec A, B, D sont définis d'après (2-29), (2-30), (2-36)

La matrice introduite dans l'expression (2-38) ou (2-39) est la matrice de rigidité du stratifié, décrivant le comportement élastique macroscopique du stratifié au point

$$M_0(x, y) = M(x, y, 0)$$

Où :

$[A]$: matrice de rigidité en membrane.

$[D]$: matrice de rigidité en flexion.

$[B]$: matrice de couplage membrane- flexion- torsion.

2-5-Détermination des déformations et des contraintes :

De l'équation constitutive, les problèmes de conception des structures en matériaux composites consistent à trouver les déformations en membrane et les courbures, puis les contraintes, toute en connaissant les résultantes en membrane et les moments.

2-5-1-Déformations en membrane et courbures

Les expressions des déformations en fonction des caractéristiques du stratifié, et des efforts et moment extérieurs est :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ - \\ k_{xx} \\ k_{yy} \\ k_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{16} & | & b_{11} & b_{12} & b_{16} \\ a_{12} & a_{22} & a_{26} & | & b_{12} & b_{22} & b_{26} \\ a_{11} & a_{26} & a_{66} & | & b_{16} & b_{26} & b_{66} \\ - & - & - & | & - & - & - \\ c_{11} & c_{12} & c_{16} & | & d_{11} & d_{12} & d_{16} \\ c_{12} & c_{22} & c_{26} & | & d_{12} & d_{22} & d_{26} \\ c_{16} & c_{26} & c_{66} & | & d_{11} & d_{26} & d_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ - \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} \tag{2.40}$$

Où :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon^0 \\ - \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & | & b \\ - & | & - \\ c & | & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N \\ - \\ M \end{bmatrix} \tag{2.41}$$

Tel que :

$$a = A^{-1} - B^* D^{*-1} C^*$$

$$b = B^* D^{*-1}$$

$$c = - D^{*-1} C^*$$

$$d = D^{*-1}$$

Avec :

$$A^{-1} \text{ matrice inverse de } A$$

$$B^* = - A^{-1} B$$

$$C^* = B A^{-1}$$

$$D^* = D - B A^{-1} B$$

La matrice de rigidité inverse peut également être obtenir par inversion directe de la matrice de rigidité.

2-5-2-Champ des déformations

Le champ des déformations au point (x, y, z) , à l'aide de l'expression (2-17) s'exprime :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} z. \quad (2.42)$$

On remarque une variation linéaire suivant l'épaisseur.

Les déformations, exprimées dans les axes principaux de la couche d'orientation θ , s'expriment :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_l \\ \varepsilon_t \\ \gamma_{lt} \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

Avec :

$$T = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & sc \\ s^2 & c^2 & -sc \\ -2sc & 2sc & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

2-5-3-Champ des contraintes

Le champ des contraintes dans le repère XYZ, est donné par l'équation :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

Le champ des contraintes dans le repère LT :

$$\begin{bmatrix} \sigma_l \\ \sigma_t \\ \sigma_{lt} \end{bmatrix}_k = T' \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_k \quad (2.46)$$

Avec

$$T' = [T(-\theta)]^t = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 2sc \\ s^2 & c^2 & -2sc \\ -sc & sc & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

Soit finalement

$$\begin{bmatrix} \sigma_l \\ \sigma_t \\ \sigma_{lt} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix}_k \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix}_k \quad (2.48)$$

2-7-Conclusion :

Les principaux de marches de ce chapitre, sont développés dans le programme d'exécution dont ces principales étapes sont illustrées par l'organigramme exposé dans le chapitre 4.

CHAPITRE 3

LA RUPTURE DANS LES MATERIAUX COMPOSITES

3-1-Mécanismes de rupture dans les matériaux composites : [7]

3.1.1 Introduction :

Nous parlerons dans ce chapitre sur la rupture et ses différents mécanismes ainsi, sur quelques types de critère de ruptures.

3.1.2 Définition :

Toute discontinuité de matière au sein d'un matériau, produit par exercices successive de contraintes, est appelée fissure. Deux phases de ruptures se présentent :

- L'initialisation de rupture c'est la création de microfissures.
- La propagation de la rupture c'est le résultat de la création de nouvelles surfaces de rupture.

3.1.3 Les divers mécanismes de rupture dans un matériau composite unidirectionnel :

Les divers mécanismes élémentaires qui provoquent la rupture d'un matériau composite unidirectionnel sont :

- La rupture des fibres,
- La rupture traverse de la matrice,
- La rupture longitudinale de la matrice,
- La rupture de l'interface fibre- matrice.

Généralement, un mécanisme n'est pas isolé, mais divers mécanismes coexistent .Ces mécanismes se développent suivant la nature des matériaux et les conditions de sollicitations mécaniques imposées.

Dans un matériau composite unidirectionnel soumis à des sollicitations mécaniques, la rupture des fibres intervient lorsque la contrainte de traction σ_f dans une fibre atteint la contrainte à la rupture σ_{fu} de la fibre (figure 3.1). La rupture de la fibre produit une concentration de contraintes au voisinage de la rupture.

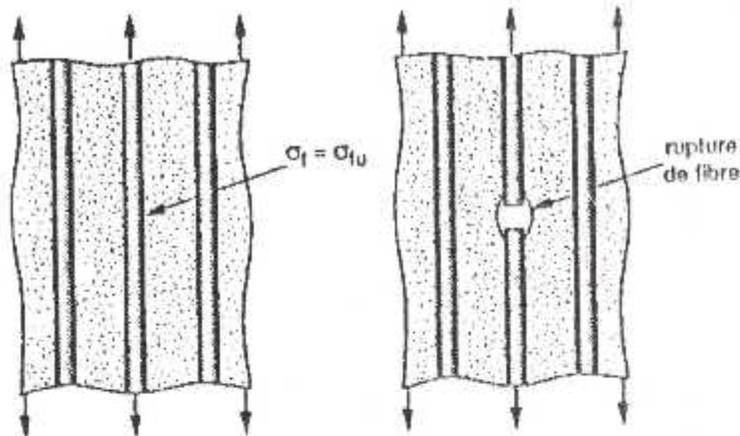


Figure 3-1 rupture de fibre

La fissuration de la matrice peut se produire, soit par fissuration transverse (Figure 3.2) lorsque la contrainte en traction σ_m dans la matrice atteint la contrainte à la rupture σ_{mu} de la matrice, soit par fissuration longitudinale (Figure 3.3) lorsque la contrainte de cisaillement τ_m dans la matrice atteint la contrainte en cisaillement à la rupture τ_{mu} , généralement au voisinage d'une fibre. Ce dernier mode de rupture se produit lorsque la contrainte de décohésion est supérieure à la contrainte à la rupture de la matrice : $\tau_d > \tau_{mu}$. Dans le cas contraire, il se produit une rupture de décohésion de l'interface fibre matrice (Figure 3.4).

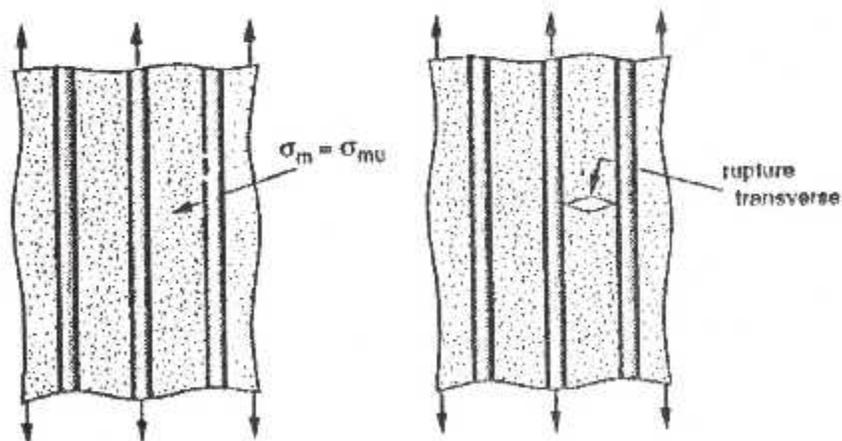


Figure 3.2 Rupture transverse de la matrice

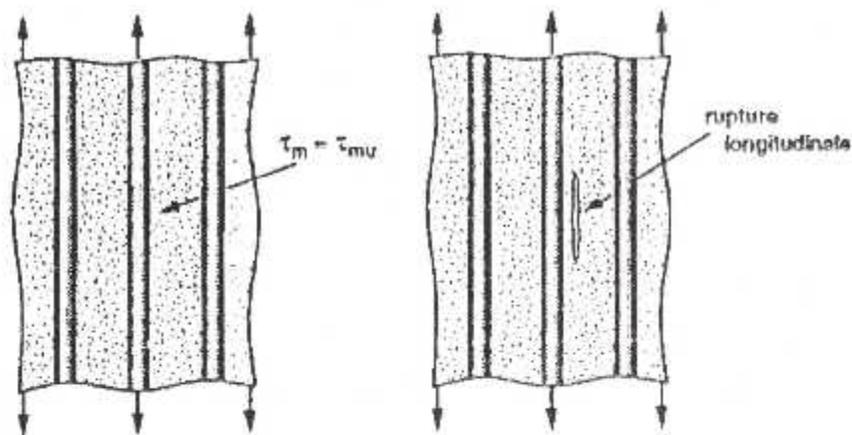


Figure 3.3 Rupture longitudinale de la matrice

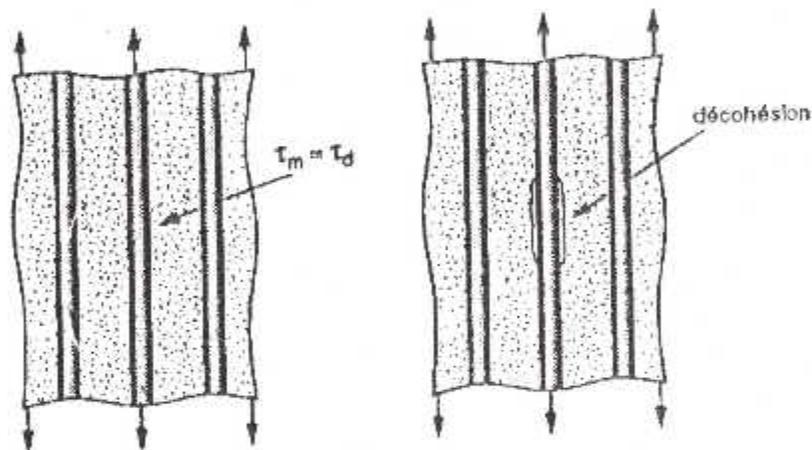


Figure 3.4 Décohésion fibre matrice

La rupture finale d'un matériau composite unidirectionnel est le résultat de l'accumulation de ces divers mécanismes élémentaires. L'initiation, puis la propagation de la rupture dépendent des propriétés des fibres et de la matrice, de l'interface fibre matrice, de la fraction volumique des fibres, de l'état et des conditions de sollicitations mécaniques imposées.

3.1.4 Propagation de la rupture :

Après initiation, la propagation de la rupture diffère suivant la nature de l'interface fibre matrice. Dans le cas d'une adhérence fibre matrice élevée, la rupture initiée, soit par rupture de la matrice, induit en front de fissure des concentrations de contraintes conduisant à une propagation de la rupture successivement dans les fibres et dans la matrice (figure 3.5.1). La rupture observée est de type fragile (figure 3.5.2).

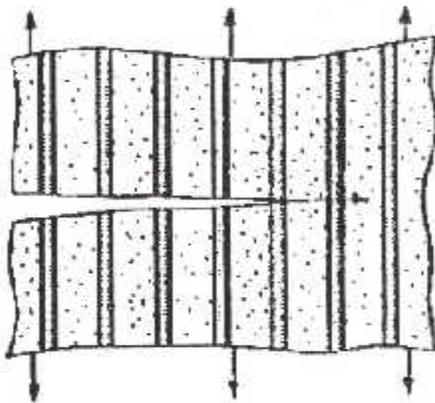


Fig. 3. 5.1

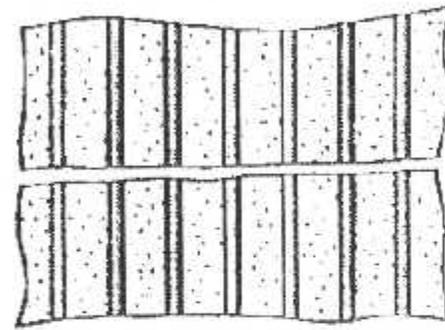


Fig. 3.5.2

Figure 3.5 Propagation de la rupture dans le cas d'une forte adhérence fibre matrice

Dans le cas d'une faible adhérence fibre matrice, la propagation transverse de la fissuration peut être schématisée de la manière suivante. En tête de fissure, la rupture de la matrice traverse les fibres (figure 3.6), sans qu'il y ait rupture des fibres, mais avec décohésion de l'interface fibre matrice. Dans certains cas, les concentrations de contraintes en tête de fissure peuvent conduire à une décohésion fibre matrice avant rupture transverse de la matrice.

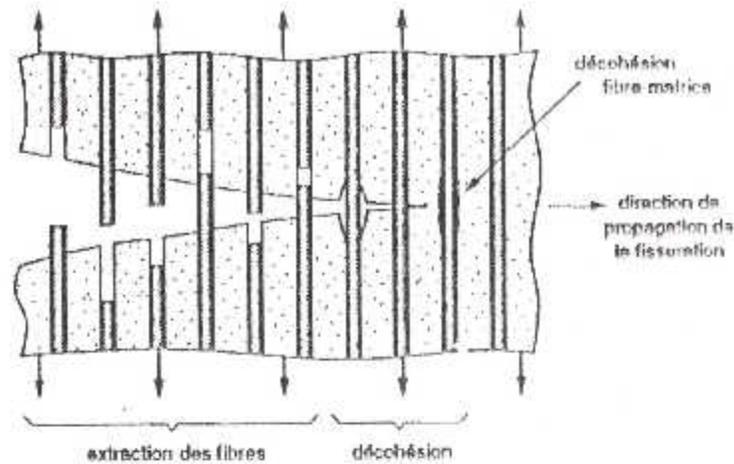


Figure 3.6 propagation de la rupture dans le cas d'une faible adhérence fibre matrice

3.1.5 Rupture des stratifiés :

Dans le cas de stratifiés, aux mécanismes élémentaires décrits précédemment (déchôhision fibre - matrice, rupture longitudinale de la matrice, rupture transverse de la matrice, rupture de fibre), s'ajoute (figure 3.7) un mécanisme de rupture entre couches, appelé rupture par délaminage. Les mécanismes rupture induits dépendent de la nature des constituants, de l'architecture des couches et du mode de sollicitation mécanique imposé.

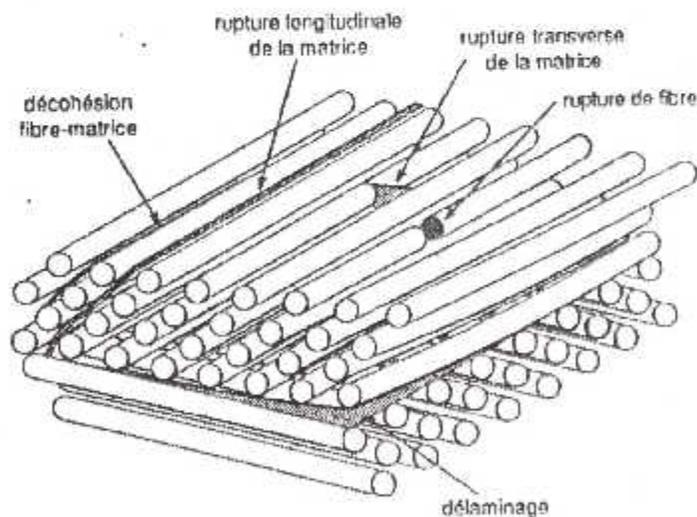


Figure 3.7 Mécanismes de rupture observés dans les stratifiés

3-2-Critère de la rupture :

3.2.1 Introduction :

Les critères de rupture ont pour objectifs de permettre au concepteur d'avoir une évaluation de la résistance mécanique des stratifiés.

Les critères de rupture sont établis dans le cas d'une couche et peuvent être classés suivant :

- le critère de la contrainte maximale,
- le critère de la déformation maximale,
- le critère de Tsai-Hill.

3.2.2 Critère de la contrainte maximale :

3.2.2.1 Critère dans les axes principaux :

Le critère de la contrainte maximale fait intervenir :

X_t, X_c : les contraintes à la rupture suivant l'axe longitudinal respectivement en traction et en compression,

Y_t, Y_c : les contraintes à la rupture suivant l'axe transversal respectivement en traction et en compression,

S : la contrainte à la rupture en cisaillement dans le plan de la couche.

Dans le cas d'une couche soumise à un état de contraintes planes $(\sigma_L, \sigma_T, \sigma_{LT})$ dans ses axes principaux, la critère de la contrainte maximale stipule que la résistance mécanique de la couche est atteinte lorsque l'une des trois contraintes auxquelles la couche est soumise atteint la valeur de la contrainte à la rupture correspondante.

Le critère de la contrainte maximale s'écrit sous la forme :

$$\begin{aligned} X_c < \sigma_L < X_t \\ Y_c < \sigma_T < Y_t \\ -S < \sigma_{LT} < S \end{aligned} \quad (3.1)$$

3.2.2.2 Critère de rupture en- dehors des axes principaux :

Dans le cas où l'état des contraintes exprimé dans des axes de référence (x, y, z) (en dehors des axes principaux), il est nécessaire de se ramener aux axes principaux par une rotation d'angle θ . les contraintes exprimées dans les axes principaux s'écrivent :

$$\begin{aligned}\sigma_L &= \sigma_{xx} \cos^2 \theta + \sigma_{yy} \sin^2 \theta + 2\sigma_{xy} \sin \theta \cos \theta \\ \sigma_T &= \sigma_{xx} \sin^2 \theta + \sigma_{yy} \cos^2 \theta - 2\sigma_{xy} \sin \theta \cos \theta \\ \sigma_{LT} &= (\sigma_{yy} - \sigma_{xx}) \sin \theta \cos \theta + \sigma_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)\end{aligned}\quad (3.2)$$

Et le critère de rupture (12.6) s'exprime sous la forme :

$$\begin{aligned}X_c &< \sigma_{xx} \cos^2 \theta + \sigma_{yy} \sin^2 \theta + 2\sigma_{xy} \sin \theta \cos \theta < X_t \\ Y_c &< \sigma_{xx} \sin^2 \theta + \sigma_{yy} \cos^2 \theta - 2\sigma_{xy} \sin \theta \cos \theta < Y_t \\ -S &< (\sigma_{yy} - \sigma_{xx}) \sin \theta \cos \theta + \sigma_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) < S\end{aligned}\quad (3.3)$$

3.2.3 Critère de la déformation maximale:

Le critère de la déformation maximale est assez similaire au critère de la contrainte maximale, les déformations étant limitées, au lieu des contraintes.

$X_{\mathcal{E}t}$, $X_{\mathcal{E}c}$: les déformations à la rupture suivant l'axe longitudinal respectivement en traction et en compression,

$Y_{\mathcal{E}t}$, $Y_{\mathcal{E}c}$: les déformations à la rupture suivant l'axe transversal respectivement en traction et en compression,

$S_{\mathcal{E}}$: la déformation à la rupture en cisaillement dans le plan de la couche.

$$\begin{aligned}X_{\mathcal{E}c} &< \mathcal{E}_t < X_{\mathcal{E}t} \\ Y_{\mathcal{E}c} &< \mathcal{E}_T < Y_{\mathcal{E}t} \\ -S_{\mathcal{E}} &< \mathcal{E}_{LT} < S_{\mathcal{E}}\end{aligned}\quad (3.4)$$

3.3 Critère de Tsai-Hill:

Pour un matériau composite unidirectionnel soumis à un état de contrainte plane, le critère de rupture selon Tsai-Hill s'écrit :

$$\left(\frac{\sigma_l}{X}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_t}{Y}\right)^2 - \frac{\sigma_l \sigma_t}{X^2} + \left(\frac{\sigma_{lt}}{S_{lt}}\right)^2 = 1 \quad (3.5)$$

Dans le cas d'une traction ou d'une compression en-dehors des axes principaux l'équation (3.5) devient :

$$\frac{\cos^4 \theta}{X^2} + \left(\frac{1}{S_{lt}^2} - \frac{1}{X^2}\right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{\sin^4 \theta}{Y^2} = \frac{1}{\sigma_{\alpha}^2} \quad (3.6)$$

3-4-Conclusion

L'application de ces critères permet de mieux modéliser les structures composites.

Dans l'application, nous examinons les critères de rupture dans chaque couche, afin de prévoir le comportement de la plaque en composites mécaniques.

CAPITRE 4

CODE DE CALCUL ET RESULTATS

A.M.S

Dans ce chapitre nous présentons l'organigramme du code de calcul (A.M.S), qui nous a permis de faire l'analyse mécanique des plaques mince en composites à fibres unidirectionnelles, nous exposons par la suite les résultats et commentaires.

4-1 L'organigramme :

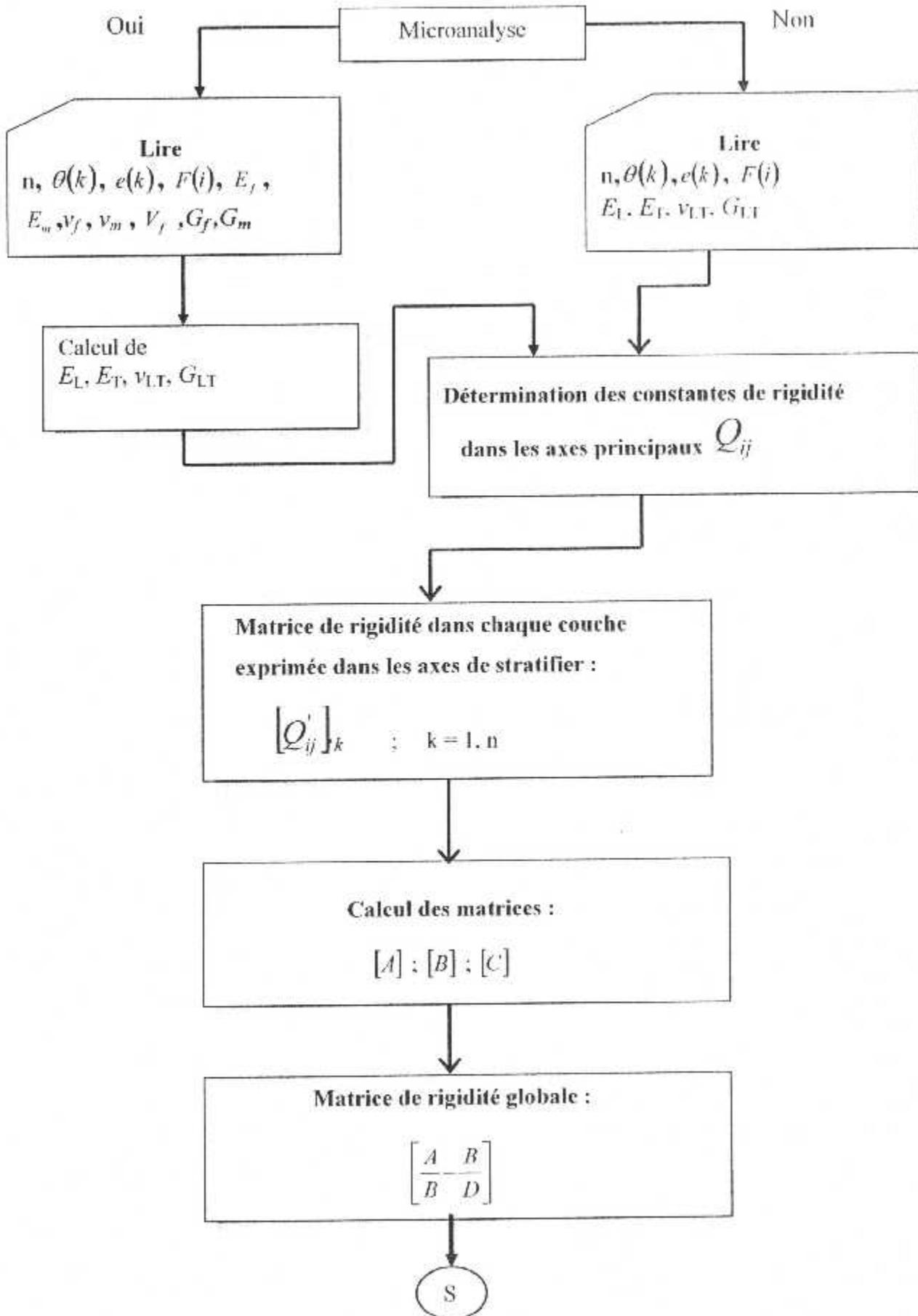
Les opérations effectuées :

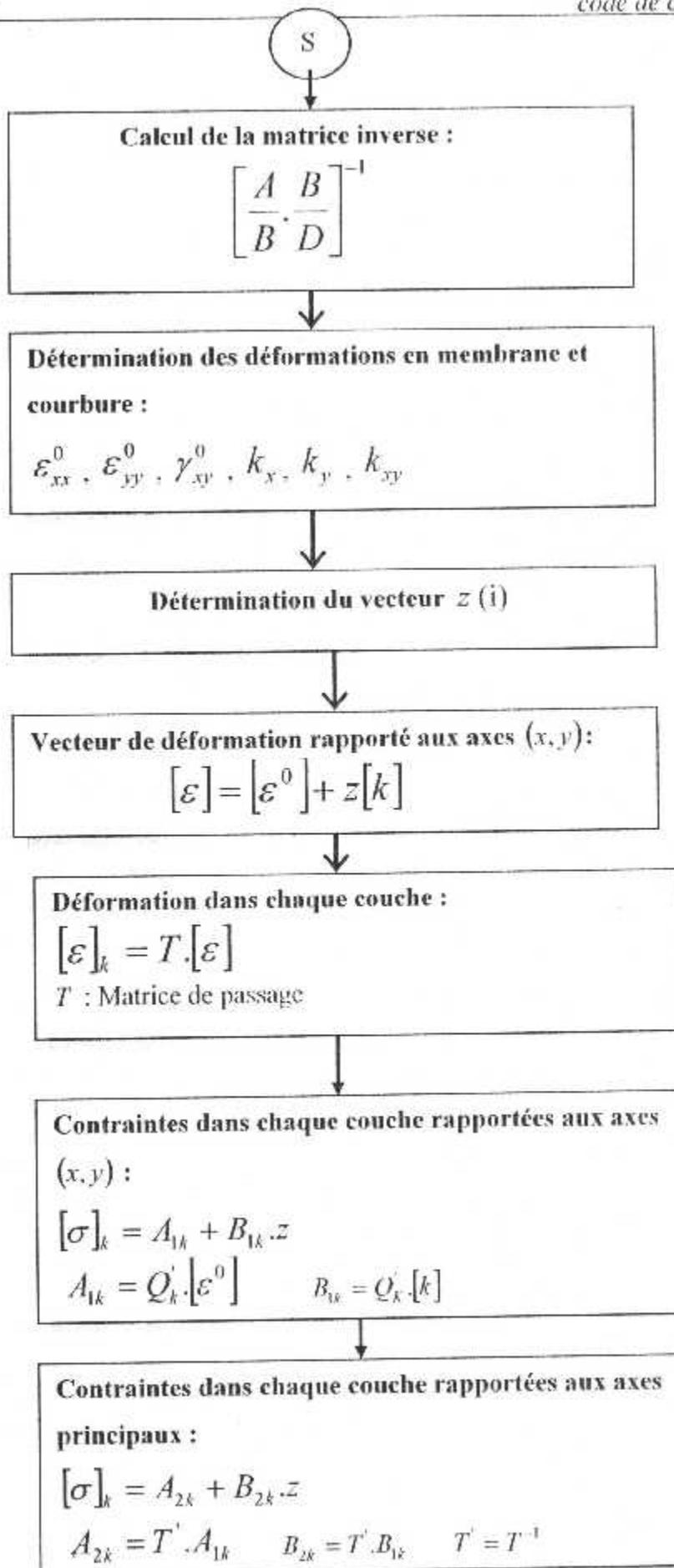
- 1- Microanalyse (caractéristiques) du composite
- 2- Calcul de la matrice de rigidité de chaque pli dans les axes principaux
- 3- Calcul de la matrice de rigidité de chaque pli dans les axes du stratifié
- 4- Calcul des sous matrices [A], [B] et [C]
- 5- Résolution de l'équation constitutive
- 6- Calcul des déformations des plis :
 - Relativement aux axes du stratifiés(X, Y)
 - Relativement aux axes principaux (L, T)
- 7- Calcul des contraintes dans chaque pli :
 - Relativement aux axes (X, Y)
 - Relativement aux axes (L, Y)
- 8- Analyse de la rupture

Remarque :

Notre programme peut être validé avec la référence [7].

A.M.S : Analyse Mécanique des Stratifiés





Organigramme

4-2-Simulation :**1^{ère} application :**

Nous prenons le cas d'un composite unidirectionnel verre/époxyde de caractéristiques suivantes :

Caractéristiques élémentaires de la fibre de verre :

$$E_f = 74000 \text{ Mpa}$$

$$G_f = 30000 \text{ Mpa}$$

$$\nu_f = 0,25$$

$$V_f = 0,6$$

Caractéristiques élémentaires de la matrice époxyde :

$$E_m = 4500 \text{ Mpa}$$

$$G_m = 1600 \text{ Mpa}$$

$$V_m = 0,4$$

Avec les épaisseurs et orientations suivantes:

1	30^0
1,5	-15^0
1	-30^0
1,5	15^0

Les résultats obtenus sont représentés dans les figures (4-1), (4-2)

2^{ème} application : effet d'épaisseur

Nous reprenons le même matériau sauf que l'épaisseur va changer dans chaque couche :

1,5	30^0
1	-15^0
1,5	-30^0
1	15^0

Les résultats sont représentés par les figures (4-3), (4-4)

3^{me} application : effet d'empilement

Même matériau que le 1^{er} cas avec changement d'orientation des fibres

1	-15 ^o
1,5	30 ^o
1	15 ^o
1,5	-30 ^o

Les résultats sont représentés par les figures (4-5), (4-6)

4^{eme} application : effet de volume des fibres

Même que le premier cas avec changement du volume des fibres

$$V_f=0,3$$

Les résultats sont représentées par les figures (4-7),(4-8)

5^{eme} application :

Dans cette application nous changeons le type de fibre avec les caractéristiques suivantes :

Graphite/époxyde

Caractéristiques élémentaires de la fibre de graphite :

$$E_f=230000 \text{ Mpa}$$

$$G_f=50000 \text{ Mpa}$$

$$\nu_f=0,3$$

$$V_f=0,6$$

Les résultats sont représentés par les figures (4-9), (4-10)

6^{ème} application : l'effet des plis alternés

Nous présentons dans ce cas l'effet des plis alternés avec épaisseur des fibres égaux.

[-45/45/-45/45]

1	45
1	-45
1	45
1	-45

Les résultats sont représentés par les figures (4-11), (4-12)

7^{ème} application :

[0/45/0/45]

0.45	45
0.45	0
0.45	45
0.45	0

Les résultats sont représentés par les figures (4-13), (4-14)

8^{ème} application : stratifié croisé ; verre/époxyde

[90/0/90/0]

1	0
1	90
1	0
1	90

Les résultats sont représentés par les figures (4-15), (4-16)

9^{ème} application : comparaison avec le critère de rupture

Nous prenons le cas d'un graphite/époxyde qui est actuellement très utilisé en construction aéronautique en raison de sa légèreté et de sa rigidité.

Notre matériau est [45/-45/-45/45], l'épaisseur de chaque couche est prise égale à 0.14mm.

0.14	45
0.14	-45
0.14	-45
0.14	45

Les caractéristiques du matériau sont reportées dans le tableau 1

Graphite/époxyde T300/5208

$$V_f=0.7$$

E_L (Gpa)	181
E_T (Gpas)	10,3
ν_{LT}	0,28
G_{LT} (Gpas)	7,17

Tableau 4-1

Dans le tableau suivant sont reportées les résistances en traction dans les directions longitudinales et transversales respectivement X, Y et leurs homologues en compression X', Y'. S est la résistance en cisaillement plan.

Résistances du T300/5208

X, X' (Mpa)	1500
Y (Mpa)	40
Y' (Mpa)	246
S (Mpa)	68

Tableau 4-2

Les résultats sont reportés dans les figures (4-17) et (4-18)

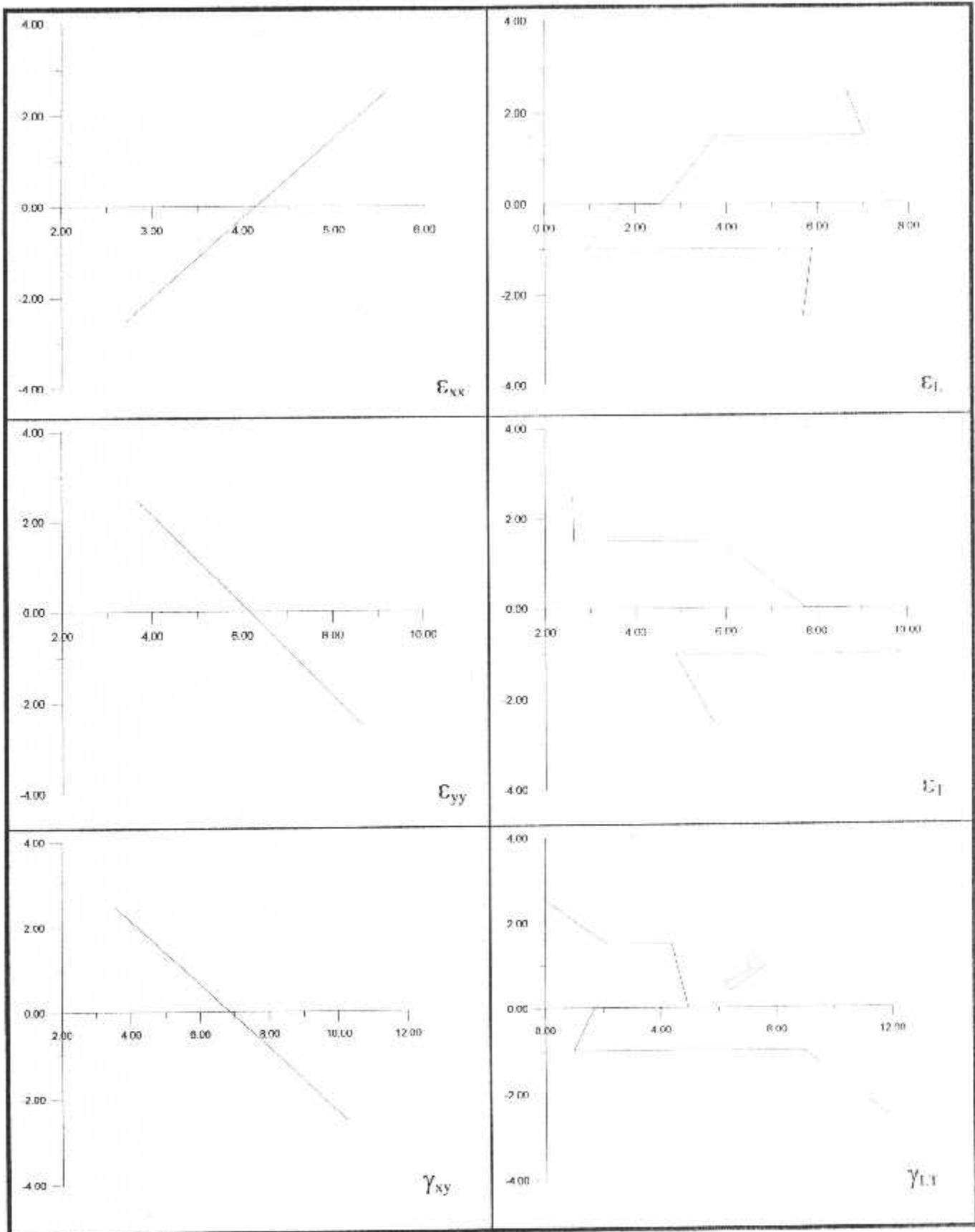


Figure 4-1 Déformations mécaniques dans les repères XY et LT du [15/-30/-15/30] : verre époxyde.

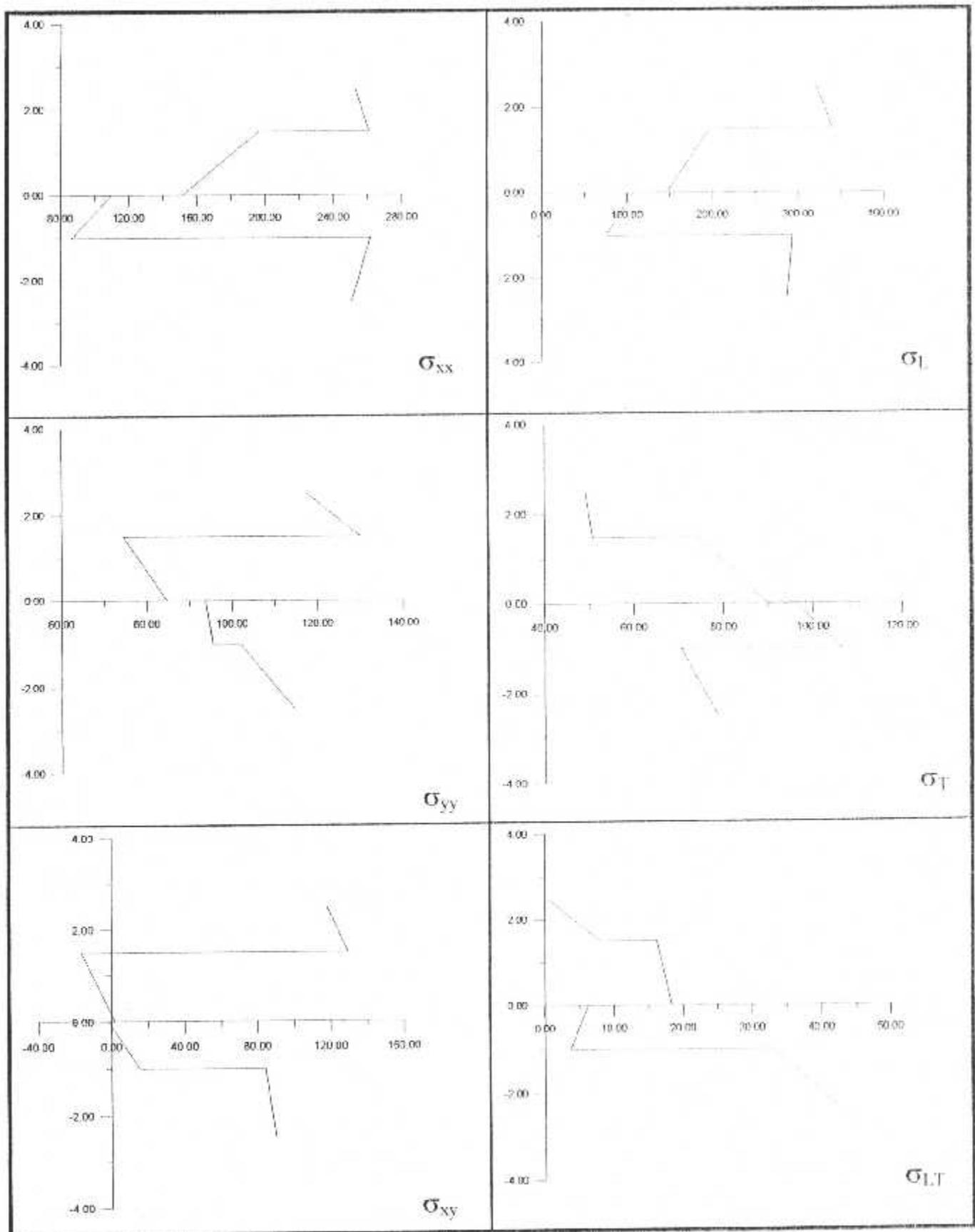


Figure 4-2 Contraintes mécaniques dans les repères XY et LT du [15/-30/-15/30] : verre époxyde.

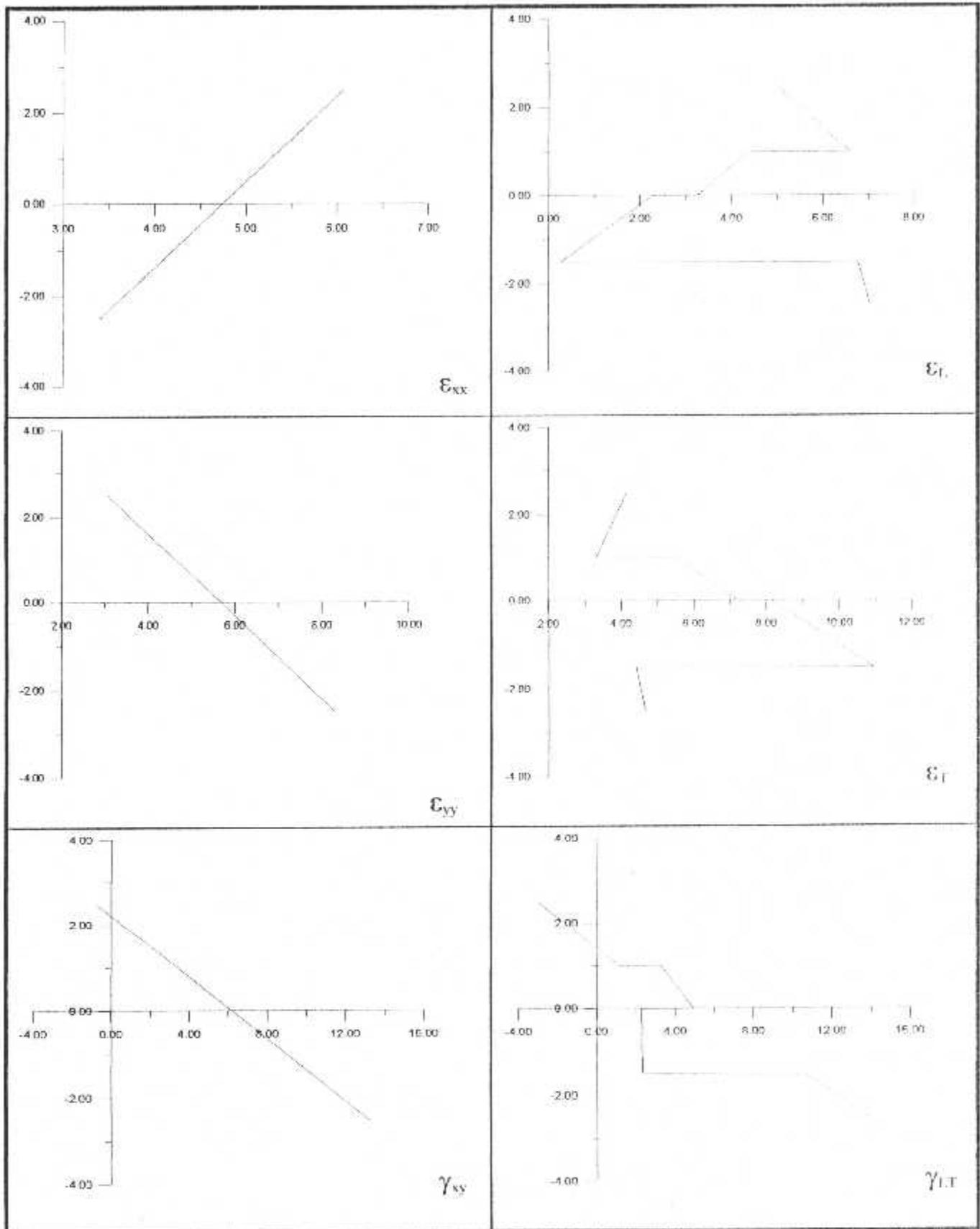


Figure 4-3 Déformations mécaniques dans les repères XY et L,T du [15/-30/-15/30] : verre époxyde ; effet d'épaisseur.

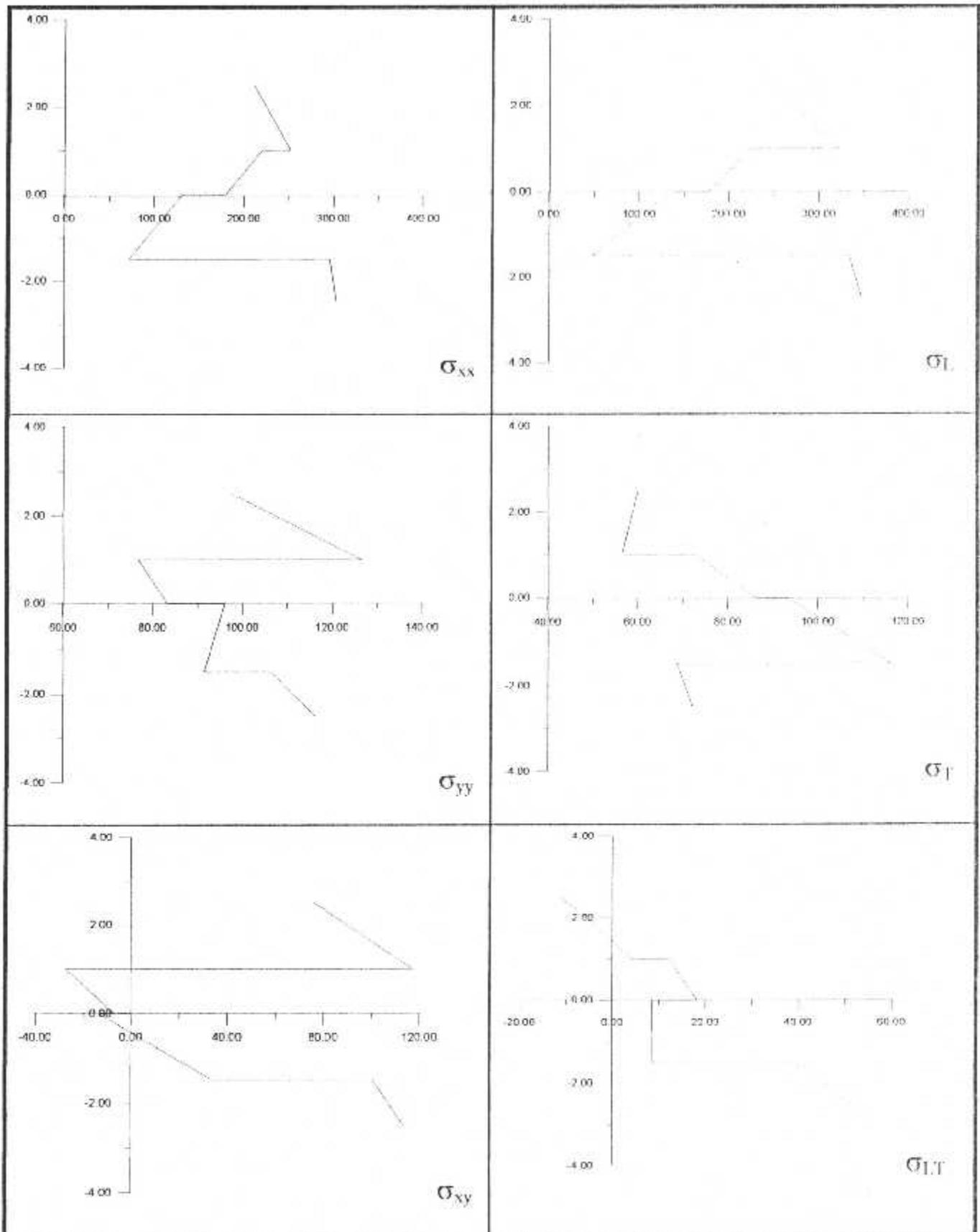


Figure 4-4 Contraintes mécaniques dans les repères XY et LT du [15/-30/-15/30] : verre époxyde : effet d'épaisseur.

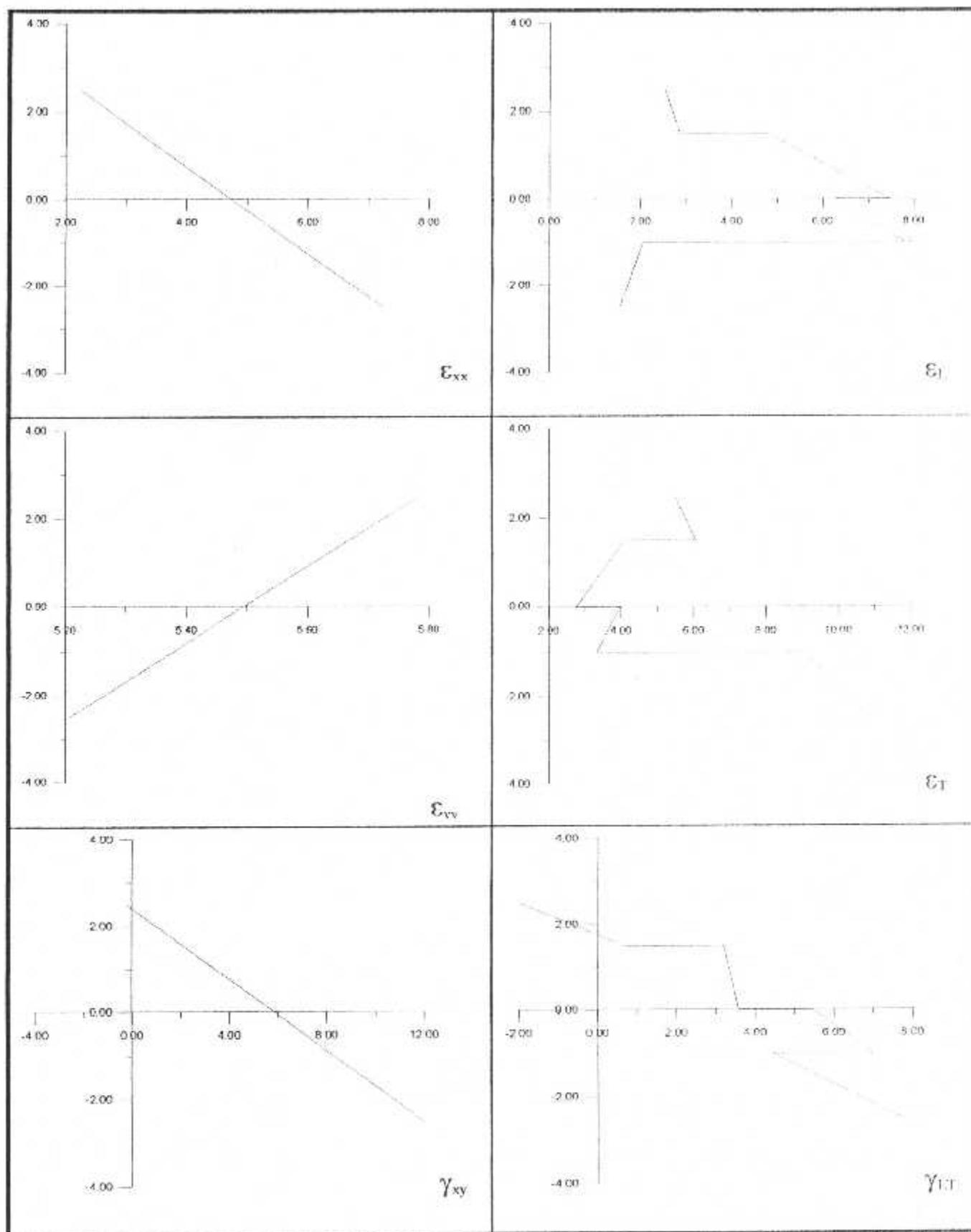


Figure 4-5 Déformations mécaniques dans les repères XY et LT du [-30/15/30/-15] : verre époxyde : effet d'empilement.

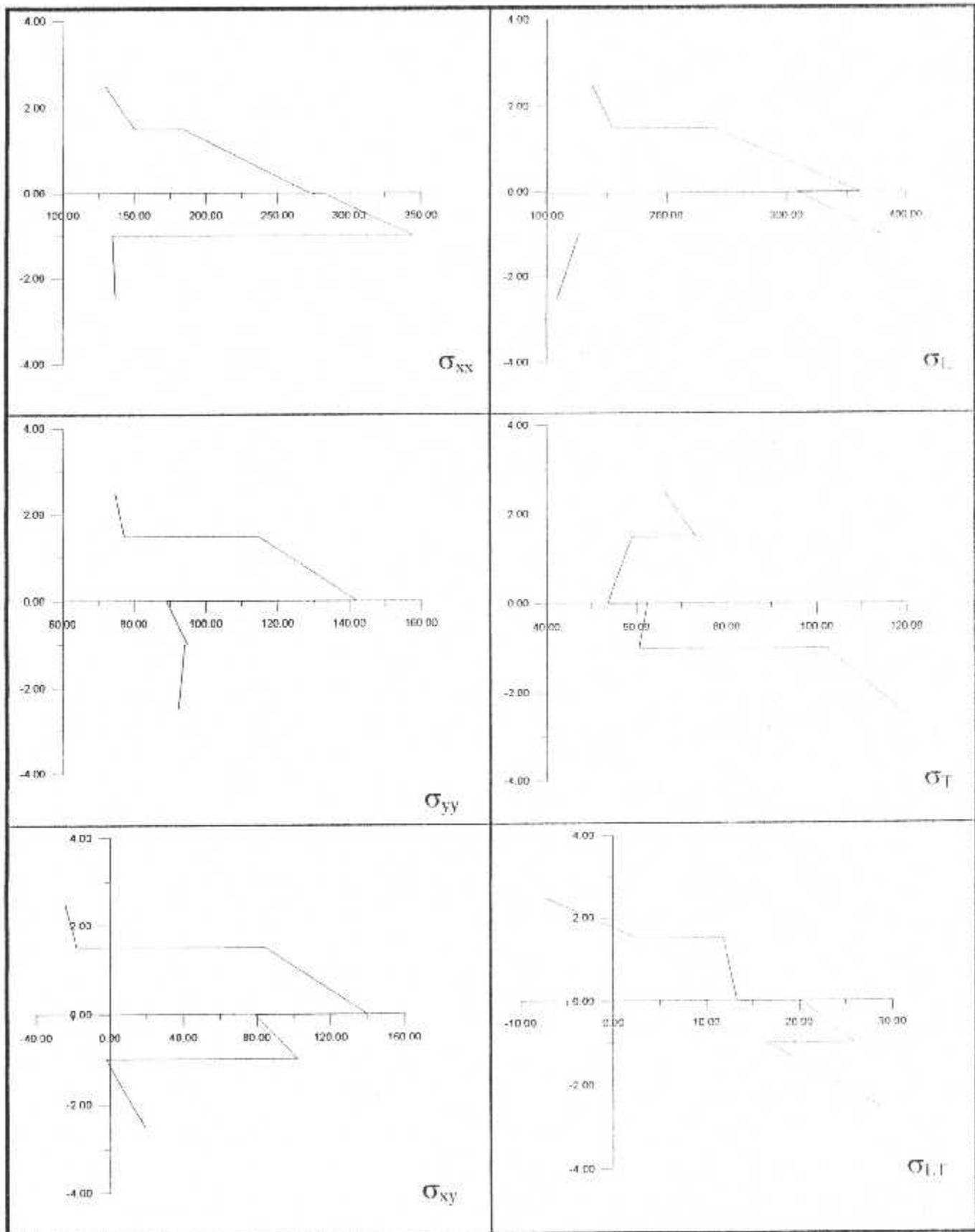


Figure 4-6 Contraintes mécaniques dans les repères XY et LT du [-30/15/30/-15] : verre époxyde : effet d'empilement.

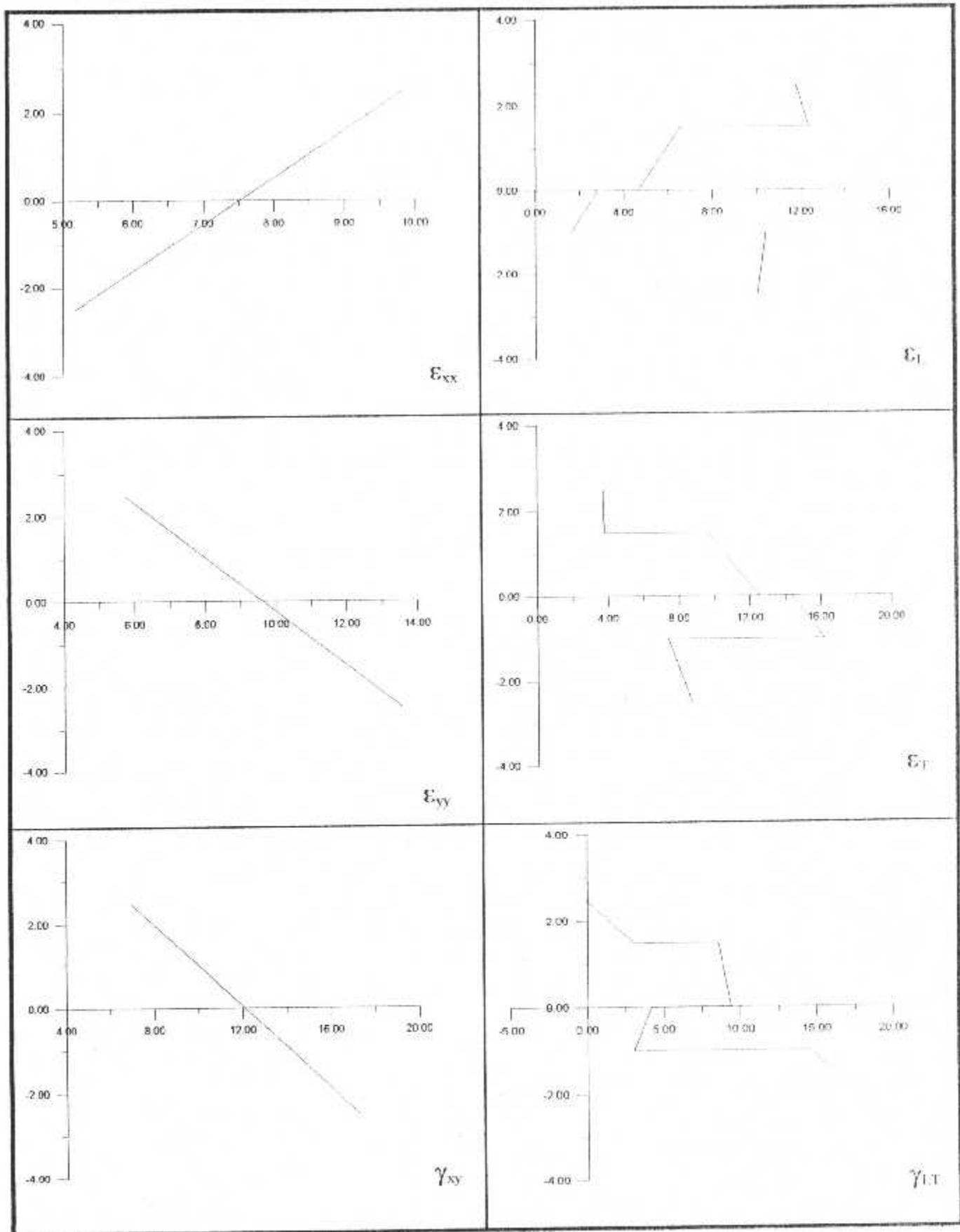


Figure 4-7 Déformations mécaniques dans les repères XY et LT du [15/-30/-15/30] verre époxyde : $V_f=0.3$.

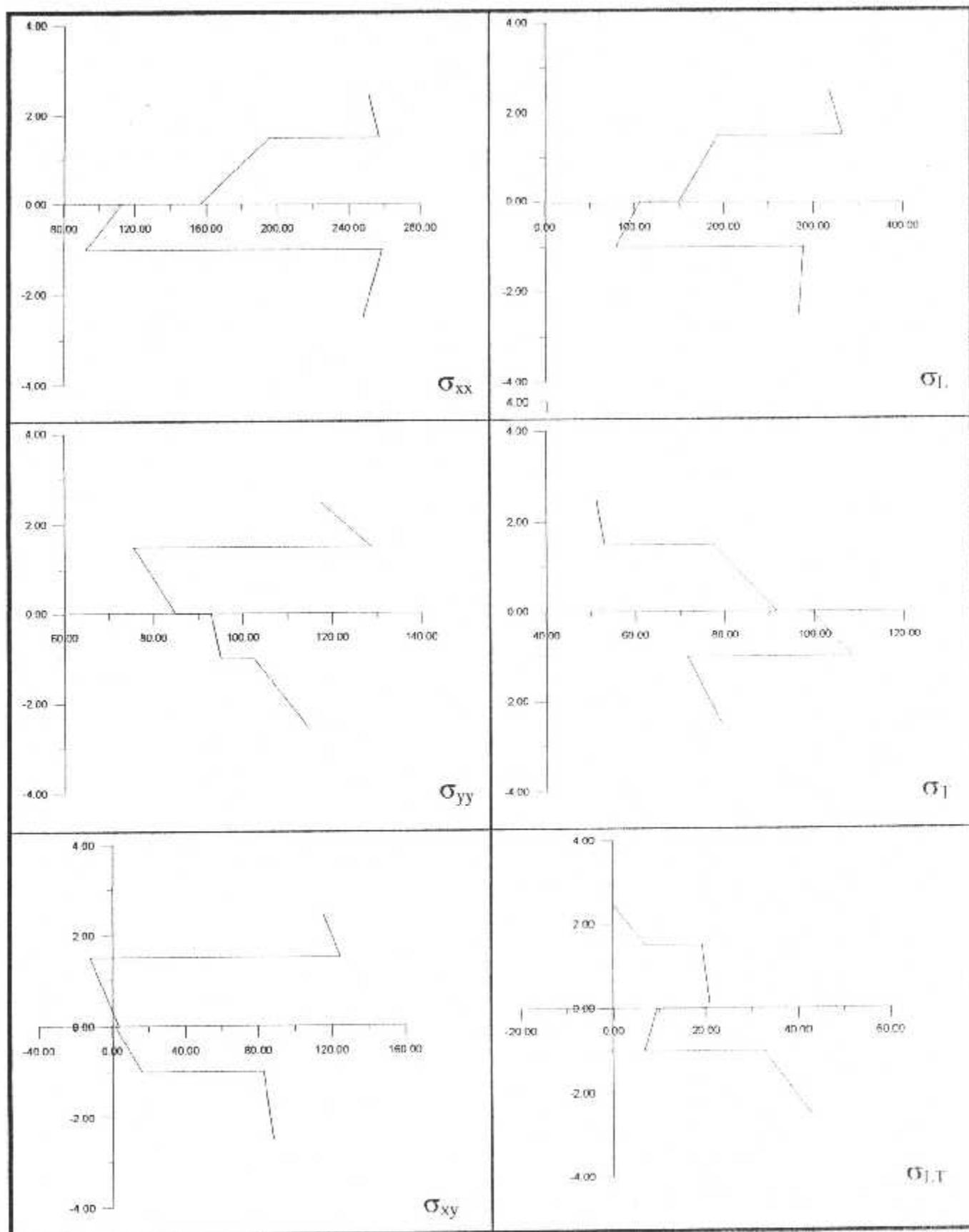


Figure 4-8 Contraintes mécaniques dans les repères XY et LT du [15/-30/-15/30] ; verre époxyde : $V_f=0.3$.

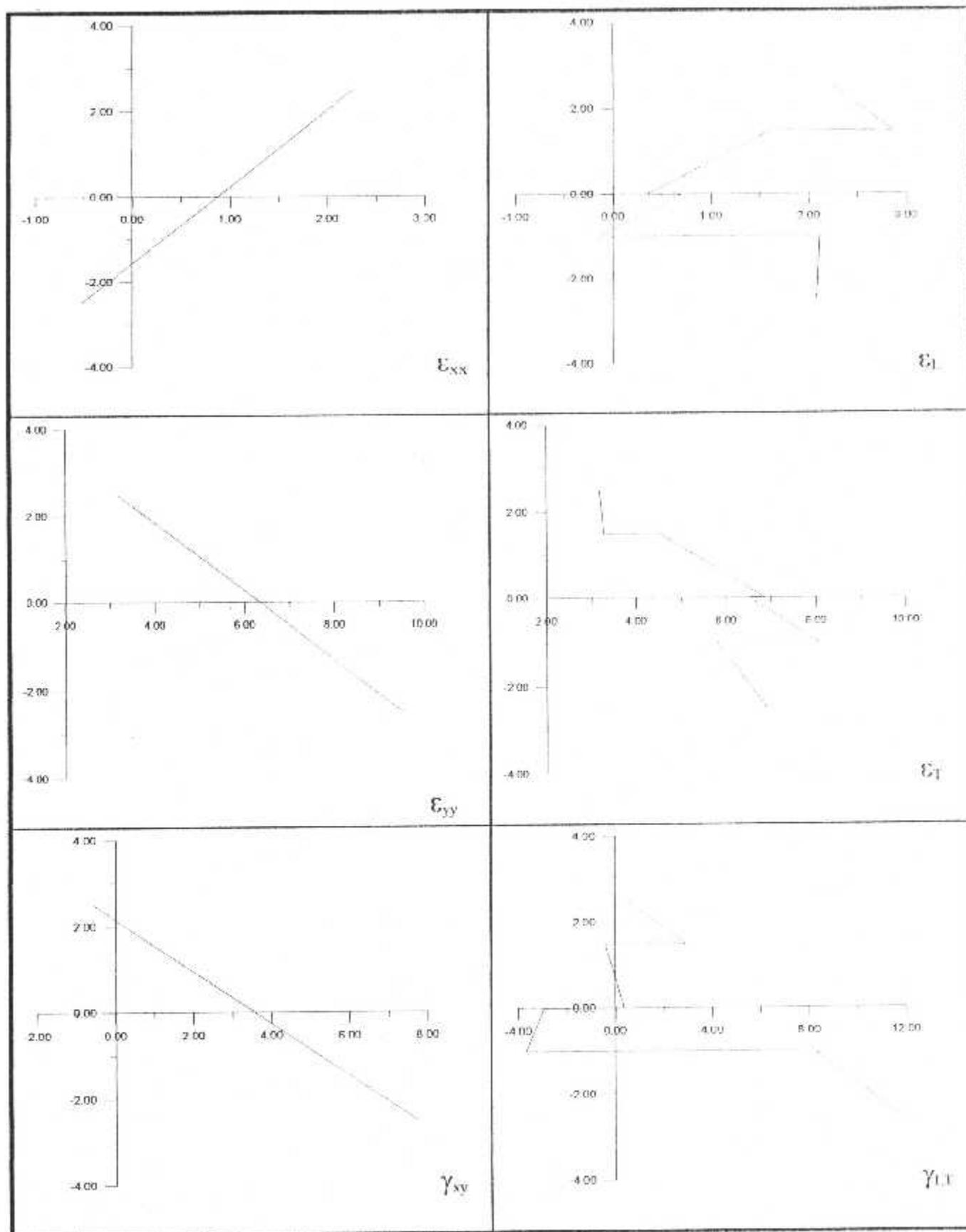


Figure 4-9 Déformations mécaniques dans les repères XY et LT du [15/-30/-15/30] : graphite époxyde.

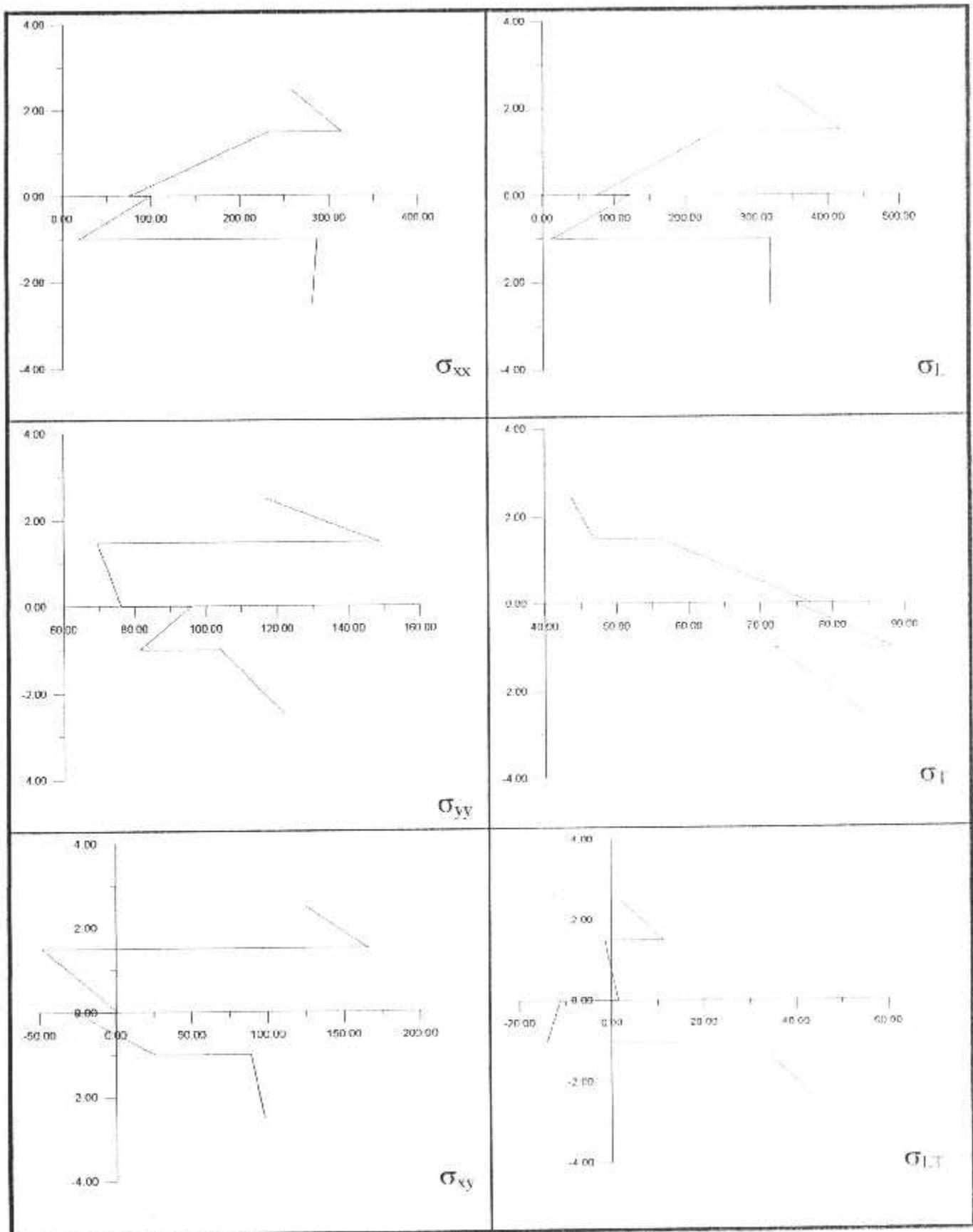


Figure 4-10 Contraintes mécaniques dans les repères XY et LT du [15/-30/-15/30] : graphite époxyde.

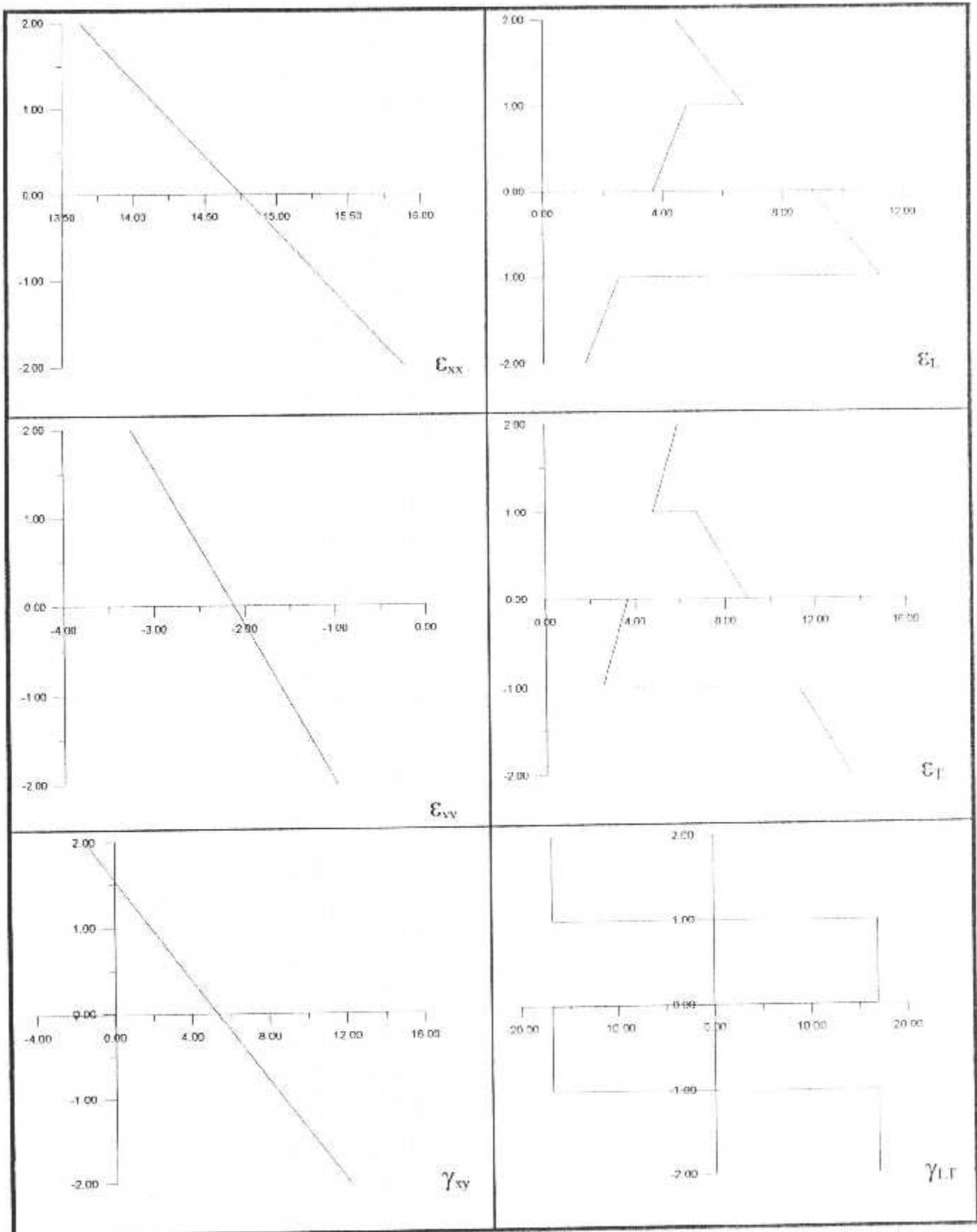


Figure 4-11 Déformations mécaniques dans les repères XY et LT du [-45/45/-45/45] ; verre époxyde.

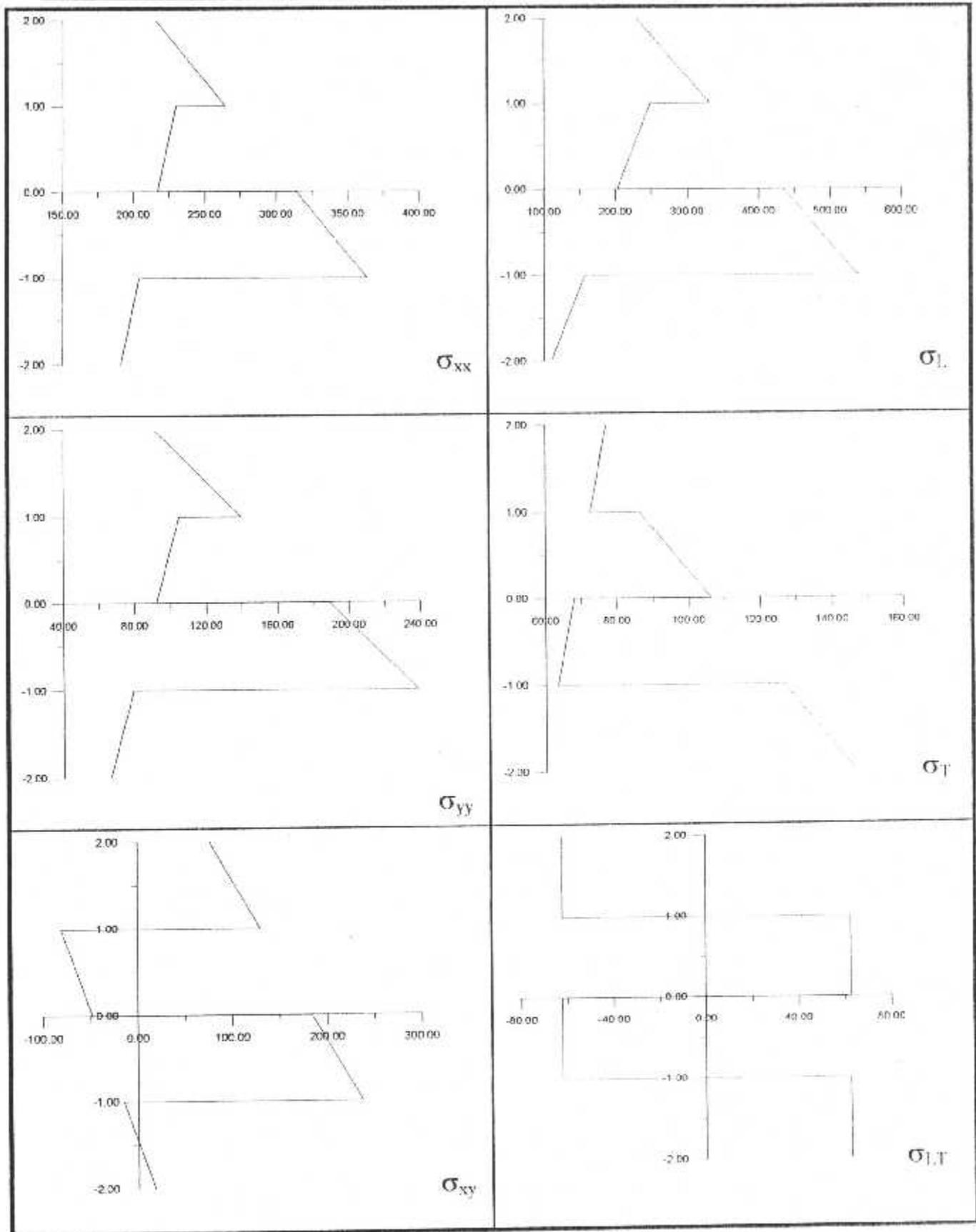


Figure 4-12 Contraintes mécaniques dans les repères XY et LT du [-45/45/-45/45] : verre époxyde.

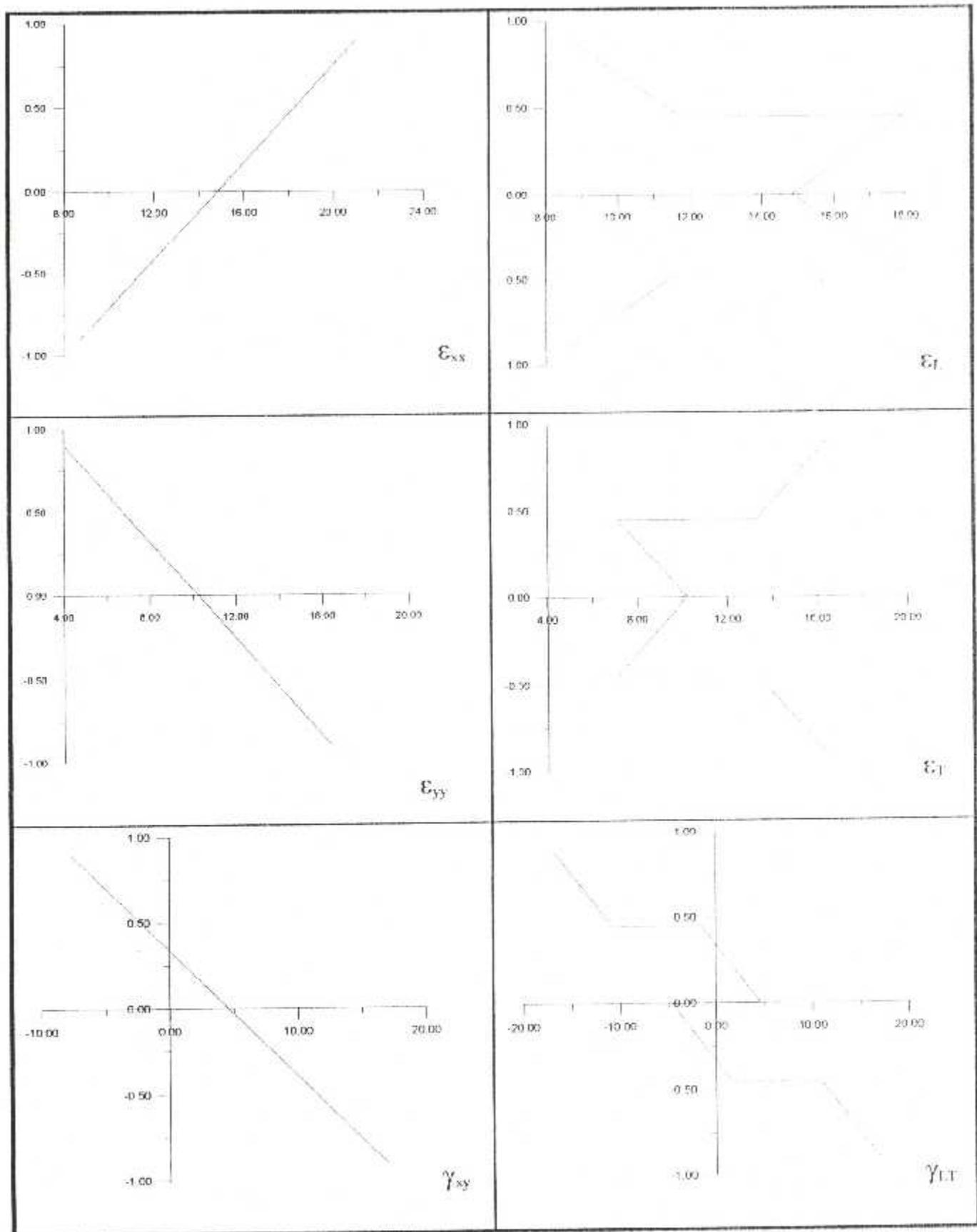


Figure 4-13 Déformations mécaniques dans les repères XY et LT du [0/45/0/45] : verre époxyde.

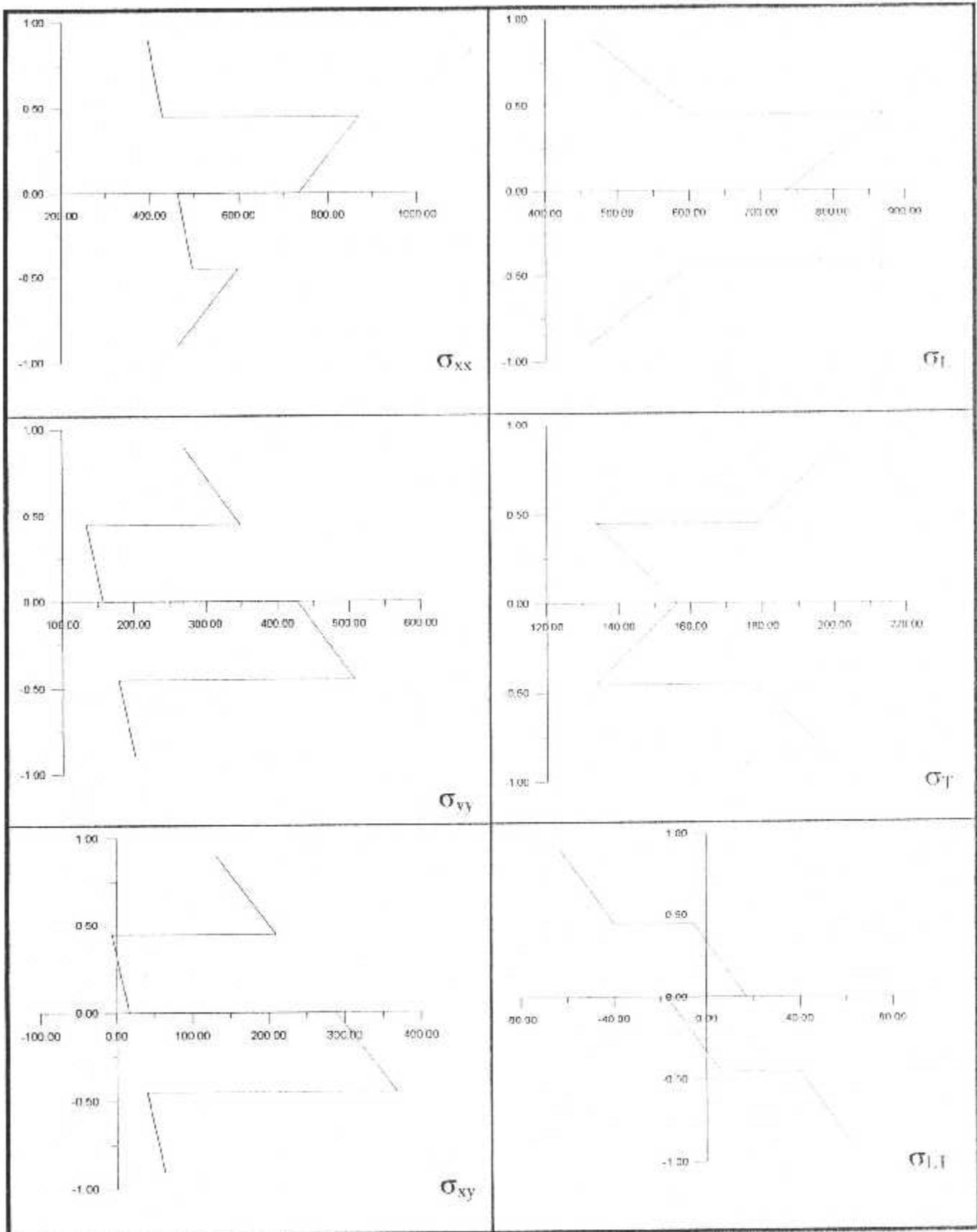


Figure 4-14 Contraintes mécaniques dans les repères XY et LT du [0/45/0/45] : verre époxyde.

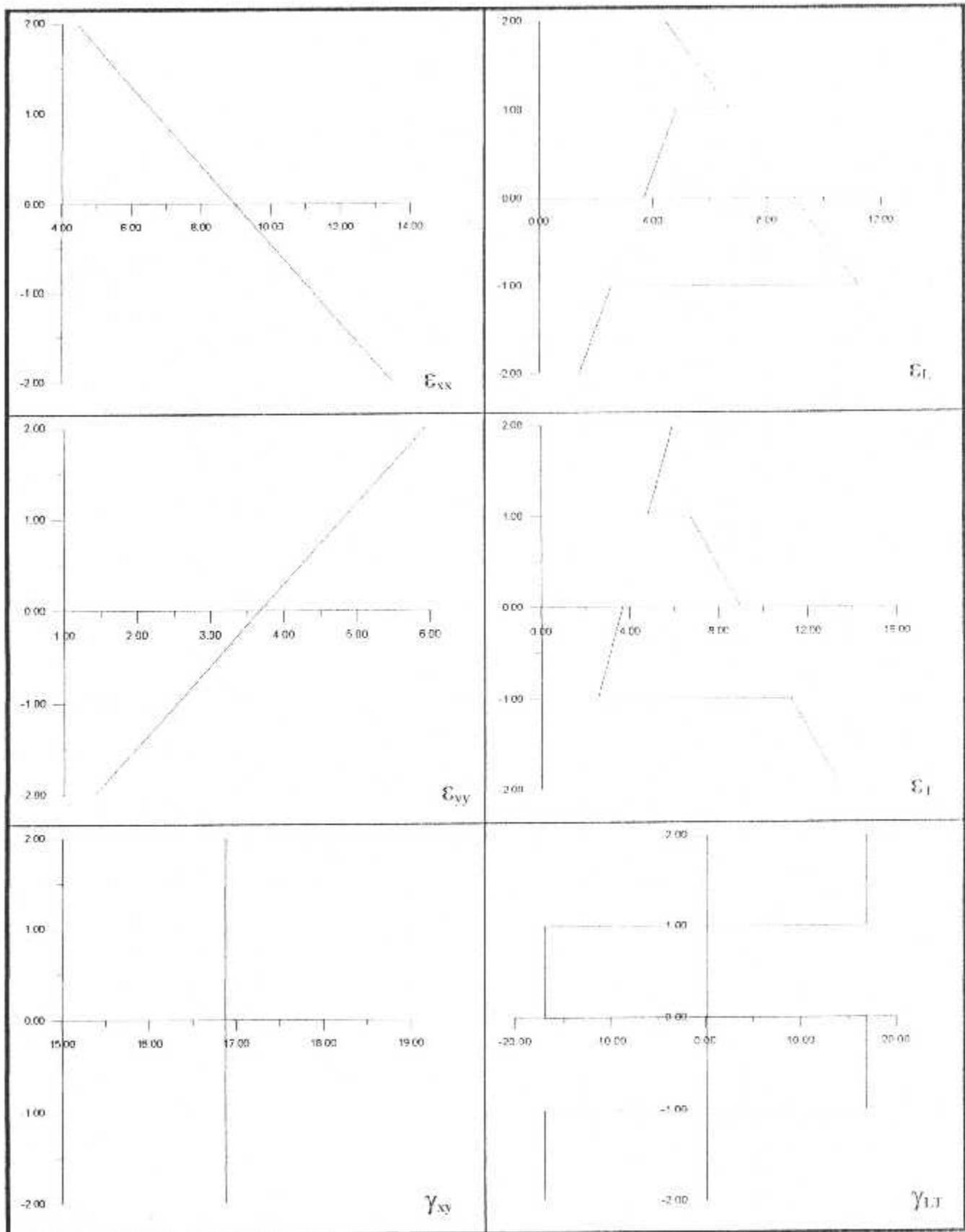


Figure 4-15 Déformations mécaniques dans les repères XY et LT du [90/0/90/0] : verre époxyde.

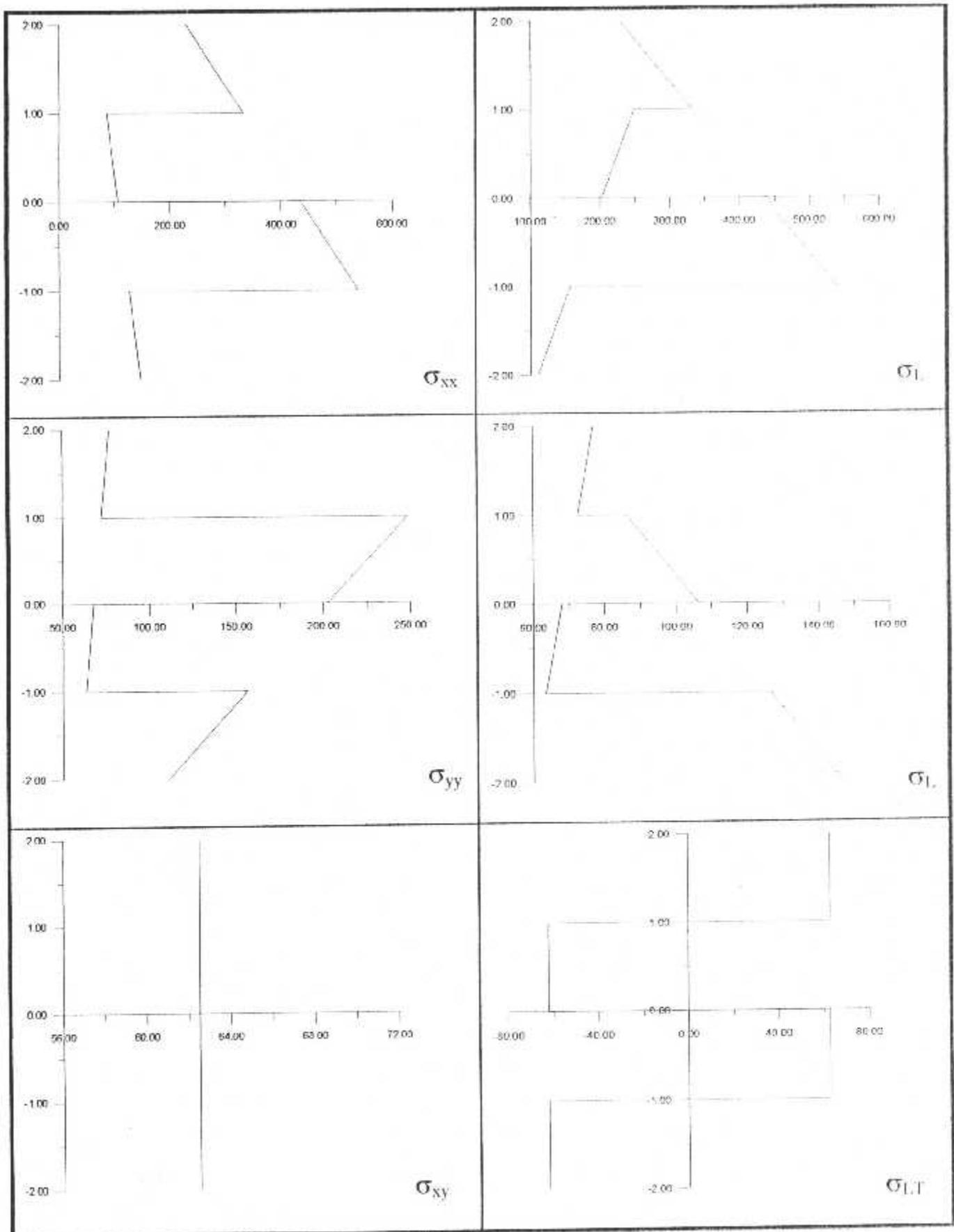


Figure 4-16 Contraintes mécaniques dans les repères XY et LT du [90/0/90/0] : verre époxyde

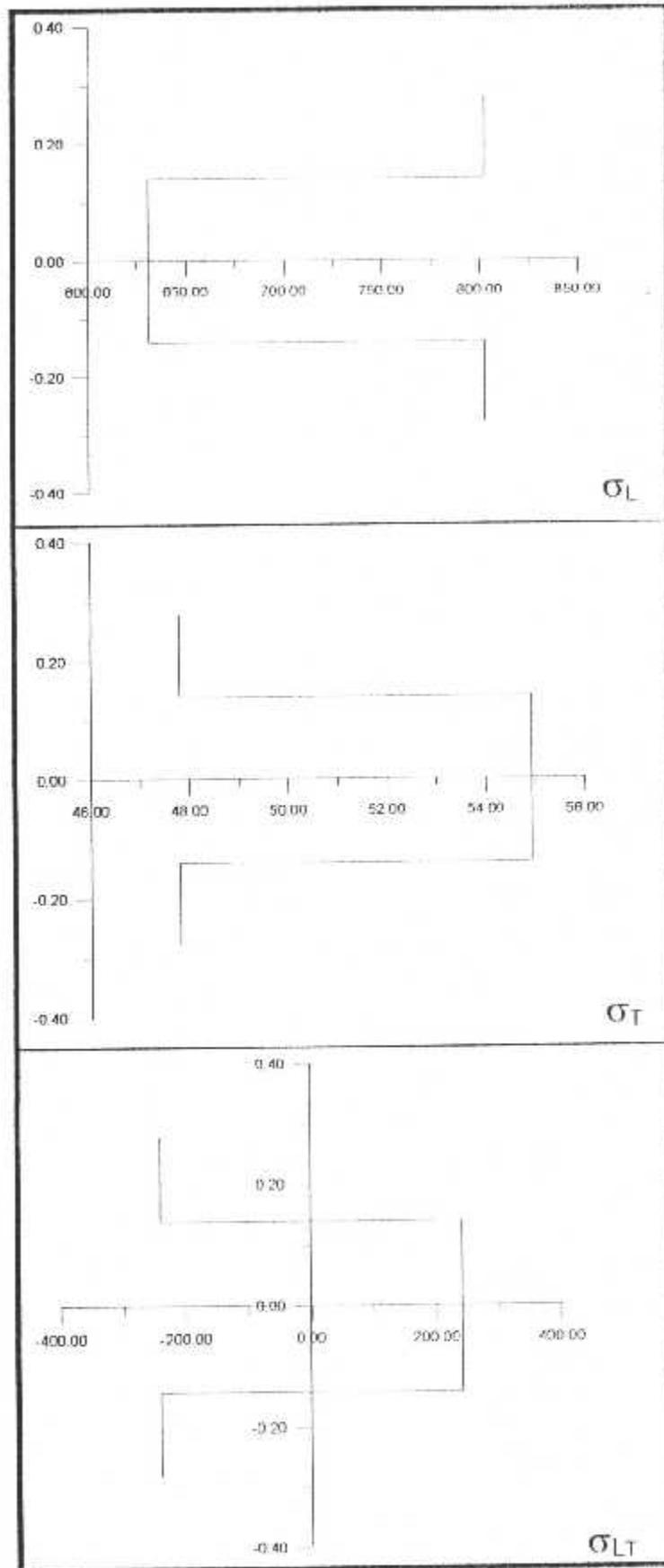


Figure 4-17 Les contraintes obtenues de l'application 9

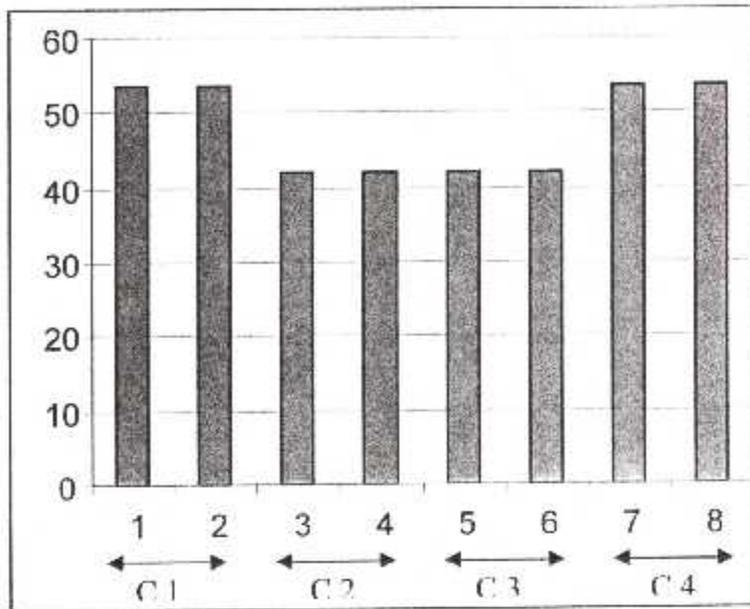


Figure 4-18 Pourcentage des contraintes longitudinales comparées à celle de la rupture longitudinale.

Les résultats obtenus sont :

h(k)	σ_L	σ_T	σ_{LT}
-2.800000E-01	802.203700	47.801290	-241.071500
-1.400000E-01	802.203700	47.801320	-241.071500
-1.400000E-01	630.770000	54.939090	241.071500
0.000000E+00	630.770100	54.939080	241.071500
0.000000E+00	630.770100	54.939080	241.071500
1.400000E-01	630.770200	54.939070	241.071500
1.400000E-01	802.203700	47.801320	-241.071500
2.800000E-01	802.203700	47.801350	-241.071500

Commentaires :**2^{ème} application :** effet d'épaisseur

Par comparaison des résultats des figures (4-3), (4-4), obtenue par Changement d'épaisseurs, nous remarquons les allures des déformations des contraintes dans chaque couches sont presque de la mêmes forme, mais avec des intensité différentes. La contrainte longitudinale maximale apparaît dans la 1^{ème} couche par contre dans le premier cas elle apparaît dans la 3^{ème} couche, et même remarque pour les déformations

D'où l'effet d'épaisseur influe sur le comportement finale du *stratifié*.

3^{ème} application : effet d'empilement

D'après les résultats obtenues par les figures (4-5), (4-6), dont nous Avons changer les orientations des fibres dans les couches, en comparant avec le premier cas, nous remarquons que l'effet d'empilement modifie totalement le comportement finale du stratifié et la répartition des contraintes a complètement changé. On voit l'effet net de l'anisotropie sur le comportement mécanique des plaques composites.

4^{ème} application : effet de volume des fibres

D'après les résultats obtenus par les figures (4-7), (4-8), dont nous avons change le volume des fibres (diminution du volume), nous remarquons que les déformations sont augmentées alors que les intensités des contraintes sont légèrement modifiées. D'où effet du volume des fibres.

5^{ème} application :

Les figures (4-9), (4-10) représentant le comportement du stratifié graphite époxyde, par comparaison avec les figures du premier cas (4-1), (4-2) représentant le comportement du stratifié verre époxyde, (tout les deux ont les même épaisseurs des couches et même orientations des fibres).

Nous remarquons que σ_L de graphite de la 3^{ème} couche est plus grande à celle du verre,

Par contre σ_T est plus faible.

Nous constatons donc que chaque type de composite possède son propre comportement mécanique.

Et lorsqu'on compare les déformations de ces deux types, on voit clairement que les déformations du verre/époxyde sont plus grandes par rapport au graphite/époxyde surtout pour les déformations longitudinale ϵ_L , ce qu'explique la raison de l'employer en aéronautique (présente plus de rigidité).

Donc la nature des fibres influe sur le comportement du composite.

6^{ème} application : l'effet des plis alternés

Nous remarquons une distribution symétrique des contraintes de cisaillement σ_{LT} ainsi pour la déformation de cisaillement

7^{ème} application :

Nous remarquons une distribution symétrique de toute les contraintes et les déformations dans (L, T).

8^{ème} application :

Nous remarquons de nouveau une distribution symétrique des contraintes de cisaillement dans (L, T), ainsi pour la déformation de cisaillement

Pour les applications 6, 7 et 8 rendent l'anisotropie des matériaux plus faibles, ce qui est important pour l'aéronautique.

9^{ème} application :

Nous remarquons dans l'histogramme pour le type de chargement :

$$N_x, N_y, N_{xy}, M_x, M_y, M_{xy} / 350, 80, 25, 0, 0, 0$$

que la contrainte maximale longitudinale atteint 53% de la contrainte de la rupture, alors que les contraintes transversales et de cisaillements atteignent la rupture.

CONCLUSION GENERALE

L'étude des résultats obtenus par les applications de 1 à 4, a montré que chaque caractéristique du matériau a un effet sur le comportement mécanique du stratifié (épaisseur, orientation des fibres, volumes des fibres).

En comparant le verre et le graphite, les résultats du 5^{ème} application montrent que le graphe est plus rigide que le verre, c'est ce qui explique son utilisation dans la construction aéronautique.

Donc la nature des constituants à un effet sur le comportement mécanique du stratifié.

L'étude d'un matériau appliqué dans la construction aéronautique (avion supersonique) T300/5205 graphite/époxyde [45/-45/-45/45], l'épaisseur des couches est de 0.14mm [5], a montré une répartition des contraintes uniforme et nous ne constatons pas les pics des contraintes par rapport au verre/époxyde [15/-30/-15/30], d'où l'effet de l'anisotropie est diminué, c'est ce qui explique que les matériaux composites utilisés dans la construction aéronautique sont des plaques minces faiblement anisotropes.

Les résultats montrent, que le chargement mécanique a lui seul peut conduire à un endommagement du stratifié selon les critères de résistance.

Comme perspectives future ; une étude de l'effet de température et l'humidité peut s'ajouter à notre étude mécanique pour simuler mieux le comportement des composites, et pour une meilleure optimisation, sachant que les composites sont sensibles l'environnement.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] OLLI SAARELA, « *computer programs for mechanical analysis and design of polymer matrix composites* », prog.polym.sci.19, pp.171-201, (1994).
- [2] STEPHEN W.TSAI, H.THOMAS HAHN, « *introduction to composite materials*», tecnomomic publishing, Pennsylvania (1980).
- [3] TRAN ICH THINH, « *contribution à l'étude expérimentale du comportement mécanique et de l'endommagement d'un composite stratifié à renfort tissu*», thèse de doctorat présentée à l'INF de Grenoble, (1991).
- [4] ISSAC M.DANIEL and ORI ISHAI, « *Engineering Mechanics of Composite Materials*», Oxford university press pp 189-152, (1994).
- ✕ [5] AERO Algérie, « *revue d'aéronautique* » université de Blida n° 01 mai 2002.
- [6] DANIEL GAY, « *Matériaux composites* »Edition Hermès ,51 rue Rennequin.75017 Paris (1989).
- [7] J.-M.BERTHELOT « *matériaux composites (comportement mécanique et analyse des structure)* » MASSON Paris Milan Barcelone Bonn (1992).

ملخص

إن استعمال المعادن المركبة في الصناعات الفضائية منها هياكل النقل المدنية بسرعة كبيرة، تتطلب فهما جيدا لتأثير القوى الميكانيكية على الهيكل. هذه الدراسة مخصصة لتقييم و تكييف عامل القوى الميكانيكية على استجابة أليات المواد المركبة .
الدراسة أكملت تحليليا و رقميا.

ABSTRACT

The use of the composites in the aerospace construction industries, such as the structures of civil transport requires a good comprehension of the influence of the mechanical loadings on the structure.

This study is focused on the evaluation and the modeling of the effects of the mechanical loading on the response of the composite material systems.

The study is accomplished analytically and numerically.

RESUME

L'utilisation des composites dans les constructions aérospatiales, telles que les structures de transport civil nécessite une bonne compréhension de l'influence des chargements mécaniques sur la structure.

Cette étude est focalisée sur l'évaluation et la modélisation des effets du chargement mécanique sur la réponse des systèmes matériels composites.

L'étude est accomplie analytiquement et numériquement.