

République Algérienne Démocratique Et Populaire
Ministère De L'Enseignement Supérieur Et De La Recherche Scientifique
UNIVERSITE SAAD DAHLEB BLIDA



Institut d'Aéronautique et des Etudes Spatiales

Mémoire de Fin D'Etude Pour L'obtention du Diplôme

MASTER en Aéronautique

Option : Structure Aériennes

Thème

**Simulation d'un procédé du contrôle
non destructif par courant de Foucault
Par la méthode sans maillage**

Réalisée Par :

Seif Eddine Guergour

Yacine Behilil

Promoteur:

Salim Benoud

Blida 2015

Remerciements

Nous tenons à adresser nos vifs remerciements à ALLAH pour nous avoir donné le courage, et la patience a fin de terminer ce travail.

Notre gratitude est désigné a nos parant qui nous ont pleinement encouragé par leurs soutien, et sacrifier leurs vie pour notre réussite.

Et également a notre promoteur BENNOUD SALIM pour nous avoir encadrés et orienté tout au long de ce travail, sans oublier les membres de jury qui ont accepté d'examiner notre travail.

Nous adressons aussi nos remerciements à nous familles pour toute l'aide, qu'elles nous ont apportées tout le long de nos études.

Nous remerciements sont aussi présentés à tous les professeurs qui nous ont enseignée au coure de tout nos études

Nous tenons à remercier également tout les personnels du centre de soudage et contrôle de cheraga (CSC). Spécialement Mr : ZERGOUG, Mr : ALOUECHE et Mm : BENEDJOU.

ET bien sur, merci à tous nos amis avec qui nous avons gardé des souvenirs très agréables et des bons moments vécus ensemble.

Finalement, un grand merci à toute la promotion 2014-2015 de l'institut d'aéronautique, tout en leurs souhaitons un avenir plein de réussite.

Seif et Yacine

Dédicaces

Je dédie ce mémoire de fin d'étude comme fruit de toutes mes études ;

- ❖ A la lumière de ma vie ; à ceux sans lui je ne serais rien ; à mes Parent pour Leur sacrifices ; Leur amours ; Leur compréhension ; Leur soutiens à tous moment et en toute circonstances.*
- ❖ je dédie ce mémoire; qu'il soit le témoignage de ma plus sincère et ma plus grande reconnaissance à :*
- ❖ Mon Binôme Seif-Eddine.*
- ❖ Mon Frère : Hmida.*
- ❖ Mes très chers frères : Mohamed, Smail, Fillali.*
- ❖ Ma très chère sœur : Amel.*
- ❖ A tous qui me connais de loin et de près « Oran, Blida, Batna ».*
- ❖ Et enfin, à tous mes professeurs et enseignants qui m'ont permis d'acquérir les connaissances et cela depuis ma 1^{er} année primaire jusqu'à mon fin de cycle universitaire.*

Bolita

Dédicaces

A mes parents,

A mes sœurs et Mes frères

A mes amis

A mes collègues

Et

À toute ma famille

ملخص

من بين التقنيات الأكثر استخداماً في صناعة الطائرات، تقنية مراقبة بدون إتلاف باستعمال كهرباء فوكلت، والتي تمتلك خصائص ملحوظة.

في هذا السياق، أدوات المحاكاة لنمذجة تقنية مراقبة بدون إتلاف باستعمال كهرباء فوكلت تسمح بدراسة التفاعل بين المجس و قطعة الاختبار، وتلعب دوراً متزايداً في فهم أنظمة المراقبة وإظهار أدائها.

التقنية الرقمية الواعدة لحساب الحقل المغناطيسي هي طريقة العناصر المحدودة (MEF).

في الآونة الأخيرة، تنامي الاهتمام إلى فئة جديدة من أساليب يدعى طرق خالية من شبكة (meshless).

المصادقة على البرنامج تم بالنسبة لشكل بسيط (2D)، النتائج التي حصل عليها بواسطة FEMM تتقارب مع النتائج التجريبية مع وجود خطأ من 2,4%. ثم، تمت مقارنة نتائج الرمز المحدث مع تلك التي قدمها FEMM، وكانت النتائج متشابهة جداً مع دقة جيدة جداً (خطأ 1.9%). وهذا يسمح لنا لاستخدام الرمز لأداء المحاكاة لأشكال هندسية أخرى (2D) وبعد ذلك (3D).

كلمات مفتاحية :

مراقبة بدون إتلاف ، كهرباء فوكلت ، خالية من شبكة ، حساب الممانعة.

Résumé

Parmi les techniques les plus utilisées dans le secteur aéronautique, la méthode de CND par courant de Foucault (CF) qui présente un intérêt remarquable.

Dans ce contexte, les outils de simulation pour la modélisation CND par CF, permettent d'étudier les interactions entre la sonde et la pièce à contrôler et jouent un rôle croissant pour concevoir les systèmes de contrôle et démontrer leurs performances.

La technique numérique la plus prometteuse pour le calcul du champ est la méthode des éléments finis (MEF).

Récemment, l'intérêt a grandi dans une nouvelle classe de méthodes appelées méthodes sans maillage (meshless).

La validation du code a été faite pour une configuration simple en 2D, les résultats obtenus par le code **FEMM**, convergent vers la solution expérimentale avec une erreur de **4.2%**. Ensuite, les résultats donnés par le code développé ont été comparés avec ceux qui ont été donnés par le code **FEMM**, les résultats sont très similaires avec une très bonne précision (Erreur d'ordre **1.9%**). Cela nous permet d'utiliser le code pour effectuer des simulations pour d'autres géométries 2D et par la suite 3D.

Mots clés :

Contrôle non destructif, courant de Foucault, sans maillage, calcul de l'impédance.

Abstract

Among the techniques most used in aeronautics, the method of NDT by eddy current (EC) show a remarkable interest.

In this context, the simulation tools for NDT modeling by EC, make it possible to study the interactions between the probe and the part to be controlled, and play a growing part to conceive the control systems and to show their performances.

The most promising numerical technique for the calculation of the field is the finite element method (**FEM**).

Recently, the interest has grown in a new class of methods called meshless methods.

The validation of the code was made for a simple 2D configuration. The Results obtained by the code **FEMM** convergent towards the experimental solution with an error of **4.2%**. Then, the results given by the developed code were compared with those given by the **FEMM** code, the results are very similar with a very good precision (Error of **1.9%**). which enables us to use the code for simulations of other 2D, and thereafter, 3D geometries.

Keywords :

Non destructive testing, eddy current, meshless, impedance calculation.

Table de matières

Remerciements	
Dédicaces	
ملخص , Résumé, Abstract	
Table de matières	
Liste des figures	
Liste des Tableaux	
Abréviations	
Introduction générale	

CHAPITRE I : Généralité sur le CND

I.1.Introduction	1
I.2.Historique.....	2
I.3.Principe de détection d'un défaut.....	2
I.4.Les techniques de CND.....	3
I.4.1.Examen visuel.....	3
I.4.2.Ressuage.....	3
I.4.3.Ultrasons.....	5
I.4.4.Radiographie.....	6
I.4.5. Thermographie infrarouge.....	7
I.4.6.Magnétoscopie.....	8
I.5.CND par courant de Foucault.....	9
I.5.1.Modes d'excitations.....	10
I.5.2.Les capteurs.....	12
I.5.3.Effet de peau.....	13
I.5.4.Avantages du CND par CF.....	14
I.5.5.Inconvénients du CND par CF.....	14
I.6.Conclusion.....	14

CHAPITRE II : Modélisation des phénomènes Électromagnétiques

II.1.Introduction.....	15
II.2.Analyse des phénomènes électromagnétiques.....	15
II.2.1.Historique	15
II.2.2.Equations de maxwell.....	16
II.2.3.Loix constitutives.....	16
II.2.4.Conditions aux limites.....	17
II.2.5.Conditions de continuité.....	17
II.2.6.Hypothèses simplificatrices.....	18
II.2.7.potentiels et conditions de jauge.....	19

II.3.Méthodes de résolution.....	20
II.3.1.Méthodes analytiques.....	20
II.3.2.Méthodes semi analytiques.....	20
II.3.3.Méthodes numériques.....	21
II.4. Approximation par la MEF.....	23
II.4.1.Étapes de résolution par éléments finis.....	23
II.4.2.Formulation variationnel	23
II.5.Calcul de l'impédance.....	24
II.5.1.Méthode directe	25
II.5.1.Méthode de l'énergie	26
II.6.Conclusion.....	27

CHAPITRE III : Méthode du Galerkin sans maillage

III.1.Introduction.....	28
III.2.Historique des méthodes sans maillage.....	28
III.3.les méthodes sans maillage	29
III.3.1.Méthode de la particule Hydrodynamique lisse SPH.....	30
III.3.2.Méthode de reproduction des particules de Kernel (RKPM).....	30
III.3.3.Méthodes DEM et EFGM.....	31
III.4.Méthode de Galerkin sans Maillage.....	31
III.4.1.Approximation classique au sens des moindres carrés.....	32
III.4.2.Définition de l'approximation MLS.....	33
III.4.3.Propriétés des fonctions de forme de l'approximation MLS.....	35
III.4.4.Choix des fonctions de base.....	36
III.4.5. Choix des fonctions de pondération.....	37
III.4.6.Domaine d'influence.....	38
III.4.7.Imposition des conditions aux limites essentielles.....	38
III.5. Avantages des méthodes sans maillage.....	40
III.6. Inconvénients des méthodes sans maillage.....	41
III.7. Conclusion.....	42

CHAPITRE IV : Simulation et Validation avec l'expérimental

IV.1.Introduction.....	43
Simulations du système	
IV.2.Description du dispositif d'étude.....	43
IV.3.Organigramme de calcul.....	45
IV.4.Application.....	45
IV.5.Comparaison avec le code FEMM.....	46
IV.5.1.Domaine d'étude et conditions aux limites.....	46
IV.5.2.Maillage du domaine.....	46
IV.5.3.Applications et Résultats.....	46

IV.6.Application avec déplacement du capteur	49
Expérimentale et Validation	
IV.7.Système expérimental.....	50
IV.8.Résultats et interprétations	51
IV.8.1.Les diagrammes d'impédance normalisée.....	51
IV.8.2.Balayage de la surface	52
IV.8.3.Application avec déplacement du capteur.....	54
IV.9.Comparaison avec simulation.....	56
IV.10.Influence des paramètres de la bobine.....	57
IV.10.1.Influence du diamètre de bobinage bobine	57
IV.10.2.Influence du noyau sur l'impédance	58
IV.10.3.Influence du Lift-off	59
IV.11.Influence des paramètres du la pièce	59
IV.11.1.Profondeur du défaut.....	59
IV.11.2.Largeur du défaut	60
IV.12.Conclusion.....	61
Conclusion générale	
Références Bibliographiques	
Annexe	

Liste des figures

Chapitre I

I.1 Principe de ressuage	4
I.2 CND par ressuage	5
I.3 Principe des ultrasons.....	5
I.4 Principe du contrôle par radiographie.....	6
I.5 Principe de la tomographie X	7
I.6 CND par thermographique infrarouge	8
I.7 Détection de défauts débouchant par magnétoscopie	9
I.8 CND par magnétoscopie	9
I.9 Principe de mesure de la variation d'impédance	10
I.10 Variation de l'amplitude de la densité des CF	13

Chapitre III

III.1 Méthode des éléments finis et méthode sans maillage.....	29
--	----

Chapitre IV

IV.1 La sonde et la pièce à contrôlée.....	44
IV.2 Dimensions géométriques du système.....	44
IV.3 Domaines de résolution et conditions aux limites.....	46
IV.4 Maillage du domaine.....	46
IV.5 Les lignes du potentiel vecteur magnétique sans défaut.....	47
IV.6 densité de flux sans défaut.....	47
IV.7 Les lignes du potentiel vecteur magnétique avec défaut.....	48
IV.8 densité de flux avec défaut.....	48
IV.9 Allure de l'impédance.....	48
IV.10 la sonde et la pièce avec les défauts.....	49
IV.11 système expérimental.....	50
IV.12 La bobine et la plaque en aluminium avec deux défauts.....	51
IV.13 Logiciel d'acquisition.....	51
IV.14 Diagrammes des impédances normalisées.....	52
IV.15 la position des passages linéaires.....	52
IV.16 Variation de l'impédance en fonction de déplacement pour chaque ligne....	53
IV.17 Variation de réactance en fonction de déplacement pour chaque ligne.....	53

IV.18	Variation de résistance en fonction de déplacement.....	54
IV.19	Variation de réactance en fonction de déplacement	55
IV.20	Variation de l'impédance en fonction de déplacement.....	55
IV.21	Comparaison entre FORTRAN code FEMM et expérimental.....	57
IV.22	Variation de l'impédance en fonction de rayon du la sonde.....	57
IV.23	Variation de l'impédance en fonction de la fréquence du capteur.....	58
IV.24	Variation de l'impédance en fonction de lift-off.....	59
IV.25	Variation de l'impédance en fonction de la profondeur du défaut.....	60
IV.26	Variation de l'impédance en fonction de la largeur du défaut.....	60

Liste des tableaux

Chapitre III

III.1	présentation des fonctions de base de l'approximation MLS.....	36
-------	--	----

Chapitre IV

IV.1	Variation de l'impédance en fonction de la position du capteur	45
IV.2	la variation de l'impédance du capteur en fonction de la position.....	49
IV.3	Variation de l'impédance en fonction de la position du capteur.....	54
IV.4	Comparaison entre Fortran et expérimental.....	55
IV.5	Comparaison entre le code FEMM et expérimental.....	55
IV.6	Comparaison entre Fortran et le code FEMM.....	55

Abréviations

CND	contrôle non destructive
CF	courant de Foucault
MEF	méthode des éléments finis
MVF	méthode des volumes finis
MDF	méthode des différences finis
EFGM	méthode de Galerkin sans maillage (element- free Galerkin method)
MLS	moindre carré mobile (Moving least squares)
SPH	méthode de la particule hydrodynamique lisse (Smoothed particle hydrodynamics)
RKPM	méthode de reproduction des particules de kernel (Reproducing kernel particle method)
DEM	méthode des éléments diffus (Diffus element method)

Introduction générale

La conception des structures aéronautiques et spatiales de demain doit répondre à des exigences de sûreté de fonctionnement de plus en plus grandes et prendre en compte la complexité croissante des environnements d'utilisation. La préoccupation majeure des constructeurs aéronautiques est la fiabilité des appareils.

Le Contrôle Non Destructif (CND) a pour objectif de vérifier l'intégrité d'une structure ou d'un matériau sans les altérer.

Les techniques de CND sont différents par leur principe employé : mécanique (ultrasons, ressuage), électromagnétique (magnétoscopie, courant de Foucault), ou thermique (thermographie infrarouge).

Parmi les techniques les plus utilisées dans le secteur aéronautique, la méthode de CND par courant de Foucault (CF) présente un intérêt remarquable.

Le courant de Foucault est employé dans la maintenance des avions pour inspecter par exemple : les axes de la turbine, la structure du fuselage et d'aile, les roues, les trous de boulon et la bougie d'allumage, et pour détecter des fissures, des dommages et la présence de corrosion.

Les courants de Foucault ne sont pas directement accessibles par la mesure, ils ne peuvent être observés que par l'intermédiaire de mesures sur d'autres grandeurs sur lesquelles ils agissent.

Dans ce contexte, les outils de simulation, pour la modélisation CND par CF, permettent d'étudier les interactions entre la sonde et la pièce à contrôler et jouent un rôle croissant pour concevoir les systèmes de contrôle et démontrer leurs performances.

La technique numérique la plus prometteuse pour le calcul du champ est la méthode des éléments finis (MEF).

Récemment, l'intérêt a grandi dans une nouvelle classe de méthodes appelées méthodes sans maillage (meshless).

L'objectif principal de ce travail est l'élaboration d'un programme de calcul pour la simulation du CND par courant de Foucault en utilisant la technique sans maillage **EFGM**.

La validation du programme sera établie à partir des résultats numériques obtenus par des codes appropriés (FEMM, COMSOL) et des résultats expérimentaux.

Le travail de cette mémoire est présenté sous forme de 4 chapitres.

Dans le premier chapitre, nous présenterons les différentes méthodes du contrôle non destructif et le principe du contrôle non destructif par courants de Foucault. Nous rappellerons aussi dans ce chapitre les avantages, les inconvénients et les applications du contrôle par courant de Foucault.

Le deuxième chapitre sera consacré à la description mathématique des phénomènes électromagnétiques régissant le CND par courants de Foucault (équation de Maxwell, potentiel vecteur, ...), la présentation du modèle numérique et des modèles existants, ainsi que les différentes méthodes de résolution des équations aux dérivées partielles. En particulier la détermination de l'impédance d'un capteur absolue par deux méthodes (méthode de l'énergie et la méthode directe).

Dans le troisième chapitre un aperçu sur les méthodes sans maillage sera développé. Nous développerons la méthode de Galerkin sans maillage en détail avec la méthode des moindres carrés glissants.

Le dernier chapitre fera l'objet de différentes applications et comparaison des résultats obtenus par Fortran avec celles de code FEMM et celles des résultats expérimentaux.

I.1.Introduction :

Le Contrôle Non Destructif (CND) a pour objectif d'évaluer l'état d'une structure ou d'un matériau sans porter atteinte à son intégrité, en détectant d'éventuels défauts (fissures, corrosion, etc.), dans différents secteurs industriels (aéronautique, nucléaire, automobile, métallurgie, etc.).[1]

Le CND garantit la sûreté de fonctionnement des systèmes critiques et la sécurité des personnes et matériels. Une grande variété de méthodes existent et permettent de détecter des anomalies internes ou de surface. Le CND peut être utilisé en production, lors de la mise en service ou lors d'opérations de maintenance, et doit satisfaire au mieux les critères suivants [2] :

- ✓ **La reproductibilité** : une même pièce examinée plusieurs fois donne toujours le même résultat.
- ✓ **La fiabilité** : le contrôle doit détecter tous les défauts qu'il est supposé capable de détecter.
- ✓ **La sensibilité** : la sensibilité doit être grande pour détecter les petites variations de la grandeur mesurée, par exemple les défauts de faibles dimensions.
- ✓ **La rapidité d'exécution** : le contrôle doit être rapide pour ne pas trop affecter le coût afin qu'il puisse s'intégrer dans un cycle de production.
- ✓ **Le coût** : le contrôle qualité des pièces complexes se réalise par un coût non négligeable et qui doit être minimisé au maximum.
- ✓ **La résolution** : la résolution est la plus petite variation du signal capable d'être détectée, par exemple la dimension du plus petit défaut. Le pouvoir de résolution est autant fort que cette dimension est petite.

I.2.Historique :

Le contrôle non destructif (CND) constitue un champ d'application privilégié des découvertes de la physique. Aussi l'histoire des essais non destructifs commence-t-elle avec celle de la physique moderne à la fin du XIX^e siècle : découverte des rayons X, des courants de Foucault, etc. Ce n'est toutefois qu'à partir de la seconde guerre mondiale que les techniques du CND ont pris leur essor dans l'industrie, Une vigoureuse accélération du progrès et du développement des essais non destructifs s'est manifestée ensuite vers les années 1960/1970 avec le développement rapide de secteurs très demandeurs tels que le génie des centrales électriques nucléaires, l'aéronautique civile, les gazoducs, oléoducs. La dernière décennie enfin voit l'émergence des techniques de CND qui ne pouvaient pas être mises en œuvre sans l'apport d'une électronique intégrée et d'une informatique puissante; on assiste ainsi au développement rapide des contrôles entièrement automatiques et à l'essor des techniques gourmandes en traitement informatique, comme les contrôles optiques. [3], [4]

I.3.Principe de détection d'un défaut :

Les méthodes de contrôle non destructif sont basées sur une distribution d'un champ d'une grandeur physique (électriques, acoustiques, thermique, etc.) et par une discontinuité qui ramène à découvrir une hétérogénéité dans le matériau.

Les essais non destructifs sont à la base des phénomènes physiques comme la réflexion ou la diffraction des ultrasons, l'atténuation ou la diffraction des rayons X, perturbation des courants de Foucault, ou ils peuvent servir à caractériser les matériaux (présence de fissures, etc.). En effet, le CND ne s'agit pas d'une simple mesure d'une grandeur physique, mais d'une inspection d'homogénéité de la pièce.

Les techniques de CND par l'énergie employée : énergie mécanique (ultrasons, ressage), électromagnétique (magnétoscopie, courants de Foucault) ou thermique (thermographie infrarouge). Ils sont caractérisés par les étapes suivantes [3]:

- ✓ mise en œuvre d'un processus physique énergétique,
- ✓ modulation ou altération de ce processus par les défauts,
- ✓ détection de ces modifications par un capteur approprié,
- ✓ traitement des signaux et interprétation de l'information délivrée.

I.4. Les techniques de CND :

Les techniques de CND utilisées sont diverses, elles dépendent de la nature même de contrôle envisagé. Le choix d'une méthode (ressuage, radiographie, ultrason, magnétoscopie, thermographie, ou courants de Foucault, etc.) dépend de la pièce à contrôler (nature du matériau, forme, etc.), du type de contrôle à effectuer (détection de défaut, mesure d'épaisseur, etc.) et des conditions dans lesquelles le contrôle doit être effectué. Nous allons donner un aperçu global des techniques les plus répandues dans l'industrie. [3], [5], [6].

I.4.1. Examen visuel :

Les méthodes visuelles sont les méthodes les plus anciennes et simples que l'on puisse trouver, c'est la plus utilisée, car elle est économique à mettre en œuvre. Elle nécessite uniquement les bons yeux d'un opérateur, il peut être aidé, par un éclairage laser ou classique. Elles sont applicables aux défauts de surface, leur usage est largement répandu pour l'inspection rapide, et la présence des instruments d'optique (comprendre des loupes, des miroirs, des endoscopes, des caméras vidéo, etc.) permettant d'accroître les performances de l'œil ou encore plus généralement de donner la possibilité de contrôler des surfaces inaccessibles à la vision directe de l'observateur ou les endroits dangereux. [7], [8]

Parmi les techniques visuelles, l'une des plus abouties et des plus utilisées est le ressuage.

I.4.2. Ressuage :

Le ressuage est une méthode d'essais non destructif qui s'intègre facilement dans les chaînes de production ou de maintenance, Cette méthode complète l'examen visuel est utilisée pour révéler des discontinuités débouchant en surface dans un contraste coloré ou fluorescent. Son principe est relativement simple et se déroule en plusieurs étapes [3], [5], [7]. (Figure I.1)

- ✓ Nettoyage de la surface à tester avec le nettoyant.
- ✓ Séchage
- ✓ Application de la pénétrante.
- ✓ Après un temps de pause, élimination des excès de pénétrant avec un jet de pression modérée.
- ✓ Application du révélateur.
- ✓ La pièce est inspectée visuellement sous un éclairage approprié.
- ✓ Nettoyage final de la pièce.

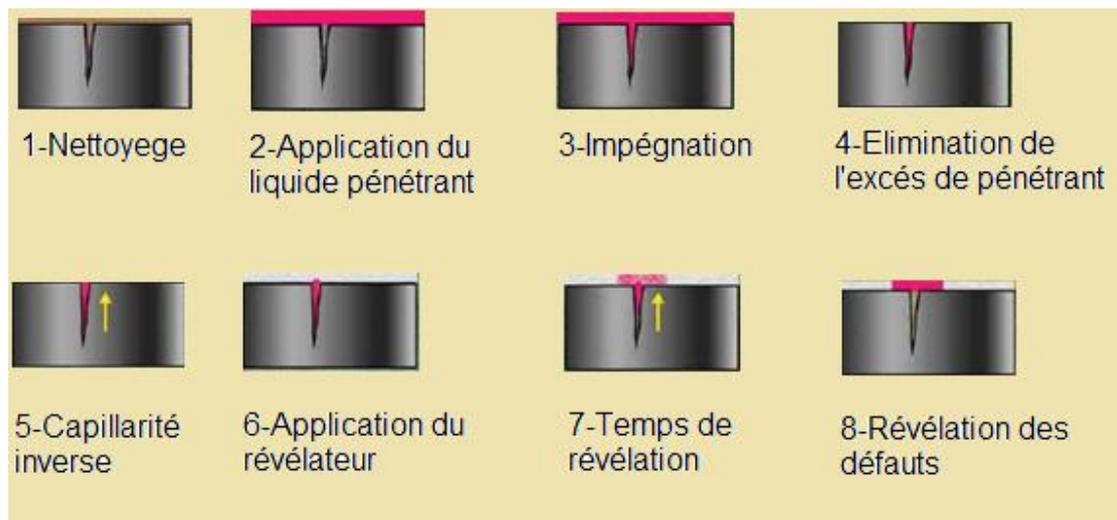


Figure I.1 – Principe de ressuage

Le champ d'application du ressuage est très vaste car le procédé est simple d'emploi et permet de détecter la plupart des défauts débouchant en surface sur les matériaux métalliques non poreux, ainsi que sur d'autres matériaux, à condition toutefois qu'ils ne réagissent pas chimiquement avec le pénétrant.

Les limitations du contrôle par ressuage sont liées au matériau lui-même : trop forte rugosité de surface, impossibilité d'employer les produits classiques qui endommageraient sa surface. Les défauts non débouchant ne peuvent être vus, de même que les fissures renfermant des corps susceptibles d'interdire l'entrée du pénétrant tels que peintures oxydes. Le procédé lui-même est relativement lent, coûteux en temps. Il faut enfin prendre en compte, dans le coût du contrôle, la consommation des produits de ressuage dont l'utilisation peut nuire à l'environnement.

La Figure I.2 représente les résultats obtenus par ressuage.

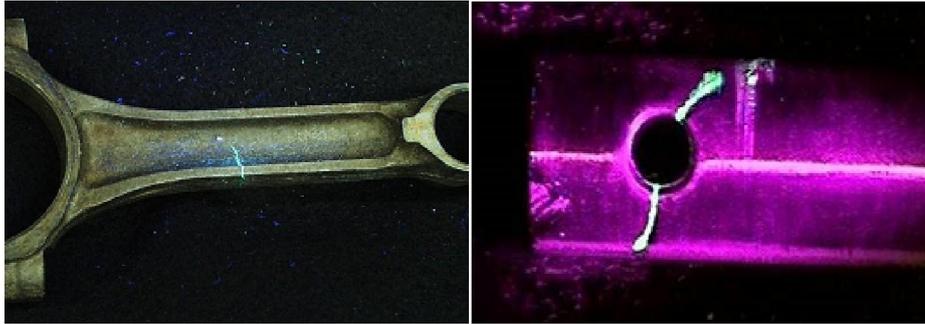


Figure I.2 – CND par ressuage [5]

I.4.3. Ultrasons :

Le principe consiste à émettre une onde ultrasonore (par un transducteur) qui se propage dans la pièce à contrôler et se réfléchit, à la manière d'un écho, sur les obstacles qu'elle rencontre (anomalies, limites de la pièce). Les échos sont analysés ou traités dans une chaîne de mesure. Cette technique met en évidence des discontinuités de propriétés mécaniques situées à l'intérieur des matériaux. [1], [3], [7]

Le signal est maximal lorsque le défaut est perpendiculaire aux ondes émises. (Figure I.3)

En effet, l'air considéré comme un très mauvais milieu de propagation de l'onde ultrasonore (émettrice). Ce problème peut être contourné en utilisant un couplant (eau, huile, etc.) entre l'émetteur et la pièce inspectée, il s'agit alors d'un contrôle en immersion. [1], [7]

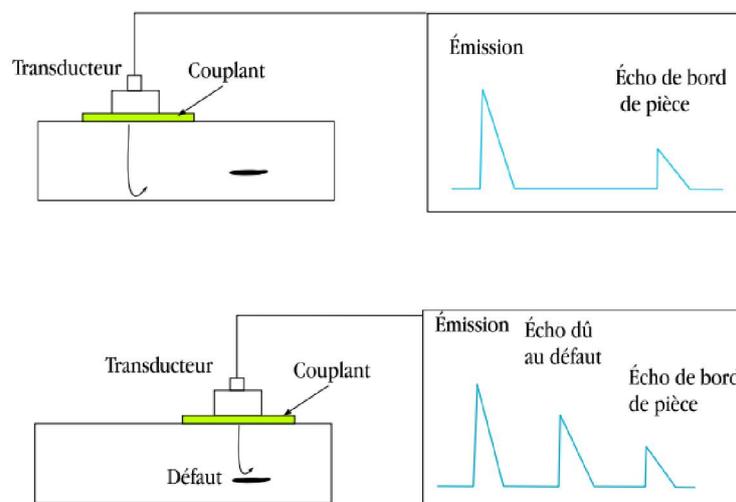


Figure I.3 – Principe des ultrasons. [6]

I.4.4.RADIOGRAPHIE :

Le principe de la radiographie est le même que pour le domaine médical, Le contrôle par radiographie, consiste à faire traverser le matériau par un rayonnement électromagnétique de très courte longueur d'ondes (rayons X ou γ), et à recueillir les modulations d'intensité du faisceau incident sous forme d'une image sur un récepteur surfacique, du type film photographique argentique ou capteur électronique du type amplificateur de brillance ou autre (figure I.4).[4]

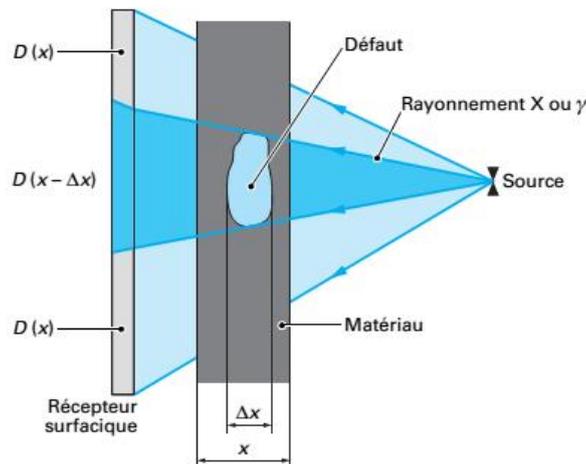


Figure I.4 – Principe du contrôle par radiographie [4]

Il existe deux grands moyens pour produire des rayons X et γ : l'utilisation de sources mettant en œuvre des éléments radioactifs ou radioéléments et l'utilisation de générateurs électriques.

De par son principe, la radiographie ne permet pas d'avoir d'information sur la localisation du défaut en profondeur dans la pièce examinée. Il faut pour cela réaliser plusieurs clichés sous des angles de tir différents, ce qui n'est pas toujours possible. Un autre moyen est la tomographie industrielle. Elle a le même principe que le scanner médical. Elle consiste à reconstruire une coupe de la pièce. [3], [4], [9]. à partir d'une succession d'acquisitions suivant des angles différents. La répétition de ce processus selon différentes hauteurs de tir permet d'obtenir une image volumique virtuelle complète de l'objet (3D) (figure I.5).

Le champ d'application de la radiographie est très vaste ; c'est en effet la technique retenue lorsqu'il s'agit de mettre clairement en évidence et de dimensionner des

hétérogénéités à l'intérieur des objets de toute nature, aussi bien au stade de la fabrication qu'à celui des contrôles de maintenance.

Les inconvénients principaux de cette technique sont [4] :

- ✓ Réglementation souvent très contraignante (transport et stockage des sources radioactives,...)
- ✓ la nécessité de mettre en œuvre des dispositifs et procédures de protection du personnel ;
- ✓ le risque de ne pas détecter les fissures se présentant selon l'axe du faisceau ;
- ✓ la faible productivité alliée à un coût élevé lorsqu'il s'agit de faire de multiples examens systématiques avec films.

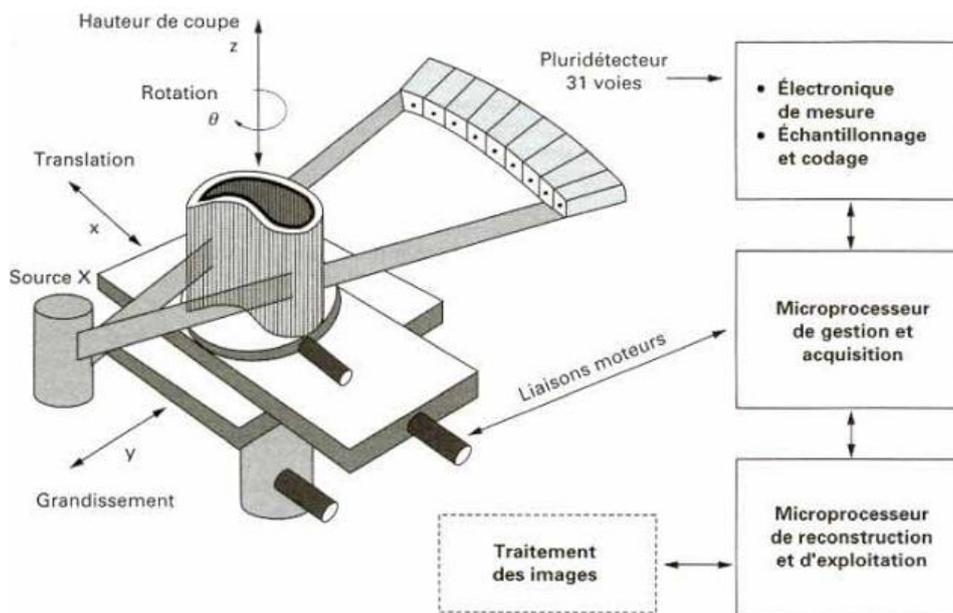


Figure I.5 – Principe de la tomographie X [3]

I.4.5. Thermographie infrarouge :

La thermographie est une méthode de mesure qui consiste à chauffer la surface du matériau à contrôler (chauffage par induction, air chaud, etc.), et enregistrer l'évolution de la température à l'aide d'une caméra infrarouge. La thermographie basée sur l'interprétation des cartes thermiques (thermogrammes) des surfaces observées [5], [10].

La présence d'un défaut sous-cutané fait une perturbation de la répartition homogène de température à la surface, Cette méthode permet de détecter des défauts

francs (délaminages, décollements, etc.) dans des pièces de faible épaisseur et dans des géométries simples. Cette technique s'applique à une grande variété de matériaux (plastiques, composites, etc.) [7], [3].

La thermographie passive résulte de la simple observation des gradients thermiques sur une pièce.

La thermographie active lorsqu'une perturbation thermique a été volontairement générée pour le contrôle (par une source laser par exemple) [10].

La Figure I.6 représente les résultats obtenus par la thermographie infrarouge.

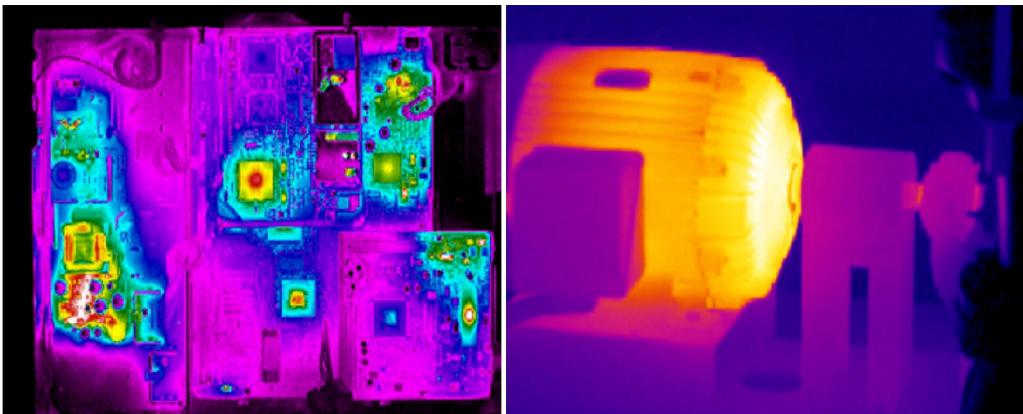


Figure I.6 – CND par thermographie infrarouge [5]

I.4.6. Magnétoscopie :

Cette technique se base sur l'utilisation des effets de l'électromagnétisme, Le champ magnétique est modifié par la présence d'un entrefer, quelque soit sa taille, la dispersion du flux magnétique hors de la pièce ferromagnétique se fait au droit de la fissure. Il existe plusieurs procédés magnétiques de détection des défauts, on cite la magnétoscopie qui est le plus employé. En magnétoscopie, on observe visuellement une accumulation de poudre de fer ou de magnétite colorée, le champ magnétique doit être perpendiculaire à la direction présumée des fissures, la sensibilité de détection dépend en partie de la granulométrie des particules de fer ou d'oxyde.

L'opération de contrôle doit être précédé d'une préparation de la pièce ; nettoyage, dégraissage et éventuellement démagnétisation. [3], [5]

La Figure I.7 montre le principe de détection des défauts par la méthode magnétoscopique. La Figure I.8 représente les résultats obtenus par cette méthode.

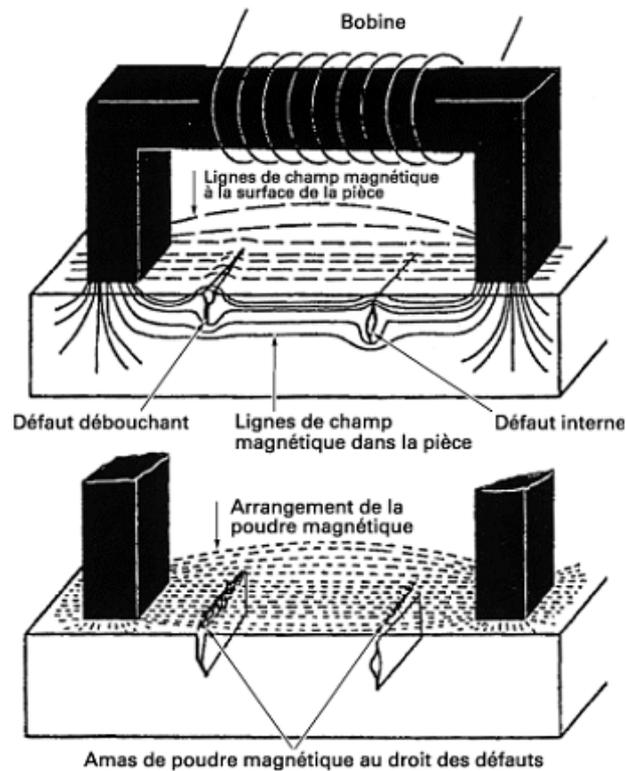


Figure I.7 – Détection de défauts débouchant par magnétoscopie [3]

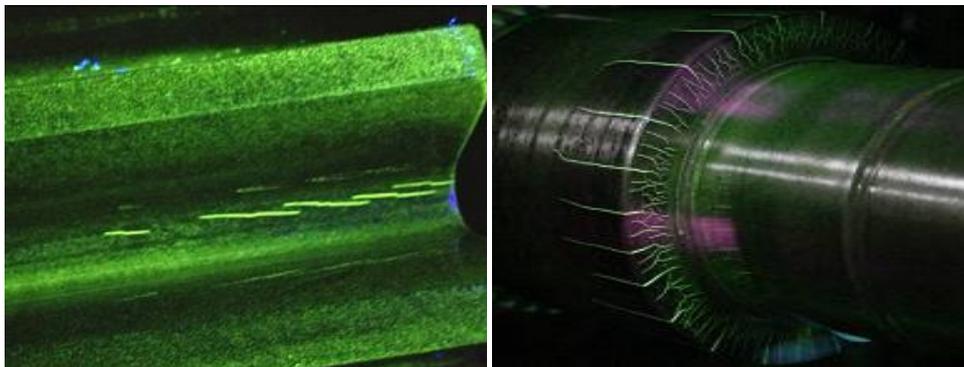


Figure 1.8 – CND par magnétoscopie [5]

I.5.CND par courant de Foucault :

Ce phénomène a été découvert par le physicien français Léon Foucault en 1851. Cette méthode de CND consiste par l'emplacement d'un corps conducteur dans un champ magnétique variable dans le temps ou dans l'espace, des courants induits se développent en circuit fermé à l'intérieur de celui-ci (Figure I.9), et ont une distribution, une répartition et la profondeur qui dépendent du mode d'excitation. L'évaluation de cette énergie va permettre, par l'intermédiaire de mesures adaptées, d'accéder à des informations concernant la pièce conductrice : les

propriétés physiques (la conductivité et la perméabilité), les propriétés géométriques, ou encore la présence de défauts. [3], [11]

En présence d'une anomalie dans la pièce contrôlée, leurs déplacements sont perturbés, entraînant ainsi une variation de l'impédance apparente du capteur qui dépend de la nature de l'anomalie et de sa dimension volumique.

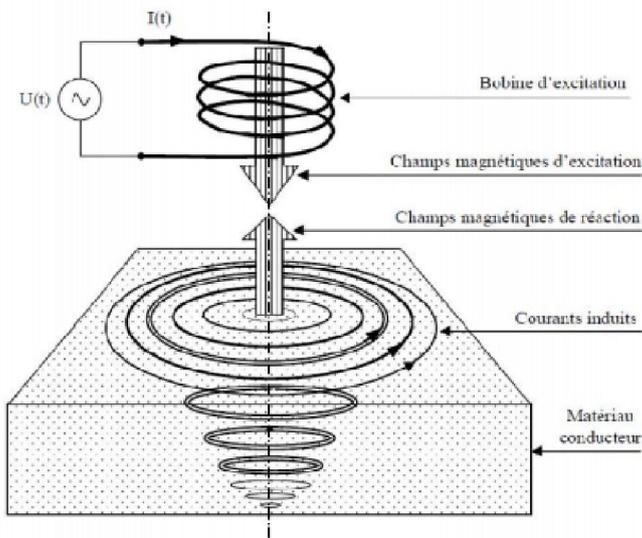


Figure I.9 – Principe de mesure de la variation d'impédance [5]

I.5.1.Modes d'excitations :

L'extraction de l'information sur la pièce à contrôler est liée au mode d'excitation du capteur. On peut distinguer trois modes d'excitation : excitation mono-fréquence, excitation multifréquences et l'excitation pulsée.

I.5.1.1.Excitations mono-fréquence:

Les CF sont obtenus par une excitation sinusoïdale, de fréquence fixe. Le choix de la fréquence dépend essentiellement de l'application visée et de la sensibilité aux paramètres recherchés. La fréquence est liée à la profondeur de pénétration et aux réponses de divers défauts.

Pratiquement, le choix de la fréquence de sondage doit se faire après des essais sur échantillons. Pour une fréquence trop basse, l'amplitude des courants de Foucault sera faible. Une fréquence trop élevée fait apparaître des phénomènes capacitifs parasites.

Ce mode d'excitation est limité en utilisation car il ne délivre pas une caractérisation fine des contrôles et il n'élimine pas l'influence de l'ensemble des paramètres perturbateurs. [12]

I.5.1.2.Excitations multifréquences :

Le contrôle par CF multifréquences est très utilisé, il a été développé principalement pour le contrôle des tubes des générateurs de vapeur et des rails ferroviaires.

La technique de mesure réalisée en fréquences séquentielles ou en fréquences simultanées.

La fréquence séquentielle : la mesure en séquence excite le capteur par mono-fréquence successive. Cette technique met un temps d'exécution et d'acquisition des données important.

La fréquence simultanée : la mesure consiste à injecter au capteur simultanément plusieurs signaux de fréquence différente.

En pratique, on utilise un système d'excitation en double fréquences simultanées (10kHz et 100 kHz) pour le contrôle des rails ferroviaires et à trois fréquences simultanées (100 KHz, 24 KHz, 500 KHz) pour les tubes de vapeur. On peut classer les fréquences en trois gammes comme suivant :

- ✓ Gamme basse fréquence [1 Hz~1 KHz] : pour les défauts volumiques et profonds.
- ✓ Gamme moyenne fréquence [1 KHz~1 MHz] : pour les faibles épaisseurs (fissures débouchantes, occlusion, inclusions, etc.).
- ✓ Gamme haute fréquence [>1 MHz] : pour les micros fissures de surface. [6], [12]

I.5.1.3.Excitations pulsée :

Cette technique est plus riche d'information qu'un contrôle par CF sinusoïdal mono ou multifréquences, elle a été utilisée pour l'évaluation d'épaisseur de revêtement métallique, pour la détection des défauts profonds. Ce type de contrôle consiste à émettre un champ magnétique à large bande de fréquence, le courant

d'excitation n'est pas une onde sinusoïdale mais variable dans le temps, sous forme rectangulaire, triangulaire ou autres. [13]

I.5.2.Les capteurs :

C'est un organe traité l'information, et qui transforme une grandeur physique observé en grandeur utilisable. C'est un instrument de mesure qui construire d'une bobine ou un ensemble de bobines, il joue le rôle de l'émetteur et récepteur. [14], on à plusieurs types de capteurs, en cité les plus utilisé : [6]

I.5.2.1.Capteur à double fonctions :

Les CF sont créés par un bobinage alimenté sous tension variable. Les bobinages sont de forme circulaire, On distingue :

I.5.2.1.1.Capteur à mode absolu :

C'est un capteur constitué d'une seule bobine, d'une fonction émettrice et réceptrice, il prend ces mesures par rapport une pièce référence fixe. Le signal récupéré par la bobine est très faible en comparaison au signal émis.

I.5.2.1.2.Capteur à mode différentiel :

C'est un capteur constitué de deux bobines, d'une fonction d'émission et réception, leur emplacement l'une à côté de l'autre en série, et leur montage du courant est de signe opposé, la mesure différentielle et équivalente à la comparaison permanente effectuée simultanément entre eux. L'impédance du capteur différentielle est nulle.

I.5.2.2.Capteurs à fonctions séparées:

Ce type des capteurs constitués de deux bobines séparé, une pour créer le flux (émetteur), l'autre pour capter les variations (récepteur). Ce montage est très utilisé pour les contrôle à les gammes basses fréquences ($f < 1\text{KHz}$).

I.5.3.Effet de peau :

Les différents paramètres : géométrique (la présence de défauts, la distance entre la bobine et la pièce, l'épaisseur de la pièce), électromagnétique (la conductivité, la perméabilité), et thermique influencent directement sur la densité de courant à la surface du matériau, et qui est donner par relation suivant [15] :

$$J(z) = J_0 e^{-z/\delta}$$

Avec :

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}} \text{ l'épaisseur de peau [m],}$$

f : la fréquence du courant [Hz],

μ : la perméabilité [H/m],

σ : la conductivité électrique [S/m],

z : la profondeur considérée à l'intérieur de la pièce [m],

J_0 : le module de la densité de courant à la surface de la pièce ($z=0$) [A/m^2].

A partir de cette relation, on peut tracer l'amplitude de la densité des courants de Foucault en fonction de la profondeur z (figure I.10).

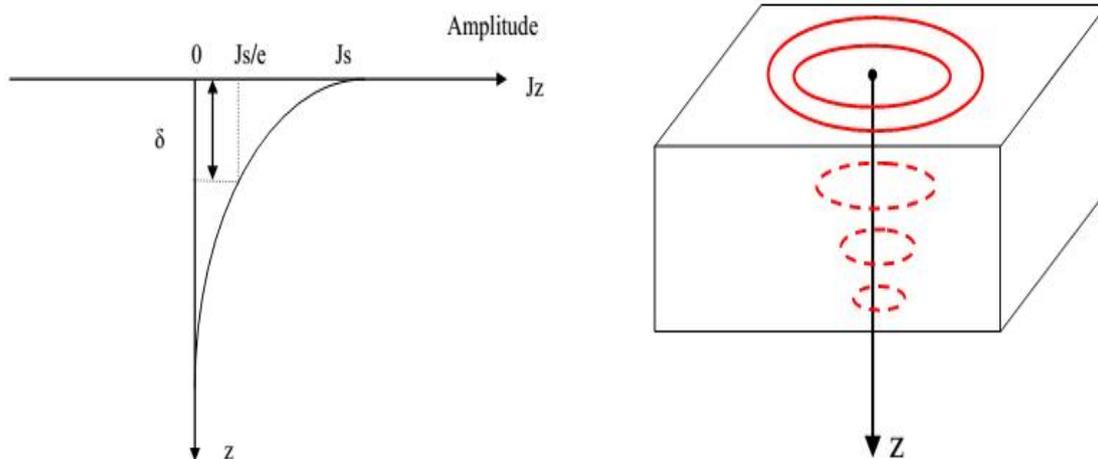


Figure I.10 – Variation de l'amplitude de la densité des CF [15]

I.5.4. Avantages du CND par CF :

- ✓ Facile de mise en œuvre, et rapide,
- ✓ Pas de pollution, ni pour l'utilisateur, ni pour l'environnement,
- ✓ Coût réduit,
- ✓ Détection des défauts débouchants, surfacique, interne, etc.,
- ✓ Automatisation possible pour des pièces de géométrie constante (tubes, barres, rubans et câbles),
- ✓ Appareils de contrôle à la fois petits (équipement portatif). [5], [6]

I.5.5. Inconvénients du CND par CF :

- ✓ Applique seulement sur les matériaux conducteurs,
- ✓ Les défauts à forte profondeur ne sont pas détectables,
- ✓ La complexité de l'interprétation des signaux. [5], [6]

I.6. Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons rappelé brièvement la définition et le but du contrôle non destructif (CND), le principe de détection des défauts. Nous avons ensuite décrit les principes des techniques de CND les plus utilisées dans le domaine aéronautique : l'examen visuel, le ressuage, les ultrasons, la radiographie, la thermographie infrarouge, le magnétoscopie. On a présenté en générale le CND par CF, son principe, les différentes techniques de contrôle, avantages et inconvénients.

Le prochain chapitre sera consacré à l'étude des problèmes de modélisation.

II.1.Introduction :

La conception et l'étude des dispositifs de CND par CF font appel aux méthodes de modélisation pour le dimensionnement des capteurs adéquats et l'analyse du comportement de l'ensemble formé par la sonde et la structure à contrôler. Cette modélisation nous permet aussi de définir l'état de santé de cette structure ainsi que ses caractéristiques physico-dimensionnelles.

Dans ce chapitre, nous rappelons la description des équations de base pour la modélisation des phénomènes électromagnétiques régis par les quatre équations de Maxwell. Puis nous présenterons un aperçu sur les méthodes numériques appliquées à la résolution des équations en électromagnétisme. En fin, nous exposerons un résumé de la méthode des éléments finis (FEM) et calcul de l'impédance.

II.2.Analyse des phénomènes électromagnétiques :

II.2.1.Historique :

Tout au début, les phénomènes électriques et magnétiques ont été étudiés séparément.

Les interactions entre ces deux phénomènes ont été mises en évidence pour la première fois par : Ampère (1775 / 1836), qui a prouvé que la source du magnétisme est le courant électrique, Gauss (1777 / 1855), qui a démontré que la source du champ électrique est la charge électrique statique, et Faraday (1791 / 1867) qui relie la création de l'un des champs électrique et magnétique par l'autre et vis versa. Le couplage des deux phénomènes « électromagnétisme », on le doit à James Clerk Maxwell (1831 / 1879). Exploité les découvertes des précédents, pour donner une formulation la plus complète de l'électromagnétisme liant les grandeurs électriques [16].

II.2.2. Equations de Maxwell :

L'ensemble des phénomènes électromagnétiques est géré par les équations de Maxwell. Celles-ci constituent un système d'équations aux dérivées partielles qui lient les phénomènes magnétiques aux phénomènes électriques. Ces équations sont les suivantes [17] :

$$\operatorname{div}(\mathbf{D}) = \rho \quad \text{Loi de Maxwell-Gauss} \quad (\text{II.1.1})$$

$$\operatorname{div}(\mathbf{B}) = 0 \quad \text{Loi de conservation de flux} \quad (\text{II.1.2})$$

$$\operatorname{rot}(\mathbf{E}) = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad \text{Loi de Maxwell Faraday} \quad (\text{II.1.3})$$

$$\operatorname{rot}(\mathbf{H}) = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad \text{Loi de Maxwell Ampère} \quad (\text{II.1.4})$$

Où :

\mathbf{E} : Champ électrique [V/m]

\mathbf{H} : Champ magnétique [A/m]

\mathbf{D} : Induction électrique [C/m²]

\mathbf{B} : Induction magnétique [T]

\mathbf{J} : Densité de courant [A/m²]

ρ : Densité volumique de charge [C/m³]

$\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$: La densité de courant de déplacement.

II.2.3. Lois constitutives :

Les inductions magnétiques et électriques sont liées respectivement magnétique et électrique par les relations constitutives (lois de comportement) suivantes :

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} + \mathbf{B}_r \quad (\text{II.1.5})$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \quad (\text{II.1.6})$$

Dans un milieu conducteur, nous avons aussi la loi d'ohm :

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (\text{II.1.7})$$

Où :

μ : La perméabilité magnétique [H/m]

ε : La permittivité électrique [F/m]

σ : La conductivité électrique [S/m]

B_r : l'induction magnétique rémanente [T]

La résolution des équations précédentes s'avère difficile. Dans le souci d'alléger le nombre d'équations et les inconnues, il est nécessaire d'ajouter trois types de conditions : les conditions aux limites, les conditions de continuité ainsi que les jauges [18].

II.3.4. Conditions aux limites :

Les conditions aux limites (spatiales) s'énoncent de façon générale pour un domaine Ω de frontière Γ avec \mathbf{n} un vecteur normal (unitaire) à Γ pour la variable \mathbf{u} .

- ✓ Condition de Dirichlet homogène $\mathbf{u} \cdot \vec{n} = 0$
- ✓ Condition de Neumann homogène $\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{n}} = 0$

II.2.5. Conditions de continuité:

Lors du passage d'un milieu 1 à un milieu 2, les grandeurs de champs subissent des discontinuités aux interfaces et, ne sont pas différentiables

Les relations entre les grandeurs électromagnétiques à l'interface, dites relations de transmission, s'écrivent alors :

- ✓ La discontinuité de la composante normale de D, cette discontinuité est égale à charges superficielle ρ_s .

$$\bullet (D_2 - D_1) \wedge n = \rho_{\text{sur}} \quad (\text{II.1.8})$$

- ✓ La continuité de la composante normale de B.

$$\bullet (B_2 - B_1) \wedge n = 0 \quad (\text{II.1.9})$$

- ✓ La discontinuité de la composante tangentielle de H, cette discontinuité est égale aux courants superficiels j_{sp} .

$$\bullet (H_2 - H_1) \wedge n = J_{\text{sur}} \quad (\text{II.1.10})$$

- ✓ La continuité de la composante tangentielle de E.

$$\bullet (E_2 - E_1) \wedge n = 0 \quad (\text{II.1.11})$$

Où :

ρ_{sur} : densité surfacique de charge

J_{sur} : densité surfacique de courant

n : vecteur normal à la surface de séparation des deux milieux 1 et 2 et dirigé vers l'extérieur du milieu 1.

II.2.6.Hypothèses simplificatrices :

- ✓ Matériaux magnétiques sans induction rémanente: $B_r = 0$
- ✓ $\frac{\partial}{\partial t} = j \omega$, car l'excitation est une tension périodique sinusoïdale d'amplitude constante.
- ✓ $\frac{\partial D}{\partial t}$ Peut être négligé, (Approximation des Régimes Quasi Stationnaires ARQS).
- ✓ La densité volumique de charge est considérée nulle ($\rho = 0$)
- ✓ la quantité σE peut être décomposée en une partie imposée J_s (densité de courant source) et une partie due au champ électrique induit, pour laquelle on gardera la notation σE qui exprimera uniquement la densité des courants de Foucault : $J = J_s + \sigma E$ (II.1.12)
- ✓ Généralement, le courant n'existe qu'en volume ($J_{\text{sur}} = 0$), c'est-à-dire que la conductivité est finie et que la fréquence d'excitation n'excède pas quelques MHz (basses fréquences). Par conséquent, la continuité de la composante tangentielle du champ magnétique aux interfaces où la perméabilité subit une discontinuité est assurée. $(H_2 - H_1) \times n = 0$ (II.1.13)

Après ces hypothèses, les équations précédentes deviennent :

$$\text{div}(\mathbf{B}) = 0 \quad (\text{II.1.14})$$

$$\text{rot}(\mathbf{E}) = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{II.1.15})$$

$$\text{rot}(\mathbf{H}) = \mathbf{J}_s + \sigma \mathbf{E} \quad (\text{II.1.16})$$

Avec les relations constitutives qui deviennent :

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_s + \sigma \mathbf{E} \quad (\text{II.1.17})$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (\text{II.1.18})$$

II.2.7. Potentiels et conditions de jauge:

A partir de l'équation (II.1.14) l'induction magnétique s'écrit comme le rotationnel d'un vecteur appelée potentiel vecteur magnétique A qui s'exprime par :

$$B = \text{rot}A \quad (\text{II.1.19})$$

En remplaçant le potentiel vecteur dans la loi de Maxwell Faraday, On obtient:

$$\text{rot} E = -\text{rot} \frac{\partial A}{\partial t} \iff \text{rot} \left(E + \frac{\partial A}{\partial t} \right) = 0 \implies E + \frac{\partial A}{\partial t} = -\text{grad}V \quad (\text{II.1.20})$$

Remplaçant l'équation (II.1.20) dans la loi d'ohm:

$$J = -\sigma \left(\text{grad}V + \frac{\partial A}{\partial t} \right) \quad (\text{II.1.21})$$

Avec:

$$J = J_i + J_s \quad (\text{II.1.22})$$

Où:

$$\text{La densité de courante source } J_s : J_s = -\sigma \cdot \text{grad} V \quad (\text{II.1.23})$$

$$\text{La densité de courants induits } J_i : J_i = -\sigma \frac{\partial A}{\partial t} \quad (\text{II.1.24})$$

On peut écrire l'équation aux dérivées partielles à partir de La combinaison des équations (II.1.5), (II.1.16), (II.1.19) et (II.1.21), (II.1.22), (II.1.23), (II.1.24) :

$$\text{rot} \frac{1}{\mu} (\text{rot}A) = J_s - \sigma \frac{\partial A}{\partial t} \quad (\text{II.1.25})$$

En utilisant d'identité vectorielle:

$$\text{rot} (\text{rot}A) = -\text{div}(\text{grad} A) + \text{grad} (\text{div}A) \quad (\text{II.1.26})$$

Pour voir une solution unique de l'équation (II.1.25) il faut posée une condition supplémentaire (appelé condition de jauge) :

$$\text{div}(A)=0 \quad (\text{II.1.27})$$

C'est la jauge de Coulomb, qui est la plus utilisée.

L'équation (II.1.26) devient :

$$\text{rot}(\text{rot}A) = -\text{div}(\text{grad} A) \quad (\text{II.1.28})$$

A partir de cette condition, L'équation aux dérivées partielles devient:

$$-\text{div}(\text{grad} A) + \mu \sigma \frac{\partial}{\partial t}(A) = \mu J \quad \text{OU} \quad \nabla^2 A = \mu \sigma \frac{\partial}{\partial t}(A) - \mu J \quad (\text{II.1.29})$$

L'équation (II.1.29) décrit globalement tous les phénomènes électromagnétiques. La solution exacte de cette équation peut être obtenue analytiquement seulement pour des géométries très simples.

Dans la plupart des situations réalistes du contrôle non destructif, la solution de l'équation (II.1.29) très difficiles, a cause des géométries qui sont complexes et les conditions aux limites sont incommodes, pour cela on va utilisée des méthodes numériques comme les éléments finis ou les techniques sans maillages pour résoudre le problème.

II.3.Méthodes de résolution :

pour la résolution des équations aux dérivées partielles, décrites précédemment, Différentes méthodes peuvent être utilisées.

II.3.1.Méthodes analytiques :

Les méthodes analytiques sont utilisées pour la résolution des équations issues des modèles à une seule dimension. Pour les modèles bidimensionnels, la solution analytique soit très complexe et très coûteuse en ressources de calcul même si pour des géométries simples est alors de mettre en œuvre des méthodes numériques. des solutions exactes on peut trouver à partir de la méthode de séparation des variables. Dans des cas particuliers, ces méthodes sont des références de validation pour le reste des autres méthodes [6] [19].

II.3.2.Méthodes semi analytiques :

Ce sont des méthodes mixtes ou hybride, qui sont une arrangement de méthodes analytiques couplées à des méthodes numériques. Ces méthodes ne sont appliquées que pour résoudre certains types de problèmes. Cette approche

nous permet d'obtenir des expressions analytiques faciles à résoudre et de réduire le temps de simulation tout en ayant des résultats assez proches de la réalité.

- Méthode des circuits couplés
- Méthode de multi-transformateurs

II.3.3.Méthodes numériques :

Avec l'évolution de l'outil informatique, l'utilisation des méthodes numériques pour la résolution d'équations se généralise de plus en plus. Parmi ces méthodes numériques on pourra citer: la méthode des éléments de frontière, la méthode des différences finies, la méthode des volumes finis et la méthode des éléments finis.

II.3.3.1.Méthode des éléments de frontière :

Dans cette méthode, Les équations aux dérivées partielles sont remplacées par des équations intégrales. sur la frontière par le biais d'une certaine solution fondamentale de ces équations aux dérivées partielles, dite solution de Green (La méthode des éléments de frontière permet de ramener le maillage à la frontière du domaine, elle ne nécessite pas un maillage volumique ni des matériaux ni de l'espace) .

La difficulté de leur détermination limite l'application de cette méthode à des géométries canoniques. Cette méthode ne peut s'appliquer que si les courants de Foucault se développent sur une profondeur qui peut être considérée comme négligeable devant les autres dimensions (excitation à haute fréquence, profondeur de pénétration nulle) [13]. Cependant, cette méthode a l'inconvénient de conduire à un système algébrique à matrice pleine sans termes nuls. Ceci augmente le temps utilisateur, donc le coût de calcul [6].

II.3.3.2.Méthode des différences finies :

Cette méthode consiste à discrétiser le domaine étudié par un réseau de points à mailles rectangulaires et à remplacer les opérateurs différentiels par des opérateurs de différences entre les valeurs de l'inconnue en différents points voisins [18].

L'avantage de cette méthode est qu'elle a une grande simplicité d'écriture est relativement simple de mise en œuvre. Son principal inconvénient est l'incapacité de modéliser des géométries de forme complexe.

II.3.3.3. La méthode des volumes finis :

La méthode des volumes finis appelée aussi méthode des volumes de contrôles, est une méthode de discrétisation utilisée en particulier en mécanique des fluides. Elle consiste à discrétiser les équations aux dérivées partielles par intégration sur des volumes finis entourant les nœuds du maillage plutôt qu'aux nœuds eux-mêmes. En effet, dans le cas de cette méthode, le domaine d'intégration est subdivisé en volumes de contrôle, chacun entoure un nœud de maillage. Lors de l'assemblage des équations discrétisées, la matrice du système global est construite par arrête contrairement aux matrices globales issues d'une discrétisation par éléments finis, pour laquelle la construction se fait par élément [18].

II.3.3.4. Méthode des éléments finis :

La méthode des éléments finis appliqué à la majorité des problèmes pratiques, cette méthode l'une des méthodes les plus adaptées à la résolution numérique des équations aux dérivées partielles en un système d'équations algébriques.

Cette méthode présente des avantages tels que la robustesse ou la précision, L'inconvénient de cette méthode son coût en occupation mémoire et en temps d'exécution [18] [20].

II.3.3.5. Méthode sans maillage :

Cette méthode est plus proche de la méthode des éléments finis. Elle se base sur la résolution de la forme faible des équations aux dérivées partielles par une méthode de Galerkin comme en éléments finis mais par contre l'approximation du champ de la fonction inconnue qui est construite pour être introduite dans la forme faible ne nécessite pas de maillage. Seul un ensemble de nœuds est réparti dans le domaine et l'approximation du champ de l'inconnue en un point ne dépend que de la distance de ce point par rapport aux nœuds qui l'entourent et non de l'appartenance à un certain élément fini [20].

II.4. Approximation par la MEF :

La MEF est basée sur une idée simple : subdiviser (discrétiser) une forme complexe en un grand nombre de sous-domaines élémentaires de forme géométrique simple (éléments finis) interconnectés en des points appelés nœuds.

Nous considérons le comportement mécanique de chaque élément séparément, puis nous assemblons ces éléments de telle façon que l'équilibre des forces et la compatibilité des déplacements soient satisfaits en chaque nœud.

La MEF utilise des approximations simples des variables inconnues dans chaque élément pour transformer les équations aux dérivées partielles en équations algébriques.

Les nœuds et les éléments n'ont pas forcément de signification physique particulière, mais sont basés sur des considérations de précision de l'approximation.

II.4.1.Étapes de résolution par éléments finis :

- ✓ discrétisation du milieu continu en sous domaines ;
- ✓ construction de l'approximation nodale par sous domaine ;
- ✓ calcul des matrices élémentaires correspondant à la forme intégrale du problème ;
- ✓ assemblage des matrices élémentaires ;
- ✓ prise en compte des conditions aux limites ;
- ✓ résolution du système d'équations.

II.4.2.Formulation variationnel :

De façon générale, les problèmes de magnétodynamique formulés sur un domaine Ω de frontière Γ peuvent s'exprimer sous la forme suivante [18] [21]:

$$L(u) = g \text{ sur } \Omega \quad (\text{II.2.1})$$

$$B(u) = h \text{ sur } \Gamma \quad (\text{II.2.2})$$

Où:

L, B: opérateur différentiels (scalaires ou vectoriels)

u : l'ensemble des inconnues du problème (recherchée)

g, h : le terme source (des fonctions connues)

L'équation (II.2.1) constitue la "forme forte" de la formulation dont la résolution directe est souvent difficile, vu l'ordre des dérivations élevé et le caractère discontinu des variables considérées.

Pour résoudre numériquement ce problème, il faut l'écrire sous une forme intégrale: la "forme faible". On peut parvenir à cette forme par la méthode de Galerkin.

La solution de la forme faible est alors obtenue en résolvant le système suivant :

$$\begin{cases} u \in V \text{ tel que} \\ a(u, v) = F(v) \forall v \in W \end{cases} \quad (\text{II.2.3})$$

Où:

V et W : sont des espaces fonctionnels, généralement de Hilbert.

a : une forme bilinéaire définie sur $V \times W$.

F : une forme linéaire définie sur W .

u : la solution du problème.

v : la fonction test.

V : l'espace de solution

W : l'espace test.

L'existence et l'unicité de la solution de (II.2.3) sont discutées grâce au théorème de Lax-Milgram.

II.5.Calcul de l'impédance :

Le contrôle par les courants de Foucault est basé sur la variation d'impédance du capteur dans la présence d'un défaut.

La mesure d'impédance doit être faite pour un matériau sain et pour un matériau comportant des défauts.

L'impédance peut être représentée comme la somme d'une partie réelle (partie résistive, la résistance) plus une partie imaginaire (partie réactive, la réactance).

Il y a plusieurs manières de calculer cette variation d'impédance. Nous citons les deux méthodes les plus utilisées [18], [22].

II.5.1.Méthode directe :

L'impédance d'une seule spire de bobine (sonde) de rayon r portant un courant alternatif I_s est donnée par:

$$Z = \frac{V}{I_s} \quad (\text{II.2.4})$$

Où :

V : est la tension induite dans la bobine, exprimée en termes de l'intensité de champ électrique E comme:

$$V = - \int_c E \cdot dl \quad (\text{II.2.5})$$

A partir de l'équation (II.1.20), nous avons :

$$E = - \frac{\partial A}{\partial t} - \text{grad}V \quad (\text{II.2.6})$$

En régime harmonique:

$$\frac{\partial}{\partial t} = j\omega \quad (\text{II.2.7})$$

Nous avons :

$$E = -j\omega A - \text{grad}V \quad (\text{II.2.8})$$

De plus la tension induite est indépendante du potentiel scalaire ($\text{grad}V = 0$), en remplaçant (II.2.8) dans (II.2.5), nous aurons:

$$V = j\omega \int_c A \, dl \quad (\text{II.2.9})$$

A partir de l'équation (II.2.4) l'impédance de la bobine est donnée par:

$$Z = \frac{j\omega}{I_s} \int_c A \, dl \quad (\text{II.2.10})$$

Qui, pour une seule spire de bobine de rayon r est:

$$Z = j \frac{2 \pi \omega r A}{I_s} \quad (\text{II.2.11})$$

L'impédance de la bobine est toutefois calculée de façon approximative. A partir de l'équation (II.2.11) l'impédance pour chaque spire est donnée par :

$$Z = j \frac{2 \pi \omega r_{ci} A_{ci}}{I_s} \quad (\text{II.2.12})$$

Ou :

A_{ci} : La valeur du potentiel vecteur magnétique central.

r_{ci} : Valeur centrale approche des rayons de toutes les spires.

L'impédance totale de l'ensemble des spires est donnée par:

$$Z = j \frac{2 \pi \omega a_i r_{ci} A_{ci} N_t}{I_s} \quad (\text{II.2.13})$$

Avec :

N_t : La densité de spire tours/m² (=le nombre total de spire de la bobine N_s / la surface occupé).

a_i : la surface de l'élément.

II.5.2.Méthode de l'énergie :

La variation d'impédance peut être déterminée en calculant l'énergie magnétique W_m stockée dans tout l'espace d'étude et les pertes Joule P_J définies par les relations suivantes :

$$W_m = \frac{1}{2} \int_v \frac{1}{\mu} |B|^2 dv \quad (\text{II.2.14})$$

$$P_J = \frac{1}{2} \int_v \frac{1}{\sigma} |J|^2 dv \quad (\text{II.2.15})$$

Ou :

B : l'induction magnétique.

μ : perméabilité magnétique.

J : la densité de courants de Foucault.

σ : conductivité électrique.

Les expressions reliant la résistance aux pertes Joule, et la réactance à l'énergie magnétique sont données par les relations suivantes :

$$R = \frac{1}{I^2} P_J \quad (\text{II.2.16})$$

$$X = \frac{2\omega}{I^2} W_m \quad (\text{II.2.17})$$

Avec :

R : la résistance.

X : la réactance

I : le courant d'excitation parcourant la bobine.

ω : la pulsation.

L'impédance de la bobine est défini par:

$$Z = R + jX \quad (\text{II.2.18})$$

II.6.Conclusion :

Dans ce chapitre, on a présenté la description des équations de base pour la modélisation des phénomènes électromagnétiques. Puis on a présenté un aperçu sur les méthodes numériques appliquées à la résolution des équations en électromagnétisme. En fin, on a exposé un résumé de la méthode des éléments finis (FEM), et calcul de l'impédance.

III.1.Introduction:

Les limitations de l'approche numérique pour la simulation des procédés de mise en forme des matériaux sont encore actuellement nombreuses. Une difficulté inhérente aux approches éléments finis provient de la nécessité d'effectuer un remaillage régulier du domaine de la pièce. Ceci est consécutif aux importantes déformations subies par la matière. Un autre inconvénient du remaillage est la nécessité de projeter les différentes informations matérielles, qui étaient connues aux différents points d'intégration de l'ancien maillage, vers les points d'intégration du nouveau maillage. Pour surmonter cet obstacle, nous pouvons faire appel aux approches dites sans-maillage« meshless », alternatives à celles des éléments finis. [23]

Dans ce chapitre, nous donnons d'abord l'historique des méthodes sans maillage et nous présentons essentiellement les principes de la méthode de Galerkin sans maillage, la méthode des moindres carrés glissants et l'imposition des conditions aux limites.

III.2.Historique des méthodes sans maillage:

De nombreuses branches forment la famille des méthodes sans maillage. Elle est liée à la méthode *smoothed particle hydrodynamics* de Lucy (1977) qui simule des phénomènes astrophysiques comme des explosions d'étoiles par un ensemble de particules. Mais, le tronc commun aux différentes méthodes actuelles est la méthode des éléments diffus de Nayroles, Touzot et Villon (1992) qui utilise une fonction de base et un ensemble de nœuds possédant chacun un certain poids pour former une approximation du champ de déplacement puis surtout la méthode *element-free Galerkin* de Belytschko, Lu et Gu (1994) qui reconnaît dans l'approximation précédente l'approximation au sens des moindres carrés mobiles (MLSA pour *moving least squares approximation*) de Lancaster et Salkauskas (1981). Depuis, les méthodes sans maillage (*meshless methods* ou *meshfree methods*) se développent sous différentes formes et différents noms que nous citons pour référence : *reproducing kernel particle method* de Liu, Jun et Zhang (1995), *particle-in-cell method* de Sulsky, Zhou et Schreyer (1995), *hp-clouds method* de Duarte et Oden (1996b), *partition of unity finite element method* de Melenk et Babuška (1996), *finite point method* de Oñate et al. (1996), *free-mesh method* de Yagawa et Yamada (1996), *boundary node*

method de Mukherjee et Mukherjee (1997), *local boundary integral equation method* de Zhu, Zhang et Atluri (1998), *meshless local Petrov-Galerkin method* de Atluri et Zhu (1998), *node-by-node meshless method* de Nagashima (1999), *method of finite spheres* de De et Bathe (2000), *point-interpolation method* de Liu et Gu (2001), *finite cloud method* de Aluru et Li (2001), *meshless finite element method* de Idelsohn et al.(2003), *least-squares meshfree method* de Kwon et al.(2003).

Les appellations les plus courantes de nos jours sont celle de la méthode originale de l'école Belytschko (*element-free Galerkin method*) ou plus simplement *meshless method* qui désigne généralement au singulier cette méthode originale et au pluriel la famille des méthodes qui lui sont liées. La méthode que nous utilisons et que nous appelons la méthode sans maillage est la méthode Galerkin sans maillage (*element-free Galerkin*) originale de Belytschko. [20] [24]

III.3.les méthodes sans maillage :

Les méthodes sans maillage elle ne demande qu'un ensemble de nœuds et une description de la frontière pour construire une solution approchée Cette opposition entre la méthode sans maillage et la méthode des éléments finis est schématisée sur la Figure III.1. Dans la méthode sans maillage, on associe à chaque nœud une fonction poids, non-nulle sur un petit domaine appelé domaine d'influence. La valeur de la fonction approchée en un point dépend des nœuds dont le domaine d'influence comprend le point par approximation à partir des valeurs de la fonction aux nœuds par une technique appelée l'approximation au sens des moindres carrés mobiles (ou moving least squares approximation, approximation MLS) [20].

Nous présentons les méthodes suivantes:

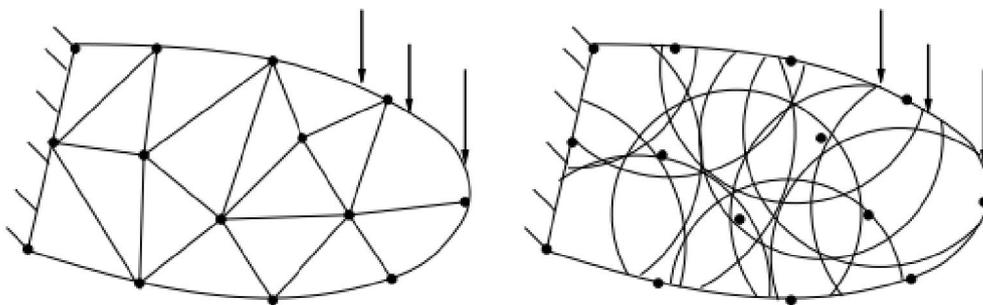


Figure III.1 – Méthode des éléments finis et méthode sans maillage [20].

III.3.1.Méthode de la particule Hydrodynamique lisse SPH :

La méthode de la particule Hydrodynamique lisse (*Smoothed Particle Hydrodynamics*) est la plus ancienne des méthodes sans maillage. Elle été introduite afin de s'affranchir de la résolution de différents modèles pour l'astrophysique. Elle est basée sur une approximation construite à partir d'une intégrale de convolution. [16] [25] [26]

$$u^h(x) = \int w(x-y, h) u(y) d\Omega_y \quad (III.1)$$

$w(x-y, h)$: la fonction de pondération de Kernel.

h : la taille du support.

Cette fonction est souvent appelée la fonction du lissage. Dans le calcul pratique, cette approximation devrait être discrétiser:

$$u^h(x) = \sum_i^N w(x-x_i) u_i \Delta V_i \quad (III.2)$$

ΔV_i : la mesure du domaine entourant le nœud i .

Encore, utiliser la forme familière d'approximation comme:

$$u^h(x) = \sum_{i=1}^N \phi_i(x) u_i \quad (III.3)$$

$$\phi_i(x) = w(x-x_i) \Delta V_i \quad (III.4)$$

$\phi_i(x)$: la fonction de forme de l'approximation SPH.

III.3.2.Méthode de reproduction des particules de Kernel (RKPM) :

Le RKPM a été introduit récemment par LIU, JUI, ZHANG et al. Pour l'approximation des particules de Kernel on peut écrire: [16] [27]

$$u^h(x) = \int_{\Omega_y} K(x, y) u(y) d\Omega_y \quad (III.5)$$

Afin de reproduire des polynômes exactement, la fonction de la correction $C(x, y)$, est introduite, et nous écrivons l'approximation comme

$$u^h(x) = \int_{\Omega_y} C(x, y) w(x-y) u(y) d\Omega_y \quad (III.6)$$

$C(x, y)$: est défini tel que l'approximation est l'ordre de n .

$$u(x) = P^T(x)a \quad (III.7)$$

$$P(x) u(x) = P(x) P^T(x)a \quad (III.8)$$

$$\int_{\Omega_y} P(y) w(x-y) u(y) d\Omega_y = \int_{\Omega_y} P(y) P^T(y) w(x-y) d\Omega_y a \quad (III.9)$$

C'est un système d'équation de qui a est résolu et substitué dans Lede l'approximation $u^h(x) = P^T(x).a$, il cède

$$u^h(x) = P^T(x) \left[\int_{\Omega_y} P(y) P^T(y) w(x-y) d\Omega_y \right]^{-1} \int_{\Omega_y} P(y) w(x-y) u(y) d\Omega_y \quad (III.10)$$

Avec la fonction corrigée

$$C(x, y) = P(x) [M(x)]^{-1} P(y) \quad (III.11)$$

Pour évaluer cette expression continue, l'intégration numérique doit être employée. La méthode de reproduction des particules de Kernel est:

$$\begin{aligned} u^h(x) &= \int_{\Omega_y} C(x, y) w(x-y) u(y) d\Omega_y = \sum_{i=1}^N C(x, x_i) w(x-x_i) u_i \Delta V_i \\ &= P^T(x) [M(x)]^{-1} \sum_{i=1}^N P(x_i) w(x-x_i) u_i \Delta V_i \end{aligned} \quad (III.12)$$

La matrice du moment $M(x)$ est aussi calculée par intégration numérique.

$$M(x) = \int_{\Omega_y} P(y) P^T(y) w(x-y) d\Omega_y = \sum_{i=1}^N P(x_i) P^T(x_i) w(x-x_i) \Delta V_i \quad (III.13)$$

$\Delta V_i=1$. Le RPKM est MLS sont même.

III.3.3.Méthodes DEM et EFGM:

Les méthodes EFGM « *element-free Galerkin method* » et DEM « *diffuse element method* » possèdent deux différences majeurs: EFGM incluse certains termes dans la dérivées des interpolant qui sont ignorés par la méthode des éléments diffus (DEM). EFGM utiliser un grand nombre de points de gauss arrangé dans une structure de cellules qui recouvre le domaine. EFGM utilise les multiplicateurs de Lagrange pour imposer les conditions aux limites essentielles. [25] [26]

III.4.Méthode de Galerkin sans Maillage:

La méthode de Galerkin sans Maillage « *element-free Galerkin method* » (EFGM) est une méthode pour résoudre des équations aux dérivées partielles avec l'approximation des moindres carrés glissants « *moving least squares* » (MLS). Cette méthode, basé comme la méthode des éléments finis sur une formulation intégrante, exige seulement un ensemble de nœuds distribué sur la région de l'analyse pour la construction de la fonction de forme, aucune connectivité de l'élément n'est exigée, [29].

III.4.1.Approximation classique au sens des moindres carrés :

Considérons une certaine fonction inconnue u de la variable x dont on connaît quelques valeurs u_i aux points d'échantillonnage x_i , appelés nœuds, en nombre N [20].

Nous cherchons l'équation d'une fonction approchée $u^h(x)$ en nous basant sur ces quelques valeurs. Dans un des cas les plus simples, nous cherchons une fonction approchée linéaire. L'approximation est :

$$u^h(x) = a_0 + a_1x \quad (\text{III.14})$$

Les paramètres a_0 et a_1 peuvent être déterminés en minimisant le carré de différence entre u_i et $u^h(x)$.

$$S = \sum_{i=1}^N [a_0 + a_1x_i - u_i]^2 \quad (\text{III.15})$$

et on obtient a_0 et a_1 en minimisant cette somme. Les deux équations $\partial S / \partial a_0 = 0$ et $\partial S / \partial a_1 = 0$ sont suffisantes pour trouver les deux inconnues a_0 et a_1 . Il est possible d'accorder un poids différent à chaque valeur en cherchant plutôt à minimiser

$$S = \sum_{i=1}^N w(x-x_i) [a_0 + a_1x_i - u_i]^2 \quad (\text{III.16})$$

Où $w(x-x_i)$: est la fonction de pondération.

Cette fonction doit être positive pour que la fonction d'approximation s'approche bel et bien des valeurs connues et non ne s'en éloigne.

Nous réécrivons ces expressions sous forme vectorielle pour faciliter l'extension à des fonctions non-linéaires et/ou à plusieurs variables. L'approximation est donnée par :

$$u^h(x) = P^T(x).a \quad (\text{III.17})$$

Et les deux coefficients

$$a = [a_0 \ a_1] \quad (\text{III.18})$$

Pour une base linéaire et quadratique en 1D.

$$P^T(x) = [1 \ x] \quad \text{base linéaire} \quad (\text{III.19})$$

$$P^T(x) = [1 \ x \ x^2] \quad \text{base quadratique} \quad (\text{III.20})$$

Pour 2D les bases linéaire et quadratique sont donnée par:

$$P^T(x) = [1 \quad x \quad y] \quad \text{base linéaire} \quad (\text{III.21})$$

$$P^T(x) = [1 \quad x \quad y \quad x^2 \quad y^2 \quad xy] \quad \text{base quadratique} \quad (\text{III.22})$$

La norme pondérée vaut

$$S = \sum_{i=1}^N w(x-x_i) [P^T(x_i)a - u_i]^2 \quad (\text{III.23})$$

III.4.2.Définition de l'approximation MLS :

La méthode de Galerkin sans maillage EFGM utilise la méthode des moindres carrés glissants pour approximation de la fonction inconnue $u(x)$ par $u^h(x)$. D'abord, nous cherchons à construire une approximation locale, au voisinage d'un certain point \bar{x} sous la forme:

$$u_L^h(x, \bar{x}) = \sum_{j=0}^m P_j(x) \cdot a_j(x) = P^T(x) \cdot a(\bar{x}) \quad (\text{III.24})$$

$P(x)$: polynôme complet de l'ordre m .

$$P^T(x) = [1 \quad x \quad x^2 \quad \dots x^m] \quad (\text{III.25})$$

Et $a(x)$ est donné par:

$$a^T(x) = [a_0(x) \quad a_1(x) \quad a_2(x) \quad \dots a_m(x)] \quad (\text{III.26})$$

Les paramètres inconnus $a_j(x)$ à tout point sont déterminés en minimisant la différence entre l'approximation locale à ce point et les paramètres nodaux u_i .

La norme de l'approximation autour de \bar{x} et les valeurs connues s'écrit comme pour l'approximation classique au sens des moindres carrés mais dépend naturellement de ce point \bar{x} :

$$S = \sum_{i=1}^N w(\bar{x} - x_i) [P^T(x_i) \cdot a(\bar{x}) - u_i]^2 \quad (\text{III.27})$$

Où n : est le nombre de nœuds au voisinage de \bar{x} où la fonction de pondération $w(\bar{x} - x_i) \neq 0$ et u_i sont des paramètres nodaux de u à $x = x_i$.

Ce voisinage de x est appelé le domaine d'influence de x .

La minimisation de S dans l'équation (III.27) par rapport à $a(x)$ a peut être obtenu par l'ensemble des équations linéaire suivantes :

$$A(x) \cdot a(x) = B(x) \cdot u \quad (\text{III.28})$$

Où :

$$A(x) = \sum_{i=1}^N w(x-x_i) P(x_i) P^T(x_i) \quad (\text{III.29})$$

$$B(x) = [w(x-x_1) P(x_1) \quad w(x-x_2) P(x_2) \quad \dots \quad w(x-x_n) P(x_n)] \quad (\text{III.30})$$

On détermine $a(x)$ à partir de l'équation (III.28) et en utilisant l'équation (III.24), nous aboutissons à la forme suivante pour l'approximation MLS :

$$U^h(x) = P^T(x) [A(x)]^{-1} B(x) u \quad (\text{III.31})$$

En utilisant la forme bien connue d'approximation

$$U^h(x) = \sum_{i=1}^N \phi_i(x) u_i = \phi^T(x) u \quad (\text{III.32})$$

ϕ_i : la fonction de forme associé au nœud i est donnée par:

$$\phi_i = P^T(x) [A(x)]^{-1} w(x-x_i) P(x) \quad (\text{III.33})$$

Nous pouvons écrire la fonction de forme de l'approximation MLS comme:

$$\phi^T(x) = P^T(x) [A(x)]^{-1} B(x) \quad (\text{III.34})$$

La matrice $A(x)$ est souvent appelée la matrice du moment, de dimensions $m \times m$, [27]. Cette matrice doit être inversée pour que la fonction de forme soit évaluée. Évidemment, ce fait est l'inconvénient majeur de la méthode EFG à cause du coût des calculs et la possibilité que cette matrice soit une matrice singulière.

Pour une base linéaire en une dimension, la matrice $A(x)$ devient :

$$A(x) = w(x-x_1) \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ x_1 & x_1^2 \end{bmatrix} + w(x-x_2) \begin{bmatrix} 1 & x_2 \\ x_2 & x_2^2 \end{bmatrix} + \dots + w(x-x_n) \begin{bmatrix} 1 & x_n \\ x_n & x_n^2 \end{bmatrix} \quad (\text{III.35})$$

La matrice $A(x)$ pour la base linéaire en 2D est donnée par:

$$A(x) = w(x-x_1) \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ x_1 & x_1^2 & x_1 y_1 \\ y_1 & x_1 y_1 & y_1^2 \end{bmatrix} + w(x-x_2) \begin{bmatrix} 1 & x_2 & y_2 \\ x_2 & x_2^2 & x_2 y_2 \\ y_2 & x_2 y_2 & y_2^2 \end{bmatrix} + \dots + w(x-x_n) \begin{bmatrix} 1 & x_n & y_n \\ x_n & x_n^2 & x_n y_n \\ y_n & x_n y_n & y_n^2 \end{bmatrix} \quad (\text{III.36})$$

Si $n = 1$ c.-à-d., le point x est couvert par un seul support nodal alors que la base est linéaire ($m = 2$), d'où la matrice est singulière et ne peut pas être inversée.

Pour que la matrice $A(x)$ soit inversible, il faut que les nœuds soient en nombre suffisant :

$n > m$ où m est la taille du vecteur des fonctions de base P .

III.4.3. Propriétés des fonctions de forme de l'approximation MLS :

- **Absence de maillage**

La première propriété des fonctions de forme MLS à noter est qu'elles ne dépendent effectivement d'aucun maillage. Seuls un vecteur de fonctions de base $P(x)$ et un ensemble de nœuds à chacun desquels correspond une fonction de pondération $w(x - x_i)$ sont nécessaires. En un point donné, les fonctions de forme sont toutes construites simultanément. Les trois étapes de cette construction sont, [20]:

- ✓ la construction de la matrice $A(x)$ par la formule (III.29) en ajoutant la contribution de chaque nœud au point considéré.
- ✓ l'inversion de la matrice $A(x)$.
- ✓ le calcul de chaque fonction de forme par les formules (III.33) et (III.35).

- **Localité**

La fonction de forme $\phi_i(x)$ est nulle en-dehors du support de la fonction de pondération.

- **Condition d'existence**

La fonction de forme $\phi_i(x)$ est bien définie sur le domaine de l'approximation si et seulement si $A(x)$ est inversible en tout point x du domaine.

- **Absence d'interpolation**

À la différence des fonctions de forme de la méthode des éléments finis, les fonctions de forme MLS sont différentes de 1 au nœud auquel elles sont associées et ne sont pas nécessairement nulles aux autres nœuds :

$$\phi_i(x_j) \neq \delta_{ij} \quad (\text{III.37})$$

C'est pour cette raison que l'approximation MLS est effectivement une approximation et non une interpolation :

$$u^h(x_i) \neq u_i \quad (\text{III.38})$$

- **Consistance**

Les fonctions de forme MLS peuvent reproduire exactement toute fonction appartenant au noyau de $P(x)$. En effet, une fonction du noyau de $P(x)$ a la forme:

$$u(x) = P^T(x) \cdot \alpha \quad (\text{III.39})$$

Si nous prenons comme coefficients $a(x) = \alpha$ la norme S est nulle. Sachant que S est par définition positive ou nulle, notre choix de coefficients est bien celui qui minimise S et l'approximation est donnée par:

$$u^h(x) = P^T(x) \cdot \alpha = u(x) \quad (\text{III.40})$$

III.4.4.Choix des fonctions de base :

Si en théorie, n'importe quelle fonction peut être présente dans le vecteur des fonctions de base, en pratique, dans la quasi-unanimité des travaux présents dans la littérature, le choix est limité à l'ensemble des monômes jusqu'à un certain ordre. Ce tableau reprend les bases constantes, linéaires et quadratiques à une, deux et trois dimensions [20]

	1D	2D	3D
Constant	[1]	[1]	[1]
Linéaire	[1, x]	[1, x, y]	[1, x, y, z]
quadratique	[1, x, x ²]	[1, x, y, x ² , y ² , xy]	[1, x, y, z, x ² , y ² , z ² , xy, xz, yz]

Tableau III.1– présentation des fonctions de base de l'approximation MLS.

Puisque toutes ces fonctions de base appartiennent à $C^\infty(\Omega)$, les fonctions de forme MLS ont le même degré de continuité que les fonctions de pondération. Comme la fonction constante est toujours présente dans l'ensemble des fonctions de base, la propriété de consistance implique que :

$$\sum_{i=1}^n \phi_i(x) = 1 \quad (\text{III.41})$$

Notons que cette propriété est partagée par les fonctions de forme de la méthode des éléments finis classique. Voyant dans cette propriété un partage par les fonctions de forme de la fonction constante unitaire, Melenk et Babuška (1996) ont baptisé celle-ci *partition de l'unité*. Le cas particulier de l'approximation MLS avec une base

constante est l'approximation de Shepard (1968), qui est en fait bien antérieure à l'approximation MLS, [20]. Elle donne une expression des fonctions de forme plus simple car la matrice $A(x)$ est réduite à la taille 1×1 :

$$\phi_i^{\text{shepard}}(x) = \frac{w_i(x - x_i)}{\sum_i^n w_i(x - x_i)} \quad (\text{III.42})$$

Dans la suite, nous utilisons une base linéaire sauf mention contraire. Les raisons de ce choix, qui est le choix habituel dans la littérature, sont doubles :

- ✓ une base constante est plus économe en temps de calcul mais l'approximation n'est alors pas capable de représenter exactement un champ linéaire, ce qui est requis pour le champ de déplacement dans une méthode de Galerkin.
- ✓ une base quadratique demande que chaque point du domaine soit couvert par un nombre plus important de supports et une matrice $A(x)$ à inverser en chaque point de taille plus importante que pour une base linéaire et ce surcoût de temps de calcul conduit à un rapport coût/performance qui se révèle plus important à l'usage.

III.4.5. Choix des fonctions de pondération :

Le choix habituel pour les fonctions de pondération $w(x)$ est une fonction qui décroît avec la distance avec le nœud auquel elle est associée et qui possède la forme d'une cloche.

À une dimension, si s est la distance normalisée entre un nœud i et un point x quelconque :

$$s = \left| \frac{(x_i - x)}{d_i} \right| \quad (\text{III.43})$$

Ou :

d_i : la dimension du domaine d'influence du nœud i , quelques choix courants pour $w_i(x)$ sont:

Une spline d'ordre 3

$$w(s) = \begin{cases} \frac{2}{3} - 4s^2 + 4s^3 & s \leq \frac{1}{2} \\ \frac{4}{3} - 4s + 4s^2 - \frac{4}{3}s^3 & \frac{1}{2} < s \leq 1 \\ 0 & s > 1 \end{cases} \quad (\text{III.44})$$

Une spline d'ordre 4

$$w(s) = \begin{cases} 1 - 6s^2 + 8s^3 - 3s^4 & s \leq 1 \\ 0 & s > 1 \end{cases} \quad (\text{III.45})$$

Dans deux dimensions, plus souvent, le domaine d'influence est représenté par les supports circulaires ou rectangulaires.

Pour un domaine circulaire on a :

$$w(x - x_i) = w\left(\frac{\|x - x_i\|}{d_i}\right) \quad (\text{III.46})$$

Pour un domaine rectangulaire on a :

$$w(x - x_i) = w\left(\frac{|x - x_i|}{d_i^x}\right) w\left(\frac{|y - y_i|}{d_i^y}\right) \quad (\text{III.47})$$

III.4.6. Domaine d'influence :

La dimension du domaine d'influence au noeud, d_i est calculé par:

$$d_i = d_{\max} \cdot C_i \quad (\text{III.48})$$

Où :

d_{\max} : un facteur de l'écaillage qui est choisi de sorte que la matrice $A(x)$ soit non singulière.

C_i : la différence entre x_i du noeud et son voisin le plus proche quand la distribution des nœuds est constante ou est régulière.

III.4.7. Imposition des conditions aux limites essentielles :

Dans les méthodes sans maillage, les fonctions de forme utilisées sont celles de l'approximation MLS. Comme nous l'avons vu, celles-ci ne valent pas 1 au nœud auquel elles sont associées. Pour cette raison, il n'est pas possible de fixer directement

les valeurs des inconnues aux nœuds qui se trouvent sur la frontière Γ_v . Dans la méthode des éléments diffus initiale, Nayroles, Touzot et Villon (1992) prennent le parti de malgré tout fixer directement de cette manière les conditions aux limites essentielles en violation des hypothèses du principe variationnel. [20].

III.4.7.1.Principe variationnel modifié avec des multiplicateurs de Lagrange supplémentaires :

Cette méthode, proposée par Belytschko, Lu et Gu (1994), se base sur la forme faible suivante, où des multiplicateurs de Lagrange sont utilisés pour imposer les conditions aux limites sur le déplacement. Le sens physique des multiplicateurs de Lagrange est la réaction à la fixation.

Déterminer les déplacements $u \in H^1(\Omega)$, les déformations $\varepsilon \in H^0(\Omega)$, les contraintes $\sigma \in H^0(\Omega)$ et les multiplicateurs de Lagrange $\lambda \in H^0(\Omega)$ et qui sont tels que le principe variationnel suivant est vérifié pour tout $\delta u \in H^1(\Omega)$ et $\delta \lambda \in H^0(\Omega)$.

$$\int_{\Omega} \nabla_s \cdot \delta u^T : \sigma \cdot d\Omega - \int_{\Omega} \delta u \cdot \bar{b} d\Omega - \int_{\Gamma_t} \delta u \cdot \bar{t} d\Gamma - \int_{\Gamma_u} \delta \lambda \cdot (u - \bar{u}) d\Gamma - \int_{\Gamma_u} \delta u \cdot \lambda d\Gamma = 0 \quad (\text{III.49})$$

Cette forme faible est discrétisée en utilisant une approximation MLS pour u et δu comme ci-dessus et une interpolation pour le champ de multiplicateur de Lagrange (défini seulement sur Γ_u)

$$\lambda = \sum_{\Omega} \psi_k(s) \lambda_k \quad (\text{III.50})$$

$$\delta \lambda = \sum_{\Omega} \psi_k(s) \delta \lambda_k \quad (\text{III.51})$$

Où:

ψ_k sont des fonctions de forme d'interpolation dont la variable est la coordonnée curviligne s le long de Γ_u . En substituant les approximations dans le principe variationnel, nous aboutissons à un système linéaire qui permet de déterminer les inconnus q_i et λ_k :

$$\begin{bmatrix} K & G \\ G^T & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ \lambda \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} g \\ h \end{Bmatrix} \quad (\text{III.52})$$

Avec

$$K_{ij} = \int_{\Omega} B_i^T [D] B_j d\Omega \quad (\text{III.53})$$

$$g_i = \int_{\Omega} \phi_i \bar{b} \, d\Omega + \int_{\Gamma_t} \phi_i \bar{t} \, d\Gamma \quad (\text{III.54})$$

$$G_{ij} = - \int_{\Gamma_u} \phi_i \psi_k S \, d\Gamma \quad (\text{III.55})$$

$$h_k = - \int_{\Gamma_u} \psi_k S \bar{u} \, d\Gamma \quad (\text{III.56})$$

Où

S : est une matrice diagonale dont l'élément S_{ii} vaut 1 si le déplacement est imposé selon x_i et 0.

Remarquons que le système linéaire complet à résoudre est symétrique mais non défini positif.

III.5. Avantages des méthodes sans maillage :[24]

- (*) La possibilité de traiter plus facilement les problèmes en grandes transformations que dans la méthode des éléments finis.
- (*) La qualité de la solution est beaucoup moins sensible à la position relative des nœuds
- (*) La non-nécessité de construire un maillage pour la construction de l'approximation permet de traiter des domaines de géométries complexes, en 2D et en 3D, en utilisant seulement le nuage de nœuds
- (*) La possibilité d'insérer, ou de retirer des nœuds très facilement, la position relative des nœuds entre eux étant très peu influente sur la qualité de la solution. Est particulièrement attrayant pour définir des stratégies de raffinement adaptatif, pour les problèmes présentant de la localisation.
- (*) Les fonctions de forme meshless sont généralement très isotropes, et réduisent considérablement le problème de la dépendance entre la direction des bandes de cisaillement ou des fissures et la direction du maillage.
- (*) Le support relativement large des fonctions de forme de type moindres carrées mobiles permet de remédier à un certain degré aux problèmes de blocages rencontrés dans les problèmes d'incompressibilité.

III.6. Inconvénients des méthodes sans maillage :[24]

(*) Le principal défaut de la méthode sans maillage est la difficulté liée à l'imposition des conditions aux limites. En effet, pour pouvoir imposer les conditions aux limites de type Dirichlet de manière directe, il est nécessaire de vérifier les deux conditions :

- a) Il faut que l'approximation construite passe par les valeurs nodales.
- b) Il faut que l'influence des nœuds intérieurs s'annule sur le bord du domaine.

Ce qui n'est pas vérifié pour la plus part des fonctions d'approximation des méthodes sans maillage.

Chenet al ont proposé une technique permettant de rendre les fonctions de forme RKPM interpolantes. Bien qu'efficaces, ces techniques entraînent des coûts supplémentaires et rendent difficiles les approches de type Lagrangien actualisé.

(*) La deuxième difficulté est liée à l'intégration numérique. Dans la majorité des cas, les fonctions de forme meshless ne sont pas polynomiales mais rationnelles, ce qui rend les schémas d'intégration de type Gauss non optimaux.

(*) Un autre inconvénient de ces techniques est lié au support des fonctions de forme. Dans la plupart de ces approches, le support, ou domaine d'influence d'un nœud est défini par une sphère ou un parallélépipède centré sur le nœud. Ce support doit couvrir un nombre suffisant de particules pour que la méthode soit stable et donc être suffisamment large. Au contraire, un support trop large entraîne des coûts de calcul plus importants et une qualité fortement dégradée. Ce problème limite l'application de ces méthodes dans les problèmes de raffinement adaptatif, pour lesquels la densité nodale est fortement hétérogène en différentes régions du domaine.

(*) Dans la plupart des méthodes sans maillage, des difficultés apparaissent pour des géométries non convexes, comme par exemple la présence d'un bord concave, d'une cavité ou d'une fissure. Le problème essentiel lors de la présence de bords non-convexes est lié une fois encore à la définition du support des fonctions de forme.

III.7.Conclusion :

Dans ce chapitre, nous présentons les méthodes sans maillage : la Méthode de la particule Hydrodynamique lisse SPH, la Méthode de reproduction des particules de Kernel (RKPM), la Méthode DEM et EFGM. Après nous avons parlé des principes de la méthode de Galerkin sans maillage, en expliquant la méthode des moindres carrés glissants (MLS) qui est le point d'appui de l'EFGM.

Dans ce qui suit, nous allons appliquer cette méthode pour exécuter une modélisation d'un problème CND par CF

IV.1.Introduction :

La simulation numérique est devenue une partie essentielle de la science. Son but est simplement une traduction des lois physiques très mondiales dans leur forme virtuelle.

L'objectif de la simulation effectuée lors de cette étude est de fournir des solutions effectives pour les problèmes CND-CF et d'évaluer le modèle de calcul d'impédance Z en terme de potentiel vecteur magnétique A (voire chapitre II), du capteur en fonction des paramètres caractéristiques d'un défaut surfacique ou interne de section rectangulaire, basé sur la résolution des équations de Maxwell.

Notre simulation a été élaborée à travers une application sous Fortran et comparée avec le code FEMM ainsi que avec des résultats expérimentaux, basé sur la méthode sans maillage.

Simulations du système

IV.2.Description du dispositif d'étude :

Il s'agit d'une bobine à air qui se déplace au-dessus d'une plaque électriquement conductrice (aluminium) comportant une fissure orientée selon l'axe Ox .

Les différents paramètres sont :

✓ **Le capteur**

- Nombre de spires : **170**
- Rayon intérieur : **3.65 mm**
- Rayon extérieur : **4.5 mm**
- Hauteur : **9.8 mm**
- Conductivité électrique : **$5.81 \cdot 10^7$ [S/m]**
- Perméabilité magnétique : **$4\pi \cdot 10^{-7}$ [H/m]**

✓ **Spécimen (pièce testée)**

- Longueur : **110mm**
- Largeur : **60mm**
- Epaisseur : **2mm**
- Conductivité électrique : **$3.5 \cdot 10^7$ [S/m]**
- Perméabilité magnétique : **$4\pi \cdot 10^{-7}$ [H/m]**

✓ La ferrite

- Rayon : **3,65 mm**
- Hauteur : **10 mm**
- Conductivité électrique nulle
- Perméabilité relative : **$5 \cdot 10^3$**

✓ L'air

- Conductivité électrique : **0 [S/m]**
- Perméabilité magnétique : **$4\pi 10^{-7} \text{ [H/m]}$**

Le choix de ferrite comme noyau dépanade de ces caractéristiques :

- perméabilité élevé
- matériaux doux
- amplificateur
- résistance a la chaleur

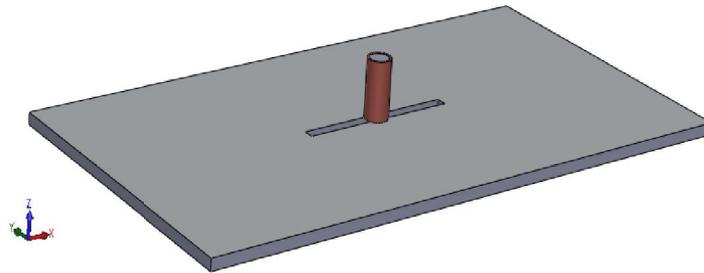


Figure IV.1 –La sonde et la pièce à contrôlée

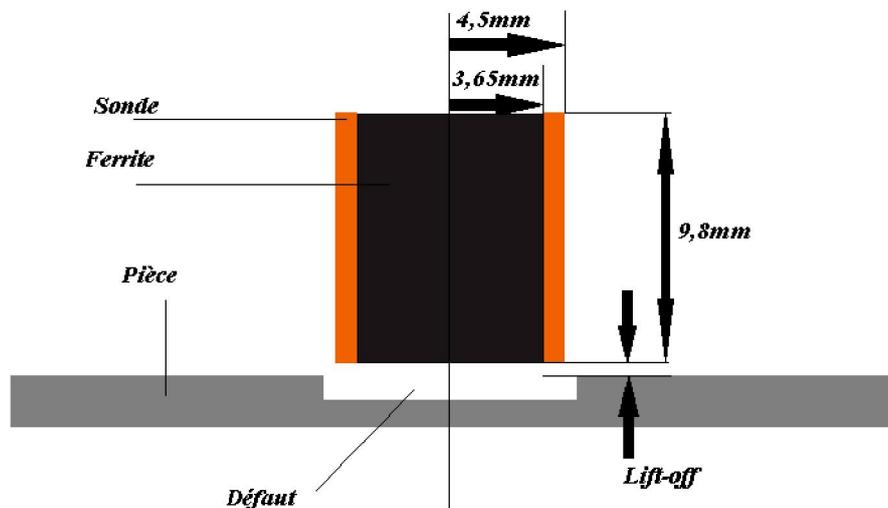
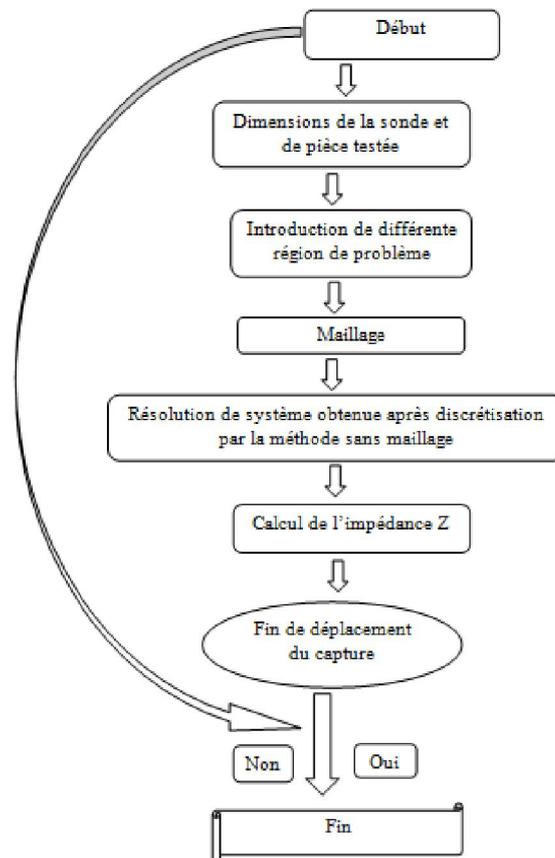


Figure IV.2– Dimensions géométriques du système

IV.3.Organigramme de calcul :

L'organigramme de la simulation est donné comme suit :



IV.4.Application :

Des résultats numériques obtenus par les calculs adéquats à la configuration choisie, permettent à partir de la valeur de potentiel A d'avoir la valeur approximative de l'impédance Z.

Le tableau suivant représente les variations de l'impédance Z en fonction de déplacement du capteur (sonde) pour une fréquence de 20 kHz.

Tableaux IV.1– Variation de l'impédance en fonction de la position du capteur.

X (mm)	14	27,5	41	55	69	82,5	96
Z (Ω)	30,204	32,187	30,581	30,897	30,542	33,012	31,321

Le résultat de tableaux est logique et similaire aux celles présentées dans la littérature pour des problèmes de CND par CF.

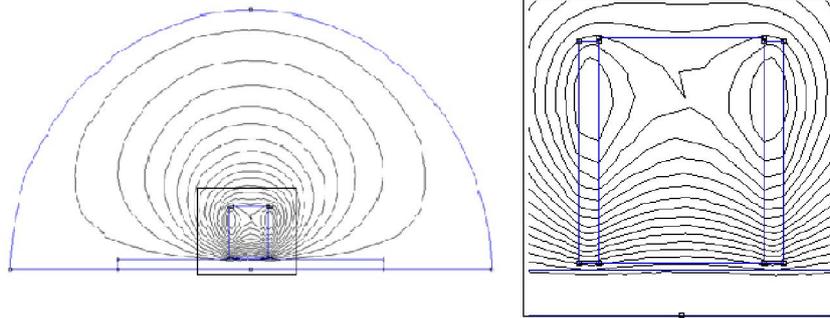


Figure IV.5 – Les lignes du potentiel vecteur magnétique sans défaut

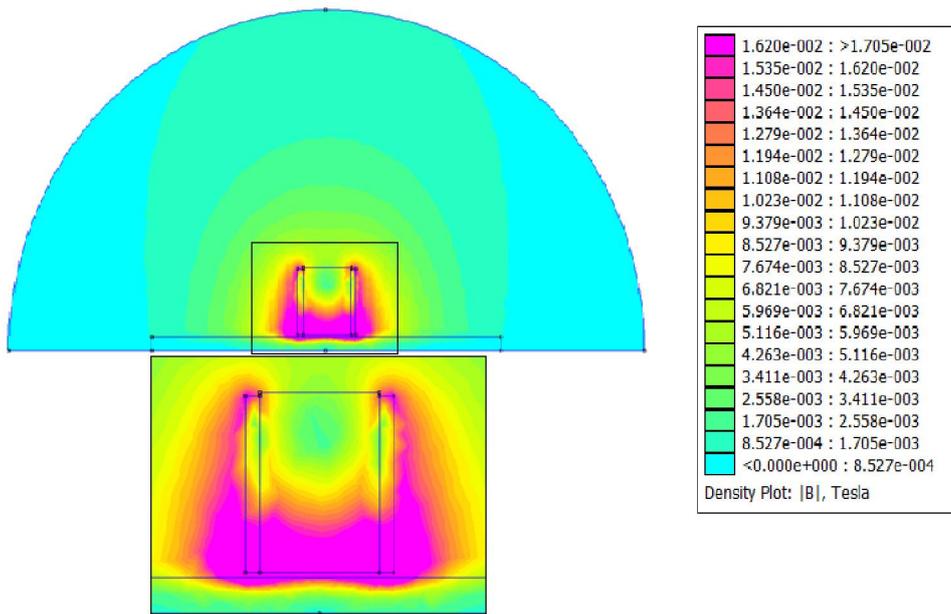


Figure IV.6 – densité de flux sans défaut

IV.5.3.1. Plaque avec défaut :

Z= 32.80

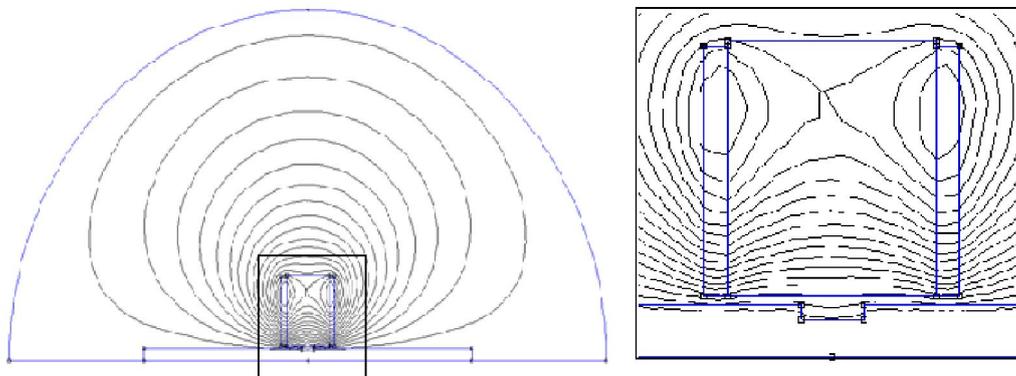


Figure IV.7 – Les lignes du potentiel vecteur magnétique défaut

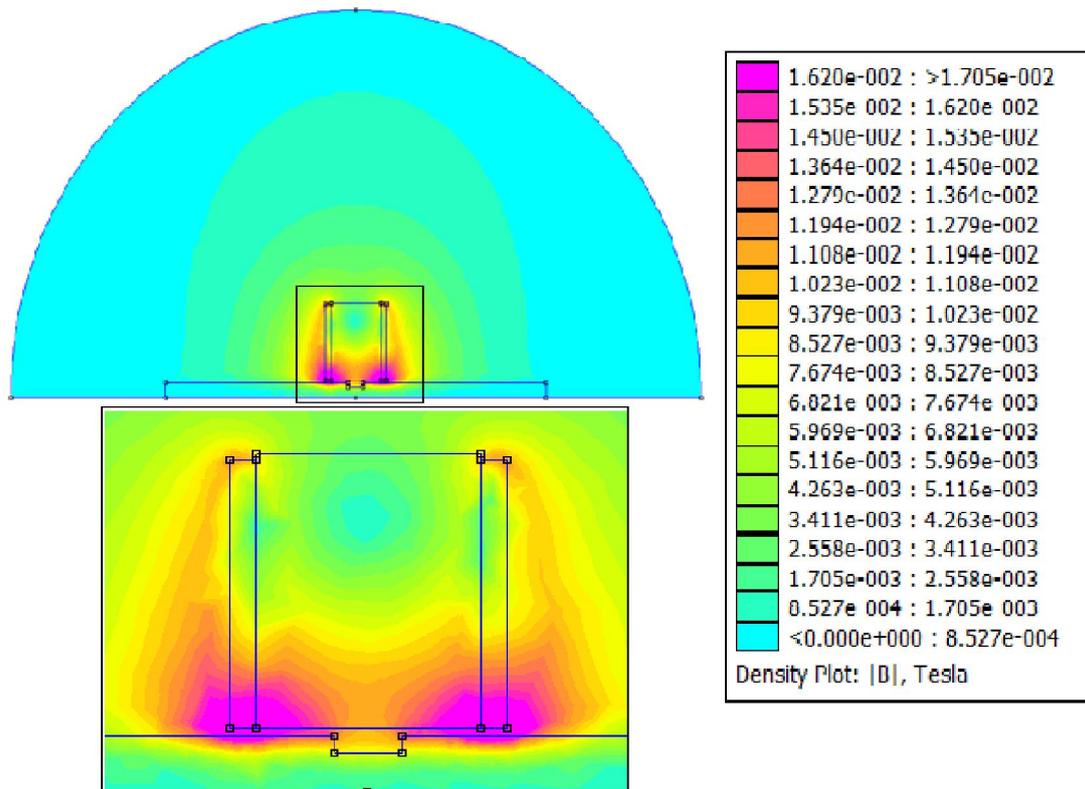


Figure IV.8 – densité de flux avec défaut

En remarque que la présence d'un défaut influencé sur la distribution de la densité de flux. La valeur de l'impédance augmente lorsqu'il y a un défaut.

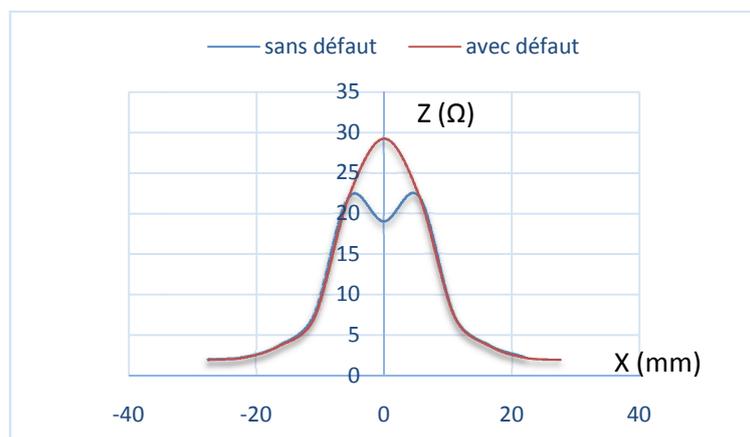


Figure IV.9 – Allure de l'impédance

La Figure IV.9 présente la différence de l'allure de l'impédance entre une pièce saine (pièce de référence) et une pièce avec défaut. Dans la pièce avec défaut, l'impédance évolue jusqu'à un pic à cause de la présence d'un défaut.

IV.6.Application avec déplacement du capteur :

Dans cette application on a fait un scan (ponctuel) par variation de la position de capteur dans les points suivant (14 mm, 27.5 mm, 41mm, 55mm, 69mm, 82.5mm, 96mm) sur une pièce à deux défauts différents, le premier avec une profondeur de 0,1mm (13,5mm) et le deuxième 0,3mm (82,5mm), la largeur de défaut est égale à 2,2mm (figure IV.10).

Le capteur est alimenté par une fréquence de 20 kHz, la grandeur de lift-off est 0,1mm. Le calcul d'impédance s'effectue en chaque point de déplacement (ponctuel), le Tableaux (IV.1) montre la variation de l'impédance du capteur en fonction de la position.

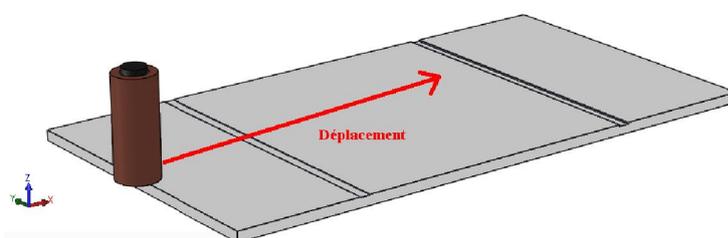


Figure IV.10 – la sonde et la pièce avec les défauts.

Tableaux IV.2– la variation de l'impédance du capteur en fonction de la position.

X(mm)	14	27.5	41	55	69	82.5	96
Z(Ω)	30,858	32,463	31,356	31,409	31,567	33,95	31,618

La comparaison de l'empreinte du premier défaut (0,1mm de profondeur) avec celle du deuxième défaut (0,3mm de profondeur), montre que l'impédance d'un défaut profond est plus importante que celle du défaut proche de la surface, ce ci dû au fait que le défaut profond constitue un écran à la pénétration des lignes de champ, le champ se concentre dans une surface proche du capteur, ce qui fait augmenter l'impédance vue par celui-ci.

Dans le but de valider les résultats obtenus, des essais expérimentaux ont été effectués dans la partie suivante au niveau de centre de recherche de contrôle et de soudage (CSC cheraga).

Expérimentale et Validation

IV.7. Système expérimental :

Des acquisitions ont été effectuées au sein du laboratoire des procédés électriques et magnétiques de CSC sur une cible en Aluminium dans laquelle on a réalisé un défaut, le système utilisé comprend :

Le système réalisé comprend :

- ✓ Une sonde a noyau ferromagnétique (ferrite).
- ✓ Un LCR mètre (GMBH System) fonctionnant sur une gamme de fréquence 20 Hz -1 MHz.
- ✓ Une plaques en Aluminium en avec défaut dont les dimensions sont les suivantes: longueur= 110mm, largeur= 60mm, profondeur= 2mm.

La pièce a des défauts différents de profondeur, le premier à 27,5mm avec une profondeur de 0,1mm et le deuxième à 82,5mm avec une profondeur de 0,3mm.



Figure IV.11 – système expérimental.

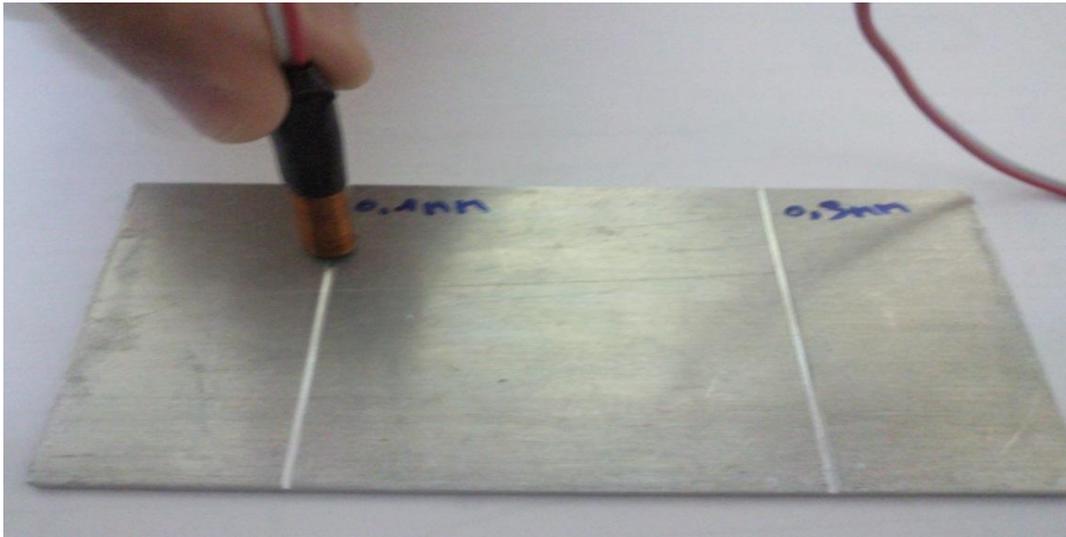


Figure IV.12 – La bobine et la plaque en aluminium avec deux défauts.

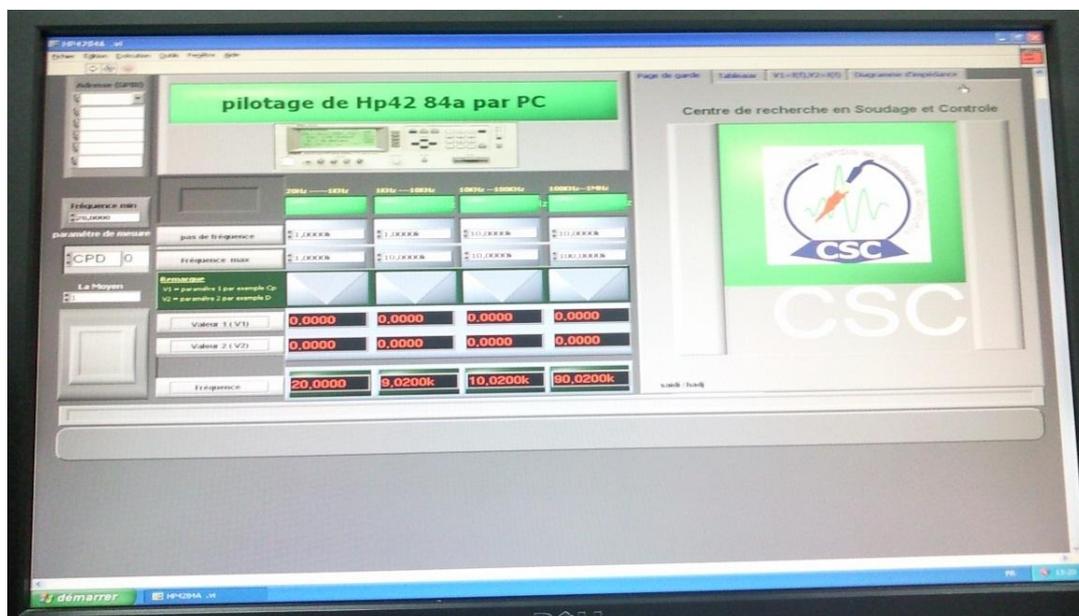


Figure IV.13 –Logiciel d'acquisition.

IV.8.Résultats et interprétations :

IV.8.1.Les diagrammes d'impédance normalisée :

La figure suivante montre les résultats des diagrammes d'impédance normalisée pour les différents cas : pièce sans défaut, avec un défaut de 0,1mm de profondeur et avec un défaut de 0,3mm pour une plage de fréquence (20 Hz a 200kHz).

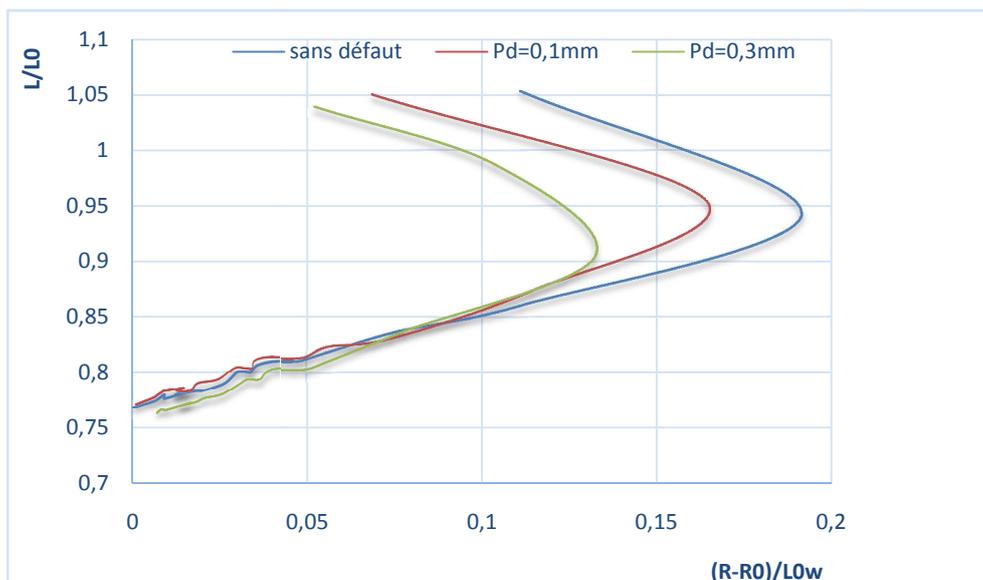


Figure IV.14 – Diagrammes des impédances normalisées.

Le résultat expérimental obtenu sur une pièce présentant 02 défauts montre que les trajectoires montrant la variation de la partie active et la partie réactive en fonction de la fréquence sont distinctes. En effet nous remarquons que plus le défaut est grand plus les trajectoires tendent à s'orienter vers la droite par le manque de matière.

IV.8.2. Balayage de la surface :

Dans ce cas nous avons fait un balayage de la surface en trois passages linéaires, la figure VI.15 montre la position de chaque passage.

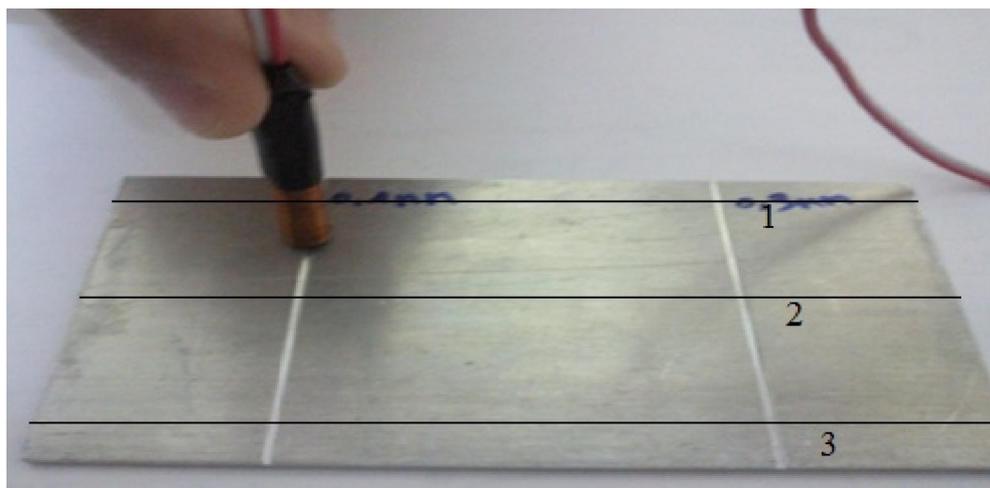


Figure IV.15 –la position des passages linéaires.

Les variations d'impédance en fonction de déplacement pour chaque ligne sont représentées dans la figure IV.16

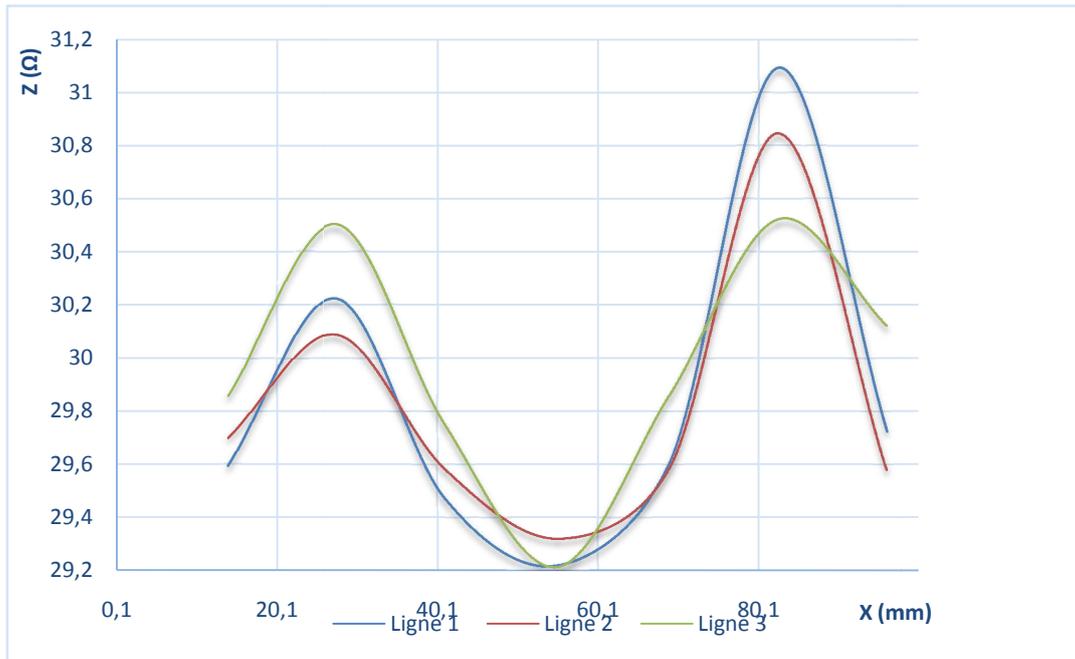


Figure IV.16–Variation de l'impédance en fonction de déplacement pour chaque ligne

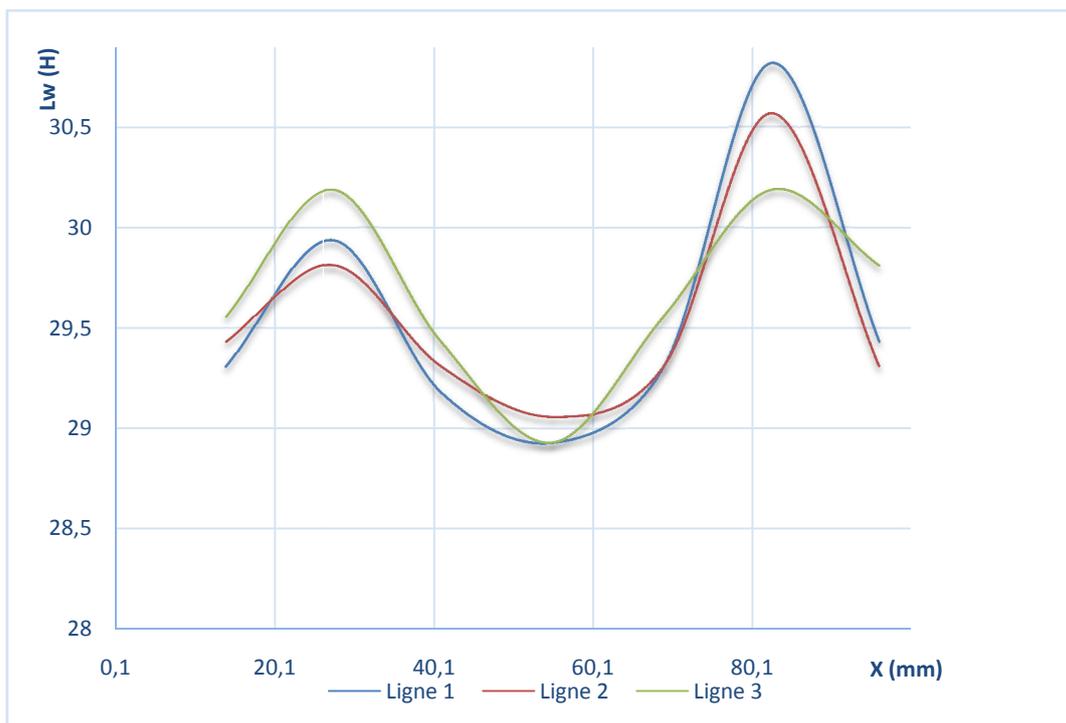


Figure IV.17–Variation de réactance en fonction de déplacement pour chaque ligne

Les figures IV.16 et IV.17 représentent respectivement la variation de l'impédance et la réactance en fonction de la longueur de la pièce en 3 lignes comme montré dans la figure IV.15. On peut remarquer que les évolutions sont presque adhérentes pour les trois lignes.

Les fissures générées par l'appareil ne sont pas vraiment homogènes, et on remarque des différences dans l'impédance et la réactance le long de la pièce. Pour les mesures qui suivent, on prend la ligne 2 parce qu'elle représente la meilleure homogénéité des fissures.

IV.8.3. Application avec déplacement du capteur :

Le tableau suivant représente les variations de la résistance et l'inductance en fonction du déplacement du capteur (sonde) sur un seul passage (passage 2) pour une fréquence de 20 kHz. Ces données nous permettront de calculer la valeur (ponctuelle) de l'impédance Z telle que :

$$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$$

Tableaux IV.3– Variation de l'impédance en fonction de la position du capteur.

X(mm)	14	27,5	41	55	69	82,5	96
R (Ω)	3,963	4,063	4,013	3,911	4,039	4,141	3,989
L (μ H)	234	237	233	231	233	243	233
Z (Ω)	29,704	31,487	29,981	30,319	29,991	32,01	30,101

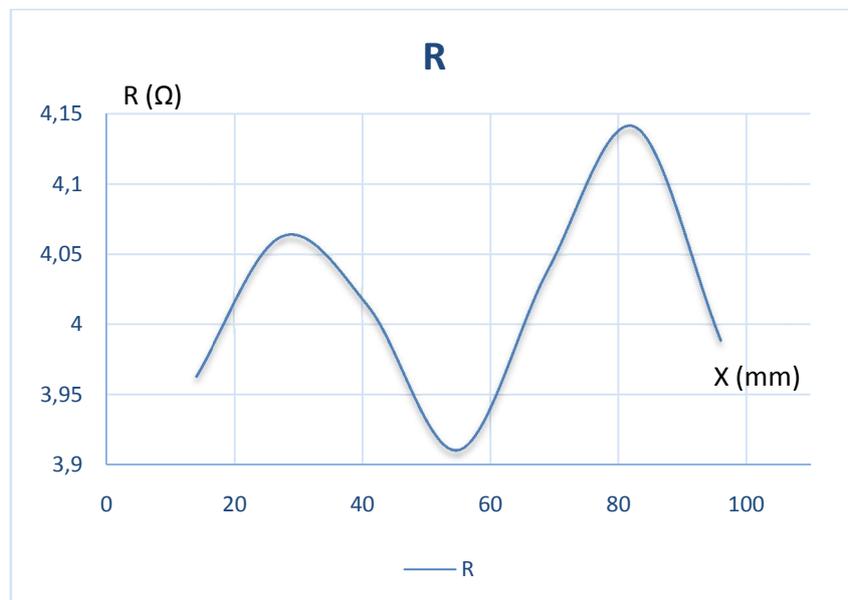


Figure IV.18 –Variation de résistance en fonction de déplacement.

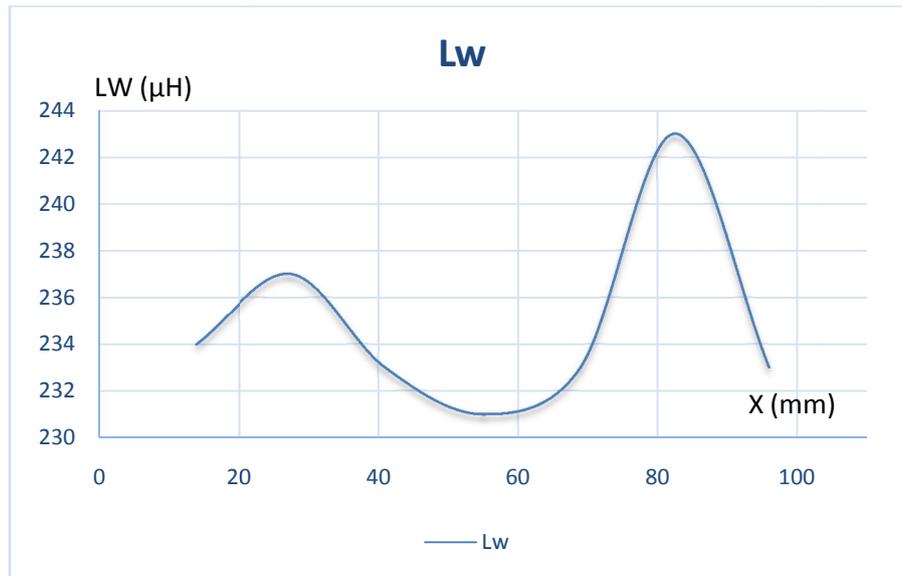


Figure IV.19 –Variation de réactance en fonction de déplacement.

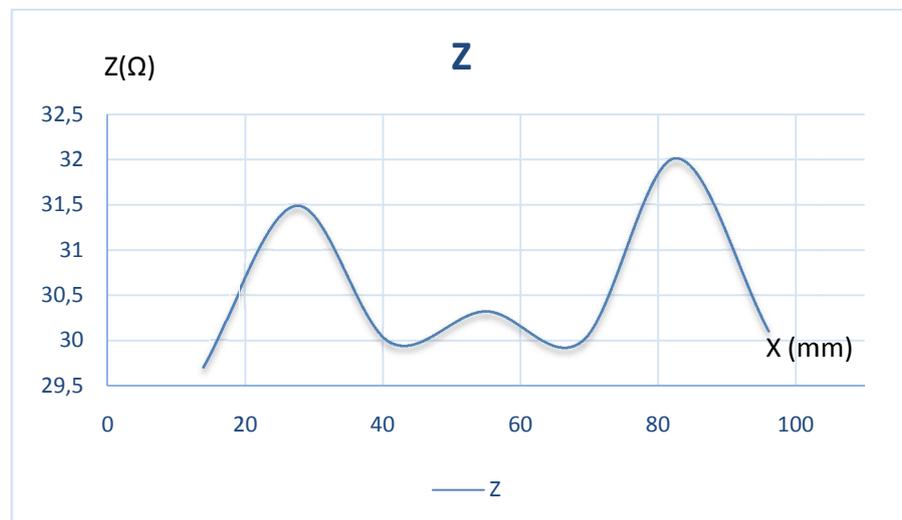


Figure IV.20 –Variation de l'impédance en fonction de déplacement.

A partir des graphes IV.18, IV.19 et IV.20, on remarque que la présence de défaut fait augmenter la valeur de l'impédance, et par conséquent, l'augmentation de la résistance et la réactance.

La profondeur de défaut influe sur la valeur de l'impédance, l'augmentation de la profondeur de défaut augmente la valeur de l'impédance, et de la même manière, le manque de matière fait augmenter la valeur de la résistance et la réactance.

IV.9.Comparaison avec simulation :

Tableaux IV.4 – Comparaison entre Fortran et expérimental

X(mm)	14	27,5	41	55	69	82,5	96	
Z (exp)	29,704	31,487	29,981	30,319	29,991	32,01	30,101	
Z (For)	30,204	32,187	30,581	30,897	30,542	33,012	31,321	Err moy
Erreur relative %	1,65	2,17	1,96	1,87	1,80	3,03	3,89	2,33%

Tableaux IV.5 – Comparaison entre le code FEMM et expérimental

X(mm)	14	27,5	41	55	69	82,5	96	
Z (exp)	29,704	31,487	29,981	30,319	29,991	32,01	30,101	
Z (FEMM)	30,858	32,463	31,356	31,409	31,567	33,95	31,618	Err moy
Erreur relative %	3,71	2,99	4,36	3,44	4,97	5,71	4,77	4,28%

Tableaux IV.6 – Comparaison entre Fortran et le code FEMM.

X(mm)	14	27,5	41	55	69	82,5	96	
Z (For)	30,204	32,187	30,581	30,897	30,542	33,012	31,321	
Z (FEMM)	30,858	32,463	31,356	31,409	31,567	33,95	31,618	Err moy
Erreur relative %	2,11	0,85	2,47	1,63	3,24	2,76	0,93	1,99%

Dans cette partie, nous allons faire une comparaison entre FORTRAN, et le code **FEMM**, et des résultats expérimentaux. La figure (IV.21)

La comparaison avec le code FEMM donne des résultats satisfaisants, et le taux d'erreur moyenne est de l'ordre de 0.02 ce qui donne plus de confiance aux résultats obtenus par le code développé.

L'allure du plan d'impédance reste toujours la même.

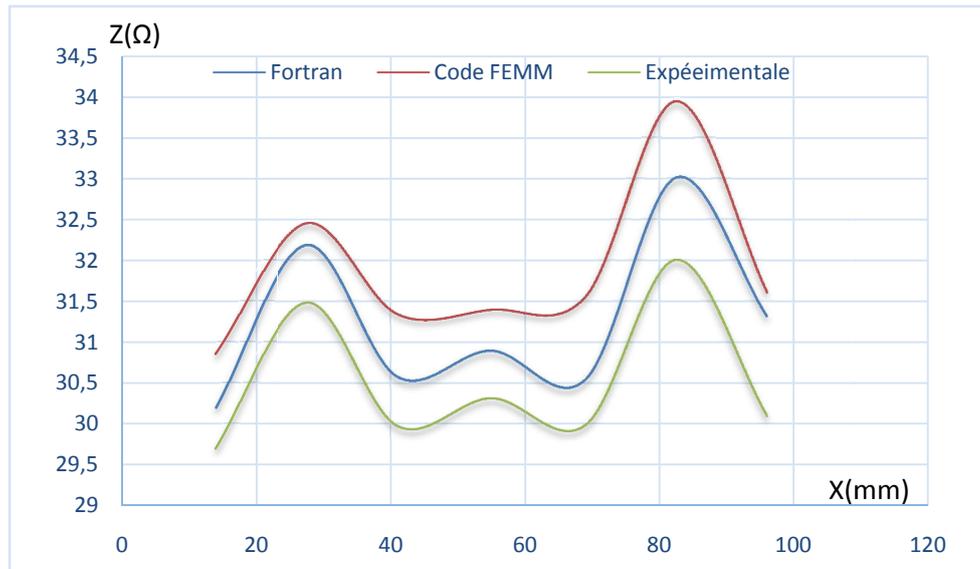


Figure IV.21 – Comparaison entre FORTRAN code FEMM et expérimental.

IV.10. Influence des paramètres de la bobine :

IV.10.1. Influence du diamètre de bobinage de la bobine :

Dans ce cas, on fixe la largeur du défaut à 10mm, le lift-off à 0,3mm, la fréquence 25 kHz et on fait varier le diamètre de la sonde (du 1 à 20mm), puis on calcule la variation de l'impédance correspondante. La figure (IV.22) montre la variation de l'impédance du capteur en fonction de rayon de la sonde.

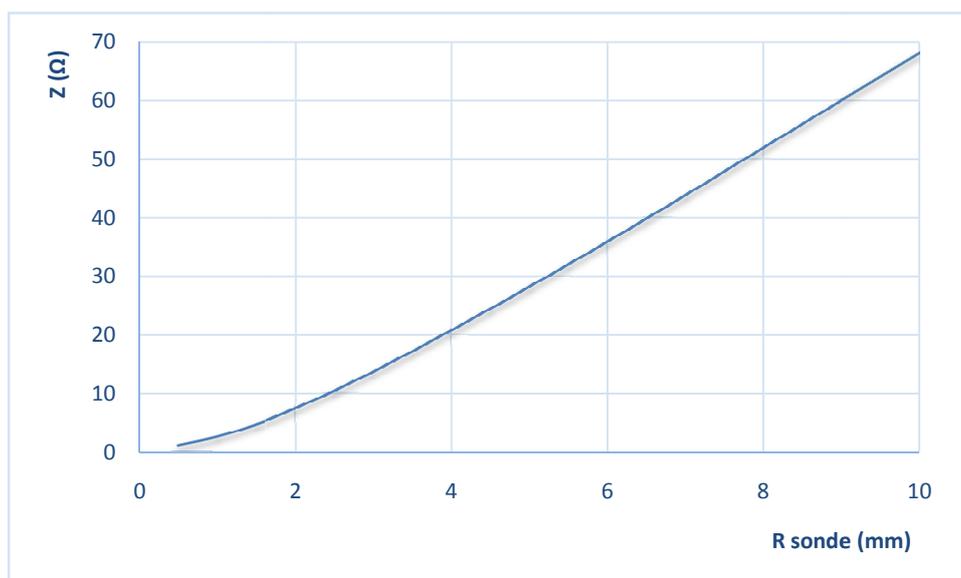


Figure IV.22 – Variation de l'impédance en fonction de rayon de la sonde.

La distribution des courants de Foucault dans la charge dépend de la géométrie de la bobine, la sensibilité au défaut est liée au diamètre de la sonde.

IV.10.2. Influence du noyau sur l'impédance :

Dans cette application on a fait varier la fréquence d'alimentation du capteur (de 0 à 50kHz), on fixe, la profondeur du défaut à 1mm, la largeur de défaut à 10mm et le lift-off à 0,3mm.

Les résultats obtenus sont représentés dans la figure (IV.23).

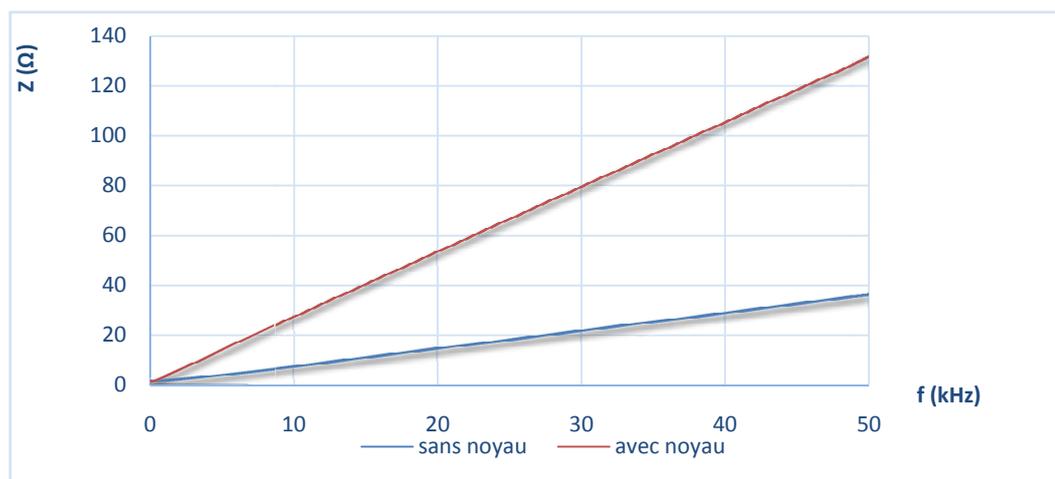


Figure IV.23 – Variation de l'impédance en fonction de la fréquence du capteur.

La variation de l'impédance du capteur est plus importante lorsqu'on augmente la fréquence d'alimentation.

D'autre part, l'effet de la fréquence apparaît clairement à travers ces résultats de simulation, qui montrent que la signature des défauts est très importante au fur et à mesure que la fréquence augmente. Cela est dû sûrement à la nature du défaut choisi. Car de plus la fréquence augmente, de plus les courants induits sont concentrés sur la surface et deviennent sensible à la présence d'un défaut surfacique. Dans le cas de la présence d'un noyau, l'évolution de l'impédance avec la fréquence est plus importante.

IV.10.3.Influence du Lift-off :

Les variations de l'impédance pour différents lift-off sont représentées dans la figure (IV.24), Le capteur est alimenté avec fréquence de 20 kHz, la largeur de défaut est 10mm avec une profondeur de 1mm.

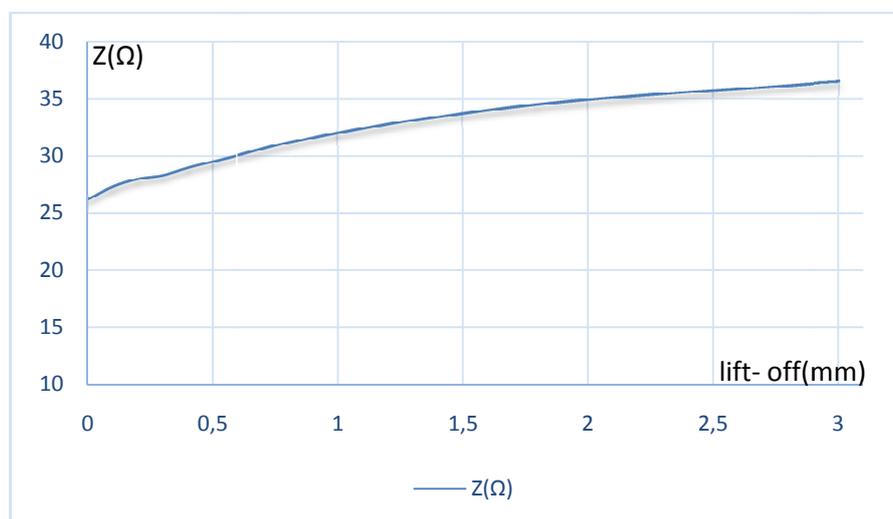


Figure IV.24 – Variation de l'impédance en fonction de lift-off.

Le lift-off décrit la distance entre le capteur et la plaque, en faisant augmenter le lift-off le couplage magnétique entre le capteur et la plaque diminue, et l'influence de la plaque sur le capteur devient moins importante, par voie de conséquence l'impédance du capteur approche son impédance à vide du au phénomène de peau .Il est à noter que le phénomène de bout pourrait influencer ces résultats.

IV.11.Influence des paramètres du la pièce :

IV.11.1.Profondeur du défaut :

Dans ce cas, on fixe la largeur du défaut à 10mm, le lift-off à 0,3mm, la fréquence 20 kHz et on fait varier la profondeur de défaut (du 0,1 a 1,6mm), puis on calcule la variation de l'impédance correspondante. La figure (IV.25) montre la variation de l'impédance du capteur en fonction de la profondeur du défaut.

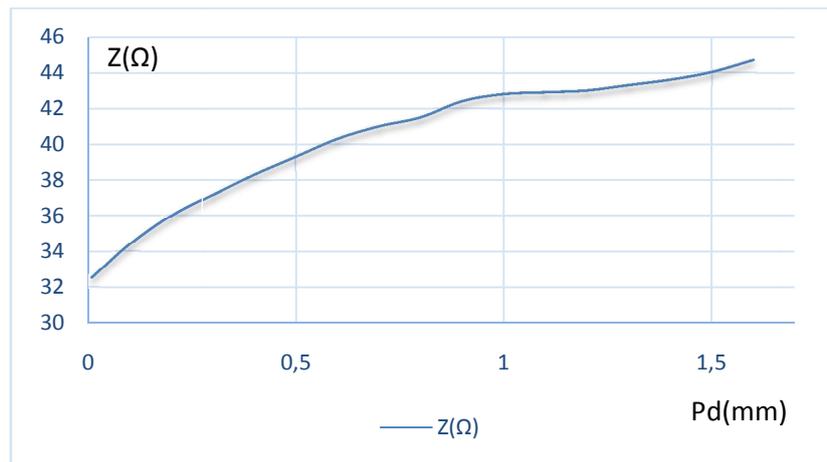


Figure IV.25 – Variation de l'impédance en fonction de la profondeur du défaut.

La Figure IV.25 présente la variation de l'impédance en fonction de la profondeur du défaut. Ainsi, si la profondeur du défaut croît, l'impédance augmente à cause de l'accroissement de la distribution de champ autour des bords de fissure.

IV.11.2. Largeur du défaut :

La figure (IV.26) montre la variation de l'impédance du capteur en fonction de la Largeur de défaut L_d (du 0 a 50mm) pour la fréquence 20 kHz. Le capteur est distant de la plaque d'un lift-off égal à 0,3mm, on fixe la profondeur du défaut à 1mm. Les mesures s'effectuent au centre de défaut.

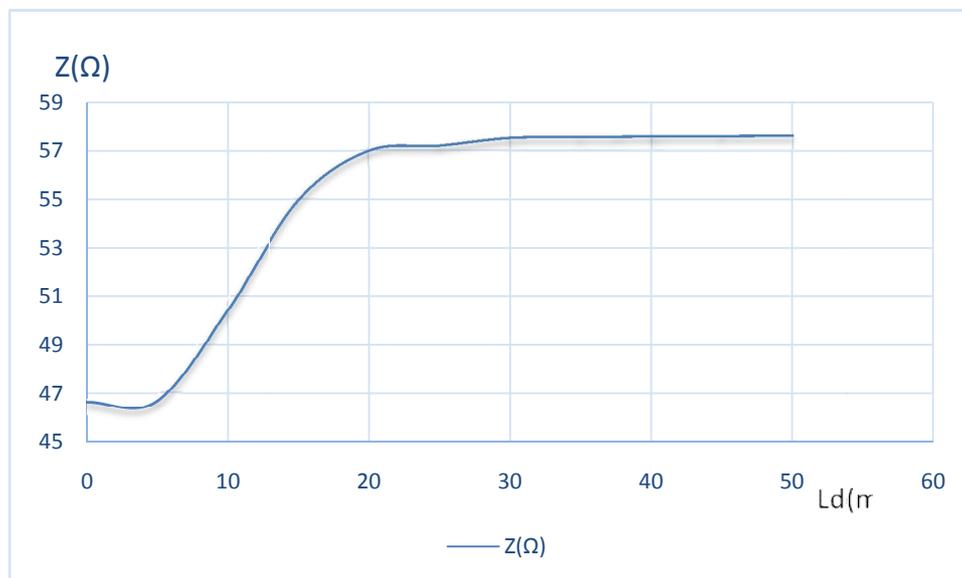


Figure IV.26 – Variation de l'impédance en fonction de la largeur du défaut

A travers les Figures IV.25 et IV.26, on remarque que la variation de l'impédance augmente lorsque la profondeur ou la largeur augmente. Cela s'accorde très bien avec

l'expérience et la réalité physique du phénomène mis en jeu, car de plus la largeur du défaut augmente plus sa taille augmente, plus la trajectoire des courants induits est perturbé et les variations de l'impédance sont significatives.

IV.12.Conclusion :

Dans ce chapitre, Nous avons fait une comparaison des résultats de simulation par la méthode de Galerkin sans maillage avec les résultats de code FEMM, et une validation ces résultats avec des essais expérimentaux.

Nous avons présenté quelques applications de l'influence des paramètres de la bobine et de la pièce.

Conclusion générale

Les avancées techniques dans les méthodes numériques de simulation de CND ont permis à la simulation de prendre une place importante dans les récentes recherches développées.

La simulation consiste à reproduire le fonctionnement d'un système par le moyen de calcul numérique. Les outils de simulation permettent d'étudier les interactions électromagnétiques et jouent un rôle croissant pour concevoir les systèmes de contrôle et démontrer leurs performances.

La résolution analytique des équations des problèmes aux limites est difficile, et parfois même impossible.

La méthode des éléments finis, est une méthode générale pour s'affranchir de cette difficulté et résoudre ce type de problèmes en construisant très efficacement des modèles de simulation.

Toutefois, si la MEF est remarquable pour sa souplesse (adaptation aux différentes frontières), elle nécessite un temps d'une mise en place (le maillage) et de calcul conséquent, et fait appel à un niveau de compétence important de la part de l'utilisateur, d'où l'intérêt d'impliquer des méthodes améliorées.

L'objectif principal de ce travail est l'élaboration d'un programme de calcul pour la simulation du CND par courant de Foucault en utilisant la technique sans maillage **EFGM**.

La mise en œuvre effective de la méthode sans maillage réserve une partie importante dans ce travail d'où l'objectif est de regrouper les différents moyens permettant de simplifier le traitement par la méthode sans maillage d'un problème de CND par CF.

La possibilité de traiter plus facilement les problèmes en grandes transformations que dans la méthode des éléments finis. Ainsi que La qualité de la solution est beaucoup moins sensible à la position relative des nœuds.

La possibilité d'insérer, ou de retirer des nœuds très facilement, la position relative des nœuds entre eux étant très peu influente sur la qualité de la solution.

L'objectif visé est l'identification et la quantification d'une fissure dans des pièces métalliques (essentiellement, en alliage d'aluminium pour notre cas). Une telle approche, numérique, peut remplacer une investigation expérimentale coûteuse et dangereuse.

Notre étude porte sur des pièces tests qui sont des conducteurs homogènes et qui ont éventuellement, une faible caractéristique ferromagnétique. L'inducteur est une bobine fonctionnant en régime harmonique.

En effet, on ne peut pas visualiser les courants de Foucault dans la pièce, seule une simulation peut établir le lien complexe entre le phénomène électromagnétique (modification des lignes de courants) et l'information délivrée par le capteur (variation d'impédance, induction). Le but étant de déterminer le meilleur dispositif (géométrie de la bobine, fréquence...) de détection selon le type de pièce à tester.

La validation du code a été faite pour une configuration simple en 2D. Les résultats obtenus par le code **FEMM**, convergent vers la solution expérimentale avec une erreur de **0.042**. Ensuite, les résultats donnés par le code développé ont été comparés avec ceux donnés par le code **FEMM**, les résultats sont très similaires avec une très bonne précision. (Erreur d'ordre **0.019**). Cela nous permet d'utiliser le code pour effectuer des simulations pour d'autres géométries 2D et par la suite 3D.

La distribution et la répartition de ces champs induits dépendent de l'amplitude, de la fréquence et de l'orientation du champ magnétique d'excitation, et également de la géométrie, de la conductivité électrique et de la perméabilité magnétique de la pièce examinée, donc d'éventuels défauts (fissures, trous, etc.).

La méthodologie proposée peut être appliquée à différentes bobines et pour différents matériaux.

Grâce à ces outils de simulation nous sommes en mesure d'optimiser la conception d'une bobine et ainsi d'augmenter la fiabilité d'un contrôle et maîtriser les paramètres influant sur ce contrôle pendant l'inspection d'une pièce.

Références Bibliographiques

- [1] M. Mephane, « Modélisation du Contrôle Ultrasonore de Tubes d'acier Présentant des Défauts de Type "Entaille Longitudinale », Direction de L'information Scientifique et Technique, CEA/SACLAY, Gif-sur-Yvette, France, 1998.
- [2] C. Ravat, « conception de multicapteurs à courants de Foucault et inversion des signaux associés pour le contrôle non destructif », thèse de doctorat, paris, 2008.
- [3] J. Dumont-Fillon, « contrôle non destructif (CND) », techniques de l'ingénieur, R 1400, Mesures mécaniques et dimensionnelles, 1996.
- [4] M. WANIN, « Évaluation non destructive de la qualité des matériaux (Partie 1) », techniques de l'Ingénieur, M 4130, traité Matériaux métalliques.
- [5] F. Mounir, "Contrôle non Destructif", Institut Supérieur des Systèmes Industriels de Gabès.
- [6] C. Yahya, « Application de la méthode des éléments finis pour la modélisation de configurations de contrôle non destructif par courants de Foucault », thèse de doctorat, Université Paris Sud 11, 2009.
- [7] COFREND. Disponible sur <http://www.cofrend.com>, (consulté le 03 Mars 2015).
- [8] Y. Y. Hunga, H.P. Hop, «Shearography: An optical measurement technique and applications», Materials science and engineering, 2005.
- [9] E. Lindgren, H. Wirdelius, « X-ray modeling of synthetic radiographs of thin titanium welds», NDT&E International, Vol 44, 2012.
- [10] Z. Lui, M. Genest, D. Kryszewski, « Processing thermography images for pitting corrosion quantification on small diameter ductile iron pipe», NDT&E International, Vol47, 2012.
- [11] P. L. Vuillermoz, « les courants de Foucault, principes, mesure et contrôle », AFNOR, 1994.
- [12] M. Q. lé, D. Placko, « nouvelle structure de capteur à courants de Foucault et algorithme associé pour la mesure des propriétés électrique et magnétique d'un métal», journal de physique III, Vol.5 pp.807-824.1995.
- [13] T. Theodoulidis, H. Wang, G. Y. Tian, «extension of a model for eddy current inspection of cracks to pulsed excitations», NDT&E International, Vol47, 2012.
- [14] L. Oukhellou, « paramétrisation et classification de signaux en contrôle non destructif: Application à la reconnaissance des défauts de rails par courant de Foucault », thèse de doctorat, paris, 1997.
- [15] Z. Mottl, «The quantitative relations between true and standard depth of penetration for air-cored probe coils in eddy current testing», NDT International,1990.
- [16] L. B. Lucy. «A Numerical Approach to the Testing of the Fission Hypothesis»,The Astronomical Journal, VOL. 82:1013– 1024, 1977.

- [17] J. C. Maxwell, « Traité d'électricité et de magnétisme », Tome 1, Tome 2, Gauthier-Villars, 1885.
- [18] B. Helifa, « contribution a la simulation du CND par courants de Foucault en vue de la caractérisation des fissures débouchantes», Thèse de Doctorat, Université de Nantes, 2012.
- [19] H. Gie, J.P. Sarmant, « Electromagnétisme 2 », Lavoisier Paris 1982
- [20] M. Dufлот, «Application des Méthodes sans Maillage en Mécanique de la rupture», Thèse de doctorat en sciences appliquées, Université de Liège, 2004.
- [21] H. ZAIDI, «Méthodologies pour la modélisation des couches fines et du déplacement en contrôle non destructif par courants de Foucault : application aux capteurs souples», Thèse de doctorat, Université Paris-Sud, 2012.
- [22] A. Latreche, «Etude du Contrôle Non Destructif par la Méthode de Galerkin sans Maillage », Mémoire de Magistère, Université de Batna, 2009.
- [23] J. Yvonnet, I. Alfaro, E. Cueto, F. Chinesta, M. Doblar, «Nouvelles avancées dans les méthodes sans maillage de type éléments naturels pour la simulation des procédés de mise en forme», Laboratoire de Mécanique des Systèmes et des Procédés UMR CNRS – ENSAM – ESEM, Paris, France et Université de Zaragoza, Spain
- [24] J. YVONNET, «Nouvelles approches sans maillage bases sur la méthode des éléments naturels pour la simulation numérique des procédés de mise en forme», Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers Centre de Paris, 2004.
- [25] S. Drapier, R. Fortunier, « Méthodes numériques d'approximation et de résolution en mécanique », Centre Science des Matériaux et des Structures, Saint-Étienne, France, janvier 2015.
- [26] S. Wolf, «Méthodes sans maillage», Laboratoire de mathématiques appliquées aux systèmes, école centrale paris, 2007.
- [27] Nguyen Vinh Phu, «Meshless Methods and their Computer Implementation Aspects», Laboratoire de Tribologie et Dynamique des Systèmes (LTDS), Enise. August 10, 2006.
- [28] C. Armando Duarte, J. T. Oden, «Hp Clouds-A Meshless Method to Solve Boundry-Values Problems», the University of Texas, U.S.A.
- [29] F.Z. Louaÿ, N. Naÿt-Saÿd, S. Drid, «Numerial Analysis of Electromagnetic Axisymmetric Probleme Using Element Free Galerkin Method», J EEC, VOL.57, NO. 2, 2006, 99±104.

Annexe

FEMM (version 4.2)

1 Présentation

FEMM (Finite Element Method Magnetics) est un logiciel gratuit disponible sur Windows et Linux permettant de modéliser simplement des systèmes électriques ou magnétiques et de calculer par une méthode éléments finis différentes données d'un champ, d'un circuit, ...

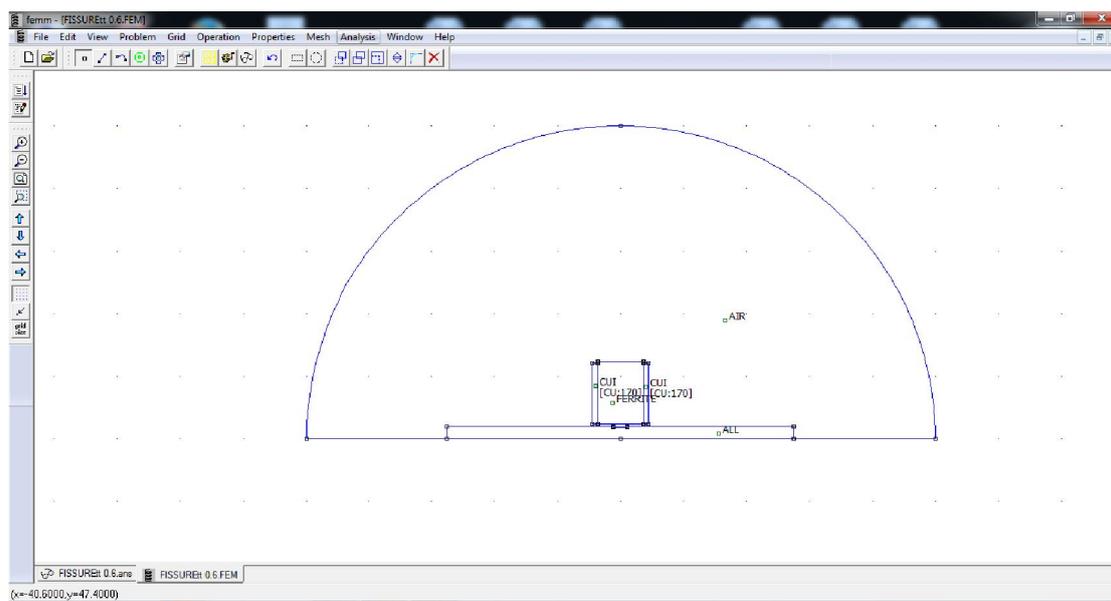


Figure 1 – Interface du logiciel femm et modèle de base.

Lancer le programme FEMM via l'icone comme indiquée en figure 2.



Figure 2 – Programme F.E.M.M

Vous trouverez en figure 3 la barre de menu principale.

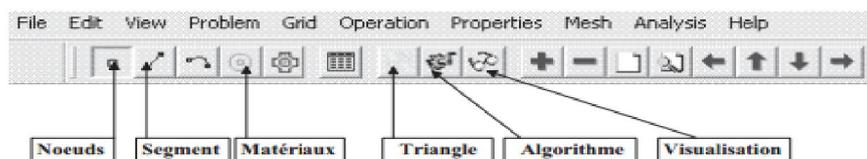


Figure 3 – Barre de menu principale.

2 Création du schéma de simulation

La première étape consiste à dessiner en 2D le modèle du circuit magnétique, mais avant choisissons quelques paramètres de la feuille d'édition.

2.1 Paramètres pour l'édition

2.1.1 Choix de l'unité

Sélectionner **Problème** puis **millimètre** par exemple. Vous trouverez en figure 4 les différents paramètres à configurer.

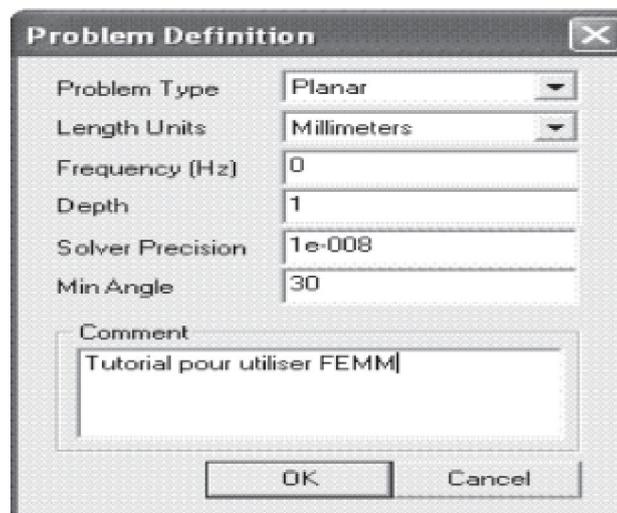


Figure 4 – Fenêtre pour le choix de l'unité

2.1.2 Choix d'une taille de grille

Pour définir une taille de grille sélectionner **Grid** puis **Set Grid**, imposer Grid Size=5 par exemple.

2.2 Réalisation du schéma de simulation

Afin de placer un noeud aux coordonnées X et Y sélectionner l'icône **Nœuds**, On peut utiliser le bouton **gauche** de la souris, ou bien en utilisant la touche **Tab**. Pour supprimer un noeud sélectionner celui ci avec le bouton **droit** de la souris, puis actionner **Supp** ou **Del** (selon le clavier).

La saisie des différents nœuds est donnée en figure 5.

Pour relier les différents nœuds, sélectionner l'icône **Segments** puis avec la souris activer le noeud de départ et celui d'arrivée, un segment apparat alors. Notre schéma doit ressembler a celui de la figure 6.

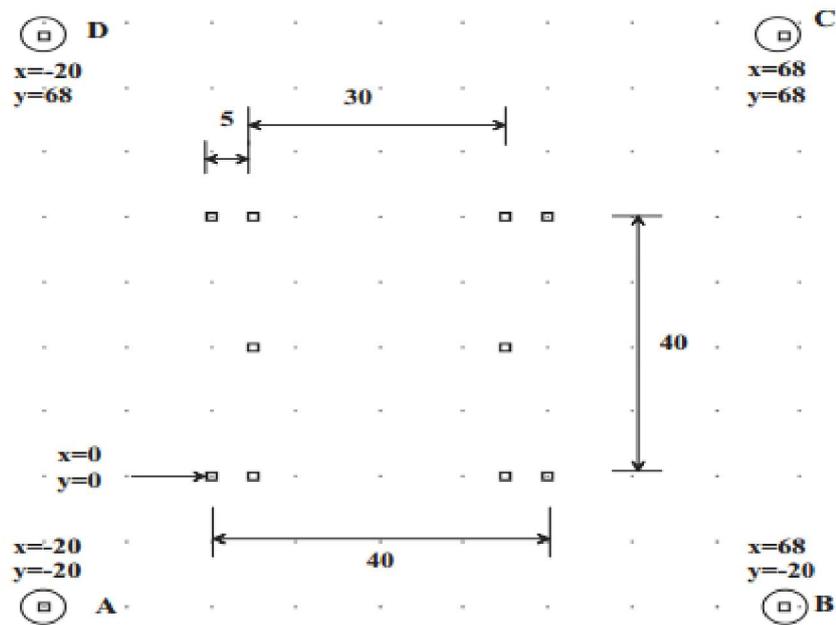


Figure 5 – Saisie des différents nœuds.

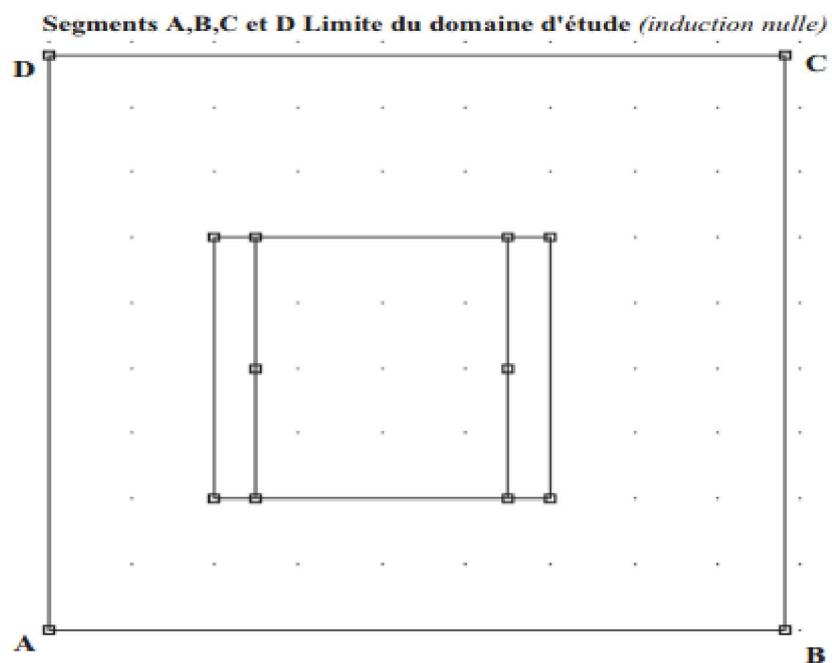


Figure 6 – Saisie des différents segments.

2.3 Paramètres des matériaux à utilisé

Après avoir saisi le schéma de simulation, vous devez définir les différents matériaux à utiliser.

2.3.1 Définition des matériaux et milieux

Sélectionner le menu **Propriétés** puis **Materials Library**, repérer dans l'arborescence de gauche le milieu nommé Air, puis faite un glisser déposer dans l'arborescence de droite comme indiqué en figure 7.

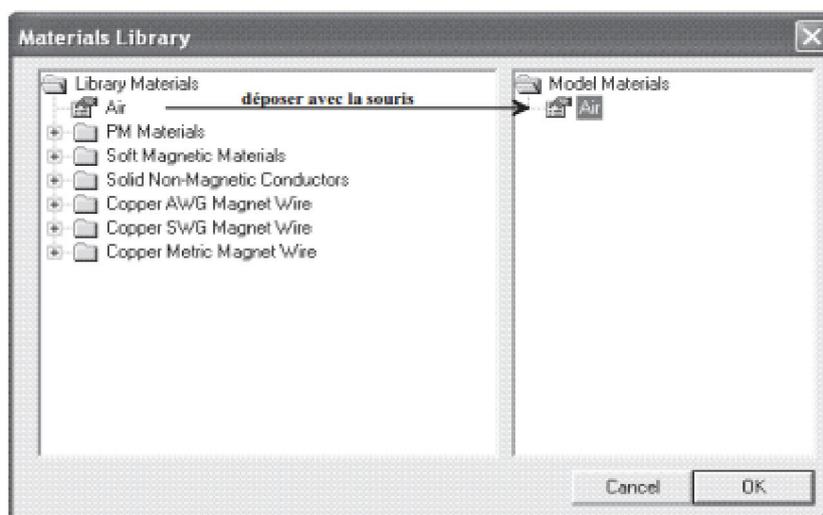


Figure 7 – Choix du milieu air.

Effectuer un double click sur l'icône du milieu afin d'éditer ses paramètres magnétiques. Les grandeurs sont celles de la figure 8.

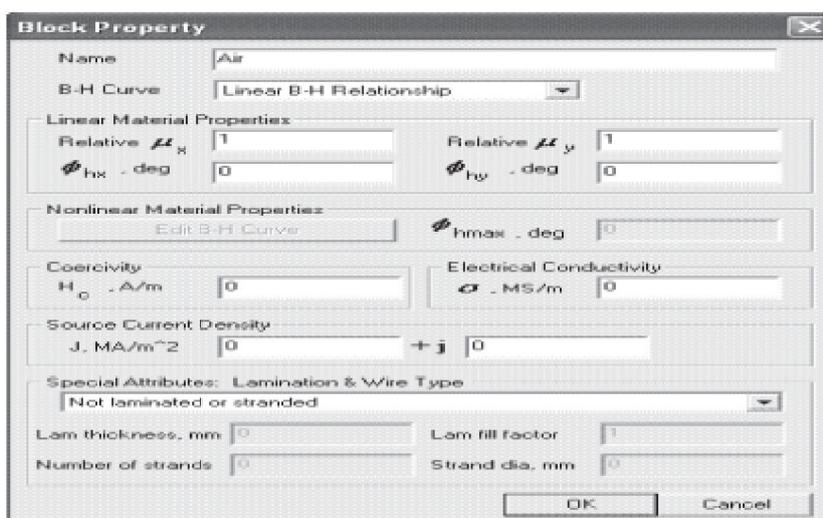


Figure 8 – Paramètres μ_a définir pour le milieu air.

Répéter l'opération avec du fer pur et deux milieux en cuivre (J+ : densité de courant positif et J- : densité de courant négative). Votre fenêtre doit ressembler à celle de la figure 9.

Les paramètres pour configurer la densité de courant positive sont ceux de la figure 10.

De même les paramètres pour la densité de courant négative sont ceux de la figure 11.

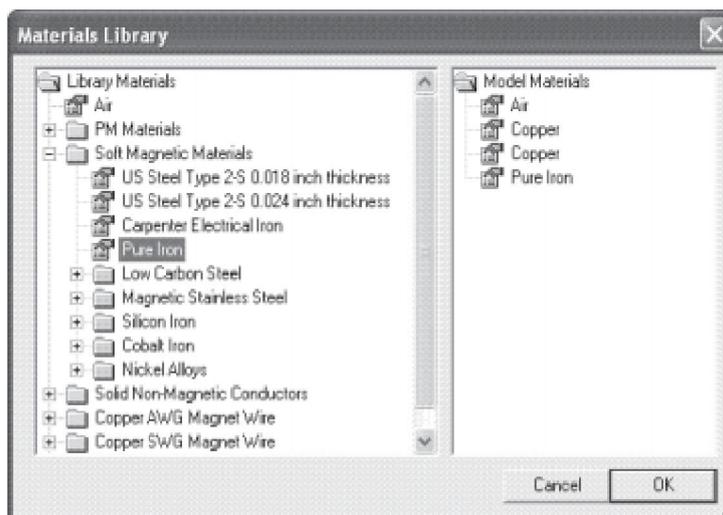


Figure 9 – Matériaux pour la simulation du circuit.

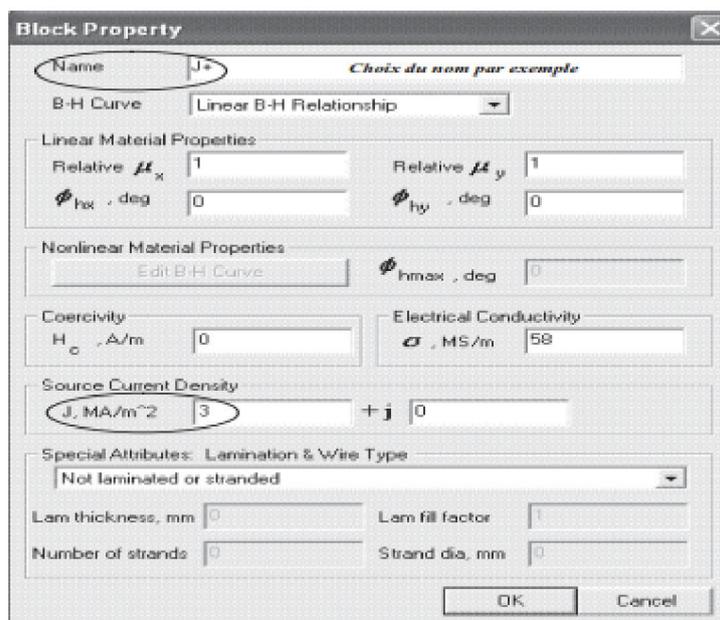


Figure 10 – Matériau en cuivre avec densité positive.

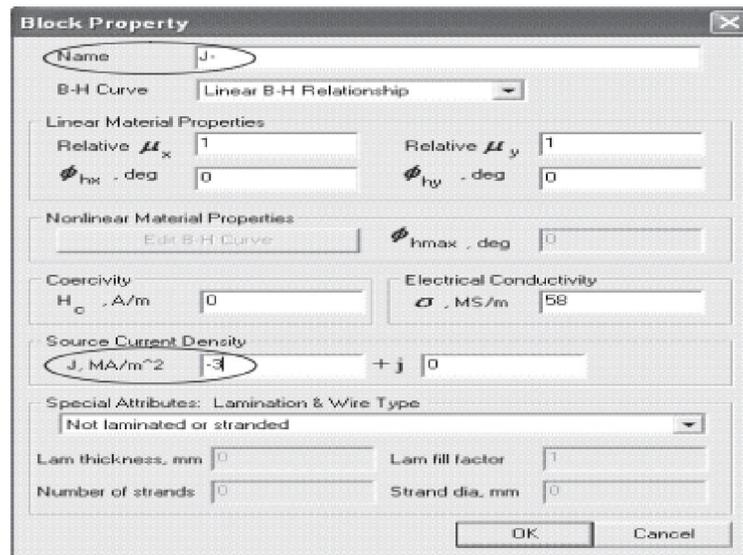


Figure 11 – Matériau en cuivre avec densité négative.

Le milieu en fer de perméabilité μ_r est donnée en figure 12.

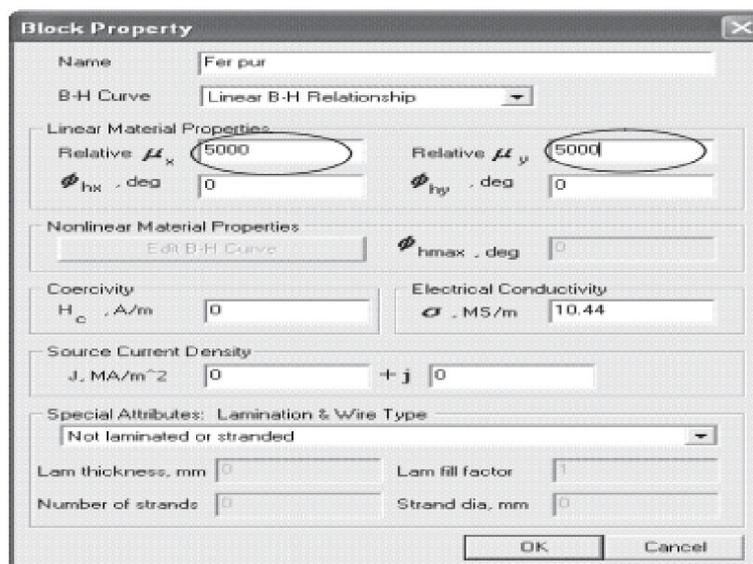


Figure 12 – Matériau fer pur.

2.3.2 Choix des différentes régions

Après avoir dessiné dans un repère 2D la structure magnétique, il reste à caractériser les différentes régions.

Sélectionner l'icône Matériaux et placer un noeud, avec le bouton gauche de la souris à l'intérieur d'une région afin de caractériser son milieu.

Sélectionner le noeud avec le bouton droit de la souris puis actionner la touche d'**Espace**, choisir le nom du matériau dans le menu déroulant, comme indiqué en figure 13.

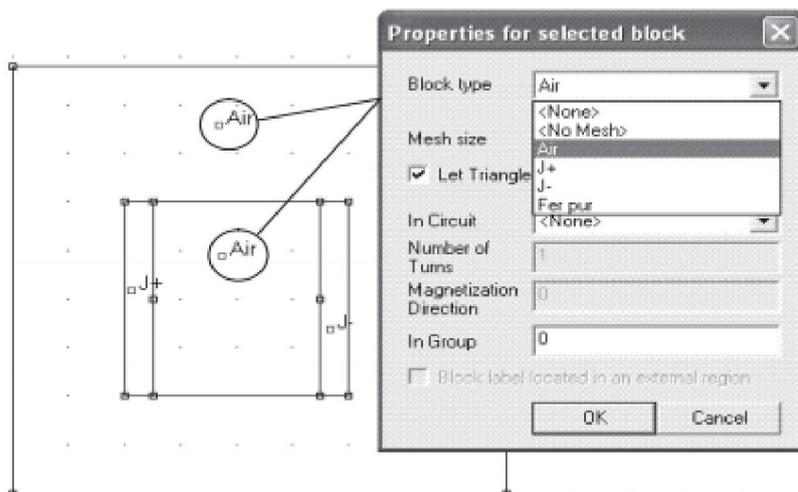


Figure 13 – Définition des différents milieux.

Répéter l'opération avec la densité de courant J+ et J-.

2.4 Conditions aux limites

Une étape importante pour le calcul, consiste à définir pour le contour A, B, C, D une condition aux limites par exemple un champs nul.

Sélectionner le menu **Propriétés** puis **Boundary** et **Add Properties**, les paramètres à rentrer sont ceux de la figure 14.

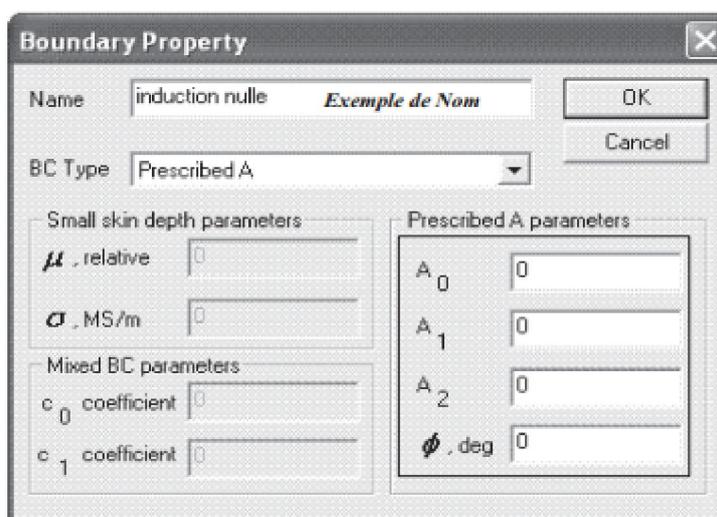


Figure 14 – Paramètres pour la condition aux limites.

Dans le schéma de simulation activer l'icône **Segments** puis avec le bouton **droit** de la souris sélectionner les segments AB, BC, CD et DA. Activer la touche **Espace** et sélectionner la condition aux limites pré définie ci dessus come indiquée en figure 15.

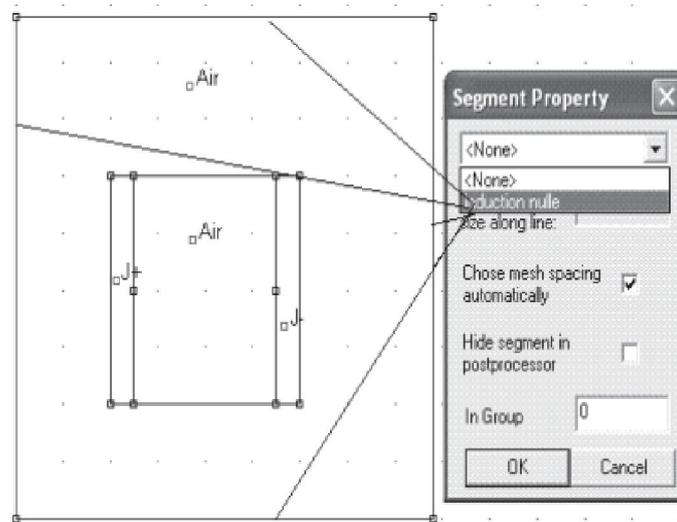


Figure 15 – Edition de la condition aux limites.

La saisie de schéma est achevée, vérifier qu'il n'y a pas d'erreurs dans la définition des matériaux et des différents milieux. Sauvegarder le schéma avant de lancer le générateur de triangle.

3 Générateur de triangle

Actionner l'icône Générateur de triangle comme indiquée en figure 16 ; Le programme résout les équations magnétiques en un certain nombre de point (éléments finis). Or plus le nombre de triangle est important plus les résultats sont précis, mais le temps de calcul est alors plus élevé.

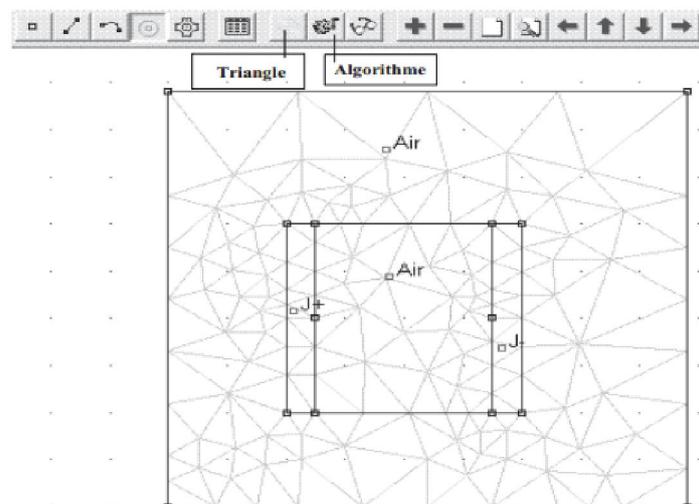


Figure 16 – Générateur de triangle.

4 Visualisation des lignes de champs

Pour visualiser les lignes de champs activer l'icône **Algorithme** puis l'icône **Visualisation** comme indiquée en figure 16.

La fenêtre de visualisation doit ressembler à celle de la figure 17.

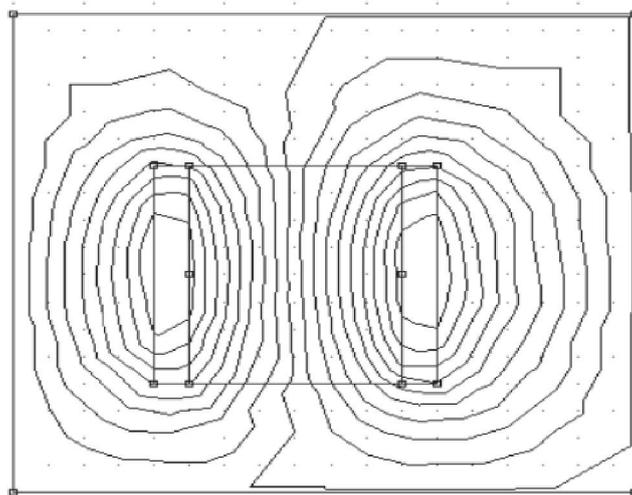


Figure 17 – Cartographie des lignes de champs.

5 Définir la taille des triangles

Pour augmenter la précision du tracer on peut choisir la taille des triangles des différentes régions. Sélectionner l'icône **Matériaux**, puis choisir le noeud de la région avec le bouton **droit** de la souris et enfin activer la touche d'**Espace**.

La figure 18 indique la procédure à suivre pour augmenter la résolution.

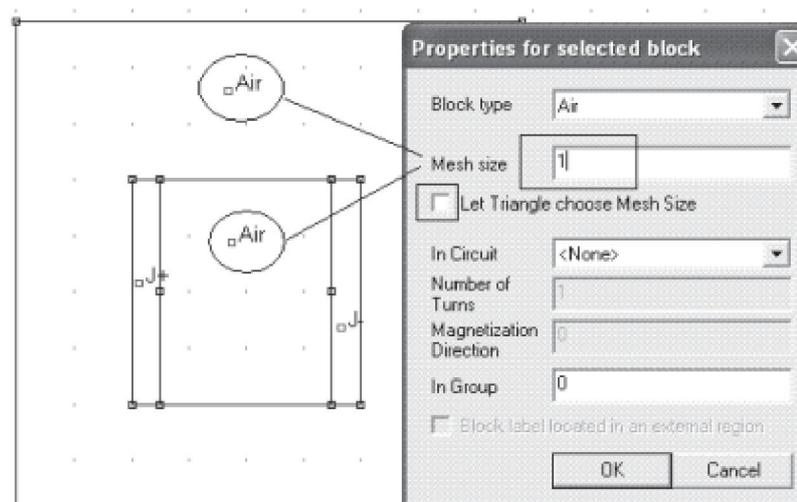


Figure 18 – Réglage de la résolution.

6 Tracé de l'induction magnétique

Le programme de visualisation autorise de nombreux traitements mathématiques, comme par exemple la répartition de l'induction le long d'un segment.

6.1 Paramètres de simulation

La figure 19 indique la procédure à suivre.

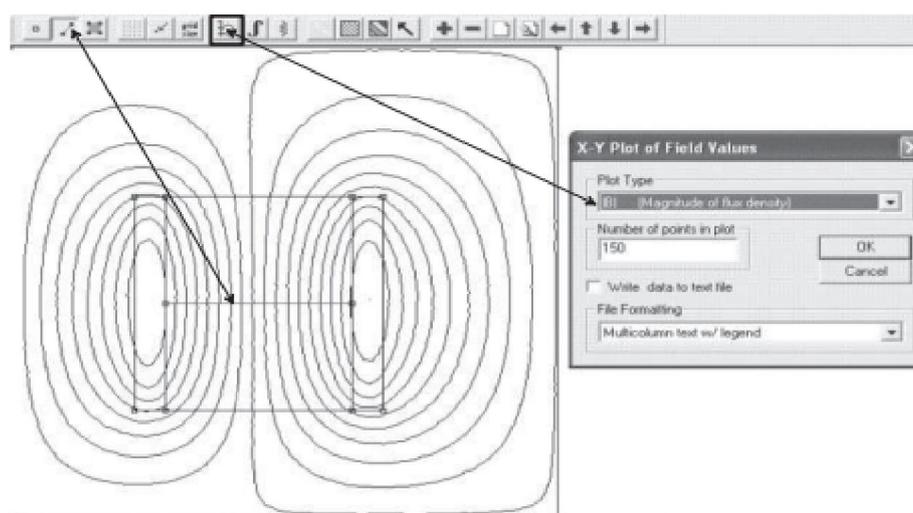


Figure 19 – Répartition de l'induction sur un segment.

6.2 Visualisation du résultat

La figure 20 représente l'induction magnétique sur le contour pré défini.

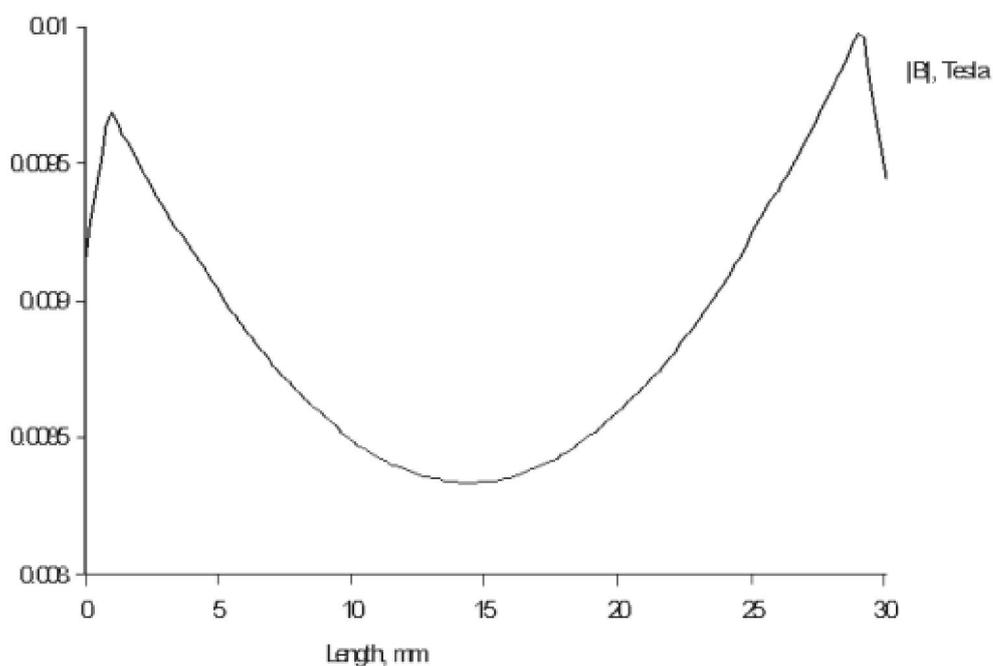


Figure 20 – Induction magnétique.