REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE SAAD DAHLEB DE BLIDA

INSTITUT D'AERONAUTIQUE ET DES ETUDES SPATIALES



Mémoire De Fin d'Etudes En vue de l'Obtention du Diplôme Master Académique en Avionique

DEVELOPPEMENT ET IMPLEMENTATION

DES ALGORITHMES DE

GUIDAGE, NAVIGATION ET DE CONTRÔLE

APPLIQUES AUX QUADRI-ROTOR

Réalisé par:

CHOUTRI Kheireddine

YAHLALI Younes

Encadré par :

Mr BENCHOUBANE Hacine

Septembre 2015

Résumé

Ce mémoire s'intéresse au développement et l'implémentation des algorithmes de guidage, navigation et contrôle dans un drone de type quadri-rotor. Le but derrière les algorithmes GNC est que le quadri-rotors puisse suivre une trajectoire déterminée, tout en assurent la stabilité en attitude et la bonne précision des points suivies.

En se basant sur le modèle dynamique, une simulation du matériel dans la boucle est effectuée avant le test réel afin d'évaluer le bon fonctionnement du contrôleur ainsi que le module embarqué. Une interface graphique assure l'affichage des paramètres de vol en temps réelle.

Mot clés : Guidage, Navigation, contrôle , quadri-rotor, matériel dans la boucle.

Abstract

This thesis focuses on the design and implementation of Guidance Navigation and Control algorithms in a quadcopter. The purpose behind the GNC algorithms is that the quadcopter can track a pre-determined path, while ensuring attitude stability and good accuracy of the monitored points.

A simulation of the hardware in the loop based of the dynamic model is performed before any tests to assess the correct functioning of the controller and the embedded module. A graphical interface allows the display of real-time flight parameters.

Key words: Guidance, Navigation, control, quadcopter, hardware in the loop

ملخص

ملخص هذه الأطروحة يهتم بتصميم خوارزميات الملاحة، التوجيه والتحكم بالطائرة الموجهة رباعية المحرك. الهدف من وراء هذه الخوارزميات هو تطوير قدرة الطائرة على تتبع المسارات المحددة بشرط ضمان التوازن والدقة في الأداء.

على أساس نموذج ديناميكي، يتم إجراء محاكات الأجهزة في حلقة قبل الاختبار الفعلي لتقييم الأداء السليم. واجهة رسومية تسمح بعرض مختلف معطيات تجارب التحليق الكلمات المفتاحية: الملاحة، التوجيه، التحكم، الطائرة بدون طيار، محاكات الأجهزة في حلقة

DEDICACE

Avec un énorme plaisir et une immense joie que je dédie ce travail :

A mes chers parents, qui ont été toujours à ma coté pour me soutenir, m'encourager toute au long de mes études.

A mes chers frères et sœurs :

A toute ma grande famille.

A mes enseignants depuis mon passage chez eux n'ont cessé un jour de me soutenir et de m'aider tout le long de mon cursus universitaire.

A tous mes amis et collègues de mon promotion.

A mon binôme Younes avec qui j'ai partagé de longues heures et journées de travail.

A toute personne qui m'ont encouragé ou aidé au long de mes études.

Choutri kheireddine

<u>DEDICACE</u>

Je rends grâce à الله , la miséricorde de m'avoir donné la force d'élaborer ce travail.

Je dédie cette thèse :

✓ A ma mère : CHERIFA

Tu t'es toujours investie pour assurer à tes enfants une éducation stricte et exemplaire. Ton amour, ton soutien, tes encouragements et bénédictions m'ont accompagné tout le long du cycle. Je prie Dieu pour que tu puisses jouir du fruit de tes efforts.

✓ A mon père : MOHAMED

Tu as donné le meilleur de toi-même pour la réussite de tes enfants. Tu nous as vite montrés que le travail assure l'indépendance. Tes conseils et sacrifices m'ont permis d'être ce que je suis aujourd'hui. Nous n'avons rien manqué pour la réussite scolaire. Tu es un papa exemplaire et je suis fière d'avoir un père comme toi.

✓ A mes Frères (ABDELMOHCINE, ABDERRAHIM).
 Je serais toujours à vos côtés pour partager vos joies et vos peines.
 Pour votre sens élevé de l'esprit de famille, votre amour, m'ont aidé tout le long de ce travail.

A mon binôme Kheireddine avec qui j'ai partagé de longues heures et journées de travail.

A tout le personnel de l'avionique, pour votre sympathie et votre collaboration.

YAHLALI Younes

Remerciement

En préambule à ce travail, je souhaiterais adresser mes remerciements les plus sincères aux personnes qui m'ont apporté leur aide et qui ont contribué à l'élaboration de ce mémoire.

Je tiens d'abord à remercier mon promoteur Monsieur Hacine BENCHOUBANE, Professeur à l'université de SAAD DAHLEB de Blida, pour son aide, son soutien et ses conseils dans l'élaboration de ce projet.

J'exprime ensuite ma gratitude au membre de notre jury pour avoir présider la soutenance de notre thèse.

Je tiens à adresser mes remerciements à toute ma famille, en particulier mes chers parents dont leur amour et éternel soutien ont rendu possible de compléter ce mémoire.

Je souhaiterais remercier également mes amis et mes proches pour leur encouragement tout au long de la réalisation de ce mémoire.

Enfin, Je remercie aussi tous ceux dont j'oublie de mentionner le nom. Ils ont tous su me soutenir et me redonner le moral dans les temps difficiles.

Merci à tous et à toutes.

CHOUTRI KHEIREDDINE

REMERCIEMENT

A mon maître et directeur de thèse

Monsieur BENCHOUBANE Hacine

Cher maître, vous m'avez honorée en me confiant ce travail.

Vous m'avez toujours réservé le meilleur accueil pour me conseiller et me guider afin de le mener à bien.

Votre simplicité, votre sérénité, votre esprit communicatif et votre culture font de vous un maître admiré de tous.

Qu'il me soit permis de vous exprimer à travers cette thèse ma profonde gratitude et mes vifs remerciements.

J'exprime ensuite ma gratitude au membre de notre jury pour avoir présider la soutenance de notre thèse.

J'exprime ensuite ma gratitude au membre de notre jury pour avoir présider la soutenance de notre thèse.

Je tiens à adresser mes remerciements à toute ma famille, en particulier mes chers parents dont leur amour et éternel soutien ont rendu possible de compléter ce mémoire. Je tiens à remercier particulièrement :

Cle BENKHIEROUF Toufik (ERMA)

Je suis infiniment reconnaissant pour votre disponibilité, votre appui volontaire et pour les éfforts déployés pour la réalisation de ce travail.Soyez assurés de ma gratitude et de mon profond respect.

A tous ceux qui m'ont aidé à réaliser ce travail.....

YAHLALI Younes

TABLE DES MATIERES

DEDIDACES

REMERCIEMENTS

RESUME / ABSTRACT/ ملخص

TABLE DES MATIERES

LISTE DES FIGURES

LISTE DES TABLEAUX

ABREVIATIONS

NOMENCLATURES

INTRODUCTION GENERALE
CHAPITRE I : MODELE DYNAMIQUE DU QUADRI-ROTOR
I.1.INTRODUCTION
I.2. DESCRIPTION GENERALE DU QUADRIROTOR
I.3. LES MOUVEMENTS DU QUADRIROTOR4
I.3.1. Les gaz (mouvement vertical)4
I.3.2. Le lacet
I.3.3. Le roulis
I.3.4. Le tangage
I.4. MODELE DYNAMIQUE DU QUADRIROTOR6
I.4.1. Modélisation avec Newton-Euler7
I.4.1.1. La dynamique de translation8
I.4.1.2. La dynamique de rotation

I.4.1.3.Relation entre les angles et les vitesses angulaires d'Euler10
I.4.2. Modélisation avec les quaternions11
I.4.2.1. Modèle dynamique de translation11
I.4.2.2. Modèle dynamique de rotation12
I.4.2.3. Relation entre les quaternions et les vitesses angulaires12
I.4.2.4. Avantages d'utilisation de quaternion12
I.5. LA DYNAMIQUE DES ROTORS12
I.6. MODELE SIMULINK15
1.7. SIMULATION EN BOUCLE OUVERTE16
I.8. CONCLUSION
CHAPITRE II : ALGORITHMES DE NAVIGATION20
II.1. INTRODUCTION
II.2. SYSTEME DE NAVIGATION INERTIEL
II.2.1. Principes de base de la navigation inertielle
II.2.2. Développement de l'algorithme de navigation inertielle dans le repère local21
II.2.3. Représentation d'attitude d'un mobile21
II.2.4. Equation de mouvement
II.2.4.1. Équations cinématiques de l'INS22
II.2.4.2. Mécanisation de l'INS
II.2.5. Erreurs d'INS
II.2.5.1. Le Biais
II.2.5.2. Facteur d'échelle
II.3. SYSTÈME DE POSITIONNEMENT GLOBAL PAR SATELLITE27
II.3.1. Principe de trilatération27
II.3.2. Mesures de pseudo-distance

II.3.3. Sources d'erreurs du système GPS
II.3.4. Effet de la géométrie des satellites sur la précision du positionnement30
II.4. LE FILTRE DE KALMAN POUR L'INTEGRATION INS/GPS
II.4.1. Estimation d'état
II.4.2. Estimation optimale et filtre de KALMAN
II.4.3. Systèmes de navigations hybrides GPS/INS
II.4.4. Synthèse des différents modèles d'intégration GPS/INS
II.4.4.1. Intégration par couplage lâche
II.4.4.2. Modèle d'intégration GPS/INS par couplage lâche
II.4.4.3. Modèle de mesure du couplage lâche
II.5. LES TESTS STATIQUES
II.5.1. Mesure d'attitude
II.5.2. Mesure de vitesse et position
II.6. CONCLUSION41
CHAPITRE III : ALGORITHMES DE CONRÔLE42
III.1. INTRODUCTION
III.2. CAHIER DES CHARGES
III.3. COMMANDE D'ATTITUDE DU QUADRIROTOR43
III.3.1. Commande par régulation PID45
III.3.1. Commande par régulation PID45 III.3.2. Commande linéaire par placement de pôles50
III.3.1. Commande par régulation PID45 III.3.2. Commande linéaire par placement de pôles
 III.3.1. Commande par régulation PID
III.3.1. Commande par régulation PID

III.3.2.5. Simulation et interprétations	52
III.3.3. Commande linéaire quadratique	54
III.3.3.1. Principe de la commande	55
III.3.3.2. Simulations numériques	55
III.3.4. Comparaison des commandes	57
III.4. CONCLUSION	58
CHAPITRE IV : GUIDAGE ET MATERIEL DANS LA BOUCLE	58
IV.1. INTRODUCTION	59
IV.2. MATERIEL UTILISE	59
IV.2.1. La structure	60
IV.2.2. Régulateurs de vol	60
IV.2.2.1. Gyromètre	61
IV.2.2.2. Accéléromètre	61
IV.2.2.3. Baromètre	62
IV.2.2.4. Magnétomètre	62
IV.2.3. GPS	62
IV.2.4. La batterie	63
IV.2.5. Le module d'émission/réception	64
IV.2.6. Moteurs et contrôleurs de vitesse électroniques	64
IV.3. CRITERE DE SELECTION DU PROTOTYPE	65
IV.3.1. Choix des composants	65
IV.3.2. FLAMEWHEEL 450	66
IV.3.2.1. Le Montage	67
IV.3.2.2. Les étapes de montage	68

IV.4. GENERATION DE LA TRAJECTOIRE	71
IV.4.1. Guidage par champ de vecteurs	72
IV.5. LA SIMULATION AVEC MATERIEL DANS LA BOUCLE	73
IV.5.1. Simulation sur ordinateur et «simulation HIL»	74
IV.5.2. Architecture HIL	75
IV.5.3. Résultats expérimentaux	76
IV.6. INTERFACE GRAPHIQUE	81
IV.7.CONCLUSION	82
CONCLUSION GENERALE	84
Annexe A	
Annexe B	

Annexe C

BIBLIOGRAPHIE

LISTE DES FIGURES

Chapitre I

- Figure.I.1 : les gaz.
- Figure.I.2 : Le lacet.
- Figure.I.3 : Le roulis
- Figure.I.4 : Le tangage.
- Figure.I.5 : Placement et sens de rotation des moteurs.
- Figure.I.6 : Repère fixe et repère mobile.
- Figure.I.7 : Schéma électrique équivalent du moteur DC.
- Figure.I.8 : Arrangement électromécanique du moteur DC.
- Figure.I.9 : Modèle Simulink du quadri-rotor.
- Figure.I.10 : 1^{er} Cas (mouvement vertical selon z).
- Figure.I.11 : 2ème Cas (mouvement de lacet).
- Figure.I.12 : 3^{ème} Cas (mouvement de roulis).
- Figure.I.13 : 4^{ème} Cas (mouvement de tangage).
- Figure.I.14 : Variation d'altitude dans le cas des mouvements de tangage, roulis et lacet.

Chapitre II

- Figure.II.1: Architecture typique d'un système INS à composantes liées.
- Figure.II.2: Le biais d'un capteur inertiel.
- Figure.II.3: L'erreur du facteur d'échelle d'un capteur inertiel.
- Figure.II.4: Principe de trilatération appliqué à un système a trois dimensions.
- Figure.II.5: Calcul du temps de transmission a partir des mesures de code.

Figure.II.6: Effet de la géométrie des satellites et de l'UERE sur le Positionnement 2D : a) bonne géométrie ;b) mauvaise géométrie.

Figure.II.7: Représentation typique d'un estimateur d'état.

Figure.II.8: Intégration GPS/INS par couplage lâche.

Figure.II.9 : Attitude du Quadri-rotors.

Figure.II.10 : Erreur de filtre de KALMAN en position.

Figure.II.11 : Modèle Simulink d'estimation d'attitude

Figure.II.12 : Modèle Simulink d'estimation de position

Chapitre III

Figure.III.1 : Le modèle Simulink du contrôle d'attitude pour un contrôleur PID.

Figure.III.2: Block 'Motor Mixer'.

Figure.III.3: Description générale du controlleur PID.

Figure.III.4 : La structure principale du PID.

Figure.III.5 : La structure améliorée du PID.

Figure.III.6 : Réponse d'attitude d'un contrôleur PID.

Figure.III.7: Réponses des signaux de commande PWM d'un contrôleur PID.

Figure.III.8: Insertion de pré-compensateur.

Figure.III.9 : Réponse d'attitude de la commande par placement de pôles

Figure.III.10 : Réponses des signaux de commande PWM de la commande par placement de pôles.

Figure.III.11 : Réponse d'attitude de la commande LQR

Figure.III.12 : Réponses des signaux de commande PWM de la commande LQR

Chapitre IV

Figure.IV.1 : Régulateur du vol (Ardupilot).

Figure.IV.2 : Module GPS 3DR LEA-6 uBlox.

Figure.IV.3 : La batterie Lipo 3s.

- Figure.IV.4 : Les modules 3DR Radio.
- Figure.IV.5 : Composants constituants le Kit DJI F450.
- Figure.IV.6 : Les câbles d'alimentations sont soudés sur la "PowerBoard".
- Figure.IV.7 : Dimension moteur.
- Figure.IV.8: Montage d'hélice.
- Figure.IV.9 : Câblages ESC.
- Figure.IV.10 : Assemblage dji 450.
- Figure.IV.11: Différentes étages de commande
- Figure.IV.12: Exemple de segment de trajectoire linéaire.
- Figure.IV.13: Le modèle du contrôleur associée à l'algorithme de guidage.
- Figure.IV.14: Le modèle Simulink de la génération de la trajectoire ainsi que le contrôleur
- Figure.IV.15: Architecture globale de la plateforme expérimentale.
- Figure.IV.16: Simulation de la trajectoire rectangulaire.
- Figure.IV.17: La trajectoire suivant l'axe des X.
- Figure.IV.18: La trajectoire suivant l'axe des Y.
- Figure.IV.19: La trajectoire suivant l'axe des Z.
- Figure.IV.20: Variation d'angle de roulis et du tangage.
- Figure.IV.21 : Variation d'angle de lacet.
- Figure.IV.22 : Variation des signaux de commandes.
- Figure.IV.23 : Mission Planner : Interface graphique

Annexe A

- Figure.A.1: Repère inertiel terrestre (ECI).
- Figure.A.2: Repère fixe terrestre (ECEF).
- Figure.A.3: Coordonnées géodésiques (latitude, longitude et altitude ellipsoidale).

Figure.A.4: Repère NED (en rouge) et ENU (en bleu).

Figure.A.5: Repère du mobile.

Annexe C

Figure.C.1: Différentes parties du quadri-rotor.

Figure.C.2 : Assemblage complet du quadri-rotor.

Figure.C.3 : Dessin technique du F450.

LISTE DES TABLEAUX

Chapitre II

Tableau.II.1: Equation du filtre de KALMAN.

Tableau.II.2: Avantages et inconvénients des systèmes GPS et INS.

Chapitre III

Tableau III.1 : Critère du cahier des charges.

Tableau.III.2 : Gains PID de la commande.

Tableau.III.3 : Le dépassement de la réponse du système contrôlé par plusieurs commandes dans la région linéaire.

Tableau III.4: Le dépassement de la réponse du système contrôlé par plusieurs commandes dans la région linéaire.

Chapitre IV

Tableau.IV.1 : Principales structures disponibles sur le marché.

Tableau.IV.2 : Acteurs majeurs des régulateurs de vol.

Tableau.IV.3 : Caractéristique du Dji F450.

Tableau.IV.4 : Gains PID de la commande.

Annexe C

Tableau.C.1 : Paramètres du quadri-rotor.

NOMENCLATURES

- A : Matrice de transition du vecteur d'état caractérisant la propagation de ce dernier.
- **a** : Vecteur accélération (m/s²).
- q_1, q_2, q_3, q_4 : Eléments du quaternion unitaire q_b^l .
- **B** : Matrice des entrées d'état.
- **b** : Le coefficient de portance
- **b**_{clk} : Erreur de pseudo-distance associée au biais d'horloge.
- c : Vitesse de la lumière. (2.99792458 $\times 10^8$ m/s)
- Cd : Le coefficient de trainée.
- C_{b}^{l} : La matrice de rotation du b-repère au l-repère.
- d : Mesure de distance entre le récepteur et le satellite. (m)
- e: Excentricité de l'ellipsoïde de référence. (m)
- e_k^- : Vecteur d'erreur à priori.
- f : Coefficient d'aplatissement de l'ellipsoïde de référence. (m)
- *f_{em}* : Force électromotrice (Volt).
- F_p : La force de portance. (N)
- $F_{perturbation}$: La force de perturbation. (N)
- F_t : La force de trainée. (N)
- f^b : La force spécifique. (m/s²)
- g : La gravité. (m/s²)
- **h** : L'altitude. (m)

H : Matrice d'observabilité caractérisant le lien entre le vecteur d'état et le vecteur de mesures.

i : Courant d'armature. (Ampère)

- *J* : Matrice d'inertie symétrique de dimension (3x3).
- *J* : Inertie du rotor.
- **k** : Le coefficient de trainée.
- Kd : Le coefficient dérivé.
- Ki : Le coefficient intégral.
- **Kp** : Le coefficient proportionnel.
- K_e : La constante de la fem de retour.
- K_f : La constante de friction.
- *K_t* : La constante du couple électrique.
- **M** : La masse totale. (kg)
- *M_{gyro}* : Le moment gyroscopique. (N.m)
- *M*_{pousée} : Le Moment de la poussée. (N.m)
- M_d : Moment du aux forces de traînée. (N.m)
- *M et N* : Le rayon de courbure de méridien et vertical principal. (m)
- **p** : Vecteur position.
- P_k^- : Matrice de covariance d'erreur à priori.
- **P** : Le poids du quadri-rotor. (Kg)
- **Q** : Matrice de covariance du bruit du système.
- **R** : Matrice de covariance du bruit de mesures.
- **r**_A, **r**_B, **r**_C : Mesures de distance connues entre le point P et les points A et B. (m)
- \mathbf{R}_{N} : Rayon de courbure normal de la terre. (m)
- **Repère-b** : Le repère mobile.
- Repère-l : Repère local.
- **Repère-e** : Un repère fixe lié à la terre.

- S_w : La surface de référence. (m²)
- T_e : Le couple électrique. (N.m)
- u : Vecteur de control des entrées.
- **v** : Vecteur de bruit de mesures.
- *V* : La vitesse linéaire. (m/s)
- Vs : Source de tension. (Volts)
- \dot{V} : La première dérivée de la vitesse linéaire. (m/s)
- V_D : La vitesse vers le bas. (m/s)
- V_E : La vitesse vers l'est, (m/s)
- V_N : La vitesse vers le nord. (m/s)
- \boldsymbol{v} : La vitesse linéaire liée au quadri-rotor. (m/s)
- ω_{el}^{l} : Le taux de rotation du repère local par rapport au repère d'ECEF. (rad/s)
- $\boldsymbol{\omega}_{ib}^{b}$: La sortie de gyroscope. (rad/s)

 ω_{ie}^{l} : Le taux de rotation terrestre par rapport au repère inertiel exprimé dans le repère local. (rad/s)

- ω_m : La vitesse angulaire. (rad/s)
- w : Vecteur de bruit du système.
- W1X, 1Y: Les coordonnées X, Y respectivement du waypoint 1.

W₂x, ₂y : Les coordonnées X, Y respectivement du waypoint 2.

- **x** : Vecteur d'état du système.
- xA, yA, zA: Coordonnées connues du point A.
- x_B, y_B, z_B: Coordonnées connues du point B.
- xc, yc, zc: Coordonnées connues du point C.
- X^f: Le heading.

x_i, y_i, z_i: Coordonnées du satellite Z.

- xP, yP, zP : Coordonnées inconnues du point P.
- *x* : Coordonnée du centre de gravité G du quadri-rotor suivant Xe.
- y : Coordonnée du centre de gravité G du quadri-rotor suivant Ye.
- z : Coordonnée du centre de gravité G du quadri-rotor suivant Ze.
- **z** : Vecteur d'observations (ou de mesures).
- Δt : Temps de propagation du signal GPS. (s)
- ϕ : L'angle de roulis, sa rotation est autour X_1 (- $\pi < \phi < \pi$). (rad)

 $\boldsymbol{\theta}$: L'angle de tangage, sa rotation est autour X_1 $\left(-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$. (rad)

- $\boldsymbol{\psi}$: L'angle de lacet, sa rotation est autour Z_1 (- $\pi < \psi < \pi$). (rad)
- $\boldsymbol{\varphi}$: La latitude. (rad)
- λ : La longitude. (rad)
- ρ : Densité de l'air. (kg/m³)
- ρ : Mesure de pseudo-distance.
- ρ_i : Mesure de pseudo-distance du satellite Z.
- Ω : La vitesse de rotation liée au même corps. (rad/s)
- $\boldsymbol{\Omega}_{lb}^{b}$: La matrice antisymétrique de ω_{nb}^{b} .
- δt : Biais d'horloge du récepteur.
- η_{ρ} : Erreurs supplémentaires affectant la mesure de pseudo-distance.

INTRODUCTION GENERALE

Les drones ou UAVs (Unmanned Aerial Vehicles) sont des engins volants sans pilote capables de mener à bien une mission de façon autonome, ou en mode téléguidé. [1]

Depuis plus d'un demi-siècle, les **UAV**s ont été conçus dans le domaine militaire. L'objectif était de remplacer l'être humain lorsque la tâche à réaliser devenait pénible ou répétitive et surtout lorsqu'il s'agissait d'un environnement hostile où la sécurité du pilote n'était plus assurée. [1]

Les premières recherches dans le domaine des UAVs datent de la Seconde Guerre mondiale, les premiers appareils conçus avaient des dynamiques et des dimensions proches de celles des avions et ils volaient à une très haute altitude. [1]

Aujourd'hui, l'énorme progrès de l'électronique (avionique) et de la technologie des capteurs et surtout la miniaturisation des composants électroniques et l'évolution des calculateurs numériques ont permis l'apparition d'une nouvelle génération de drones miniatures équipés de systèmes de commande embarqués. [1]

Pour qu'un drone puisse accomplir sa mission, il doit être équipé d'un matériel embarqué capable d'exécuter les algorithmes GNC (Guidage, Navigation et contrôle), c'est à base de ses algorithmes que les commandes d'attitude et de position sont générés afin de suivre les waypoints de la trajectoire désirée.

Dans l'algorithme de navigation, une connaissance précise de la position et de l'orientation est nécessaire. Cette connaissance peut être obtenue à partir d'un système couplet du système de navigations inertielles (INS) et le GPS (Global Positioning Systems) à l'aide d'un estimateur tel que le filtre de Kalman. Cette combinaison sert à compenser les limitations de chacun d'entre eux et augmenter la fiabilité du système et diminuer les erreurs d'estimation.

Les paramètres du vol obtenus, sont utilisés comme des entrées pour les commandes de contrôle. Dans le cadre de notre projet on va se limiter aux commandes linéare à cause de notre matériel embarqués qui ne peut pas traiter des algorithmes complexe. Les sorties des commandes de contrôle sont des signaux PWM (Pulse Width Modulation) qui commandent les moteurs afin d'assurer la stabilité d'attitude d'un côté, et de suivre les positions imposer par l'algorithme de guidage.

Il est important de choisir judicieusement les instruments embarqués afin d'obtenir une intégration optimale de l'ensemble. Pour ce fait, plusieurs modèles de quadri-rotor ainsi que le matériel embarqué disponible dans le marché ont été présentés avec justification du celles choisies.

On note que la modélisation du quadri-rotor est le point le plus critique dans l'implémentation des algorithmes GNC.

La simulation du matériel dans la boucle est l'étape de transition entre la simulation et le teste réelle, elle permet non seulement d'évaluer les capacités du contrôleur mais aussi de diagnostiquer à l'avance les problèmes d'intégration et d'explorer les scénarios d'anomalies matérielles et logicielles.

Les objectifs principaux derrière ce projet :

- Avoir un modèle dynamique du quadrirotor.
- Estimer les différents paramètres de navigation
- Suivre les waypoints d'une trajectoire désirée.
- Implémenter les algorithmes GNC conçue sur le hardware
- Diagnostiquer à l'avance les problèmes d'intégration du hardware
- Effectuer des tests réels et traiter les données reçues dans une station de contrôle au sol.
- Concevoir une plateforme expérimentale.

Pour répondre à ces objectifs nous avons organisé le mémoire en quatre chapitres à savoir

- Le premier chapitre est consacré à la modélisation dynamique du quadri-rotor, ainsi que la simulation en boucle ouverte.
- Le second chapitre traite l'algorithme de navigation basé sur l'intégration INS/GPS par le filtre de Kalman.
- Le troisième chapitre est consacré à l'application des lois de commande pour la stabilisation de l'attitude du quadri-rotor. Pour se faire, trois méthodes sont étudiées. La première est la méthode classique basée sur un contrôleur PID, le deuxième est la méthode par retour d'état et la troisième par la commande régulateur quadratique.
- Le quatrième chapitre 4 s'intéresse à la méthode de génération de la trajectoire et la simulation du matériel dans la boucle.
- Une conclusion générale clôture ce document

I.1. INTRODUCTION

Un système est un ensemble d'objets ou de phénomènes liés entre eux et isolés artificiellement du monde extérieur. Sa modélisation regroupe l'ensemble des techniques permettant de disposer d'une représentation mathématique de celui-ci. [1]

La modélisation théorique requiert une connaissance précise des phénomènes intervenant dans le système et une aptitude de les représenter mathématiquement. Les systèmes physiques sont souvent complexes et difficilement exploitables, notamment pour la commande et l'observation. [1]

Les grands soucis de la modélisation sont : la précision et la fidélité du modèle vis-àvis le processus réel, ainsi que l'adéquation de ce modèle à une forme mathématiquement exploitable. [1]

Et afin de concevoir un contrôleur de vol, on doit d'abord comprendre profondément les mouvements de l'avion, sa dynamique et par conséquent ses équations dynamiques. Cette compréhension est nécessaire pas simplement pour la conception du contrôleur, mais aussi afin de s'assurer que les simulations du véhicule dépeindront un comportement aussi proche que possible de la réalité quand la commande est appliquée. [2]

Beaucoup de tentatives de modélisation d'un drone (Quadri-rotor) sont enregistrées dans la littérature. On cite parmi-elles, celle établie par Bouabdallah [3] via la méthode d'Euler-Lagrange. Le modèle présenté par KHEBBACHE [4] basé sur le formalisme de Newton a été obtenu à partir de la dynamique d'un corps rigide associé au fuselage auquel sont ajoutées les forces aérodynamiques générées par les rotors. Ce modèle intègre en plus la dynamique des actionneurs.

Dans le cadre de notre travail, l'approche de modélisation adoptée est basée sur le formalisme de Newton.

I.2. DESCRIPTION GENERALE DU QUADRIROTOR

Un quadri-rotor est un robot mobile aérien à quatre rotors défini dans l'espace par six degrés de libertés, dont trois mouvements de rotation et trois mouvements de translation. Ces six mouvements doivent être commandés à l'aide de quatre déclencheurs seulement, donc c'est un système sous actionné (le nombre des entrées est inférieur au nombre des sorties). [4] Les 4 rotors sont généralement placés aux extrémités d'une croix, et l'électronique du contrôle est habituellement placée au centre de la croix. Afin d'éviter que l'appareil tourne sur lui-même sur son axe du lacet, il est nécessaire que deux hélices tournent dans un sens, et les deux autres dans un autre sens. Pour pouvoir diriger l'appareil, il est nécessaire que chaque couple d'hélice tournant dans le même sens soit placé aux extrémités opposées d'une branche de la croix. [4]

Le fonctionnement du quadri-rotor est assez particulier. En faisant varier astucieusement la puissance des moteurs, il est possible de le faire monter/descendre, de l'incliner à gauche / à droite (roulis) ou en avant / en arrière (tangage), ou encore de le faire pivoter sur lui-même (lacet). [1]

I.3. LES MOUVEMENTS DU QUADRIROTOR

Comme est défini dans la section précédente, on rappelle que le quadri-rotor est un engin volant doté de quatre rotors placés aux extrémités d'une croix. Ce sont ces quatre rotors qui fournissent la force verticale (portance) qui permet à l'appareil de s'élever. Les mouvements possibles du quadri-rotor sont: [2]

I.3.1. Les gaz (mouvement vertical)

Il représente le mouvement de montée/descente du drone. Les quatre moteurs tournent à la même vitesse. On diminue la vitesse des quatre moteurs pour faire descendre le quadri-rotor tandis qu'on l'augmente pour le faire monter.



Fig.I.1 : les gaz.

I.3.2. Le lacet

Il permet de faire tourner le quadri-rotor sur lui-même. On réalise cette manœuvre en agissant sur les moteurs par paires : on diminue la vitesse de rotation des deux moteurs face à face (avant et arrière) et on augmente la vitesse des deux autres (gauche et droit).



Fig.I.2 : Le lacet.

I.3.3. Le roulis

Ce mouvement se produit suite à une rotation autour de l'axe X en agissant sur les moteurs gauche et droit. Par exemple, si le quadri-rotor penche à gauche, on augmente la vitesse du moteur gauche tout en diminuant celle du moteur droit.



Fig.I.3 : Le roulis

I.3.4. Le tangage

Ce mouvement se produit suite à une rotation autour de l'axe Y. Les moteurs avant et arrière permettent de garder une assiette stable sur cet axe. Si le quadri-rotor est orienté vers l'arrière, il faut donner plus de vitesse au moteur arrière et baisser celle du moteur avant.



Fig.I.4 : Le tangage.

Le positionnement et le sens de rotation des moteurs est aussi signifiant. Les moteurs 1 et 2 sont placés le long de l'axe X et tournent dans le sens horaire, tandis que les moteurs 3 et 4 sont placés sur l'axe Y et tournent dans le sens antihoraire (**Fig.I.5**). [5]



Fig.I.5 : Placement et sens de rotation des moteurs.

I.4. MODELE DYNAMIQUE DU QUADRIROTOR

La modélisation des robots volants est une tâche délicate puisque la dynamique du système est fortement non linéaire et pleinement couplée. En réalité, un grand nombre d'effets physiques ont lieu sur les robots volants, et à cet effet, il est nécessaire dans un premier temps d'effectuer quelques hypothèses afin d'éliminer ceux de plus faible importance, à savoir : [2]

- La structure est supposée rigide.
- Le drone possède une structure parfaitement symétrique, ce qui induit à supposer que la matrice d'inertie soit diagonale.
- La portance et la traînée de chaque moteur sont proportionnelles au carré de la vitesse, ce qui est une approximation très proche au comportement aérodynamique.

Pour évaluer le modèle mathématique du quadri-rotor on utilise deux repères, un repère fixe lié à la terre « e » et un autre mobile « b » fixé au centre de masse de l'objet volant. Le passage entre le repère mobile et le repère fixe est donné par une matrice dite matrice de transformation R qui contient l'orientation et la position du repère mobile par rapport au repère fixe (voir ANNEXE 1). [5]



Fig.I.6 : Repère fixe et repère mobile

Donc les paramètres qui permettent de décrire le mouvement du quadri-rotor sont $(x, y, z, \phi, \theta, \psi, v, \Omega)$ avec:

x: Coordonnée du centre de gravité G du quadri-rotor suivant Xn.

y : Coordonnée du centre de gravité G du quadri-rotor suivant Yn.

z : Coordonnée du centre de gravité G du quadri-rotor suivant Zn.

 ϕ : L'angle de roulis, sa rotation est autour X_b $(-\frac{\pi}{2} < \phi < \frac{\pi}{2})$. θ : L'angle de tangage, sa rotation est autour Y_b $(-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2})$. ψ : L'angle de lacet, sa rotation est autour Z_b $(-\pi < \psi < \pi)$. $v = [u, v, w]^T$: La vitesse linéaire liée au quadrirotor. $\Omega = [p, q, r]^T$: La vitesse de rotation liée au même corps.

I.4.1 Modélisation avec Newton-Euler

Les forces et les moments appliqués sur le quadri-rotor proviennent des forces générées par la rotation des hélices, de la précession gyroscopique ainsi que des effets aérodynamiques. Nous présenterons ici chacune des forces et des moments séparément, ensuite nous les appliquerons au modèle du quadri-rotor et, pour finir, nous les ajouterons aux équations dynamiques. [1]

Puisque plusieurs équations des sections suivantes demandent une analyse utilisant des notions de mécanique des fluides et d'analyse d'hélice qui dépassent le cadre de ce mémoire, nous ne présenterons ici qu'une vulgarisation des principes ainsi que les résultats nécessaires pour notre modélisation. Pour plus détails, le lecteur peut s'élargir en consultant les références suivantes (Bouabdallah, 2007). [1]

I.4.1.1. La dynamique de translation

D'après la première loi de la dynamique de Newton :

$$\frac{d(mv)}{dt} = \sum F_{ext}$$
 Eq.I.1

Les forces extérieures appliquées au quadri-rotor sont :

Le poids du quadri-rotor : Il est donné par : [2]

$$P = mg$$
 Eq.I.2

où : m est la masse totale et g la gravité

La force de portance : Elle est perpendiculaire à l'écoulement d'air et dirigée vers le haut, c'est-à-dire qu'elle a tendance à faire élever le quadri-rotor. Elle représente la force totale produite par les quatre hélices. Elle est donnée par : [2]

$$F_p = b(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2)$$
 Eq.I.3

Avec : b est le coefficient de portance, il dépend de la forme et le nombre des pales et la densité de l'air.

On doit exprimer cette force dans le repère inertiel. Pour cela, on utilise la matrice de rotation R

$$F_p = b(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) R$$
 Eq.I.4

La force de trainée : C'est la résultante des forces qui s'opposent au mouvement du quadri-rotor dans l'air. Elle s'exerce parallèlement au sol, de même direction que le mouvement du quadri-rotor, mais dans le sens opposé. Elle représente en quelque sorte les forces de frottement sur l'objet. Elle est donnée par: [6]

$$F_t = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot S_w \cdot C_d$$
 Eq.I.5

Où :

Cd : le coefficient de trainée.

ρ: Densité de l'air

V : La vitesse linéaire.

 S_w : La surface de référence.

La force de perturbation : D'autres forces comme la force de Coriolis de la terre, le vent et les forces d'Euler sont considérées comme une perturbation résumée comme F_{perturbation}

Les forces expliquées précédemment se résument ensemble pour trouver la force totale agissant sur le quadri-rotor.

$$m.V = P - F_p + F_t + F_{perturbation}$$
 Eq.1.6

I.4.1.2. La dynamique de rotation

D'après la deuxième loi de la dynamique de Newton

$$\frac{d(J\Omega)}{dt} = \sum \tau_{ext}$$
 Eq.I.7

Et comme la vitesse angulaire est exprimé dans le repère lié au quadri-rotor, alors :

J : matrice d'inertie symétrique de dimension (3x3), elle est donnée par :

$$J = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0\\ 0 & I_y & 0\\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix}$$
 Eq.I.9

Le Moment de la poussée : Le moment de poussée τ_a est une partie des moments externes agissant sur le système décrit par la poussée de l'hélice Fp et la distance «l» de Centre de Gravité du centre de l'hélice. [2]

$$\tau_a^1 = b. l. (\omega_4^2 - \omega_3^2)$$
 Eq.I.10

$$\tau_a^2 = b. l. (\omega_2^2 - \omega_1^2)$$
 Eq.I.11

$$\tau_a^3 = k. \left(-\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2 \right)$$
 Eq.I.12

Avec : k est le coefficient de trainée

Le moment gyroscopique : Il se crée dans les systèmes physiques en mouvement avec des parties rotatoires. Lorsque la trajectoire du quadri-rotor change, le rotor subit des rotations du fuselage. L'expression générale de ce moment est donnée par: [2]

$$M_{gyro} = \sum_{i=1}^{4} \Omega \wedge J_r \begin{bmatrix} 0\\ 0\\ (-1)^i \omega_i \end{bmatrix}$$
 Eq.I.13

La matrice d'inertie du chaque rotor est supposée diagonale :

$$J_r = \begin{bmatrix} I_{rx} & 0 & 0\\ 0 & I_{ry} & 0\\ 0 & 0 & I_{rz} \end{bmatrix}$$
Eq.I.14

L'équation générale du moment devient :

$$J\dot{\Omega} + \Omega \wedge J\Omega = \tau_a + [(-1)^i \omega_i J_{rz}]\Omega \qquad \text{Eq.1.15}$$

D'ou :

$$\left(\dot{p} = \frac{J_y - J_z}{J_x}qr + \frac{J_{rz}}{J_x}(\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 - \omega_4)q + \frac{\tau_a^1}{J_x}\right) = \text{Eq.I.16}$$

$$\begin{cases} \dot{q} = \frac{J_z - J_x}{J_y} pr - \frac{J_{rz}}{J_y} (\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 - \omega_4) p + \frac{\tau_a^2}{J_y} \end{cases}$$
 Eq.I.17

$$\dot{p} = \frac{J_x - J_y}{J_z} pq + \frac{\tau_a^3}{J_z}$$
 Eq.I.18

I.4.1.3. Relation entre les angles d'Euler et les vitesses angulaires

Si un solide tourne à une vitesse constante, sa vitesse angulaire Ω est constante. Par contre, les variations des angles d'Euler seront variables car elles dépendent des angles instantanés entre les axes des deux repères. La séquence des angles d'Euler est obtenue à partir de trois rotations successives : roulis, tangage et lacet. [2]

$$\Omega = R(X_n, \phi) = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + R(X_n, \phi)R(Y_n, \theta) \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + R(X_n, \phi)R(Y_n, \theta)R(Z_n, \psi) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad \text{Eq.I.19}$$

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -S\theta \\ 0 & C\phi & S\phi C\phi \\ 0 & -S\phi & C\theta C\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$$
Eq.I.20

Donc :

$$\boldsymbol{\phi} = \boldsymbol{T} * \boldsymbol{\Omega}$$
 Eq.I.21

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & S(\phi)t(\theta) & C\phi t(\theta) \\ \mathbf{0} & C\phi & -S\phi \\ \mathbf{0} & \frac{S\phi}{C\theta} & \frac{C\phi}{C\theta} \end{bmatrix}$$
 Eq.I.22

I.4.2. Modélisation avec les quaternions

L'utilisation des angles d'Euler (lacet, tangage, roulis) est devenue très répandue dans le domaine aérospatial. Cependant, elles souffrent des problèmes de singularités connues par le « gimballock ». Ce problème se produit lorsque l'angle de roulis perd sa signification. En d'autre terme, si l'appareille fait un tangage de 90°, son axe de roulis devient parallèle à l'axe de lacet, et il n'y a aucun axe disponible pour adapter la rotation de lacet (un degré de liberté est perdu). Pour éviter ce problème on utilise les quaternions [2]. Une vue d'ensemble sur les quaternions est décrite dans l'ANNEXE 2.

I.4.2.1. Modèle dynamique de translation

La détermination de modèle dynamique de translation avec les quaternions ne diffère pas à celle de Newton-Euler. Seulement, on doit représenter la force de portance dans le repère R_n en utilisant la rotation en quaternion. [2]

On a :

$$F_p = q * F_{portance} * q'$$
 Eq.I.23

Après le développement de cette équation, on obtient :

$$\sum F_{ext\acute{e}rieure} = \begin{bmatrix} (2q_1q_3 + 2q_2q_4) \sum_{j=1}^{4} F_i - K_x \dot{x}^2 \\ (2q_4q_3 - 2q_2q_1) \sum_{j=1}^{4} F_i - K_y \dot{y}^2 \\ (q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2) \sum_{j=1}^{4} F_i - K_z \dot{z}^2 - mg \end{bmatrix} \quad \text{Eq.I.24}$$

d'où :

$$\ddot{x} = \frac{1}{m} \left((2q_1q_3 + 2q_2q_4) \sum_{i=1}^{4} F_i - K_x \dot{x}^2 \right)$$
 Eq.I.25

$$\ddot{y} = \frac{1}{m} \left((2q_4q_3 - 2q_2q_1) \sum_{i=1}^{4} F_i - K_y \dot{y}^2 \right)$$
 Eq.I.26

$$\left(\ddot{z} = \frac{1}{m} \left(\left(q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2\right) \sum_{1}^{4} F_i - K_z \dot{z}^2 - mg \right) \qquad \text{Eq.I.27}$$

Avec :

$$K_{x,y,z} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S_w \cdot C_d$$
 Eq.I.28

I.4.2.2. Modèle dynamique de rotation

Le modèle de rotation ne change pas car il est établi dans le repère lié au quadrirotor (pas de passage entre les repères). [2]

I.4.2.3. Relation entre les quaternions et les vitesses angulaires

Pour établir la relation entre les quaternions et les vitesses angulaires, on utilise la relation suivante : [2]

$$\dot{q} = \frac{1}{2}q * \Omega$$
 Eq.I.29

En développant cette équation, on obtient le résultat final suivant :

$$\left(\dot{q}_{1} = \frac{-1}{2}(q_{2}p + q_{3}q + q_{4}r)\right)$$
 Eq.I.30

$$\dot{q}_2 = \frac{1}{2}(q_1p + q_3r + q_4q)$$
 Eq.I.31

$$\begin{cases} \dot{q}_{2} = \frac{1}{2}(q_{1}p + q_{3}r + q_{4}q) & \text{Eq.I.31} \\ \dot{q}_{3} = \frac{1}{2}(q_{1}q + q_{4}p + q_{2}r) & \text{Eq.I.32} \\ \dot{q}_{3} = \frac{1}{2}(q_{1}r + q_{4}p + q_{2}r) & \text{Eq.I.32} \end{cases}$$

$$\dot{q}_4 = \frac{1}{2}(q_1r + q_2q + q_3p)$$
 Eq.I.33

I.4.2.4. Avantages d'utilisation de quaternion

L'utilisation des quaternions offre plusieurs avantages : [2]

- Pas de singularité.
- Pas de fonction trigonométrique.
- Représentation facile pour des rotations successives.
- Simplification de calcul.

I.5. LA DYNAMIQUE DES ROTORS

Un circuit équivalent du moteur à courant continu typique est illustré comme indiqué dans le circuit représenté ci-dessous dans la Fig.I.7 et la Fig.I.8: [7]



Fig.I.7 : Schéma électrique équivalent du moteur DC.



Fig.I.8 : Arrangement électromécanique du moteur DC.

Les composantes de base représentées sont la résistance R, l'inductance L et la force électromotrice (fem) de retour e. Les équations suivantes sont utilisées pour décrire la relation de fonctionnement. [7]

En commençant par la loi de tension de Kirchhoff, l'équation suivante est obtenue :

$$V_s = Ri + L\frac{di}{dt} + e$$
 Eq.I.34

À l'état d'équilibre (état dont le courant continu est de fréquence zéro)

$$V_s = Ri + e$$
 Eq.I.35

Par conséquent, pour l'état non stationnaire, **Eq.I.34** est réarrangée pour prévoir la fem, comme est indiqué dans l'équation ci-dessous: [7]

$$e = -Ri - L\frac{di}{dt} + V_s$$
 Eq.I.36

Avec :

Vs : Source de tension.

i : courant d'armature.

De même, on tenant compte des propriétés mécaniques du moteur à courant continu, et à partir de la deuxième loi de Newton sur le mouvement :

$$J\frac{d\omega_m}{dt} = \sum T_i$$
 Eq.I.37

$$T_e = k_f \omega_m + J \frac{d\omega_m}{dt}$$
 Eq.I.38

Où :

 T_e : Le couple électrique.

 K_f : La constante de friction.

J : Inertie du rotor.

 ω_m : La vitesse angulaire.

Où le couple électrique et la fem pourraient être écrits comme : [7]
$$e = K_e \omega_m \quad et \quad T_e = K_t \omega_m$$
 Eq.1.39

Où :

 K_e : La constante de la fem de retour.

 K_t : La constante du couple électrique.

Ainsi, réécrire Eq.I.36 et Eq.I.37, Eq.I.40 et Eq.I.41 sont obtenu :

$$\frac{di}{dt} = -i\frac{R}{L} - \frac{k_e}{L}\omega_m + \frac{1}{L}v_s \qquad \text{Eq.I.40}$$

$$\frac{d\omega_m}{dt} = i\frac{k_t}{J} - \frac{k_f}{J}\omega_m$$
 Eq.I.41

Dans la suite de ce travail, on fait appel à la transformée de Laplace pour évaluer les deux équations **Eq.I.40** et **Eq.I.41** Et en ce qui suit, les expressions abouties sont obtenus de façon appropriée (toutes les conditions initiales sont supposées être zéro). [7]

Eq.I.40 devient :

$$si = -i\frac{R}{L} - \frac{k_e}{L}\omega_m + \frac{1}{L}V_s$$
 Eq.I.42

Eq.I.41 devient :

$$s\omega_m = i\frac{k_t}{J} - \frac{k_f}{J}\omega_m$$
 Eq.I.43

De Eq.I.43, i fait le sujet d'une substitution dans Eq.I.42

$$i = \frac{s\omega_m + \frac{k_f}{J}\omega_m}{\frac{k_t}{J}}$$
Eq.I.44

$$\left(\frac{s\omega_m + \frac{k_f}{J}\omega_m}{\frac{k_t}{J}}\right)\left(s + \frac{R}{L}\right) = -\frac{k_e}{L}\omega_m + \frac{1}{L}V_s$$
 Eq.I.45

Finalement, Eq.I.44 devient :

$$V_s = \left\{\frac{s^2 J L + s K_f L + s R J + k_f R + k_e k_t}{k_t}\right\} \omega_m \qquad \text{Eq.I.46}$$

La fonction de transfert est donc obtenue en utilisant le rapport entre la vitesse angulaire et tension de source.

$$G(s) = \frac{\omega_m}{V_s} = \frac{k_t}{s^2 J L + s K_f L + s R J + k_f R + k_e k_t}$$
 Eq.1.47

Considérant les hypothèses suivantes : [7]

1. La constante de frottement Kf est faible et tend vers zéro, cela implique

2. $RJ \gg K_f L$ Et $k_e k_t \gg Rk_f$

La fonction de transfert peut être écrite :

$$G(s) = \frac{\frac{1}{k_e}}{\frac{RJ}{k_e k_t} \frac{L}{R} s^2 + \frac{RJ}{k_e k_t} s + 1}}$$
Eq.I.48

De l'équation 3.13, les constantes suivantes sont acquises, (constante de temps).

$$\tau_m = \frac{RJ}{k_e k_t}$$
 Eq.I.49

La constante de temps électrique :

$$\tau_m = \frac{L}{R}$$
 Eq.I.50

Finalement, on obtient :

$$G(s) = \frac{\frac{1}{k_e}}{\tau_m \cdot \tau_e \cdot s^2 + \tau_m \cdot s + 1}$$
 Eq.I.51

I.6. MODELE SIMULINK

Dans le cadre de ce projet, le modèle dynamique de quadri-rotor a été modélisé sous le logiciel Matlab/Simulink. Le block « multicopter » regroupe les équations mathématiques reliées à la dynamique de rotation et de translation. Le modèle mathématique de la dynamique du rotor est présenté dans la block « brushless motors ». Une fois les forces et les moments sont calculés, Matlab/Simulink comporte un block qui modélise la dynamique du corps rigide à 6 DDL de masse fixe avec la méthode des quaternions. La puissance délivrée aux moteurs est prise en considération à l'aide d'un block qui modélise la batterie « LiPo ». La **Fig.I.9** illustre le modèle développé.



Fig.I.9 : Modèle Simulink du quadri-rotor.

1.7. SIMULATION EN BOUCLE OUVERTE

Dans cette partie on va faire une simulation en boucle ouverte sur le quadri-rotor, en injectant directement aux entrées du système les vitesses de rotation.

Pour illustrer le comportement dynamique du système et l'effet des vitesses de rotations sur les mouvements du quadri-rotor, on prend les quatre cas suivants :

1^{ier} cas : pour $\omega_1^2 = \omega_2^2 = \omega_3^2 = \omega_4^2 = 670 (tr/sec)^2$ **2ème cas :** pour $\omega_1^2 = \omega_3^2 = 556 (tr/sec)^2$ et $\omega_2^2 = \omega_4^2 = 819 (tr/sec)^2$ **3**^{ème} cas : pour $\omega_2^2 = \omega_3^2 = 662 (tr/sec)^2$ et $\omega_1^2 = \omega_4^2 = 702 (tr/sec)^2$ **4**^{ème} cas : pour $\omega_1^2 = \omega_2^2 = 649 (tr/sec)^2$ et $\omega_3^2 = \omega_4^2 = 714 (tr/sec)^2$

Les paramètres du modèle du quadri-rotor réel utilisé (Dji F450) sont obtenus à partir d'un modèle développé sous le logiciel « SolidWorks » (voir Annexe 3).

 U_1 , U_2 , U_3 et U_4 sont les entrées de commande du système où :

$$\tau_a^1 = dU_2 Eq.I.51$$

 $\begin{cases} \tau_a^1 = dU_2 \\ \tau_a^2 = dU_3 \end{cases}$ Eq.I.52

$$\tau_a^3 = U_4 Eq. I.53$$

 $\begin{bmatrix} F_a \\ F_p \end{bmatrix} = U_1$ Eq.I.54

Les figures (I.10), (I.11), (I.12) et (I.13), représentent les sorties du système pour ces quatre cas.



Fig.I.10 : 1^{er} Cas (mouvement vertical selon z).

On remarque que le quadri-rotor fait une translation verticale due aux forces de portance crées par la commande U_1 (**Fig.I.10**). On remarque aussi, que la translation suivant l'axe *x* et *y* est nulle car la rotation autour de ces deux axes est nulle. Donc on peut dire que la translation selon l'axe *z* est provoquée par l'action U_1 .



Fig.I.11 : 2ème Cas (mouvement de lacet).

Selon la **Fig.I.11**, on peut remarquer que le quadri-rotor fait une rotation autour de l'axe z (lacet), ce mouvement est provoqué par la variation des vitesses de rotation des rotors avant et arrière par rapport aux rotors latéraux. Alors la rotation autour de l'axe z est due à l'action U_4 .



Fig.I.12 : 3^{ème} Cas (mouvement de roulis).

D'après la **Fig.I.12**, le quadri-rotor fait une rotation autour de l'axe y (tangage), cette rotation provoque une translation selon x. il existe aussi un mouvement de rotation autour de l'axe x dû aux différents effets agissants sur le quadri-rotor et une translation verticale parce que la force de portance est supérieure au poids du système. Donc la translation selon l'axe x est due à la rotation autour de l'axe y qui est provoquée par l'action U_3 .



Fig.I.13 : 4^{ème} Cas (mouvement de tangage).

Selon la **Fig.I.13**, on remarque que le quadri-rotor effectue une rotation autour de l'axe x (roulis), ce mouvement donne une translation selon l'axe y. On a aussi un mouvement de rotation autour de l'axe y et une translation verticale. Donc la translation selon l'axe y est due à la rotation autour de l'axe x qui est provoquée par l'action U_2 .

La **Fig.I.14** montre la variation d'altitude dans le cas des mouvements de tangage, roulis et lacet.



Fig.I.14 : variation d'altitude dans le cas des mouvements de tangage, roulis et lacet.

I.8. CONCLUSION

L'utilisation du formalisme de Newton-Euler nous a permet d'établir le modèle dynamique du quadri-rotor. A partir du modèle obtenu, nous concluons que le quadri-rotor est un système sous actionné. De plus, la complexité du modèle, la non-linéarité, l'interaction entre les états du système, peuvent se voir clairement. Les simulations faites en boucle ouverte sur un modèle du quadri-rotor mettent en évidence l'instabilité du système en boucle ouverte et la nécessité d'un régulateur performant en boucle fermée qui est basé sur une estimation précise d'état [1]. Dans les sections suivantes, nous présenterons le modèle d'estimation d'états ainsi que la synthèse des lois de commandes linéaires (PID, placement de pole et LQR).

II.1. INTRODUCTION

L'un des plus grands obstacles à l'implémentation d'un système de guidage et contrôle est l'estimation l'état du système en termes de la position du véhicule. Ce processus est responsable de fournir des estimations continues et précises de la position du véhicule locale par l'utilisation de techniques d'estimation stochastiques.

Le système de positionnement global par satellite (GPS – Global Positioning System) fait désormais une partie intégrante de notre quotidien et forme d'ailleurs la base de la plupart des systèmes de navigation actuellement utilisés autant pour les applications civiles, commerciales, militaires ou gouvernementales. Bien que les technologies présentes dans les récepteurs GPS actuels offrent une grande précision à faible coût, une dégradation importante de la fiabilité de la solution fournie par ces systèmes est observable lorsqu'ils sont soumis à un environnement difficile ou à de fortes dynamiques. [8]

Dans de telles conditions, une alternative possible serait d'utiliser un système de navigation complètement autonome tel qu'un système de navigation inertielle (INS – Inertial Navigation System). D'où la précision d'un INS étant indépendante de l'environnement extérieur, il est ainsi possible d'obtenir un positionnement lorsque les signaux GPS sont fortement atténués ou complètement bloqués. Cependant, la dégradation rapide de la solution de navigation causée par les erreurs importantes présentes sur les mesures fournies par les capteurs limite grandement leur utilisation de manière autonome ou semi-autonome. [8]

Une solution prometteuse à cette problématique consiste à utiliser les mesures provenant de différents systèmes ayant des caractéristiques complémentaires afin d'estimer de manière optimale la solution de navigation à l'aide d'un estimateur (p. ex. le filtre de Kalman) .En utilisant une variété d'entrées de capteurs, le filtre de Kalman est conçu pour fournir de meilleures estimations de la position local du véhicule.

II.2. SYSTEME DE NAVIGATION INERTIEL

II.2.1. Principes de base de la navigation inertielle

Les systèmes de navigation inertielle sont des systèmes entièrement autonomes permettant de calculer la position, la vitesse et l'attitude d'un véhicule basé uniquement sur des mesures d'accélération linéaires et de vitesses angulaires provenant de capteurs inertiels (c.-à-d. Gyroscopes et accéléromètres). Contrairement aux systèmes GPS, les systèmes INS ne sont pas des systèmes de positionnement absolu mais font plutôt parti de la grande famille des systèmes de navigation à l'estime (DR – Dead Reckoning), c'est à dire qu'ils permettent uniquement de calculer le déplacement d'un mobile à partir de son état initial. [8]

De manière générale, un système INS est constitué de deux principaux éléments soient une centrale inertielle (IMU – Inertial Measurement Unit) et un ordinateur de calculs. L'IMU consiste en un assemblage d'accéléromètres et de gyroscopes disposés de manière à mesurer respectivement l'accélération (plus précisément les forces spécifiques) et la vitesse angulaire d'une plateforme en mouvement selon trois axes orthogonaux. L'ordinateur de calculs quant à lui s'occupe d'exécuter les équations dynamiques du système inertiel de manière à calculer l'attitude, la vitesse et la position du mobile. [8]

II.2.2. Développement de l'algorithme de navigation inertielle dans le repère local

Les équations de navigation sont implémentées dans le repère local à l'intérieur d'un ordinateur de calcul dont les principales tâches sont énumérées ci-dessous : [8]

- l'intégration des vitesses angulaires mesurées par les gyroscopes afin de mettre à jour l'attitude du mobile (propagation de l'attitude).
- l'utilisation de la nouvelle attitude du mobile afin de transformer la représentation du vecteur de forces spécifiques vers le repère de navigation (transformation de l'accélération).
- le calcul des composantes de force d'attraction gravitationnelle, de force centripète et d'accélération de Coriolis afin d'extraire l'accélération du mobile des mesures de forces spécifiques.
- l'intégration de l'accélération afin d'obtenir la vitesse du mobile (propagation de la vitesse).
- l'intégration de la vitesse afin d'obtenir la position du mobile (propagation de la position).

II.2.3. Représentation d'attitude d'un mobile

Il existe une relation mathématique permettant d'exprimer la matrice de rotation C_b^l en fonction des éléments du quaternion unitaire q_b^l tel que : [8]

$$C_B^L = \begin{bmatrix} q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 - q_4^2 & 2(q_2q_3 - q_1q_4) & 2(q_1q_3 + q_2q_4) \\ 2(q_2q_3 + q_1q_4) & q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 - q_4^2 & 2(q_3q_4 - q_1q_2) \\ 2(q_2q_4 - q_1q_3) & 2(q_1q_2 + q_3q_4) & q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 \end{bmatrix}$$
Eq.II.1

Où :

 q_1, q_2, q_3 et q_4 : éléments du quaternion unitaire q_b^l

L'inverse est également possible et est défini tel que :

$$q_B^L = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \sqrt{1 + c_{11} + c_{22} + c_{33}} \\ (c_{32} - c_{23})/4q_1 \\ (c_{13} - c_{31})/4q_1 \\ (c_{21} - c_{12})/4q_1 \end{bmatrix}$$
Eq.II.2

Finalement, les angles d'Euler peuvent également être déterminés directement à partir des éléments du quaternion unitaire tel que :

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{2(q_3q_4 - q_1q_2)}{1 - 2(q_2^2 + q_3^2)}\right)$$
 Eq.II.3

$$\varphi = \sin^{-1}(-2(q_2q_4 + q_1q_3))$$
 Eq.II.4

$$\psi = \tan^{-1}(\frac{2(q_2q_3 - q_1q_4)}{1 - 2(q_3^2 + q_4^2)})$$
 Eq.II.5

La section suivante présentera les équations mathématiques définissant ces étapes.

II.2.4. Equation du mouvement

II.2.4.1. Équations cinématiques de l'INS

Dans les applications de navigation, des informations de navigation sont généralement exigées dans le repère de navigation (le repère Géodésique Local). Position et vitesse exprimée : [9]

$$\underline{r}^n = [\boldsymbol{\varphi} \quad \boldsymbol{\lambda} \quad \boldsymbol{h}]^T \qquad \qquad \text{Eq.II.6}$$

Où :

 φ : est la latitude,

 λ : est la longitude,

h : est l'altitude,

 V_N : est la vitesse vers le nord.

 V_E : est la vitesse vers l'est,

 V_D : est la vitesse vers le bas.

Le mouvement du véhicule est exprimé par l'équation cinématique de l'INS ou l'équation de navigation.

Cette équation a trois parties : position, vitesse et des équations d'attitude comme indiqué ci-dessous.

$$\underline{\dot{r}}^{l} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\lambda} \\ \dot{h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{M+h} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{(N+h)\cos\varphi} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{N} \\ V_{E} \\ V_{D} \end{bmatrix}$$
Eq.II.8

$$\frac{\dot{V}_{e}^{l}}{C_{b}^{l}} = C_{b}^{l} \underline{f}^{b} - \left(2 \underline{\omega}_{ie}^{l} + \underline{\omega}_{el}^{l}\right) \times \underline{V}^{l} + \underline{g}^{l}$$
 Eq.II.9
$$\dot{C}_{i}^{l} = C_{i}^{l} \Omega_{b}^{b}$$

$$= C_b^{l} (\boldsymbol{\Omega}_{ib}^b - \boldsymbol{\Omega}_{il}^b)$$
Eq.II.10

Où :

M et N : Sont le rayon de courbure de méridien et vertical principal.

 C_b^l : est la matrice de rotation du b-repère au l-repère.

g : est le vecteur de gravité.

 f^b : est La force spécifique qui est la différence entre l'accélération vrais dans l'espace et l'accélération due à la gravité.

 Ω^b_{lb} : est la matrice antisymétrique de ω^b_{nb} avec :

$$\omega_{lb}^{b} = \omega_{ib}^{b} - C_{l}^{b}(\omega_{ie}^{l} + \omega_{el}^{l})$$
 Eq.II.11

 ω_{ib}^{b} : est la sortie de gyroscope

 ω_{ie}^{l} : est le taux de rotation terrestre par rapport au repère inertiel exprimé dans le repère local.

$$\omega_{ie}^{l} = \begin{bmatrix} 0\\ \omega_{e}\cos\varphi\\ \omega_{e}\sin\varphi \end{bmatrix}$$
 Eq.II.12

$$\omega^e = 15^{\circ}/hr$$
 Eq.II.13

 ω_{el}^{l} : est le taux de rotation du repère local par rapport au repère d'ECEF.

$$\omega_{el}^{l} = \begin{bmatrix} -\dot{\varphi} \\ \dot{\lambda}\cos\varphi \\ \dot{\lambda}\sin\varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{v_{n}}{M+h} \\ \frac{v_{e}}{N+h} \\ \frac{v_{e}\tan\varphi}{N+h} \end{bmatrix}$$
Eq.II.14

II.2.4.2. Mécanisation de l'INS

Cette section donne une explication brève comment l'INS calcule les valeurs de repère de navigation à l'aide des mesures d'IMU. Les capteurs inertiels de navigation mesurent f^{b} la force de spécifique (l'accéléromètre) et la rotation de corps (le gyroscope) ω_{ib}^{b} . Le processus de convertir ces mesures en informations de navigation a principalement 4 étapes: [9]

- Mise à jour d'attitude (C_b^l) .
- Transformer la force spécifique dans le repère local.
- Calcul de vitesse et de position.

D'habitude les sorties de capteurs IMU sont la vitesse et les incréments angulaires $(\Delta \underline{\tilde{V}}_{f}^{b} et \Delta \underline{\tilde{\theta}}_{ib}^{b})$ dans le b-repère pour une période d'échantillonnage. [9]

Mise à jour d'attitude

Les incréments angulaires du corps par rapport au repère de navigation peut être représentés comme :

$$\Delta \underline{\theta}_{lb}^{b} = \begin{bmatrix} \Delta \theta_{x} & \Delta \theta_{y} & \Delta \theta_{z} \end{bmatrix}$$
$$= \Delta \underline{\theta}_{ib}^{b} - C_{l}^{b} (\underline{\omega}_{ie}^{l} + \underline{\omega}_{el}^{l}) \Delta t$$
$$C_{l}^{b} = (C_{b}^{l})^{T}$$
Eq.II.15

La matrice de cosinus de direction (C_l^b) est calculée des incréments angulaires utilisant l'approche de quaternion. Dans l'approche de quaternion, la matrice de rotation est exprimée par un angle de rotation simple d'un axe fixé. L'incrément angulaire obtenu auparavant peut être utilisé pour mettre à jour le vecteur quaternion q comme :

$$\underline{q}_{k+1} = \underline{q}_k + 0.5 \begin{bmatrix} c & s\Delta\theta_z & -s\Delta\theta_y & s\Delta\theta_z \\ -s\Delta\theta_z & c & s\Delta\theta_x & s\Delta\theta_y \\ s\Delta\theta_y & -s\Delta\theta_x & c & s\Delta\theta_z \\ -s\Delta\theta_x & -s\Delta\theta_y & -s\Delta\theta_z & c \end{bmatrix} \underline{q}_k \qquad \text{Eq.II.16}$$

Avec :

$$s = \frac{2}{\Delta \theta} \sin \frac{\Delta \theta}{2}$$
 Eq.II.17

$$c = 2\left(\cos\frac{\Delta\theta}{2} - 1\right)$$
 Eq.II.18

$$\Delta \boldsymbol{\theta} = \sqrt{\Delta \boldsymbol{\theta}_x^2 + \Delta \boldsymbol{\theta}_y^2 + \Delta \boldsymbol{\theta}_z^2}$$
 Eq.II.19

Finalement on peut obtenir la matrice de cosinus de direction (C_l^b) sous forme de quaternion comme suit :

$$C_{B}^{L} = \begin{bmatrix} q_{1}^{2} + q_{2}^{2} - q_{3}^{2} - q_{4}^{2} & 2(q_{2}q_{3} - q_{1}q_{4}) & 2(q_{1}q_{3} + q_{2}q_{4}) \\ 2(q_{2}q_{3} + q_{1}q_{4}) & q_{1}^{2} - q_{2}^{2} + q_{3}^{2} - q_{4}^{2} & 2(q_{3}q_{4} - q_{1}q_{2}) \\ 2(q_{2}q_{4} - q_{1}q_{3}) & 2(q_{1}q_{2} + q_{3}q_{4}) & q_{1}^{2} - q_{2}^{2} - q_{3}^{2} + q_{4}^{2} \end{bmatrix}$$
Eq.II.20

> La transformation de force spécifique dans le repère local

Pour la mise en œuvre des équations INS, la force spécifique doit convertir dans le repère local. Ceci est fait comme suit : [9]

$$\Delta \underline{V}_{f}^{n} = C_{b}^{l} \begin{bmatrix} 1 & 0.5\Delta\theta_{z} & -0.5\Delta\theta_{y} \\ -05\Delta\theta_{z} & 1 & -0.5\Delta\theta_{x} \\ 0.5\Delta\theta_{y} & -0.5\Delta\theta_{x} & 1 \end{bmatrix} \Delta \underline{V}_{f}^{b}$$
Eq.II.21

La vitesse et la position mettent à jour

L'incrément de vitesse dans le n-repère est obtenu en appliquant le Coriolis et la correction de gravité : [9]

$$\Delta \underline{V}^{l} = \Delta \underline{V}^{l}_{f} - \left(2\underline{\omega}^{l}_{ie} + \underline{\omega}^{l}_{el}\right) \times \underline{V}^{l} \Delta t + \underline{g}^{l} \Delta t \qquad \text{Eq.II.22}$$

Où :

 g^{l} est $\begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}^{T}$ et g est la gravité normale à la latitude géodésique φ et la hauteur h.

Une fois que l'incrément de vitesse est obtenu on donne la vitesse mise à jour :

$$\underline{V}_{k+1}^{l} = \underline{V}_{k}^{l} + \Delta \underline{V}_{k+1}^{l}$$
 Eq.II.23

Finalement la position dans le repère local peut être obtenue en intégrant la vitesse.

$$\underline{r}_{k+1}^{l} = \underline{r}_{k}^{l} + \frac{1}{2}D^{-1}(\underline{V}_{k}^{l} + \underline{V}_{k+1}^{l})\Delta t \qquad \text{Eq.II.24}$$

Où :

$$D = \begin{bmatrix} \frac{1}{M+h} & 0 & 0\\ 0 & \frac{1}{(N+h)\cos\varphi} & 0\\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$
 Eq.II.25

La **Figure II.1** illustre bien l'architecture typique d'un système INS à composantes liées dans un repère local. [10]



Fig.II.1: Architecture typique d'un système INS à composantes liées.

II.2.5. Erreur d'INS

Les erreurs de nature déterministe, également appelées erreurs systématiques, sont des erreurs non aléatoires qui peuvent généralement être éliminées à l'aide d'une méthode de calibration adéquate. Dans le cadre de ce mémoire, le biais et le facteur d'échelle seront étudiés. [10]

II.2.5.1. Le Biais

Fait référence à un écart constant présent entre la mesure de sortie des capteurs inertiels et la valeur de référence mesurée par ces derniers. Cette erreur est indépendante de l'amplitude de la mesure et est également présente même en l'absence d'excitation en entrée. [10]



Fig.II.2: Le biais d'un capteur inertiel.

II.2.5.2. Facteur d'échelle

Est défini comme étant un ratio constant entre la mesure de sortie des capteurs inertiels et la valeur de référence mesurée par ces derniers. Cette erreur est généralement exprimée en pourcentage et ne possède ainsi aucune unité. [10]



Fig.II.3: L'erreur du facteur d'échelle d'un capteur inertiel.

II.3. SYSTÈME DE POSITIONNEMENT GLOBAL PAR SATELLITE

II.3.1. Principe de trilatération

De manière générale, les récepteurs GPS fonctionnent selon le principe de trilatération. Ce principe consiste en une approche géométrique permettant de déterminer la position d'un point dans l'espace à partir de mesures de distance par rapport à certains repères connus (satellites dans le cas du système GPS). La **Figure.II.4** illustre ce principe pour un système en trois dimensions. En exprimant de façon mathématiquement ce système, il est possible de constater que nous avons affaire à un système à trois équations et trois inconnus tel que : [8]

$$r_A = \sqrt{(x_A - x_p)^2 + (y_A - y_p)^2 + (z_A - z_p)^2}$$
 Eq.II.26

$$r_A = \sqrt{(x_B - x_p)^2 + (y_B - y_p)^2 + (z_B - z_p)^2}$$
 Eq.II.27

$$r_A = \sqrt{(x_c - x_p)^2 + (y_c - y_p)^2 + (z_c - z_p)^2}$$
 Eq.II.28

Où :

r_A, **r**_B, **r**_C : mesures de distance connues entre le point P et les points A et B

- xA, yA, ZA : coordonnées connues du point A
- **xB**, **yB**, **zB** : coordonnées connues du point B
- xc, yc, zc : coordonnées connues du point C
- **XP**, **yP**, **ZP** : coordonnées inconnues du point P

Ainsi, les coordonnées d'un récepteur GPS peuvent être obtenues en solutionnant ce système non linéaire à trois équations. Toutefois, dans le cas d'un récepteur GPS, il est nécessaire d'utiliser une quatrième équation afin de résoudre l'incertitude temporelle.



Fig.II.4: Principe de trilatération appliqué à un système a trois dimensions.

Cependant, il existe une certaine ambiguïté entre les points P et P'. Or, pour le système GPS, il est tout à fait plausible d'assumer que les coordonnées du point recherché seront celles situé le plus près de la surface de la Terre, ce qui permet de relever le doute sur cette ambiguïté. [8]

II.3.2. Mesures de pseudo-distance

Les mesures de distance séparant le récepteur GPS des différents satellites peuvent être calculées à partir des temps de transmission et de réception des signaux. En effet, étant donné que les signaux GPS se propagent à la vitesse de la lumière, cette mesure de distance peut être calculée par l'équation suivante : [8]

$$\mathbf{d} = \mathbf{c}.\Delta t$$
 Eq.II.29

où :

d : mesure de distance entre le récepteur et le satellite.

c : vitesse de la lumière, c = 2.99792458×10^8 (m/s)

 Δt : temps de propagation du signal GPS.

L'approche classique afin de déterminer le temps de propagation des signaux GPS consiste, en partie, à utiliser la différence de phase entre le code d'étalement généré localement et celui provenant du satellite. En effet, en considérant que l'horloge du satellite et celle du récepteur sont parfaitement synchronisés, lorsque le satellite transmet son code PRN (Pseudorandom Noise), le récepteur génère une réplique

exacte et en phase de ce code. Après un certain temps, équivalent au temps de propagation du signal GPS, le code PRN transmis par le satellite sera perçu par le récepteur avec une certaine différence de phase et un nombre ambigu de période de code (voir **Figure II.5**). En multipliant cette différence de phase par la vitesse de la lumière, la distance entre le satellite et le récepteur est obtenue. [8]



Fig.II.5: Calcul du temps de transmission à partir des mesures de code

L'hypothèse voulant que les deux horloges soient parfaitement synchronisées est cependant erronée et les mesures de distance séparant le récepteur GPS et les différents satellites se retrouvent plutôt contaminées par une erreur de synchronisation appelée biais d'horloge. De plus, les signaux GPS peuvent également être contaminés par différentes sources d'erreur, telles que les erreurs atmosphériques, affectant ainsi le temps de propagation du signal. C'est pour ces raisons que le terme pseudo-distance est généralement utilisé plutôt que le terme distance afin de caractériser cette mesure. Ainsi, la pseudo-distance représente la distance mesurée séparant le récepteur d'un satellite, en incluant les différentes erreurs associées tel que : [8]

$$\rho = d + c.\,\delta t + \eta_{\rho} \qquad \qquad \text{Eg.II.30}$$

où :

 ρ : mesure de pseudo-distance

 δt : biais d'horloge du récepteur

 η_{ρ} : erreurs supplémentaires affectant la mesure de pseudo-distance

Basé sur le principe de trilatération présenté à la section **II.3.1.**, la mesure de pseudo distance d'un satellite peut être définie tel que :

$$\rho_i = \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2} + b_{clk} + \eta_{\rho}$$
 Eq.II.31

où :

 ρ_i : mesure de pseudo-distance du satellite Z

x, y, z : coordonnées du récepteur GPS

x_i, y_i, z_i: coordonnées du satellite Z

 $b_{clk}\,$: erreur de pseudo-distance associé au biais d'horloge ($b_{clk}=c.\,\delta t$)

II.3.3. Sources d'erreurs du système GPS

Les mesures provenant des signaux GPS sont contaminées par différentes sources d'erreur. De manière générale, ces erreurs peuvent provenir soit des satellites, soit du récepteur, ou encore être causée par la propagation des signaux. De plus, la géométrie des satellites constitue également un facteur important pouvant affecter la précision de la solution de navigation calculée par un récepteur GPS. Dans le cadre de ce mémoire, la géométrie des satellites sera étudiée. [8]

II.3.4. Effet de la géométrie des satellites sur la précision du positionnement

Le terme erreur équivalente de distance pour l'usager (UERE – User Equivalent Range Error) est utilisé dans la littérature afin de désigner l'ensemble des erreurs pouvant affecter la mesure de pseudo-distance. [8]



Fig.II.6: Effet de la géométrie des satellites et de l'UERE sur le Positionnement 2D : a) bonne géométrie ;b) mauvaise géométrie.

En observant la **Figure.II.6**, il est donc possible de constater que la disposition géométrique des satellites utilisés lors du calcul de la position du récepteur influence directement la superficie de la surface statistique représentant l'incertitude

sur la position calculée. La **Figure.II.6** illustre deux cas opposés représentant une bonne géométrie ainsi qu'une mauvaise géométrie des satellites. Ainsi, la précision de la solution de navigation est directement affectée par la disposition géométrique des satellites GPS. [8]

L'indice de dilution de précision (DOP – Dilution Of Precision) est utilisé dans la littérature afin de caractériser l'incertitude sur la solution de navigation causée par une mauvaise géométrie des satellites. L'indice DOP est généralement décomposé en plusieurs indices dont les principaux sont les suivants : [8]

- Dilution de précision géométrique (GDOP).
- Dilution de précision de position (PDOP).
- Dilution de précision de temps (TDOP).
- Dilution de précision verticale (VDOP).
- Dilution de précision horizontale (HDOP).
- Dilution de précision horizontale selon l'est (EDOP).
- Dilution de précision horizontale selon le nord (NDOP).

II.4. LE FILTRE DE KALMAN POUR L'INTEGRATION INS/GPS

II.4.1. Estimation d'état

L'estimation d'état est un concept utilisé dans le domaine du contrôle lorsque la connaissance de certains paramètres d'un système est nécessaire, mais que ces derniers ne peuvent être directement mesurés. C'est notamment le cas pour les systèmes GPS et INS dans lesquels plusieurs paramètres d'erreur doivent être obtenus mais seulement quelques mesures externes sont disponibles. [8]

La forme générale de la représentation d'état utilisée dans le cadre de ce mémoire afin de définir le modèle d'intégration est appelée forme canonique contrôlable. Cette dernière est généralement utilisée pour définir les problèmes d'estimation. La forme canonique contrôlable est définie selon le système d'équations suivant : [8]

$$x_{k} = Ax_{k-1} + Bu_{k} + W_{k-1}$$
Eq.II.32
$$z_{k} = Hx_{k} + V_{k}$$
Eq.II.33

où :

x : vecteur d'état du système

W : vecteur de bruit du système

z : vecteur d'observations (ou de mesures)

V : vecteur de bruit de mesures

A : matrice de transition du vecteur d'état caractérisant la propagation de ce dernier

u : vecteur de control des entrées

B : Matrice des entrées d'état

H : matrice d'observabilité caractérisant le lien entre le vecteur d'état et le vecteur de mesures.

Afin de satisfaire aux exigences du filtre de Kalman, ce modèle est construit avec l'hypothèse que le vecteur de bruit du système « W » ainsi que le vecteur de bruit de mesure « V » sont constitués uniquement de bruit blanc Gaussien suivant une loi normale dont les paramètres sont les suivants : [8]

$$P(W) \sim N(0, Q).$$
 Eq.II.34
 $P(V) \sim N(0, R).$ Eq.II.35

où :

Q : matrice de covariance du bruit du système.

R : matrice de covariance du bruit de mesures.

L'estimation d'état est un processus récursif qui peut être décomposé en deux phases soient la prédiction et la correction, tel qu'illustré sur la **Figure.II.7**.



Fig.II.7: Représentation typique d'un estimateur d'état.

La prédiction consiste à propager l'estimé du vecteur d'état en se basant uniquement sur sa valeur actuelle ainsi que sur la dynamique du système. La correction consiste quant à elle à corriger l'estimé du vecteur d'état en se basant sur le vecteur de mesures observé. [8]

II.4.2. Estimation optimale et filtre de Kalman

Un estimateur optimal est un estimateur d'état dont le gain est calculé dynamiquement de manière à optimiser certains critères de performance du système. Un des critères d'optimisation largement utilisé est l'erreur quadratique moyenne de l'estimé. L'estimateur optimal basé sur ce critère d'optimisation est appelé le filtre de Kalman. Définissons d'abord l'erreur sur l'estimé à priori du vecteur d'état ainsi que la matrice de covariance y étant associée : [8]

$$\underline{e}_{k}^{-} = \underline{x}_{k} - \underline{\widehat{x}}_{k}^{-}$$
 Eq.II.36

$$\boldsymbol{P}_{k}^{-} = \boldsymbol{E}[\,\underline{\boldsymbol{e}}_{k}^{-}\underline{\boldsymbol{e}}_{k}^{-T}] = \mathbf{E}\,[(\underline{\boldsymbol{x}}_{k} - \underline{\widehat{\boldsymbol{x}}}_{k}^{-})(\,\underline{\boldsymbol{x}}_{k} - \underline{\widehat{\boldsymbol{x}}}_{k}^{-})^{T}] \qquad \text{Eq.II.37}$$

où :

 e_k^- : Vecteur d'erreur à priori.

 P_k^- : Matrice de covariance d'erreur à priori.

Selon les équations de l'estimateur d'état présentées à la section précédente, l'estimé à postériori du vecteur d'état peut être obtenu par une combinaison linéaire du vecteur de mesures bruité et de l'estimé à priori tel que :

$$\underline{\widehat{x}}_{k}^{+} = \underline{\widehat{x}}_{k}^{-} + K_{k}(\underline{z}_{k} - H_{k}\underline{\widehat{x}}_{k}^{-})$$
 Eq.II.38

Le gain du filtre de Kalman, généralement appelé gain de Kalman, peut être calculé comme suit :

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1}$$
 Eq.II.39

La matrice de covariance d'erreur associée à cet estimé à postériori peut être calculée à partir de l'expression suivante :

En reprenant les équations de l'estimateur d'état présentées précédemment et en y ajoutant la propagation de la matrice de covariance d'erreur ainsi que le calcul du gain de Kalman, l'algorithme du filtre de Kalman peut être résumé selon les équations présentées au **Tableau.II.1.** [8]

Étape	Équation	
1) Initialisation du système	$\hat{\underline{x}}_{0}^{-}$	
	P_{0}^{-}	
2) Estimation à priori du vecteur de mesures	$\underline{\hat{z}}_{k}^{-} = \boldsymbol{H}_{k} \cdot \underline{\hat{x}}_{k}^{-}$	
3) Calcul du gain de l'estimateur	$\boldsymbol{K}_{k} = \boldsymbol{P}_{k}^{-} \boldsymbol{H}_{k}^{T} (\boldsymbol{H}_{k} \boldsymbol{P}_{k}^{-} \boldsymbol{H}_{k}^{T} + \boldsymbol{R}_{k})^{-1}$	
4) Attente d'une nouvelle mesure	\underline{Z}_k	
5) Calcul du résiduel de mesure	$\delta \underline{z}_k = \left(\underline{z}_k - \underline{\hat{z}}_k^-\right)$	
6) Correction à postériori du vecteur d'état et de la metrice de couerience essentiée	$\underline{\hat{x}}_{k}^{+} = \underline{\hat{x}}_{k}^{-} + \mathbf{K}_{k} \cdot \delta \underline{z}_{k}$	
matrice de covariance associée	$\boldsymbol{P}_k^+ = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}_k \boldsymbol{H}_k) \boldsymbol{P}_k^-$	
7) Propagation de l'estimé à priori du vecteur d'état	$\underline{\hat{x}}_{k+1}^{-} = \mathbf{A}_{k} \cdot \underline{\hat{x}}_{k}^{+} + \mathbf{B} \mathbf{u}_{k}$	
l'itération suivante	$\boldsymbol{P}_{k+1}^{-} = \mathbf{A}_k \boldsymbol{P}_k^{+} \mathbf{A}_k^{T} + \boldsymbol{Q}_k$	
8) Incrément de l'index k et retour à l'étape 2)	k = k + 1	

Tableau.II.1: Equation du filtre de Kalman.

II.4.3. Systèmes de navigation hybrides GPS/INS

Contrairement aux systèmes de positionnement par satellite, les systèmes de navigation inertielle sont entièrement autonomes et ne nécessitent l'usage d'aucun signal externe afin de calculer une solution de navigation. Ainsi, ils ne sont pas affectés par l'environnement dans lequel ils évoluent et offrent donc une alternative idéale aux récepteurs GPS en environnement difficile. Cependant, étant donné les erreurs inhérentes sur les mesures de capteurs inertiels (gyroscopes et accéléromètres), la solution de navigation calculée par les systèmes INS n'est pas parfaite et tend à dériver avec le temps. Selon Schmidt cette dérive peut atteindre jusqu'à 500 m/h et ce, même pour les systèmes INS autonomes de haut niveau utilisés pour des applications militaires de grande précision. Il est donc nécessaire de corriger périodiquement cette erreur à l'aide de mesures externes telles que celles provenant d'un système GPS de manière à contenir cette dernière en-dessous d'un seuil tolérable. [8]

Le **Tableau II.2** présente les avantages et inconvénients de l'utilisation de chacun des systèmes GPS et INS de manière indépendante, mettant ainsi en évidence la synergie qui existe entre ces derniers et motivant par le fait même leur intégration. [8]

	Avantages	Inconvénients
GPS Autonome	Erreurs restreintes	 Taux d'échantillonnage faible Aucune information sur l'attitude du mobile Sensible au brouillage
INS Autonome	 Taux d'échantillonnage élevé Informations en translation et en rotation Entièrement autonome (insensible au brouillage) 	 Erreurs non restreintes

Tableau.II.2: Avantages et inconvénients des systèmes GPS et INS.

II.4.4. Synthèse des différents modèles d'intégration GPS/INS

L'intégration des systèmes GPS et INS peut être réalisée à différents niveaux, allant de l'utilisation dissociée des deux systèmes sans réelle interaction entre eux jusqu'à une intégration profonde fusionnant ces systèmes à l'intérieur d'un même filtre adaptatif. Dans le cadre de ce mémoire, l'intégration par couplage lâche sera étudiée. [8]

II.4.4.1. Intégration par couplage lâche

L'intégration par couplage lâche (en anglais : loosely-coupled integration) permet de maintenir l'indépendance et la redondance des solutions GPS et INS en plus d'offrir une solution de navigation couplée plus robuste . En effet, l'intégration par couplage lâche présente une architecture en boucle fermée qui permet la correction de certains paramètres d'erreur du système INS. Cette méthode d'intégration est généralement présentée dans la littérature comme étant composée de trois entités distinctes soient la solution GPS seule, la solution INS seule et la solution couplée GPS/INS. Cette vision de l'architecture est présentée à **la Figure II.8**. [8]

Dans cette architecture, un filtre adaptatif (généralement un filtre de Kalman) est utilisé afin de coupler les solutions GPS et INS (position et vitesse) de manière à estimer certains paramètres d'erreurs du système. De manière générale, les paramètres estimés correspondent aux erreurs de position, de vitesse et d'attitude de la solution INS, mais on peut avoir un modèle plus complet qui permet également l'estimation des erreurs de biais sur les mesures de capteurs inertiels. [8]



Fig.II.8: Intégration GPS/INS par couplage lâche.

Le principal avantage du couplage lâche comparativement aux méthodes d'intégration plus avancées repose sur l'utilisation directe de la solution de navigation des systèmes GPS et INS. Ainsi, cette méthode peut facilement être appliquée aux produits commerciaux à faible coût. [8]

II.4.4.2. Modèle d'intégration GPS/INS par couplage lâche

L'algorithme d'intégration GPS/INS par couplage lâche développé dans le cadre de ce projet repose sur la combinaison de la solution de navigation (position et vitesse) de chacun des deux systèmes à l'intérieur d'un filtre de Kalman étendu afin d'estimer le vecteur d'état suivant :

$$\mathbf{x} = [\vec{p}_{x,y,z} \ \vec{v}_{x,y,z} \ \vec{a}_{x,y,z}]^T$$
Eq.II.41

Où :

- p : Vecteur position $\boldsymbol{p} = [\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z}]^T$.
- v : Vecteur vitesse $\boldsymbol{v} = [\boldsymbol{v}_{x}, \boldsymbol{v}_{y}, \boldsymbol{v}_{z}]^{T}$.
- a : Vecteur accélération $\boldsymbol{a} = [\boldsymbol{a}_x, \boldsymbol{a}_y, \boldsymbol{a}_z]^T$.

Ainsi, ce modèle est utilisé afin d'estimer neuf états du système de navigation soit trois états de position, trois états de vitesse ainsi que trois états d'accélération. Ces états sont représentés par la matrice de transition du vecteur d'état (A) et la matrice des entrées d'état (B) tel que :

$$\overline{x} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}$$

Avec :

La matrice de transition du vecteur d'erreur d'état n'est pas constante et doit plutôt être recalculée à chaque itération. le vecteur de bruit du système est constitué du bruit de mesure des capteurs inertiels. Ainsi, la matrice de covariance associée est définie tel que :

Avec : *q_{acceleration}* est la déviation standard de l'accéléromètre.

II.4.4.3. Modèle de mesure du couplage lâche

L'intégration GPS/INS par couplage lâche est basée sur l'observation des erreurs de position et de vitesse du système, qui sont obtenues par le calcul de l'erreur entre l'estimé (calculées par l'algorithme INS) et la mesure (fournies par le récepteur GPS). Ainsi, les erreurs de position et de vitesse du système sont directement observables et le modèle de mesure utilisé par le filtre de Kalman est donné par l'expression suivante :

$$z_k = H x_k + v_k$$

Avec :

		Z _k	$= \begin{bmatrix} GP \\ GP \\ GP \\ \frac{GP}{d} \\ \frac{GP}{d} \\ \frac{GP}{d} \\ \frac{GP}{d} \end{bmatrix}$	$ S_x \\ S_y \\ S_z \\ S_x \\ t \\ S_y \\ t \\ S_z \\ t t $			Eq.II.46
		$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0	0 0 0 0 0 0		Eq.II.47
	$[q_{gps}^2]$	0	0	0	0	ן 0	
	0	q_{gps}^2	0	0	0	0	
	0	0	q_{gps}^2	0	0	0	
R=	0	0	0	$\frac{q_{gps}^2}{dt}$	0	0	Eq.11.48
	0	0	0	0	$\frac{q_{gps}^2}{dt}$	0	
	0	0	0	0	0	$\frac{q_{gps}^2}{dt}$	

Avec : q_{GPS} la déviation standard du GPS.

II.5. Tests statiques du modèle d'intégration INS/GPS

II.5.1. Mesure d'attitude

Le graphe de la **Fig.II.9** montrent la variation des angles phi, thêta et psi obtenue à partir d'une mesure statique. Affecter par le biais du gyroscope et par l'accumulation des erreurs d'intégration les angles phi, thêta et psi varient autour d'une valeur moyenne du zéro.



Fig.II.9 : Erreur d'attitude

II.5.2. Mesure de vitesse et position



Fig. II.10 : Erreur de position.

D'après la **Fig.II.10** on peut déduire que le modèle d'intégration à l'aide du filtre de KALMAN permis de résoudre le problème de divergence dans la mesure de la centrale inertielle est à assurer une mesure stable en terme du vitesse et position.

Les **Fig. II.11 et Fig. II.12** montrent le modèle de navigation développé sous le logiciel Simulink. Ses blocks sont dédiés pour l'implémentation réelle présentée dans le Chapitre 4.



Fig. II.11 : Modèle Simulink d'estimation d'attitude.



Fig. II.12 : Modèle Simulink d'estimation de position

II.6. CONCLUSION

L'objectif principal de ce chapitre vise à la réalisation d'un système de navigation hybride GPS/INS à faible coût pour une navigation robuste et précise. Afin d'atteindre ce principal objectif, l'utilisation de la méthode du Filtre de Kalman nous a conduit à éliminer les erreurs de chaque système ainsi que d'estimer l'attitude et la position de véhicule avec une grande précision.

III.1. INTRODUCTION

Les UAVs et les aéronefs autonomes de n'importe quelle famille doivent être capables de stabiliser leur attitude avant qu'une commande de vol n'intervienne. La stabilisation d'attitude est la partie la plus importante dans la commande des robots volants qui sont de nature instable, et les rendre manœuvrables reste toujours un défi. [1]

La configuration à quatre rotors a attiré l'attention des chercheurs en aéronautique, robotique et automatique. Ainsi la recherche des lois de commande simple, robuste et facilement à embarqué reste aussi un domaine très vaste. Plusieurs laboratoires travaillent sur la commande des drones et plusieurs lois de commande ont été proposées, parmi lesquelles on cite la commande PID, la commande par placement de pole et la commande LQR. [1]

Dans ce chapitre nous allons tout d'abord étudier le comportement du quadri-rotors en boucle ouverte, et par la suite présenter la synthèse des lois de commande, ainsi que les résultats de simulation associés. [2]

III.2. CAHIER DES CHARGES

L'objectif de l'étude est de déterminer les paramètres de réglage des commandes permettant de satisfaire les contraintes du cahier des charges suivantes :

1- Rapidité : temps de réponse inférieur à 2s.

2- Amortissement : Un dépassement de moins de 5% de la consigne.

3- Précision : Erreur indicielle nulle.

On considère que les commandes sont correctement réglées si les critères du tableau cidessous sont respectés.

Exigence	Critère	Niveau
Obtenir un bon	Rapidité	$t_r < 2 s$
comportement de	Dépassement	<5%
l'attitude		

Tableau.III.1 : Critère du cahier des charges.

Ces critères ont été choisis à base expérimentales car si nous obtenant des valeurs qui sont hors les valeurs proposée nous tombons dans un système trop vibratoire ou bien mal contrôlé (trop lents) surtout en attitude qui peut influencer le bon guidage de l'aéronef, à cause de la dynamique forte couplé du quadri-rotor.

Le choix des valeurs est basé sur la connaissance du point critique du processus. Expérimentalement, on boucle le processus sur un simple régulateur proportionnel dont on augmente le gain jusqu'à amener le système à osciller de manière permanente ; on se trouve ainsi à la limite de stabilité. Les premières valeurs proposées conduisent à un temps de montée relativement court malheureusement assorti d'un dépassement élevé.

III.3. COMMANDE D'ATTITUDE DU QUADRIROTOR

L'objectif de cette partie est de modifier le modèle de la boucle ouverte afin de contrôler l'attitude (φ , θ et ψ). En particulier, on souhaite pouvoir stabiliser le quadri-rotor à l'horizontale pour obtenir un vol stationnaire. Cette commande d'attitude représente une étape essentielle pour développer une commande complète en position du quadri-rotor.

Trois types de commande linéaires sont utilisés pour commander l'attitude, le PID (Proportionnelle-Intégrale-Dérivée), la commande par placement de pôles et la commande linéaire quadratique (LQR). Afin de pouvoir appliquer les commandes motionnées précédemment, une linéarisation autour d'un point de fonctionnement et nécessaire. Le modèle linéaire associé est décrit par l'équation suivante : [11]

$$\ddot{\phi}, \ddot{\theta}, \ddot{\psi} = \frac{l}{I_{x,y,z}} U_{1,2,3}$$
 Eq.III.1

Par la suite on ajuste les gains des commandes suivant le modèle non linéaire complet décrit par les équations suivantes :

$$\left(\dot{p} = \frac{J_y - J_z}{J_x}qr + \frac{J_{rz}}{J_x}(\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 - \omega_4)q + \frac{\tau_a^1}{J_x}\right)$$
 Eq.III.2

$$\begin{cases} \dot{q} = \frac{J_z - J_x}{J_y} pr - \frac{J_{rz}}{J_y} (\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 - \omega_4) p + \frac{\tau_a^2}{J_y} \end{cases}$$
 Eq.III.3

$$\dot{p} = \frac{J_x - J_y}{J_z} pq + \frac{\tau_a^3}{J_z}$$
 Eq.III.4

Les signaux de commande sont interprétés a partir des signales radio PWM (Pulse Width Modulation), dans un intervalle de magnitude de -1 à 1. Ses signaux sont par la suite comparés avec les angles d'Euler obtenues par la centrale inertielle. [12]



Fig.III.1 : le modèle Simulink du contrôle d'attitude pour un contrôleur PID.

Afin de maintenir les mêmes unités, un gain 'Angles_Max' est utilisé pour refléter l'angle maximal désiré. La **Fig.III.1** présente le modèle Simulink du contrôle d'attitude pour un contrôleur PID. [12]

Une fois la commande est appliquée, l'interprétation des signaux de commande se fait à l'aide du block 'Motor Mixer' (**Fig.III.2**). Ce block mixe les signaux d'attitude et de poussé de tel façon que le moteur approprié délivre une augmentation ou une diminution de poussé. La sortie du 'Motor Mixer' est un signal PWM pour chaque moteur. Il est important de garder la largeur d'impulsion entre 1000µs et 2000µs. [12]

Après la combinaison des signaux, la valeur obtenue doit être multipliée par 1000 et ajouter à la valeur de idle_PWM qui est fixée à 1000µs afin d'assurer un minimum de vitesse de rotation des moteurs. [12]



Fig.III.2 : block ' Motor Mixer'.

La partie la plus importante du 'Motor Mixer' est l'équation qui combine les angles d'attitude et la poussé pour chaque servocommande (actuateur). Pour notre configuration, les équations des quatre moteurs sont choisies comme suit : [12]

$M1 = ((\overline{R}oll + Pitch - Yaw) *\overline{T}hrust / 2 + Thrust) * 1000 + idle_PWM;$	Eq.III.5
M2 = ((-Roll + Pitch + Yaw) * Thrust / 2 + Thrust) * 1000 + idle_PWM ;	Eq.III.6
M3 = ((-Roll – Pitch – Yaw) * Thrust / 2 + Thurst) * 1000 + idle_PWM ;	Eq.III.7
M4 = ((Roll – Pitch + Yaw) *Thrust / 2 + Thurst) * 1000 + idle_PWM ;	Eq.III.8

III.3.1. Commande par régulation PID

La commande par régulation PID est certainement la structure de commande la plus couramment utilisée dans l'industrie. Elle s'est, en effet, imposée dans plus de 90 % des architectures de commande, dont la plupart ne sont constituées que des actions proportionnelle et intégrale. [13]

La prévalence de cette approche vient, au-delà de sa simplicité, des performances qu'elle offre aux systèmes pilotés en boucle fermée, quel que soit leur domaine. Les raisons de ce succès sont principalement de nombre trois (3) : [13]

- Structure simple.
- Bonnes performances pour plusieurs processus.
- Réglable même sans un modèle spécifique du système contrôlé.

En robotique, la technique PID représente les bases du contrôle. Même si un grand nombre de différents algorithmes peuvent fournir de meilleures performances que PID, cette dernière structure est souvent choisie pour les raisons exprimées ci-dessus. Le principe de PID repose sur le fait de délivrer un signale de commande e(t) à partir de la différence entre la consigne r(t) et la mesure y(t) (**Fig.III.3**), d'où: [14]



Fig.III.3 : Description générale du controlleur PID.

Afin de minimiser e(t) trois contribution sont additionnées à la sortie du contrôleur .La **Fig.III.4** présente la structure principale du PID: [13]



Fig.III.4 : La structure principale du PID.

La sortie u(t) du PID peut être donc calculée comme suit : [13]

$$\mathbf{u}(t) = K_p \mathbf{e}(t) + K_I \int_0^t \mathbf{e}(\tau) \ d\tau + K_Z \frac{d\mathbf{e}(t)}{dt} \qquad \text{Eq.III.10}$$

Les blocs "1/s "et "s" représentent les opérations d'intégration et de dérivation.

Où :

Kp est le coefficient proportionnel.

Ki est l'intégrale coefficient.

Kd est le coefficient dérivé.

Dans la première contribution (P) l'erreur est virtuellement amplifiée d'un certain gain constant qu'il conviendra de déterminer en fonction du système.

L'idée étant d'augmenter l'effet de l'erreur e (t) sur le système afin qu'il réagisse plus rapidement aux changements de consignes. Plus la valeur de Kp est grande plus la réponse l'est aussi. En revanche, la stabilité du système s'en trouve détériorée et dans le cas d'un Kp démesuré, le système peut même diverger. [13]

La contribution de I varie en fonction de l'intégrale de l'erreur.

Même si cette composante augmente le dépassement et le temps de stabilisation, elle a une propriété unique: elle élimine l'erreur d'état stationnaire.

La contribution de D varie en fonction de la dérivée de l'erreur. [13]

$$\mathbf{D} = K_D \frac{d}{dt} \boldsymbol{e}(t) \qquad \qquad \text{Eq.III.13}$$

Ceci aide à diminuer la composante de la remise des gaz et le temps de stabilisation.

Dans le domaine de Laplace, la structure traditionnelle PID peut être réécrite conformément à **l'équation III.14** [13]

$$U(s) = (K_p + \frac{K_I}{s} + s K_D) e(s)$$
 Eq.III.14

Comme cette fonction est impropre, il n'est pas physiquement possible (en raison de la composante dérivé). Après une certaine fréquence, la contribution dérivative doit être atténuée pour filtrer le bruit hors bande. Pour cette raison, dans le dérivateur un véritable pôle est ajouté comme indiqué dans **l'équation III.15** [13]

$$u(s) = (K_p + \frac{K_I}{s} + \frac{sK_D}{1 + sK_D/(kK_p)}) e(s)$$
 Eq.III.15

La structure traditionnelle PID présente deux inconvénients principaux: [13]

 l'action dérivative est calculée à partir de l'erreur. Si on excite l'entrée par un signal, la sortie du dérivé présenterait une impulsion. Ce mouvement brusque peut saturer les actionneurs et repousser le système de la zone linéaire. Pour cette raison, la plupart de l'architecture présente seulement le PID action dérivée à la sortie du processus.

 L'action intégrale combinée avec une saturation de l'actionneur peut fournir un effet non linéaire qui peut diminuer les performances du système de contrôle. Lorsque la valeur intégrale et les changements d'erreur sont grands, il est nécessaire d'attendre beaucoup de temps avant que le système restaure son comportement linéaire (après la "décharge" de l'action intégrale). Ce phénomène est appelé 'intégrante liquidation'. Pour éviter cela, un saturateur est ajouté après l'intégrale pour limiter ses valeurs maximales et minimales.



La Fig.III.5 Présente la structure améliorée du PID : [13]

Fig.III.5 : La structure améliorée du PID.

Simulations numériques

Les performances de la commande par régulation PID sont maintenant évaluées en simulation sur le modèle dynamique du quadri-rotor donné par (2.11). L'évaluation est réalisée sur la capacité de la commande à garantir la bonne exécution d'une manouvre désirée. Les valeurs des paramètres des différents régulateurs PID sont mentionnées dans le **Tableau.III.2.** Ces valeurs ont été sélectionnées sur la base des travaux de [3] et [1] puis adaptées aux besoins de notre modèle par la méthode de réglage à approches successives.

Gaines	K _p	K _i	K _d
Roulis	0.95	0	0.3
Tangage	0.95	0	0.3
Lacet	1.2	0	0.8

Tableau.III.2 : Gains PID de la commande.

Les valeurs initiales des angles de roulis, de tangage et de lacet sont prises égales à 20°, -20°, 30° respectivement. Les résultats obtenus pour la stabilisation d'attitude du Quadri-rotor par la commande PID sont donnés sur les figures suivantes.



Fig.III.6 : Réponse d'attitude d'un contrôleur PID.

Sur la base de ces résultats, et malgré que la commande par régulation PID ne prenne pas en compte le couplage entre la dynamique de translation et celle de rotation, les performances de l'algorithme de commande sont satisfaisantes. Les réponses obtenues présentent une amélioration remarquable dans le temps de réponse (2 sec) et l'erreur statique (de l'ordre de 10⁻³ à la moyenne des trois angles) par rapport aux travaux de [3] et [1].

La variation des signaux de commande en PWM est mentionnée dans la Fig.III.7


Fig.III.7 : Réponses des signaux de commande PWM d'un contrôleur PID.

Il est remarquable de la **Fig.III.7** que les signaux de commandes satisfont les limitations imposées en termes d'intervalle de fonctionnement et largeur d'impulsion, ce qui assure le bon fonctionnement des ESC (Engine Speed Controler) dans une application réelle.

III.3.2. Commande linéaire par placement de pôles

Dans cette partie, nous présentons la conception des régulateurs pour les systèmes donnés par des équations d'états linéaires. Tout d'abord, nous allons supposer que l'état *x* est accessible à la mesure, bien que cette hypothèse ne soit généralement pas vérifiée. Elle nous permettra d'établir les principes de la commande par retour d'état. [1] Considérons donc le système linéaire suivant

$$\begin{cases} \dot{X} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$$
 Eq.III.16
Eq.III.17

III.3.2.1. Commandabilité

D'après le Critère de commandabilité de Kalman, un système est complètement commandable si et seulement si la matrice de commandabilité suivante est régulière (de rang plein, rang $(Q_c) = n$ ou det $(Q_c) \neq 0$). [1]

$$\boldsymbol{Q}_c = [\boldsymbol{B} \ \boldsymbol{A} \boldsymbol{B} \ \dots \ \boldsymbol{A}^{n-1} \boldsymbol{B}]$$
 Eq.III.18

III.3.2.2. Calcul la loi de commande

On considère le système supposé commandable $\dot{X} = Ax + Bu$ et on cherche un régulateur pour ce système de la forme u = w - Kx où W est la consigne. Cela suppose que x soit accessible. [1]

Les équations d'état du système bouclé s'écrivent :

$$\dot{x} = Ax + B(w - Kx) = (A - BK)x + Bw$$
 Eq.III.19

Il est légitime de vouloir choisir la matrice de régulation K de façon à imposer les pôles du système bouclé. Ce problème est équivalent à imposer le polynôme caractéristique du système. On procède par la méthode de placement des pôles, et à l'aide de la fonction PLACE sous le logiciel MATLAB on peut calculer la matrice de gain K. Cette commande est utilisable pour un problème de stabilisation, spécialement pour les problèmes de poursuite (variable de consigne), il faut ajouter un pré-compensateur. [1]

III.3.2.3. Insertion d'un pré-compensateur

La commande *place* de *Matlab* nous permet de synthétiser un régulateur assurant que si le vecteur de consigne w est nul, l'état du système x va converger vers 0 avec une dynamique déterminée par les pôles placés. Lorsque w n'est plus nul, l'état converge vers une valeur qui n'est plus forcément nulle. Un pré-compensateur est une matrice carrée Pr, que l'on place juste après le vecteur de consigne, comme sur la **Fig.III.13**. [1]

Ce pré-compensateur ne change pas les pôles du système bouclé. Il permet de mettre en correspondance certaines composantes de la consigne avec certaines variables d'état préalablement choisies (sorties). Dans ce cas la loi de commande sera : [1]

$$u(t) = -Kx(t) + P_r w(t)$$
 Eq.III.20

Le système en boucle fermé est donnée par : [1]



 $\dot{x} = Ax + B(P_r w - Kx) = (A - BK)x + BP_r w$

y



Fig.III.8 : Insertion de pré-compensateur.

III.3.2.4. Calcule de la matrice de pré-compensateur

Les équations d'état et de sortie en régime statique (permanant) s'écrivent : [1]

$$\int \mathbf{0} = (A - BK)x(t) + BP_r w(t)$$
Eq.III.22

$$y(t) = Cx(t)$$
 Eq.III.23

Alors :

w

$$\begin{cases} x(t) = -(A - BK)^{-1}BP_r w(t) & \text{Eq.III.24} \\ y(t) = -C(A - BK)^{-1}BP_r w(t) & \text{Eq.III.25} \end{cases}$$

Donc pour que la sortie suive la consigne Y(t) = w(t) il faut :

$$P_r = -(C(A - BK)^{-1}B)^{-1}$$
 Eq.III.26

III.3.2.5. Simulation et interprétation

Après l'obtention des lois de commande, et en utilisant pour la simulation le logiciel MATLAB, on va exciter le system pour avoir sa réponse à un signal de référence, en imposant un temps de réponse spécifié a notre modèle du quadri-rotor. Les réponses des variables d'état ainsi que les commandes correspondantes sont tracés dans les tous les cas.

La réponse indicielle est la réponse du système lorsque le signal d'entrée est un échelon. [15] La figure (II.1.1) représente la simulation de la commande par retour d'état à placement de pôles : λ = [-4+1i ; -4-1i ; -40 ; -45 ; -48 ; -50], il résulte le temps de réponse.

$$t_s = \frac{4}{|P_{min}|} \frac{4}{|-4|} = 1s$$

Ou P_{min} est le pole dominant.

En utilisant la commande PLACE on obtient les matrices de gains K et Kr ;

$$K_{r} = \begin{bmatrix} 5.7624 & -1.4313 & 0\\ 0.1255 & 0.4990 & 0\\ 0 & 0 & 2.8000 \end{bmatrix}$$
$$K = \begin{bmatrix} 1.5680 & -0.0298 & 0 & 5.7624 & -1.4313 & 0\\ 0.0028 & 0.1352 & 0 & 0.1255 & 0.4990 & 0\\ 0 & 0 & 0.1260 & 0 & 0 & 2.8000 \end{bmatrix}$$

Les valeurs initiales des angles de roulis, de tangage, et de lacet sont prises égales à 20, -20°, 30° respectivement. Les résultats obtenus sont donnés sur les figures suivantes.



Fig.III.9 : Réponse d'attitude de la commande par placement de pôles



Fig.III.10 : Réponses des signaux de commande PWM de la commande par placement de pôles

En se référant aux résultats de simulation montrés dans les figures (**III.11** et **III.12**) on conclut qu'on a une stabilisation d'attitude satisfaisante avec des erreurs et des temps de réponse acceptables. Cependant, l'allure temporelle des commandes montrées sur la figure (IV.4), illustre bien que ces commandes présentent une oscillation de hautes fréquences, ce qui peut, d'une part, exciter la dynamique modélisée du système, de l'autre part, ça peut nier au bon fonctionnement des moteurs du quadri-rotor.

III.3.3. Commande linéaire quadratique

La commande linéaire quadratique, tout comme la commande par placement de pôles, est une méthode permettant de piloter un système linéaire à l'aide d'une combinaison linéaire des états du système. L'idée de cette approche est de positionner les valeurs propres du système en boucle fermée afin qu'un critère de performance quadratique en état et en commande soit minimisé. Ce critère traduit l'énergie contenue dans l'état du système et dans sa commande.

III.3.3.1. Principe de la commande

Soit le système SISO LTI totalement commandable décrit par **Eq.III.16**, **Eq.III.17** et soit le critère quadratique en l'état x et en la commande u à minimiser défini par : [16]

$$J(x,u) = \frac{1}{2} \int_0^\infty (x^T(t)Q_x(t) + u^T R u(t)) dt \qquad \text{Eq.III.27}$$

Où Q et R présentent des matrices de pesés pour les variables d'état et les variables d'entrée, respectivement. La commande linéaire quadratique, appelée commande LQ, s'écrit : [15]

Avec $L = R^{-1}B^T P$ et ou P est la solution de l'équation algébrique de Riccati donnée par :

$$A^{T}P + PA - PBR^{-1}B^{T}P + Q = 0$$
 Eq.III.29

Avec : $\boldsymbol{P} = \boldsymbol{P}^T > 0$

Le choix des matrices de pondération Q et R dans **Eq.III.27** se fait en fonction du comportement souhaité du système en boucle fermée. Plus la pondération Q est grande, plus l'énergie de l'état x sera minimisée au bénéfice de l'énergie de la commande u qui sera donc maximisée, et plus la dynamique de la boucle fermée sera rapide. Au contraire, plus la pondération R est grande, plus l'énergie de la commande u sera minimisée, et plus la dynamique de la commande u sera minimisée, et plus la dynamique de la commande u sera minimisée, et plus la dynamique de la commande u sera minimisée, et plus la dynamique de la commande u sera minimisée, et plus la dynamique de la boucle fermée sera rapide.

La commande linéaire quadratique, comparée à la méthode de commande par placement de pôles, est extrêmement bénéfique de point de vue de la robustesse, surtout dans le cas où le système possède plusieurs entrées. En effet, pour la commande par placement de pôles, il n'existe pas de solution unique au problème de localisation des pôles. Pour les mêmes pôles en boucle fermée, certains algorithmes de commande sont robustes, tandis que d'autres ne le sont du tout. La commande linéaire quadratique possède quant à elle, de façon intrinsèque, de très bonnes propriétés de robustesse. [16]

III.3.3.2. Simulations numériques

Les performances de la commande linéaire quadratique sont maintenant évaluées en simulation sur le modèle dynamique complet du quadri-rotor.

L'évaluation réalisée est identique à celle effectuée lors de l'analyse des performances des stratégies de commande précédentes. La réponse temporelle du système en boucle fermée par rapport à la trajectoire de référence est donnée par la **Fig.III.11** :



Fig.III.11 : Réponse d'attitude de la commande LQR

Sur la base de ces résultats, les performances de l'algorithme de la commande linéaire quadratique sont toutes aussi satisfaisantes que celles obtenues avec les approches précédentes. La **Fig.III.12** montre la variation des signaux de commande qui oscillent en une fréquence acceptable pour les ESC's dans une implémentation réelle.



Fig.III.12 : Réponses des signaux de commande PWM de la commande LQR

En conclusion, la commande linéaire quadratique est une approche de commande efficace permettant de positionner les valeurs propres du système en boucle fermée afin qu'un critère de performance soit minimisé. Elle possède de plus, de façon intrinsèque, de très bonnes propriétés de robustesse pouvant être accrues en augmentant l'état du système avec l'erreur statique, comme cela était le cas pour la commande par placement de pôles

III.3.4. Comparaison des commandes :

Contrôleur	Temps de	
	réponse	
PID	1 sec	
Placement des pôles	0.93 sec	
LQR	0.89 sec	

 Tableau III.3 : le dépassement de la réponse du système contrôlé par plusieurs commandes dans la région linéaire.

Controleur	dépassement
PID	0 à 2%
Placement des pôles	0
LQR	1 à 6%

Tableau III.4 : le dépassement de la réponse du système contrôlé par plusieurs commandes dans la région linéaire.

L'objectif dernière les commandes est que le système soit robuste, rapide et précis tout en limitant les dépassements et la commande PID à suffisamment répondu au cahier des charges car Ensuite, on peut légèrement faire varier les valeurs kp ki kd selon le compromis précision/rapidité/stabilité recherché pour corriger la différence qui existe entre la réalité et la théorie.

III.4. CONCLUSION

Le travail présenté dans ce chapitre porte sur la stabilisation de l'attitude du Quadrirotor. Des différentes commandes ont été élaborées en utilisant les trois méthodes telles que le retour d'état, LQR, et le régulateur PID. L'objectif de la loi de commande est de maximiser l'efficacité des actionneurs sans prendre de risque dans la stabilité du système. Nous avons montré de plus que les trois approches permettent d'obtenir de bonnes performances on respectant des contraintes de vitesse angulaire.

Les résultats de simulation effectuée sur un modèle du Quadri-rotor, montrent que ces structures de commande donnent des résultats acceptables en termes de stabilisation et performance. Mais ces commandes restent limitées en termes de simplification adopté ou modèle et face aux perturbations, l'avantage principal des commandes appliquées est la simplicité.

IV.1. INTRODUCTION

Après avoir présenté le modèle du quadri-rotor et les algorithmes de navigation et contrôle, on arrive dans ce chapitre à la réalisation d'un système GNC complet qui permet au quadri-rotors de suivre une trajectoire bien déterminée. L'algorithme de guidage qui permet de générer la trajectoire et la commande position associées est conçu de telle façon à assurer que le quadri-rotor compile sa mission en toute sécurité.

Une simulation du matériel dans la boucle représente une étape primordiale avant le teste réel afin de confirmer que la carte de commande est adéquate avec les algorithmes programmés. Le modèle du quadri-rotor choisi ainsi que le matériel embarqué sont présentés en détail.

IV.2. MATERIEL UTILISE

La section suivante présente le matériel utilisé dans l'implémentation des algorithmes GNC. Plusieurs littératures telles que [6], [17], [3] ont proposés leurs propres modèles de quadri-rotor, et ils ont détaillé la partie qui concerne la construction. Dans notre projet, la construction du drone est faite à partir de pièces détachées. Les composants indispensables pour le vol d'un quadri-rotor sont facilement accessibles. Chaque composant doit être choisi de manière soignée et comporte un certain nombre de défis. La liste qui suit présente les composants indispensables ainsi que les principaux acteurs du marché.

IV.2.1. La structure

Les structures disponibles sur le marché résultent d'une série de mutations des premiers quadri-rotors. Elles sont donc plus performantes que les structures maison, notamment quant aux problèmes de vibrations, de résistance et de dynamique de vol. D'abord en bois ou en aluminium, les modèles sont à présents fabriqués en plastique moulé, permettant des prix très avantageux, ou en fibres de carbone, matériaux léger et résistant. Il existe plusieurs copies des modèles de structures les plus connus. Ces génériques sont sensiblement identiques aux modèles d'origine mais sont constitués de matériaux moins résistants afin de diminuer le coût. [18]

Marque	Modèle	Spécificités	Dimensions [mm]	Prix [\$]
Dji	Flame wheel	Structure robuste, plastique 330, 450		30
	F330, F450	modulé		
Hoverthings	Flip FPV, Flip	Pliable, compartiment pour	375, 385	90-120
	sport	GoPro, résistant		
Parallax	ELEV-8	Leger, grande envergure	660	180
Tarot	Iron Man 650	Leger, grande envergure,	650	150
		carbone		
Action	AD1, AD1 FG	Pliable, Fibre de carbon,		400-460
Drone		Fibre de verre		
GAUI	350x, 500X	Résistant, capsule de	350, 500	30
		protection		

Tableau.IV.1 : Principales structures disponibles sur le marché.

IV.2.2. Régulateurs de vol

On trouve sur le marché deux types de régulateurs de vol. Les kits « fermé » qui sont composés de plusieurs composants connectés entre eux, produits par la même marque et se comportant comme une « boîte noire ». Seule l'entrée et la sortie sont accessibles, les composants ne sont pas visibles et la régulation est faite par un logiciel propriétaire. La deuxième catégorie englobe les cartes 'open source'. Le code est libre, même s'il n'est souvent disponible qu'après l'achat de la carte correspondante. Ce type de régulateurs est particulièrement intéressant car il est possible de modifier le code, bien que ce dernier soit tout à fait fonctionnel d'origine, pour améliorer les performances de stabilisation. Ces cartes 'open source' se basent majoritairement sur un Arduino mais également sur MSP430, STM32 ou RaspberryPI par exemple. [18]

Marque	Туре	Spécificité	Prix [\$]
DJI	Fermè	Leader du marché	150-1300
Hoverfly	Fermé	Destiné aux hobbyistes et aux professionnels	225-450
xaircraft	Fermé	Destiné aux professionnels	400-600
Feyu Tech	Fermé	Milieu de gamme	100-200
Optimus	Fermé	Bas gamme	45

Multiwii	Open source	Précurseurs du quadricoptére open	20-65
		source	
ArduiPilot	Open source	Principal concurrent de Multiwii	150-250
OPenPilot	Open source	Processeur 32 bits	60-200
AeroQuad	Open source	Orienté vers DIY	100-150

Tableau.IV.2 : Acteurs majeurs des régulateurs de vol.

Dans ces deux classes de régulateurs on retrouve un certain nombre de capteurs permettant la stabilisation du quadri-rotor. Chaque capteur permet une meilleure stabilisation ou une fonctionnalité en plus dans le contrôle du drone. Voici la liste des composants qu'on retrouve fréquemment dans les régulateurs actuels. D'autres capteurs peuvent être ajoutés mais ne figurent pas par défaut dans les contrôleurs de vol. [18]



Fig.IV.1 : Régulateur du vol (Ardupilot).

IV.2.2.1. Gyromètre

Le gyromètre est un capteur qui mesure la vitesse angulaire. Sur les quadri-rotors, il mesure la vitesse de rotation autour d'un des axes de direction qui peut être ensuite comparée à la consigne souhaitée. C'est le seul capteur indispensable pour la stabilisation. [18]

IV.2.2.2. Accéléromètre

L'accéléromètre mesure l'accélération de l'objet sur lequel il est placé. Les quadrirotors sont équipés d'un accéléromètre 3 axes qui permettent de déterminer l'accélération du modèle selon les 3 degrés de liberté de translation. L'accéléromètre est également capable de mesurer l'inclinaison d'un objet car il est influencé par la force de gravité. Combiné aux gyromètres et après application d'un filtre, ces capteurs permettent d'obtenir la position du quadri-rotor dans l'espace à l'exception de la dimension verticale. [18]

IV.2.2.3. Baromètre

Le baromètre mesure la pression atmosphérique. En mesurant la différence de pression par rapport à une référence, il permet au régulateur de vol de connaitre la composante verticale du quadri-rotor. Ce capteur est utilisé afin de maintenir la plateforme à une hauteur définie (mode *Altitude Hold*). Pour les déplacements proches du sol, un capteur à ultrasons peut également être utilisé afin de maintenir une altitude fixe. [18]

IV.2.2.4. Magnétomètre

Le magnétomètre mesure le champ magnétique. Il est utilisé dans des modes de navigation un peu plus avancés. Il permet par exemple de définir une direction de pilotage fixe quel que soit la position du quadri-rotor. L'avant de l'appareil n'est plus défini par rapport à la structure mais par rapport à une direction géographique. Cela facilite le pilotage puisque la rotation du quadri-rotor sur l'axe vertical n'a plus d'influence. Le magnétomètre est également utilisé dans les modes de pilotages utilisant le GPS. [18]

IV.2.3. GPS

Le GPS n'est pas utilisé pour stabiliser l'appareil à proprement parler. Il est utilisé pour programmer des déplacements à l'avance (*Waypoint*) et pour revenir automatiquement au point de lancement (*Return to Home*). Le GPS permet également de maintenir l'appareil à un endroit précis (*Position Hold*). Certains modèles utilisent également un capteur à flux optique (même principe que sur les souris d'ordinateur à fonctionnement optique) afin de garantir un positionnement fixe de l'appareil, mais il ne marche qu'à des hauteurs relativement faibles. [18]

Le Module GPS3DRLEA-6 uBlox incorpore le compas numérique, tout en proposant un procédé pratique de montage de la boussole loin de toute source d'interférence pouvant être présente dans l'enceinte du véhicule. Il s'agit du meilleur module GPS, nettement plus performant que le GPS Mediatek en raison de sa plus grande antenne et de son chipset de toute dernière génération. Une excellente solution, tout particulièrement pour les multicoptères et rovers pour lesquels la précision GPS est primordiale. Il dispose d'un circuit actif pour l'antenne patch en céramique, d'une batterie

de secours rechargeable pour les démarrages à chaud, et d'une EEPROM I2C pour le stockage de la configuration. [22]



Fig.IV.2 : Module GPS 3DR LEA-6 uBlox .

IV.2.4. La batterie

Les accumulateurs au Lithium Polymère (ou LiPo) présentent de nombreux avantages et constituent indéniablement un énorme progrès technologique dans le monde des batteries. Les accumulateurs LiPo ont une tension nominale de 3,7V par élément. Un élément chargé à 100% aura une tension de 4,20V, valeur qu'il ne faut pas dépasser sous peine de destruction. Il ne faut pas descendre en dessous de 2,8V - 3,0V par élément. La tension de destruction est à 2,5V. [23]

La batterie LiPo 3 utilisée dans notre réalisation présente 3 éléments avec une tension nominale de 11,1V (3x3,7), ce qui assure une autonomie de 10 min. [23]





IV.2.5. Le module d'émission/réception

Les modules 3DR Radio sont devenus très abordables et de plus en plus utilisés sur les aéromodélismes. Ils présentent les caractéristiques suivantes : [24]

- Très petite taille, poids léger.
- 433mhz bande de fréquence.
- La sensibilité du récepteur -117 dBm.
- Transmettre la puissance jusqu'à 20 dBm (100 mW).
- Liaison série transparente.
- Débits d'air jusqu'à 250kbps.
- Gamme d'environ 1 mile avec des antennes fournie.
- Contrôle de flux adaptatif lorsqu'il est utilisé avec APM.



Fig.IV.4 : Les modules 3DR Radio.

IV.2.6. Moteurs et contrôleurs de vitesse électroniques

Il est possible d'utiliser n'importe quel moteur de modélisme sur un quadri-rotor. Ce sont généralement des moteurs '*brushless*' à rotors externes. Comme ces moteurs n'ont pas de sens de rotation prédéfinis, il suffit d'interchanger deux des trois phases pour inverser le sens de rotation. Les ESC sont également facilement disponibles, elles sont utilisées depuis longtemps dans les avions et hélicoptères radiocommandés. [18]

Avec la révolution technologique des multi-rotors, on trouve des moteurs spécifiquement destinés à ces drones. Ils se caractérisent par un nombre d'électroaimants

plus élevé que sur les moteurs « traditionnels ». Cela résulte en une vitesse de rotation plus lente qui permet d'éviter une partie des vibrations néfastes au vol d'un quadri-rotor, mais aussi un meilleur couple en limitant la consommation électrique. On utilise également des hélices plus longues qui augmentent la portée du modèle. Certaines compagnies proposent également des contrôleurs de vitesse dédiés à ces moteurs « multi-rotors ». Ils ont développé pour assurer une très bonne réactivité aux multiples changements de vitesse. Il existe même des boitiers contenant les quatre contrôleurs afin de faciliter les branchements des moteurs et de l'alimentation. [18]

IV.3.CRITERE DE SELECTION DU PROTOCOL

Le but de la suite du projet est de mener des recherches en vue d'un quadri-rotor autonome et intelligent. Cela implique que le modèle de base ait une bonne capacité de vol, une stabilisation efficace étant primordiale pour l'automatisation du contrôle de l'appareil.

Le régulateur de vol devrait donc être équipé d'un système de stabilisation avancé, utilisant des capteurs précis et si possible digitaux afin de réduire le bruit de ceux-ci. De plus, pour pouvoir effectuer des modifications, le logiciel du contrôleur de vol devrait être accessible. Le premier prototype a été conçu dans un esprit de miniaturisation du quadrirotor. [18]

Toutefois, un modèle d'une envergure plus importante permettrait d'obtenir un meilleur équilibre en gardant une certaine maniabilité et une bonne dynamique de vol. Il serait également plus puissant et conviendrait à une utilisation à l'extérieur. Finalement, le projet étant réalisé dans le cadre d'un travail de Master, le coût de l'appareil ne devrait pas être trop important. [18]

IV.3.1. Choix des composants

La solution la moins coûteuse consiste à concevoir et à construire un second prototype artisanal en achetant seulement les composants qu'on ne peut pas fabriquer. Cependant, plusieurs éléments, et notamment l'aérodynamique de la structure et l'implémentation des capteurs nécessitent une certaine expérience et maitrise dans le domaine ou une étude et analyse très approfondies. Ces paramètres rendent la conception d'un modèle de telle complexité fastidieux, chronophage voire plus coûteux qu'un modèle commercial, sans garantir de supériorités de performances. Le but n'étant pas de reproduire ce qui est déjà disponible sur le marché à des prix abordables, cette solution n'a pas été retenue. [18]

Les modèles prêts à voler ne correspondent non plus aux critères établis. Ils offrent effectivement une aptitude de vol convenable pour notre application, mais ne permettent ni d'accéder au code, ni d'effectuer des modifications sur le prototype. La solution qui répond le mieux aux objectifs fixés consiste en achat d'un kit et d'une carte de contrôle 'open source'. Les kits comprennent en général une structure, les ESC, les moteurs et les hélices. Ces composants ne sont pas livrés assemblés, ce qui diminue le prix par rapport à des modèles prêt à voler. Leurs compatibilités ainsi que les performances de vol de l'ensemble ont néanmoins été testées, ce qui assure une base matérielle fiable. Comme pour les structures, il existe des copies des modèles les plus populaires à un prix légèrement inférieur. Cette alternative est cependant peu judicieuse puisque l'économie est réalisée en utilisant des matériaux moins résistants ou des moteurs moins performants. [18]

Le kit retenu est le FlameWheel 450 produit par DJI. D'un prix abordable, il est constitué d'une structure robuste ayant fait ses preuves. Les ESC et les moteurs sont des composants de qualité, balancés et conçus pour les multi-rotors. La marque DJI possède une très bonne expérience dans le domaine et offre en outre la possibilité de racheter n'importe quel composant du kit en pièces détachées. [18]

Le régulateur de vol choisi est la carte 'open source APM 2.6' achetée de 3DR. Il est basé sur la plateforme Arduino et ses microprocesseurs ATmega. L'APM bénéficie également d'une large communauté de développement. [18]

IV.3.2. FLAMEWHEEL 450

La structure DJI a une envergure de 450 mm. Elle est constituée de quatre pieds en plastique injecté et de deux plaques centrales métalliques. La plaque inférieure fait également office de distribution de puissance pour réduire la longueur des fils d'alimentation. Les pieds sont fixés à l'aide de 24 vis, ce qui assure une très bonne rigidité. La structure est relativement massive, elle pèse 630 g, mais très résistante aux chocs. Le kit comprend aussi quatre ESC Opto 30A18, quatre moteurs DJI ainsi que deux sets d'hélices de 8" et 10". [21]

L'avantage principal de ce kit est de réunir des composants dimensionnés pour fonctionner ensemble, balancés et avec des moteurs équilibrés. Cela assure une portance suffisante pour un bon contrôle du quadri-rotor (même avec une petite charge telle qu'une caméra embarquée) et réduit au maximum les vibrations. [21]



Fig.IV.5 : Composants constituants le Kit DJI F450.

IV.3.2.1. Le Montage

Le montage de la structure est très aisé. Il suffit de visser les moteurs sur les bras, puis les quatre bras aux deux plaques centrales. Comme la structure est destinée à être utilisé selon le mode "X", les deux bras de couleur rouge ont été disposés à l'avant. Lors du montage du kit, la principale difficulté est de souder les câbles d'alimentations des ESC sur la plaque inférieure. [21]



Fig.IV.6 : Les câbles d'alimentations sont soudés sur la "PowerBoard".

Le quadri-rotor est entièrement alimenté par la batterie LiPo 3 cellules de 2650 mAh, qui est reliée à un connecteur lui aussi soudé sur la plaque de distribution. Le branchement des moteurs s'effectue à l'aide de trois câbles, un pour chaque phase. Pour alimenter la carte de régulation et le récepteur, un SBEC séparé, relié à la batterie, a été utilisé. Le SBEC est un transformateur de tension qui convertit le 11.1 V de la batterie en 5 V. [21]

IV.3.2.2. Les étapes de montage

> Montage moteur



Fig.IV.7 : Dimension moteur.

Nous avons Monté les moteurs en utilisant leurs vis appropriées. La taille de vis est M3. Il faut prendre en compte la profondeur du filet et la dimension des vis car l'utilisation de vis trop longues ou trop grandes peut endommager le moteur. [21]

Montage des hélices



Fig.IV.8:Montage d'hélice

L'hélice est serrée en le faisant tourner dans la direction antihoraire.

> Câblage des ESC

On a soudé chaque ESC pour les plots d'alimentation sur la planche du fond, comme la montre la figure ci-dessous. Il faut que la soudure soit solidement fixée sur les plots d'alimentation et qu'il n'y ait aucune possibilité pour un court-circuit. Le câble d'alimentation est un câble coaxial. On a essayé de ne pas endommager le protecteur sur le câble rouge pour éviter un court-circuit. Le noyau rouge du câble d'alimentation coaxial est positif, et la couche de blindage du câble d'alimentation coaxial est négative. [20]



Fig.IV.9 : Câblages ESC.

L'assemblage



Fig.IV.10 : Assemblage Dji 450.

Notez que (1) et (2) pointent sur le nez de l'avion et les bras (3) et (4) le pointent à la queue de l'avion de bras. Il est recommandé de choisir les mêmes armes de couleur pour la même direction. Voir de haut, les moteurs sur les armes (1) et (3) tournent dans le sens antihoraire et les moteurs sur les armes (2) et (4) tournent dans le sens horaire. [21]

Frame			
Empattement en diagonal	450 mm		
Poids du chassis	282 g		
Poids au décollage	800 g ~ 1600 g		
ESC			
Courant	30 A OPTO		
Fréquence du signal	30 Hz ~ 450 Hz		
Batterie	3S ~ 4S LiPo		
Moteur			
Taille du stator	22×15 mm or 22×12 mm		
KV	905rpm/V or 960 rpm/V		
Hélices	10×4.5 in ; 8×4.5 in		

Le tableau suivant indique les caractéristiques générales d'un Dji F450. [21]

Tableau.IV.3 : Caracértistique du Dji F450

IV.4. GENERATION DE LA TRAJECTOIRE

Dans un système de guidage, les commandes d'attitude sont automatiquement générées à partir d'un système de commande de position qui permet de suivre une trajectoire désirée formée de plusieurs 'waypoints'. Plusieurs algorithmes de guidage sont proposés dans la littérature. Dans le cadre de notre projet, on a choisis un guidage par champ de vecteur. [25]



Fig.IV.11 : Différentes étages de commande

IV.4.1. Guidage par champ de vecteurs

Dans un guidage par champ de vecteurs, les trajectoires choisies sont construites par des segments linières définis par un ensemble des 'waypoints' de coordonnées X, Y et Z dans le repère terrestre. Afin de simplifier l'algorithme, l'altitude est maintenue constante pendent le vol, ce qui limite le guidage juste en mode latéral de deux démenions. [25]



Fig.IV.12 : Exemple de segment de trajectoire linéaire.

Pour passer d'un 'waypoint' à un autre, le système de guidage impose un angle de heading désiré calculer par la relation suivante : [25]

$$X^{f} = \tan^{-1}(\frac{w_{2y} - w_{1y}}{w_{2x} - w_{1x}})$$
 Eq. IV.1

Avec :

X^f: Le heading.

 W_{1X} , 1Y: sont les coordonnées X, Y respectivement du waypoint 1.

W_{2X}, _{2Y}: sont les coordonnées X, Y respectivement du waypoint 2.

Les coordonnées des waypoints désirés ainsi que les angles de heading sont fournis à l'algorithme de contrôle de position qui génère les angles de roulis et de tangage adéquats en se basant sur le modèle linéaire suivant:

$$\begin{cases} \ddot{x} \approx -\theta \frac{T}{m} \\ \ddot{y} \approx \phi \frac{T}{m} \\ \ddot{z} \approx g - \frac{T}{m} \end{cases}$$
 Eq. IV.2

Le contrôleur PID est celui choisi pour la boucle de contrôle de position. La **fig IV.13** montre le modèle du contrôleur associé à l'algorithme de guidage. [26]



Fig.IV.13 : le modèle du contrôleur associée à l'algorithme de guidage.

Le model Simulink de génération de la trajectoire ainsi que le contrôleur sont présentés dans la Fig.IV.14



Fig.IV.14 : Le modèle Simulink de la génération de la trajectoire ainsi que le contrôleur.

IV.5. LA SIMULATION AVEC MATERIEL DANS LA BOUCLE

La simulation avec matériel dans la boucle, ou souvent appelée « hardware-in-theloop », est un terme couramment utilisé dans le langage scientifique pour définir l'incorporation d'une partie physique dans une boucle de simulation. Elle consiste soit à remplacer certaines parties de la boucle de simulation par des composantes matérielles ou implémenter le contrôleur de vol dans un calculateur réel. Ainsi, la qualité de la simulation est non seulement améliorée en remplaçant les sous-systèmes dont les modèles sont imprécis ou inconnus par leur équivalent physique, mais aussi cette méthode permet de diagnostiquer à l'avance les problèmes d'intégration et d'explorer les scénarios d'anomalies matérielles et logicielles. [19]

IV.5.1. Simulation sur ordinateur et «simulation HIL»

Une simulation sur ordinateur est utilisée pour tester les dynamiques principales du système étudié et de sa commande associée. Le système étudié et maintenu dans l'environnement de simulation ainsi que sa commande sont implémentés dans le calculateur. Mais peuvent fonctionner à des fréquences de calcul différentes. La simulation n'étant composée que du modèle dynamique, toutes les variables d'état transitant entre les deux systèmes ne sont que des signaux numériques gérés par un protocole de communication. L'algorithme de commande peut fonctionner à la même fréquence que l'environnement de simulation ou à une fréquence différente. [19]

IV.5.2. Architecture HIL

Dans le cadre de ce présent travail, la simulation avec le matériel dans la boucle est appliquée à la problématique du prototypage du quadri-rotor. La description de l'architecture de contrôle du quadri-rotor représente la configuration logicielle et matérielle qui permet d'asservir le système. [19]

Dans la simulation avec matériel dans la boucle, deux environnements sont créés : un environnement de simulation qui représente le modèle dynamique du quadri-rotor décrit dans le chapitre1 développé sous le logiciel Matlab/Simulink, et un environnement de lois de commande implémenté dans la carte APM. La liaison entre les deux environnements est assurée à l'aide de protocole de communication RS232. Afin d'éviter les problèmes de synchronisation, la fréquence de fonctionnement du modèle de simulation et du modèle embarqué est fixée à 450 Hz. Ce choix provient du fait que le modèle embarqué est limité par la fréquence de fonctionnement des ESC's. Celle-ci est limitée par 450 Hz d'après le **Tableau.IV.3**

De plus, la mise en œuvre du logiciel de contrôle du quadri-rotor réel requiert la traduction de ces équations en langage de programmation C/C++ afin que le modèle conçu par le logiciel Simulink/Matlab soit compréhensible par la carte APM. Cette traduction manuelle est souvent longue et devient une source d'erreur non négligeable. Pour éviter ce genre de problèmes, le Toolbox APM conçu par [27] est utilisé. Ce Toolbox propose des blocks crées sous forme des fonctions embarquées S-functions adéquates avec l'encodeur C/C++ de Matlab/Simulink. Une procédure de prototypage rapide a été développée de façon à faciliter l'implémentation des algorithmes GNC.



Fig.IV.15 : Architecture globale de la plateforme expérimentale.

IV.4.3. Résultats expérimentaux

Les résultats expérimentaux ont comme objectif de démontrer la validité de la simulation avec matériel dans la boucle pour simuler des quadri-rotors en contact avec un environnement réel. De cette façon, le quadri-rotor simulé va interagir virtuellement avec l'environnement réel.

Afin de valider cette approche, l'équivalence entre la simulation avec matériel dans la boucle et la simulation idéale doit être vérifiée. Ce modèle est requis uniquement dans ce contexte de validation.

Dans la **Fig.IV.16** la trajectoire choisie est une trajectoire rectangulaire de dimensions (2*1 m), l'altitude est maintenue à 1 m. La commande appliquée pour la boucle de contrôle de position est la commande avec régulateur PID qui varie chaque 5s, ce qui donne le temps au quadri-rotor pour se stabiliser.



Fig.IV.16 : simulation de la trajectoire rectangulaire.

Les coefficients utilisés sont mentionnés dans le tableau IV.4

Gaines	k _p	k _i	k _d
Х	0.2	0.001	0.37
Y	0.2	0.001	0.37
Z	-9	0.35	0.001

Tableau.IV.4 : Gains PID de la commande.

D'après les figures **.IV.17 et IV.18** Il est remarquable que le drone est arrivé à accomplir sa mission en suivant tous les 'waypoints' préprogrammées. Les temps de réponse ainsi que les dépassements dans X et Y sont bien dans les limites du cahier de charge désiré. La réponse suivant Z présente quelques oscillations qui n'influent pas vraiment sur la stabilité du quadri-rotor de point de vue que l'altitude est maintenue constante pendent tout le vol.



Fig.IV.17 : la trajectoire suivant l'axe des X.



Fig.IV.18 : trajectoire suivant l'axe des Y.



Fig.IV.19 : la trajectoire suivant l'axe des Z.

Les angles de roulis, tangage et lacet sont présentés dans les figures **IV.20 et IV.21** On note que la variation des trois angles est faible et ne dépasse pas les 5°, ce qui correspond à vérifier l'hypothèse de simplification adopté au modèle linéaire et qui néglige d'une façon automatique les effets non-linéaires.



Fig.IV.20 : variation des angles de roulis et du tangage.



Figure.IV.21 : variation d'angle de lacet.

Les signaux de commande PWM sont presque les même pour les 4 moteurs. Les oscillations présentées dans la figure **IV.22** sont bien des oscillations à la limite de fonctionnement des ESC's (450 Hz).



Fig.IV.22 : variation des signaux de commandes.

D'après les résultats obtenus, on peut confirmer que la simulation du matériel dans la boucle a bien prouvé sa puissance du point de vue que la commande embarquée dans la carte APM a bien répondu aux variations des états du modèle dynamique, et que les signaux de commande sont adéquats avec la trajectoire désirée.

On note aussi que la simulation HIL nous a permis de tester et valider le matériel de communication qui a pu assurer le lien entre les deux environnements avec moins d'erreurs possibles. Les algorithmes de GNC développés dans le cadre de ce projet sont prêts à l'implémentation réelle.

IV.6. INTERFACE GRAPHIQUE

Mission Planner est un logiciel à coude source ouvert qui nous donnent la possibilité de créer les WayPoints ainsi que le l'affichage des paramètres de vol.



Fig.IV.23 : Mission Planner interface graphique

IV.6 CONCLUSION

L'objectif de ce chapitre est d'implémenter les différents algorithmes de contrôle et de guidage avec leurs tests au sol.

Afin d'assurer le bon fonctionnement de ces algorithmes Une simulation du matériel dans la boucle représente une étape primordiale avant le test réel afin de confirmer que la carte de commande est adéquate avec les algorithmes programmés pour diagnostiquer à l'avance les problèmes d'intégration et d'explorer les scénarios d'anomalies matérielles et logicielles.

Le Matériel a été choisi dans le but d'être à la fois efficace et à faible cout. Mission Planner présente une plateforme idéale pour développer notre propre station de control, au sol car le logiciel est 'open source'.

CONCLUSION GENERALE

La recherche dans le domaine des UAVs connaît un grand essor avec les progrès croissants des différentes technologies, notamment en électronique numérique et en électronique de puissance. Ce développement a donné naissance à des composants et des capteurs miniatures et très précis et des processeurs et microcontrôleurs avec une grande puissance de calcul. Ces progrès intéressent particulièrement la production de ce qu'on appelle les systèmes de contrôle embarqués pour des robots autonomes et intelligents, capables d'accomplir les missions accordées avec efficacité et fiabilité. [1]

L'idée de ce projet est née dans ce contexte, l'objectif étant de concevoir un système qui englobe les algorithmes de guidage navigation et de contrôle afin que le quadri-rotor puisse suivre une trajectoire choisis.

On premier lieu le modèle dynamique du quadri-rotor est développé en se basant sur les lois des forces et des moments agissants sur le quadri-rotor qui est traiter comme étant un corps rigide a 6 degré de liberté deux approche pour ce fait ont été traité : une approche avec les angles d'Euler et une approche avec les quaternions.

Le besoin primable d'une mesure des paramètres de vol avec grande précision a imposé le développement d'un algorithme de navigation basé sur une intégration INS/GPS à l'aide de filtre de Kalman. Cette méthode a prouvé sa capacité on obtenant une mesure d'attitude et de position avec la moindre erreur.

Après la modélisation et la navigation, on a traité la partie la plus importante c'est les lois de commande qui assurent la stabilité du quadri-rotor. Trois commandes ont été proposées pour ce fait : une commande avec régulateur PID, une commande avec retour d'état et une commande avec régulateur quadratique, les réponses obtenues pour les trois commandes ont été comparés et le régulateur PID a été choisis pour l'implémentation réelle à cause de ça réponse adéquate avec le cahier de charge et sa simplicité du modèle.

Afin que le quadri-rotor puisse suivre une trajectoire bien déterminée, un algorithme de guidage basé sur le guidage par segment est conçue de telles façons à générer les commandes on position basées sur le régulateur PID.

Les algorithmes GNC développés sont en fin réunis dans le même modèle. Le modèle final obtenu est subdivisé en deux sous-systèmes : un système qui représente le

modèle dynamique dans l'environnement de simulation et un sous systèmes de contrôle embarquée dans une carte électronique. Les deux environnements sont mis dans une simulation du matériel dans la boucle, cette simulation nous a permis de valider le bon fonctionnement du contrôleur embarqué.

Le modèle du quadri-rotor choisi ainsi que le matériel embarqué utilisés dans la réalisation est présenté avec détail. Une interface graphique qui assure l'affiche des paramètres de vol en temps réel est aussi conçue dans le cadre de ce projet.

Dans la fin on peut dire que les objectifs décrits sont atteintes, mais cela ne nous empêche pas de proposer quelques idées de développement :

- Améliorer le modèle dynamique du quadri-rotor en ajoutant d'autres forces et moments, et les modèles des actuateurs qui ont été négligés, cela permet de se rapprocher vers le modèle réel du quadri-rotor.
- 2- Dans l'algorithme de navigation il est souhaitable d'utiliser un modèle d'intégration INS/GPS qui prend en considération les erreurs des deux systèmes ainsi que les erreurs des méthodes numérique, cela permit d'estimer les paramètres de vol avec plus de précision
- 3- Dans l'algorithme de contrôle on peut proposer d'utiliser des commandes nonlinéaire qui vont améliorer les réponses et assurer la stabilité et la robustesse. Les commandes non linéaires ont prouvé leur puissance dans plusieurs littératures.
- 4- La limitation major de notre implémentation c'est bien la limitation de la carte APM ; l'utilisation d'une carte plus puissant tel que la PX4 va permit d'implémenter des algorithmes GNC plus complexe mais plus aussi précise.

BIBLIOGRAPHIE

[1] CHERIET Reda, «Commande et Stabilisation d'Attitude d'un Drone de Type Quadrirotor », Projet fin d'études, IAB, 2013.

[2] SAM Zine laabidine et BOUKKEBEL Abed, « commande d'un quadrotor par reseaux de neurones», Projet fin d'études, Ecole Militaire Polytechnique, 2014.

[3] S. Bouabdallah, « **Design and Control of Quadrotor with Application to Autonomous Flight** », PHD thesis, EPFL, 2007.

[4] KHEBBACHE Hicham, «Tolérance aux défauts via la méthode backstepping des systèmes non linéaires», Thèse Magister, UNIVERSITE FERHAT ABBAS DE SETIF, 2012.

[5] Øyvind Magnussen et Kjell Eivind Skjønhaug «Modeling, Design and Experimental Study for a Quadcopter System Construction», These Master, University of Agder, 2011.

[6] Adam Polak «Low-cost Image-assisted Inertial Navigation System for a Micro Air Vehicle», Honor Thesis, *Arizona State University*, 2014.

[7] Oludayo John Oguntoyinbo «pid control of brushless dc motor and tobot trajectory planning and simulation with matlab/simulink», Honor Thesis, VASA University, 2009.

[8] Philippe LAVOIE « système de navigation hybride gps/ins à faible coût pour la navigation robuste en environnement urbain », maîtrise en génie électrique, école de technologie supérieure université du québec, 2012.

[9] Joshy Madathiparambil Jose « Performance comparison of Extended and Unscented Kalman Filter implementation in INS-GPS integration », Erasmus Mundus Programme SpaceMaster, Czech Technical University in Prague, 2009.

[10] Aboelmagd Noureldin ,Tashfeen et B. Karamat Jacques Georgy « Fundamentals of Inertial Navigation, Satellite-based Positioning and their Integration », Springer, 2013.

[11] S. Bouabdallah, A. Noth and R. Siegwart, «**PID vs LQ Control Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor** », Autonomous Systems Laboratory Swiss Federal Institute of Technology Lausanne, Switzerland

[12]Adam Polak « APM Multicopter Development Kit for Simulink », Publication, *Arizona State University*, 2013.

[13]Tommaso Bresciani « Modelling, Identification and Control of a Quadrotor Helicopter », master thesis , Department of Automatic Control Lund University, 2008.

[14] Johan Fogelberg « Navigation and Autonomous Control of a Hexacopter in Indoor Environments », Msc Thesis , Department of Automatic Control Lund University, 2013.

[15] *KHEDIM Farid* «Commande LQG optimale d'un aéronef de type Airbus A300 avec tolérance de pannes », Projet fin d'études,IAB, 2012.

[16] *Adrien drouot* « strategie de commande pour la navigation autonome d'un drone projectile miniature », Thése Doctorat, Université de Lorraine , 2013.

[17] MATTEO VANIN «Modeling, identification and navigation of autonomous air vehicles », Master's Degree Project, Automatic Control School of Electrical Engineering Kungliga Tekniska Högskolan, 2013.

[18] Alain Vuille « Etude et expérimentation de petits quadricoptères destinés à des missions d'observation », travail de bachelor , Haute ecole d'ingénierie et de gestion du canton de vaud , 2014.
[19] HAMELIN, Philippe « simulation avec materiel dans la boucle d'un robot en interaction avec un environnement réel », Maitrise en génie de la production automatisée, ecole de technologie supérieure université du québec, 2008.

[20] APM 2.6 simplified user guide. http://copter.ardupilot.com

[21] Dji 450 user guide. <u>www.diydrones.com</u>

[22] Module GPS LEA-6 uBox 3DR Avec Boussole

http://www.robotshop.com/eu/fr/module-gps-lea-6-ubox-3dr-boussole.html

[23] **Qu'est ce qu'une batterie lipo ?**, http://blog.patrickmodelisme.com/post/qu-est-ce-quune-batterie-lipo

[24] 3DR-Radio-Telemetry-433MHZ-Module-For-APM,

http://www.banggood.com/fr/3DR-Radio-Telemetry-433MHZ-Module-For-APM-APM2-Europe-p-85233.html

[25] Adam Ufford « Development and Implementation of Guidance, Navigation and Control Systems for an Autonomous Air Vehicle » MASTER OF SCIENCE IN MECHANICAL ENGINEERING, Texas Tech University, 2009.

[26] Alvin Ng « Design and Build of Swarm Quadrotor UAVs at UGS », IMAV2014, University of Glasgow Singapore, 2014.

[27] Robert Hartley, « APM2 Simulink Blockset » MATLAB Central, 13 November, 2012.

[28] Dr Benchoubane Hacine, Cours d'Automatique, Licence, Master IAB, 2014

A.1. Repères utilisés en navigation

A.1.1. Repère inertiel terrestre (ECI)

Le repère inertiel terrestre (ECI – Earth Centered Inertial) est un repère orthogonal dont l'origine coïncide avec le centre de masse de la Terre et dont les axes Y et Z sont orientés respectivement en direction de l'axe de rotation de la Terre et du point d'équinoxe du printemps . L'axe X est quant à lui orienté de manière à compléter la règle de la main droite, pour ainsi former un repère orthogonal, tel qu'illustré sur la **Figure.A.1.** Un repère inertiel est un repère qui ne tourne ni accélère par rapport au reste de l'univers et dans lequel les lois de Newton s'appliquent. [8]



Figure.A.1: Repère inertiel terrestre (ECI).

A.1.2. Repère fixe terrestre (E)

Le repère fixe terrestre (ECEF – Earth Centered Earth Fixed) est un repère orthogonal dont l'origine fixé au centre de masse de la Terre. Les axes Y et Z de ce repère sont orientés respectivement en direction de l'axe de rotation de la Terre et du méridien de Greenwich tandis que l'axe X complète la règle de la main droite, pour ainsi former un repère orthogonal, tel qu'illustré à la **Figure.A.2.** [8]



Figure.A.2: Repére fixe terrestre (ECEF)

Le repère ECEF peut être utilisé afin d'exprimer une position selon des coordonnées cartésienne (x, y et z) mais également selon des coordonnées géodésiques (voir **Figure.A.3**). Les coordonnées géodésiques sont exprimées en terme de latitude (ϕ), de longitude (λ) et d'altitude ellipsoïdale (h) qui sont définis tel que :

Latitude (ϕ) : Angle formé, sur un plan méridien, entre le plan équatorial et le rayon de courbure normal de la Terre (R N).

Longitude (λ) : Angle formé, sur un plan équatorial, entre le méridien de Greenwich et la projection du point d'intérêt sur un plan équatorial.

Altitude ellipsoïdale (h) : Distance entre le point d'intérêt et l'ellipsoïde de référence, mesurée au-dessus de l'ellipsoïde et selon un axe perpendiculaire à celui-ci. [8]





La transformation entre les coordonnées cartésiennes et géodésiques peut être réalisée à l'aide d'équations mathématiques. Dans le cas où les coordonnées géodésiques sont connues, les coordonnées cartésiennes sont calculées à l'aide des équations suivantes : [8]

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (R_N + h)\cos\phi\sin\lambda \\ (R_N(1 - e^2) + h)\sin\lambda \\ (R_N + h)\cos\phi\cos\lambda \end{bmatrix}$$
Eq.A.1
$$R_N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2\sin^2\phi}}$$
Eq.A.2

dans lesquelles :

$$e^2 = 2f - f^2$$
 Eq.A.3

où :

x,y,z : coordonnées cartésiennes ECEF φ , λ , h : coordonnées géodésiques ECEF

- a : axe semi-majeur de l'ellipsoïde de référence (voir Tableau-A I-3)
- e : excentricité de l'ellipsoïde de référence
- f : coefficient d'aplatissement de l'ellipsoïde de référence
- R_N : rayon de courbure normal de la Terre

A.1.3. Repère local (L)

Le repère local est un repère orthogonal centré sur le mobile et dont le plan X-Y est tangent à l'ellipsoïde de référence d'où son surnom de plan tangent. Tel qu'illustré à la **Figure.A.4**, les axes X, Y et Z de ce repère sont orientés respectivement selon le nord vrai, l'est et le bas, ce qui explique pourquoi il est également appelé repère NED (North East Down) dans la littérature. C'est par rapport à ce repère local que l'attitude du mobile est généralement représentée. [8]



Figure.A.4: Repère NED (en rouge) et ENU (en bleu)

A.1.4. Repère du mobile (B)

Le repère du mobile (en anglais : body frame) est un repère orthogonal fixé au cadre rigide du véhicule et dont l'origine coïncide généralement avec le centre de masse de ce dernier. Les axes X, Y et Z de ce repère sont orientés respectivement vers l'avant (selon l'axe longitud--inal), la droite et le bas du véhicule tel qu'illustré sur la **Figure.A.5**. Les mesures inertielles utilisées par l'algorithme INS sont généralement exprimées selon ce repère. [8]



Figure.A.5: Repère du mobile

A.2. Transformation entre le repére mobile et le repére e navigation

Le développement des equations inertielles nous oriente d'abord a la determination de la matrice de rotation R_b^l qui transforme le repére mobile (b) vers le plan local de navigation (l) effectivement cette matrice est une fonction des trois angles d'Euler (roulis φ ,tangage θ , lacet ψ) elle peut s'exprimer comme ce suit : [10]

$$R_b^l = \left(R_b^l\right)^{-1} = \left(R_b^l\right)^T = \left(R_b^l R_b^l R_b^l\right)^T$$
$$= \left(R_a^b\right)^T \left(R_b^c\right)^T \left(R_c^c\right)^T$$

la matrice de rotation peut etre écrites sous forme des matrices elémentaires comme suit :

$R_b^l = \begin{bmatrix} \cos\psi \\ -\sin\psi \\ 0 \end{bmatrix}$	$ \begin{array}{c} sin\psi & 0\\ cos\psi & 0\\ 0 & 1 \end{array} \right]^T \begin{bmatrix} 1\\ 0\\ 0 \end{bmatrix} $	0 0 cosθ sin —sinθ cos	$\begin{bmatrix} n & \theta \\ \theta \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \cos \Phi \\ 0 \\ \sin \Phi \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & -sin\Phi \\ 1 & 0 \\ 0 & cos\Phi \end{bmatrix}^T$	
$R_b^l = \begin{bmatrix} \cos\psi\\ \sin\psi\\ 0 \end{bmatrix}$	-sinψ 0 cosψ 0 0 1	0 0) cosθ –si) sinθ cos	$\begin{bmatrix} \cos \Phi \\ 0 \\ -\sin \Phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \Phi \\ 0 \\ -\sin \Phi \end{bmatrix}$	0 sinΦ 1 0 0 cosΦ]	
$R_b^l = \begin{bmatrix} \cos\psi\cos\Phi - \sin\psi\\ \sin\psi\cos\Phi + \cos\phi\\ -\cos\theta \end{bmatrix}$	inψsinθsinΦ osψsinθsinΦ θsinΦ	–sinψcosθ cosψcosθ sinθ	cosψsinΦ - sinψsinΦ - cos	+ sin ψ sin θ cos Φ - cos ψ sin θ cos Φ s θ cos Φ	Eq.A.4

B.1. Vue d'ensemble sur les quaternions

Le quaternion a été découvert par Hamilton, un physicien qui recherchait une prolongation des nombres complexe. La méthode des quaternions est très répandue dans l'infographie et la robotique parce qu'ils peuvent être employés pour commander des rotations dans l'espace tridimensionnel. [2]

Un quaternion peut être considéré comme un nombre complexe avec une partie réel (scalaire) et trois parties imaginaires qui forment un vecteur [2].

$$q = a + bi + cj + dk$$
 Eq.B.1

Avec a, b, c, d sont des nombres réels.

On peut écrire un quaternion comme :

$$q = (a, \vec{v})$$
 Eq.B.2

Avec : $\vec{v} = [\mathbf{b} \mathbf{c} \mathbf{d}]$

B.2. Opérations sur les quaternions

On considère les deux quaternions $q_1 = (a_1, \vec{v_1}), q_2 = (a_2, \vec{v_2})$, Les différentes opérations mathématiques dans l'espace des quaternions sont données par : [2]

B.2.1. Addition (soustraction)

$$q_1 \pm q_2 = (a_1 \pm a_2, \overrightarrow{v_1} \pm \overrightarrow{v_2})$$
 Eq.B.3

B.2.2. Multiplication

Le produit en quaternion est noté par:

$$q_1 * q_2 = (a_1 a_2 - \overline{v_1 v_2}), (a_1 \overline{v_2} + a_2 \overline{v_1} + \overline{v_1} \wedge \overline{v_2})$$
 Eq.B.4

B.2.3. Elément neutre

 $q_0 = (\mathbf{1}, \vec{\mathbf{0}})$ Eq.B.5

B.2.4. La multiplication non commutative

$$q_1 * q_2 \neq q_2 * q_1$$
 Eq.B.6

B.3. Rotation dans les quaternions

On peut aussi écrire un quaternion comme suit : [2]

$$q = \cos(\theta) + \hat{U}\sin(\theta) \qquad \text{Eq.B.7}$$

Ce qui représente une rotation avec angle 2θ autour de l'axe \widehat{U}

Soit \vec{V} un vecteur, la rotation \vec{V} avec un angle 2 θ autour de l'axe \hat{U} est donnée par

$$R(\vec{V}) = q * V * q^*$$
 Eq.B.8

Avec : q* Représente le conjugué de q.

La rotation successive par q puis \dot{q} est donnée par :

$$\widehat{q} = q * \dot{q}$$
 Eq.B.9

Pour notre cas, le passage de R_0 vers R_1 se fait par trois rotations successives

$$q_{\phi} = \cos(\frac{\phi}{2}) + \hat{\imath}\sin(\frac{\phi}{2}), q_{\theta} = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + \hat{\jmath}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right), q_{\psi} = \cos\left(\frac{\psi}{2}\right) + \hat{k}\sin\left(\frac{\psi}{\psi}\right) \qquad \text{Eq.B.10}$$

D'après l'équation (2.26), la rotation total est donnée par :

$$q = q_{\phi} * q_{\theta} * q_{\psi} = q_1 + q_2 i + q_3 j + q_4 k$$
 Eq.B.11

Avec :

Les angles d'Euler peuvent être calculés à partir de q par la relation suivante :

$$\begin{cases} q_{1} = \cos(\frac{\phi}{2})\cos(\frac{\theta}{2})\cos(\frac{\psi}{2}) + \sin(\frac{\phi}{2})\sin(\frac{\theta}{2})\sin(\frac{\psi}{2}) \\ q_{2} = \cos(\frac{\phi}{2})\cos(\frac{\theta}{2})\cos(\frac{\psi}{2}) - \sin(\frac{\phi}{2})\sin(\frac{\theta}{2})\sin(\frac{\psi}{2}) \\ q_{3} = \cos(\frac{\phi}{2})\sin(\frac{\theta}{2})\cos(\frac{\psi}{2}) + \sin(\frac{\phi}{2})\cos(\frac{\theta}{2})\sin(\frac{\psi}{2}) \\ q_{4} = \sin(\frac{\phi}{2})\cos(\frac{\theta}{2})\cos(\frac{\psi}{2}) - \cos(\frac{\phi}{2})\sin(\frac{\theta}{2})\sin(\frac{\psi}{2}) \\ & \left[\begin{pmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{pmatrix} \right] = \begin{bmatrix} arctg(\frac{2(q_{3}q_{4}+q_{1}q_{2})}{q_{1}^{2}-q_{2}^{2}-q_{3}^{2}-q_{4}^{2}}) \\ arctg(\frac{2(q_{3}q_{4}+q_{1}q_{2})}{q_{1}^{2}+q_{2}^{2}-q_{3}^{2}-q_{4}^{2}}) \end{bmatrix} \\ & \text{Eq.B.13} \end{cases}$$

Identification des paramètres

Afin d'identifier les paramètres du quadri-rotor DJI F450 et dans l'absence d'un bond d'essai réelle, un modèle de CAO (Conception Avec Ordinateur) est conçu avec le logiciel SolidWorks dans ce but.

Comme représenté sur la **Figure.C.1** Les pièces du quadri-rotor modélisées sont les moteurs, les pièces électroniques, la batterie et les cadres en aluminium.



Figure.C.1: différentes parties du quadri-rotor

Une fois toutes les pièces sont modalisées, et en ce basant sur le dessin montré sur la **Figure.C.3** l'assemblage des déférentes pièces conduit au modèle complet du quadrirotor présenté dans la **Figure.C.2**.



Figure.C.2 Assemblage complet du quadri-rotor

La matrice d'inertie obtenue à partir du modèle de CAO est définie positive et diagonale. Le **Tableau.C.1** présente le moment d'inertie sur x, y et z de l'axe du châssis, de la masse totale, le moment d'inertie du rotor et Ir entraxe entre l'axe du rotor et le centre de quadri-rotor.

Paramètre	Valeur	Unité	
I _{xx}	0.23.10 ⁻³	$kg.m^2$	
I _{yy}	$-0.23.10^{-3}$	$kg.m^2$	
I _{zz}	1.10 ⁻³	$kg.m^2$	
l	0.225	т	
Μ	1.140	Kg	
Coefficient de trainée	1.3	N.S²/m^3	
Inertie des hélices	0.00006	$kg.m^2$	
Diametre des helices	0.14	m	

Tableau.C.1	:	Paramètres	du	quadri-rotor
-------------	---	------------	----	--------------



Figure.C.3 : Dessin technique du F450