

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE



**UNIVERSITE SAAD DAHLEB - BLIDA 1**



**Institut d'Aéronautique et des Etudes Spatiales**

Département de Propulsion Spatiale

**MEMOIRE DE FIN D'ETUDES**

Pour l'obtention du diplôme de **MASTER** en Aéronautique

OPTION : **Propulsion Aérospatiale**

**Etude et Simulation d'une Tuyère  
Supersonique Bidimensionnelle  
Plug Nozzle**

**Réalisé par :**

- Mlle. LALOUI Farah

**Dirigé par :**

➤ M. ABDALLAH ELHIRTSI Ahmed : **Promoteur**

Blida, Juillet 2022

## RESUME

Notre travail est divisé en deux parties. La première partie est consacrée à une étude permettant la conception et la troncature d'une tuyère supersonique à corps central (Plug Nozzle) bidimensionnel. L'étude est faite à haute température, inférieure à la température du seuil de dissociation des molécules. La démarche utilisée est basée sur la théorie de l'expansion de Prandtl-Meyer avec l'utilisation de la méthode des caractéristiques à haute température. La deuxième partie est de faire des simulations des écoulements par l'utilisation du code Ansys Fluent.

L'étude a été établie d'abord tout au long du divergent sans aucune troncature (dans ce cas on est à 100% de la longueur du corps central). Ensuite, sur différentes valeurs de troncature (à 80%, 75%, 60% et 50% de la longueur du corps central).

Mots clés : Tuyères à corps central, Méthode des caractéristiques, Ecoulements supersoniques, Nombre de Mach, Conception de tuyères, Fonction de Prandtl-Mayer à haute température, profils de tuyères supersoniques, Coefficient de poussée, Masse de la structure.

## ABSTRACT

Our work is divided into two parts. The first part is devoted to a study allowing the design and truncation of a two-dimensional supersonic central body nozzle (Plug Nozzle). The study is carried out at high temperature, below the temperature of the dissociation of the molecules. The approach used is based on Prandtl-Meyer expansion theory with the use of the high temperature characteristic method. The second part is to do flow simulations using the Ansys Fluent code.

The study was first established along the divergent without any truncation (in this case it is 100% of the length of the central body). Then, on different truncation values (at 80%, 75%, 60% and 50% of the length of the central body).

Keywords: plug nozzle, Method of characteristics, Supersonic flow, Mach number, Nozzle design, Prandtl-Mayer function at high temperature, thrust coefficient, Mass of the structure.

## ملخص

عملنا مقسم إلى جزئين. الجزء الأول مخصص لدراسة تسمح بتصميم واقتطاع فوهة تفوق سرعة الصوت بجسم مركزي ثنائي الأبعاد (فوهة التوصيل). تتم الدراسة في درجة حرارة عالية ، أقل من درجة حرارة عتبة تفكك الجزيئات. يعتمد النهج المستخدم على نظرية توسع براندتل-ماير باستخدام طريقة خصائص درجات الحرارة العالية. الجزء الثاني هو إجراء عمليات محاكاة باستخدام كود Ansys Fluent تم إنشاء الدراسة أولاً على طول التباعد دون أي اقتطاع (في هذه الحالة نحن على طول 100 ٪ من طول الجسم المركزي). ثم ، على قيم اقتطاع مختلفة (عند 80 ٪ ، 75 ٪ ، 60 ٪ و 50 ٪ من طول الجسم المركزي).

الكلمات المفتاحية: فوهات الجسم المركزي ، طريقة الخصائص ، التدفقات الأسرع من الصوت ، عدد الماك ، تصميم الفوهات ، وظيفة براندتل-ماير عند درجة حرارة عالية ، ملامح الفوهات الأسرع من الصوت ، معامل الدفع ، كتلة الهيكل

## Remerciements

La réalisation de ce mémoire a été possible, tout d'abord, grâce à **DIEU**, le tout puissant qui m'a donné la volonté et la patience pour élaborer ce travail.

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à mon encadreur de mémoire, Monsieur **Ahmed Abdellah El Hirts**. Je le remercie de m'avoir encadré, orienté, conseillé et qui a aidé de façon très significative à l'amélioration de ce travail.

J'adresse mes sincères remerciements à tous les professeurs intervenants et toutes les personnes qui par leurs paroles, leurs écrits, leurs conseils et leurs critiques ont guidé mes réflexions et ont accepté de me rencontrer et de répondre à mes questions durant mes recherches.

Et au final, je remercie du plus profond de mon cœur mes chers parents, mes frères et ma sœur, pour leurs encouragements et leur soutien inconditionnel qui ont été d'une grande aide.

## Dédicace

*Je dédie ce travail qui est le fruit de toute une vie d'études :*

*A mes chers parents, mon père Ali et ma mère Naima, pour tous leurs sacrifices, leur tendresse, leur amour, leurs prières et pour m'avoir épaulé moralement tout au long de mes études.*

*A mes deux frères, Morsi et Djawed, pour leur appui, leur soutien et leurs chaleureux encouragements.*

*A ma sœur, Amany, ma campagne fidèle, qui sait toujours comment procurer la joie et le bonheur dans la famille.*

*A mes oncles, mes tantes, mes cousines et mes amis, qui ont toujours été là pour moi et sans oublier ma chère grand-mère, que son âme repose en paix.*

*Que ce travail soit l'accomplissement de vos vœux tant allégués, et le résultat de votre soutien infaillible.*

## TABLE DES MATIERES

RESUME	
REMERCIEMENTS	
DEDICACE	
TABLE DES MATIERES .....	i
LISTE DES FIGURE .....	Vi
LISTE DES TABLEUX .....	xi
NOMENCLATURE .....	xii
INTRODUCTION GENERALE .....	01
CHAPITRE I : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE ET PROBLEMATIQUE .....	05
1.1 Introduction .....	05
1.2 Définition des tuyères supersonique .....	06
1.3 Revue bibliographique sur la conception des tuyères supersonique .....	07
1.4 Position du problème .....	10
1.5 Conception des tuyères supersoniques dans le modèle Haute Température ( <i>HT</i> ) .....	11
1.6 Objectifs de l'étude .....	12
CHAPITRE II : DIFFERENTS TYPES DE TUYERES SUPERSONIQUES DES MOTEURS-FUSEES.....	14
2.1 Introduction .....	14
2.2 Rôle et fonctionnement de la tuyère d'un moteur-fusée .....	15
2.3 Tuyère adaptée .....	16
2.4 Tuyères supersoniques utilisées pour les moteurs-fusées .....	17
2.4.1 Les Tuyères conventionnelles (basiques) .....	19
2.4.1.1 Tuyère Conique.....	19
2.4.1.2 Tuyère Contour (Tuyère profilée) .....	20
2.4.2 Les Tuyères adaptées en altitude .....	22
2.4.2.1 Tuyère annulaire .....	22
2.4.2.2 Tuyères à décollement contrôlé .....	23
2.4.2.2.1 Tuyère à double galbe .....	23
2.4.2.2.2 Tuyère à zone d'expansion .....	25

2.4.2.2.3 Tuyère à détente centrée .....	25
2.4.2.2.4 Tuyère à divergent extensible .....	26
2.4.3 Les Tuyères bi-modes .....	27
2.4.2.3.1 Tuyère à double col .....	27
2.4.2.3.2 Tuyère à double détente (dual-expander nozzle) .....	27
2.4.2.3.3 Tuyère à section variable .....	28
2.4.2.3.4 Tuyère orientable .....	28
2.4.2.3.5 Tuyère à profil optimisé .....	29
2.4.4 Les Tuyères à corps central .....	29
2.4.2.4.1 Tuyère type détente-déviaton (E-D Nozzle) .....	30
2.4.2.4.2 Tuyère à bouchon (Plug Nozzle ou Aérospike) .....	30

**CHAPITRE III : ECOULEMENT SUPERSONIQUE BIDIMENTIONNEL  
A HAUTE TEMPERATURE DANS UNE TUYERE  
A CORPS CENTRAL TYPE « PLUG NOZZLE » .....35**

3.1 Introduction .....	35
3.2 Formulation mathématiques du problème .....	38
3.3 Discrétisation .....	42
3.4 Procédure de calcul .....	44
3.5 Paramètres thermodynamiques .....	47
3.6 Masse du corps central .....	48
3.7 Force de pression exercée sur la paroi .....	49
3.8 Masse du gaz dans le divergent .....	49
3.9 Erreur du modèle d'un gaz parfait .....	50
3.10 Application dans une tuyère .....	51

**CHAPITRE IV : RESULTATS ET INTERPRETATIONS.....53**

4.1 Introduction .....	53
4.2 Conception de la tuyère à corps central .....	53

4.3 Géométrie .....	53
4.4 Maillage .....	54
4.5 Configuration fluide .....	54
4.6 Validation avec le modèle numérique .....	54
4.7 Nozzle pressure ratio .....	59
4.8 Les contours de la tuyère à corps central .....	60
4.8.1 Contour de pression .....	60
4.8.2 Contour de la masse volumique .....	61
4.8.3 Contour de la température .....	61
4.9 Troncature de la tuyère .....	62
4.9.1 Variation de l'écoulement externe .....	63
4.9.2 Variation des paramètres thermodynamiques le long de la paroi du corps central .....	66
4.9.2.1 Variation de la pression .....	66
4.9.2.2 Variation de la température .....	66
4.9.2.3 Variation de la densité .....	67
4.9.2.4 Variation du nombre de mach .....	68
4.10 L'effet de la troncature sur le coefficient de poussée $C_F$ .....	68
CONCLUSION GENERALE .....	71
REFERENCES	



## LISTE DES ILLUSTRATIONS, GRAPHIQUES ET TABLEAUX

Figure 2.1	Tuyère convergente – divergente (De Laval).	14
Figure 2.2	Régimes de fonctionnement d'une tuyère de moteur-fusée en fonction de l'écart entre la pression des gaz en sortie du divergent ( $P_s$ ) et la pression extérieure ambiante ( $P_a$ ).	17
Figure 2.3	Tuyère d'une fusée.	19
Figure 2.4	Tuyère conique.	20
Figure 2.5	Tuyère profilée	21
Figure 2.6	Illustration de différents profils de tuyères profilées suivant l'angle de divergence.	22
Figure 2.7	Tuyère annulaire.	23
Figure 2.8	Tuyère double galbe : a) à basse altitude ; b) à haute altitude.	24
Figure 2.9	Forme de la tuyère à zone d'expansion.	25
Figure 2.10	Forme générale d'une tuyère à détente centrée.	25
Figure 2.11	Tuyère à divergence extensive.	26
Figure 2.12	Tuyère double col.	27
Figure 2.13	Tuyère double détente.	27
Figure 2.14	Tuyère à section variable.	28
Figure 2.15	Tuyère orientable.	28
Figure 2.16	Tuyère à détente-déflexion.	30
Figure 2.17	Tuyère à corps central.	31
Figure 3.1	Géométrie de la tuyère à corps central.	36
Figure 3.2	Écoulement au col et à la sortie d'une tuyère à corps central.	37
Figure 3.3	Angle de déviation $\psi$ de la carène de la tuyère à corps central.	37
Figure 3.4	Angles de Mach du col et de la section de sortie de la tuyère à corps central.	40
Figure 3.5	Discrétisation de la zone de détente de la tuyère à corps central.	41
Figure 3.6	Paramètre d'une ligne de Mach intermédiaire reliant les points $A$ et $i$ .	42
Figure 3.7	Présentation des paramètres dans un triangle.	43
Figure 3.8	Force de pression exercée sur un segment du corps central.	49

Figure 4.1	Le maillage de la géométrie	54
Figure 4.2	Les iso-Mach de la tuyère à corps central	55
Figure 4.3	Les iso-pressure ratio ( $P/P_0$ ) de la tuyère à corps central.	56
Figure 4.4	Les iso-temperature ratio ( $T/T_0$ ) de la tuyère à corps central.	56
Figure 4.5	Les iso-density ratio ( $\rho/\rho_0$ ) de la tuyère à corps central.	57
Figure 4.6a	Variation du nombre de Mach pour les résultats numériques et CFD.	58
Figure 4.6b	Variation du rapport de pression.	58
Figure 4.6c	Variation du rapport de température.	59
Figure 4.6d	Variation du rapport de densité.	59
Figure 4.7a	Contour du nombre de Mach pour NPR = 150.	60
Figure 4.7b	Contour du nombre de Mach pour NPR = 70.	60
Figure 4.7c	Contour du nombre de Mach pour NPR = 30.	60
Figure 4.7d	Contour du nombre de Mach pour NPR = 75/2.	60
Figure 4.8	Contour de la pression de la tuyère à corps central de longueur totale.	61
Figure 4.9	Contour de la masse volumique de la tuyère à corps central de longueur totale.	62
Figure 4.10	Contour de la température de la tuyère à corps central de longueur totale.	62
Figure 4.11	Contour de vitesse de la tuyère à corps central de longueur totale.	63
Figure 4.12	Contour du nombre de Mach de la tuyère à corps central de longueur totale.	63
Figure 4.13a	Contour du nombre de Mach de la tuyère tronquée à 80%.	65
Figure 4.13b	Contour du nombre de Mach de la tuyère tronquée à 75%.	65
Figure 4.13c	Contour du nombre de Mach de la tuyère tronquée à 60%.	66
Figure 4.13d	Contour du nombre de Mach de la tuyère tronquée à 50%.	66
Figure 4.13e	Les lignes de courant au voisinage de la troncature.	66
Figure 4.14	Variation du rapport de pression le long de la tuyère à corps central.	67
Figure 4.15	Variation du rapport de température le long de la tuyère à corps central.	68

Figure 4.16	Variation du rapport de température le long de la tuyère à corps central.	69
Figure 4.17	Variation du nombre de Mach le long de la paroi du corps central.	70
Figure 4.18	Variation du coefficient de poussée le long de la paroi du corps central.	70
Tableau 1.1	Table de variation de $C_P(T)$ et $\gamma(T)$ avec la température pour l'air [5].	10
Tableau 2.1	Coefficients du polynôme $C_p(T)$ .	39
Tableau 4.1	Les valeurs du coefficient de poussée (CF) à la sortie du corps central.	71

## NOMENCLATURE

$A$	: Aire d'une section de la tuyère [m <sup>2</sup> ]
$L$	: Longueur de la tuyère [m]
$a$	: Vitesse du son [m/s]
$C_P$	: Chaleur spécifique à pression constant [J/(kgK)]
$C_F$	: Coefficient de poussée
$C_{Masse}$	: Coefficient de masse
$C^-$	: Caractéristique descendante
$C^+$	: Caractéristique montante
$HT$	: Abréviation du terme modèle Haute Température
$M$	: Nombre de Mach
$Masse$	: Masse de la structure de la tuyère [m <sup>2</sup> ]
$F$	: Force de pression exercée sur la paroi interne de la tuyère [N]
$MLN$	: Abréviation du terme Minimum Length Nozzle (tuyère à détente centrée)
$P$	: Pression [atm]
$GP$	: Abréviation du terme Gaz Parfait
$R$	: Rayon
$T$	: Température [K]
$V$	: Vitesse de l'écoulement [m/s]
$x, y, z$	: Composantes cartésiennes
$H$	: Enthalpie [J/kg]
$\theta$	: Angle de déviation de l'écoulement [rad]
$\mu$	: Angle de Mach
$\varepsilon$	: Tolérance de calcul (précision voulue)
$\gamma$	: Rapport de Chaleur Spécifique
$\xi$	: Ligne de Mach descendante
$\eta$	: Ligne de Mach montante
$\psi$	: Fonction de courant [m <sup>2</sup> /s]

## Indices

$0$	: Condition d'arrêt (Etat générateur) (chambre de combustion)
$*$	: Condition critique
$A$	: Point sur la section du col de la tuyère
$B$	: Fin de la région de Kernel
$S$	: Section de Sortie
$(j)$	: Segment
$j$	: Nœud
$M$	: Matériau

## Exposant

$K$	: Itération
$/so$	: Iso-valeur
$-$	: Valeur en un point sur la caractéristique descendante
$+$	: Valeur en un point sur la caractéristique montante

## INTRODUCTION GENERALE

Le développement extraordinaire de l'informatique a entraîné pour les sciences de l'ingénieur, et particulièrement pour l'aérodynamique, une révolution dans les méthodes d'étude théorique. Cette révolution, que l'on peut faire remonter au début des années soixante, a conduit à l'émergence d'une nouvelle discipline, l'aérodynamique numérique, qui joue un rôle de plus en plus important dans la conception et l'optimisation des véhicules ou engins aériens.

Depuis plusieurs années, nous pouvons dire que l'aérodynamique numérique à perdu beaucoup de son caractère empirique grâce aux efforts convergents des mathématiciens pour résoudre les problèmes mathématiques liés aux méthodes de calcul en aérodynamique et aux aérodynamiciens pour mieux analyser les algorithmes qu'ils mettent en œuvre.

Nous pouvons partager l'aérodynamique en deux branches essentielles : externe et interne. La première branche est consacrée à l'étude de l'écoulement en présence de l'air libre, tels que les écoulements autour des profils d'ailes. L'autre est spécialisée dans l'étude des écoulements internes des fluides tels que les moteurs-fusées, les moteurs d'avion et les tuyères.

Les tuyères supersoniques interviennent dans beaucoup de structures telles que les moteurs fusées et missiles, moteurs avions et dans la fabrication des souffleries supersoniques pour la modélisation et la réalisation expérimentale des écoulements supersoniques.

Dans un moteur-fusée, la poussée est produite en accélérant les produits de combustion à des vitesses élevées. L'efficacité propulsive optimale se produit lorsque la pression du flux d'échappement sortant de la tuyère est égale à celle du récepteur ou à la pression ambiante. Ceci peut être réalisé grâce à l'utilisation des conditions ambiantes locales pour limiter la dilatation des produits de combustion, ce qui se traduit idéalement par une efficacité de poussée élevée dans toutes les conditions de fonctionnement.

Les tuyères avec un corps central devenue aujourd'hui un pivot des recherches dans le domaine d'adaptation ; en plus de leur taille avantagee et de leur forme aussi (Plug Nozzle) qui permet l'intégration de nombreuses parties structurales, elles ajustent passivement leurs rapports des sections en fonction de l'altitude, mieux que l'hypothèse des tuyères classiques à géométrie variable qui seront plus volumineuses et complexes dans la manipulation.

Les recherches sur le sujet ont commencé activement dans les années 1960. Le travail de Berman et Crimp [98] est un exemple de ces études, dans lesquels des questions telles que les méthodes de conception analytique, vecteur de poussée, et intégration avec des systèmes propulseurs solides et liquides ont été abordés. Rao [84] a présenté une méthode plus précise basée sur le calcul des variations pour la conception du corps central (The Plug) en 1961, et Lee et Thompson [99] ont développé le premier programme informatique pour la conception de tuyère à bouchon basé sur le travail de Rao en 1964. Au début des années 1970, les problèmes thermiques et de résistance de la tuyère à corps central et le développement de méthodes plus efficaces pour la fabrication des tuyères conventionnelles a conduit à un déclin des activités de recherche dans ce domaine.

Dans les années 1990, la NASA a lancé le projet SSTO (Single Stage to Orbit), qui a nécessité un système de propulsion avec une efficacité maximale dans une large gamme d'altitude de travail. Le système de propulsion à corps central a été sélectionné à cet effet, et les recherches approfondies et le développement ont conduit à des tests réussis du moteur aérospike RS2200 [100]. L'annulation de ce projet en 2001 a conduit à un nouveau déclin des activités de recherche dans ce domaine aux États-Unis ces dernières années, mais la tuyère à corps central reste toujours un sujet de recherche en direct en Europe et au Japon. Hageman et al. [26,27] ont proposé l'application d'une tuyère aérospike à grande échelle dans le lanceur post-Ariane 5 au DLR.

Tomita et al. [91] et Sakamoto et al. [102] ont porté des études expérimentales des tuyères à corps central axisymétriques et linéaires, et Fujii et Ito [103] ont étudié numériquement de nombreux aspects des tuyères à corps central. Plus récemment, deux groupes différents aux États-Unis ont appliqué la tuyère à corps central axisymétrique dans le système de propulsion 3 des fusées-sondes, et ont démontré un gain considérable dans les performances des fusées [104, 105].

La tuyère à corps central est considérée comme une tuyère ayant les meilleures performances globales par rapport à la tuyère cloche conventionnelle (Bell Nozzle) car l'expansion du jet n'est pas limitée par une paroi et le flux d'échappement peut s'adapter à l'environnement en modifiant la limite du jet. De plus, on considère que les performances de la tuyère ne sont pas influencées par la tronçonnage de cette dernière car la pression de sortie compense la perte de force de poussée. La pression de sortie peut également être augmentée en injectant un flux secondaire à la sortie qui peut être prélevé du flux d'échappement et injecté à cette dernière [106]. Pour une discussion détaillée sur les comparaisons de performances hors conception des tuyères à corps central et conventionnelles, le lecteur est aimablement renvoyé à la référence [107]. Malgré son avantage remarquable par rapport à la tuyère conventionnelle, l'application pratique d'une tuyère à corps central idéale a des problèmes structurels et thermiques, surtout à cause de l'extrémité pointue du corps central (Plug ou spike).

Ces problèmes peuvent être évités dans une large mesure en tronçant la sortie du corps central. La tronçonnage de la sortie réduit le poids et la longueur de la tuyère à corps central et augmente sa force, facilitant ainsi l'application pratique de ce type de tuyère. Dans ce mémoire, l'effet des différentes valeurs de tronçonnage sur les paramètres de la tuyère à corps central ont été étudiées.

Notre étude consiste, en premier lieu, en la détermination des relations de la thermodynamique d'un écoulement supersonique, tels que les rapports des pressions, des températures, des masses volumiques et le rapport des sections, ainsi que la relation de Prandtl-Meyer, sur l'hypothèse d'un gaz calorifiquement imparfait, et en deuxième lieu, en l'application pour la génération des tables aérodynamiques pour une température génératrice  $T_0$  et l'extension pour l'étude de l'écoulement supersonique à haute température dans une tuyère, présentée par les conditions critiques au col.

La théorie de la tuyère, généralement présentée dans la littérature, est basée sur l'hypothèse d'un gaz calorifiquement parfait, c'est-à-dire que les chaleurs spécifiques  $C_p$  et  $C_v$  ainsi que leur rapport  $\gamma$  sont constants et ne dépendent pas de la température. Pour notre modèle,  $\gamma$  et  $C_p$  varient en fonction de la température, donc il faut retrouver toutes les formules nécessaires sur la base de cette hypothèse fondamentale.



Pour arriver à notre but, on a réalisé ce travail composé de quatre chapitres essentiels, dont la conséquence trace l'objectif assigné.

Le premier chapitre contient une recherche bibliographique sur les tuyères supersoniques, définissant leurs rôles, leurs domaines d'utilisation et leurs principes de fonctionnement ainsi qu'une présentation de quelques concepts de configurations.

Le deuxième chapitre présente les différents types de tuyères utilisées dans les moteurs fusées.

Le troisième chapitre est consacré à la détermination des équations de la thermodynamique d'un écoulement supersonique à haute température.

Le quatrième chapitre consiste à l'utilisation du programme global réalisé, suivi par la présentation des résultats numériques obtenus par ce programme et la comparaison avec les résultats obtenues par les simulations réalisées par Ansys Fluent, et la démonstration par les graphes pour montrer l'efficacité et la réponse de ce type de tuyères par rapport aux tuyères tronquées du point de vue masse, longueur et force de poussée délivrée.

## CHAPITRE 1

### ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE ET PROBLEMATIQUE

#### 1.1. Introduction

Les tuyères supersoniques jouent un rôle très important dans la conception des engins spatiaux tels que les missiles, les moteurs d'avions et les souffleries supersoniques. De nombreuses études ont été effectuées pour la conception de ces dernières. Plusieurs études sont faites sur les tuyères supersoniques bidimensionnelles [5, 6], axisymétrique [62] ou tridimensionnelles complexes [9, 14, 15, 42, 52, 53].

Ces travaux ont été réalisés dans le cas d'un gaz parfait (modèle *GP*) où la chaleur spécifique à pression constante  $C_P$  et le rapport  $\gamma$  sont constants. Ils sont, cependant, limités pour les basses températures, où nous pouvons aller jusqu'à 1000 K et pour des nombres de Mach de sortie qui ne dépassent pas  $M_S = 2,00$  environ. Dans le cas réel,  $C_P$  et  $\gamma$  varient avec la température.

Notre travail consiste à tenir compte de l'effet de la variation de  $C_P$  et  $\gamma$  en fonction de la température pour concevoir la tuyère supersonique, à une température inférieure à la température du seuil de dissociation des molécules. Dans ce cas, le gaz parfait est en plus nommé par gaz calorifiquement imparfait ou gaz à haute température et thermiquement parfait (modèle *HT*). L'application sera pour l'air.

Les relations thermodynamiques pour le modèle *HT* sont présentées dans la référence [66, 69, 70]. Dans ce cas, le modèle mathématique du gaz parfait (*GP*) sera un cas particulier de notre modèle à Haute Température. Les auteurs de la référence [67] ont ajouté l'effet de variation de la température génératrice  $T_0$  à la chaleur spécifique  $C_P$  et le rapport  $\gamma$  sur la conception des tuyères supersoniques bidimensionnelles et axisymétriques [65, 66], en corrigeant la forme et les résultats de l'écoulement dans ces tuyères.

La différence entre le modèle *GP* et notre modèle haute température *HT* est décrite dans cette étude avec précision. Nous allons étudier un type de tuyère donnant un écoulement parallèle et uniforme à la section de sortie. Elle est nommée tuyère à corps central de type « plug nozzle ou aérospike ».

Dans la deuxième partie de notre étude, on va faire la troncature de la tuyère puis faire des simulations pour tous les cas considérés.

Pour réaliser cela, on commencera par choisir la géométrie de la section de sortie dans la tuyère. Une fois la forme de la tuyère est connue, on peut passer à la simulation et comparer les résultats obtenus. La tuyère est devenue un organe essentiel pour le moteur-fusée. Le rendement de ce moteur, sa poussée ainsi que sa consommation dépendent énormément de la forme géométrique de la tuyère.

À partir de la forme de la tuyère trouvée, on peut facilement déterminer la masse de sa structure et son coefficient de poussée.

## 1.2. Définition

La poussée d'un système propulsif est dépendante en premier lieu de la quantité des produits de combustion éjectés à travers une tuyère où l'écoulement dans son passage est continuellement accéléré d'un régime subsonique à un régime supersonique à la section de sortie. L'organe tuyère constitue un élément essentiel de la structure. L'écoulement à travers d'une tuyère permet d'évaluer la poussée développée par le système propulsif. Toutefois, différentes méthodes d'analyse doivent être adaptées afin d'étudier cet écoulement.

La vitesse sonique atteinte au col par les gaz d'échappement est fixée par les conditions prévalant au sein de la chambre de combustion. L'écoulement se poursuit en accélération par l'expansion des gaz dans la partie divergente de la tuyère. Cette augmentation de vitesse est dépendante seulement de la configuration géométrique de la paroi du divergent et de la section de sortie. Actuellement, la conception de la partie du divergent supersonique a retenu un grand intérêt de la part des chercheurs afin d'atteindre des vitesses de sortie et des poussées de plus en plus importantes.

L'optimisation du choix de la forme d'une tuyère supersonique doit tenir compte, en plus des calculs de dynamique des gaz qui nous intéressent, le matériau utilisé, le mode de fabrication de la paroi, les exigences de refroidissement, les limites admissibles de dimensionnement etc...

### 1.3. Revue bibliographique sur la conception des tuyères supersoniques

Plusieurs auteurs sont intéressés par la conception des tuyères supersoniques depuis la deuxième guerre mondiale. Des études et des recherches se poursuivent jusqu'à présent. Ces études sont développées en parallèle avec les problèmes rencontrés, les moyens disponibles en calcul et la capacité des chercheurs à entamer des problèmes sérieux.

S'agissant des tuyères supersoniques, le besoin pour les premières études était la conception pour des nombres de Mach supersoniques faible jusqu'à 2.0 environ et une température dans la chambre de combustion qui ne dépasse pas les 1000 K, vu qu'il n'y a pas un développement convenable en sciences des matériaux pour permettre de découvrir des matériaux réfractaires qui peuvent résister à des températures élevées supérieure à 1000K. Dans ce cas, les hypothèses convenables pour lesquelles on a opté pour faire une telle conception sont celles d'un gaz parfait calorifiquement parfait et thermiquement parfait (modèle GP). Dans ce cas, le modèle mathématique adéquat devient assez simple. Il est basé sur l'utilisation de la méthode des caractéristiques. On va examiner les différentes études ponctuelles menées par les chercheurs dans le domaine des tuyères supersoniques, puis on va présenter les principaux résultats de ces études en mettant l'accent sur les points forts de ces travaux.

Plusieurs formes de tuyères ont été développées au fur et à mesure avec le temps. Plusieurs formes sont connues dans la littérature. Chacune possède des avantages et des inconvénients qui ne se trouvent pas dans l'autre forme. Vu la simplicité du calcul, les concepteurs par ordinateur ont commencé avec les géométries planes jusqu'à 1970. Ce type de tuyères doit avoir une profondeur assez grande pour bien simuler l'effet bidimensionnel.

Le premier travail effectué pour la conception des tuyères des moteurs fusées c'était en 1940 par Malina [34]. L'auteur a utilisé le modèle basé sur la théorie d'un gaz parfait pour déterminer les caractéristiques et les performances d'un moteur fusée. Dans ce cas les équations seront considérablement simplifiées, où on obtient des équations algébriques. La tuyère de cet engin a été considérée comme conique et l'écoulement à travers cette tuyère est considéré complètement unidirectionnel.

En 1947, Sauer [52] a développé une technique de calcul pour les écoulements supersoniques basée sur la méthode des caractéristiques précisément pour les problèmes axisymétriques. Les hypothèses utilisées sont toujours basées sur l'utilisation d'un gaz parfait. On peut dire que c'est la première étape de l'utilisation du numérique pour aborder les écoulements supersoniques malgré qu'il n'y a pas un développement convenable en domaine de computer.

En 1952, Ruptash [48] a appliqué la théorie d'un gaz parfait calorifiquement parfait pour déterminer les performances des souffleries supersoniques. On peut dire que ce travail est similaire à celui de Malina [34] du point de vue performances des tuyères utilisées en aérospatiales et en souffleries. Après le développement en domaine de l'ordinateur, Beckwith et al en 1952 [10] a développé encore un calcul pour les tuyères axisymétriques appliqué pour un test de géométrie carré. Le premier développement pour la recherche du contour d'une tuyère supersonique en  $2D$  en vue d'optimiser les performances de Malina est réalisé par Rao en 1957 [44]. Ici l'auteur a choisi la tuyère dite coquetier c'est-à-dire un raccordement entre une petite zone circulaire et autre de redressement de forme polynomiale. Les performances de la tuyère sont trouvées à cette époque.

Coburn et Dolph en 1949 [14], ont développé la méthode des caractéristiques pour les écoulements supersoniques tridimensionnelles. Ici le calcul est limité pour les problèmes axisymétriques. Le calcul pour une forme  $3D$  quelconque n'a pas été encore développé. A titre information, la géométrie axisymétrique est considéré comme une géométrie  $3D$ . C'est vrai mais plus précisément c'est une géométrie quasi tridimensionnelle. C'est-à-dire elle représente une présentation en  $3D$  mais le calcul peut être considéré uniquement en  $2D$ .

Le premier calcul utilisant la méthode des caractéristiques en écoulement supersonique  $3D$  pour une géométrie arbitraire a été réalisé par Rakich [42] en 1967, ensuite par Chushkin en 1968 [15] et par la suite par Raltson et al entre 1970 et 1985 [43]. Les auteurs ont développés une méthode purement numérique. Notons ici que la seule méthode connue à l'époque pour le calcul des écoulements supersoniques était la méthode des caractéristiques. Chaque auteur a choisi une géométrie  $3D$  et non une tuyère supersonique. C'est-à-dire ils sont utilisés les calculs pour l'aérodynamique

externe. A cette époque, on notera un petit développement en puissance des calculateurs numériques.

Le premier calcul utilisant la méthode des caractéristiques pour la conception des tuyères supersoniques 2D et axisymétriques c'était en 1978 par Sivells [59]. La tuyère développée dans ce travail était de type coquetier et le modèle de calcul utilisé c'est-à-dire les hypothèses sont toujours basées sur le gaz caloriquement et thermiquement parfait. Une variété de forme des tuyères supersoniques utilisées en Aéronautique sont présentées par Sutton en 1992 [62]. On trouve dans cette références une dizaine de forme de tuyère supersoniques citons notre tuyère de longueur minimale *MLN* appliquée dans notre étude ou tout simplement la tuyère à détente centrée. Plusieurs travaux sont réalisés pour ce type de tuyère citons celui de Argrow et al 1988 [7]. La géométrie utilisée dans cette étude est le 2D et l'axisymétrique. Les auteurs dans cette étude ont fait la comparaison des performances obtenues suivant le choix de la ligne sonique de départ de calcul dans le divergent de la tuyère. A titre d'information plusieurs considération sur la ligne sonique au col de la tuyère. Toujours dans cette étude les auteurs ont utilisés le modèle du gaz parfait malgré que les résultats obtenus sont élargis jusqu'à nombre de Mach 5.00 mais sans considération de la température de la chambre de combustion.

Des applications pour d'autres types de tuyères sont présentées dans la référence [23] par Gerald et al. Citons la tuyère à corps central et d'autres de type annulaire. La première étude de conception des tuyères 3D de géométrie quelconque a été réalisée par Haddad et Moss en 1990 [25]. La tuyère choisie dans cette référence est de type coquetier avec utilisation toujours du modèle de gaz parfait. Entre 1970 et 2006 presque tous les travaux sur la conception des tuyères sont basés sur l'utilisation de modèle d'un gaz parfait. Ce problème est considérablement simplifié. Il considère que les chaleurs spécifiques sont constantes et ne varie pas avec la température. Cette hypothèse est valable uniquement à basse température et à faible nombre de Mach.

Notre présent modèle répond bien à la marge supersonique jusqu'à  $M_S=5,00$  et des températures de la chambre de combustion allant jusqu'à 3500 K inférieure au seuil de dissociation des molécules de l'air utilisé précisément pour la tuyère à corps central type « plug nozzle ».

#### 1.4. Position du problème

Les résultats obtenus d'un écoulement supersonique d'un gaz parfait présentés dans les références [5, 6, 16, 20, 72, 73] sont valables sous la base de quelques hypothèses. Parmi ces hypothèses, le gaz est considéré comme calorifiquement parfait, c'est à dire, les chaleurs spécifiques  $C_P$  et  $C_V$  sont constantes et ne dépendent pas de la température. On trouve dans la référence [5], une table contenant les valeurs de  $C_P$  et  $\gamma$  en fonction de la température pour l'air dans l'intervalle 55 K et 3400 K.

Tableau 1.1 : Table de variation de  $C_P(T)$  et  $\gamma(T)$  avec la température pour l'air [5].

$T$ (K)	$C_P$ (J/Kg K)	$\gamma(T)$	$T$ (K)	$C_P$ (J/Kg K)	$\gamma(T)$	$T$ (K)	$C_P$ (J/Kg K)	$\gamma(T)$
55	1001,9	1,402	900	1120,4	1,344	2500	1273,8	1,291
.	.	.	1000	1140,4	1,336	2600	1277,8	1,290
200	1002,2	1,401	1100	1158,2	1,329	2700	1281,5	1,289
250	1002,8	1,401	1200	1173,8	1,324	2800	1285,0	1,288
300	1004,5	1,400	1300	1187,5	1,319	2900	1288,3	1,287
350	1007,9	1,398	1400	1199,6	1,315	3000	1291,5	1,286
400	1013,1	1,395	1500	1210,2	1,311	3100	1294,4	1,285
450	1020,3	1,391	1600	1219,7	1,308	3200	1297,2	1,284
500	1029,2	1,387	1700	1228,1	1,305	3300	1299,8	1,283
550	1039,4	1,381	1800	1235,7	1,303	3400	1302,3	1,283
800	1098,2	1,354	2300	1264,9	1,294			
850	1109,5	1,349	2400	1269,5	1,292			

D'après le tableau 1.1, on remarque que la chaleur spécifique  $C_p$  et  $\gamma$  varie avec la température ce qui n'est pas valable dans le cas réel lorsque la température croit. Notons ici que la théorie du gaz parfait ne tient pas compte de cette température. Les auteurs Zebbiche et Youbi ont développé un modèle mathématique [68, 69, 71] qui tiendra compte de cette température.

Le nouveau modèle sera appelé modèle du gaz parfait à Haute Température (modèle *HT*). La seule différence entre les deux modèles réside au niveau de l'équation de conservation de l'énergie. On n'a pas un problème au niveau de la conservation de la masse et de la quantité du mouvement. Donc le changement de l'équation de l'énergie par une nouvelle qui tient compte de la variation des chaleurs spécifiques à haute température donne un nouveau modèle sachant que la méthode de résolution ne nécessite que quelques modifications. Il est à noter que pour résoudre un tel problème, il suffit généralement de choisir deux variables d'état pour déterminer le reste des paramètres. Alors le modèle mathématique du gaz parfait devient un cas particulier dans notre modèle à Haute Température (modèle *HT*). On présentera dans ce qui suit les principales équations du modèle *HT*.

#### 1.5. Conception des tuyères supersoniques dans le modèle Haute Température (*HT*)

Les études sur les tuyères supersoniques dans le modèle haute température *HT* sur le dimensionnement de ces dernières, ont été principalement menées par les auteurs Zebbiche et Youbi. On présentera dans ce qui suit les principaux résultats de ces études en mettant l'accent sur les points forts de ces travaux.

- L'utilisation de la forme de la tuyère obtenue sur la base du modèle d'un gaz parfait, dégrade les performances souhaitées; surtout si la température de la chambre de combustion  $T_0$  est élevée (supérieure à 1000 K) [66, 69, 70].
- A faible température et nombre de Mach, l'écart des résultats entre les deux modèles est faible, ce qui donne la possibilité d'étudier un écoulement *HT* en utilisant les relations *GP*. Par contre, lorsque  $T_0$  augmente, la théorie *GP* commence à donner des résultats qui s'éloignent au fur et à mesure du cas réel, d'où la nécessité d'utilisation le modèle *HT*.

L'étude montre que si on conserve la même variation du nombre de Mach à travers la tuyère et par conséquent, le même nombre de Mach de sortie  $M_S$  du modèle d'un gaz parfait, il faut déterminer pour le modèle *HT*, le rayon de chaque section et en particulier le rayon de la section de sortie qui va donner la même variation du nombre de Mach et par conséquent une autre forme de la tuyère sera obtenue. Le rapport des sections obtenu est supérieur au rapport des sections du modèle *GP*. La forme de la tuyère obtenue à  $\gamma$  constant est alors incluse dans la tuyère obtenue par le modèle *HT*.



$$M_S ( HT ) = M_S ( GP ) \quad (1.1)$$

$$M_S ( HT ) = \frac{\sqrt{2 H [T_S ( HT)]}}{a [T_S ( HT)]} \quad (1.2)$$

Dans ce cas, le rapport des sections entre le modèle *HT* et *GP* est :

$$A_S/A_*( HT ) = \text{Exp} \left( \int_{T_S ( HT )}^{T_*} F_A ( T ) dT \right) > A_S / A_* ( GP ) \quad (1.3)$$

La deuxième situation consiste à conserver la forme de la tuyère dimensionnée sur la base du modèle du gaz parfait pour les applications aéronautiques. Dans ce cas, cette tuyère va délivrer un nombre de Mach inférieur à celui souhaité (voir la relation (1.5)). La correction du nombre de Mach pour le modèle à Haute température se fait en premier lieu par la détermination de la température  $T_S$  comme solution de l'équation (1.3). Dans ce cas, les rapports thermodynamiques changent et vont influencer sur les autres paramètres de conception telle que la force de pression exercée sur la paroi de la tuyère.

$$A_S/A_*( HT ) = A_S/A_* ( GP ) \quad (1.4)$$

Alors, le nombre de mach  $M_S$  entre les deux modèles est :

$$M_S ( HT ) < M_S ( GP ) \quad (1.5)$$

### 1.6. Objectifs de l'étude

Après une recherche bibliographique assez poussée, on a remarqué que la majorité des travaux *publiés* dans le domaine de la conception des tuyères sont basés sur l'utilisation du modèle du gaz parfait à chaleur spécifique  $C_P$  constante. Cette supposition ne tient pas compte du comportement réel du gaz lorsque la température génératrice est élevée, dépassant les 1000 K.

Plusieurs auteurs ont menés des études de conception des tuyères supersoniques bidimensionnelles à haute température pour des différents types. Ils ont ajouté l'effet de variation de  $C_p$  et de  $\gamma$  en fonction de la température  $T_0$  sur la conception des tuyères supersoniques.

L'objectif principal de la présente étude, consiste à tenir compte de l'effet de la variation de  $C_p$  et  $\gamma$  en fonction de la température pour concevoir les tuyères supersoniques bidimensionnelles à corps central, à une température inférieure à la température du seuil de dissociation des molécules. Le calcul des performances de ces tuyères est fait comme le nombre de Mach de sortie, le coefficient de poussée ainsi que la masse. Des simulations sur Ansys sont faites pour le cas de la tuyère à longueur totale et pour les cas des tronçatures.

## CHAPITRE 2

DIFFERENTS TYPES DE TUYERES SUPERSONIQUES  
DES MOTEURS-FUSEES2.1 Introduction

Une tuyère (tuyère propulsive dans le domaine de l'aéronautique) est un conduit de section droite variable placé à l'arrière d'un moteur produisant des gaz de combustion chauds qui permet de transformer l'énergie thermique de ceux-ci en énergie cinétique. Pour atteindre cet objectif et en fonction du contexte de mise en œuvre, une tuyère peut être convergente, divergente ou comporter une section convergente et une autre divergente (tuyère de Laval ; figure 2.1). On trouve notamment des tuyères à l'arrière des moteurs à réaction équipant les avions et sur les moteurs-fusées propulsant les missiles et les lanceurs.

Une tuyère est un dispositif mécanique de section variable qui contrôle la direction et les caractéristiques du fluide (air ou eau) qui la traverse. Elle est utilisée dans un moteur-fusée pour dilater et accélérer les gaz de combustion, à partir des propulseurs en combustion, de sorte que les gaz d'échappement sortent de la tuyère à des vitesses supersoniques ou hypersoniques.

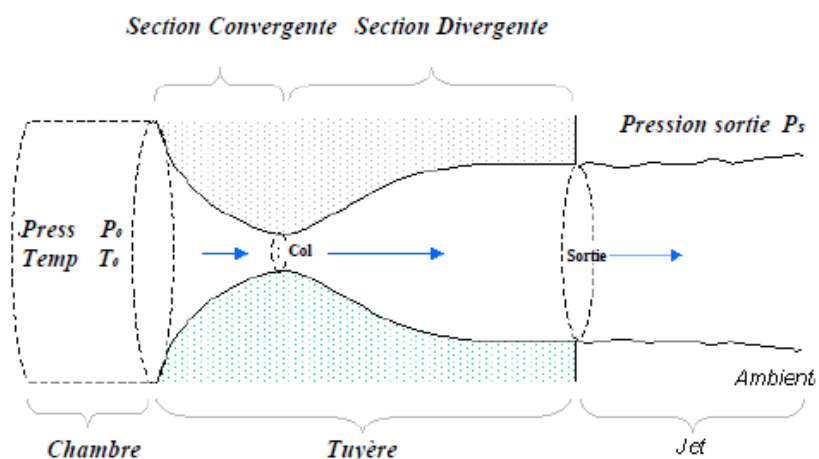


Figure 2.1 : Tuyère convergente – divergente (De Laval).

Lorsque le fluide s'écoule à travers la tuyère, il sort à une vitesse supérieure à sa vitesse d'entrée. Ce phénomène se produit en raison de la conservation de la masse qui stipule que le taux de changement de masse est égal au produit de la densité, de la surface et de la vitesse.

Par nécessité d'obtenir le maximum de poussée possible, plusieurs concepts de configurations de tuyères ont vu le jour, fondés sur le principe de l'uniformité et l'axialité de l'écoulement possédant à la sortie une pression égale à la pression ambiante. En outre chaque configuration a été conçue dans le but de répondre à des critères ainsi qu'à des besoins précis permettant d'en faire une classification selon différentes catégories.

## 2.2 Rôle et fonctionnement de la tuyère d'un moteur-fusée

Le moteur-fusée est le système de propulsion que les fusées utilisent pour accélérer à des vitesses supersoniques ou hypersoniques tout en pouvant fonctionner dans le vide, c'est-à-dire sans avoir à puiser le comburant dans l'atmosphère. Des ergols stockés à bord brûlent dans une chambre de combustion et les gaz produits sont accélérés par une tuyère. Ils produisent une poussée qui accroît la vitesse de la fusée en application de la loi sur la conservation de la quantité de mouvement. La tuyère joue un rôle central dans l'efficacité de cette propulsion en convertissant l'énergie thermique et la pression des gaz résultant de la combustion en énergie cinétique. Les gaz sont éjectés à une vitesse atteignant 2 000 à 4 000 m/s tandis que la température et la pression chutent fortement entre la chambre de combustion et la sortie du divergent de la tuyère.

- L'accroissement de la vitesse des gaz dans le divergent est d'autant plus importante que le rapport est grand entre le diamètre du col et le diamètre de la sortie du divergent. Ce *rapport de sections* prend des valeurs comprises entre 40 et 300 pour des raisons expliquées ci-dessous.
- La poussée est optimale lorsque la pression des gaz à la sortie de la tuyère est égale à la pression ambiante. Les tuyères de premier étage qui doivent fonctionner à pression ambiante sont relativement courtes car le gaz ne doit pas être sur-détendu tandis que celles des étages qui fonctionnent dans le vide sont très allongées.
- La tuyère du moteur du premier étage fonctionne dans des conditions de pression externe très différentes entre l'allumage du moteur (pression atmosphérique proche de 1 bar) et son extinction (quasi vide). Sa forme est donc un compromis.

- Le divergent de forme idéale est de grande longueur or celle-ci a un impact direct sur la masse du lanceur. Pour limiter l'encombrement, la tuyère des moteurs-fusées des étages supérieurs peut être en partie déployable.
- Les poussées nécessaires pour propulser une fusée sont énormes : elles peuvent atteindre 800 tonnes pour les moteurs-fusées à ergols liquides et 1 500 tonnes pour les propulseurs à propergol solide. Pour obtenir de telles poussées, les pressions et les températures sont portées aux limites de ce que peuvent supporter les matériaux au contact des gaz chauds. La conception d'une tuyère repose largement sur la mise au point de techniques de refroidissement et la sélection de matériaux adaptés.
- Toute la force propulsive d'une fusée s'applique sur la tuyère, ce qui génère des contraintes mécaniques maximum au niveau du col. De façon imagée, on peut dire que tout le poids de la fusée (pouvant atteindre plusieurs centaines de tonnes) repose uniquement sur le col de la tuyère.

### 2.3 Tuyère adaptée

Pour qu'une tuyère d'un moteur-fusée contribue de manière optimale à l'accélération des gaz (tuyère *adaptée*), il est nécessaire qu'elle soit relativement longue. Dans le cas de la fusée Ariane 5 par exemple, la tuyère du moteur Vulcain devrait, pour produire la poussée optimale, avoir une longueur de 7 mètres. Les divergents des moteurs propulsant les étages supérieurs des lanceurs doivent être particulièrement longues car la pression externe est quasi nulle. La longueur de la tuyère entraîne un allongement du lanceur et donc un alourdissement de la structure ce qui est préjudiciable aux performances globales.

- Une tuyère de moteur-fusée propulsant de premier étage est amenée à fonctionner dans des conditions de pression externe très différentes : celle-ci est de 1 bar au lancement mais quasi nulle lorsque le moteur s'éteint. La géométrie de la tuyère ne peut s'adapter aux variations continues de la pression externe. Le choix effectué est sous détente des gaz en sortie du divergent c'est-à-dire que sa pression est supérieure à celle de l'air ambiant sur la majorité du temps de fonctionnement de l'étage. Ceci permet de disposer d'une tuyère courte et donc de diminuer la masse du lanceur (figure 2.2).
- Toutefois au moment de la montée en puissance du moteur-fusée avant le décollage et à l'extinction du moteur, les gaz produits sont temporairement en sur-détente, ce qui

crée un décollement des flux pouvant endommager la tuyère au décollage et générer des poussées non symétriques au décollage comme à l'extinction.

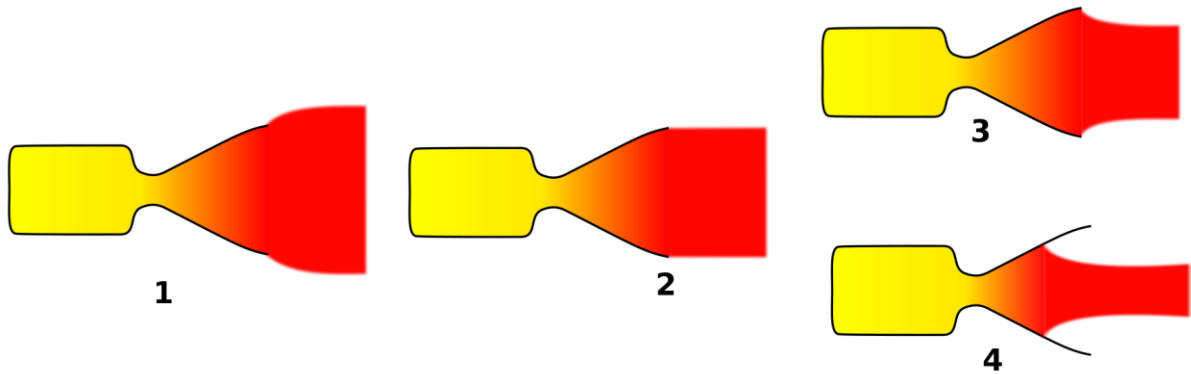


Figure 2.2 : Régimes de fonctionnement d'une tuyère de moteur-fusée en fonction de l'écart entre la pression des gaz en sortie du divergent ( $P_s$ ) et la pression extérieure ambiante ( $P_a$ ). De gauche à droite :

- 1- Sous-détente des gaz en sortie de divergent :  $P_a < P_s$ .
- 2- Tuyère adaptée :  $P_a = P_s$  (régime optimal).
- 3- Sur-détente des gaz en sortie du divergent :  $P_a > P_s$ .
- 4- Sur-détente importante des gaz en sortie du divergent avec décollement du flux le long de la paroi du divergent  $P_a \gg P_s$ .

#### 2.4 Tuyères supersoniques utilisées pour les moteurs-fusées

Dans un moteur-fusée, la poussée est produite en accélérant les produits de combustion à des vitesses élevées à l'aide d'une tuyère supersonique. L'efficacité propulsive optimale se produit lorsque la pression du flux d'échappement sortant de la tuyère est égale à celle du récepteur ou à la pression ambiante [8]. Ceci peut être réalisé grâce à l'utilisation de conditions ambiantes locales pour limiter la dilatation des produits de combustion, ce qui se traduit idéalement par une efficacité de poussée élevée dans toutes les conditions de fonctionnement.

Le moteur-fusée est le système de propulsion que les fusées utilisent pour accélérer à des vitesses supersoniques. Les ergols stockés à bord sont brûlés dans la chambre de combustion et les gaz produits sont accélérés par la tuyère, Ils produisent une poussée

qui accroît la vitesse de la fusée. Cette poussée produite est optimale lorsque la pression des gaz à la sortie de la tuyère est égale à la pression ambiante. Les tuyères de premier étage qui doivent fonctionner à pression ambiante sont relativement courtes car le gaz ne doit pas être sur-détendu tandis que celles des étages qui fonctionnent dans le vide sont très allongées. Le divergent de forme idéale est de grande longueur or celle-ci a un impact direct sur la masse du lanceur. Donc pour limiter l'encombrement, les tuyères des moteurs fusées des étages supérieurs peuvent être en partie déployable.

Le moteur propulseur est un type de moteurs à réaction, c'est-à-dire un engin qui projette un fluide vers l'arrière, ce qui transmet par réaction une poussée au véhicule solidaire du moteur, de force et de direction opposée, vers l'avant. Ce moteur présente la particularité d'expulser une matière qui est entièrement stockée dans le corps du véhicule. Ce type de moteur est en particulier utilisé par les fusées car il peut fonctionner dans un milieu dépourvu d'atmosphère mais également par les missiles car il permet d'atteindre des vitesses très importantes. Généralement un moteur fusé fonctionne en expulsant des gaz qui sont produits par une réaction chimique exothermique dans une chambre de combustion et qui sont accélérés par une tuyère De Laval. Les capacités d'un moteur-fusée sont principalement caractérisées par sa poussée, c'est-à-dire la force qu'il peut exercer et son impulsion spécifique qui est la mesure de son rendement. Il existe de nombreuses catégories de moteurs-fusées : les principales sont les moteurs-fusées à ergols solides et les moteurs-fusées à ergols liquides. Les moteurs fusés sont des moteurs à réaction utilisés sur les fusées ; presque tous sont prévus pour fonctionner aussi bien hors de l'atmosphère terrestre qu'au niveau du sol ou de la mer. Pour ce faire, ils embarquent leur comburant en plus de leur carburant.

Dans les moteurs-fusées, la tuyère supersonique représente l'organe essentiel du fait qu'elle permet de porter les gaz à la sortie de la chambre de combustion à une vitesse supérieure à celle du son ; dont le but est d'obtenir une force de poussée comme une résultante de cette accélération. Elle effectue également les tâches suivantes [16Bayou] :

- Assurer le blocage sonique de l'écoulement afin de maintenir un seul régime moteur pendant le vol, ainsi que la détente optimale des gaz de combustion pour une impulsion total idéale durant l'ascension.

- Eviter les régimes hors adaptation car un régime sur-détendu fort induit au décollement de la couche limite de l'écoulement dans la tuyère ainsi qu'au phénomène de charges latérales.
- Assurer l'éjection des flux secondaires dans les conditions favorables afin de générer un film de refroidissement des divergents.
- Opérer la déviation du jet propulsif conduisant à corriger la trajectoire par mobilité de la tuyère.



Figure 2.3 : Tuyère d'une fusée.

Il existe plusieurs types de tuyères supersoniques utilisées dans l'aérospatiale. Parmi ces types, on peut citer :

- Les tuyères conventionnelles (basiques).
- Tuyères adaptées en altitude.

#### 2.4.1 Les tuyères conventionnelles (basiques)

##### 2.4.1.1 Tuyère conique

Les tuyères coniques qui étaient très largement utilisées dans la conception des premiers moteurs fusés de par leur simplicité et leur facilité de construction sous forme d'un cône, voir figure 2.3. Généralement ces tuyères présentent des angles de divergence entre  $15^\circ$  et  $30^\circ$  [39].



Elles sont actuellement encore employées pour équiper les très petits moteurs qui délivrent de faibles poussées (servant, par exemple, au contrôle d'altitude des satellites) car cette configuration engendre une perte considérable de poussée causée principalement par la divergence de l'écoulement à la section de sortie, au lieu d'être axiale pour un maximum de poussée. Cette perte est quantifiée par Malin a en introduisant un facteur qui dépend de l'angle de divergence du cône [34] :

$$\lambda = \frac{1 + \cos \alpha}{2} \quad (2.1)$$

Ce type de profil simple équipe principalement les missiles et les propulseurs à poudre.

Un exemple de tuyère conique est la tuyère de la fusée historique allemande V-2.



Figure 2.4 : Tuyère conique

#### 2.4.1.2 Tuyère contour (Tuyère profilée)

Comme on l'avais déjà mentionné, les tuyères coniques engendrent une perte de poussée considérable à cause de la divergence de l'écoulement à la sortie, donc pour remédier à ça, il faut tourner le contour du divergent vers l'intérieur pour ramener l'écoulement à une direction axiale et aller avec la partie divergente près du col à des valeurs de divergence relativement importantes pour compenser la détente manquée en faisant incliner le profil vers l'intérieur comme l'indique la figure 2.5.

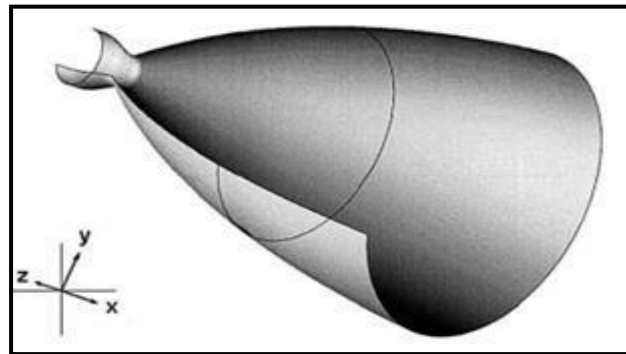


Figure 2.5 : Tuyère profilée [21Bay].

La tuyère profilée ou tuyère contour, appelée aussi tuyère en forme de cloche (Bell-Shape), est la forme la plus courante des tuyères aujourd'hui. Elle dispose d'un angle de section d'expansion relativement élevé ( $20^\circ$  à  $50^\circ$ ) juste derrière le col de la tuyère offrant ainsi une importante détente sans influencer l'axialité de l'écoulement à la sortie, ce qui est suivi par une inversion progressive de la pente du contour de la tuyère, de telle sorte qu'à la sortie, l'angle de divergence  $\theta_e$  est faible. Généralement,  $\theta_e$  est inférieur à un demi-angle de  $10^\circ$ , afin que la forme courbée du contour de la tuyère continue à faire suivre l'écoulement dans la direction axiale. Il est possible d'aller à de grands angles de divergence juste après le col ( $20^\circ$  à  $50^\circ$ ), car la pression relativement élevée, le gradient de pression étendu, et l'expansion rapide du fluide ne permettent pas de séparation dans cette région, sauf s'il existe des discontinuités dans le contour de la tuyère. En général, la tuyère profilée possède des angles allant de  $20^\circ$  à  $30^\circ$  au col et de  $5^\circ$  à  $14^\circ$  à la sortie de la tuyère [61].

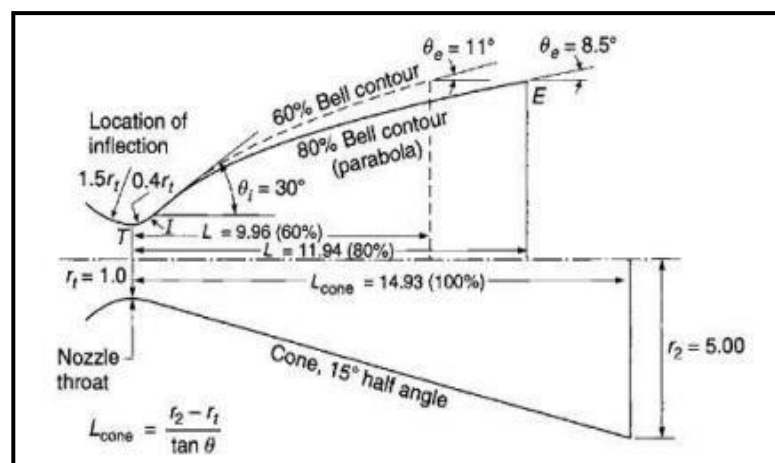


Figure 2.6 : Illustration de différents profils de tuyères profilées suivant l'angle de divergence [61].

Il existe plusieurs formes permis eux nous citons les deux formes les plus importantes :

- Tuyère à détente centrée.
- Tuyère à zone d'expansion.

#### 2.4.2 Les tuyères adaptées en altitude

Des progrès plus significatifs dans les performances d'une tuyère peuvent être réalisés à travers l'adaptation de la pression de sortie tuyère à la pression ambiante, pendant la montée du lanceur dans l'atmosphère. Ceci peut être réalisé avec la conception d'une tuyère qui offre une adaptation en altitude continue.

##### 2.4.2.1 Tuyère annulaire

La tuyère annulaire, aussi parfois connu sous le nom de tuyère bouchon ou tuyère de « compensation-altimétrique », est la moins utilisée par rapport aux autres configurations en raison de sa plus grande complexité de conception. Le terme annulaire fait référence au fait que la combustion se produit le long d'un anneau autour de la base de la tuyère. Le terme « bouchon » réfère au corps central qui bloque l'écoulement et qui est situé dans ce qui serait la partie centrale d'une tuyère conventionnelle. Quant au terme « compensation-altitude » décrit le principal avantage de cette tuyère, l'efficacité du fonctionnement dans un large éventail d'altitudes. La tuyère annulaire possède des sections au col en forme d'anneaux formés par un corps central et une paroi externe.

Si le contour de la tuyère est conique alors la poussée est réduite d'un facteur  $\lambda$  avec :

$$\lambda = \frac{1}{2} \left( \frac{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2}{(\alpha + \beta) \sin \beta + \cos \beta - \cos \alpha} \right) \quad (2.2)$$

Le rapport d'expansion de sections pour une tuyère conventionnel est :

$$\frac{A_S}{A_*} \quad (2.3)$$

Par contre dans une tuyère annulaire, la surface du bouchon notée ici par  $A_{plug}$  doit être prise en compte, et donc le rapport d'expansion de sections devient :

$$\frac{A_S - A_{plug}}{A_*} \quad (2.4)$$

Un autre paramètre particulier à ce type de tuyère, est utilisé en tant que mesure de la géométrie de la tuyère, afin de comparer avec d'autres formes de tuyères ; c'est le rapport de diamètre annulaire.

$$\frac{D_{Plug}}{D_*} \quad (2.5)$$

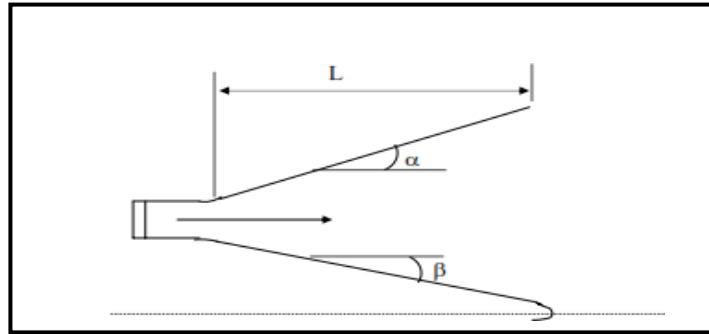


Figure 2.7 : Tuyère annulaire.

Les tuyères conventionnelles limitent les performances globales du moteur (pendant la montée du lanceur) à cause de leurs géométries fixes. Des pertes de performances significatives sont introduites pendant le fonctionnement de la tuyère en hors adaptation, quand l'écoulement est sur-détendu, pendant le fonctionnement en basses altitudes avec une pression ambiante supérieure à la pression à la sortie de la tuyère, ou sous-détendu (haute altitude) avec une pression ambiante inférieure à la pression de sortie tuyère.

Lors du fonctionnement hors adaptation, que ça soit en sur-détente ou en sous-détente, l'écoulement de sortie induit des pertes de performances.

#### 2.4.2.2 Tuyères à décollement contrôlé

Elles sont proches de la tuyère profilée (Bell-Shape), elles comprennent :

##### 2.4.2.2.1 Tuyère double galbe

La tuyère à double galbe, appelée aussi tuyère à double cloche ou tuyère à étages, c'est l'une des tuyères innovantes utilisées généralement pour les navettes spatiales, leurs avantages c'est qu'elles s'adaptent facilement aux basses et aux hautes altitudes sans activation mécanique. Le principe est théoriquement assez simple mais les efforts structurels mis en jeu peuvent être importants. Il en découle une étude approfondie de ce concept afin de garantir un fonctionnement optimal de ce système.

Ce concept de tuyère qui a retenu l'attention au cours de ces dernières années aux Etats-Unis et en Europe, présente deux galbes en forme de cloche et donc deux rapports de sections et deux régimes à basse altitude ainsi qu'à haute altitude. Ce concept de tuyère offre une adaptation d'attitude réalisée que par l'inflexion de la paroi. A basse altitude, la séparation de l'écoulement contrôlé et symétrique se produit à cette inflexion de la paroi qui se traduit par un rapport de sections effectif plus faible et la pression ambiante le maintien à cette place, en évitant les instabilités de l'écoulement et les massives surdétentes. A haute altitude l'écoulement est attaché à la paroi de la tuyère jusqu'à ce qu'il remplisse la tuyère, et jusqu'à la sortie. La transition entre les deux régimes est une source de charges latérales. Le critère de choix du 2<sup>ème</sup> galbe est le signe de gradient de pression pariétal, ce paramètre influe le positionnement du décollement de la couche limite lors de la transition entre les deux régimes.

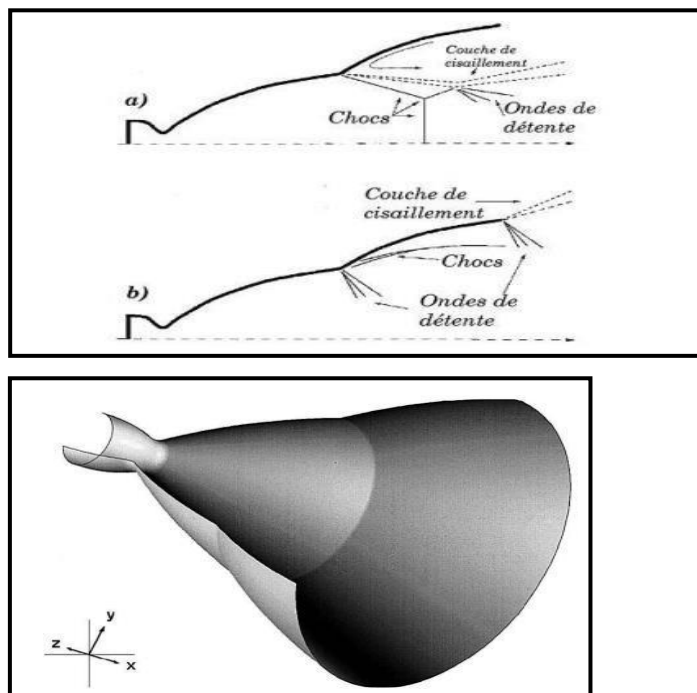


Figure 2.8 : Tuyère double galbe : a) à basse altitude ; b) à haute altitude.

#### 2.4.2.2.2 Tuyère à zone d'expansion

La forme de la zone d'expansion de la partie divergente est un peu arbitraire. Typiquement, une forme d'arc circulaire de grand rayon est utilisée dans les souffleries. A la sortie de la tuyère, l'écoulement devient uniforme et parallèle à l'axe de révolution comme indique la figure 2.9. [46], [43, 69].

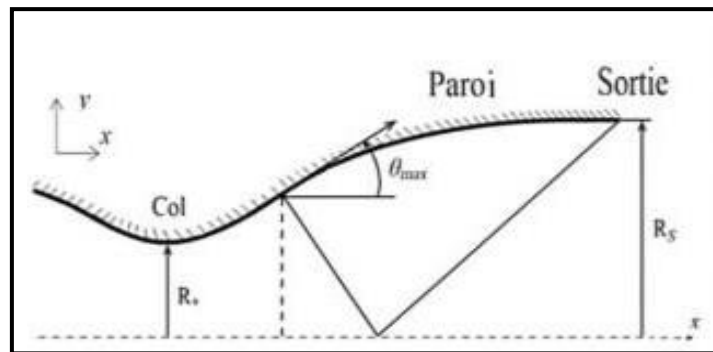


Figure 2.9 : Forme de la tuyère à zone d'expansion [43, 69].

#### 2.4.2.2.3 Tuyère à détente centrée

La tuyère est de type à détente centrée, si la zone d'expansion est contractée en un point, où la détente prend place à travers des ondes de Prandtl Meyer centrées et générées à partir du coin du col de la tuyère avec un angle initial  $\theta^*$  [46], [43, 69] comme le montre la figure 2.10 :

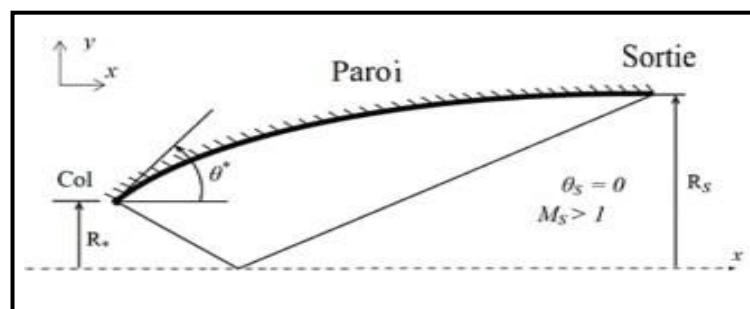


Figure 2.10 : Forme générale d'une tuyère à détente centrée.

#### 2.4.2.2.4 Tuyère à divergent extensible

Les tuyères de ce type avec une sortie extensibles, sont actuellement utilisées uniquement pour des moteurs de fusées d'étages supérieurs afin de réduire le volume d'emballage de la tuyère. On les retrouve dans les moteurs à propergols solides comme pour « l'Inertial Upper Stage », ou les moteurs à propergols liquides comme pour RL10.

L'idée principale de l'extension extensible est d'utiliser une tuyère tronquée avec une faible expansion à basse altitude, et d'avoir une rallonge de tuyère supérieure à haute altitude. Sa capacité de compensation d'attitude est incontestable et la performance de la tuyère est facilement prévisible. L'ensemble du contour de la tuyère, y compris l'extension extensible, est profilée pour une performance maximale à un rapport de sections élevé.

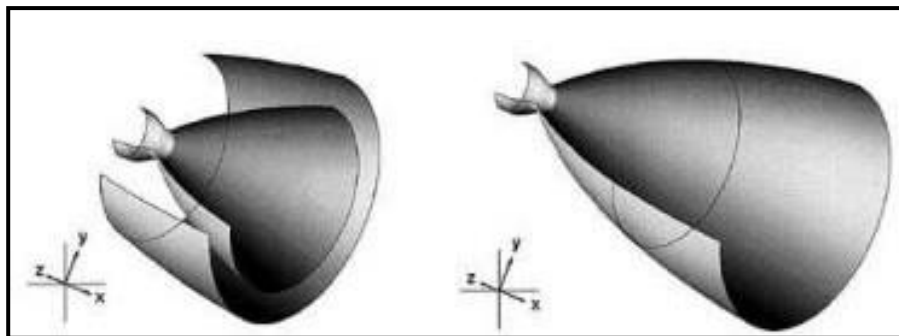


Figure 2.11 : Tuyère à divergente extensive.

#### 2.4.2.3 Tuyères bi-modes

##### 2.4.2.3.1 Tuyère à double col

À basse altitude la chambre de poussée (chambre de combustion + tuyère) externe fonctionne avec la chambre de poussée interne en parallèle. Dans ce mode d'opération, le moteur a un col large qui produit un rapport de détente modéré. À une certaine altitude la chambre de poussée externe s'éteint et le moteur continue à fonctionner seulement avec la chambre de poussée interne. Avec cette configuration, l'écoulement de la chambre interne se détend et s'attache d'une manière supersonique à la chambre externe en résultant un rapport de détente élevé pour le reste de la mission.

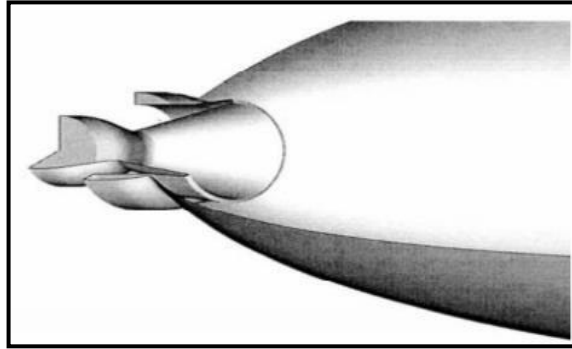


Figure 2.12 : Tuyère double col.

#### 2.4.2.3.2 Tuyère à double détente (dual-expander nozzle)

La tuyère à double détenteur comporte deux chambres de combustion ainsi que deux tuyères concentriques. Ça consiste en une chambre de combustion conventionnelle en forme de cloche entourée d'une chambre de combustion annulaire. Les deux chambres ont des tuyères primaires courtes qui se prolongent par une extension commune du divergent. A basse altitude, les deux chambres fonctionnent en partageant la même section de sortie, ce qui conduit à un rapport de sections modéré. En partie, durant la mission, une chambre est coupée, ce qui permet à l'autre tuyère de s'approprié l'ensemble de la section de sortie engendrant un rapport de sections d'expansion élevé jusqu'à la fin de la combustion. En principe, les deux modes opératoires de cette tuyère sont comparables à ceux de la tuyère à double col.

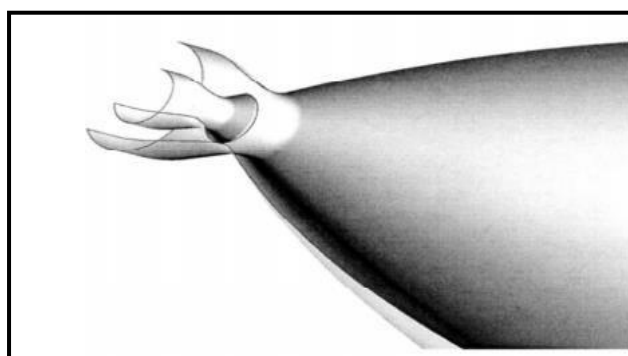


Figure 2.13 : Tuyère double détente.



#### 2.4.2.3.3 Tuyère à section variable

La sortie de la tuyère est à section variable et constituée d'une multitude de volets qui, en se rapprochant ou en s'écartant, modifient le diamètre de la tuyère afin qu'elle soit "adaptée". Afin de se rapprocher le plus possible de la forme circulaire, les demi-volets sont réalisés par une multitude de petits volets, s'emboîtant les uns dans les autres. En général la commande de position est assurée par un anneau qui est tiré ou poussé (fermeture–ouverture) par des vérins répartis à la périphérie du canal de post-combustion. La pression et la vitesse du jet maintiennent plaqués les volets sur l'anneau de commande. Un ergot de position interdit aux volets de descendre lorsque le moteur est arrêté.



Figure 2.14 : Tuyère à section variable.

#### 2.4.2.3.4 Tuyère orientable

C'est une tuyère articulée autour d'un ou deux axes comportant une partie fixe d'une part et de l'autre une partie pivotante et des vérins de commande permettant de déplacer la partie pivotante avec déformation de la structure annulaire élastique ce qui permet d'orienter l'axe de poussé.

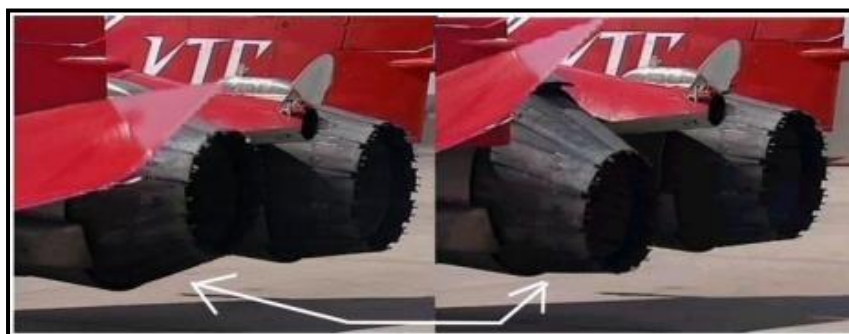


Figure 2.15 : Tuyère orientable.

#### 2.4.2.3.5 Tuyère à profil optimisé

Les concepteurs des tuyères supersoniques cherchent à obtenir une poussée maximale pour une masse et longueur de tuyère minimales. Cet arrangement peut être réalisable par la recherche d'un profil de tuyère optimisé donnant à la sortie un écoulement parallèle. De ce fait, les tuyères à profil optimisé comprennent deux grandes familles.

- La première famille de tuyères, est connue sous l'abréviation attribuée par les motoristes européens, TIC (Truncated Ideal Contour Nozzle). Ce sont des tuyères à contour idéal tronqué. Ils ont équipé les moteurs fusés à ergols liquides. Le profil de ces tuyères est obtenu depuis celui d'une tuyère idéale de référence élaboré afin de délivrer un écoulement axial, et uniforme par son nombre de Mach de sortie et la pression correspondante  $P_e$ . Les tuyères équipant les moteurs « Viking » du lanceur Ariane 4 sont des tuyères idéales tronquées [46].
- La deuxième famille de tuyères est Les tuyères à profil parabolique TOC à partir de l'abréviation de l'appellation anglaise Thrust-Optimized Contour Nozzle. Une tuyère TOC donne un rapport poussée / poids, plus élevé que ceux d'une tuyère TIC à un débit constant. Cependant ce bénéfice d'impulsion spécifique par rapport au poids est délivré pour un écoulement propulsif plus perturbé qu'uniformisé. Afin que les tuyères TOC plus courtes, assurent l'augmentation de leur vitesse d'éjection, il est nécessaire de posséder un rapport de sections plus élevé ce qui implique un angle maximal de divergent moyen plus ouvert.

L'évolution de l'angle de divergence à la paroi est plus rapide dans une tuyère TOC que dans une tuyère TIC ce qui amène à des variations de courbure plus importantes dans une tuyère TOC au début du divergent à l'endroit où le profil de la paroi comporte un point d'inflexion. Les variations de courbure engendrent une intense focalisation des lignes de Mach [46].

#### 2.4.2.4 Les Tuyères à corps central

Les tuyères à corps central possèdent un corps central au voisinage du col et leurs chambres de combustion sont directement liées à la section de ce dernier dans le but de réduire les pertes de poussée. Le processus de détente des gaz dans ce type de tuyères est directement ou indirectement régulé par la pression ambiante ; et non pas contrôlé par la divergence de la tuyère contrairement aux configurations précédentes. Ces tuyères

sont particulièrement caractérisées par leur faculté d'adaptation continue suivant l'altitude via leur rapport géométrique de sections, sachant que le principe d'auto-adaptation est efficace à basse altitude, l'écoulement s'ajuste de lui-même en fonction de la pression externe.

Les tuyères à corps central se divisent en deux classes :

- Tuyère à bouchon (Plug Nozzle ; aerospike).
- Tuyère à détente-déviatation (Expansion-Deflection Nozzle ; E.D Nozzle).

#### 2.4.2.4.1 Tuyère type détente-déviatation (E.D Nozzle)

Dans ce type de tuyère une chambre de combustion compacte se positionne autour de la ligne centrale et présente un col annulaire au voisinage de cette dernière. Dans ce cas, les gaz se dirigent dans la direction de l'écoulement du bouchon central qui réalise une rotation de l'écoulement en expansion à une direction presque axiale. C'est pourquoi on la qualifie de tuyère à détente - déviatation « E.D ». Cette configuration permet l'obtention de bonnes performances même dans des conditions au-dessous de celles pour lesquelles elle a été initialement conçue.

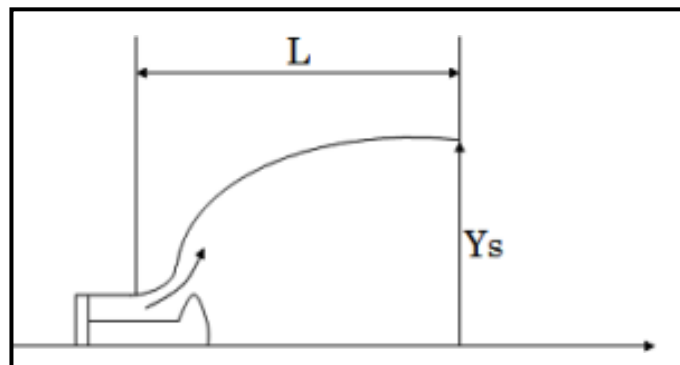


Figure 2.16 : Tuyère à détente-déflexion [18].

#### 2.4.2.4.2 Tuyère à bouchon (Plug nozzle ou Aérospike)

Le col de ce type de tuyères possède la forme d'un anneau localisé au diamètre extérieur. Le profil optimal d'une tuyère à bouchon se présente sous forme d'un rétrécissement progressif en un pic d'où le nom en anglais (Spike Nozzle) signifiant tuyère pointe comme le montre la figure 2.17 a.

La tuyère Aérospike est une tuyère en forme de cloche avec son profil de tuyère à l'envers. Le flux de gaz de combustion est dirigé radialement vers l'intérieur vers l'axe de la tuyère. Dans la tuyère annulaire aérospike, l'écoulement sort d'un anneau à un diamètre situé à une certaine distance radiale de l'axe de la tuyère. L'écoulement est dirigé radialement vers l'intérieur vers l'axe de la tuyère. Ce concept est à l'opposé d'une tuyère en cloche qui étend le flux loin de l'axe le long de parois de tuyère divergentes. Dans un aérospike, le processus d'expansion de la tuyère commence à un point sur le bord extérieur de l'espace annulaire qui est appelé "lèvre de capot". Dans une tuyère cloche standard, l'expansion du débit se poursuit quelle que soit la pression ambiante, et le débit peut continuer à se dilater jusqu'à ce qu'il se sépare des parois de la tuyère. L'aérospike linéaire, la pointe se compose d'une plaque conique en forme de coin, avec un échappement sortant de chaque côté à l'extrémité « épaisse »

La chambre de combustion se trouvant à la base de la tuyère est en forme d'anneau. Pour minimiser le poids, cette conception est raccourcie sans grande influence sur l'efficacité. L'écoulement des gaz est régulé par des ondes de détentes provenant de la déviation de l'écoulement due au bouchon dont la surface représente le principal paramètre qui influence l'écoulement. Quant aux gaz éjectés, ils sont régulés par la pression atmosphérique de telle sorte qu'à différentes attitudes la variation de pression permettra le changement de la section de sortie. Cela induit à une compensation atmosphérique optimisée. Dans le cas de la configuration où le bouchon est tronqué, figure 2.17b, les gaz piégés à la base du bouchon provoquent une petite poussée qui compense la perte due à la forme non- idéale. Ce type de tuyères fournit une poussée identique à celle des tuyères classiques (convergent-divergent), ainsi qu'une réduction de bruit par rapport aux tuyères classiques (convergent-divergent).

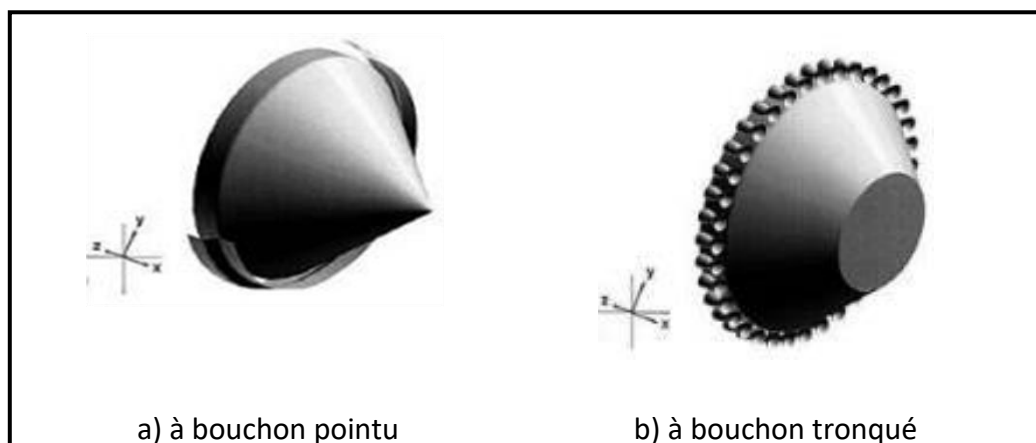


Figure 2.17 : Tuyère à corps central.

Le comportement limitant la surface effective de la tuyère (dans la tuyère à expansion-déviation) se produit par la redirection du flux d'échappement radialement vers l'extérieur vers la paroi de la tuyère [1]. Ceci est réalisé grâce à l'utilisation d'un déflecteur d'écoulement ou d'un pivot et entraîne la création d'une région de sillage visqueux à l'intérieur de la tuyère. À basse altitude, la région de sillage est dite « ouverte » à l'atmosphère et fera théoriquement varier le rapport de surface efficace pour maintenir une efficacité élevée. À mesure que la pression atmosphérique diminue avec l'augmentation de l'altitude, le rapport de surface requis augmentera jusqu'à ce que le maximum physique soit atteint. À ce stade, les couches de cisaillement se croiseront, « fermant » efficacement le sillage et limitant les performances à une tuyère conventionnelle équivalente.

La tuyère de fusée à compensation d'altitude la plus populaire à ce jour est la tuyère aérospike, dont l'origine remonte à Rocket dyne dans les années 1950. Ce type de tuyère a été conçu pour permettre de meilleures performances globales que les conceptions de tuyères conventionnelles.

Parlant de l'avenir, les systèmes de propulsion de fusée avancés nécessiteront des tuyères d'échappement qui fonctionnent efficacement dans une large gamme de conditions de fonctionnement ambiantes. La plupart des tuyères n'ont pas cet effet de compensation d'altitude ou sont extrêmement difficiles à fabriquer. De nos jours, seules les tuyères à cloche sont utilisées pour les activités de lancement. Mais, ces tuyères cloches présentent l'inconvénient majeur de diminuer d'efficacité à mesure que l'altitude augmente. Ceci est dû à un phénomène provoquant une perte de poussée dans la tuyère à des altitudes plus élevées appelée séparation des gaz de combustion.

Pour les tuyères à cloche conventionnelles, les mécanismes de perte se répartissent en trois catégories :

- Perte géométrique ou de divergence,
- Perte de traînée visqueuse,
- Perte de cinétique chimique.

La perte géométrique se produit lorsqu'une partie du flux de sortie de la tuyère est dirigée à l'opposé de l'axe de la tuyère, ce qui entraîne une composante radiale de la quantité de mouvement. Dans une tuyère idéale, le flux de sortie est complètement parallèle à l'axe de la tuyère et possède une pression et un nombre de Mach uniformes.

En calculant la quantité de mouvement du flux de sortie réel de la tuyère et en le comparant à la condition d'écoulement parallèle et uniforme, l'efficacité géométrique est déterminée. Par une mise en forme soignée de la paroi de la tuyère, une efficacité géométrique relativement élevée peut être obtenue. Une force de traînée, produite au niveau de la paroi de la tuyère par les effets d'un écoulement visqueux à grande vitesse, agit à l'opposé de la direction de poussée, et entraîne donc une diminution de l'efficacité de la tuyère.

Le troisième mécanisme de perte de tuyère est dû à une cinétique chimique à taux fini. Idéalement, les gaz d'échappement du moteur atteignent l'équilibre chimique à n'importe quel point du champ d'écoulement de la tuyère, s'ajustant instantanément à chaque nouvelle condition de température et de pression. En termes réels, cependant, l'accélération rapide du débit de la tuyère ne laisse pas le temps au gaz d'atteindre l'équilibre chimique complet.

Une tuyère longue est nécessaire pour maximiser l'efficacité géométrique ; mais simultanément, la traînée de la tuyère est réduite si la tuyère est tronquée. Si la cinétique chimique est un problème, l'accélération des gaz d'échappement au col de la tuyère doit être ralentie en augmentant le rayon de courbure appliqué à la conception de la région du col. Le contour optimal de la tuyère est un compromis de conception qui se traduit par une efficacité globale maximale de la tuyère. Les contours des tuyères peuvent également être conçus pour des raisons autres que la poussée maximale. Les contours peuvent être adaptés pour produire certaines pressions ou gradients de pression souhaités afin de minimiser la séparation des flux au niveau de la mer.

Un contour de tuyère conçu pour produire un flux de sortie parallèle et uniforme, produisant ainsi une efficacité de tuyère géométrique de 100 %, est appelé une tuyère idéale. Cette tuyère idéale est extrêmement longue et la traînée visqueuse élevée et le poids de la tuyère qui en résultent sont inacceptables. Certaines approches de conception envisagent de tronquer les tuyères idéales en gardant à l'esprit les considérations de poids. Pour les tuyères à des altitudes plus élevées, les performances de vide sont le facteur primordial concernant les performances de la mission et un rapport de surface de tuyère élevé est donc souhaitable.

Cependant, la sur-expansion de la tuyère au niveau de la mer entraîne une perte de poussée car la pression de la paroi près de la sortie de la tuyère est inférieure à la pression

ambiante. Si la zone de sortie des tuyères pouvait être réduite pour le lancement, puis progressivement augmentée pendant l'ascension, les performances globales de la mission seraient améliorées. Le moteur de fusée idéal utiliserait une tuyère à géométrie variable qui ajustait le contour, le rapport de surface et la longueur pour correspondre aux différentes conditions d'altitude rencontrées pendant l'ascension. Cette fonction est appelée « compensation d'altitude »





## CHAPITRE 3

### ÉCOULEMENT SUPERSONIQUE BIDIMENTIONNEL À HAUTE TEMPERATURE DANS UNE TUYÈRE À CORPS CENTRAL TYPE « PLUG NOZZLE »

#### 3.1 Introduction

Il existe deux types de tuyères à corps central, comme le montre la figure 3.1. Le premier type est la tuyère à corps central type à bouchon (Figure 2.1(a)) [1]. Le deuxième type est la tuyère à corps central à détente-déflexion (Figure 2.1(b)) [1], [39].

Le but de ce chapitre est de présenter un écoulement supersonique bidimensionnel dans une tuyère à corps central type à bouchon (Plug Nozzle), de manière à obtenir un écoulement uniforme et parallèle à la section de sortie de cette tuyère.

Il existe deux catégories pour chaque type de ces tuyères selon la forme de la ligne sonique (droite ou courbée). Lorsque la ligne sonique est une ligne droite, la paroi au col génère des ondes de détente centrées et divergentes [1], [39]. Lorsque la ligne sonique possède une forme courbée, l'écoulement à l'intérieur de la tuyère possède des lignes de Mach non centrées.

Des études ont été faites pour chaque type de ces tuyères, pour le cas d'un écoulement bidimensionnel ( $2D$ ) [5], [6], [15], [56], [68], [69], [70] et pour le cas axisymétrique [44], [45], [46], [47], [70].

La référence [15] présente la première étude de dimensionnement des tuyères à corps central  $2D$  pour un contour inconnu. Les références [5] et [67] ont fait l'extension par examen de l'effet de l'écoulement au départ. Des études ont été faites pour un écoulement dans les tuyères à corps central de *contour connu* [36], [66], [69], [70]. Une comparaison sur les contours des différentes tuyères utilisées pour la propulsion des missiles est présentée dans les références [17], [34] et [70]. Une étude analytique de modélisation du champ de l'écoulement dans les tuyères est donnée par la référence [69]. L'écoulement axisymétrique dans les tuyères à corps central est examiné dans les références [19], [44] et [45].

La référence [23] examine le phénomène de l'écoulement à l'extrémité de la carène et la considère par analogie comme l'écoulement au bord de fuite d'un profil d'aile. Dans la référence [56], l'écoulement à l'intérieur de la tuyère à corps central est examiné et les performances obtenues sont meilleures par rapport aux autres types de tuyères notamment la tuyère à détente centrée (*MLN*).

Les travaux mentionnés sont réalisés pour le cas d'un gaz parfait à  $C_P$  et  $\gamma$  constants. Ils sont limités pour de faibles températures génératrices, où on peut aller jusqu'à environ  $1000\text{ K}$  et pour un nombre de Mach de sortie  $M_S$  ne dépassant pas 2.

Dans le cas réel, la chaleur spécifique  $C_P$  et le rapport  $\gamma$  varient avec la température. C'est pour cette raison qu'on va tenir compte de l'effet de variations de la température, de la chaleur spécifique  $C_P$  et du rapport  $\gamma$  dans la conception d'une tuyère à corps central. Les rapports thermodynamiques et la fonction de Prandtl-Meyer, à haute température, sont donnés en fonction de la température [51], [52], [55], [58]. Comme résultat, le modèle mathématique développé dans ce cas sera une généralisation des équations du modèle d'un gaz parfait à  $C_P$  et  $\gamma$  constants présentées dans les références [5], [6], [33], [35], [36], [66], [67] et [68]. En général, les résultats dans la dynamique des gaz sont acceptés avec une erreur de 5%.

Le contour de la tuyère est inconnu, il sera déterminé de manière à obtenir un écoulement uniforme et parallèle à la section de sortie, et en particulier, la forme obtenue va délivrer une poussée maximale vu que l'écoulement à la sortie est horizontal. Pour justifier le gain en performances, notamment, la longueur, la masse et la force de pression, on fait une comparaison avec la configuration de la tuyère à détente centrée (*MLN*).

La méthode de conception est une méthode approximative basée sur la détente de Prandtl-Meyer à Haute Température.

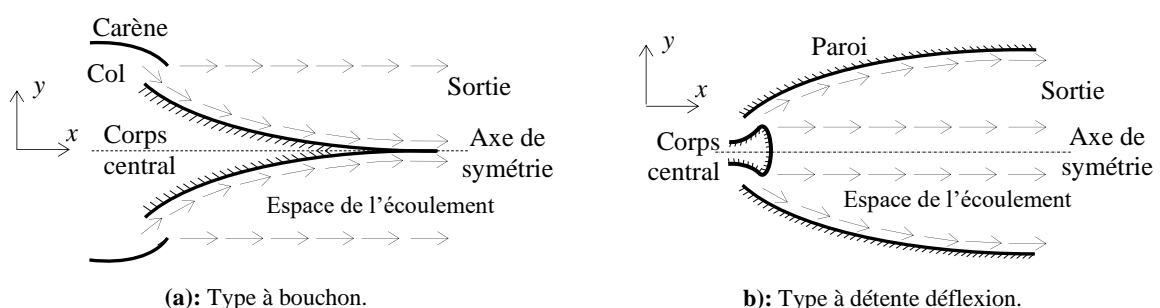


Figure 3.1 : Géométrie de la tuyère à corps central.

La différence entre ce type de tuyères et les autres modèles, notamment la tuyère à détente centrée, est que l'écoulement au col est incliné d'un angle  $\theta^*$  par rapport à l'horizontale comme l'indique la figure 3.2. Pour les autres types de tuyères, l'écoulement au col est horizontal. Par conséquent, la carène (ou lip) doit être inclinée d'un angle  $\Psi$  par rapport à la verticale comme l'indique la figure 3.3.

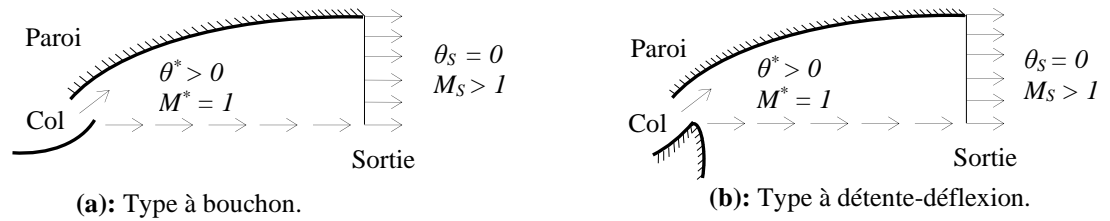


Figure 3.2 : Écoulement au col et à la sortie d'une tuyère à corps central.

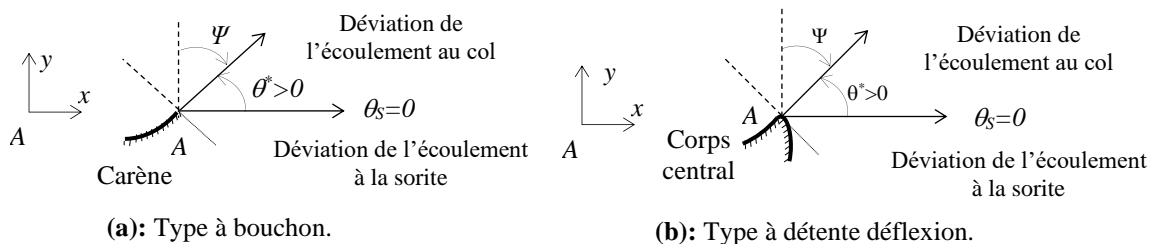


Figure 3.3 : Angle de déviation  $\Psi$  de la carène de la tuyère à corps central.

Pour avoir un écoulement supersonique dans la partie divergente de la tuyère, l'écoulement est supposé sonique au col. Pour obtenir la forme de la paroi du corps central, la ligne de courant déterminée par le calcul sera remplacée par une surface rigide limitant le domaine de l'écoulement et par conséquent la forme du corps central sera obtenue.

Dans notre étude, on s'intéresse uniquement à la partie divergente supersonique. Des ondes de Mach centrées et divergentes sont issues à partir du coin du col. Une comparaison sera faite avec le modèle d'un gaz calorifiquement parfait à chaleur spécifique constante.

### 3.2 Formulation Mathématiques du Problème

L'écoulement au col et à la section de sortie est unidirectionnel. Le rapport des sections critiques reste toujours valable. Il est pris en considération pour comparer les calculs numériques trouvés par notre modèle et la théorie. Notons ici que le rapport des sections [1] d'un gaz parfait, donné par l'équation (3.1) suivante, n'est plus valable.

$$\frac{A}{A_*} = \frac{1}{M} \left[ \frac{2}{\gamma+1} \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right) \right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (3.1)$$

Donc, il nous faut une nouvelle formule pour le rapport des sections à Haute Température [53], [54].

Le calcul de l'écoulement à l'intérieur de la tuyère est assez délicat, car la forme de la tuyère est inconnue à priori. La forme à rechercher du corps central accélère l'écoulement, d'un nombre de Mach égal à 1 au col jusqu'à un nombre de Mach supersonique  $M_S$  à la sortie de la tuyère. Comme la déviation de l'écoulement au col n'est pas nulle, l'écoulement à travers le corps central se redresse d'un angle  $\theta = \theta^*$  au col jusqu'à l'angle  $\theta = 0$  à la sortie.

Le calcul de l'écoulement et la détermination du contour du corps central pour un gaz parfait à Haute Température sont basés sur la détente de Prandtl-Meyer donnée par :

$$v(T) = \int_T^{T_*} F_v(T) dT \quad (3.2)$$

Avec :

$$F_v(T) = - \frac{C_p(T)}{2H(T)} \sqrt{\frac{2H(T)}{a^2(T)} - 1} \quad (3.3)$$

Les paramètres figurants dans la relation (3.3) sont données par :

$$M(T) = \frac{\sqrt{2H(T)}}{a(T)} \quad (3.4)$$

$$a(T) = \sqrt{\gamma(T) r T} \quad (3.5)$$

$$\gamma(T) = \frac{C_p(T)}{C_p(T) - r} \quad (3.6)$$

L'interpolation des valeurs de  $C_P$  en fonction de la température est choisie comme étant un polynôme de 9<sup>ème</sup> degré [53], [54]. Ce choix est justifié par la petite valeur de l'erreur obtenue [28] entre les valeurs tabulées et les valeurs interpolées [30], [64]. Afin de choisir la meilleure interpolation, plusieurs tests d'interpolations ont été effectués [28]. Pour la présentation du polynôme  $C_P(T)$ , on a opté pour le schéma de *Horner* [30] :

$$C_P(T) = a_1 + T(a_2 + T(a_3 + T(a_4 + T(a_5 + T(a_6 + T(a_7 + T(a_8 + T(a_9 + T(a_{10})))))))))) \quad (3.7)$$

Les coefficients  $a_i$  ( $i=1, 2, \dots, 10$ ) sont présentés dans le tableau 3.1 suivant :

Tableau 3.1 : Coefficients du polynôme  $C_P(T)$

$i$	1	2	3	4	5
$a_i$	1001.1058	$4.0661289 \cdot 10^{-2}$	$6.3376997 \cdot 10^{-4}$	$2.7474759 \cdot 10^{-6}$	$4.0338459 \cdot 10^{-9}$

$i$	6	7	8	9	10
$a_i$	$3.0697736 \cdot 10^{-12}$	$-1.3509355 \cdot 10^{-15}$	$3.472262 \cdot 10^{-19}$	$-4.8467531 \cdot 10^{-23}$	$2.8411878 \cdot 10^{-27}$

Après une représentation graphique du polynôme de  $C_P(T)$  et une comparaison avec les valeurs données par le tableau 3.1, on remarque une variation ondulée à basse température jusqu'à environ 240 K au lieu d'avoir une fonction constante dans cette portion conformément aux valeurs de la table. A cet effet, une correction est faite à cette fonction pour rapprocher les valeurs interpolées aux valeurs du tableau 3.1.

Si  $T = \bar{T} = 240 \text{ K}$ , la relation (3.7) donne la valeur suivante :

$$\bar{C}_P = C_P(\bar{T}) = 1001.15868 \text{ J / Kg.K}$$

Donc, la correction est faite de la manière suivante :

- Si  $T \leq \bar{T}$ , on opte la correction  $C_P(T) = \bar{C}_P$
- Si  $T > \bar{T}$ , on utilise la formule (3.7).

Concernant la détermination de la forme analytique de la fonction  $C_P(T)$ , on peut avoir plusieurs formes de polynômes par différentes procédures et méthodes [30], [64]. Avant de prendre une décision sur le choix de la bonne forme d'interpolation, il faut faire une étude sur les erreurs entre les valeurs du tableau 3.1 et les valeurs données par la substitution dans l'équation analytique du polynôme d'interpolation.

Une fois l'interpolation faite, on détermine la fonction  $H(T)$  par intégration de la fonction  $C_P(T)$  dans l'intervalle  $[T, T_0]$ . On remarque que  $H(T)$  est une fonction à un paramètre  $T_0$  et elle est définie tant que  $T \leq T_0$  [28].

$$H(T) = H_0 - [c_1 + T(c_2 + T(c_3 + T(c_4 + T(c_5 + T(c_6 + T(c_7 + T(c_8 + T(c_9 + T(c_{10})))))))))] \quad (3.8)$$

Avec:  $H_0 = T_0(c_1 + T_0(c_2 + T_0(c_3 + T_0(c_4 + T_0(c_5 + T_0(c_6 + T_0(c_7 + T_0(c_8 + T_0(c_9 + T_0(c_{10})))))))))) \quad (3.9)$

et  $c_i = a_i / i \quad (i=1, 2, 3, \dots, 10)$

Vu la correction faite à la fonction  $C_P(T)$ , la fonction  $H(T)$  possède la forme suivante :

- Si  $T_0 < \bar{T}$  on a :  $H(T) = \bar{C}_P(T_0 - T)$
- Si  $T_0 > \bar{T}$  on a deux cas :  $\begin{cases} \text{Si } T > \bar{T} & \text{alors } H(T) = \text{relation (1.40)} \\ \text{Si } T \leq \bar{T} & \text{alors } H(T) = \bar{C}_P(\bar{T} - T) + H(\bar{T}) \end{cases}$

L'angle  $\nu$  est mesuré par rapport au vecteur vitesse du col. Sur la figure 3.4, les lignes  $AB$  et  $AS$  représentent respectivement les ondes de Mach du col et de la section de sortie. Ces lignes sont inclinées par les angles  $\mu_B$  et  $\mu_S$  donnés respectivement par :

$$\mu_B = 90^\circ, \quad \mu_S = \arcsin\left(\frac{1}{M_S}\right) < 90^\circ \quad (3.10)$$

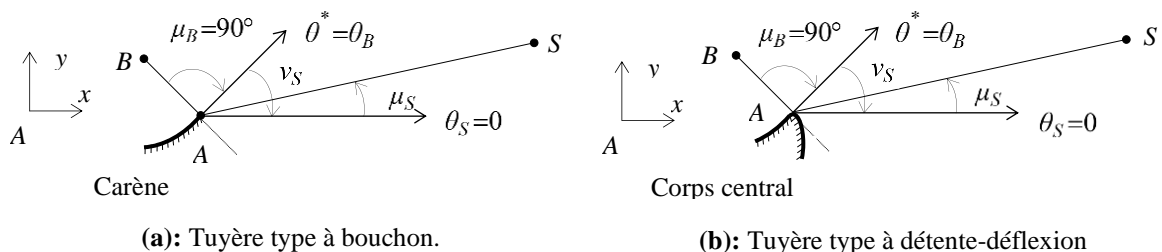


Figure 3.4 : Angles de Mach du col et de la section de sortie de la tuyère à corps central.

Entre ces deux lignes de Mach, il y a une infinité d'ondes de Mach centrées divergentes issues du point  $A$  de la carène comme le montre la figure 3.5. Chaque ligne donne un nombre de Mach. A partir de ce nombre, on peut déduire facilement un point du contour du corps central. Comme le gaz est parfait, le vecteur vitesse est tangent à la ligne de courant, qui sera considérée comme le contour de la paroi du corps central à rechercher.

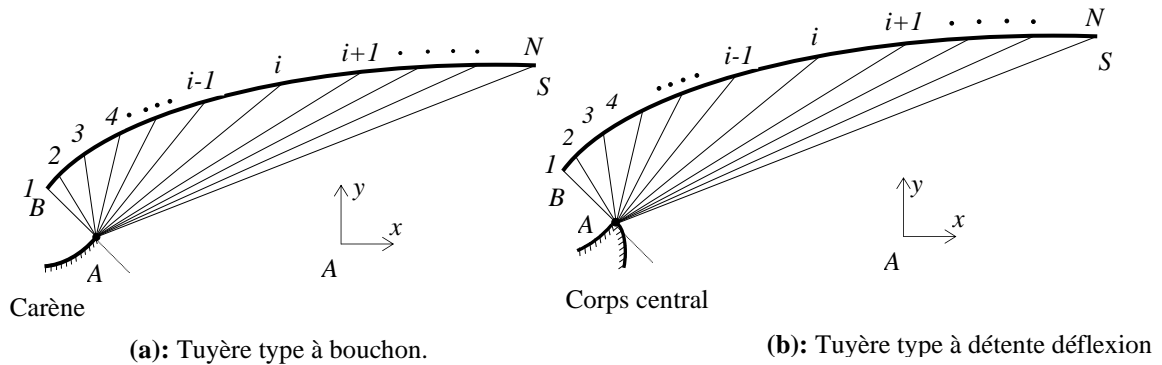


Figure 3.5 : Discretisation de la zone de détente de la tuyère à corps central.

Les propriétés de l'écoulement, comme le nombre de Mach, la déviation de l'écoulement  $\theta$  et les rapports thermodynamiques des pressions, des températures et des masses volumiques, sont constantes le long de chaque ligne de Mach issue du point  $A$ . Cette propriété nous donne un avantage de déterminer rapidement et explicitement la position du point de la paroi.

Chaque ligne de Mach issue du point  $A$  sera absorbée par la paroi du corps central, vu que l'écoulement est bidimensionnel. La figure 3.6 présente les paramètres d'une ligne de Mach intermédiaire reliant les points  $A$  et  $i$  absorbée par la paroi. L'angle  $\theta_S$  n'est pas connu a priori. Si le dimensionnement se fait sur la base du nombre de Mach de sortie  $M_S$ , la température  $T_S$  sera déterminée par la résolution de l'équation (3.4) en remplaçant  $T$  par  $T_S$  et  $M$  par  $M_S$ . Pour avoir un écoulement uniforme et parallèle à la sortie, on peut calculer l'angle  $\theta_S$  par la relation suivante [55] :

$$\theta_B = \nu_S = \int_{T_S}^{T^*} F_v(T) dT \quad (3.11)$$

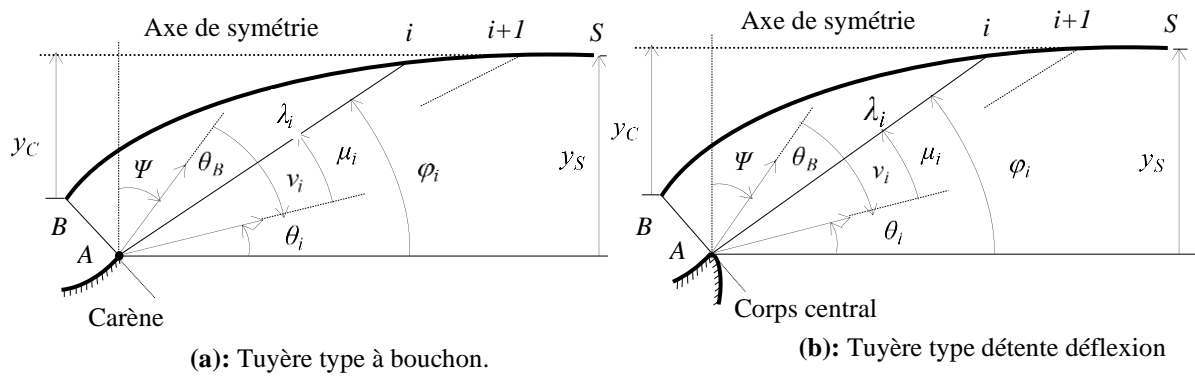


Figure 3.6 : Paramètres d'une ligne de Mach intermédiaire reliant les points  $A$  et  $i$

L'inclinaison de la carène par rapport à la verticale est déterminée par la relation suivante [15], [55], [56] :

$$\Psi = 90 - \nu_S \quad (3.12)$$

### 3.3 Discretisation

Partageons la zone de détente entre  $AB$  et  $AS$  en  $N$  ondes de Mach y compris les extrémités. Si on numérote ces ondes de la gauche vers la droite, on obtient le schéma donné par la figure 3.5. Le repère de calcul est placé au point  $A$ .

On remarque clairement que plus le nombre  $N$  des ondes de Mach est grand, plus on obtient une très bonne présentation de l'allure du corps central. Pour le calcul, on commence du col (point  $B$ ) vers la section de sortie (point  $S$ ). La détermination des points de la paroi se fait d'une façon explicite. Si on connaît la position et les propriétés d'un point sur la paroi, on peut déterminer celles du point adjacent à droite et vis versa jusqu'à l'arrivée à la section de sortie. Notons que les ondes de Mach sont des lignes droites. Le schéma du modèle sous la présence d'une ligne de Mach est illustré dans la figure 3.6. La température  $T_i$  au point  $i$  est connue, voir équation (3.31). Alors, on peut écrire [55] :

$$\mu_i = \arcsin(1/M_i) \quad (3.13)$$

$$\nu_i = \int_{T_i}^{T^*} F_v(T) dT \quad (3.14)$$

$$\varphi_i = 90 - \Psi - \nu_i + \mu_i \quad (3.15)$$

$$\theta_i = \varphi_i - \mu_i \quad (3.16)$$



Avec :

$$a_i = \sqrt{\gamma_i r T_i} \quad (3.17)$$

$$M_i = \frac{\sqrt{2 H(T_i)}}{a_i} \quad (3.18)$$

$$\gamma_i = \frac{C_p(T_i)}{C_p(T_i) - r} \quad (3.19)$$

Sur la figure 3.5, toutes les propriétés de l'écoulement au point  $i$  sont connues ; à savoir  $M_i$ ,  $\varphi_i$ ,  $\theta_i$ ,  $v_i$ ,  $T_i$ ,  $x_i$ ,  $y_i$ , donc on peut déterminer celles du point  $i+1$  adjacent à droite. Considérons le triangle formé par les points  $A$ ,  $i$  et  $i+1$ . Les points  $i$  et  $i+1$  sont reliés avec le point  $A$  par des segments de droite (voir figure 3.7). Alors :

$$\alpha_i = \pi - \varphi_i + v_S - v_i \quad (3.20)$$

$$\beta_i = \varphi_{i+1} - v_B + v_i \quad (3.21)$$

$$\frac{\sin(\beta_i)}{\lambda_i} = \frac{\sin(\alpha_i)}{\lambda_{i+1}} \quad (3.22)$$

Le rayon polaire du point  $i+1$  est donné par :

$$\lambda_{i+1} = \lambda_i \frac{\sin(\alpha_i)}{\sin(\beta_i)} \quad (3.23)$$

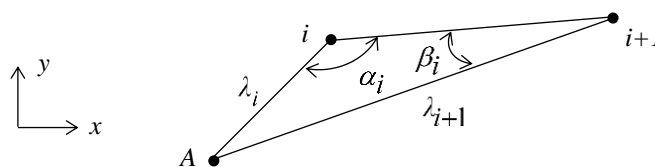


Figure 3.7 : Présentation les paramètres dans un triangle.

Par analogie avec les équations (3.13), (3.14), (3.15) et (3.16), on peut déduire les autres pour le point  $i+1$  en remplaçant l'indice  $i$  par  $i+1$ . Au point  $i+1$ , la température  $T_{i+1}$  est connue. Les coordonnées du point  $i+1$  peuvent être, sous la forme non-dimensionnelle, calculées par :

$$\frac{x_{i+1}}{\lambda_B} = \left( \frac{\lambda_{i+1}}{\lambda_B} \right) \cos(\varphi_{i+1}) \quad (3.24)$$

$$\frac{y_{i+1}}{\lambda_B} = \left( \frac{\lambda_{i+1}}{\lambda_B} \right) \sin(\varphi_{i+1}) \quad (3.25)$$

Il faut noter que chaque point  $i$  sur la paroi possède sa propre température, différente à celle des autres points, et que tous ces points sont reliés avec le point  $A$  par une ligne de Mach. Alors, au point  $A$ , il y a une infinité de valeurs de  $T$  et par conséquent, *le point  $A$  est un point de discontinuité des propriétés  $T, M, \theta, \dots$  etc.*

Pour arriver à concevoir la tuyère, on a choisi la discrétisation de la zone de variation de la température  $T \in [T_S, T_*]$  en  $N$  valeurs y compris les valeurs des extrémités pour que le calcul soit rapide. Par exemple, si on fait la discrétisation sur la base du nombre de Mach, pour déterminer la température, on est obligé de résoudre chaque fois l'équation algébrique (3.4), ce qui n'est pas le cas pour notre choix de discrétisation, où lorsqu'on détermine le nombre de Mach, il suffit qu'à remplacer la valeur de la température dans la relation (3.4).

### 3.4 Procédure du Calcul

La première étape consiste à déterminer quelques résultats nécessaires pour la conception.

Pour un gaz parfait à Haute Température, les expressions analytiques du calcul des rapports thermodynamiques critiques  $T^*/T_0$ ,  $\rho^*/\rho_0$ , et  $P^*/P_0$  sont donnés.

Les rapports thermodynamiques  $T_S/T_0$ ,  $\rho_S/\rho_0$ , et  $P_S/P_0$  d'un gaz parfait à Haute Température correspondant au nombre de Mach supersonique de sortie sont donnés, respectivement, peuvent être calculés.

Le rapport des sections critique est donné par :

$$\frac{A_S}{A^*} = \text{Exp} \left( \int_{T_S}^{T^*} F_A(T) dT \right) \quad (3.26)$$

La fonction  $F_A(T)$  est donnée par la relation suivante :

$$F_A(T) = C_P(T) \left[ \frac{1}{a^2(T)} - \frac{1}{2H(T)} \right] \quad (3.27)$$

La valeur de la fonction de Prandtl-Meyer  $v_S$  peut être calculée en utilisant la relation (3.2) et en remplaçant  $T$  par  $T_S$ .

La déviation  $\Psi$  de la carène par rapport à la verticale peut être calculée en utilisant la relation (3.12).

Comme le procédé de calcul est en fonction de deux points successifs (à une forme d'une suite de récurrence), il faut donner les résultats au point de départ. Le point de départ est le point  $B$ . On a alors :

1. Le nombre de Mach :  $M_B=1.00$  (entrée sonique).
2. L'angle de Mach :  $\mu_B=90.0\text{degré}$ .
3. La valeur de la fonction de Prandtl Meyer :  $v_B=0.0$ .
4. L'angle polaire :  $\varphi_B = 90 - \Psi - v_B + \mu_B$ .
5. Le rayon polaire :  $\lambda_B=1.00$  (donnée).
6. Position (premier point de la paroi) :

$$\frac{x_B}{\lambda_B} = \cos(\varphi_B) \quad , \quad \frac{y_B}{\lambda_B} = \sin(\varphi_B) \quad (3.28)$$

L'angle de déviation de l'écoulement  $\theta^*$  au col peut être déterminé, en utilisant la figure 3.6, par :

$$\theta^* = \theta_B = \varphi_B - \mu_B \quad (3.29)$$

Le rayon non-dimensionnel théorique de la section de sortie est donné, en utilisant la relation (3.26), par :

$$\frac{y_S}{\lambda_B} = \frac{A_S}{A^*} \quad (3.30)$$

La même valeur sera recalculée par le modèle numérique en utilisant l'équation (3.34) comme le dernier point de calcul.

La deuxième étape consiste à affecter les résultats obtenus au point  $B$  comme le premier point de calcul numérique pour  $i=1$ . Notons que la température au point  $B$  est égale à  $T^*$ .

Pour chaque ligne de Mach, il faut connaître la température au centre de détente  $A$  qui représente aussi la température le long de la ligne de Mach reliant les points  $A$  et  $i$ .

Comme le nombre de point choisi est égale  $N$ , on obtient alors  $N - 1$  panneaux, d'où la température au point  $i$  peut être donnée par :

$$T_i = T_* - (i-1) \Delta T \quad i=1, 2, 3, \dots, N \quad (3.31)$$

Avec

$$\Delta T = \frac{T_* - T_S}{N-1} \quad (3.32)$$

En incrémentant le compteur de  $i=2$  jusqu'à  $N$ , on peut déterminer les propriétés thermodynamiques et physiques (en particulier les positions  $(x_i, y_i)$  des points de la paroi) le long de toutes les lignes de Mach sélectionnées au départ, et par conséquent, la forme du corps central sera obtenue.

Pour accélérer le processus de calcul de l'intégrale pour la fonction de Prandtl-Meyer, on peut considérer cette intégrale sous la forme suivante [55] :

$$v_{i+1} = v_i + \int_{T_{i+1}}^{T_i} F_v(T) dT \quad (3.33)$$

Donc, l'obtention de la valeur  $v_{i+1}$  du point adjacent se fait en ajoutant à la valeur de la fonction de Prandtl-Meyer  $v_i$ , l'intégrale entre les températures successives  $T_{i+1}$  et  $T_i$ . Dans ce cas, le calcul de l'intégrale (3.33) se fait par l'utilisation de l'algorithme de Simpson avec un nombre de panneaux très réduit car l'intervalle de l'intégration  $(T_{i+1}; T_i)$  est petit. Pour les applications numériques, et si  $N$  est grand, on peut choisir environ 5 à 7 points de Simpson pour l'évaluation de cette intégrale avec une précision convenable. On peut même choisir la quadrature de Gauss Legendre.

A partir du dernier point lorsque  $i=N$ , on peut fixer les résultats suivants :

- 1) La position du point  $S$  de la section de sortie est donnée, sous forme non-dimensionnelle, par :

$$\frac{x_S}{\lambda_B} = \frac{x_N}{\lambda_B} \quad (3.34)$$

$$\frac{y_S}{\lambda_B} = \frac{y_N}{\lambda_B} \quad (3.35)$$

La distance axiale entre la section de sortie et le coin de la carène 'lip' est donnée par :

$$\frac{x_{Plug}}{\lambda_B} = \frac{x_S}{\lambda_B} \quad (3.36)$$

- 2) La longueur totale de la tuyère est mesurée comme la distance axiale entre le point  $B$  du col et le point  $S$  de la section de sortie. Elle est donnée, sous forme non-dimensionnelle, par :

$$\frac{L}{\lambda_B} = \frac{x_S}{\lambda_B} - \frac{x_B}{\lambda_B} \quad (3.37)$$

- 3) Le rapport des sections correspondant à la discrétisation de  $N$  points peut être calculé par la relation suivante :

$$\frac{A_S}{A^*}(\text{Calculé}) = \frac{y_S}{\lambda_B} = \frac{y_N}{\lambda_B} \quad (3.38)$$

### 3.5 Paramètres Thermodynamiques

En chaque points  $i$  ( $i=1, 2, 3, \dots, N$ ), les paramètres thermodynamiques peuvent être déterminés par :

- 1) Le rapport des températures au point  $i$  de la paroi peut être calculé par la relation suivante une fois la température  $T_i$  est obtenue :

$$\left(\frac{T}{T_0}\right)_i = \frac{T_i}{T_0} \quad (3.39)$$

Ce rapport nous servira pour faire le choix convenable du matériau de construction du corps central résistant à cette température.

- 2) Le rapport des masses volumiques au point  $i$  de la paroi est donné par la relation suivante :

$$\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)_i = \text{Exp}\left(-\int_{T_i}^{T_0} F_\rho(T) dT\right) \quad (3.40)$$

La même remarque mentionnée pour le calcul de la valeur de  $v_{i+1}$  par la relation (3.32) reste valable pour calculer le rapport des masses volumiques par la relation (3.39). Alors, on peut considérer cette relation sous la forme suivante :

$$\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)_i = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)_{i-1} \text{Exp}\left(-\int_{T_{i-1}}^{T_i} F_\rho(T) dT\right) \quad (3.41)$$

Ce rapport servira pour évaluer la masse du gaz existant à chaque instant dans l'espace de l'écoulement du corps central.

3) Le rapport des pressions au point  $i$  de la paroi est donné par :

$$\left(\frac{P}{P_0}\right)_i = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)_i \left(\frac{T}{T_0}\right)_i \quad (3.42)$$

Ce rapport nous servira pour la détermination de la force de pression exercée sur la paroi du corps central. On peut calculer ces rapports durant la détermination du contour du corps central.

### 3.6 Masse du corps central

Le segment numéro ( $i$ ) du corps central est illustré sur la figure 4.8. Pour calculer la masse de la structure du corps central, considérons les deux suppositions suivantes :

- 1) La forme de la paroi entre deux points successifs est rapprochée par une ligne droite. Cette supposition donne des bons résultats si le nombre de points  $N$  est très élevé.
- 2) Le corps central est constitué du même matériau et d'une épaisseur constante.

Le calcul de la masse de la structure est lié avec le calcul de la longueur curviligne de la paroi du corps central. Alors, par unité de profondeur et sous forme non-dimensionnelle, on obtient [55] :

$$\frac{Masse}{\rho_M \lambda_M A^*} = C_{Masse} = \sum_{i=1}^{i=N-1} \sqrt{\left(\frac{x_{i+1} - x_i}{\lambda_B \lambda_B}\right)^2 + \left(\frac{y_{i+1} - y_i}{\lambda_B \lambda_B}\right)^2} \quad (3.43)$$

L'expression  $A^*$  dans la relation (3.38) est égale à  $A^* = 2 / \lambda_B$ .

### 3.7 Force de pression exercée sur la paroi

La pression exercée sur le tronçon numéro ( $i$ ) de la figure 3.8 est rapprochée par l'interpolation suivante :

$$P_{(i)} = \sigma P_i + (1-\sigma) P_{i+1} \quad (3.44)$$

Pour les applications, on prend  $\sigma=0.5$ .

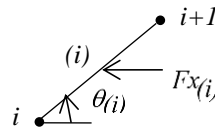


Figure 3.8 : Force de pression exercée sur un segment du corps central.

La force de pression axiale exercée sur ce tronçon peut être calculée par :

$$F_{x(i)} = P_{(i)} (y_{i+1} - y_i) \quad (3.45)$$

La force de pression axiale totale exercée sur le corps central, par unité de profondeur, est calculée comme la somme de toutes les forces de pression axiales exercées sur tous les tronçons. Le corps central est constitué par deux parties par raison de symétrie. Sous forme non-dimensionnelle, on obtient [55], [56] :

$$\frac{F_x}{P_0 A^*} = C_{Force} = \sum_{i=1}^{i=N-1} \left( \frac{P}{P_0} \right)_{(i)} \left[ \frac{y_{i+1}}{\lambda_B} - \frac{y_i}{\lambda_B} \right] \quad (3.46)$$

Le rapport des pressions dans la relation (3.41) est donné par les expressions (3.42) et (3.44).

### 3.8 Masse du gaz dans le divergent

La masse du gaz existante à chaque instant dans la partie divergente du corps central entre les lignes de Mach  $AB$  et  $AS$  (y compris la zone uniforme) peut être évaluée. On peut considérer l'espace de la tuyère comme l'union des triangles placés l'un adjacent de l'autre comme le montre la figure 3.5, y compris la zone uniforme entre la ligne de Mach  $AS$  et l'horizontal. Le nombre total des triangles est égale à  $N-1$  en ajoutant le triangle de la zone uniforme. La masse du gaz, par unité de profondeur, qui se trouve dans l'espace compris entre deux lignes de Mach successives reliant les points  $A$  et  $i$  et les points  $A$  et  $i+1$  comme le montre la figure 3.7, est rapprochée par :

$$Masse_{Gaz(i)} = \rho_{(i)} A_{(i)} l \quad (3.47)$$

Avec

$$\rho_{(i)} = \frac{\rho_i + \rho_{i+1}}{2} \quad (3.48)$$

$$A_{(i)} = \frac{x_{i+1} y_i - x_i y_{i+1}}{2} \quad (3.49)$$

Au point A du triangle considéré, il y a deux valeurs de la masse volumique, l'une égale à celle du point  $i$  et l'autre égale à celle du point  $i+1$ . Pour cette raison, on a considéré la valeur moyenne de la masse volumique entre les deux points (4.43). La position du point A n'est pas figurée dans la relation (3.48) car  $x_A=y_A=0$ .

Dans la zone uniforme, la masse du gaz, par unité de profondeur, est donnée par :

$$Masse_{Gaz}(\text{zone uniforme}) = \rho_S \frac{x_S y_S}{2} l \quad (3.50)$$

La masse totale du gaz dans le divergent (y compris la symétrie du corps central), par unité de profondeur, sous forme non-dimensionnelle, est donnée par la relation suivante [55], [56] :

$$\frac{Masse_{Gaz}}{\rho_0 \lambda_B A_*} = C_{Gaz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\rho_S}{\rho_0} \right) \left[ \frac{x_S}{\lambda_B} \frac{y_S}{\lambda_B} \right] + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{i=N-1} \left[ \frac{\rho}{\rho_0} \right]_{(i)} \left[ \frac{x_{i+1}}{\lambda_B} \frac{y_i}{\lambda_B} - \frac{x_i}{\lambda_B} \frac{y_{i+1}}{\lambda_B} \right] \quad (3.51)$$

Le rapport des masses volumiques dans l'expression (3.51) est donné par les relations (3.48) et (3.40).

### 3.9 Erreur du modèle d'un gaz parfait

Le modèle mathématique d'un gaz parfait est développé sur la base de considérer la chaleur spécifique  $C_P$  et le rapport  $\gamma$  constants, qui donne des résultats acceptables avec une certaine erreur pour des faibles températures génératrices. Une différence entre les résultats donnés entre le modèle du gaz parfait et le modèle HT est remarquée. L'erreur donnée par le modèle du gaz parfait par rapport au modèle HT peut être calculée pour chaque paramètre de conception. Pour chaque couple  $(T_0; M_S)$ , l'erreur relative  $\varepsilon$  peut être évaluée par la relation suivante :



$$\varepsilon_{\text{paramètre}\%} = \left| 1 - \frac{\text{Paramètre}_{\text{Gaz Parfait}}}{\text{Paramètre}_{\text{Haute Température}}} \right| \times 100 \quad (3.52)$$

Le mot paramètre dans la relation (3.52) peut représenter tous les paramètres ( $T$ ,  $P$ ,  $\rho$ ,  $A$ ,  $a$  et débit) mentionnés dans ce chapitre. Dans les applications aérodynamiques, généralement, on accepte une erreur inférieure à 5 %. [2].

L'erreur maximale commise entre les erreurs données par les paramètres peut être évaluée pour donner une erreur globale des résultats du phénomène physique.

### 3.10 Application dans une tuyère

On peut rencontrer le problème étudié, par exemple, lors de la conception des tuyères supersoniques de propulsion. L'utilisation de la forme de la tuyère dimensionnée, obtenue sur la base du modèle d'un gaz parfait donnant un nombre de Mach  $M_S$  supersonique uniforme à la section de sortie pour les applications des moteurs fusées ou des souffleries, dégrade les performances souhaitées ; surtout si la température de la chambre de combustion  $T_0$  est élevée [54]. On rappelle que la forme de la structure de la tuyère ne change pas, mais le comportement thermodynamique de l'air change avec la température  $T_0$ . En augmentant la valeur de  $T_0$ , on peut avoir des résultats autres que ceux obtenus pour le modèle du gaz parfait. Si on veut conserver la même variation du nombre de Mach à travers la tuyère et, par conséquent, le même nombre de Mach de sortie  $M_S$  du modèle d'un gaz parfait, il faut déterminer pour notre modèle, le rayon de chaque section et en particulier le rayon de la section de sortie qui va donner la même variation du nombre de Mach et par conséquent une autre forme de la tuyère sera obtenue. La relation (3.53) indique que le nombre de Mach du modèle  $GP$  est conservé. En premier lieu, on détermine la température à cette section qui présente la solution de l'équation (3.54). Pour déterminer le rapport des sections et par conséquent le rayon de la section, on utilise la relation (3.55). Le rapport des sections obtenu par notre modèle est supérieur au rapport des sections du modèle  $GP$ . La forme de la tuyère obtenue par le modèle à  $\gamma$  constant est alors incluse dans la tuyère obtenue par notre modèle.

$$M_S(HT) = M_S(GP) \quad (3.53)$$

$$M_S(HT) = \frac{\sqrt{2 H [T_S(HT)]}}{a [T_S(HT)]} \quad (3.54)$$

$$A_S / A_* (HT) = \text{Exp} \left( \int_{T_S(HT)}^{T_*} F_A(T) dT \right) > A_S / A_* (GP) \quad (3.55)$$

La deuxième situation consiste à conserver la forme de la tuyère dimensionnée sur la base du modèle du gaz parfait pour les applications aéronautiques (voir la relation (3.55)). Dans ce cas, cette tuyère va délivrer un nombre de Mach inférieur à celui souhaité (voir la relation (3.56)). La correction du nombre de Mach pour le modèle à Haute Température se fait en premier lieu par la détermination de la température  $T_S$  comme solution de l'équation (3.53). Ensuite, on détermine le nombre de Mach de sortie par la relation (3.54). Dans ce cas, les rapports thermodynamiques changent et vont influencer sur les autres paramètres de conception comme la force de pression exercée sur la paroi de la tuyère. La résolution de l'équation (3.54) se fait en combinant la méthode de dichotomie avec la quadrature de Simpson.

$$A_S / A_*(HT) = A_S / A_*(GP) \quad (3.56)$$

$$M_S(HT) < M_S(GP) \quad (3.57)$$

## CHAPITRE 4

### RESULTATS ET INTERPRETATIONS

#### 4.1 Introduction

Ce chapitre est consacré pour la présentation et l'illustration des divers résultats obtenus par le programme de calcul numérique (FORTRAN) élaboré pour une tuyère à corps central (Plug Nozzle), ainsi que l'analyse de l'écoulement externe dans les tuyères avec différentes tronçatures en utilisant un code CFD. L'objectif de cette analyse est de comparer la poussée produite par les différentes tuyères dans les conditions de conception.

#### 4.2 Conception de la tuyère à corps central :

La conception du contour de la tuyère aerospike est l'étape la plus importante dans la conception globale de la tuyère, qui varie en fonction des conditions de fonctionnement et de l'application. La technique utilisée pour concevoir le contour de la tuyère est la méthode des caractéristiques. Cette méthode est basée sur l'hypothèse d'un fluide non visqueux par application des équations gouvernantes. Le contour est conçu considérant un point d'où partent les lignes caractéristiques. La ligne caractéristique correspondant au col de la tuyère est appelée ligne sonique puisque le nombre de Mach au col est égal à l'unité. Les lignes caractéristiques provenant de celui-ci sont inclinées d'un angle par rapport à l'écoulement sonique et sont données par la fonction de Prandtl-Meyer.

#### 4.3 Géométrie :

La géométrie est développée à l'aide de Ansys workbench à partir d'un programme informatique écrit en langage FORTRAN avec déclaration en double précision de toutes les variables et paramètres. Ce dernier a été établi afin de permettre le dimensionnement de la tuyère à corps central, en passant par des étapes logiques d'analyse de l'écoulement dans la partie divergente de la tuyère supersonique bidimensionnel. Le code développé donne l'allure de la tuyère à corps central suivant le choix de départ qui dépend du nombre de Mach de sortie  $M_s$  et de la température génératrice  $T_0$ . Nos résultats sont représentés sous forme de courbes représentant le

contour de notre tuyère pour le cas à Haute Température pour la valeur de la température génératrice  $T_0=2000K$ .

Par la suite, l'analyse a été effectuée à l'aide du logiciel CFD Ansys fluent. La distance de sortie et de champ lointain à partir de la pointe de la tige est respectivement 9 à 10 fois le diamètre de sortie sur les axes X et Y. Etant donné que la géométrie est plane (2D) et le flux de la tuyère est axisymétrique et pour réduire le temps de calcul, la moitié inférieure de la tuyère est uniquement conçue pour l'analyse.

#### 4.4 Maillage :

On souhaite créer un maillage structuré car cela améliore à la fois la précision de la simulation et la vitesse de sa convergence. Initialement, la géométrie 2D était divisée en quatre faces, chaque face nécessitant une taille d'élément différente en fonction de l'importance des caractéristiques d'écoulement dans cette zone. Par conséquent, près du contour de la tuyère, le maillage serait très raffiné car il était essentiel de capturer avec précision les gradients variables ici. Cependant, plus en aval et près des limites du champ lointain de pression, le maillage pourrait être plus grossier, car l'écoulement n'était pas aussi critique, accélérant ainsi la convergence de la solution. Une étude d'indépendance sur la sensibilité du maillage a été réalisée et a révélé que le nombre de cellules était d'environ 34560. Le maillage a été effectué en conséquence pour toutes les conceptions qui suivent.

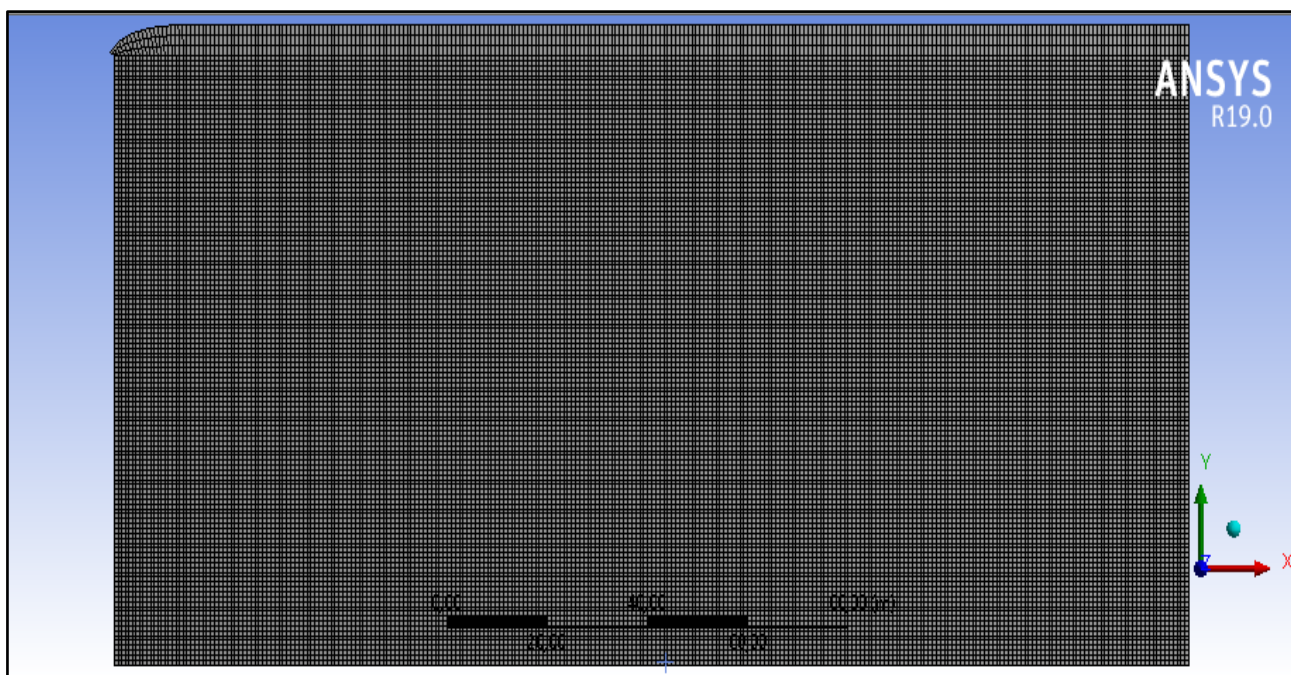


Figure 4.1: maillage de la géométrie

#### 4.5 Configuration fluide :

Le fluide est supposé être un gaz non visqueux et parfait (ideal gas).

La linéarisation implicite couplée avec discrétisation du second ordre est utilisée pour la résolution des équations gouvernantes. Le nombre de courant (numéro CFL) a été fixé à 1 pour tous les cas.

#### 4.6 Validation avec le modèle numérique :

Les figures (Figure 4.2.a, Figure 4.3.a, Figure 4.4.a et Figure 4.5.a) illustrent les champs d'écoulement le long des contours de la tuyère, obtenus numériquement par le code de calcul [101], des différents paramètres de conception (iso-Mach, rapports des pressions  $P/P_0$ , des températures  $T/T_0$  et des densités  $\rho/\rho_0$ ) de la tuyère à corps central. En parallèle, les figures (Figure 4.2.b, Figure 4.3.b, Figure 4.4.b et Figure 4.5.b) illustrent les champs d'écoulement obtenus par le code Ansys Fluent.

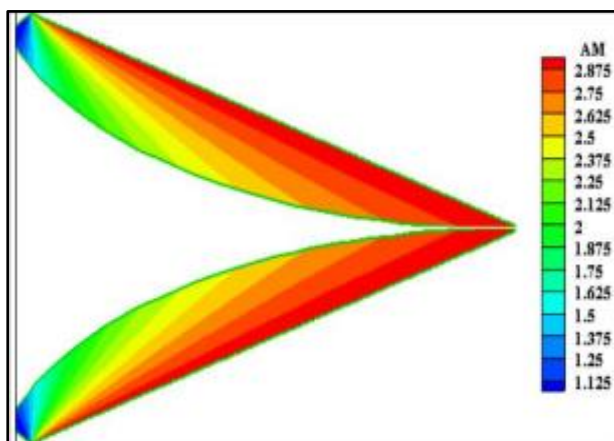


Figure 4.2.a [101]

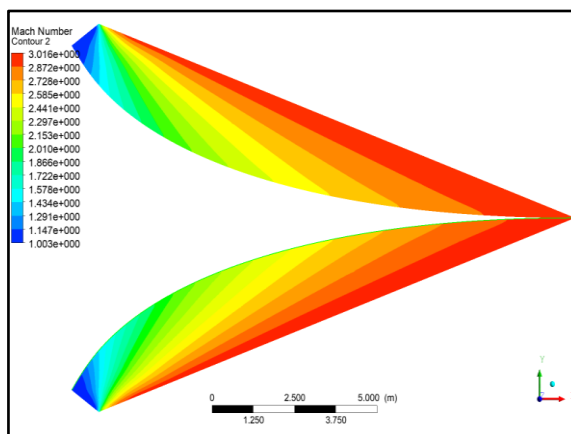


Figure 4.2.b

Figure 4.2 : Les iso-mach de la tuyère à corps central.

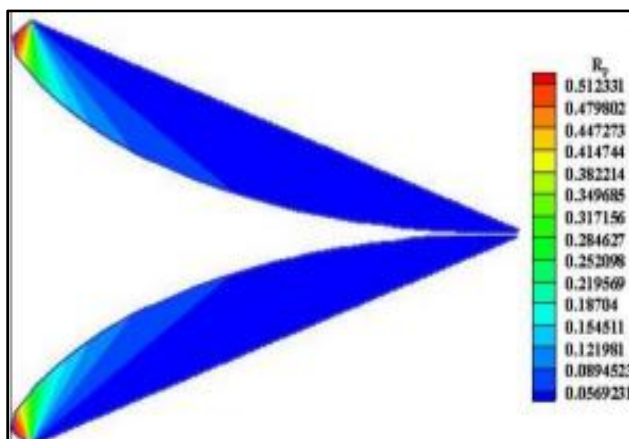


Figure 4.3.a [101].

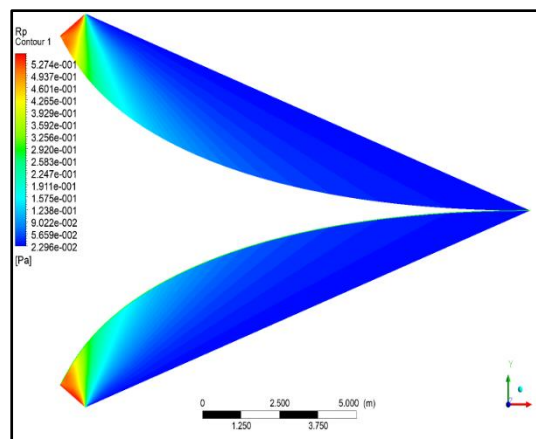


Figure 4.3.b

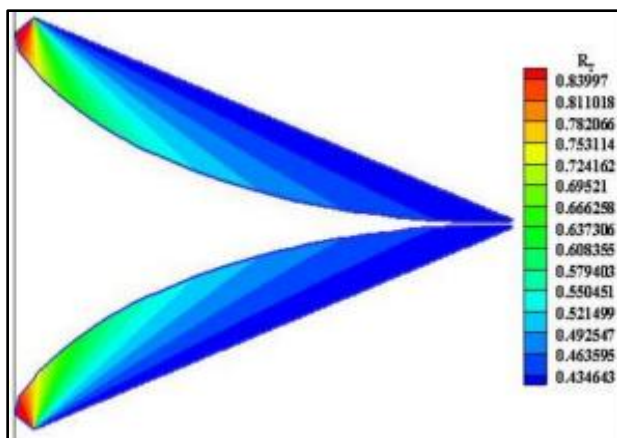
Figure 4.3 : Les iso-pression ratio ( $P/P_0$ ) de la tuyère à corps central.

Figure 4.4.a [101].

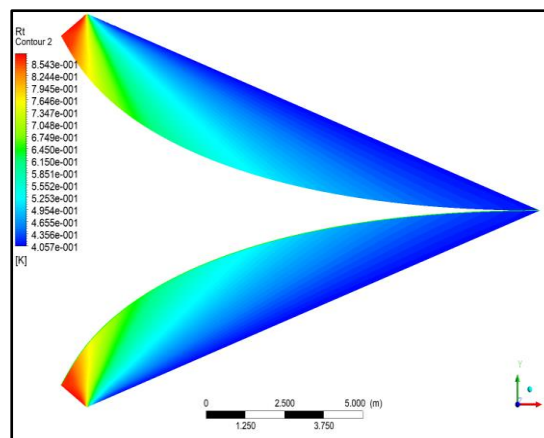


Figure 4.4.b

Figure 4.4 : Les iso-température ratio ( $T/T_0$ ) de la tuyère à corps central.

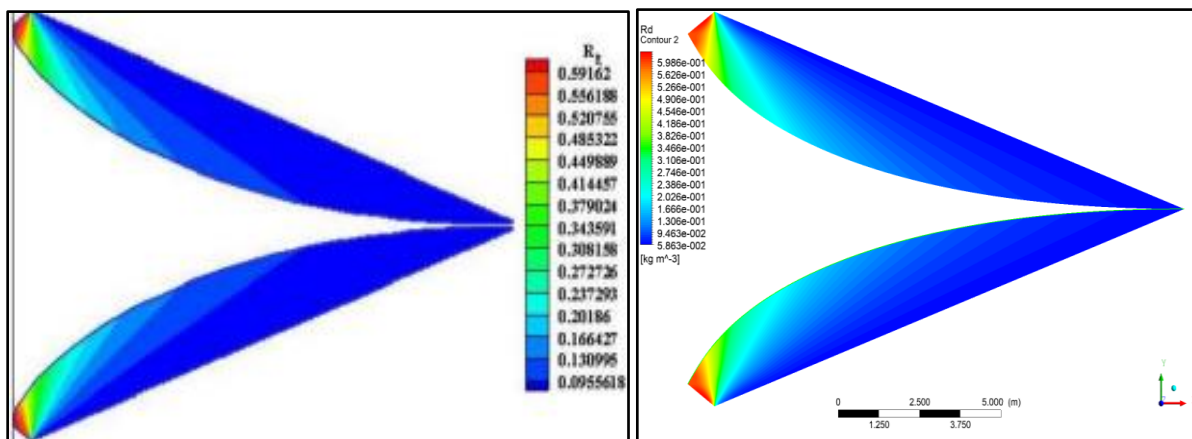


Figure 4.5.a [101].

Figure 4.5.b

Figure 4.5 : Les iso-density ratio ( $\rho/\rho_0$ ) de la tuyère à corps central.

On remarque que les champs des écoulements représentent une grande ressemblance pour les deux cas (a et b). De plus, en comparant les courbes des différents paramètres thermodynamiques illustrées par les figures (Figure 4.6.a, Figure 4.6.b, Figure 4.6.c et Figure 4.6.d) obtenues par le CFD-post aux résultats numériques, on constate que celles-ci sont quasiment similaires. Nous avons obtenu dès lors un bon agrément. Et nos calculs sont validés.

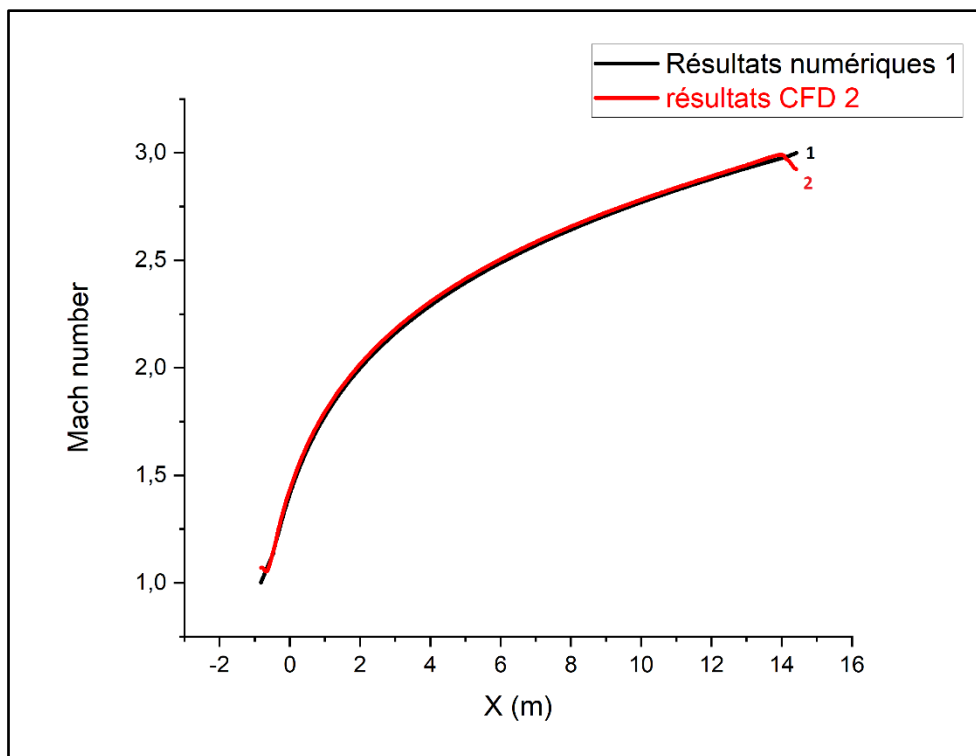


Figure 4.6.a : Variation du nombre de mach pour les résultats numériques et CFD.

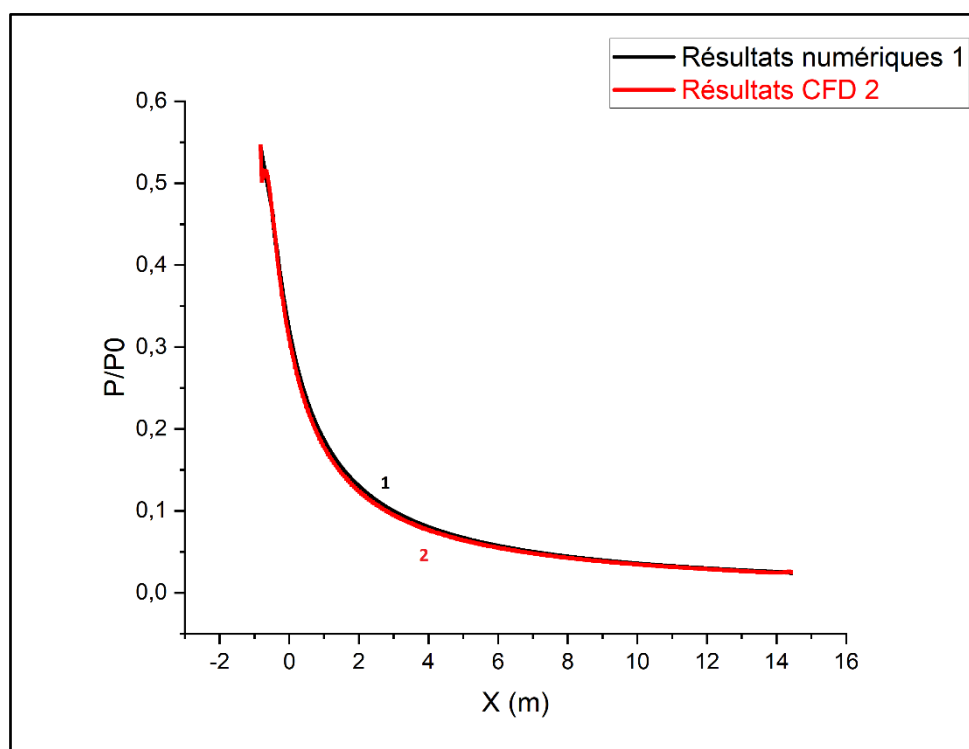


Figure 4.6.b : Variation du rapport de pression.



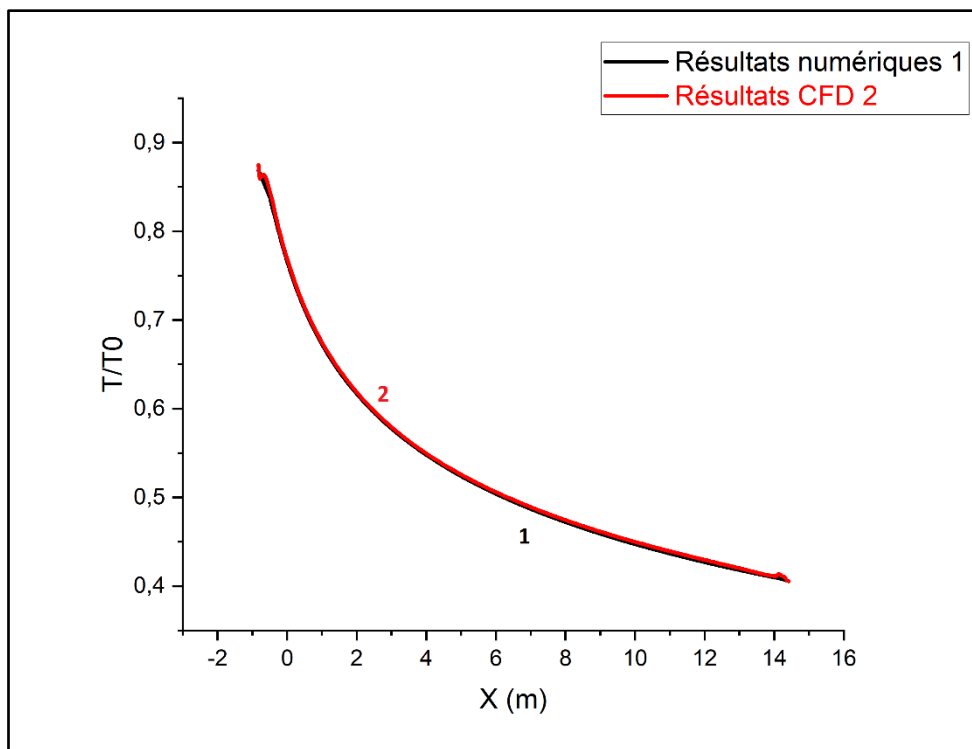


Figure 4.5.c : Variation du rapport de température.

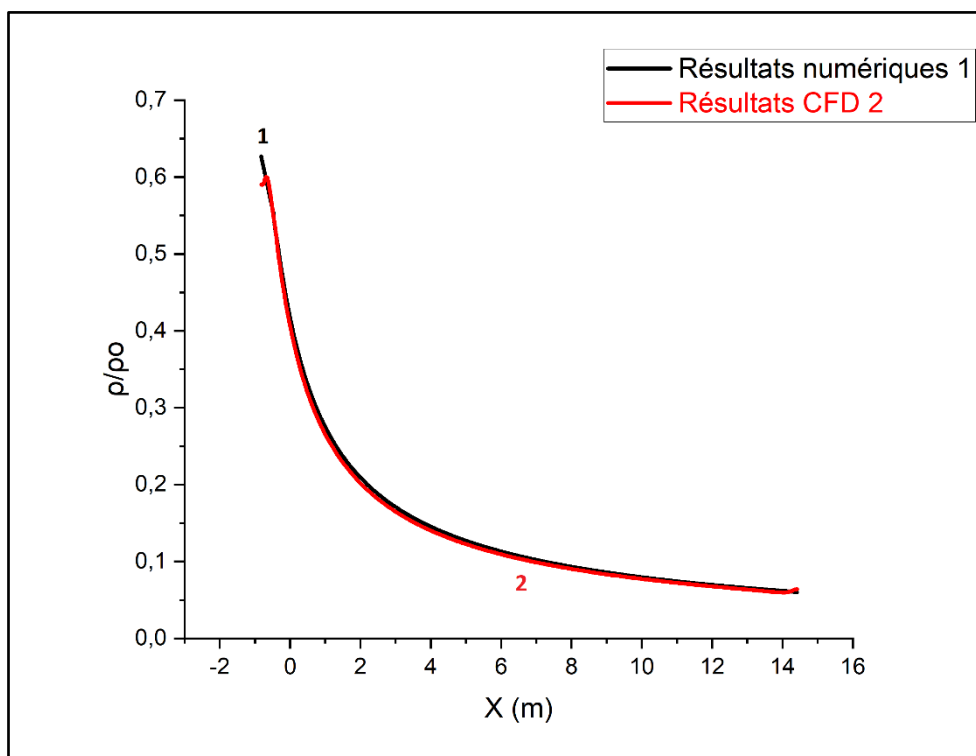


Figure 4.6.d : Variation du rapport de densité.

#### 4.7 Nozzle pressure ratio (NPR) :

Le NPR est le rapport de la pression à l'entrée de la tuyère et à la sortie de celle-ci. Le rapport de pression de tuyère est le paramètre le plus utile pour développer la poussée.

La condition limite définie à l'entrée dans Ansys est la pression à l'entrée, et la sortie est définie comme la pression à la sortie. La pression d'entrée est calculée selon le rapport de pression de la tuyère. Les NPR pris en compte pour les simulations CFD sont illustrés par les contours suivants :

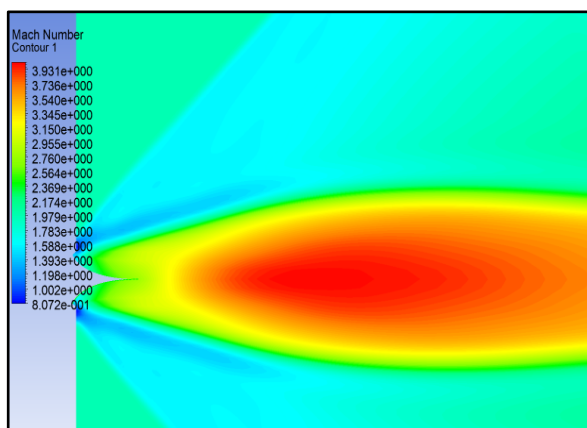


Figure 4.7.a : Contour du nombre de mach pour NPR=150.

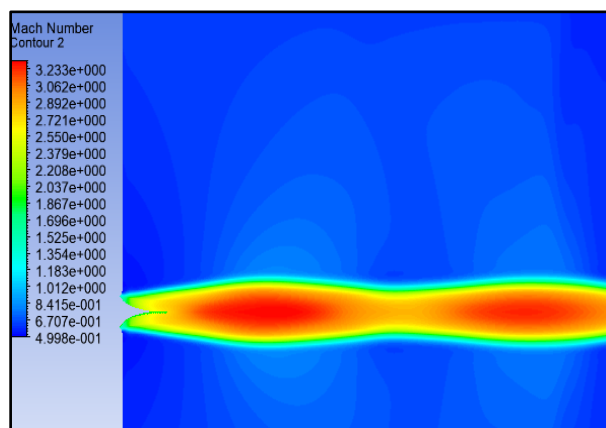


Figure 4.7.b : Contour du nombre de mach pour NPR= 70.

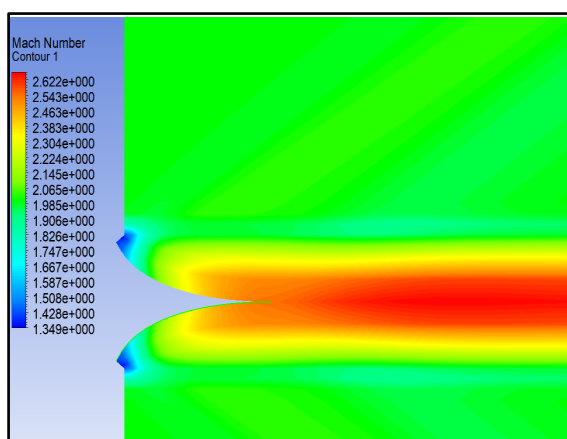


Figure 4.7.c : Contour du nombre de mach pour NPR= 30.

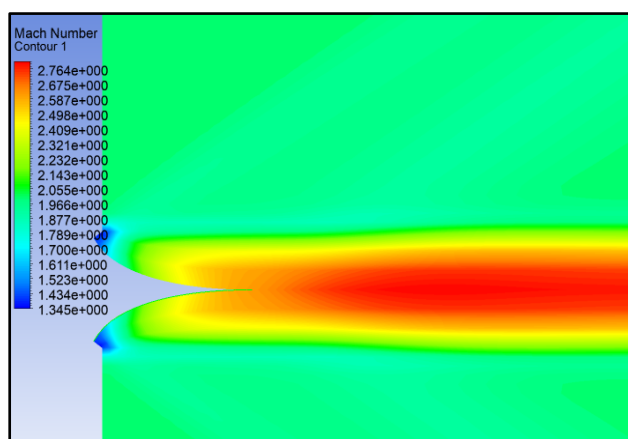


Figure 4.7.d : Contour du nombre de mach pour NPR=75/2.

On observe globalement, que le contour du nombre de mach change respectivement pour chaque NPR choisit. Les différentes valeurs de NPR correspondent à différentes altitudes de fonctionnement. Pour un NPR=1/150, on remarque que les lignes de courants ne sont pas parallèles à la paroi du corps central et on observe une divergence de l'écoulement. Contrairement au NPR=2/75, où on voit clairement que le domaine couvert par les ondes d'expansion se termine juste à la fin du plug. A cette station, les propriétés d'écoulement correspondent à celles de l'écoulement externe, et aucune expansion ou compression supplémentaire considérable n'est rencontrée (Figure 4.7.d.). Les lignes de courants indiquent également que l'écoulement quitte la surface d'échappement sans aucune composante radiale. C'est ce qu'on appelle la condition de conception (ou optimum). Cette dernière est prise en considération pour le reste de l'étude.

#### 4.8 Les contours de la tuyère à corps central :

##### 4.8.1 Contour de la pression :

La figure 4.8 représente le contour de la pression pour la tuyère de longueur totale. On remarque généralement une diminution de la pression du col jusqu'à la sortie de la tuyère, par exemple la pression au niveau du col égale  $1,587 \cdot 10^6$  Pa, et elle diminue jusqu'à  $7,706 \cdot 10^4$  Pa, mais cette diminution se fait graduellement et progressivement, ce qui veut dire l'existence des ondes de détente de type Prandtl-Meyer surtout au niveau du col, et remarquable dans la figure par les lignes de Mach.

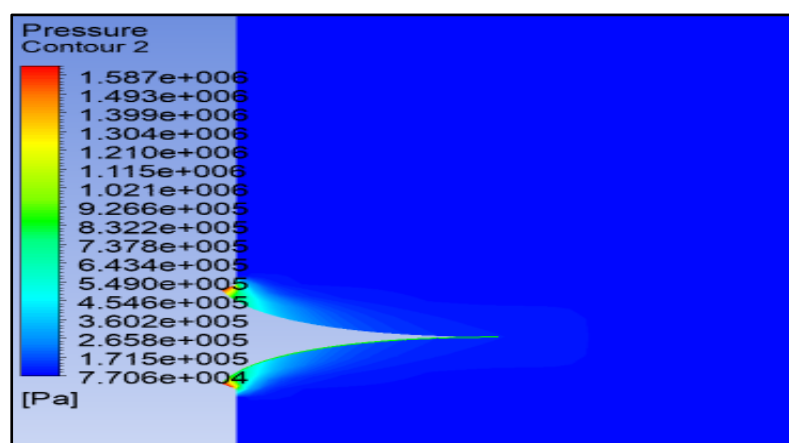


Figure 4.8 : contour de la pression de la tuyère à corps centrale totale.

#### 4.8.2 Contour de la masse volumique :

La figure 4.9 représente le contour de la masse volumique pour la tuyère de longueur totale. On remarque généralement une diminution de la masse volumique du col jusqu'à la sortie de la tuyère, par exemple la masse volumique au niveau du col égale  $2,108 \text{ Kg/m}^3$  et elle diminue jusqu'à  $0,236 \text{ Kg/m}^3$ , cette diminution se fait graduellement et progressivement, ce qui indique de l'apparition de la compressibilité dans le calcul des écoulements supersoniques.

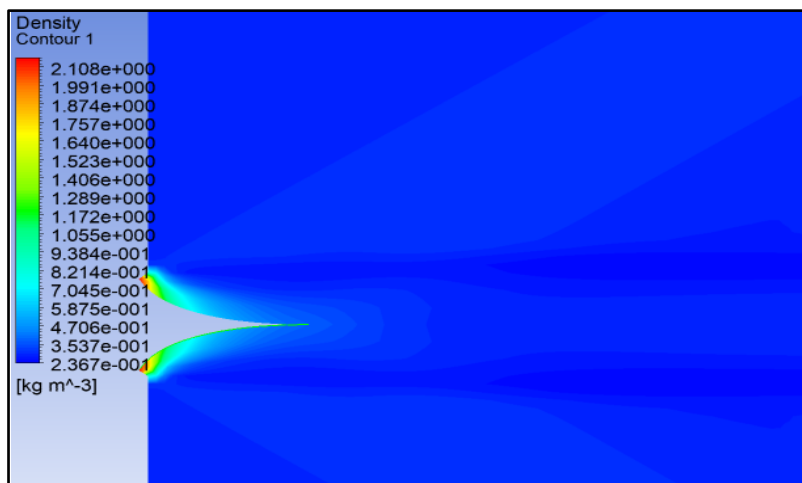


Figure 4.9: contour de la masse volumique de la tuyère à corps centrale totale.

#### 4.8.3 Contour de la température :

La figure 4.10 représente le contour de la température pour la tuyère étudiée. On remarque que celle-ci diminue graduellement passant de  $1,713 \cdot 10^3 \text{ K}$  au niveau du col de la tuyère à  $9,45 \cdot 10^2 \text{ K}$  à la sortie. Ce qui met en évidence les étapes de refroidissement de l'écoulement.

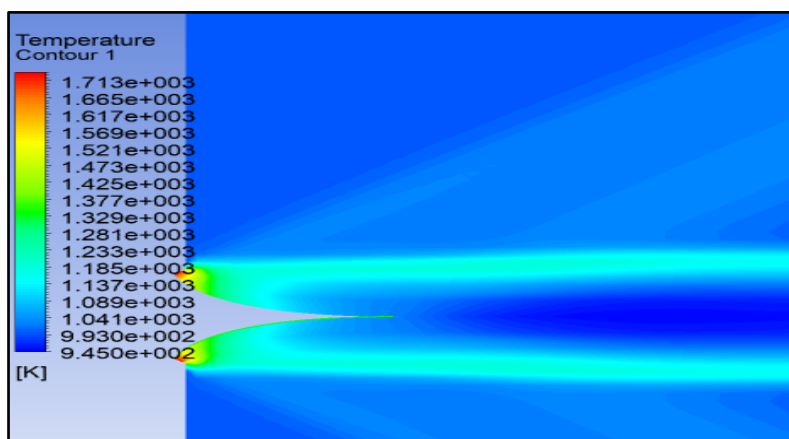


Figure 4.10 : contour de la température de la tuyère à corps central totale.

#### 4.9.4 Contour du nombre de mach :

Les figures 4.11 et 4.12 représentent respectivement le contour relatif de la vitesse et du nombre de mach associé à la tuyère étudiée. On remarque généralement une augmentation de la vitesse du col jusqu'à la sortie de la tuyère. La vitesse au niveau du col est égale à 1030m/s avec un nombre de Mach égal à 1.0 et elle augmente jusqu'à 1628m/s avec un nombre de Mach  $M_s=3$  au niveau de l'axe de symétrie, mais cette augmentation se fait graduellement et progressivement, ce qui veut dire l'existence des ondes de détente de type Prandtl-Meyer surtout au niveau du col, et on peut remarquer clairement dans la figure les lignes de Mach.

Pour les mêmes données enregistrées sur les figures 4.11 et 4.12 le nombre de Mach local dans la tuyère varie contrairement à la pression statique local. Ce phénomène est confirmé par l'équation de Bernoulli.

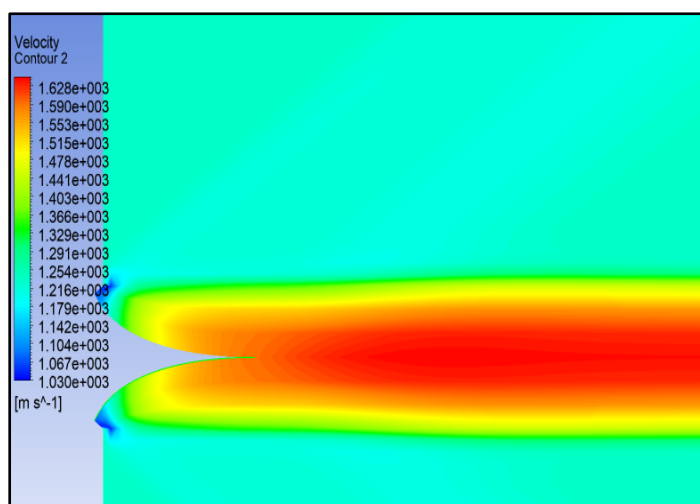


Figure 4.11 : contour de vitesse de la tuyère à corps central.

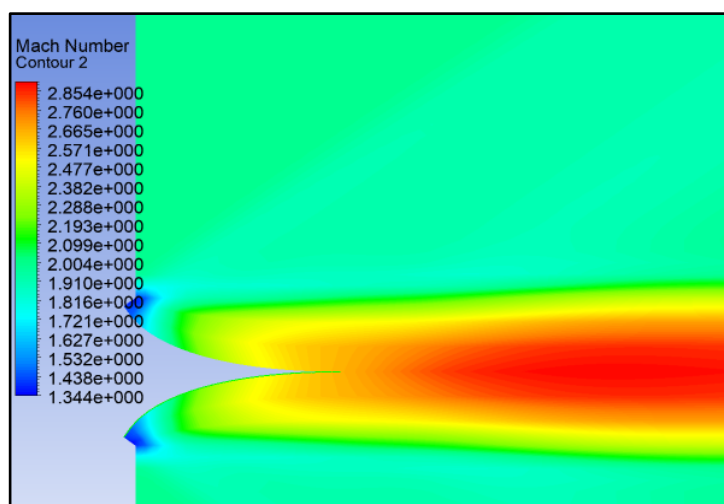


Figure 4.12 : contour du nombre de mach de la tuyère à corps central.

#### 4.9 Troncature de la tuyère :

Le principal inconvénient d'une tuyère aérospike est sa non-durabilité à haute température. Étant donné que les gaz chauds après la combustion atteignent la tuyère à des températures très élevées, le pic de la tuyère ne peut pas résister.

La troncature du spike a été effectuée pour résoudre ce problème. Dans les tuyères aérospike tronquées, la longueur spécifiée du spike sera supprimée, ce qui donne une base plate. En raison de la pression ambiante élevée à basse altitude, les gaz à

l'échappement restent proches de la paroi de la tuyère et on dit qu'elle fonctionne dans des conditions de sillage ouvert (open-wake conditions).

À haute altitude, la pression ambiante sera très basse, ce qui pourrait provoquer une sous-expansion. Mais dans notre cas, le flux d'échappement conserve une forme de colonne qui se forme dans, ce qu'on appelle, l'altitude de conception.

Dans ce qui suit, des contours de tuyères Aerospike avec des pourcentages de 80%, 75%, 60% et 50% sont conçus (voir figures Figure 4.13.a, Figure 4.13.b, Figure 4.13.c et Figure 4.13.d).

#### 4.9.1 Variation de l'écoulement externe :

La figure 4.12 représente le contour du nombre de mach de la tuyère à corps central totale, quant aux figures (Figure 4.13.a, Figure 4.13.b, Figure 4.13.c et Figure 4.13.d), elles représentent les contours pour les cas tronqués. On remarque, dans l'ensemble, que pour la tuyère aérospike à la condition optimale, les lignes de courant sont parallèles à la paroi du corps central.

Mais pour les tuyères aérospike tronquées, la situation est telle que les ondes d'expansion provenant de la lèvre supérieure et inférieure de la section convergente feront face à la partie tronquée du plug, alors que dans le cas idéal ces ondes d'expansion rencontrent la surface du bouchon. L'écoulement face à la troncature rencontre d'abord une forte expansion, puis en poursuivant son chemin vers le centre de la base du spike, rencontre une compression pour enfin devenir continu tout au long du centre de la base du spike. Ce phénomène est dû à la formation de deux tourbillons symétriques à la base de la tuyère (Figure 4.13.e) qui s'opposent l'un à l'autre à deux endroits, où les conditions d'écoulement se transforment en conditions de stagnations.

Il convient de souligner que quel que soit, le pourcentage de troncature et l'étendue de la zone de base du plug, le modèle de distribution des paramètres d'écoulement le long de la paroi est le même. Les Figures (Figure 4.13.a, Figure 4.13.b, Figure 4.13.c et Figure 4.13.d) montrent clairement le processus mentionné ci-dessus sous forme de contours du nombre de Mach pour différentes formes de plug.

Dans le cas tronqué, la formation du sillage à la base de la tuyère crée des pertes de charges qui entraînent une réduction de sa capacité de production de la poussée. Ce qui explique la chute du nombre de mach dans les différentes tuyères tronquées.

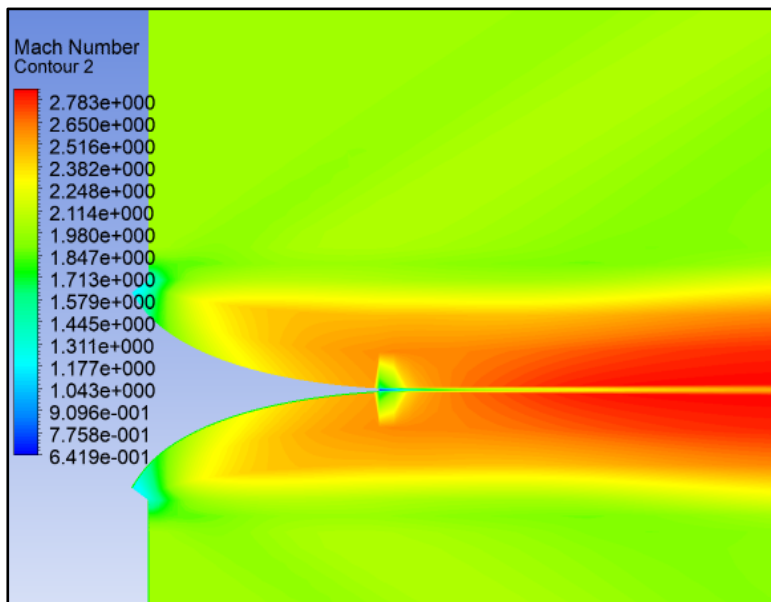


Figure 4.13.a : contour du nombre de mach de la tuyère tronquée à 80%.

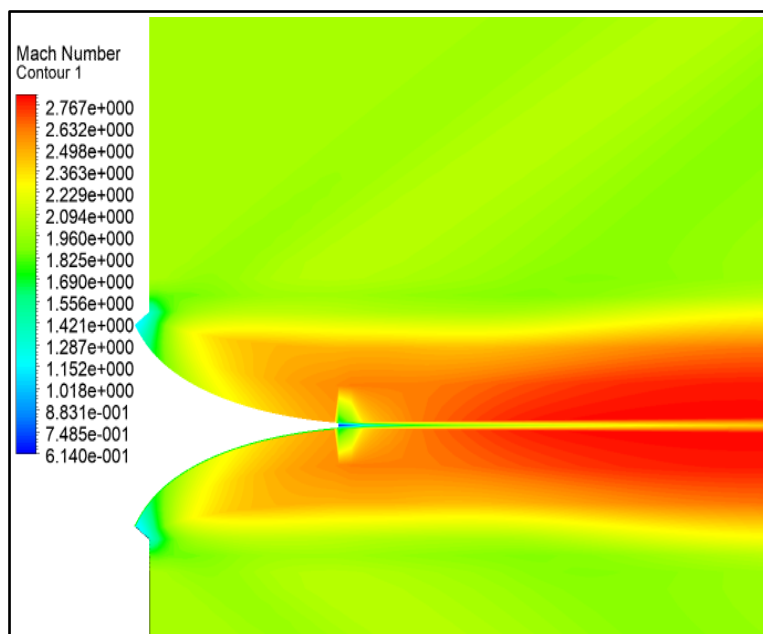


Figure 4.13.b : contour du nombre de mach de la tuyère tronquée à 75%.

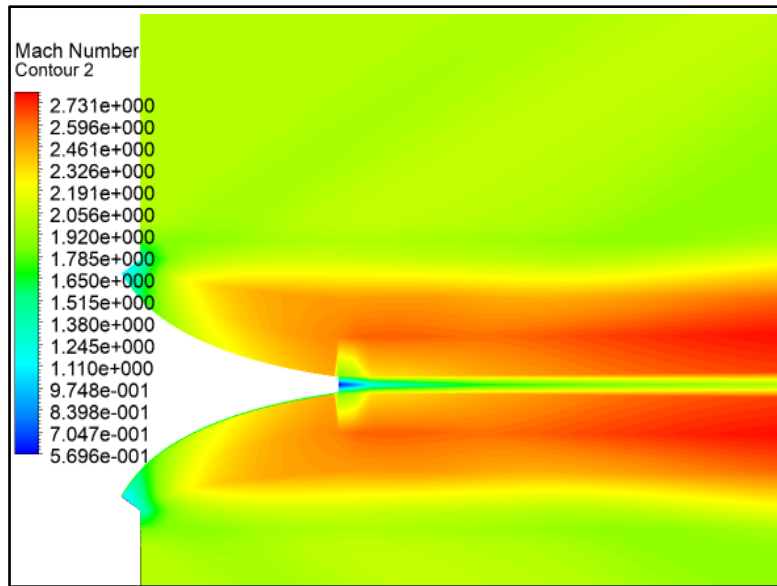


Figure 4.13.c : contour du nombre de mach de la tuyère tronquée à 60%.

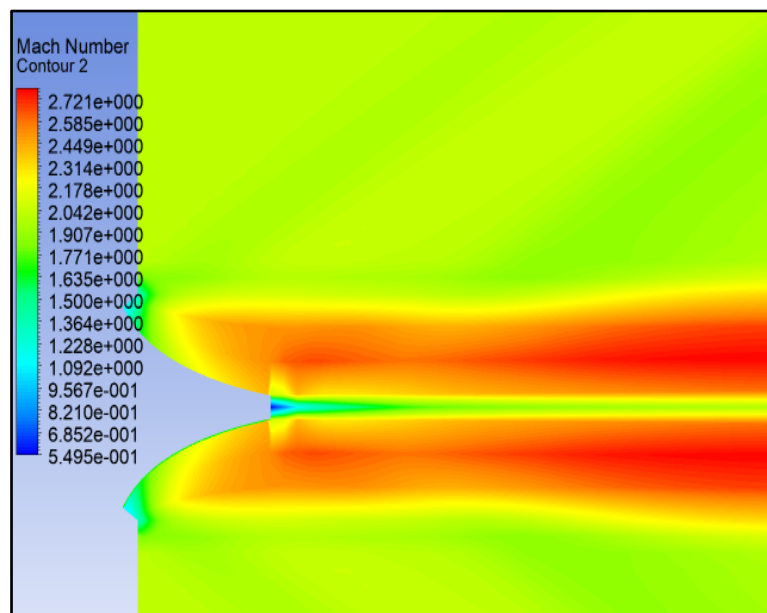


Figure 4.13.d : contour du nombre de mach de la tuyère tronquée à 50%.

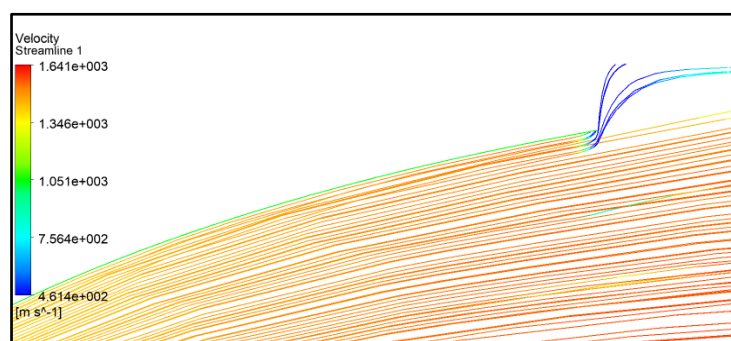


Figure 4.13.e: Les lignes de courant au voisinage de la troncature.



#### 4.9.2 Variations des paramètres thermodynamiques le long de la paroi du corps central :

Afin de comparer les performances de la tuyère aerospike totale et tronquée, les variations de leurs paramètres thermodynamiques ont été discutées.

##### 4.9.2.1 Variation de la pression :

La figure 4.14 représente la variation du rapport de pression  $P/P_0$  pour la tuyère pleine longueur (100%) et les cas tronqués. Celui-ci nous servira à déterminer la force de pression exercée sur la paroi du divergent, pour étudier la distribution de la contrainte radiale et tangentielle pour connaître la résistance du matériau.

On remarque que les courbes sont presque confondues et elles indiquent une chute de pression tout au long de la paroi. Toutefois, on observe que le rapport de pression  $P/P_0$  diminue à fur et à mesure que le pourcentage de la troncature de la tuyère augmente.

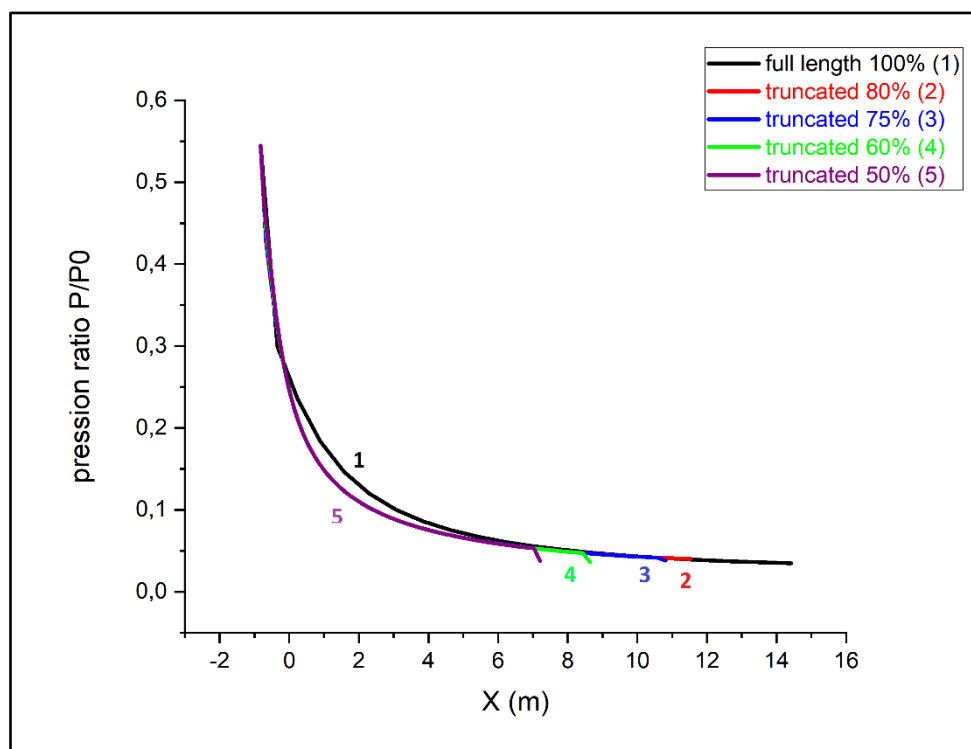


Figure 4.14 : variation du rapport de pression le long de la paroi de la tuyère à corps central.

#### 4.9.2.2 Variation de la température :

La figure 4.15 représente la variation du rapport de température  $T/T_0$  pour la tuyère à longueur totale et les cas tronqués. On observe une décroissance du rapport des températures le long de la paroi. De plus, toute fois que le pourcentage de troncature de la longueur du corps central augmente, le refroidissement à l'intérieure du divergent augmente.

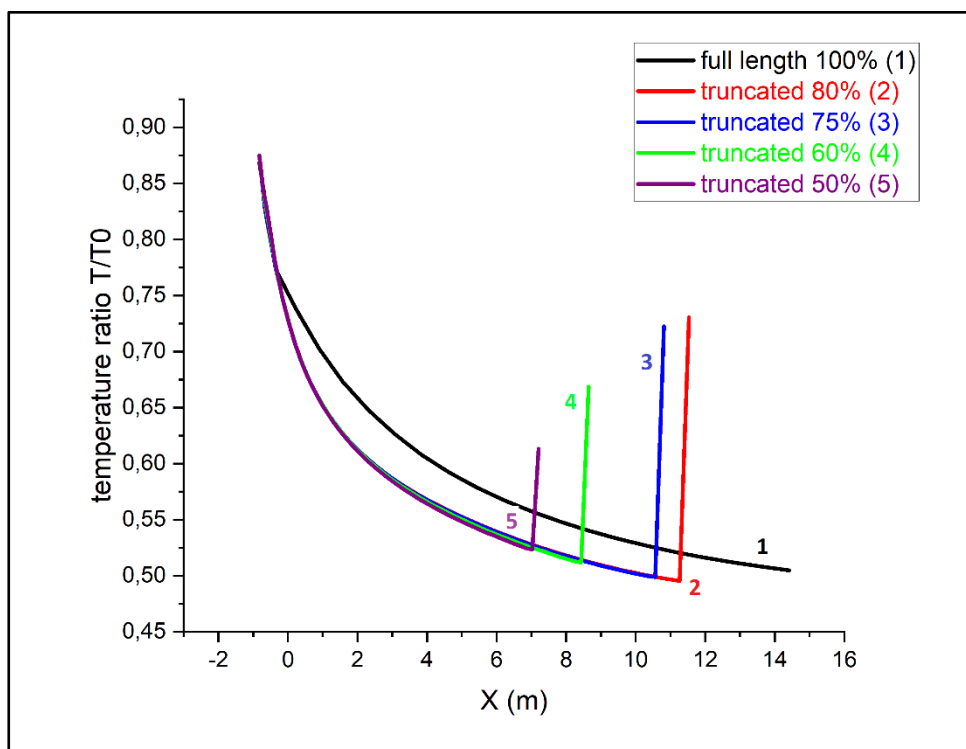


Figure 4.15 : Variation du rapport de température le long de la paroi de la tuyère à corps central.

#### 4.9.2.3 Variation de la densité :

La figure 4.16 représente la variation du rapport de la masse volumique  $\rho/\rho_0$  pour la tuyère totale et les cas tronqués. Ce dernier nous donne une indication sur la quantité du gaz qui va traverser le divergent afin de déterminer la durée de vie du carburant.

D'après la figure, on constate que le rapport  $\rho/\rho_0$  diminue avec l'augmentation du pourcentage de la troncature.

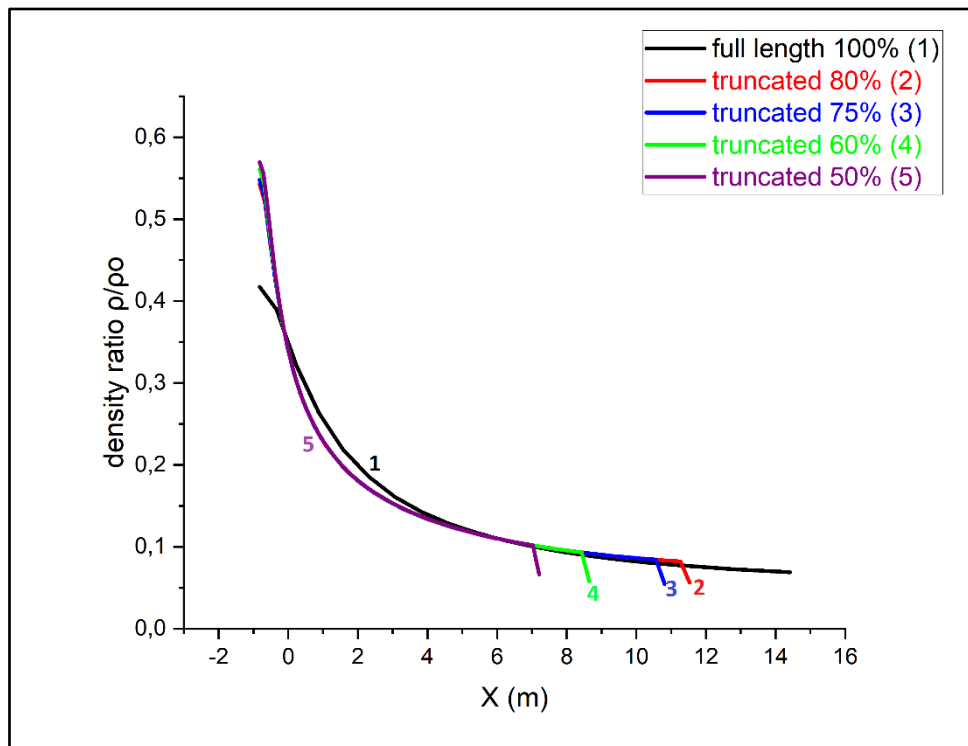


Figure 4.16 : Variation du rapport des masses volumiques le long de la paroi du corps central.

#### 4.9.2.4 Variation du nombre de mach :

La figure 4.17 représente la variation du nombre de mach le long de la paroi du corps central pour chaque cas. On remarque globalement qu'en augmentant le pourcentage de troncature de la longueur du corps central, le nombre de Mach continue à augmenter mais il n'atteint pas la valeur imposée à la sortie qui est égale à 3 dans notre cas. Donc, toutes fois que le pourcentage de troncature est élevé le nombre de Mach à la sortie du divergent sera inférieur au Mach de sortie imposé.

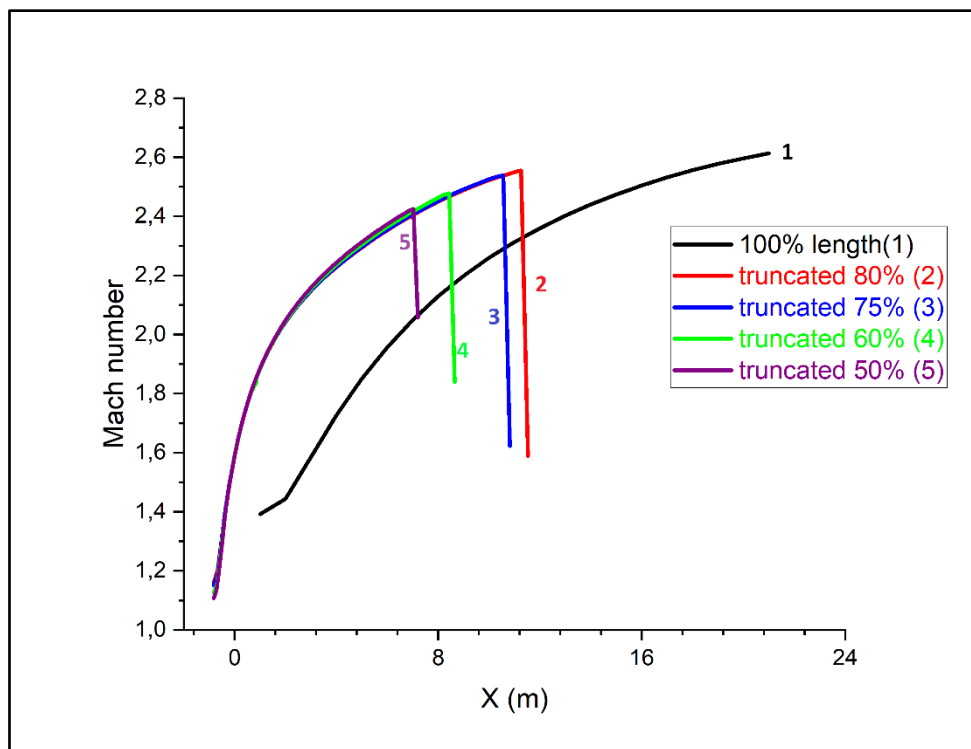


Figure 4.17 : variation du nombre de mach le long de la paroi du corps central.

#### 4.10 L'effet de la troncature sur le coefficient de poussée $C_f$ :

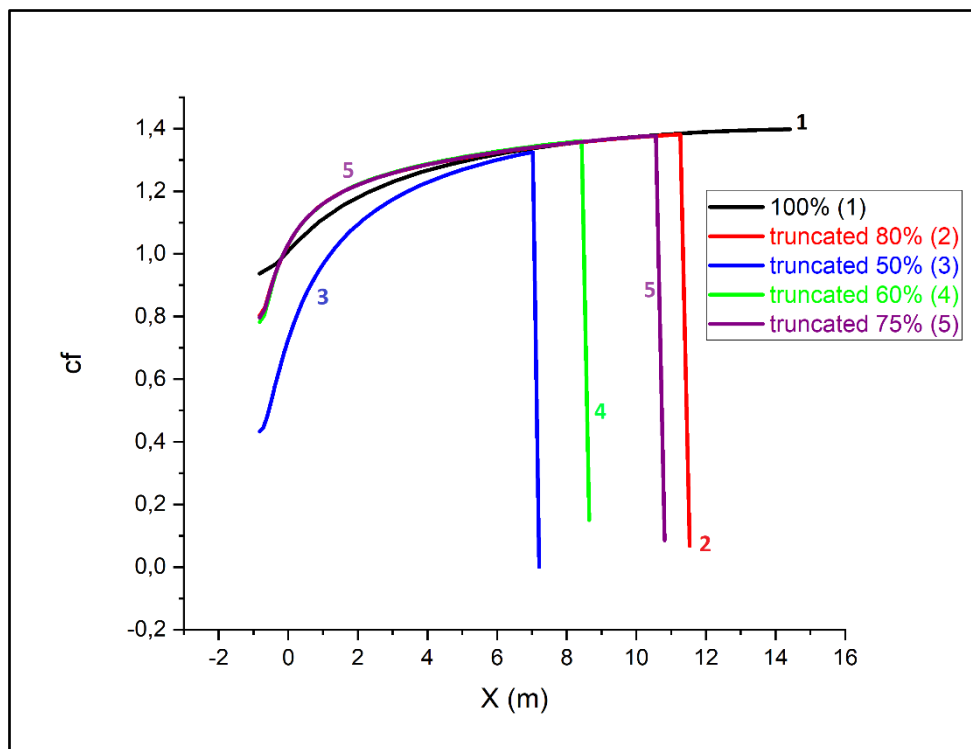


Figure 4.18: Variation du coefficient de poussée le long de la paroi du corps central.

D'après la figure 4.18 ci-dessus, on remarque que le coefficient de poussée  $C_F$  pour les tuyères tronquées augmente toujours le long de la tuyère mais en atteignant des valeurs inférieures aux valeurs atteintes à 100% de la longueur du corps central. De plus, on remarque une chute brutale de  $C_F$  une fois qu'il ait atteint le maximum. Cela est dû à la troncature du spike. Donc, on peut constater qu'en augmentant la valeur de la troncature, les valeurs du coefficient de poussée diminuent. Le tableau ci-dessous présente les valeurs du coefficient de poussée  $C_F$  obtenues numériquement à la sortie du corps central avec une précision de  $10^{-2}$ .

	0%	80%	75%	60%	50%
Poussée(N)	$4,20 \cdot 10^6$	$4,14 \cdot 10^6$	$4,11 \cdot 10^6$	$3,99 \cdot 10^6$	$3,78 \cdot 10^6$
$C_f$	1,39	1,38	1,37	1,33	1,30
Pertes (%)		0,71%	1,43%	4,31%	6,47%

Tableau 4.1 : Les valeurs du coefficient de poussée  $C_F$  à la sortie du corps central.

Bien que l'aérospike de longueur totale présente une multitude d'avantages par rapport à la tuyère tronquée, tels qu'une plus grande poussée voire une performance plus importante. Cependant, il y aura une réduction de l'efficacité globale de la fusée en raison du poids supplémentaire.

Or, en appliquant une troncature, on diminuera le poids de la tuyère. Toutefois, on aura une perte de performance, une réduction de l'efficacité globale et des problèmes seront rencontrés concernant le refroidissement du contour au voisinage de la région tronquée en raison du manque d'espace disponible.

Ainsi, à partir des courbes et des résultats obtenus, nous pouvons conclure que la variable principale pour le modèle Haute Température est la température  $T$ , tandis que pour le modèle Gaz Parfait est le nombre de Mach  $M$ .

Les rapports thermodynamiques peuvent être utilisés pour déterminer les paramètres de conception des diverses formes de tuyères sous la base du modèle Haute Température.

La troncature de la tuyère nous a permis de gagner une portion intéressante de la masse de la tuyère. L'écoulement à la sortie de la tuyère tronquée n'est plus parallèle au voisinage de la paroi, dans ce cas-là on perd une petite quantité de la

force de pression. Toute fois que la valeur de la troncation du corps central augmente, le coefficient de poussée  $C_F$  diminue.

En comparant les coefficients de poussée  $C_F$  pour les cas tronqués, avec le cas de la tuyère de longueur totale, on remarque que l'erreur augmente au fur et à mesure que le pourcentage de la troncation augmente.

## CONCLUSION GENERALE

La conception des tuyères supersoniques reste un domaine assez vaste avec des sujets de recherches riches en progression, tels que l'amélioration de la manœuvrabilité et la furtivité des avions de combat via l'obtention d'une poussée maximale par l'intermédiaire de la conception de la tuyère.

A partir de cette étude de calcul de l'écoulement supersonique dans la tuyère à corps central type à bouchon « Plug Nozzle » bidimensionnelle avec l'hypothèse d'un écoulement à haute température (modèle HT). On a pu avoir nos résultats, d'une part, à partir d'un programme de calcul numérique, qui permet de déterminer par une méthode développée en collaboration, les formes de profils des tuyères supersoniques planes à corps central « Plug Nozzle » donnant à la sortie un écoulement uniforme et parallèle, et le calcul des paramètres thermodynamiques à travers la tuyère. D'autre part, à partir, d'une simulation numérique qu'on a réalisée par le code fluent pour le cas bidimensionnel dans le cadre d'un gaz idéal.

Au final, on peut citer les points suivants :

- Le choix du nombre de Mach de sortie influe sur la conception de la tuyère de sorte qu'un nombre de Mach de sortie plus élevé demande une taille de tuyère plus ample.
- La plus petite longueur de tuyères est obtenue dans le cas d'une tuyère à corps central.
- Tous les paramètres et autres peuvent être déterminés en fonction du nombre de Mach à la sortie  $M_s$  et de la température génératrice  $T_0$ .
- La variation des paramètres thermodynamiques contribue au choix du matériau de construction de la tuyère.
- Le principal inconvénient d'une tuyère aérospike est sa non-durabilité à haute température. Étant donné que les gaz chauds après la combustion atteignent la tuyère à des températures très élevées, le pic de la tuyère ne peut pas résister.

- On a établi alors, une troncature de la tuyère pour résoudre le problème mentionné. Ce qui nous a permis de gagner une portion intéressante de la masse de la tuyère. Cependant, l'écoulement à la sortie de la tuyère tronquée n'est plus parallèle au voisinage de la paroi, dans ce cas-là on perd une petite quantité de la force de pression et ses performances se détériorent.

Recommandations pour d'éventuels travaux futurs :

L'actuelle étude, bien qu'assez complète dans son principe, pourrait recevoir d'intéressants développements. Nous pouvons imaginer une suite de cette étude, tout en ajoutant le repère « Z » c'est-à-dire en trois dimensions (3D) ainsi, de valider ce travail à l'aide de l'expérimentation.

D'après les rapports des pressions obtenus, nous pouvons calculer les contraintes tangentielles et radiales pour pouvoir choisir le matériau le plus adapté à ce champ de pression.



## REFERENCES

1. ABDALLAH ELHIRTSI A., Mémoire de Magister, "Etude d'un Ecoulement Supersonique à Haute Température dans une Tuyère : Application pour le Dimensionnement d'une Tuyère à Corps Central Type à Bouchon (Plug Nozzle)", Institut d'Aéronautique de l'Université de Blida, Algérie, Juin 2004.
2. Al-Ajlouni M., "An Automatic Method for Creating the Profile of Supersonic Convergent-Divergent Nozzle," Journal of Mechanical and Industrial Engineering, vol 4 No. 3, (2010), pp. 404-411.
3. Armstrong W. C. and Bauer R. C., "Analysis of Three-Dimensional Inviscid Supersonic Flow Between a Body and an Outer Wall (With Application to a Jet Stretcher System)," AEDC-TR-76-103 (ADA029123), (August 1976).
4. Armstrong, W.C., "A Method of Characteristic Computer Program For Three-Dimensional Supersonic Internal Flows," AEDC-TR-78-68, January 1979.
5. Anderson J. D. Jr., "Fundamentals of Aerodynamics," McGraw-Hill Book company, New York, (1988).
6. Anderson J. Jr., "Modern Compressible Flow: With Historical Perspective," McGraw Hill Book company, New York, (1982).
7. Argrow B.M. and Emanuel G., "Comparison of Minimum Length Nozzles," Journal of Fluids Engineering, Vol. 110, (September 1988), 283-288.
8. Argrow B. M. and Emanuel G., "Computational Analysis of the Transonic Flow field of Two-Dimensional Minimum Length Nozzles," AIAA-1989-1822, 20<sup>th</sup> Fluid Dynamics, Plasma Dynamics and Lasers Conference, Buffalo, NY, (June 1989), 12-14.
9. Aukin M. K., Kraiko A. N., Lubinov D. A., Makarov V. E. and Tillyaeva N. I., "Designing Three-Dimensional Nozzles to Achieve Near Uniform Supersonic or Hypersonic Flow in The Rectangular Exit Section," Physics and Astronomy, Vol. 30, n° 30, (1995), 787-794.

10. Beckwith, I. E., Ridyard, H. W., and Cromer, N., "The Aerodynamic Design of High Mach Number Nozzles Utilizing Axisymmetric Flow with Application to a Nozzle of Square Test Section," NACA TN 2711, (1952).
11. Beckwith, I. E., and Moore, J. A., "An Accurate and Rapid Method for the Design of Supersonic Nozzles," (February 1955), NACA TN 3322.
12. Berger M., "Géométrie: Convexes et Poly topes, Polyèdres réguliers, aires et Volumes," Tome 3, Fernand Nathan, Paris, (1978).
13. Birkhoff G., "Interpolation to Boundary Data in Triangles," J. of Math. Analy. And Appl., Vol. 42, (1973), 474-484.
14. Coburn N. and Dolph C. L. t., "Method of Characteristics for Three-Dimensional Supersonic flows," Proceedings of Symposia in Applied Mathematics, New York, American Mathematical Society, (1949), 55-66
15. Chushkin P. I., "Numerical Method of Characteristics for Three-Dimensional Supersonic Flows," Progress in Aerospace Sciences, Vol. 9, (1968), 41-122.
16. Comolet R., "Mécanique Expérimentale des Fluides. Statique et Dynamique des Fluides Non Visqueux," Tome 1, 3<sup>ème</sup> Edition, Masson, (1979).
17. Démidovitch B. and I. Maron., "Eléments de calcul numérique," Editions Mir, Moscow, 1987
18. Dumitrescu L. Z., "Minimum Length Axisymmetric Laval Nozzles," AIAA Journal, Vol. 13, (1975), 520-531.
19. Evvard J. C. and Maslen. S. H., "Three-Dimensional Supersonic Nozzles and Inlets of Arbitrary Exit Cross Section," (April 1952), NASA TN-2688.
20. Emanuel G., "Gasdynamic: Theory and Application", New York, AIAA Educational Serie, (1986).
21. Enkenhus, K. R.; and Maher, E. F., "The Aerodynamic Design of Axisymmetric Nozzles for High-Temperature Air", NAWEPS Rep. 7395, (Feb.1962), U.S.Navy.

22. Fletcher C. A. J. "Computational Techniques for Fluid Dynamics: Specific Techniques for Different Flow Categories," Vol. II, (1988), Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.
23. Gerald H., Hans L., Thong V. N. and Gennady E. D., "Advanced Rocket Nozzle," *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 14, n° 3, (1998), 318-326.
24. Georing M., "Nozzle Design Optimization by Method-of-Characteristics," AIAA-1990-2024, 26<sup>th</sup> AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference, (July 16-18 1990), Orlando, Florida.
25. Haddad, A., and Moss, J. B., "Aerodynamic Design for Supersonic Nozzles of Arbitrary Cross Section," *J. Propulsion and Power* (AIAA), Vol. 6, n°. 4, (Nov-Dec 1990), 740-746.
26. Hagemann G., Immich H. and Terhardt M., "Flow phenomena in advanced rocket nozzles - The plug nozzle," AIAA-1998-3522, 34<sup>th</sup> AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, (July 13-15 1998), Cleveland, OH.
27. Hagemann G., Immich H., Van Nguyen T. and Dumnov G. E., "Advanced Rocket Nozzles," *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 14, n° 5, (1998), 620-634.
28. Hannemann, K., "Design of an Axisymmetric, Contoured Nozzle for the HEG," Institut für Theoretische Strömungsmechanik, DLR Report DLR-FB 90-04, (1990), Göttingen, Germany.
29. Johnson, C. B., "Real-Gas Effects on Hypersonic Nozzle Contours With a Method of Calculation," (1963), NASA TN D-1622.
30. Johnson, C. B., and Boney, L. R., "A Method for Calculating a Real-Gas Two-Dimensional Nozzle Contour Including the Effects of Gamma," NASA TM X-3243, (September 1975).

31. Lax P. D. and Wendroff B., "Difference Schemes with High Order of Accuracy for Solving Hyperbolic Equations," CIMS Report NY0-9759, (July 1962), New York Univ, New York.
32. Liepmann, H. W., and Roshko, A., "Elements of Gasdynamics," John Wiley & Sons, Inc., (1966), New York.
33. Maikapar, G.I., "Bodies Formed by the Stream Surfaces of Conical Flows," Fluid Dynamics, Vol. 1, n° 1, (1966).
34. Malina F. J., "Characteristics of the rocket motor based on the theory of perfect gases," J. Franklin Inst., Vol. 230, (1940), 433-450.
35. McLain D. H., "Drawing contours from arbitrary data points," The Computer Journal, Vol. 17, (1974), 318-324.
36. Martin J. L. Turner. "Rocket and spacecraft propulsion", 3ème Edition. Praxis Ltd, UK, 2009.
36. Moeckel W. E., "Use of Characteristic Surfaces for Unsymmetrical Supersonic Flow Problems," NACA TN 1849, (1949).
37. Oosthuisen P. H. and Carscallen W. E., "Compressible Fluid Flow," Mc Graw-Hill, New York, (1997).
38. Ortega J. and Rheinboldt W., "Iterative Solution of Nonlinear Equations in Several Variables," (1970), New York, Academic Press.
39. Peterson C. R. and Hill P. G. "Mechanics and Thermodynamics of Propulsion," Addition-Wesley Publishing Company Inc, (1965), New York.
40. Powell M. J. D., "On the Maximum Error of Polynomial Approximation Defined by Interpolation and by Least Squares Criteria," Comput. J., Vol. 9, (1978), 404-407.

41. Press W. H., Flannery B. P., Teukolsky S. A. and Vetterling W. T., "Numerical Recipes. The Art of Scientific Computing," Cambridge University Press, Cambridge, (1986).
42. Rakich J. V., "Three-Dimensional Flow Calculation by the Method of Characteristics," AIAA Journal, Vol. 5, n° 10, (1967), 1906-1908.
43. Ralston A. and Rabinowitz P., "A First Course in Numerical Analysis," McGraw-Hill Book Company, (1985).
44. Rao, G.V.R, "Exhaust Nozzle Contour for Optimum Thrust," Marquadt Aircraft Co, Presented at the ARC Semi Annual Meeting, (June 10-13-1957), San Fransisco.
45. Raviart P. A. et Thomas J. M., "Introduction à l'Analyse Numérique des Equations aux Dérivées Partielles," Masson, (1983).
46. Rejasse P., James, Ph. And Vuillermoz P., "Dimensionnement des tuyères moteurs-fusées objectives et contraintes", Symposium International AAAF-Véhicules et systèmes de rentrée atmosphérique Arcachon, France, 26-29 Mars 2001.
47. Rizkalla O., "Inviscid Design and Analysis of Square Supersonic Nozzles," GASL TL 304, (December 1988).
48. Ruptash, J., "Supersonic Wind Tunnels-Theory, Design and Performance," University of Toronto, (June 1952), Institute of Aerophysics.
49. Ryhming I. L., "Dynamique des Fluides," Presses Polytechnique romandes, (1984), Lausanne, Suisse.
50. Rylov A. I., "Design of Supersonic Asymmetric nozzles," Physics and Astronomy, Vol. 12, n° 03, (1977), 414-420.
51. Sauer R., "General Characteristics of the Flow Through Nozzles at near Critical Speeds," NASA TM-1147, (1947).

52. Sauer R., "Method of Characteristics for Three-Dimensional Axially Symmetrical Supersonic Flows," NACA TM-1133, (1947).
53. Sutton G. P., "Rocket Propulsion Element", Sixth edition, California, (1992).
54. Strom C. R., "The Method of Characteristics for Three-Dimensional Real-Gas Flows," Final Report A, April 1967, Air Force Systems Command, (July 1967), AFFDL-TR-67-47.
55. Shapiro A. H., "Compressible Fluid Flow," Vol. 1, (1953), New York, the Ronald Press.
56. Shapiro A. H., "The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow," Vol. 1, (1953), The Ronald Press Company, New York.
57. Serra R. A., "Determination of Internal Gas Flows by a Transient Numerical Technique," AIAA Journal, Vol. 10, n° 5, (May 1972), 603-611.
58. Shepard D., "A Two Dimensional Interpolation Function for Irregularly Spaced Data," Proc. 23<sup>rd</sup> Nat. Conf. ACM, (1965), 517-523.
59. Sivells, J. C., "A Computer Program for the Aerodynamic Design of Axisymmetric and Planar Nozzles for Supersonic and Hypersonic Wind Tunnels," AEDC-TR-78-63, (December 1978).
60. Sivells J. C., "Aerodynamic Design of Axisymmetric Hypersonic Wind –Tunnel Nozzles," Journal of Spacecraft, Vol. 7, n°11, (November 1970), 1292-1299.
61. Sod G. A., "Numerical Methods in Fluid Dynamics," Cambridge University Press, (1985), Cambridge.
62. Sutton G. P., "Rocket Propulsion Elements," sixth edition, (1992), California.
63. Tsung, Cheng Chin. "Study of Three-Dimensional Supersonic Flow Problems by a Numerical Method Based on the Characteristics," Phd. Thesis of Illinois, (1960).

64. Van Wylen J. J. and Sonntag R. E., "Fundamentals of classical thermodynamics," 2<sup>ème</sup> edition, (1976), John Willey and sons, Inc.
65. Zebbiche T., "Stagnation Temperature effect on the Supersonic axisymmetric Minimum Length Nozzle Design with Application for Air, " Advances in Space Research, Vol. 48, n° 23, PP. (2011), 1656-1675.
66. Zebbiche T., "Supersonic Axisymmetric Minimum Length Nozzle Conception at High Temperature," AIAA-2008-3674, 40<sup>th</sup> AIAA Thermophysics Conference, (23-26 June 2008), USA.
67. Zebbiche T., "Stagnation Temperature Effect on the Prandtl Meyer Function," AIAA Journal Vol. 45, n° 4, (2007), 952-954.
68. Zebbiche T. and Youbi Z., "Supersonic Flow Parameters at High Temperature application for Air in Nozzle," DGLR-2005-256, German Aerospace Congress, (26-29, September 2005), Friedrichshafen, Germany.
69. Zebbiche T. and Youbi Z., "Supersonic Two-Dimensionnel Minimum Length Nozzle Design at High Temperature. Application for Air," Chinese Journal of Aeronautics, Vol. 20, n° 01, (2007), 29-39.
70. Zebbiche T. and Youbi Z., "Effect of Stagnation Temperature on the Supersonic Flow Parameters with Application for Air in Nozzles, " The Aeronautical Journal, Vol, 111, n° 1115, (Jan 2007), 31-40.
71. Zebbiche T., "Tuyères Supersoniques à Haute Température," Edition Universitaires Européennes, ISBN 978-613-1-50997-1, (May 2010).
72. Zucker R. D. and Bilbarz O., "Fundamentals of Gas Dynamics," John Wiley & Sons, (2002), New Jersey, USA.
73. Zucro M. J. and Hoffman J. D., "Gas Dynamics," Vol. 1 and Vol. 2, (1976), New York, Wiley, USA.

74. Angelino G., "Approximate Method for plug Nozzle Design," AIAA Journal, Vol. 2, N° 10, PP. 1834-1835, 1964.
75. Comolet R., "Mécanique Expérimentale des Fluides. Statique et Dynamique des Fluides Non Visqueux," Tome 1, 3<sup>ème</sup> Edition, Masson, 1979.
76. Fletcher C. A. J. "Computational Techniques for Fluid Dynamics: Specific Techniques for Different Flow Categories," Vol. II, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1988.
77. Greer H., "Rapid Method for Plug Nozzle Design," ARS Journal, Vol. 31, N° 04, PP. 560-561, 1961.
78. Onofri M., "CFD Results of Plug Nozzle Test Cases," AIAA-2002-4036 38<sup>th</sup> AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, Indianapolis, Indiana, July 7-10, 2002.
79. Oosthuisen P. H. and Carscallen W. E., "Compressible Fluid Flow," Mc Graw-Hill, New York, 1997.
80. Peterson C. R. and Hill P. G. "Mechanics and Thermodynamics of Propulsion," Addition-Wesley Publishing Company Inc. New York. 1965.
81. Ranson V. H., Thompson H. D. and Hoffman J. D., "Three-Dimensional Supersonic Nozzle Flowfield Calculation," J. of Spacecraft, Vol. 7, N° 4, PP. 458-462, 1970.
82. Raltson A., "A Family of Quadrature Formulas Which Achieve High Accuracy in Composite Rules," J. Ass. Comput. Mach., Vol. 6, PP. 384-394, 1984.
83. Rao G. V. R., "Contoured Rocket Nozzles," Proc. 9<sup>Th</sup> Int. Astro-Fed. Congress, Amsterdam, 1958.
84. Rao G. V. R., "Spike Nozzle Contour for Optimum Thrust", Ballistic Missile and Space Technology; edited by C. W. Morrow, Vol. 2, Pergamon Press, New York, PP. 92-101, 1961.



85. Rao G. V. R., "Recent development in Rocket Nozzle Configuration", ARS Journal, Vol. 31, N° 04, PP. 1488-1494, 1961.
86. Rao G. V. R., "The E-D Nozzle," Astronautics, Sptember 1960, PP. 28-29.
87. Rommel T., Hagemann G., Schley C. A. and all., "Plug Nozzle Flowfield Analysis," Journal of Propulsion and Power, Vol. 13, N° 5, PP. 629-634, 1997.
88. Takashi I., Fujii K. and Hayashi A. K., "Computations of Axisymmetric Plug-Nozzle Flow fields: Flow Structures and Thrust Performance," AIAA Journal of Propulsion and Power, Vol. 18, N° 2, PP. 254-260, 2002.
89. Takashi I. and Fujii K., "Numerical Investigations of the Base-Flow Characteristics of Axisymmetric Aerospike Nozzles," Transations of the Japon Society for Aeronautical and space Sciences, Vol. 45, N° 148, PP. 108-115, 2002.
90. Takashi I., Kozo F., and Hayashi A. K., "Computations of the axisymmetric plug nozzle flow fields - Flow structures and thrust performance," AIAA-1999-3211, 17<sup>th</sup> AIAA Applied Aerodynamics Conference, Norfolk, VA, June 28-July 1, 1999.
91. Tomita T., Tamura H., and Takahashi M., "An experimental evaluation of plug nozzle flow field," AIAA-1996-2632, 32<sup>nd</sup> AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, Lake Buena Vista, FL, July 1-3, 1996.
92. Wisse M., Oudheusden V. B. and Bannik W., "Analytical Optimisation of an inviscid Flow Linear Plug Nozzle Bottail," AIAA-2004-4017, 40<sup>th</sup> AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, Fort Lauderbale, Florida, July 11-14, 2004.
93. Berger M., "Géométrie: Convexes et Poly topes, Polyèdres réguliers, aires et Volumes," Tome 3, Fernand Nathan, Paris, 1978.
94. Marsilio R., "Numerical Simulation for Plug Nozzle Flow Field," AIAA-2001-670, 39<sup>th</sup> AIAA Aerospace Meeting and Exhibit, 8-11 Jan. 2001, Reno Hilton,, Reno, Nevada.

95. Kraiko A. N., Tillyayeva N. I. and Baftalovski S. V., "Optimal Design of Plug Nozzle and Their Thrust Determination at Start," Journal of Propulsion and Power, Vol. 17, N° 6, 2001, PP. 1347-1352.
96. Korte J. J., Salas A. O., Dunn H. J., Alexandrov N. M., Follett W. W., Orient G. E. and Hadid A. H., "Multidisciplinary Approach to Linear Aerospike Nozzle Design," Journal of Propulsion and Power, Vol. 17, N° 1, 2001, PP. 13-98.
97. Francesco N. and Onofri M., "Theoretical Analysis and Engineering Modeling of Flowfields in Clustered Modules Plug Nozzle," Journal of Propulsion and Power, Vol. 15, N° 4, 1999, PP. 544-551.
98. Berman, K. and F. W. Crimp Jr., "Performance of Plug-Type Rocket Exhaust Nozzle", ARS Journal, Jan. 1961.
99. Lee, C. and Thompson D., "FORTRAN Program for Plug Nozzle Design", NASA TM X-53019, 1964.
100. Korte, J., J. Dunn, A. Salas, N. Alexandrov, W. Follett, G. Orient and A. Hadid, "Multidisciplinary Approach to Linear Aerospike Nozzle Optimization", 33rd Joint Propulsion Conference, Seattle, USA, July 1997.
101. ABDALLAH ELHIRTSI A., " Numerical Investigation of Geometry Parameters for Axisymmetric Plug Nozzle Design at High Temperature ", Journal international de la recherche et de la technologie en ingénierie. ISSN 0974-3154, Volume 12, Numéro 2 (2019), pp. 141-150 © International Research Publication House. <http://www.irphouse.com>.
102. Sakamoto, H., Takahashi M., Sasaki, M., Tomita, T., Kusaka K. and Tamura H., "An Experimental Study on a 14KN Linear Aerospike Nozzle Combustor", AIAA Paper 99- 2761, 1999.
103. Ito, T., K. Fujii and A.Koich-Hayashi, "Computations of the Axisymmetric Plug Nozzle Flow Fields", 17th AIAA Applied Aerodynamics Conference, Norfolk, USA, June 1999.

104. Bernard, E., H. H. Chen, T. Mueller and J. Garvey, "Design, Manufacturing and Test of a Plug Nozzle Rocket Engine", AIAA Paper 20024038, 2002.
105. Anon., "New Nozzle Shows Potential for Increased Efficiency", Aviation Week and Space Technology, March 31, 2003.
106. Ito, T., and Kozo Fuji, "Flow Field Analysis of the Base Region of Axisymmetric Aerospike Nozzle", AIAA-2001-1051, 2001.
107. Naghib-Lahouti, A., Nazarinia, M., and Tolouei, E., "Design and CFD Analysis of an Aerospike Nozzle to Compare Its Off-Design Performance with a Conventional Nozzle", Proceedings of IMEC2004, International Mechanical Engineering Conference, IMEC2004-FM014-CP, December 5-8, 2004, Kuwait.