

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA  
RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

**UNIVERSITE DE BLIDA  
INSTITUT D'AERONAUTIQUE**



**OPTION STRUCTURE**

**PROJET DE FIN D'ETUDE**

**RESOLUTION NUMERIQUE DE L'EQUATION DE PROPAGATION  
DE CHALEUR DANS UN BLOC DE FREIN PAR LA METHODE DES  
VOLUMES FINIS**

**PROPOSE PAR : H-BENTRAD  
PRESENTE PAR : TIR NASSIMA**

**ANNEE UNIVERSITAIRE  
2003 /2004**

# DEDICACES

- A celle que sans elle je ne serais jamais arriver à ce jour, à ma chère mère
- A mon cher père
- A mes frères : Abd-rezak, A-hafid et Walid
- A mes sœurs : Cherifa, Zakia et Salima
- A mes belles sœurs : Chahrazed et Mahdia
- A mes beaux frères : Saadi et Mourad
- Aux petits : Feryel, Amine, Nesrine, Anisse, Nawel, Marya et Sofiane
- A mon fiancé Fouad, ainsi que toute sa famille
- A mes cousins et cousines
- A mes amis : Feyrouz, Nacima, Lamia, Malya, Hanane, Assia, Fazo, Samia, Toufik, Cherif, Yacine, A-kerime, Zohire, Fares et Mouad
- A toute ma promotion 2003-2004

# REMERCIEMENTS

- Mes remerciements vont en premier lieu à monsieur BERGUEL, le directeur de notre institut
- A mon promoteur monsieur BENTRAD, pour tous ce qui m'a appris
- A monsieur HENNI, pour nous avoir permis de faire suite à son sujet
- A monsieur ISSANI, pour avoir accepté d'être membre de jury
- A TIR A-HAFID, pour tout l'aide qu'il m'a apporter
- A KAFI FOUAD, pour toute la confiance et le soutien moral qu'il m'a apporter
- A REMILI ASSIA, pour tout ce qu'elle a fait pour moi
- A tous mes professeurs
- A tous ce qui mon aider de prés ou de loin merci

# SOMMAIRE

---

## NOMENCLATURE

### INTRODUCTION 01

### THEORIE DE FREINAGE 02

1-INTRODUCTION	03
2-MOYEN DE FREINAGE	03
3-LES FREINS D'AVION	04
4-CLASSIFICATION DES FREINS	07
5-LES LIQUIDES DE FREINS	13
6-AIDES AU FREINAGE	14
7-GRANDEURS CARCTERISTIQUES DU FREINAGE	15
8-PRESENTATION DE FREIN B737-800 /NG	17
9-CARACTERISTIQUE SGENERALES DU FREIN	18

### TRANSFERT DE CHALEUR

1-INTRODUCTION	19
2-NOTIONS GENERALES	19
3-UTILISATION DES PROPRIETES THERMIQUES	21
4-DIFFERENTS MODES DE TRANSFERT	22
5-EQUATIONS GENERALES DE LA CONDUCTION	24
6-CONDUCTIONS AUX LIMITES SPATIOTEMPORELLES	27
7-CONDUCTION EN DEUX DIMENTIONS	28

---

---

## **METHODE DE RESOLUTION**

<b>1-INTRODUCTION</b>	<b>29</b>
<b>2-DIFFERENTES METHODES ANALYTIQUES</b>	<b>29</b>
<b>3-DIFFERENTES METHODES NUMERIQUES</b>	<b>31</b>
<b>4-METHODE DES VOLUMES FINIS</b>	<b>32</b>
<b>5-PRINCIPE DE LA METHODE</b>	<b>34</b>
<b>6-CONDITIONS AUX LIMITES</b>	<b>35</b>
<b>7-TRAITEMENT DU TERME SOURCE</b>	<b>36</b>
<b>8-CONDUCTIVITE A L'INTERFACE</b>	<b>36</b>
<b>9-METHODE DE RESOLUTION</b>	<b>36</b>
<b>10-PRESENTATION DU CODE DE CALCUL</b>	<b>38</b>

## **RESOLUTION DU PROBLEME**

<b>1-INTRODUCTION</b>	<b>41</b>
<b>2-PRESENTATION DU PROBLEME A ETUDIER</b>	<b>42</b>
<b>3-RESOLUTION ET DISCUSION</b>	<b>44</b>

## **CONCLUSION**

## **BIBLIOGRAPHIE**

## **ANNEXES**

- ANNEXE A : ALGORITHME TDMA**
  - ANNEXE B : ORGANIGRAMME DU CODE SIMPLER**
  - ANNEXE C : PROPRIETES THERMIQUES DES MATERIAUX**
-

# NOMENCLATURE

---

A : aire de l'interface  
a : coefficient de l'équation discrétisée  
b : terme constant dans l'équation discrétisée  
 $C_p$  : chaleur massique à pression constante [ J / Kg<sup>°K</sup> ]  
 $C_f$  : coefficient de frottement  
h : coefficient d'échange convectif [ W /m<sup>2</sup>°K ]  
k : conductivité thermique [ W /m °K ]  
p : pression [ N/ m<sup>2</sup> ]  
q : flux de chaleur [ W ]  
r : coordonnée radiale  
S : terme source  
 $S_c$  : partie constante du terme source  
 $S_p$  : partie coefficient du terme  $T_p$  du terme source  
T : température  
Z : coordonnée axiale

## Liste des indices :

0 : initiale  
1 : disque  
2 : patin  
N : nord  
S : sud  
E : est  
W : west  
P : nœud principal

---

# RESUME

En vue de résoudre les problèmes d'échauffement des freins, nous nous proposons d'étudier le comportement thermique d'un bloc de frein.

Notre étude se partage en deux parties, une partie thermique et une autre numérique, la combinaison de ces deux nous ramène d'abord à la discrétisation de l'équation de la chaleur par la méthode des volumes finis, puis de la résoudre par TDMA, en utilisant un code de calcul basé sur l'algorithme SIMPLER.

Différents cas ont été traités par simulation numérique, les résultats trouvés nous guident à faire des interprétations sur les comportements thermiques, puis sur les paramètres qui influent sur la quantité de flux de chaleur généré lors du frottement du disque et le patin.

# INTRODUCTION



## **INTRODUCTION :**

Les avions de transport sillonnent le ciel depuis longtemps, mais on cherche toujours à améliorer leurs performances avec pour objectifs une meilleure rentabilité économique et un moindre impact sur l'environnement.

Ils voleront aussi vite, mais devront aller plus loin avec plus de passagers, en consommant moins, et avec des contraintes sévères de respect de la sécurité et de l'environnement.

On entend souvent parler de pneus éclatés à l'atterrissage et on se demande c'est du à quoi, plusieurs causes sont à l'origine : un freinage trop fort, un atterrissage un peu trop brutal qui fait exploser les pneus sous la pression de l'avion et d'autre part la fiabilité du train d'atterrissage et des freins.

Tous les avions risquent de voir leurs freins chauffer en cas de roulage long qui peut même conduire à la destruction des roues et des freins, ceci est du à leur masse et à la poussée résiduelle des moteurs.

Pour répondre aux exigences citées ci dessus on se propose d'étudier le problème d'endommagement des freins qui est généralement du au surchauffe de ces derniers, donc résoudre ce problème revient à savoir déterminer le flux de chaleur qui règne dans le disque de frein afin de pouvoir le maîtriser, donc on doit connaître l'équation de la chaleur et on doit savoir la résoudre.

Il est bien connu que les méthodes utilisées en mathématiques classiques sont incapables de résoudre tous les problèmes, on ne sait pas par exemple trouver la solution analytique de certaines équations différentielles ni calculer certaines intégrales indéfinies et aussi les problèmes qui possèdent des conditions aux limites dépendantes du temps.

On remplace alors la solution mathématique exacte du problème par sa solution numérique qui, est en général, approchée. Ces méthodes permettent d'obtenir la solution du problème avec une précision désirée après un nombre fini d'opérations arithmétiques.

Dans notre cas on a choisit la méthode des volumes finis qui constitue un des piliers des méthodes utilisées couramment pour le calcul thermique, il est certain que cette méthode nécessite plus d'attention lors de la mise en œuvre en comparaison avec les méthodes analytiques, en contre partie elle présente certaines extensions comme le traitement des cas en

régime permanent aussi bien que transitoire, et aussi le passage de 1D à 2D ou même 3D.

Pour cela notre travail est organisé de la façon suivante :

Le premier chapitre est consacré à une étude bibliographique sur le freinage qui va englober tous les types, paramètres, et caractéristiques liés à cette technologie.

le deuxième chapitre sera consacré à l'étude des phénomènes de transfert de chaleur et en particulier ceux liés à la conduction.

Dans le troisième chapitre on va expliquer la méthode des volumes finis, sa mise en œuvre et son application aux équations régissant le phénomène de transfert de chaleur.

Le dernier chapitre va présenter notre travail c'est à dire la résolution de l'équation de conduction dans un bloc de frein, une présentation et une interprétation des résultats obtenus.

Et en dernier lieu, nous donnerons une conclusion générale et des suggestions concernant notre travail.

# CHAPITRE I

## Théorie de freinage

## 1 - INTRODUCTION :

L'atterrissage occupe une étape durant la phase de vol d'un avion qui ne dure pas longtemps mais qui est d'une grande importance

En réalité elle n'est pas aussi courte qu'on l'imagine, parce que le pilote doit préparer l'aéronef bien avant le touch-down, ceci revient à diminuer sa vitesse de croisière, de la ralentir au sol puis de l'arrêter.

En plus d'être vitale, la fonction "freiner" est complexe. Il faut immobiliser un avion de plusieurs centaines de tonnes à grande vitesse sur un minimum de distance en toute sécurité, efficacité et confort de freinage.

Donc le freinage consiste en réalité à absorber l'énergie cinétique d'un mobile et la transformer en énergie thermique qui va être dissipée par les disques de freins.

## 2 - MOYENS DE FREINAGE :

Les moyens disponibles ou inventés à nos jours pour freiner un objet en mouvement sont tous basés sur les principes de Newton et de la cinématique.

En effet au sol, un corps animé d'une vitesse initiale est ralenti sur une distance déterminée sous l'action d'une force de freinage opposée à son déplacement, dans un mouvement uniformément retardé.

En partant de ces bases, différents dispositifs ont été adoptés pour freiner l'avion au sol.

La mise en œuvre d'un frein est la même qu'il s'agisse d'un vélo, d'une voiture ou un avion. La roue en rotation vient se frotter sur objet solidaire à la structure du véhicule.

Cependant, le freinage est aussi réalisé pendant le vol en créant une force de traînée plus importante permettant de ralentir l'avancement de l'aéronef.

### 2-1 - Les aérofreins :

Les spoilers ou les parachutes sont destructeurs de portance, donc leur principe est la création d'une force qui s'oppose au mouvement de l'appareil afin de le ralentir.

Les spoilers situés sur la face supérieure de l'aile, pivotent vers le haut afin de favoriser la descente de l'avion et jouent le rôle de frein aérodynamique qui sert à ralentir un appareil, pour l'atterrissage ou lors des manœuvres particulières (chute d'altitude suite à un largage, attaque en piqué).

### 2-2-Les inverseurs de poussée :

Utilisés après l'atterrissage pour freiner l'avion, les inverseurs de poussées devient le flux d'air. Le système est commandé par le pilote, un verrou mécanique empêche toute manœuvre si l'avion n'est pas au sol et si les réacteurs ne sont pas au ralenti.

### 2-3-Les freins à roues :

Un frein est un transformateur d'énergie destiné à ralentir ou à arrêter le mouvement d'un engin, La roue en rotation où un objet solidaire de la roue vient frotter sur un objet solidaire de la structure du véhicule.

## 3- LES FREINS D'AVION :

En termes techniques, un frein est constitué d'un "tube de torsion" installé sur l'essieu de l'avion et d'une "couronne hydraulique". Un "puits de chaleur" est monté sur cette structure. L'ensemble se loge dans les deux demi-roues de l'avion.

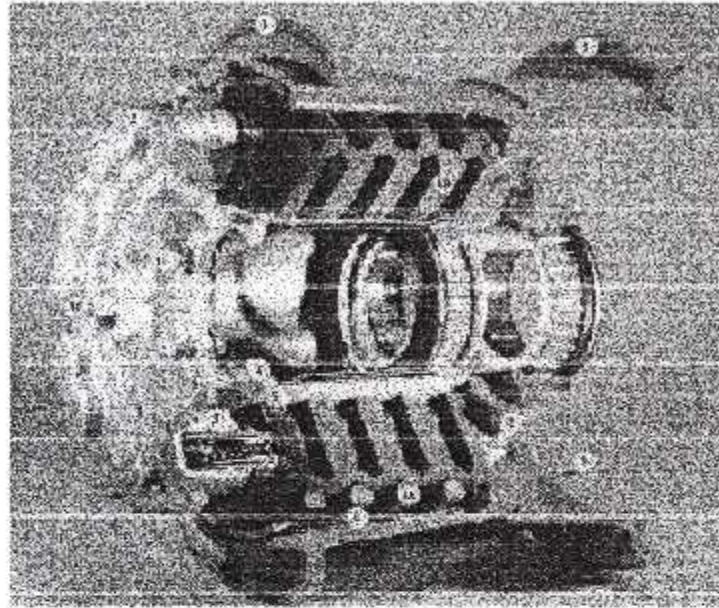


FIGURE 1-1 :VUE DE COUPE D'UN FREIN

### 3-1-Puits de chaleur :

Ce que l'on appelle "puits de chaleur", c'est l'empilement des disques, en général au nombre de huit ou dix. La moitié tourne avec la roue ce sont les rotors. L'autre moitié est fixe appelés stators. Ces derniers sont montés en alternance de manière à ce que l'énergie cinétique de l'avion est transformée en chaleur par disjonction due au frottement du disque rotor sur le disque stator ce qui fait augmenter la température dans la zone de contact des deux éléments quand un avion lancé à pleine vitesse freine, ses puits peuvent atteindre 2500 à 3000°C.

### 3-2-La couronne hydraulique :

La couronne hydraulique est une pièce en aluminium dans laquelle sont logés les pistons. Ce sont ces pistons qui, sortant de leur cavité, poussés par l'huile sous pression vont serrer les disques les uns contre les autres. En plaçant les pistons en anneau, on répartit alors l'effort de pression sur toute la surface des disques.



FIGURE 1-2 :PUITS DE CHALEUR ET COURONNE HYDRAULIQUE

**3-3-Le tube de torsion :**

Le tube de torsion est un cylindre en acier sur lequel sont fixés les stators. Il encaisse les énormes efforts de torsion qui s'exercent lorsque les rotors et les stators sont serrés les uns contre les autres. Il est solidaire de la couronne hydraulique.

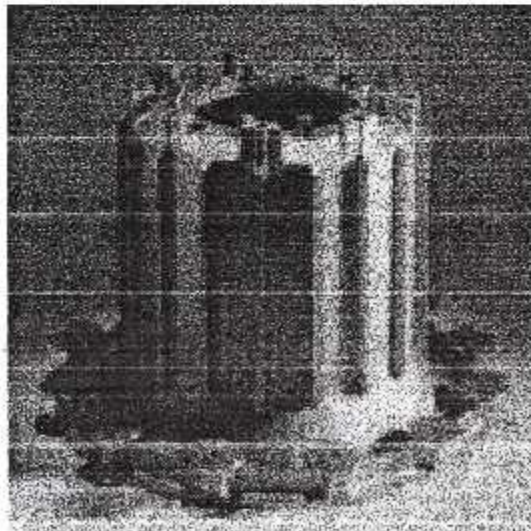


FIGURE 1-3 : TUBE DE TORSION

### 3-4-Les demi-roues :

Les roues sont constituées de deux demi-roues dissymétriques en aluminium. Un pneu d'avion étant peu déformable, il serait, en effet, impossible de le monter sur une roue entière. La plus grande demi-roue est donc glissée dans le pneu non gonflé, puis l'autre moitié est solidement vissée. Le pneu est ensuite gonflé à l'azote à une pression d'une dizaine de bars. Finalement, l'ensemble est monté sur le frein installé sur l'essieu.

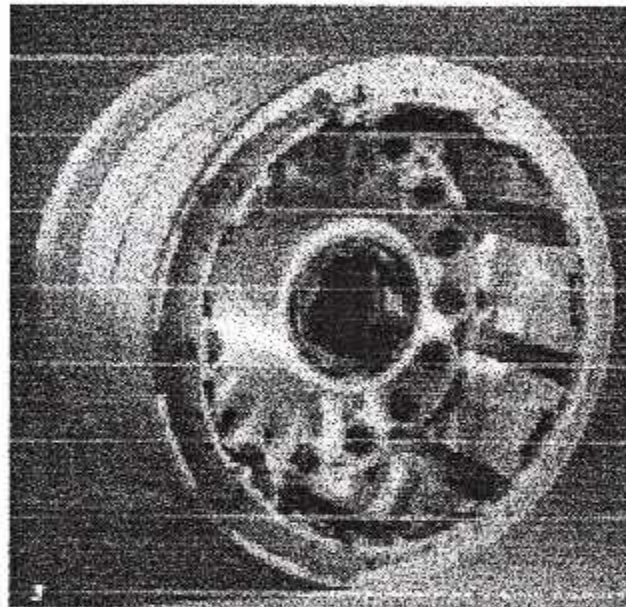


FIGURE 1-4 :LES DEMI-ROUES

### 4-CLASSIFICATION DES FREINS :

On rencontre différents types de freins adoptés selon les appareils, les besoins, les époques et les masses en jeu, ils peuvent être classés suivant la forme de l'organe de friction, suivant sa nature ou bien suivant le mode de fonctionnement :



#### 4-1- Suivant la forme de l'organe de friction :

##### ▪ Freins à disques :

Comme son nom l'indique, un frein à disque est simplement un disque (de frein) solidaire de la roue et qui se fait écraser entre deux plaquettes (solidaires du moyeu, elles sont fixes) dans le cas le plus simple.

La pièce qui porte les plaquettes de frein (composée du support et de la garniture) s'appelle l'étrier. Pour écraser les plaquettes (à l'époque en amiante) on utilise un moyen électrique ou hydraulique (le liquide de frein)

Dans cette même famille on peut trouver les freins mono-disque et les freins multi-disques.

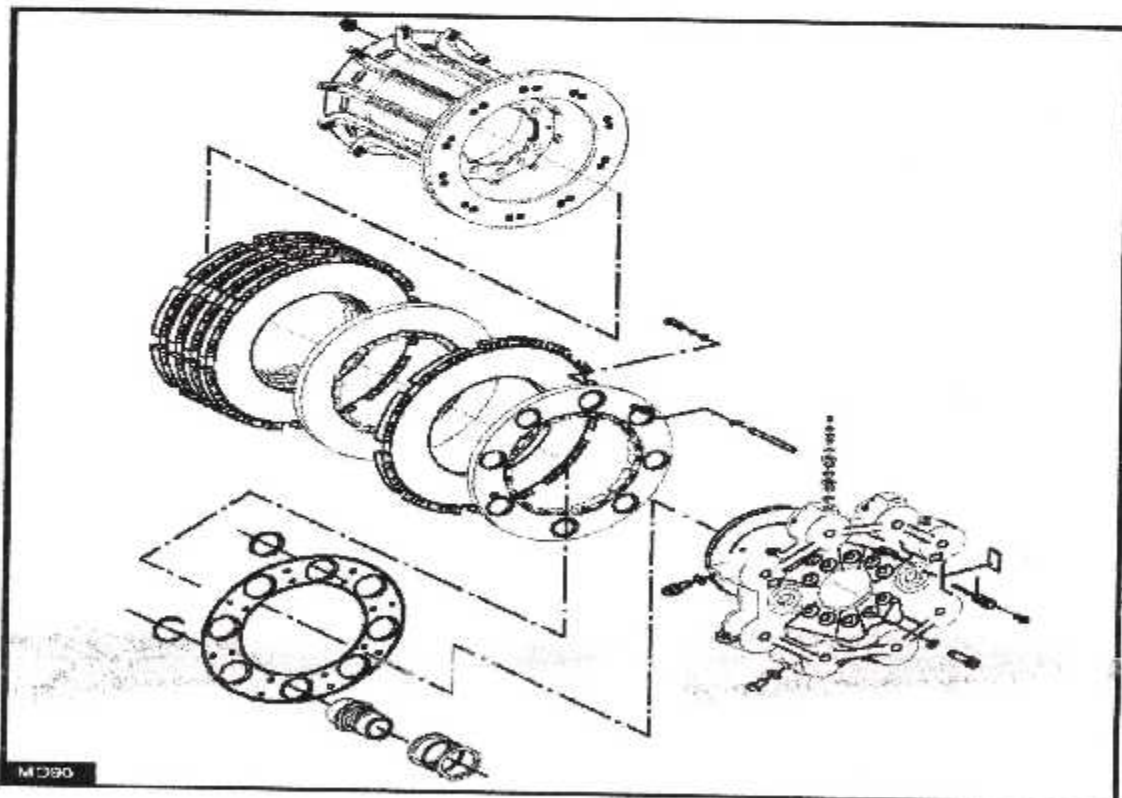


FIGURE 1-6 :FREIN MULTI-DISQUES

- Un frein à tambour :

Un frein à tambour est aussi solidaire de la roue, mais à la différence que le système est encapsulé et inaccessible. C'est tout simplement 2 mâchoires qui s'écartent, sur leur face extérieure on trouve la garniture qui vient frotter contre l'intérieur du tambour. Donc il faut un cylindre récepteur de pression qui écarte les mâchoires contre le tambour. C'est moins cher à fabriquer, ça marche moins bien et on peut beaucoup moins facilement contrôler le freinage et l'état du système.

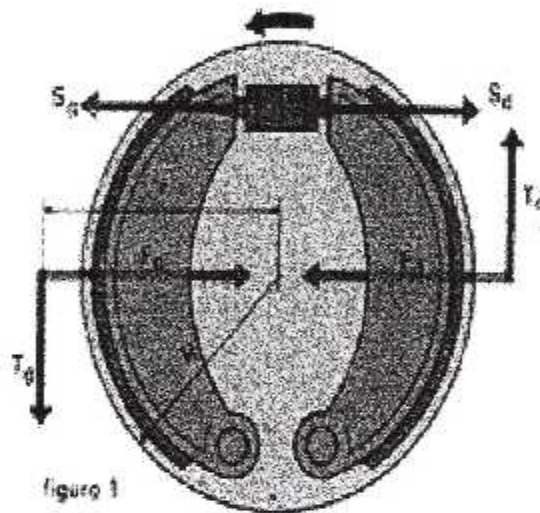


FIGURE 1-7 : FREIN A TAMBOUR

4-2-Suivant la nature de l'organe de friction :

- Freins en carbone-carbone :

En fait "carbone-carbone" c'est la matrice et les fibres, le composite carbone/carbone est parfaitement adapté à la friction et garde un niveau d'efficacité constant à chaud comme à froid, à faible comme à grande vitesse. Sa capacité d'absorption étant de deux à trois fois supérieure à celle de l'acier, on peut réaliser des économies substantielles

de matière, qui se traduisent par des gains de masse, donc de la distance franchissable supplémentaire.

Ils sont endurants et économiques, insensibles aux chocs thermiques et à la fatigue mécanique, le carbone/carbone bat tous les records d'endurance, ce qui augmente la longévité des disques de freins et réduit d'autant leur période de renouvellement. Le résultat est un coût inférieur de chaque atterrissage,

▪ **Freins en acier :**

On notera que si la tendance est évidemment aux freins carbone, plusieurs appareils sont encore équipés de freins en acier. C'est notamment le cas des avions militaires et de l'ensemble des hélicoptères. Côté avions civils, il y a de moins en moins de freins acier car ils sont remplacés par des freins carbone.

▪ **Freins céramiques :**

Au lieu d'avoir du carbone pour le disque, on a simplement de la céramique. Comme les céramiques sont souvent des matériaux réfractaires c'est meilleur pour la chaleur, mais plus difficile à usiner et ça supporte moins bien les chocs.

**4-3-Suivant le mode de fonctionnement :**

▪ **Freins hydrauliques :**

Lorsque le pilote appuie sur la pédale de frein, son ordre est traité et transmis par le système de régulation de freinage. Celui-ci impose au fluide hydraulique de pousser les pistons avec une pression bien précise. Les disques sont alors serrés plus ou moins fortement les uns contre les autres : les stators freinent les rotors et donc, la roue.

le liquide de frein est tout sauf de l'eau car l'eau deviendrait vapeur à cause de la pression. justement les liquides de freins ont la fâcheuse tendance à être hydrophiles, c'est pourquoi il faut les changer tous les 2 ans sinon on risque de freiner dans le vide...

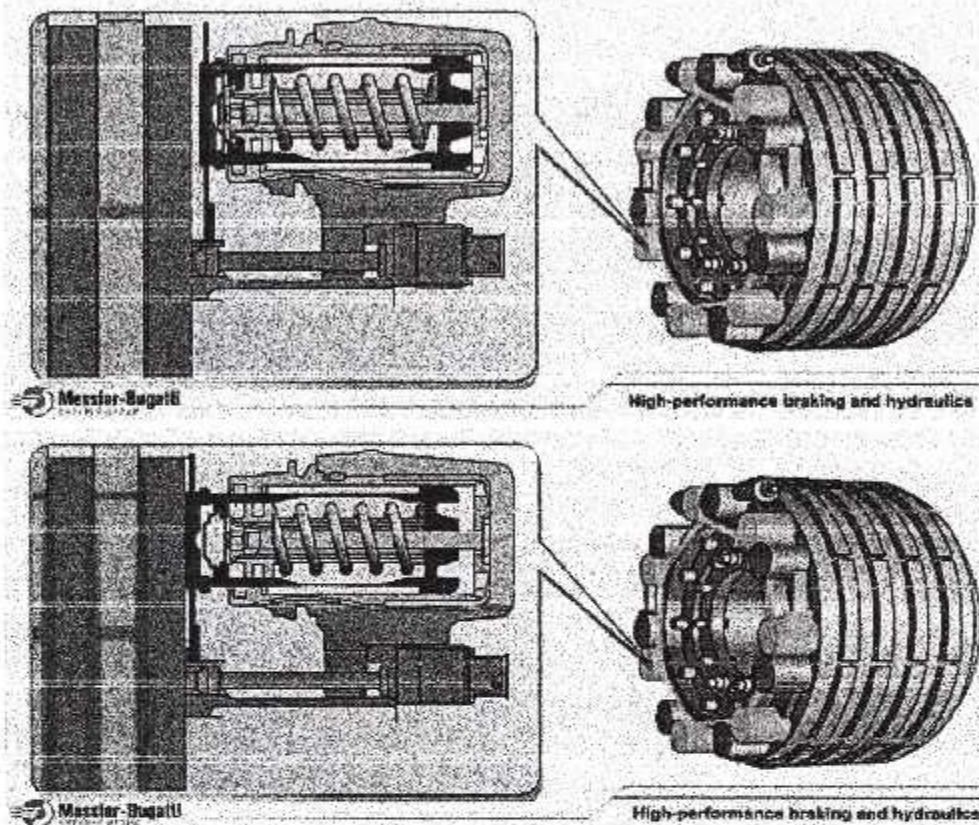


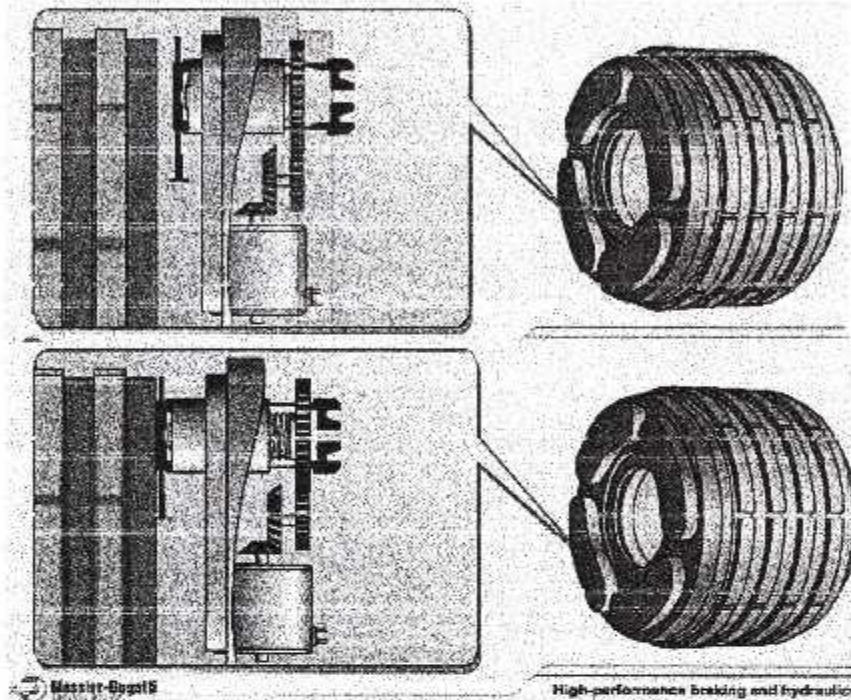
FIGURE 1-8 : FREIN HYDRAULIQUE

▪ **Freins électriques :**

Le principe est le suivant : un boîtier électronique, alimenté par le moteur de l'avion, transforme la puissance électrique de 115 V alternatif, en 270 V en courant continu. Ce boîtier pilote un moteur doublé d'un réducteur de vitesse qui vient actionner - aux bonnes vitesses et aux puissances minimales - un système vis/écrou.

Cet ensemble complexe, car dans un environnement sévère en encombrement, en vibration et en température, remplace la couronne hydraulique des freins actuels ; les vis/écrous sont les nouveaux "pistons" qui actionnent les disques carbone lors des freinages avion.

Avantages du système : suppression de l'hydraulique donc des risques de fuite ; équipements électroniques et électriques testables sans démontage, facilitant ainsi la maintenance ; temps de réponses encore plus courts ce qui augmente les performances du système de régulation de freinage.



**FIGURE 1-9 :FREIN ELECTRIQUE**

## **5-LES LIQUIDES DE FREINS :**

### **5-1-Qualité demandée :**

En général, un liquide de frein doit répondre aux exigences suivantes :

- ❖ rester liquide dans une grande plage de température ( - 40 à +200 °C )
- ❖ être compatible chimiquement avec les éléments composants le circuit de freinage
  - ❖ avoir une viscosité variant peu avec la température
  - ❖ avoir un pouvoir lubrifiant évitant l'usure des pièces en mouvement
- ❖ tolérer l'eau pour ne pas nécessiter des systèmes étanches

### 5-2-principaux types de liquides de freins :

il existe trois familles de liquides de freinage :

- ❖ Synthétiques
- ❖ Minéraux
- ❖ Silicones

### 6- AIDES AU FREINAGE :

#### 6-1-Régulation de freinage ( antiskid ) :

Cette fonction s'est rapidement avérée indispensable sur les avions à réaction pour lesquels le freinage par les roues est le principal moyen de ralentissement .

D'un simple anti-blocage, il a fallu aboutir à un vrai régulateur de freinage avec calculateur électronique, qui apporte non seulement la sécurité en évitant de bloquer les roues mais également la performance en permettant des distances de freinage les plus courtes possibles.

Il existe deux grands principes de régulation de freinage :

- ❖ Ceux basés sur la décélération de la roue. Dès que cette décélération dépasse un seuil donné, on provoque un défreinage suivi d'un freinage qui dépend en particulier de la réaccélération de la roue.
- ❖ Ceux basés sur le taux de glissement. Lorsque l'on freine une roue, il apparaît un taux de glissement du pneu sur la piste.

Ce taux augmente d'abord linéairement avec le couple de freinage puis, pour une valeur de l'ordre de 15 %, le freinage est maximum car il utilise la valeur maximale du coefficient de friction pneu-piste.

Au delà, la possibilité de freinage diminue et la roue va rapidement au blocage. Ces systèmes limitent la valeur du taux de glissement à la valeur optimale

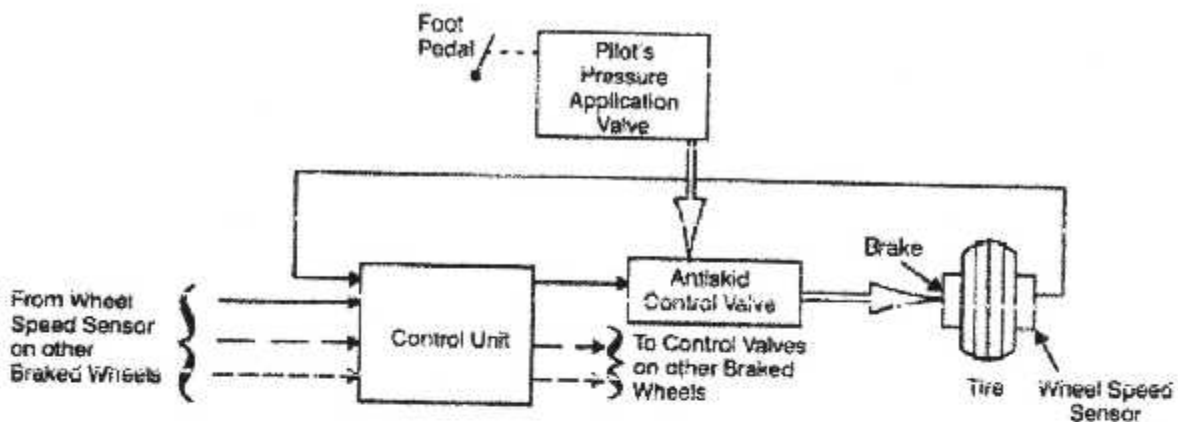


FIGURE 1-10 : INTERCONNEXION ENTRE LES DIFFERENTES PARTIES DU SYSTEME ANTISKID

### 6-2- Freinage automatique ( autobrake ) :

Cette fonction permet au pilote de choisir avant l'atterrissage le taux de décélération qu'il désire appliqué au cours de l'arrêt.

Le freinage va se déclencher dès que l'avion touche le sol, ou après un certain délai, sans intervention du pilote, ce dernier peut, toute fois reprendre le freinage à sa volonté en appuyant sur les pédales de frein. Il existe deux sortes d'autobrake :

- ❖ **Autobrake séparé** : le freinage automatique peut être indépendant du freinage normal, avec un calculateur et une hydraulique spécifique.
- ❖ **Autobrake intégré** : dans le cas d'une commande électrique de freinage, la fonction freinage automatique peut être assurée par les même composants.

### 7-GRANDEURS CARACTERISTIQUES DU FREINAGE :

Comme nous avons dit au part avant le freinage dépend de plusieurs paramètres tel que la vitesse de l'avion, son poids et la distance de la piste, donc le flux de chaleur généré à l'interface disque-patin est déterminé à partir des paramètres cinématiques.

Pour cela nous supposons que l'avion est un corps solide qui a un mouvement uniformément retardé avec une décélération « a », qu'il atterrit avec une vitesse initiale «  $V_0$  », qu'il parcourt une distance « X » pendant un temps « t », donc les équations régissant ce mouvement sont comme suite :

Nous savons que pour un mouvement uniformément varié, on a :

$$X(t) = \frac{1}{2} a \cdot t^2 + V_0 t \quad (1-1)$$

et

$$V(t) = a \cdot t + V_0 \quad (1-2)$$

puisque  $V(t) = 0$  alors le temps de freinage est :

$$t_f = -\frac{V_0}{a} \quad (1-3)$$

donc le parcours de freinage est donné par :

$$X_f = -\frac{V_0^2}{2 \cdot a} \quad (1-4)$$

enfin nous pouvons exprimer la densité de flux libérée au cours du freinage en fonction de tous les paramètres exprimés ci-dessus :

$$q' = V \cdot P \cdot C_f \quad [W/m^2] \quad (1-5)$$

Où : P représente la force de pression exercée sur le disque  $[N/m^2]$

Et :  $C_f$  le coefficient de frottement



### 8 – PRESENTATION DU FREIN B737-800/NG :

Le Boeing 737-800/NG est un avion court, à moyen courrier et qui représente la nouvelle génération de la série des 737. Le mécanisme de freinage de cet avion est installé à l'intérieur des jantes de chaque roue du train principal.

Il est généralement constitué d'un ensemble de disque, c'est à dire quatre stators et cinq rotors solidaires à la jante au moyen d'encoches coulissant sur des clavettes fixées sur la jantes. Les éléments fixes sont solidaires d'un essieu fixe au moyen d'encoches coulissants sur un tube appelé tube de torsion, sur ces éléments sont rivetés des patins en céramique.

D'une autre part, il est constitué d'une couronne hydraulique ou carter où se loge les pistons qui, une fois alimentés, assure le serrage des disques entre eux. Le frein fonctionne par un circuit hydraulique principal qui utilise comme fluide de pression le SKYDROL 500 B, ce fluide a un très faible pourcentage en eau pour éviter que les éléments de frein ne soient corrodés.

Quand les freins sont actionnés, le fluide hydraulique entre par l'orifice d'admission sous pression, il est ensuite distribué dans les six chambres de pistons, sous cette pression les pistons se déplacent pour agir sur les disques. Les rotors étant liés à la roue sont donc en rotation, et la force de serrage va progressivement les ralentir pour arrêter la rotation de la roue.

La plaque qui pousse les disques est attachée au carter par six tubes ajusteurs, chaque tube traverse un ressort appelé ressort de rappel, le déplacement des tubes de la plaque sous l'effet de la pression actionne le déplacement des tubes ajusteurs, qui vont comprimer les ressorts.

Après le freinage, les ressorts de rappel vont se détendre et remettre les tubes ajusteurs et la plaque à leur position initiale et permettre à la roue de tourner librement.

**9- CARACTERISTIQUES GENERALES DU FREIN :**

le frein du B737-800/NG présente les caractéristiques suivantes :

**Disque :** [10]

- acier dur à 0,1% C
- la conductivité thermique  $k_1 = 46 \text{ W/m } ^\circ\text{K}$
- la chaleur spécifique  $C_1 = 0,25 \cdot 10^{+3} \text{ J /Kg } ^\circ\text{K}$
- masse volumique  $\rho_1 = 8000 \text{ Kg / m}^3$
- la diffusivité thermique  $\alpha_1 = 0,12 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$
- l'effusivité thermique  $b_1 = 138 \cdot 10^{+4} \text{ J /m}^2\text{ } ^\circ\text{K s}^{1/2}$
- l'épaisseur du disque  $2L = 0,017 \text{ m}$
- la section du disque  $A_1 = 0,07237 \text{ m}^2$

**Patin :**

- patin céramétique ( Alumine =  $\text{AL}_2\text{O}_3$  )
- la conductivité thermique  $k_2 = 5,3 \text{ W/m } ^\circ\text{K}$
- la chaleur spécifique  $C_2 = 1200 \text{ J /Kg } ^\circ\text{K}$
- masse volumique  $\rho_2 = 3900 \text{ Kg / m}^3$
- la diffusivité thermique  $\alpha_2 = 0,112 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$
- l'effusivité thermique  $b_2 = 4980,361 \text{ J /m}^2\text{ } ^\circ\text{K s}^{1/2}$
- la section des patins  $A_2 = 0,07182 \text{ m}^2$
- la température de fusion  $T_{\text{fusion}} = 2250 \text{ } ^\circ\text{C} = 2523 \text{ } ^\circ\text{K}$

**Autres caractéristiques :** [11] [12]

- la pression moyenne  $P = 1750 \text{ psi} = 122,5 \text{ bar}$
- la section des six pistons  $S_p = 0,00912 \text{ m}^2$
- la décélération  $a = -4 \text{ m/s}^2$
- le temps de freinage  $t_f = 29 \text{ s}$
- le coefficient de frottement  $C_f = 0,21$
- la température initiale  $T_0 = 20 \text{ } ^\circ\text{C} = 293,15 \text{ } ^\circ\text{K}$

# CHAPITRE 2

## Transfert de chaleur

**1-INTRODUCTION :**

Le transfert de chaleur est un processus physique par lequel l'énergie est échangée sous forme de chaleur entre deux corps ou deux milieux portés à des températures différentes.

L'étude des phénomènes liée au transfert de chaleur ne peut se faire sans intervention des propriétés thermiques, ces derniers regroupent les paramètres caractérisant le comportement des matériaux vis-à-vis de la chaleur, qui est la principale forme d'énergie dans la nature. Il existe des lois physiques régissant ce comportement et qui sont appelées les équations de chaleur.

**2- NOTIONS GENERALES :**

Afin de pouvoir maîtriser les lois régissant le transfert de chaleur on doit connaître quelques notions de base dont on cite les suivants :

**2-1-Flux thermique :**

Le flux thermique  $q$  à travers une surface  $A$  est la quantité de chaleur  $Q$  qui traverse la surface pendant l'unité de temps.

$$q = \frac{dQ}{dt} [W] \quad (2-1)$$

**2-2-Densité de flux thermique :**

La densité de flux  $q'$  c'est la quantité de chaleur  $Q$  qui traverse la surface unité pendant l'unité de temps, autrement dit c'est le flux thermique  $q$  par unité de surface  $A$ .

$$q' = \frac{dQ}{A \cdot dt} = \frac{q}{A} [W / m^2] \quad (2-2)$$

La densité de flux  $q'$  caractérise en chaque point  $M$  du milieu la direction, le sens et l'intensité du flux thermique, l'ensemble des  $q'$  constitue un champ de vecteurs analogue aux autres champs physiques : électrique, force...

**2-3-Conductivité thermique :**

La conductivité thermique  $K$  du matériau est propriété thermique qui représente la vitesse à laquelle la température s'uniformise dans le barreau. En général la conductivité est une fonction de plusieurs paramètres :

$$K = f(X, Y, Z, T) \text{ et Pour un milieu homogène } K = f(T) [W / m.K]$$

On peut citer quelques exemples de conductivité :

CORPS	CONDUCTIVITE $K [W / m.K]$
Métaux purs	40 à 400
Alliages métalliques	10 à 100
Matériaux non métalliques	0.1 à 15
Solides isolants	0.02 à 0.2
Liquides non métalliques	0.08 à 0.6
Gaz pression atmosphérique	0.006 à 0.2

**2-4-Diffusivité thermique :**

La conductivité thermique est difficilement accessible directement. On mesurera plutôt la diffusivité thermique  $\alpha$  qui représente la capacité d'un échantillon à transmettre la chaleur plutôt qu'à l'absorber. La diffusivité s'exprime comme le rapport de la conductivité par le produit de la masse volumique et de la capacité calorifique.

Après avoir mesuré la masse volumique, la capacité calorifique et la diffusivité, on peut calculer la conductivité.

$$\alpha = \frac{K}{\rho C} \quad (2-3)$$

### 2-5-Conductance d'interface :

La conductance d'interface  $h$  représente la puissance thermique échangée par unité de surface et par degré de température de différence. La conductance d'interface dépend principalement des propriétés du fluide.

### 2-6-Emmissivité :

Cette propriété de la surface d'un corps exprime la capacité à absorber et à émettre de l'énergie. Plus une surface est noire et mate plus son émissivité est élevée. A l'inverse, une surface brillante et réfléchissante aura une faible émissivité et un coefficient de réflexion élevé.

### 2-7-Capacité calorifique :

La capacité calorifique  $C$  représente la quantité de chaleur à fournir à 1Kg de matière pour élever sa température de 1K.

## 3-UTILISATION DES PROPRIETES THERMIQUES :

Une fois les propriétés thermiques des matériaux connues, l'ingénieur va pouvoir modéliser le comportement de ce matériau dans toutes les situations. Cela va de la mise à forme du matériau à haute température à son comportement lors de l'utilisation à haute température.

Dans la majorité des procédés industriels, l'énergie joue un rôle primordial. Les matériaux sont soumis à l'influence de toutes formes d'énergie possible : électrique (fils conducteurs d'une ligne haute tension) ; électromagnétique (antenne GSM), thermique (paroi d'un four), chimique (chambre de combustion), nucléaire (gaine de combustible dans les réacteurs nucléaires), solaire (capteurs photovoltaïques), en outre, certaines applications industrielles requièrent des températures de plus en plus élevées. On a alors développé des matériaux spécifiques pour les hautes températures.

On a vu que les propriétés thermiques des matériaux sont influencées par la température. Il en est de même des propriétés mécaniques, qui diminuent avec la température. Cette diminution est due à l'écartement des atomes sous l'effet de la température et de la dilatation. En outre, au-delà d'une température de l'ordre de la moitié de la température absolue de fusion, on voit apparaître le fluage. Le fluage est caractéristique d'une augmentation des déformations au cours du temps sous contrainte constante.

#### 4-DIFFERENTS MODES DE TRANSFERT :

La chaleur peut être transmise par conduction, convection ou par rayonnement, Bien que les trois processus puissent avoir lieu simultanément.

##### 4-1-La conduction :

C'est le mode de transfert de chaleur dans un solide. La première équation de la chaleur permet de calculer le flux de chaleur  $q$  qui traverse un solide dont la température n'est pas constante. Un exemple simple est celui d'un barreau de longueur  $L$  et de section  $A$  dont on chauffe une extrémité à une température  $T1$  supérieure au reste du barreau qui est à température  $T2$ .

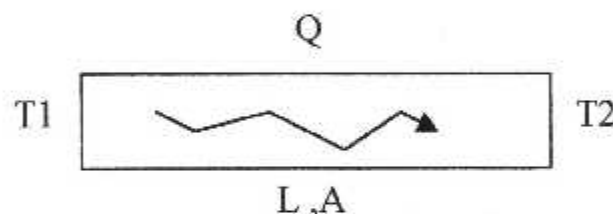


FIGURE 2-1 : CONDUCTION D'UN MATERIAU

Naturellement, la température va s'homogénéiser par l'apparition d'un flux de chaleur  $q$  de la zone chaude vers la zone froide. L'équation du flux de chaleur constitue la Première équation de la chaleur :

$$q = KA \frac{T1 - T2}{L} \quad (2-4)$$

On peut classer les matériaux en deux grandes catégories vis-à-vis de la conduction de chaleur : les conducteurs et les isolants. La plupart des métaux (acier, cuivre, aluminium, or, argent, etc.) sont des conducteurs et cette propriété est utilisée dans les systèmes thermiques : échangeurs de chaleur (par exemple les tubes de chaudière) ou systèmes de refroidissement (par exemple les ailettes sur un microprocesseur).

A l'inverse, les matériaux céramiques (brique, verre, porcelaine, etc.) sont généralement isolants et leurs propriétés sont utilisées pour empêcher les déperditions d'énergie : isolation des maisons ou des systèmes de production d'énergie (par exemple dans les grosses chaudières

ou les fours industriels, ...). Enfin, les matériaux polymères ou plastiques peuvent être au choix conducteurs ou isolants.

La première équation de la chaleur nous permet de calculer le flux de chaleur généré dans un barreau sous l'effet d'une différence de température. Ce dont les ingénieurs ont besoin, c'est de connaître la température de barreau en tout point et à chaque instant. L'évolution au cours du temps de la température d'un solide est donnée par la Deuxième équation de la chaleur :

$$\rho C \frac{\Delta T}{\Delta t} = K \frac{d^2 T}{dx^2} \quad (2-5)$$

Qui fait intervenir la conductivité  $K$ , la masse spécifique  $\rho$  et la capacité calorifique  $C$ .

#### 4-2-La convection :

C'est le mode de transfert de chaleur par un fluide. Lorsqu'un fluide de température  $T_1$  est placé en contact avec une surface  $A$  de température  $T_2$ , il se crée un flux de chaleur  $q$  de la zone chaude vers la zone froide qui est donné par la troisième équation de la chaleur :

$$q = h.A.(T_1 - T_2) \quad (2-6)$$

Qui fait intervenir la conductance d'interface  $h$  entre le fluide et la paroi.

#### 4-3-Le rayonnement :

Ce mode de transfert n'utilise aucun milieu matériel. C'est de cette façon que la chaleur émise par le soleil arrive jusqu'à nous à travers le vide spatial. Il s'agit de l'émission d'un rayonnement de longueur d'onde variable, qui parfois se marque dans le visible : quand un objet est chauffé au rouge, c'est qu'il rayonne dans la longueur d'onde du rouge (600nm).

Quelle que soit leur température, tous les corps émettent un rayonnement plus ou moins intense. La loi de Stefan-Boltzmann donne le flux du rayonnement en fonction de la température absolue  $T$  du corps Quatrième équation de la chaleur :

$$q = \sigma T^4 \quad (2-7)$$

Qui fait intervenir  $\sigma$  la constante de Stefan BOLTZMAN.



**5-EQUATIONS GENERALES DE LA CONDUCTION :**

Il existe plusieurs lois qui permettent de calculer le flux ou la température générés lors d'un phénomène de transfert de chaleur par conduction parmi ces lois la loi de FOURIER, qui représente la loi la plus simple et la plus importante.

La loi de FOURIER stipule qu'il existe une relation linéaire entre la densité de flux et le gradient de température, dans le cas isotrope, la densité de flux est proportionnelle au gradient de température.

$$q' = - K . grad T \quad (2-8)$$

Nous pouvons écrire l'équation de la chaleur ayant traversé la surface  $dA$  pendant l'intervalle de temps  $dt$  comme suite :

$$dq = - K . grad T . n . dA . dt \quad (2-9)$$

donc:

$$dq = -K \frac{\partial T}{\partial n} dA dt \quad (2-10)$$

avec  $n$ : coordonnées du point

**5-1-Bilan d'énergie :**

Considérant un volume fixe de l'espace, on suppose que le volume de contrôle est traversé par une certaine quantité de chaleur, et on suppose aussi l'existence d'une source de chaleur interne, donc on peut écrire le bilan d'énergie comme suit :

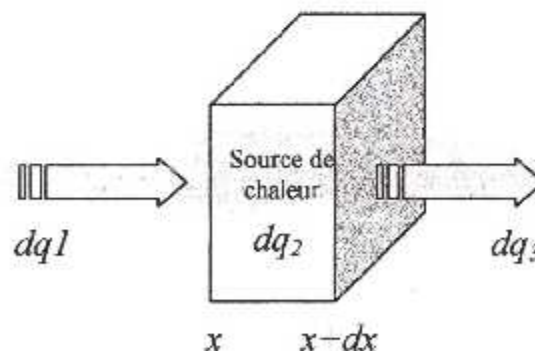


FIGURE 2-2: BILAN D'ENERGIE.

- La quantité de chaleur pénétrant dans le volume  $dq_1$  :

$$dq_1 = K \cdot \text{grad}T \cdot n \cdot dA \cdot dt \quad (2-11)$$

donc :

$$q_1 = \int_S K \cdot \text{grad}T \cdot n \cdot dt \cdot dA \quad (2-12)$$

- La quantité de chaleur créée dans le volume  $dq_2$  :

$$dq_2 = S(X, Y, Z, t) dV dt \quad (2-13)$$

donc :

$$q_2 = \int_V S(X, Y, Z, t) dV dt \quad (2-14)$$

- L'énergie potentielle  $dq_3$  c'est à dire la quantité de chaleur nécessaire à la variation de la température  $dT$  du volume :

$$dq_3 = \rho C \frac{\partial T}{\partial t} dV dt \quad (2-15)$$

donc :

$$q_3 = \int_V \rho C \frac{\partial T}{\partial t} dV dt \quad (2-16)$$

Donc on peut écrire :

$$q_1 + q_2 = q_3 \quad (2-17)$$

Après injection des formules ( 2-12 ), ( 2-14 ) et ( 2-16 ) dans l'équation ( 2-17 ) on obtient :

$$\text{div}(K \cdot \text{grad}T) + S = \rho C \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2-18)$$

### 5-2- Systèmes de coordonnées :

- Coordonnées cartésiennes :

On a :

$$\Delta T = \frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Z^2}$$

Donc :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Z^2} - \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{S}{K} = 0 \quad (2-19)$$

• Coordonnées cylindriques :

On a :

$$\Delta T = \frac{\partial^2 T}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T}{\partial R} + \frac{\partial^2 T}{\partial Z^2}$$

Donc :

$$S + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (KR \frac{\partial T}{\partial R}) + \frac{\partial}{\partial Z} (K \frac{\partial T}{\partial Z}) = \rho C P \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2-20)$$

• Coordonnées sphériques :

On a :

$$\Delta T = \frac{\partial^2 T}{\partial R^2} + \frac{2}{R} \frac{\partial T}{\partial R}$$

Donc :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial R^2} + \frac{2}{R} \frac{\partial T}{\partial R} - \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{S}{K} = 0 \quad (2-21)$$

5-3-Cas particuliers de l'équation de chaleur :

• La conductivité thermique ne dépend que de la température (milieu homogène) :

$$K \Delta T + \frac{dK}{dT} (\text{grad} T)^2 + S = \rho C \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2-22)$$

• Milieu homogène, conductivité indépendante de la température :

$$K \Delta T + S = \rho C \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2-23)$$

• Milieu homogène, conductivité indépendante de la température, pas de source de chaleur :

$$\Delta T = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{équation de FOURIER}) \quad (2-24)$$

avec :  $\alpha = \frac{K}{\rho C}$  ( diffusivité thermique )

- Milieu homogène, conductivité indépendante de la température, régime permanent :

$$K\Delta T + S = 0 \quad (\text{équation de LAPLACE}) \quad (2-25)$$

- Milieu homogène, conductivité indépendante de la température, régime permanent, pas de source :

$$\Delta T = 0 \quad (2-26)$$

### 6- CONDITIONS AUX LIMITES SPATIOTEMPORELLES :

L'équation générale de la chaleur est une équation aux dérivées partielles du second ordre en espace et du premier ordre en temps, elle admet en principe une infinité de solutions. Pour que le problème aie une solution unique, il est nécessaire de connaître la répartition des températures en tous points de l'espace à un temps pris pour origine et les lois de variations de la température sur les frontières du domaine étudié.

#### 6-1-Condition initiale :

C'est la distribution de la température à  $t = 0$

$$T(x, y, z, 0) = T_0(x, y, z)$$

#### 6-2-Conditions aux limites :

- Température imposée ( problème de DIRICHLET ) :

$$T_S = f(M_S, t)$$

- Densité de flux imposée ( problème de NEUMAN ) :

$$-K \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right)_S = f(M_S, t)$$

- Transfert linéaire ( problème de FOURIER ) :

$$-K \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right)_S = h(T_S - T_\infty)$$

avec :  $M_S$  un point de la surface du système

$T_\infty$  température de référence du milieu extérieur

### **7-CONDUCTION EN DEUX DIMENSIONS :**

Dans le cas de la conduction en deux dimensions il existe deux approches radicalement différentes :

❖ Soit on cherche une solution approchée, Par une analyse physique on va réduire le nombre de dimensions d'espace du point pour en faire un problème globalement unidimensionnel.

❖ Soit on cherche la solution la plus précise possible, en faisant appel aux méthodes générales de résolution d'équations aux dérivées partielles .

# CHAPITRE 3

## Méthode de résolution

## 1-INTRODUCTION :

Globalement nous pouvons diviser les méthodes de résolution en deux groupes, dans le premier nous trouvons les méthodes de résolution analytiques qui ne peuvent être utilisées que pour des problèmes linéaires à géométrie simple dont on cite les suivants :

- Séparation de variables
- Théorème de DUHAMEL
- Transformation de LAPLACE

Dans le second cas, nous trouvons les méthodes de résolution numériques. Durant ces dernières décennies, plusieurs méthodes numériques ont été développées pour la résolution des équations aux dérivées partielles rencontrées dans le domaine de la transmission de la chaleur, dont on cite les suivants :

- La méthode des différences finies
- La méthode des volumes finis
- La méthode des éléments finis

## 2- DIFFERENTES METHODES ANALYTIQUES :

### 2-1-Transformation de Laplace :

cette technique permet de résoudre le problème grâce à l'emploi des tables de transformées de Laplace, donc l'intérêt de cette technique est de ramener une équation aux dérivées partielles à une équation simplement différentielle, plus facile à résoudre, et enfin à partir de la solution transformée, on parvient à la solution originale à l'aide de la transformation inverse.

### 2-2-Separation de variables :

dans cette méthode on cherche une solution particulière, à variables séparées, c'est à dire comme un produit de fonctions d'une seule variable seulement, donc à partir d'une équation aux dérivées partielles on arrive à deux équations différentielles plus faciles à résoudre.

### 2-3- Théorème de DUHAMEL : [2]

Ce théorème est utilisé dans les problèmes de chaleur dans les quels les conditions aux limites sont dépendantes du temps ou d'un terme source variable dans le temps.

Le théorème de DUHAMEL fournit une approche convenable pour développer une solution  $T$  aux problèmes de la conduction de la chaleur avec des conditions aux limites dépendantes du temps, en utilisant la solution  $\Phi$  du même problème avec des conditions aux limites indépendantes du temps, supposons que nous ayons obtenu la solution  $\Phi$  du problème auxiliaire pour lequel nous connaissons des techniques de résolution, ce théorème affirme que la solution  $T$  du problème général est liée à la solution  $\Phi$  du problème auxiliaire par une relation intégrale.

La méthode utilisant le théorème de DUHAMEL, donne un avantage par rapport aux autres méthodes, mais elle nécessite des connaissances approfondis en outil mathématique, et son application est limitée aux problèmes linéaires car elle est basée sur le principe de superposition.

D'autre part l'application de cette technique impose certaines hypothèses comme :

- La propagation de la chaleur est unidirectionnelle
- Il n'y a pas de sources internes
- La conductivité thermique du matériau du disque est constante
- La résistance de contact est négligeable
- Le régime permanent n'est pas établi pendant la période de freinage
- Il n'y a pas d'échange convectif avec le milieu extérieur
- La température initiale du disque est uniforme

Certaines hypothèses sont réelles, par contre l'application de quelques unes ne reflètent pas le comportement concret de la structure et va conduire à la négligence de certain paramètres qui sont d'une grande importance.

En réalité le problème de conduction dans le bloc de frein n'est pas unidirectionnel, car le flux de chaleur change suivant l'axe de la roue, elle est maximale à l'interface frottante et elle diminue tout en s'approchant du centre du disque, d'autre part elle varie suivant le rayon du disque, car le flux de chaleur est fonction de la vitesse qui est elle même fonction du rayon.



Et d'autre part la conductivité thermique du matériau du disque n'est pas constante, mais elle varie en fonction de la température.

Donc nous pouvons dire que l'application du théorème de DUHAMEL conduit à une étude simplifiée du problème et donne de bons résultats, mais la précision de ces derniers reste désirable et peut être améliorée en prenant en compte tous les paramètres nécessaires, ce qui fait appel aux méthodes numériques qui représentent un outil plus au moins facile à manipuler, et dont la précision peut généralement s'améliorer au prix d'un effort de calcul plus important.

### **3-DIFFERENTES METHODES NUMERIQUES :**

Depuis une vingtaine d'années, la puissance croissante des ordinateurs a permis d'aborder, puis de résoudre complètement des problèmes de plus en plus nombreux et de plus en plus difficiles, par leur complexité propre et par le nombre d'informations à traiter.

Les méthodes numériques ont donc les caractéristiques suivantes :

- Elles peuvent remplacer les méthodes analytiques quand celles-ci font défaut ou qu'elles sont de mise en œuvre trop complexe.
- Elles conduisent à une approximation de la solution, la précision pouvant généralement s'améliorer au prix d'un effort de calcul plus important.
- Elles sont directement adaptables sur ordinateur, mais elles peuvent parfois échouer.

La nature du problème à traiter conduit au choix de la méthode numérique à adopter. La méthode des éléments finis est recommandée pour la résolution des problèmes de géométrie complexes, alors que la méthode des différences finies s'adapte mieux aux cas de problèmes simples, vu la facilité de sa mise en œuvre.

La méthode décrite dans ce chapitre ressemble à celle des différences finies, mais a bien des idées typiques à la méthode des éléments finis, c'est celle de volumes finis.

Le choix de cette méthode pour résoudre l'équation présentée précédemment a été motivée parce que les équations discrétisées obtenues par cette méthode reflètent une signification physique claire et la solution obtenue donne toujours un parfait équilibre (d'énergie, de masse...), ce qui n'est pas toujours le cas pour les autres méthodes.

### 3-1-Méthodes des différences finies :

Les équations du problème continu sont prises sous la forme d'équations aux dérivées partielles. Le domaine  $D$  est discrétisé par un ensemble de points «nœuds» définis en général par les intersections de familles de lignes ou de surfaces qui constituent un maillage.

Les inconnues sont les valeurs de  $\Phi$  aux nœuds, la dépendance de  $\Phi$  par rapport à  $X$  n'est pas donnée explicitement; elle résulte implicitement (sans d'ailleurs être unique) des formules aux différences finies utilisées pour représenter les dérivées de  $\Phi$  aux nœuds, formules déduites de développements en série de Taylor. Sauf cas spéciaux, on peut considérer que  $\Phi$  est un polynôme en  $X$  continu et dérivable par morceaux.

### 3-2-Méthode des éléments finis:

On découpe une structure en élément de forme donnée : triangle, quadrilatère, tétraèdre... Puis on cherche des solutions comme une C.L. de fonctions données sur chaque élément et non plus sur la structure complète. La méthode par éléments finis correspond donc à une méthode par morceau. L'ensemble de tous les éléments constitue le maillage.

### 4-METHODE DES VOLUMES FINIS :

La méthode des volumes de contrôle a été développée par Spalding et Patankar, Sa grande simplicité de mise en œuvre a fait qu'elle a connu un essor fulgurant depuis les années 1970-1980. Elle est à l'origine de la majorité des codes de calculs en géométrie cartésienne (Fluent, Phoenix...).

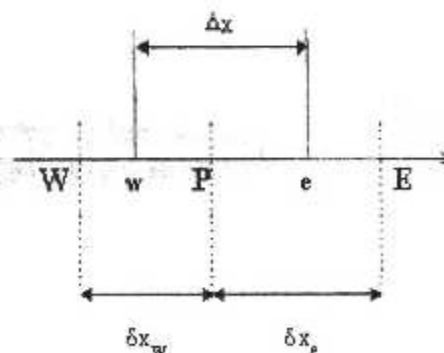


FIGURE 3-1 : MAILLAGE UNIDIRECTIONNEL.

Le domaine est d'abord discrétisé à l'aide d'une grille unidimensionnelle (uniforme ou non) orientée positivement vers la droite. Pour écrire le schéma de discrétisation en un point  $P$ , nous désignerons par  $E$  et  $W$  les nœuds situés immédiatement à sa droite et à sa gauche (fig 3-1). Le " volume " de contrôle centré en  $P$  a donc ici pour dimension  $\Delta x$ . Nous désignerons enfin les points situés aux limites de ce volume par  $w$  et  $e$  respectivement

Le principe de la méthode des volumes finis consiste à intégrer l'équation à résoudre sur chacun des volumes de contrôle.

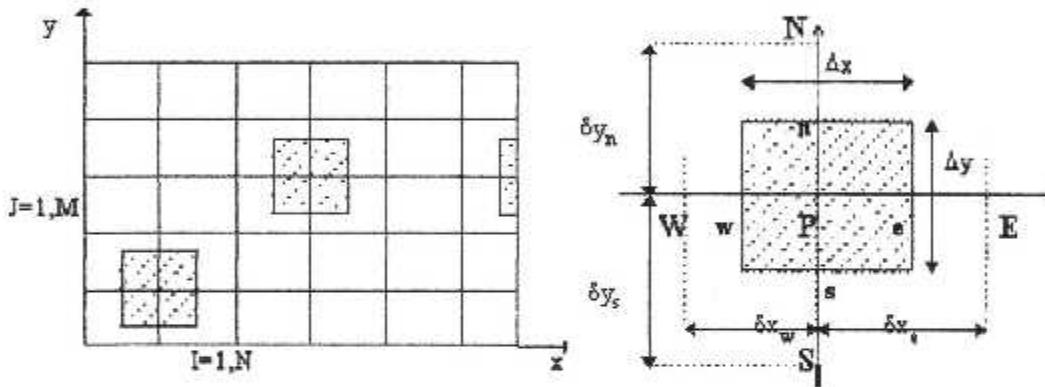


FIGURE 3-2 : MAILLAGE BIDIMENSIONNEL.

Sur un domaine bidimensionnel discrétisé de façon cartésienne, les volumes finis de surface  $\Delta x \Delta y$  ont l'allure de la figure 3-2. Le point  $P$  a maintenant 4 voisins suivant les 4 points cardinaux :  $E, W, N, S$ .

Les conditions aux limites sont introduites soit directement dans le système obtenu ou nécessitent un traitement particulier qui consiste à intégrer l'équation sur les volumes finis situés sur les frontières. On obtient ainsi des équations algébriques supplémentaires qui s'ajoutent aux équations algébriques déterminées sur les nœuds intérieurs du domaine pour former le système final à résoudre.

Le système d'équation algébrique est obtenu à partir de l'équation aux dérivées partielles de départ, dont nous appellerons  $\Phi$  l'inconnu (pour notre cas c'est la température).

Nous sommes donc amenés, pour obtenir un système discrétisé, à subdiviser le domaine d'étude. C'est cette discrétisation de l'espace et du temps, associée à la façon de prendre en compte les variations de  $\Phi$  entre deux points de maillage, qui permet de passer d'une équation aux dérivées partielles à un système d'équations algébriques.

La méthode consiste à déterminer alors la grandeur recherchée pour un nombre fini de points de l'espace étudié.

### 5-PRINCIPE DE LA METHODE :

Dans son ensemble, la méthode des volumes finis consiste à définir à l'intérieur du domaine de calcul une grille de points appelés nœuds. Chaque nœud se trouve entouré par un volume élémentaire (volume de contrôle ou volume fini) sur lequel on va intégrer l'équation différentielle. Pour deux points voisins, les volumes de contrôle respectifs doivent posséder un côté commun appelé interface, ce qui va permettre la mise en évidence des propriétés de conservation des flux locaux et globaux.

Dans la méthode des volumes finis il faut d'abord discrétiser le domaine, c'est à dire mettre en place les réseaux de points ou maillage, et leurs volumes de contrôle associés, pour cela il existe deux choix :

#### 5-1-Choix du maillage A :

Ce choix consiste à définir d'abord la grille de points, et de placer ensuite les faces des volumes de contrôles à mi-distance de deux nœuds consécutifs. Ceci donne des volumes de contrôles réguliers autour des points internes du maillage, et des demi-volumes près des frontières.

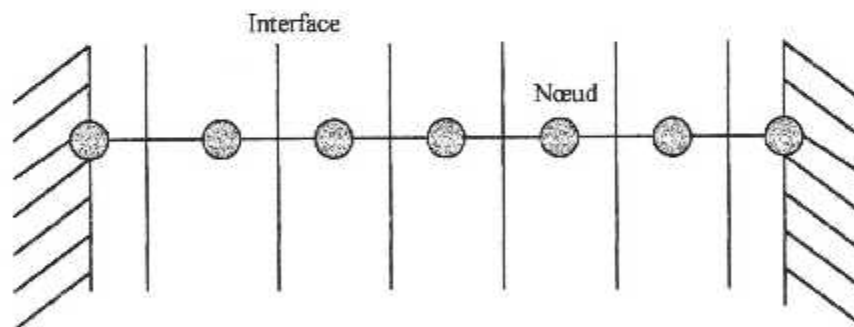


FIGURE 3-3 : MAILLAGE DU TYPE A .

#### 5-2-Choix du maillage B :

Dans ce cas les points du maillage seront placés au centre du volume de contrôle, nous devons d'abord placer le volume de contrôle puis le maillage. Dans ce choix les volumes de contrôle remplissent tout l'espace, puis nous plaçons les points du maillage et nous prenons les points sur les limites en les rajoutant, nous considérons que nous avons des

volumes de dimensions nulles et nous pouvons utiliser directement la valeur de la température en ce point ou le flux de chaleur.

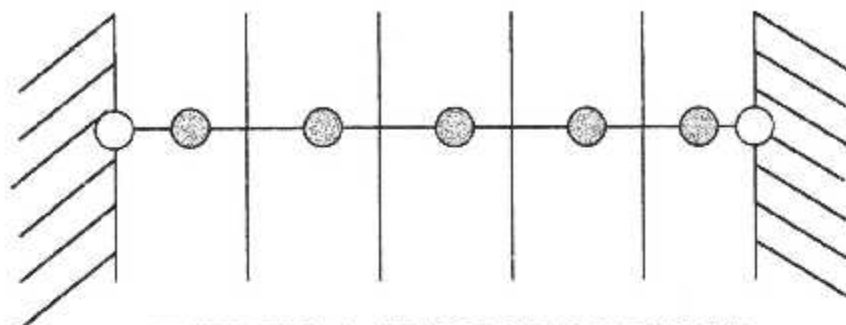
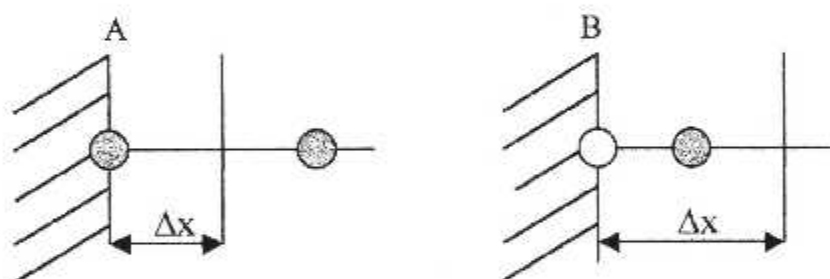


FIGURE 3-4 : MAILLGE DU TYPE B.

### 6- CONDITIONS AUX LIMITES :

soient A et B les points aux limites, les équations en ces deux points doivent être traitées à part car se sont des cas particuliers, ils dépendent des conditions aux limites et du choix du maillage.



- Maillage A -

- Maillage B -

FIGURE 3-5 : CONDITION AUX LIMITES.

En générale, trois types de condition peuvent être rencontrés :

- La température est donnée au bord
- Le flux de température est donné
- Le flux est donné à partir d'un coefficient de transfert

Pour les deux derniers cas il faut trouver une équation supplémentaire permettant de donner la température en ces points, grâce à l'intégration de l'équation différentielle sur le demi volume de contrôle adjacent au bord.

### 7-TRAITEMENT DU TERME SOURCE :

L'équation discrétisée est une équation algébrique linéaire, pour la résoudre on fait appel aux méthodes de résolution des systèmes algébriques, cependant quand le terme source dépend de la température, on se heurte souvent à des cas de non-linéarité, nous devons donc exprimer cette dépendance sous forme linéaire :

$$S = S_c + S_p T_p \quad (3-1)$$

Tout en spécifiant les valeurs de  $S_c$  et  $S_p$  qui peuvent être eux même des fonctions de la variable  $T$ .

### 8-CONDUCTIVITE A L'INTERFACES :

Il arrive souvent que  $K$  varie avec les coordonnées en raison notamment de la variation de la température.

Comme il est pratiquement impossible d'avoir une relation mathématique entre  $K$  et les coordonnées, donc la conductivité à l'interface est calculée par une moyenne harmonique entre deux points voisins dans une direction donnée.

$$K_e = \frac{2K_P \times K_E}{K_P + K_E} \quad (3-2)$$

### 9- METHODE DE RESOLUTION :

Pour la résolution de l'équation discrétisée on utilise la méthode de résolution « ligne par ligne », cette méthode s'inspire de la méthode des trois diagonales et de celle de Gauss-Seidel, elle comporte les étapes suivantes :

- ❖ Choisir les conditions initiales de la variable  $T$  pour tous le domaine d'étude
- ❖ Choisir une direction du domaine et considérer l'autre direction comme constante
- ❖ Résoudre les matrices tridiagonales obtenues à l'aide de l'algorithme TDMA pour chaque ligne du domaine d'étude.
- ❖ Répéter a partir de 2 les même opérations pour l'autre direction.
- ❖ Poser les valeurs obtenues comme choix de départ.
- ❖ Retourner à 2 jusqu'à la convergence.

La méthode adoptée dans notre cas est celle qui utilise l'algorithme de Thomas ou la méthode de TDMA.. Le principe de la méthode consiste tout d'abord à utiliser la première équation pour éliminer  $T_1$  de la seconde équation, la nouvelle équation ainsi obtenue est à son tour utilisée pour éliminer  $T_2$  de la troisième équation.

Une telle démarche est appliquée pour toutes les équations restantes jusqu'à éliminer  $T_{n-1}$  de la  $n$ ème équation, cette dernière aura alors uniquement une seule inconnue  $T_n$ , les autres inconnues sont donc calculées par substitution successive en faisant le chemin inverse.

L'équation discrétisée caractérisant ce problème s'écrit de la manière suivante :

$$a_i T_i = b_i T_{i+1} + c_{i-1} T_{i-1} + d_i \quad (3-3)$$

ou les coefficients  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$  et  $d_i$  correspondent respectivement aux coefficients  $a_p$ ,  $a_E$ ,  $a_W$  et  $b$ .

pour les nœuds externes on a :

$$a_1 T_1 = b_1 T_2 + d_1 \quad (3-4)$$

$$a_N T_N = b_N T_{N-1} + d_N \quad (3-5)$$

or on sait que :  $c_1 = 0$  et  $b_N = 0$

Mettant l'équation sous la forme :

$$T_i = P_i T_{i+1} + Q_i \quad (3-6)$$

$$\text{Avec : } P_1 = b_1 / a_1 \quad \text{et} \quad Q_1 = d_1 / a_1 \quad (3-7)$$

Si nous injectons cette dernière équation dans l'équation (3-6) pour  $i=2$  on a :

$$T_2 = P_2 T_3 + Q_2 \quad (3-8)$$

En continuant le processus de substitutions nous aurons pour la  $i$ ème ligne :

$$T_i = P_i T_{i+1} + Q_i \quad (3-9)$$

Donc l'équation (3-3) devient :

$$a_i T_i = b_i T_{i+1} + c_i (P_{i-1} T_i + Q_{i-1}) + d_i \quad (3-10)$$

la relation ainsi obtenue sera arrangée pour devenir :

$$T_i = \frac{b_i}{a_i - c_i P_{i-1}} T_{i+1} + \frac{c_i Q_{i-1} + d_i}{a_i + c_i P_{i-1}} \quad (3-11)$$

par analogie on a :

$$P_i = \frac{b_i}{a_i - c_i P_{i-1}} \quad \text{et} \quad Q_i = \frac{c_i Q_{i-1} + d_i}{a_i + c_i P_{i-1}} \quad (3-12)$$

On voit que  $P_i$  et  $Q_i$  sont dépendantes des valeurs précédentes donc nous avons besoin d'avoir un point de départ. Généralement cela est déterminée à partir des conditions aux limites c'est à dire pour  $i=N$ . La valeur de  $T_N$  étant connue nous pourrons calculer les autre valeurs par substitution inverse .

### 10 – PRESENTATION DU CODE DE CALCUL :

comme nous avons dit précédemment, la méthode des volumes finis est d'une grande importance et est à l'origine de la majorité des codes de calculs.

Dans notre cas nous avons adopté un programme de calcul [16], ce dernier est basé sur l'algorithme SIMPLER, qui présente un très bon outil pour la résolution des équations bidimensionnelles aux dérivées partielles issues des problèmes de mécanique des fluides et de transfert de chaleur.

Ce code est sous forme générale d'une variable  $\Phi$  ( NF ) et il revient à l'utilisateur d'adapter ce programme selon son problème en identifiant la variable  $\Phi$  ( NF ) qui peut avoir dix significations, les quatre premières représentent respectivement ( U, V, P, P' ), et pour  $N_f > 4$  elle exprime la température, la concentration ou autre.



De façon général nous pouvons dire que ce programme se compose d'un programme principal, qui fait appel à cinq sous-programme liés entre eux par six parties de branchements secondaires.

### 10 -1- Sous-programmes :

#### a- Sous-programme « setup » :

Cette partie est elle même partager en deux , la première permet d'établir le maillage avec tous ces caractéristiques géométriques (distances nodales, dimensions des volumes et sections de passages...etc.) qui vont être utilisées dans la deuxième partie qui est consacrée pour le calcul des coefficients  $a_n$  (  $n = e, w, n, s$  ) et du terme source.

#### b- Sous-programme « solve » :

Après avoir fait le calcul des coefficients on obtient un système algébrique tri diagonal qui sera résolu dans cette partie en utilisant la méthode ligne par ligne, citée au part avant, dans chacune des directions.

#### c- Sous-programme « supply » :

Il est composé de deux parties, « UGRID » et « PRINT ». La première fait le calcul des positions des interfaces des volumes de contrôle, par contre la deuxième partie permet d'afficher les résultats en tout point.

#### d- Sous-programme « diflow » :

Ce sous- programme est appelé par « SETUP 2 » pour la détermination des coefficients  $a_n$  des équations pour les variables  $\Phi$  ( NF) avec  $NF > 4$ .

#### e- Sous-programme « user » :

C'est dans cette partie que l'utilisateur peut personnaliser son programme en introduisant les paramètres géométriques et physiques du problème étudié, ces paramètres seront injectés dans le programme en connectant ce sous- programme aux différentes parties citées ci-dessus à l'aide de six branchements.

## 10-2- Les branchements :

### a-Branchement « GRID » :

ce branchement permet de faire la connexion entre la partie « user » où se trouve les données géométriques du problèmes et la partie « ugrid » pour la génération des interfaces des volumes de contrôles. En prendra en considération aussi dans cette partie la nature du système de coordonnées en choisissant la variable « mode » qui est :

- Egale à un pour les coordonnées cartésiennes.
- Egale à deux pour les coordonnées cylindriques.
- Egale à trois pour les coordonnées polaires.

### b-Branchement « START » :

Cette partie est consacrée à la déclaration des valeurs initiales et des données du problème.

### c-Branchement « DENSE » :

elle permet de spécifier la densité en chaque point. Cette dernière est appelée durant chaque itérations.

### d-Branchement « BOUND » :

l'utilisateur peut dans cette partie introduire les conditions aux limites spécifiques à son problème physique.

### e-Branchement « OUTPUT » :

comme son nom l'indique cette partie est utilisée pour l'affichage des résultats.

### f-Branchement « GAMSOR » :

certains termes sont définis en différents points du maillage comme la variable GAM et les coefficients du terme source , ces derniers ont besoins d'être déclarés à part dans cette partie.

# CHAPITRE 4

## Resolution du probleme

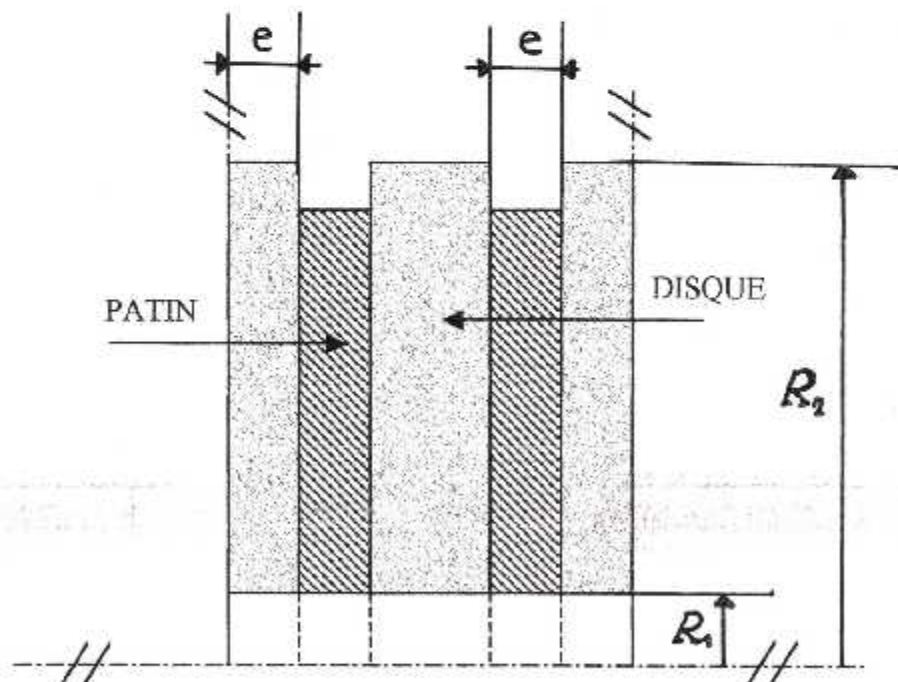
**1-INTRODUCTION :**

On se propose d'étudier le comportement thermique de deux corps l'un mobil (disque) et l'autre fixe ( patin ), mis en contact sous l'effet d'une force de pression.

Les deux corps étant initialement à une température  $T_0$ , le frottement des deux corps conduit à l'apparition d'un flux de chaleur à l'interface des surfaces de contact, qui va être considéré comme une source de chaleur interne, cette dernière est une fonction de plusieurs paramètres ( vitesse, pression, la nature de l'organe de friction....etc.).

Nous commençons tout d'abord par discrétiser l'équation de la chaleur pour obtenir un système algébrique qui sera résolu par la méthode ligne par ligne, tout cela en prenant en considération la géométrie, les conditions aux limites et la nature du maillage.

La symétrie du problème permet d'apporter des simplifications et de considérer juste la moitié du domaine à partir de l'axe de la roue, et en plus, sachant que le bloc de frein est un empilement de disques et de patins nous allons prendre seulement une portion et les résultats obtenus seront les même pour la totalité du bloc.

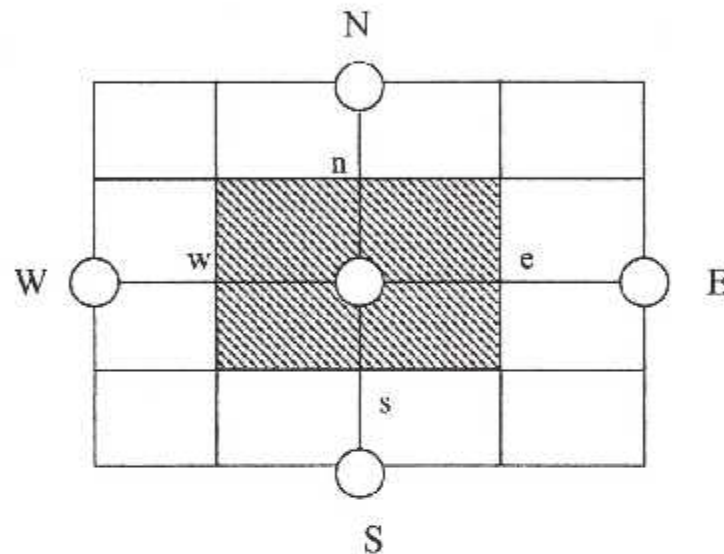


**FIGURE 4-1 :**

**2- PRESENTATION DU PROBLEME A ETUDIER :**

**2-1-Discretisation de l'équation de la chaleur :**

Soit un maillage bidimensionnel, à chaque nœud P du maillage correspond deux voisins 'E' et 'W' suivant l'axe des abscisses et deux voisins 'N' et 'S' suivant l'axe des ordonnées, la partie hachurée représente le volume de contrôle.



**FIGURE 4-2 :**

Considérant l'équation régissant le transfert de chaleur par conduction bidimensionnelle écrite dans un système de coordonnées cylindriques :

$$S + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (Kr \frac{\partial T}{\partial r}) + \frac{\partial}{\partial Z} (K \frac{\partial T}{\partial Z}) = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3-13)$$

Pour simplifier le calcul multiplions les deux membres de l'équation par R :

$$Sr + \frac{\partial}{\partial r} (Kr \frac{\partial T}{\partial r}) + r \frac{\partial}{\partial Z} (K \frac{\partial T}{\partial Z}) = \rho C_p r \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3-14)$$

cette équation doit être intégrée sur le volume de contrôle :

$$\int_{\Delta V} S r dV + \int_{\Delta V} \frac{\partial}{\partial r} (Kr \frac{\partial T}{\partial r}) dV + \int_{\Delta V} \frac{\partial}{\partial Z} (K \frac{\partial T}{\partial Z}) dV = \int_{\Delta V} \rho C_p r \frac{\partial T}{\partial t} dV \quad (3-15)$$

donc on aura :

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n S r dr dz dt = \bar{S} r \Delta r \Delta Z \Delta t = (S_p T_p + S_c) \Delta V \Delta t \quad (3-16)$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial r} \left( K r \frac{\partial T}{\partial r} \right) dr dz dt = \left[ \left( K r \frac{\partial T}{\partial r} \right)_n - \left( K r \frac{\partial T}{\partial r} \right)_s \right] \Delta z \Delta t \quad (3-17)$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial z} \left( K r \frac{\partial T}{\partial z} \right) dz dr dt = \left[ \left( K r \frac{\partial T}{\partial z} \right)_e - \left( K r \frac{\partial T}{\partial z} \right)_w \right] \Delta r \Delta t \quad (3-18)$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e C_p \rho \frac{\partial T}{\partial t} dz dr dt = \rho C_p r \Delta r \Delta Z (T_p - T_{p0}) = \rho C_p \Delta V (T_p - T_{p0}) \quad (3-19)$$

Donc on obtient l'équation suivante :

$$a_p T_p = a_e T_e + a_w T_w + a_n T_n + a_s T_s + b \quad (3-20)$$

Avec :

$$a_E = \left( \frac{K_e}{\partial Z_e} \right) (Z_e \Delta r) = \Gamma_e \times A_e \quad (3-21)$$

$$a_W = \left( \frac{K_w}{\partial Z_w} \right) (Z_w \Delta r) = \Gamma_w \times A_w \quad (3-22)$$

$$a_N = \left( \frac{K_n}{\partial Z_n} \right) (r_n \Delta Z) = \Gamma_n \times A_n \quad (3-23)$$

$$a_S = \left( \frac{K_s}{\partial Z_s} \right) (r_s \Delta Z) = \Gamma_s \times A_s \quad (3-24)$$

$$a_p = \frac{\rho C_p \Delta V}{\Delta t} \quad (3-25)$$

$$a_p = a_e + a_w + a_n + a_s + a_p^o - S_p \Delta V \quad (3-26)$$

$$b = a_p^o T_p + S_c \Delta V \quad (3-27)$$

### 2-2- Choix du maillage :

Avant de présenter les résultats obtenus pour les différents cas étudiés, nous avons examiné l'importance du choix du maillage.

Pour étudier l'influence du maillage sur la solution, plusieurs testes sont pris en compte, nous commençons tout d'abord par la nature du maillage, qui peut être uniforme (figure 4-3), mais l'existence de forts gradients de température aux surfaces de contact nous incite à utiliser un maillage à pas spatial variable, raffiné dans ces zones (figure 4-4).

Les résultats obtenus pour ces deux cas sont illustrés par les figures de 4-5 à 4-12. on remarque que l'allure générale des courbes est pratiquement la même, mais différence réside près des surfaces de contacts où nous avons plus de précision pour un maillage à pas spatial variable raffiné dans ces zones, ce dernier offre une plus grande plage de valeurs qui se voit dans la courbure qui est présenté par des piques pour le maillage uniforme.

On remarque aussi qu'il y a une différence dans les valeurs maximales des deux cas, et on peut dire que cela est dus au fait que lors de l'exécution les points de pris pour le calcul ne sont pas les même, donc les valeurs des températures ne sont forcément pas les même, cette différence va être accumulée au fur et à mesure qu'on s'approche des surfaces de contacts où il y a plus de points pour le maillage raffiné que pour le maillage uniforme.

Donc pour avoir de meilleurs résultats nous choisisant de travailler avec un maillage a pas spatial variable raffiné dans les zones de fort gradient de température.

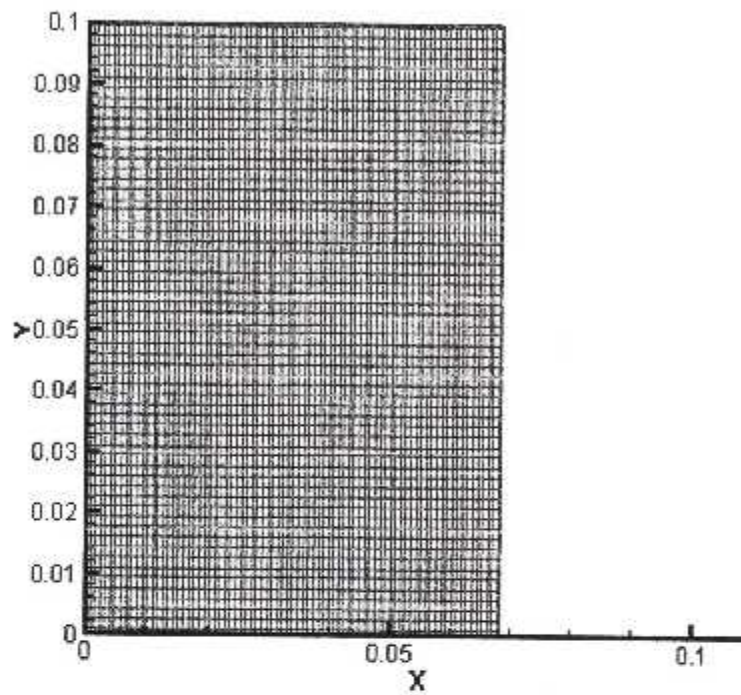


FIGURE 4-3 :MAILLAGE UNIFORME 60x80

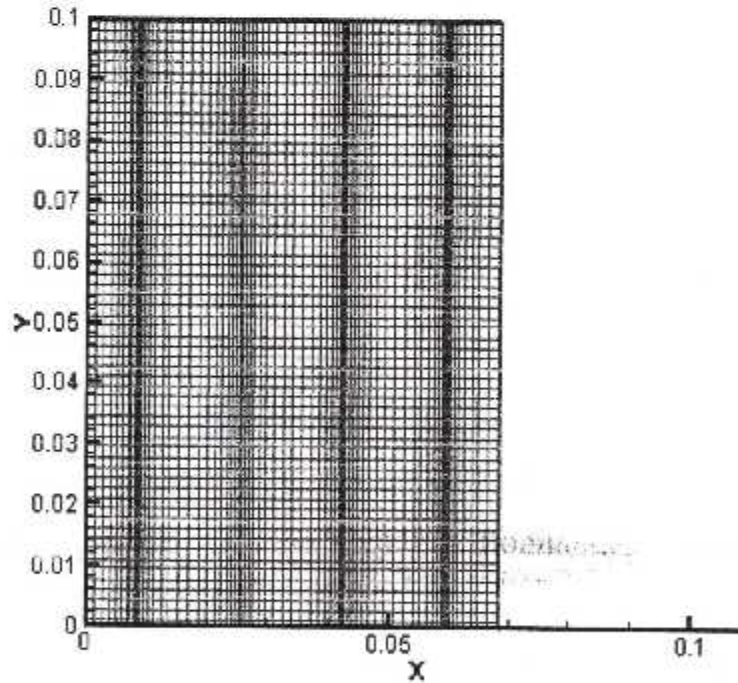
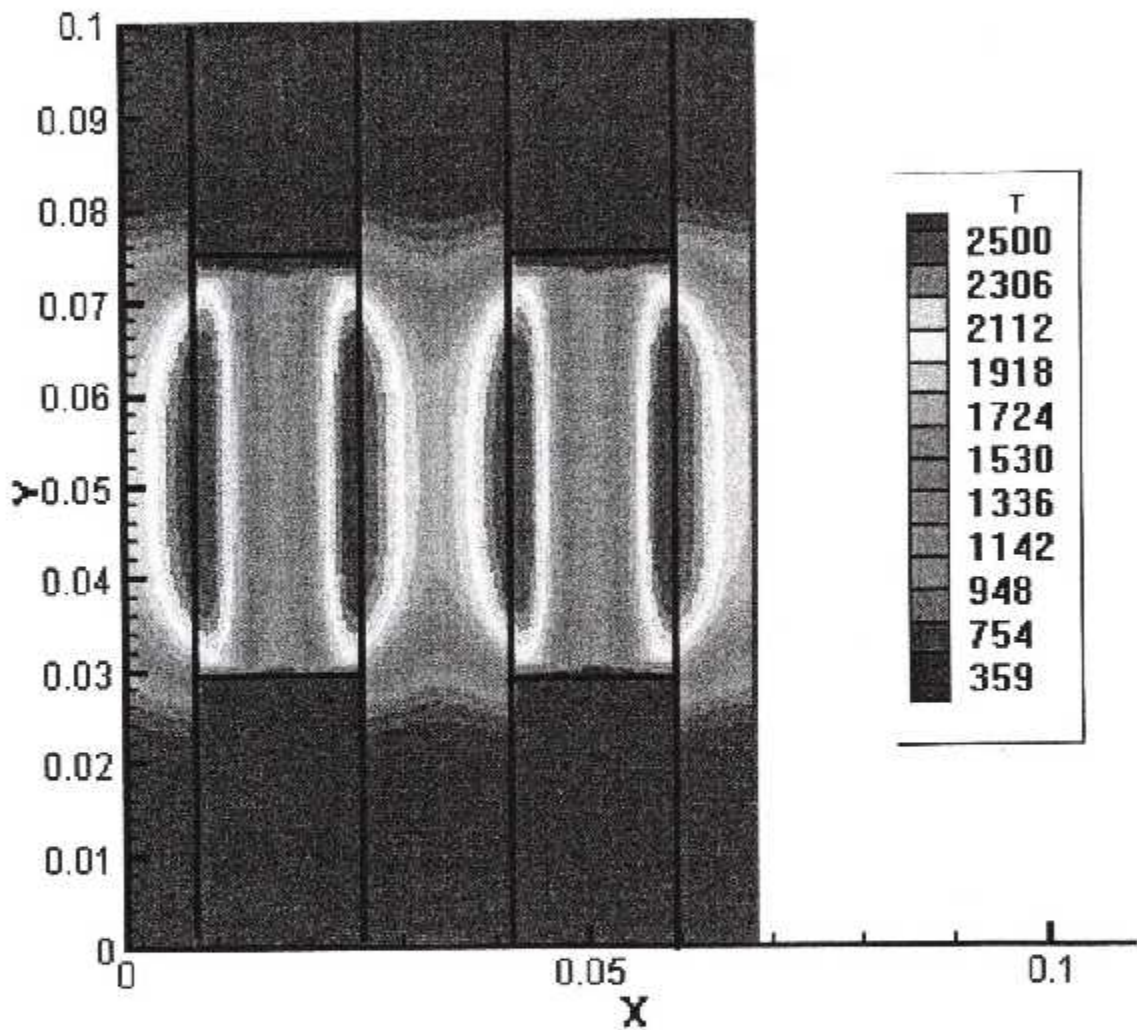


FIGURE 4-4 :MAILLAGE RAFINE 60x80





**FIGURE 4 – 5 : DISTRIBUTION DU CHAMP DE TEMPERATURE  
POUR UN MAILLAGE UNIFORME 60x80**

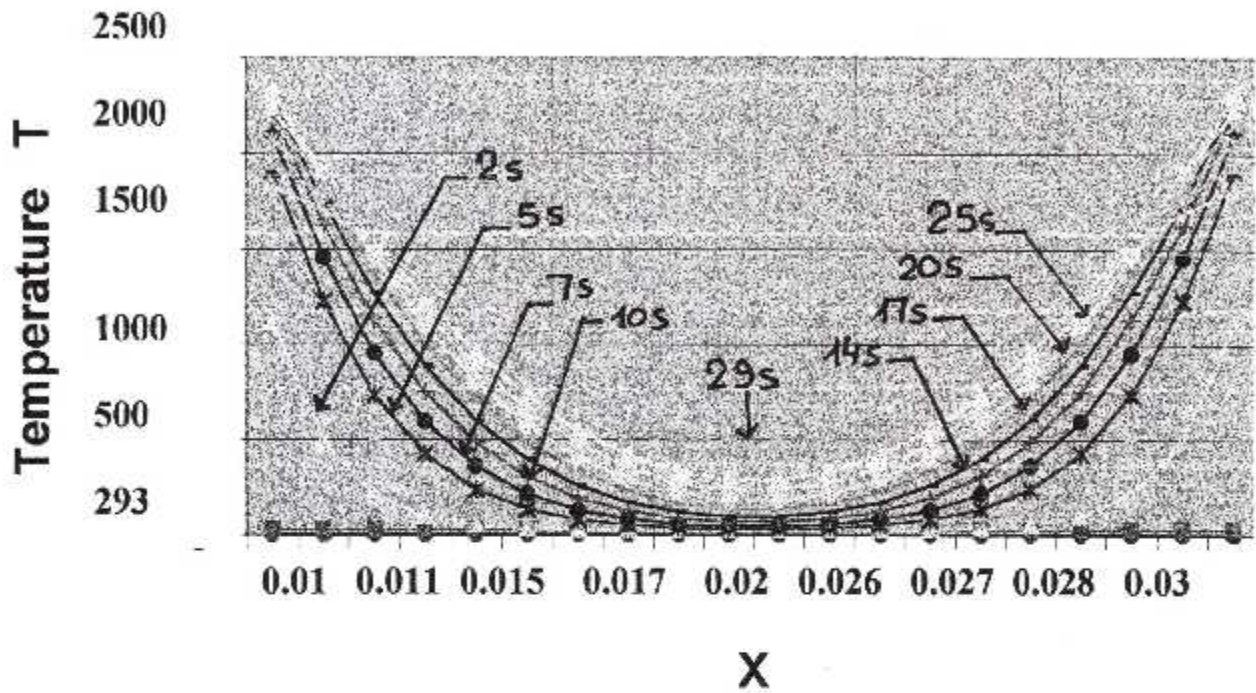


FIGURE 4 – 6 : PROFILS DE TEMPEERATURE DANS LE PATIN  
 POUR UN MAILLAGE UNIFORME 60x80

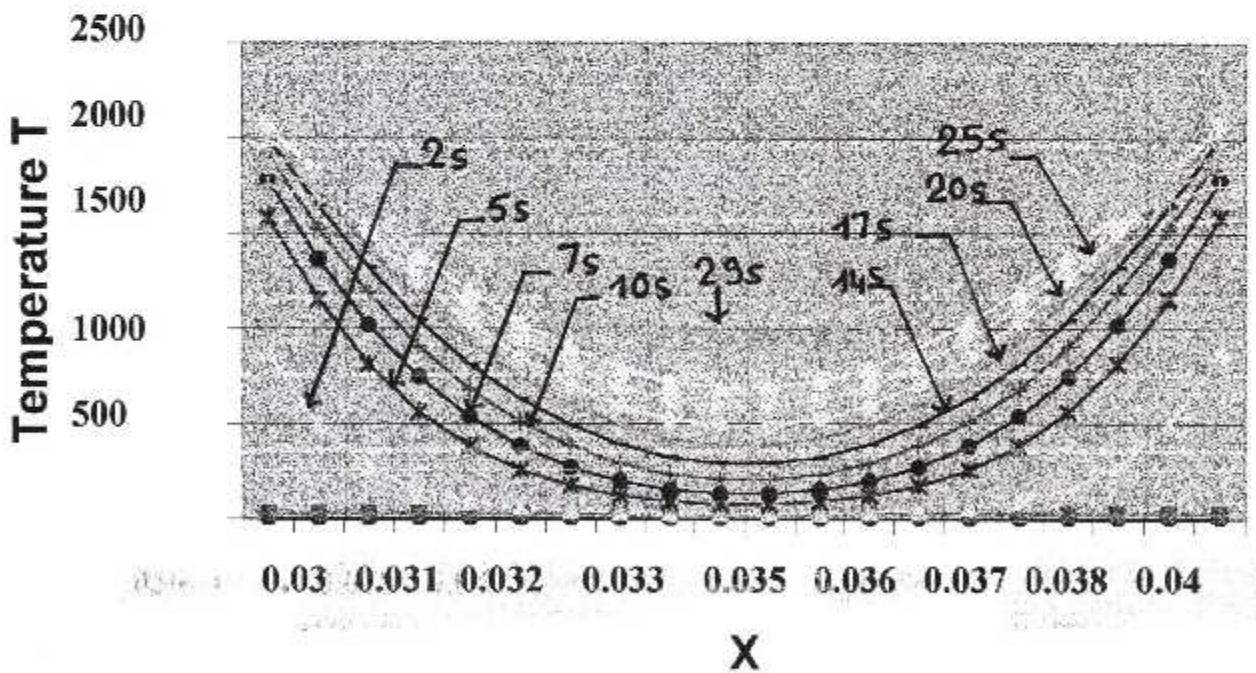
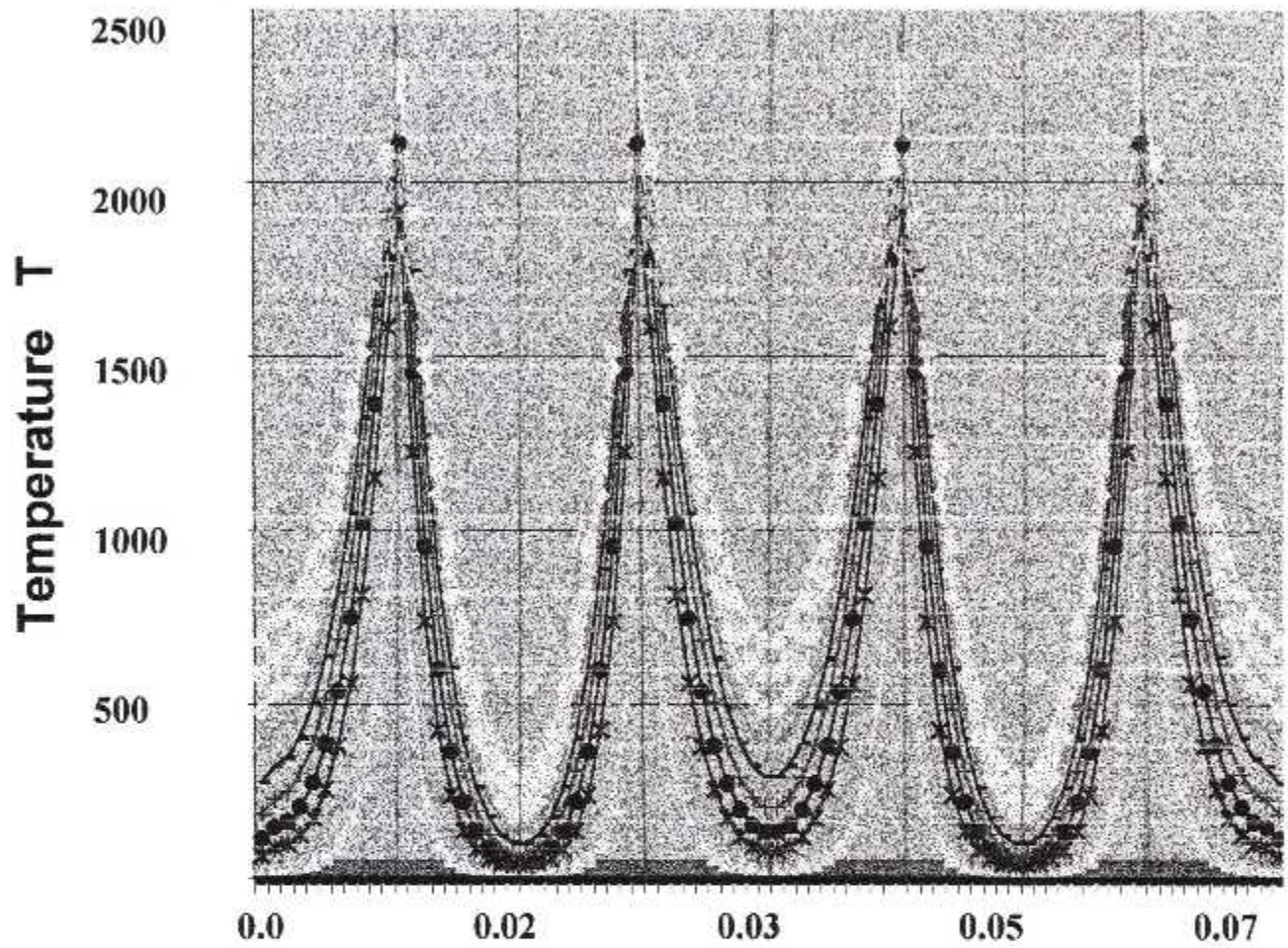


FIGURE 4 – 7 : PROFILS DE TEMPERATURE DANS LE DISQUE  
 POUR UN MAILLAGE UNIFORME 60x80



**FIGURE 4 – 8 : PROFILS DE TEMPEERATURE POUR UN MAILLAGE UNIFORME 60x80**

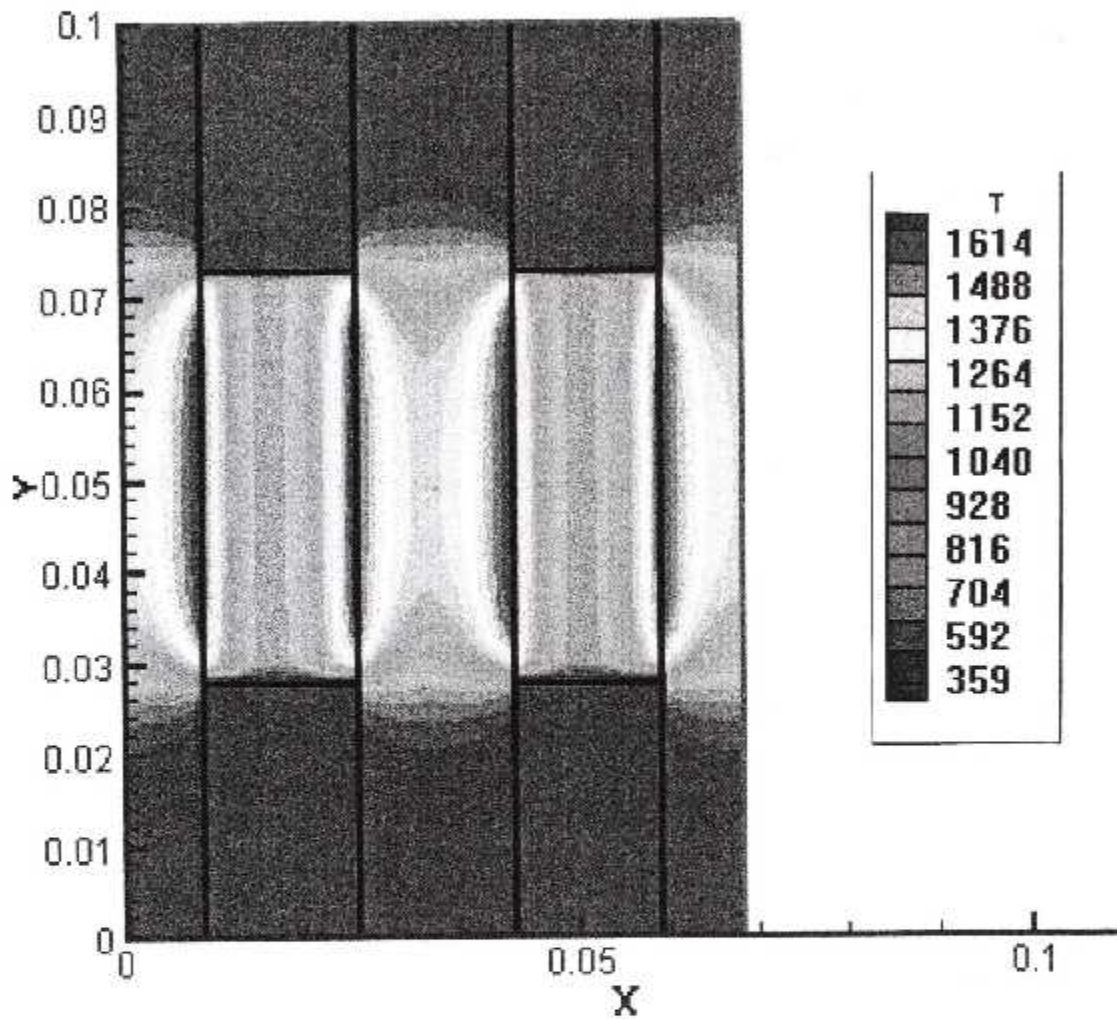


FIGURE 4 - 9 : DISTRIBUTION DU CHAMP DE TEMPERATURE  
 POUR UN MAILLAGE RAFFINE 60x80

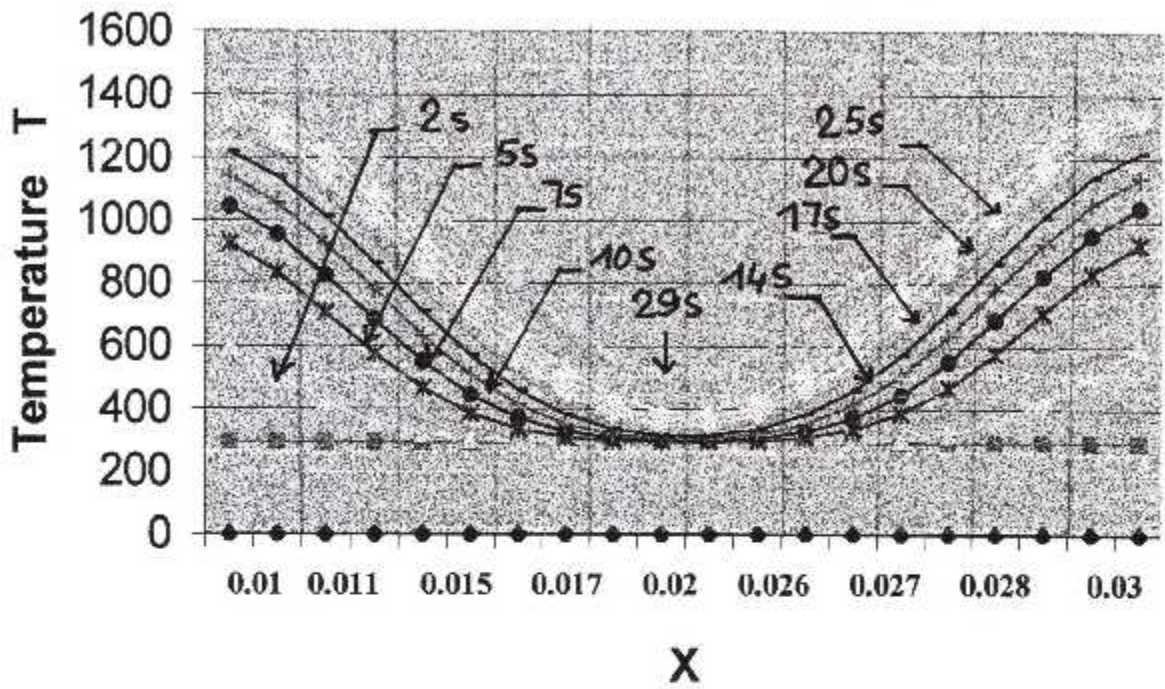


FIGURE 4 – 10 : PROFILS DE TEMPEERATURE DANS LE PATIN POUR UN MAILLAGE RAFFINE 60x80

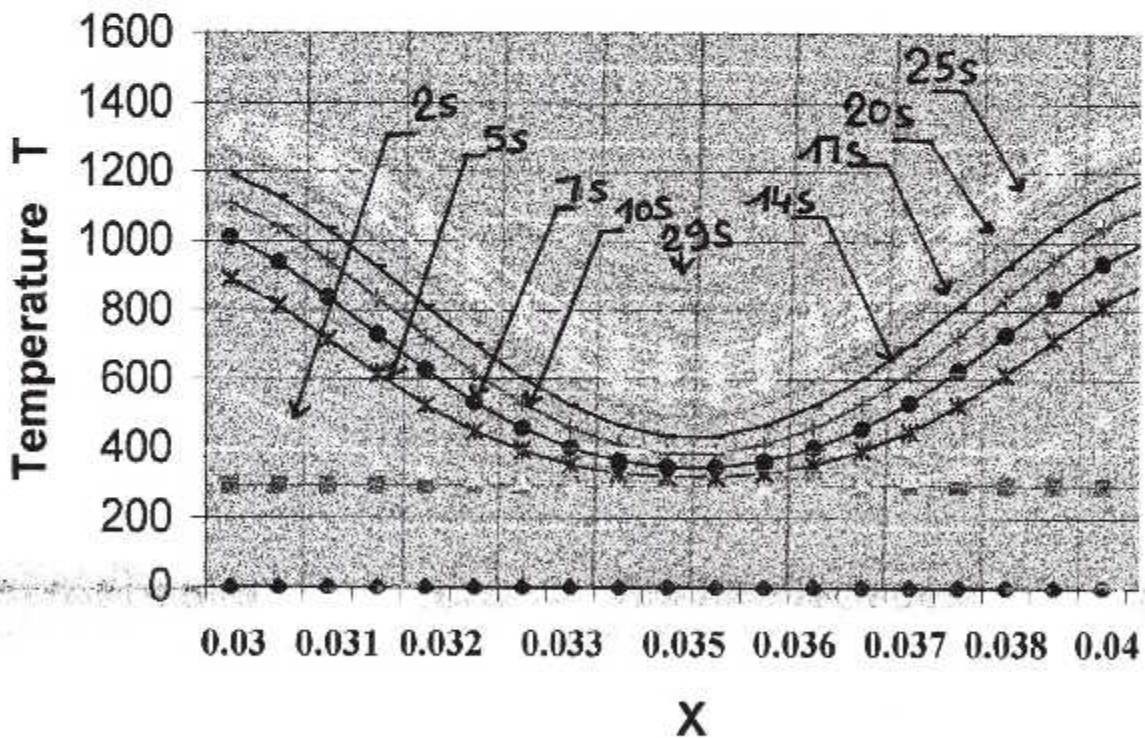
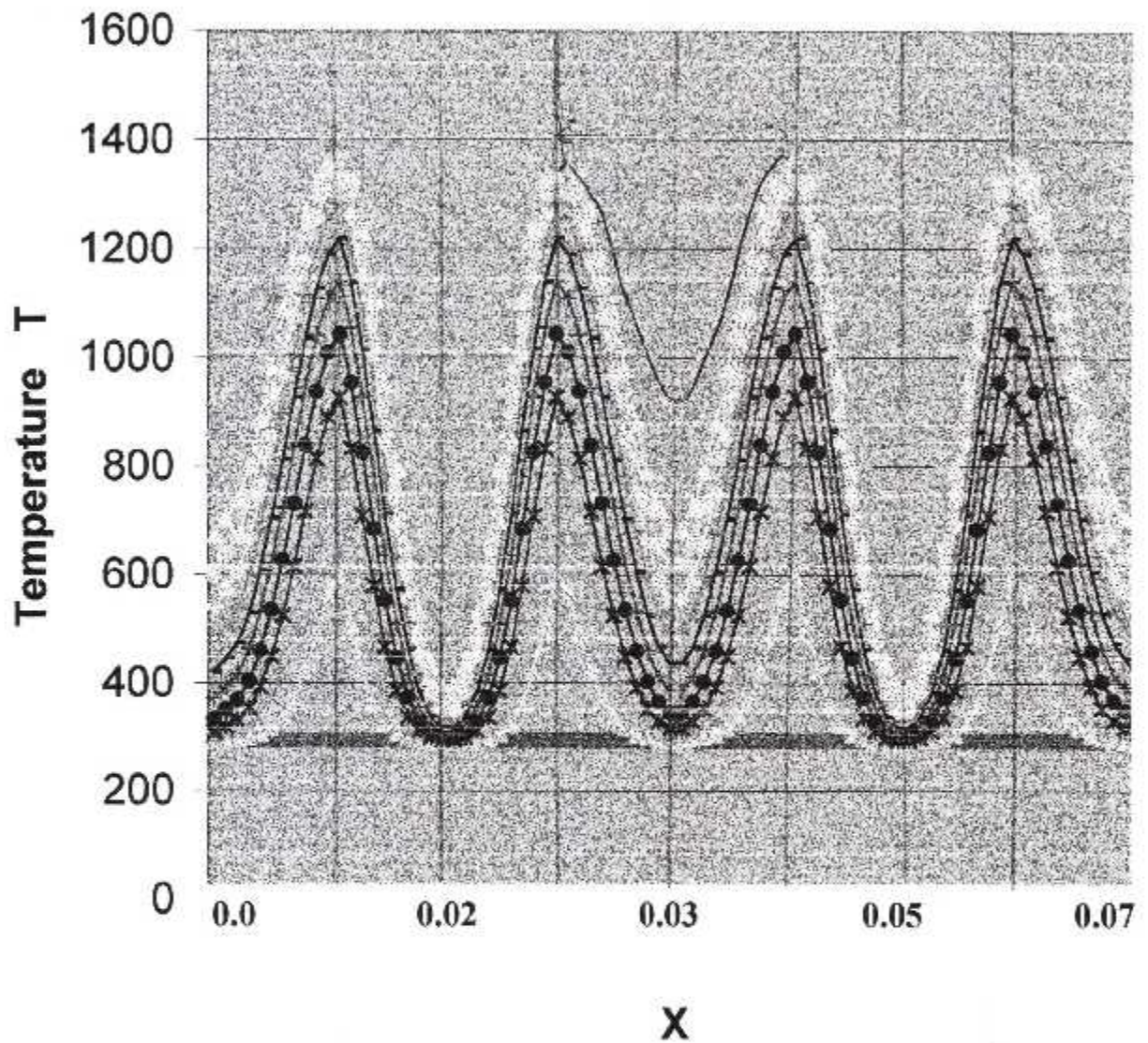


FIGURE 4 – 11 : PROFILS DE TEMPEERATURE DANS LE DISQUE POUR UN MAILLAGE RAFFINE 60x80



**FIGURE 4 – 12 :PROFILS DE TEMPEERATURE POUR UN  
MAILLAGE RAFFINE 60x80**

### 3-RESULTATS ET DISCUSIONS :

Après avoir abordé l'importance du choix du maillage sur la solution, et après avoir opté pour le maillage à pas spatial variable raffiné près des interfaces de contacts, et pour une grille de 60 x 80 nœuds, nous avons fait une simulation des différents paramètres qui peuvent rentrer en jeu, notre choix s'est fixé sur l'influence du matériau, de la force de pression et aussi le temps de freinage.

Nos résultats se présentent sous forme de deux graphes pour chaque cas de simulation, le premier élaboré à l'aide d'un logiciel graphique « TECPLOT », il représente la propagation de la chaleur dans le bloc de frein, les nuances de couleurs représentent les différentes températures du point le plus chaud pour la couleur rouge, au point le plus froid pour la couleur bleue.

Le deuxième graphe est un graphe EXCEL qui représente le profil de température pour un rayon fixe et au long du domaine d'étude en fonction du temps.

#### 3-1- Effet du matériau:

Pour faire apparaître l'importance du choix du matériau, que ce soit pour le patin ou bien pour le disque, nous avons fixé les autres paramètres et joué sur les propriétés propres de chaque matériau.

Donc pour tous les résultats concernant l'effet du matériau, nous avons pris un maillage raffiné de 60x80, une pression de 122,5 bar, et un temps de freinage égale à 29 secondes.

Les figures de 4-13 4-14 montrent la distribution et les profils de température pour un frein constitué d'un disque en acier et d'un patin en céramétique, ces résultats sont donc pour le frein que nous avons présenté au chapitre 1 qui sera pris comme référence pour pouvoir juger les autres cas.

on voit que dans ce cas la température varie d'une façon proportionnelle avec le temps c'est à dire lorsque le temps augmente, la température augmente dont la température maximale est de 1400°K à l'interface, par contre elle entre 800°K et 1000°K pour le disque, et entre 400°K et 600°K pour les patins.

D'après les valeurs maximales de la températures, il apparaît que la température la plus élevée est à l'interface, et à chaque fois qu'on s'approche du centre du disque la température diminue ce qui signifie

physiquement qu'il y a pertes de chaleur lors de la conduction à cause de la résistance thermique du matériau.

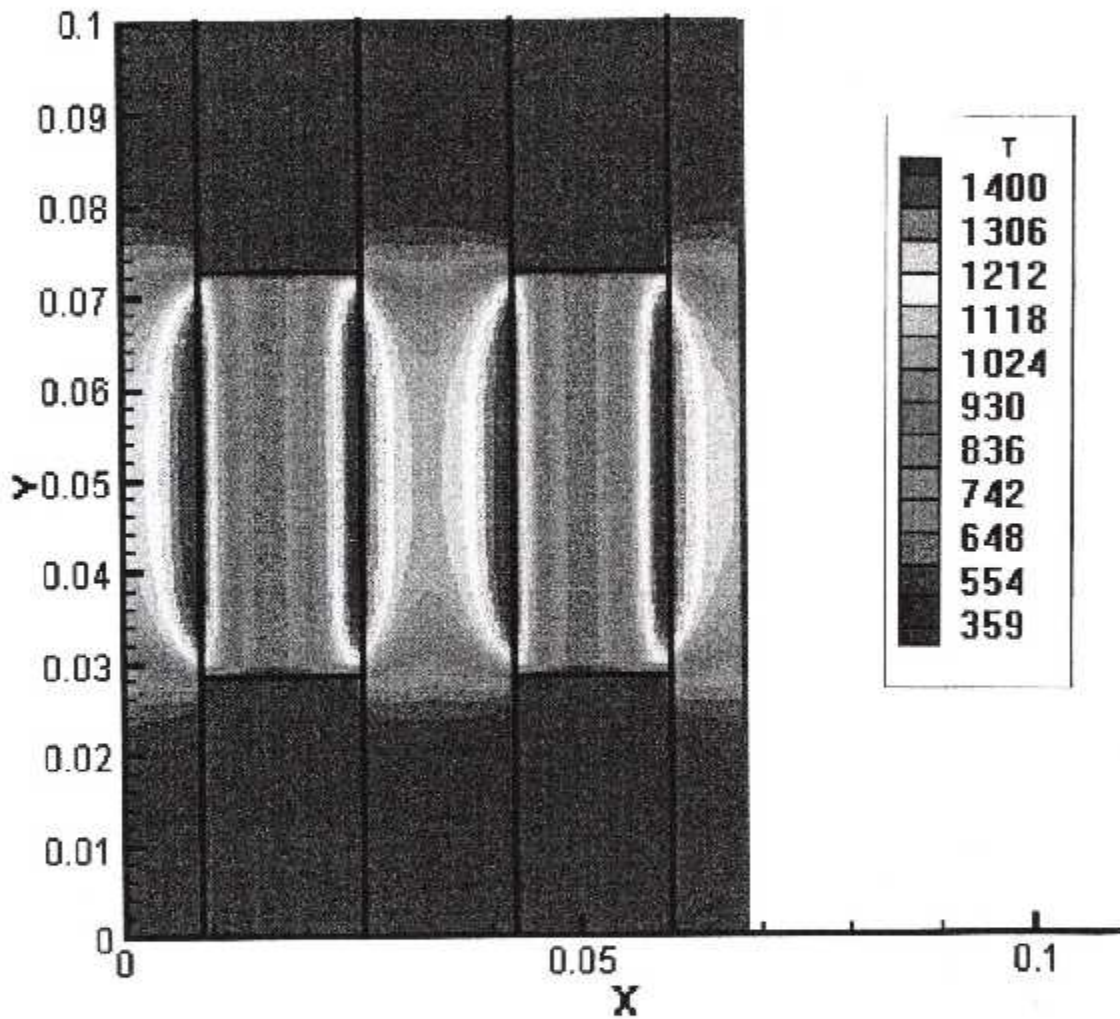
Par contre les figures de 4-15 à 4-16 montrent les résultats d'un frein complètement en acier c'est à dire le disque et le patin sont du même matériau, dans ce cas on remarque que la température à l'interface diminue, elle est de l'ordre de  $800^{\circ}\text{K}$ , et elle est entre  $500^{\circ}\text{K}$  et  $600^{\circ}\text{K}$  dans les patins et le disque.

Les figures de 4-17 à 4-20 reprennent le cas d'un frein où le disque et le patin sont du même matériau qui sont dans ces cas en céramétique et ensuite en carbone, dans ces deux cas on note que l'allure est la même que pour le cas précédent ou la température est la même au milieu du patin et du disque, mais on voit parfaitement la différence des valeurs obtenues où la température atteint les  $4500^{\circ}\text{K}$  pour la céramique quand elle est de l'ordre de  $320^{\circ}\text{K}$  pour le carbone.

D'autre part les figures de 4-21 à 4-24, illustrent les cas d'un disque en carbone et un patin en acier et vis vers ça, et les figures 4-25 et 4-26 pour le cas d'un disque en carbone et d'un patin en céramétique. Dans tous ces cas on voit nettement que le carbone donne les plus bas résultats, et que les températures maximales qu'atteint ce matériau sont loin des valeurs obtenues pour les autres, et en plus faibles par comparaison avec les températures de fusion qui varie entre  $2500^{\circ}\text{K}$  et  $4000^{\circ}\text{K}$  suivant la matière.

Finalement pour mettre en évidence les valeurs obtenues pour les cas d'un frein en carbone, nous avons fait un autre test, qui consiste à augmenter la pression de freinage à 500 bar, ce résultat représenté par la figure 4-27 et 4-28 montrent que malgré même dans quand la pression augmente la valeur maximale reste loin de celle obtenue pour les autres matériaux.





**FIGURE 4-13 :DISTRIBUTION DU CHAMP DE TEMPERATURE  
POUR UN FREIN ACIER-CERAMETALIQUE**

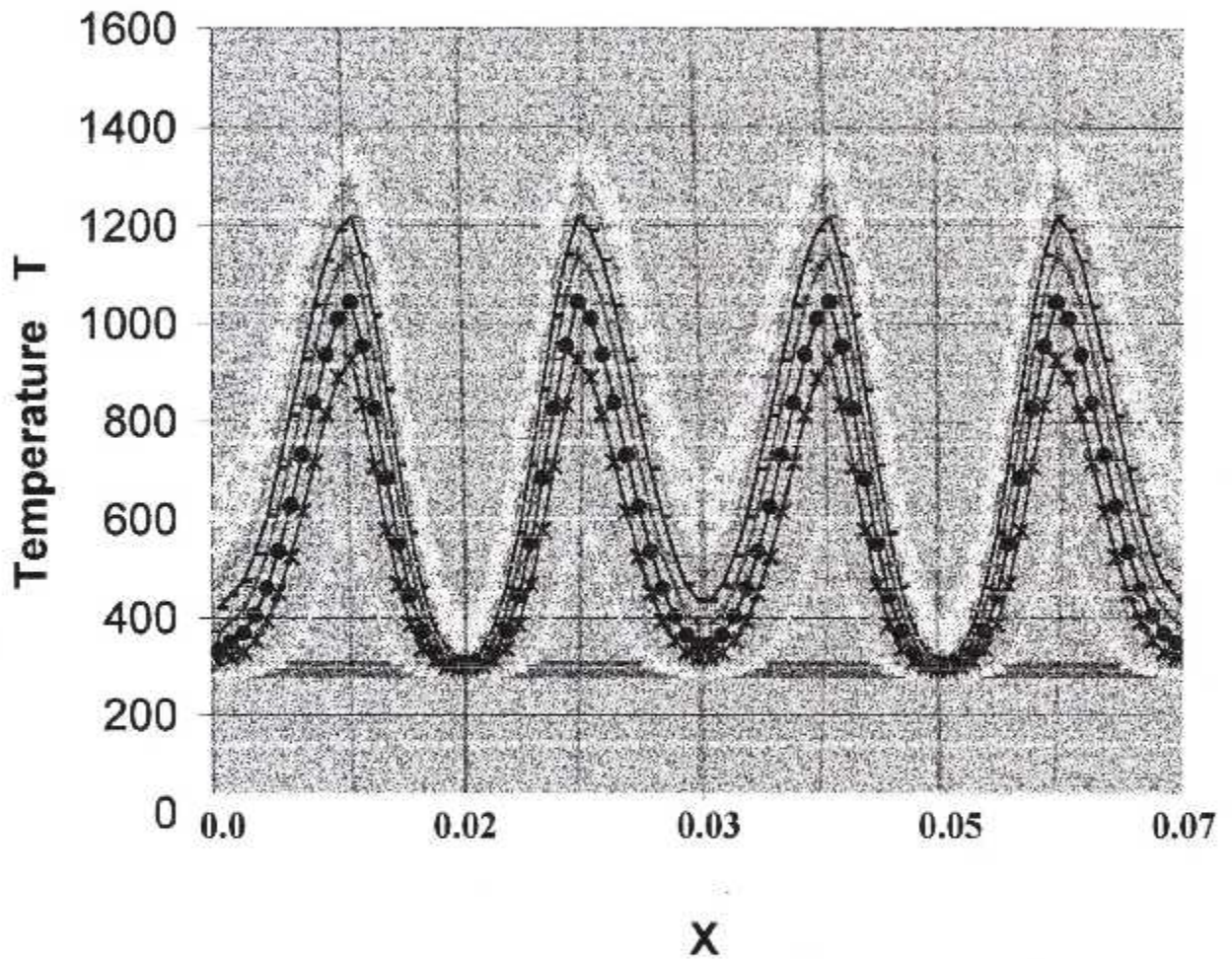


FIGURE 4 - 14 : PROFILS DE TEMPERATURE POUR UN FREIN ACIER-CERAMETALIQUE

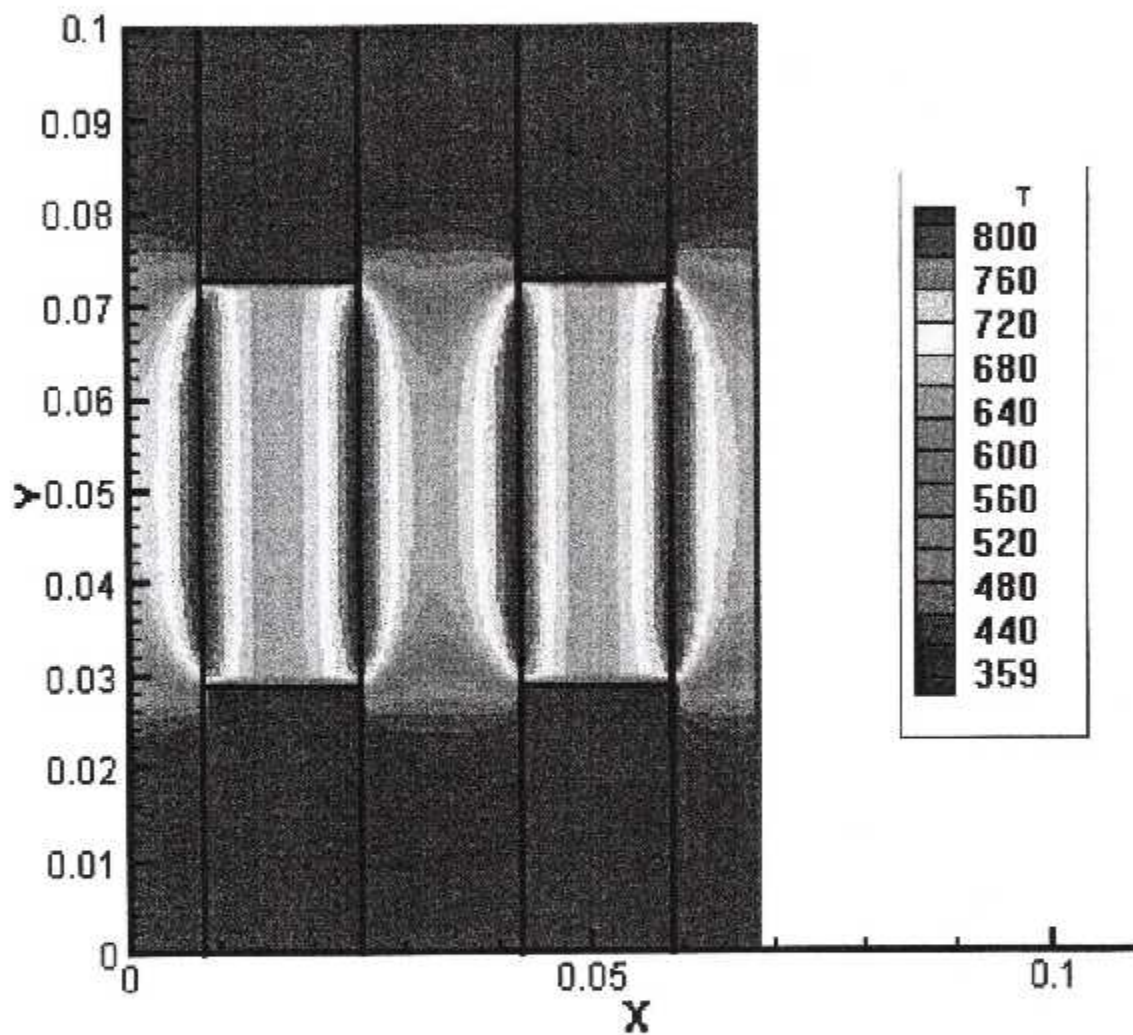


FIGURE 4-15 : DISTRIBUTION DU CHAMP DE TEMPERATURE POUR UN FREIN ACIER-ACIER

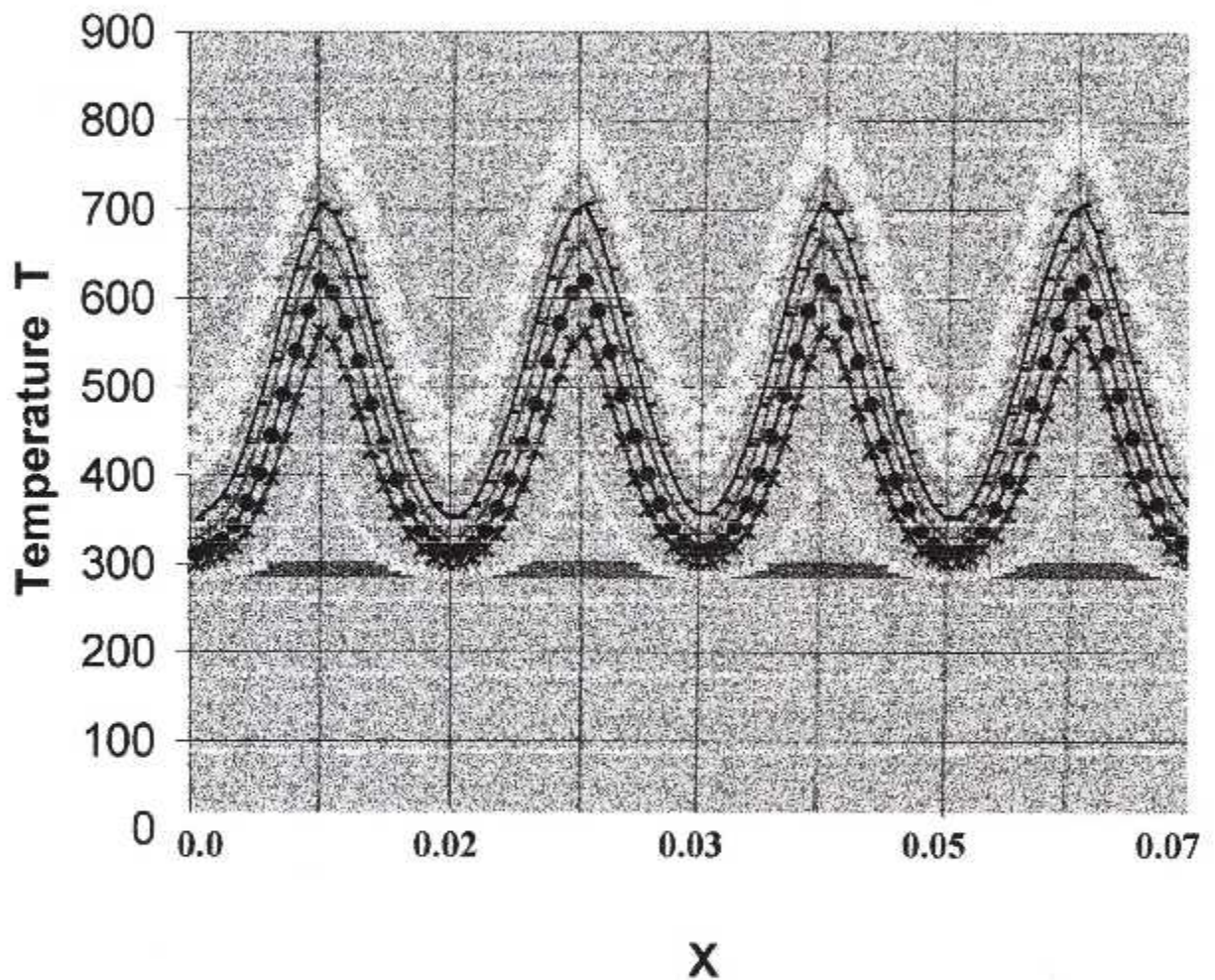
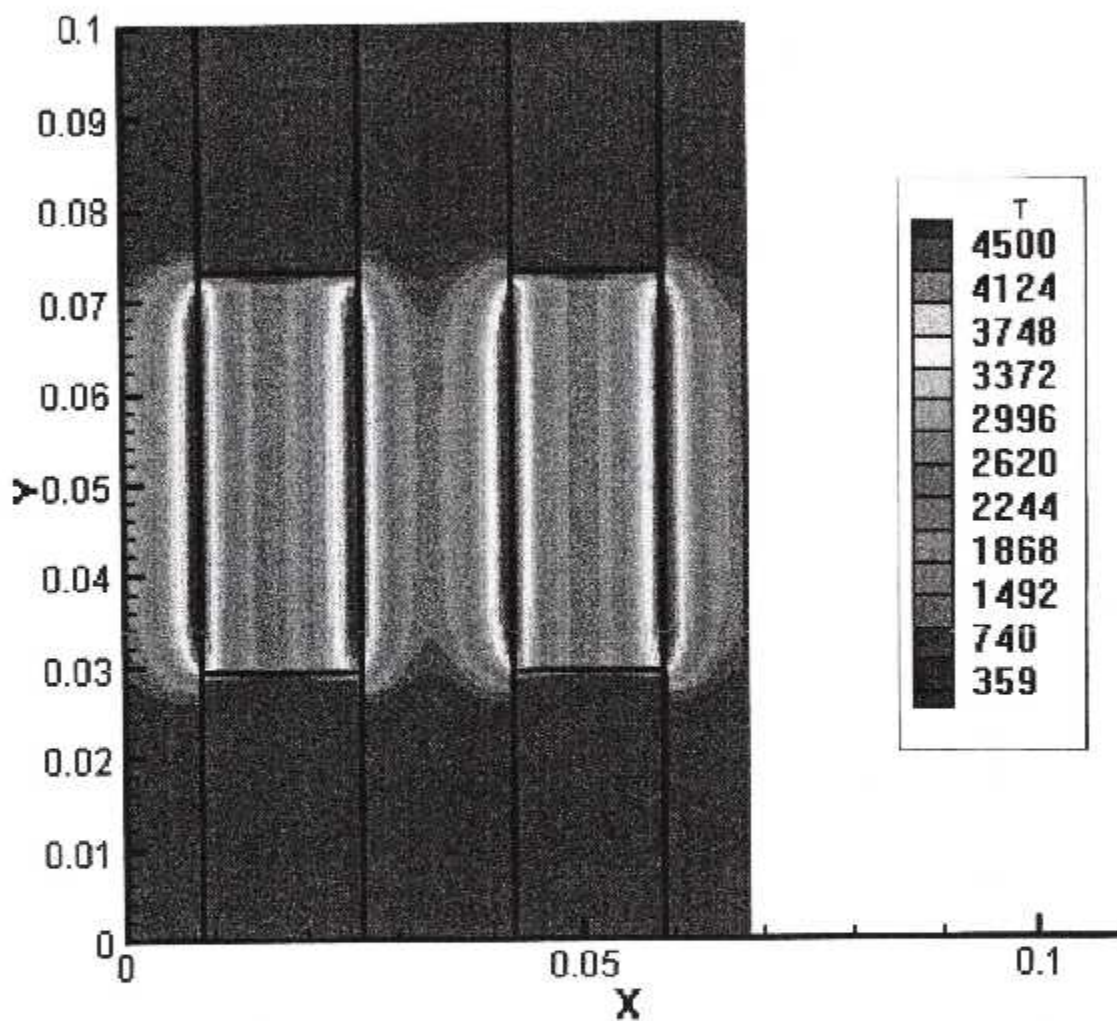


FIGURE 4 - 16: PROFILS DE TEMPERATURE POUR UN FREIN ACIER-ACIER



**FIGURE 4 – 17 :DISTRIBUTION DU CHAMP DE TEMPERATURE POUR UN FREIN CERAMETLIQUE-CERAMETALIQUE**

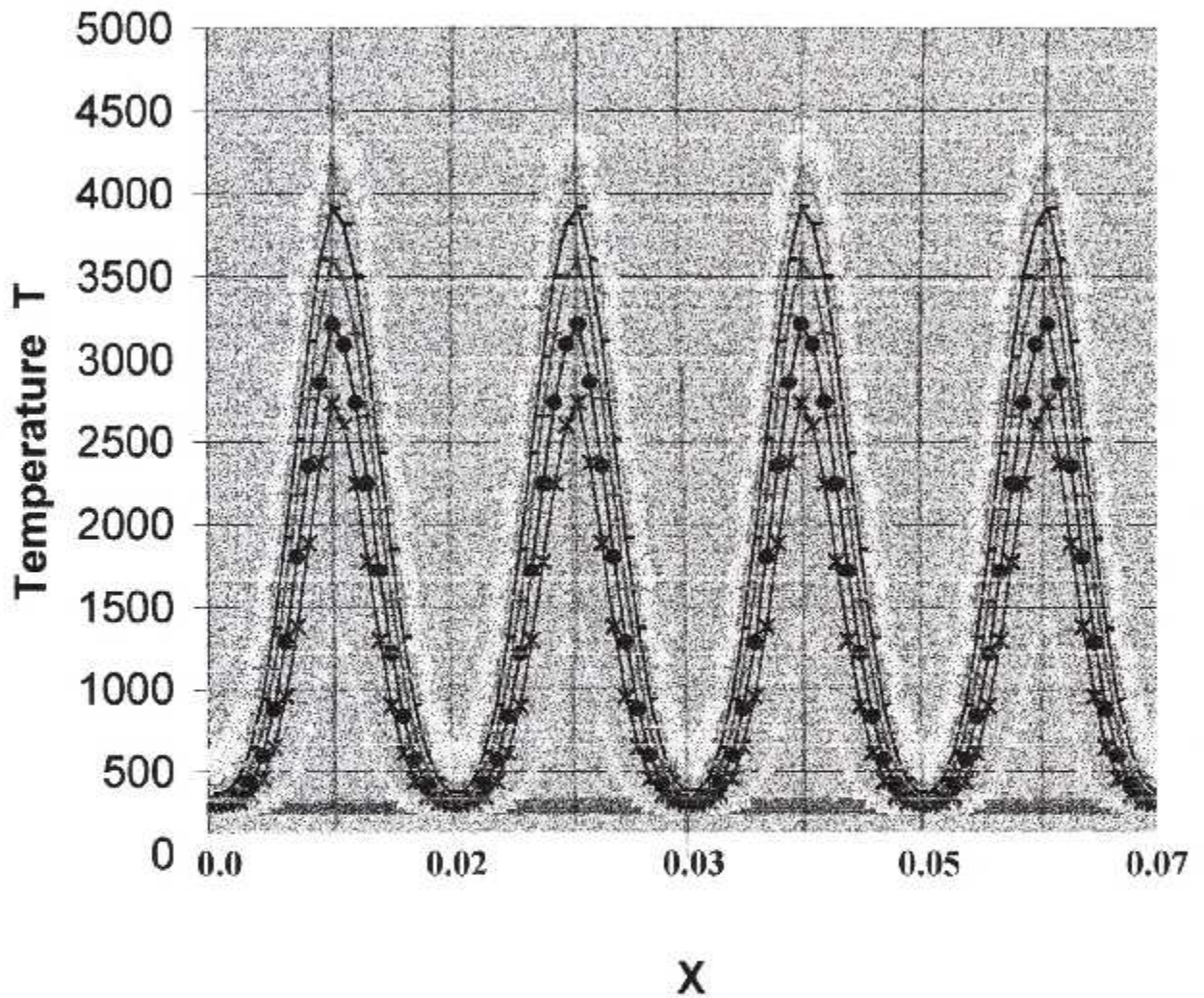
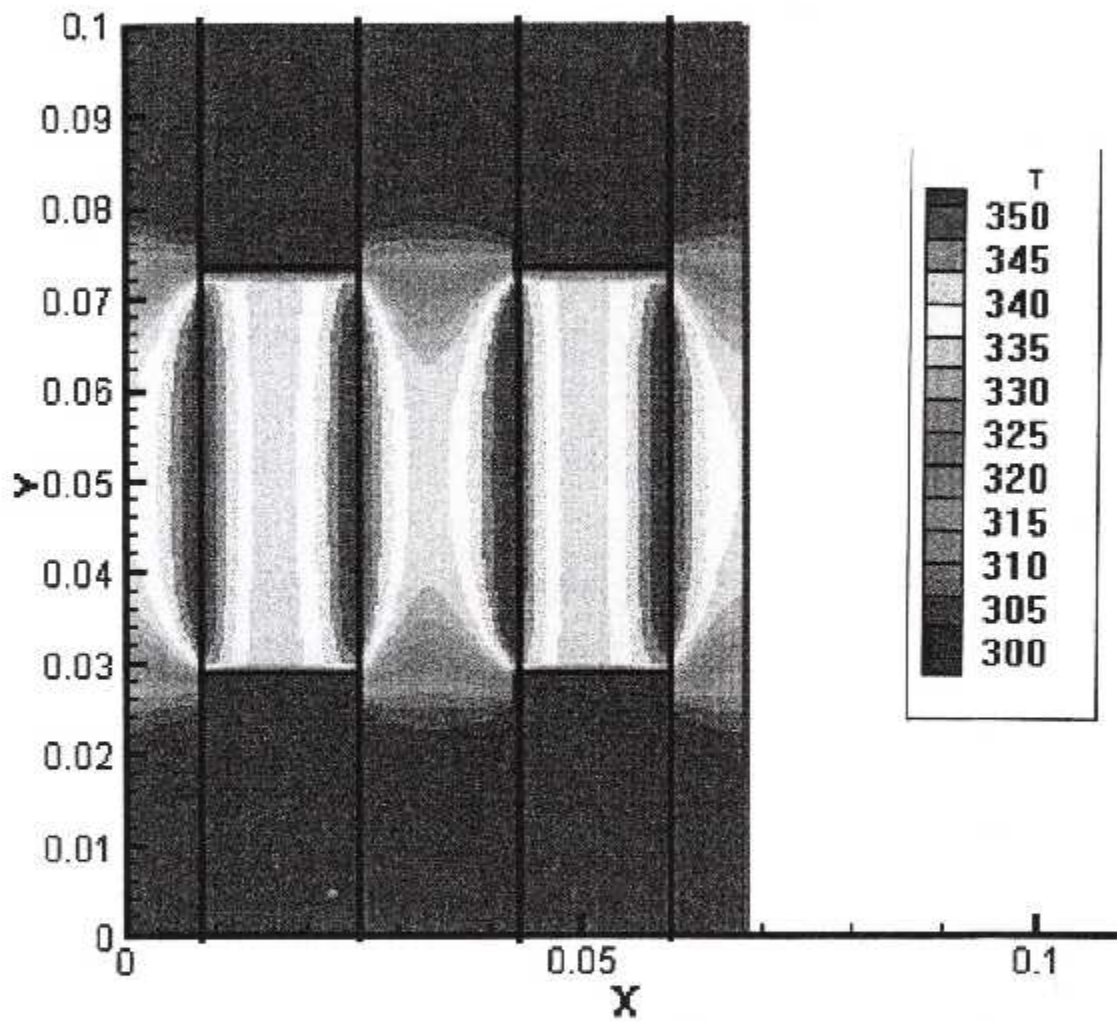


FIGURE 4-18: PROFILS DE TEMPERATURE POUR UN FREIN CERAMETLIQUE-CERAMETALIQUE



**FIGURE 4 -19 DISTRIBUTION DU CHAMP DE TEMPERATURE  
POUR UN CARBONE-CARBONE**

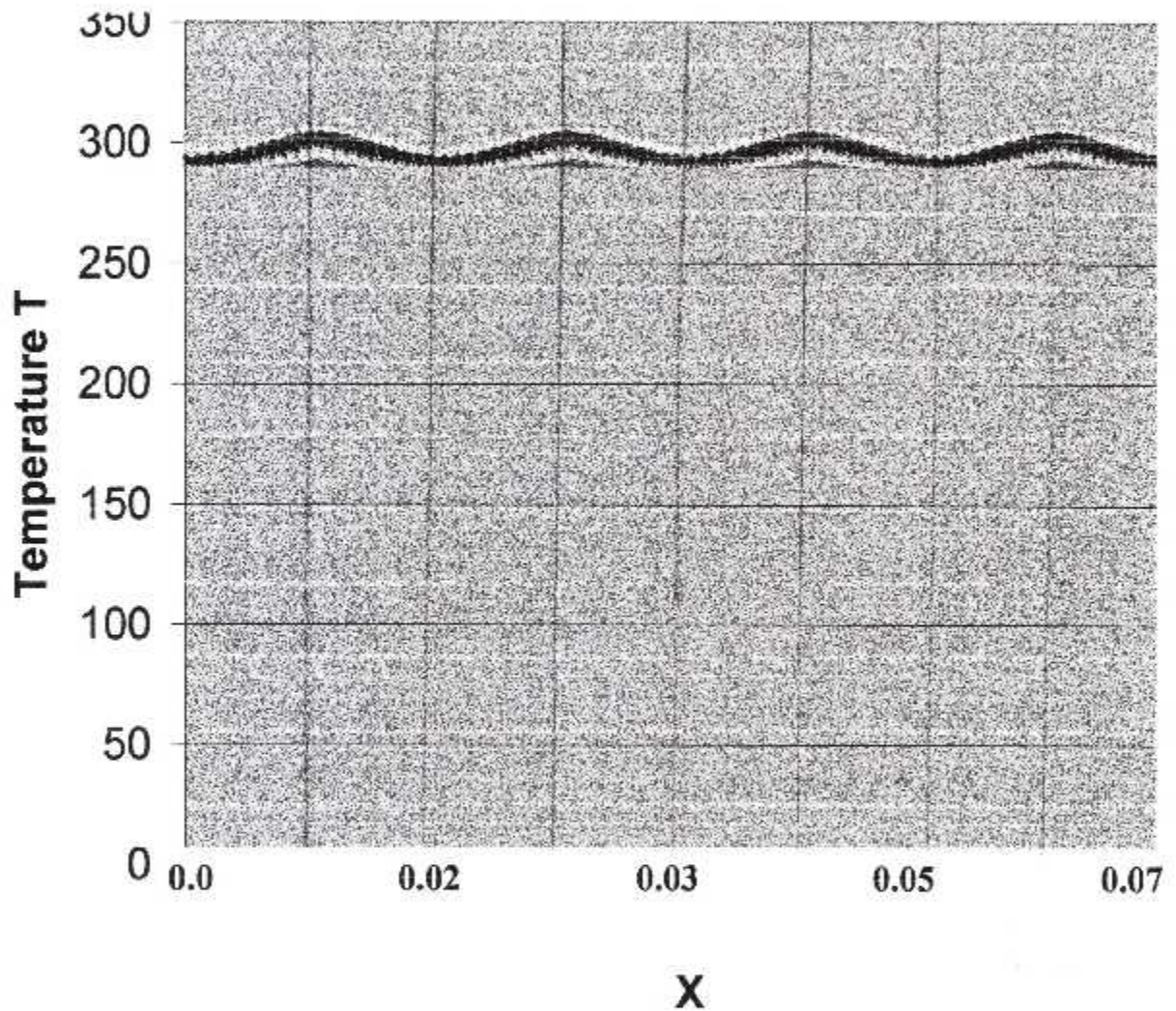


FIGURE 4-20 : PROFILS DE TEMPERATURE POUR UN FREIN CARBONE-CARBONE



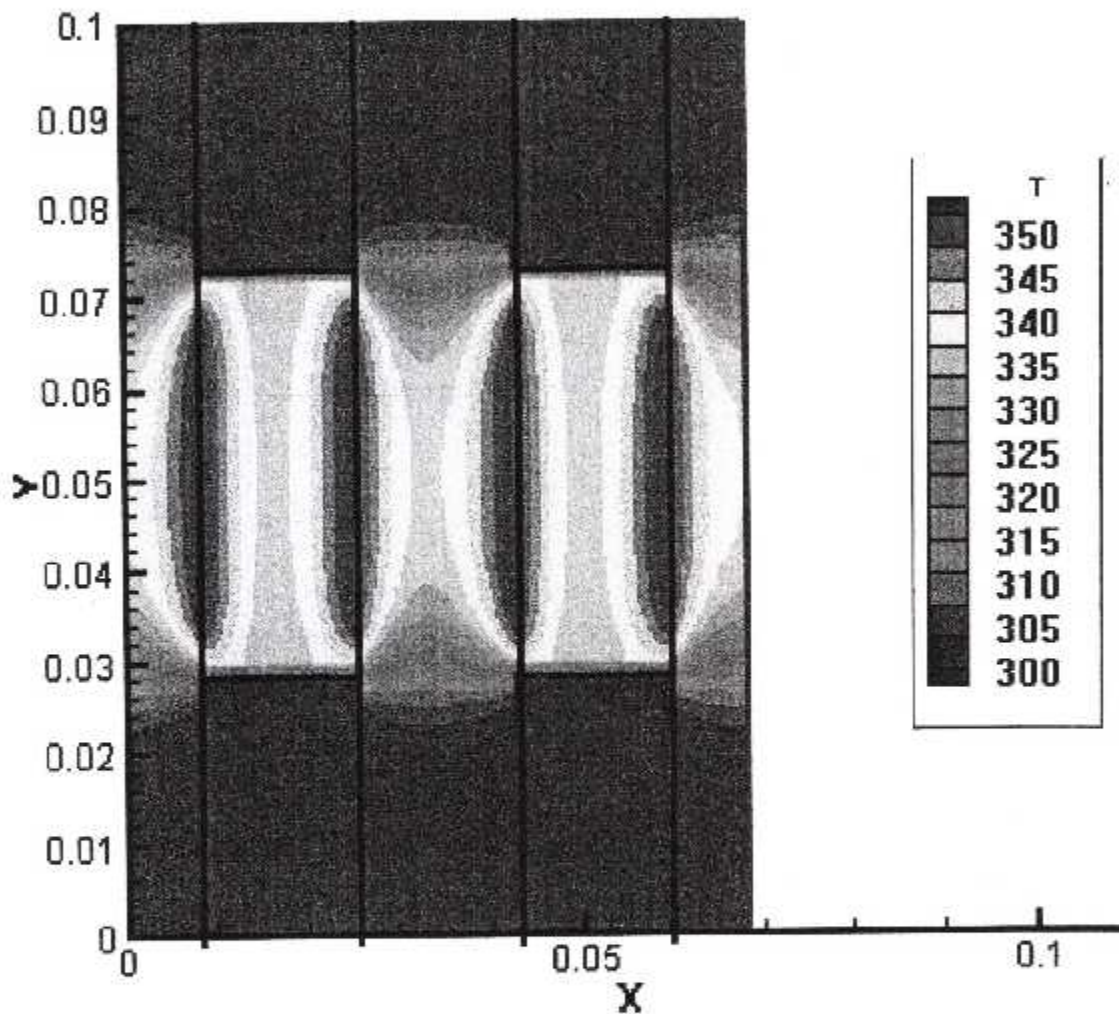


FIGURE 4 – 21 :DISTRIBUTION DU CHAMP DE TEMPERATURE  
 POUR UN FREIN CARBONE-ACIER

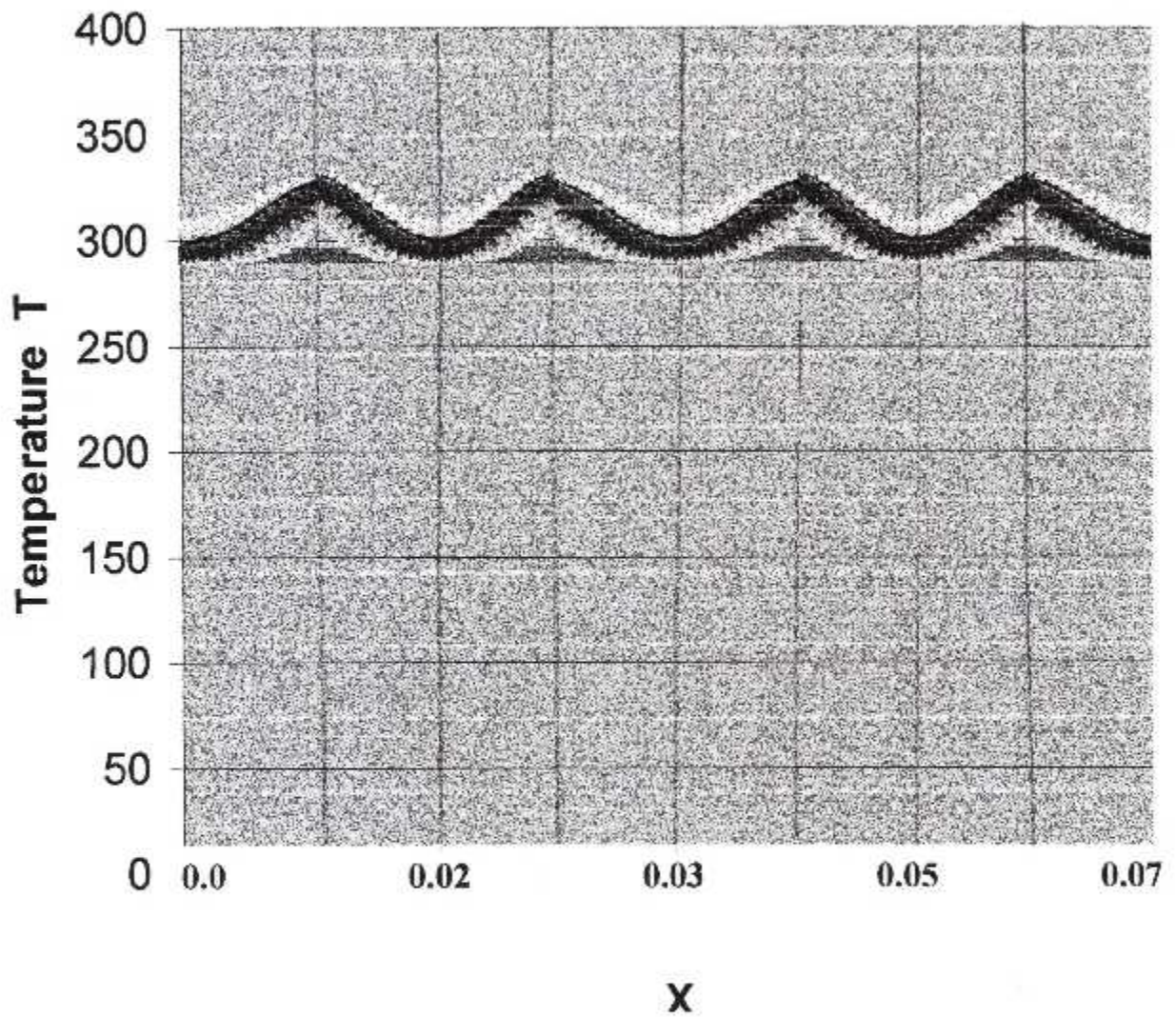


FIGURE 4-22: PROFILS DE TEMPERATURE POUR UN FREIN CARBONE-ACIER

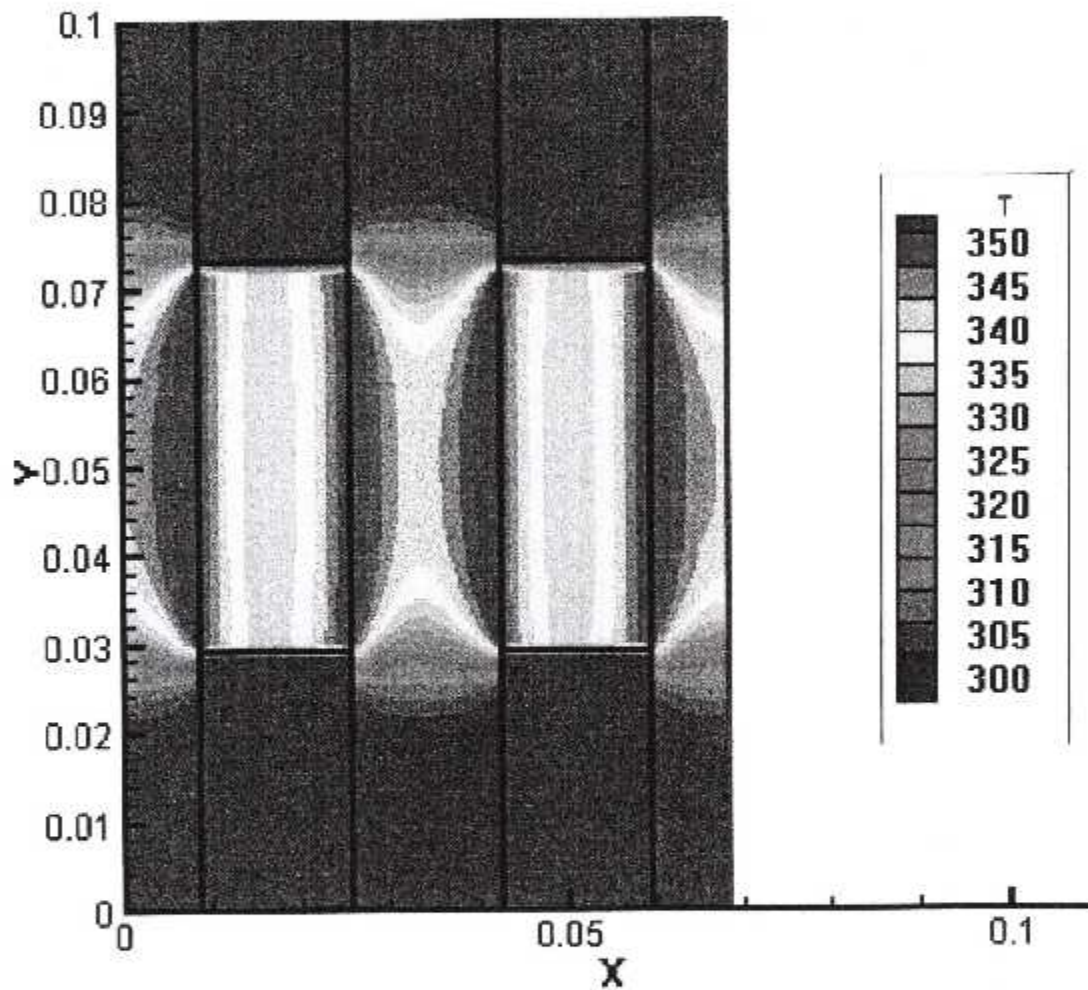
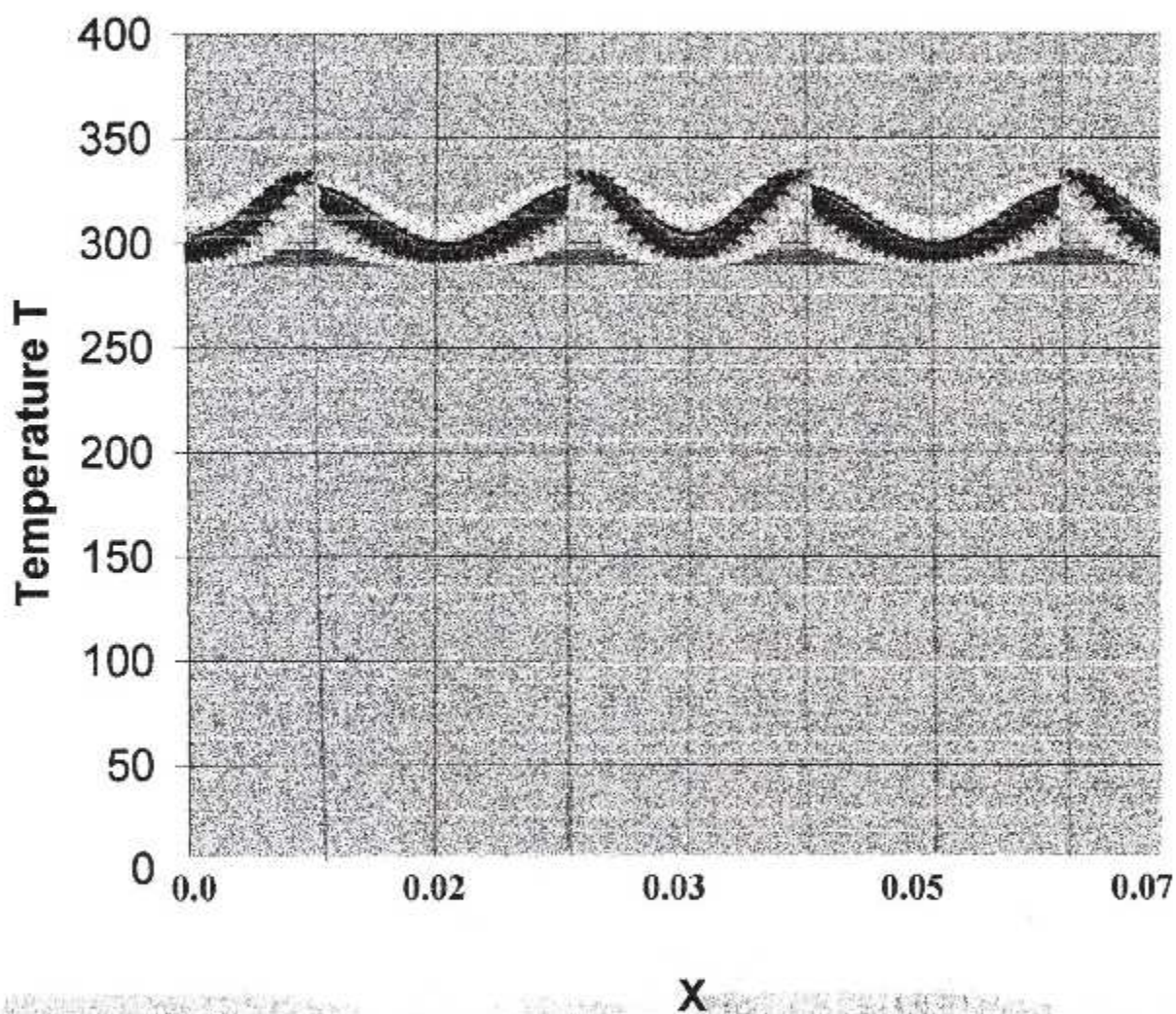
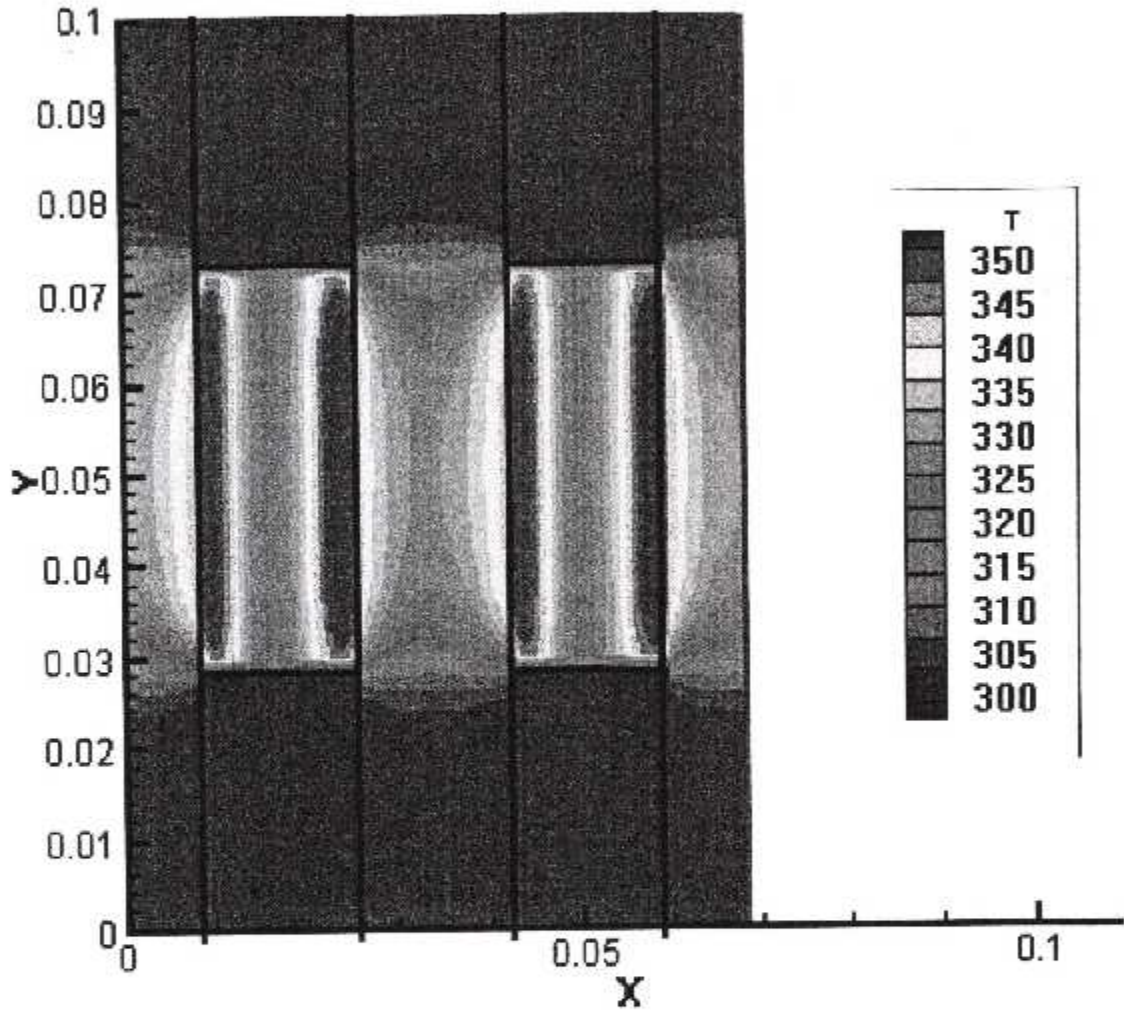


FIGURE 4-23 : DISTRIBUTION DU CHAMP DE TEMPERATURE  
POUR UN FREIN ACIER-CARBONE



**FIGURE 4 – 24 : PROFILS DE TEMPERATURE POUR UN FREIN  
ACIER-CARBONE**



**FIGURE 4-25 :DISTRIBUTION DU CHAMP DE TEMPERATURE POUR UN FREIN CARBONE-CERAMETALIQUE**

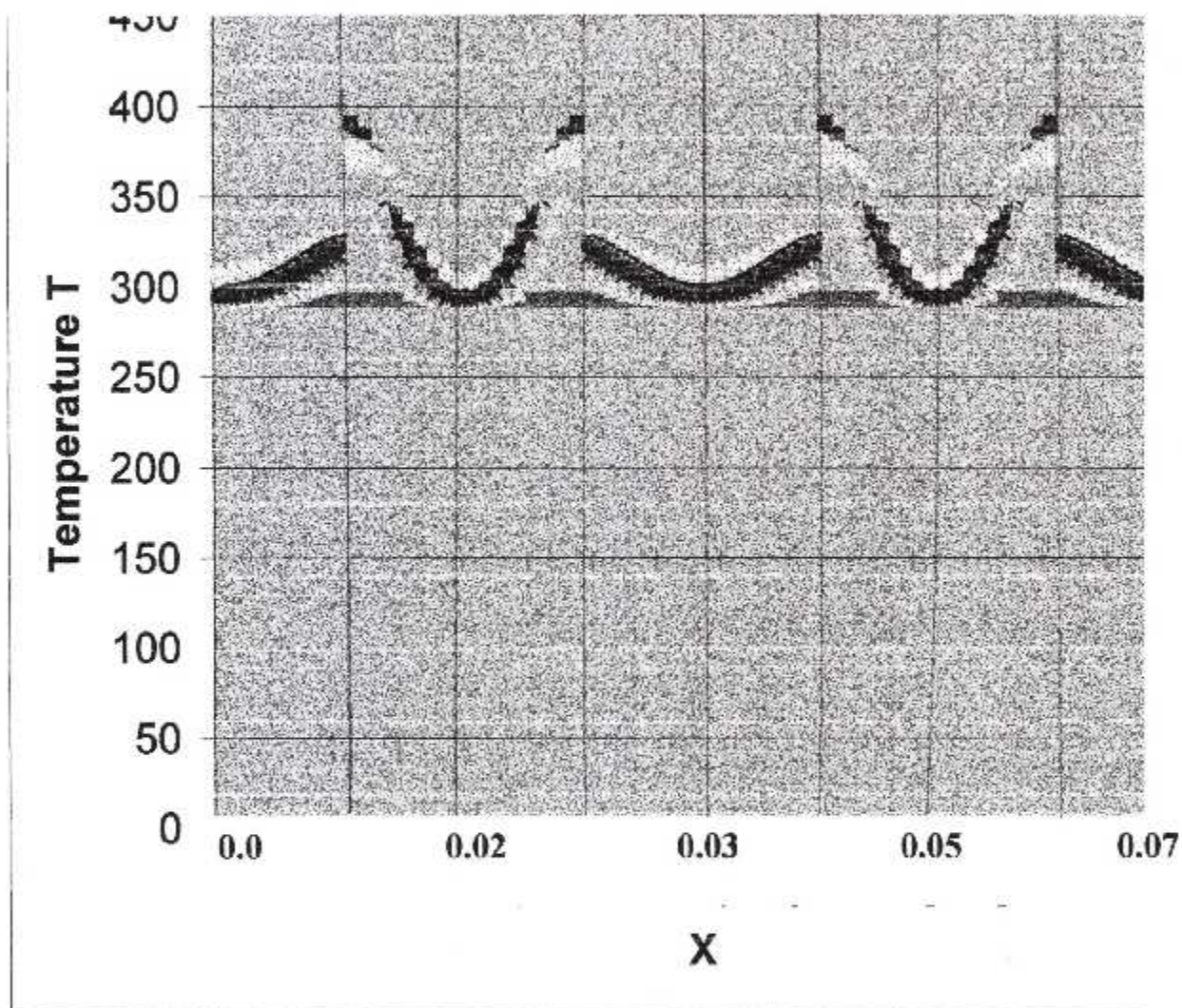
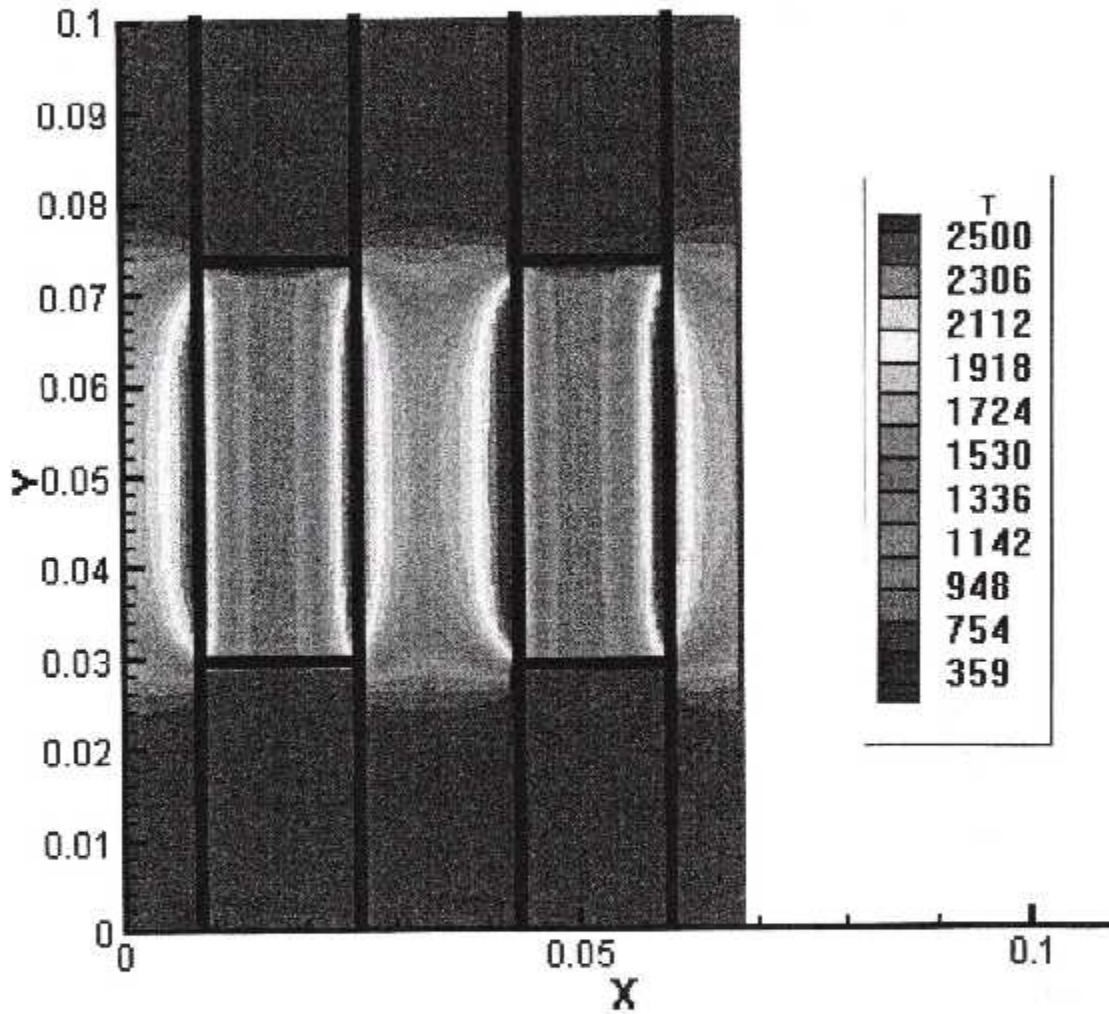
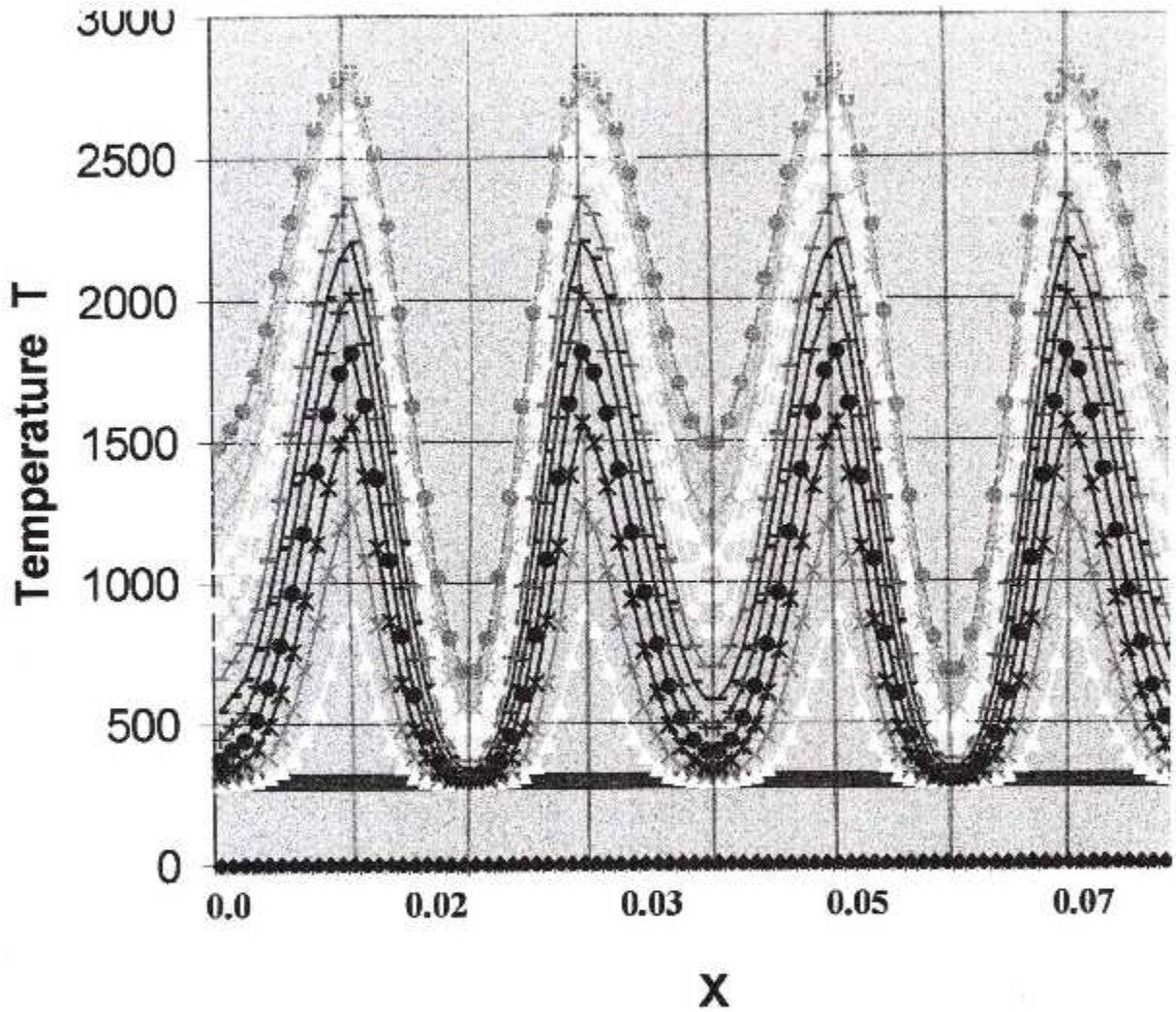


FIGURE 4 - 26 : PROFILS DE TEMPERATURE POUR UN FREIN CARBONE-CERAMETALIQUE



**FIGURE 4 - 27 :DISTRIBUTION DU CHAMP DE TEMPERATURE  
POUR UN FREIN EN CARBONE-CARBONE ET P = 200 bar**



**FIGURE 4 - 28 : PROFILS DE TEMPERATURE POUR UN FREIN  
CARBONE-CARBONE ET P= 200 bar**



### 3-2-Effet de force de pression :

Dans ce paragraphe nous allons voir l'influence de la force de freinage sur le comportement thermique du frein présenté au chapitre 1, avec un maillage raffiné de 60x80, et un temps de freinage égale à 29 seconde, pour cela nous avons pris les trois cas suivants :

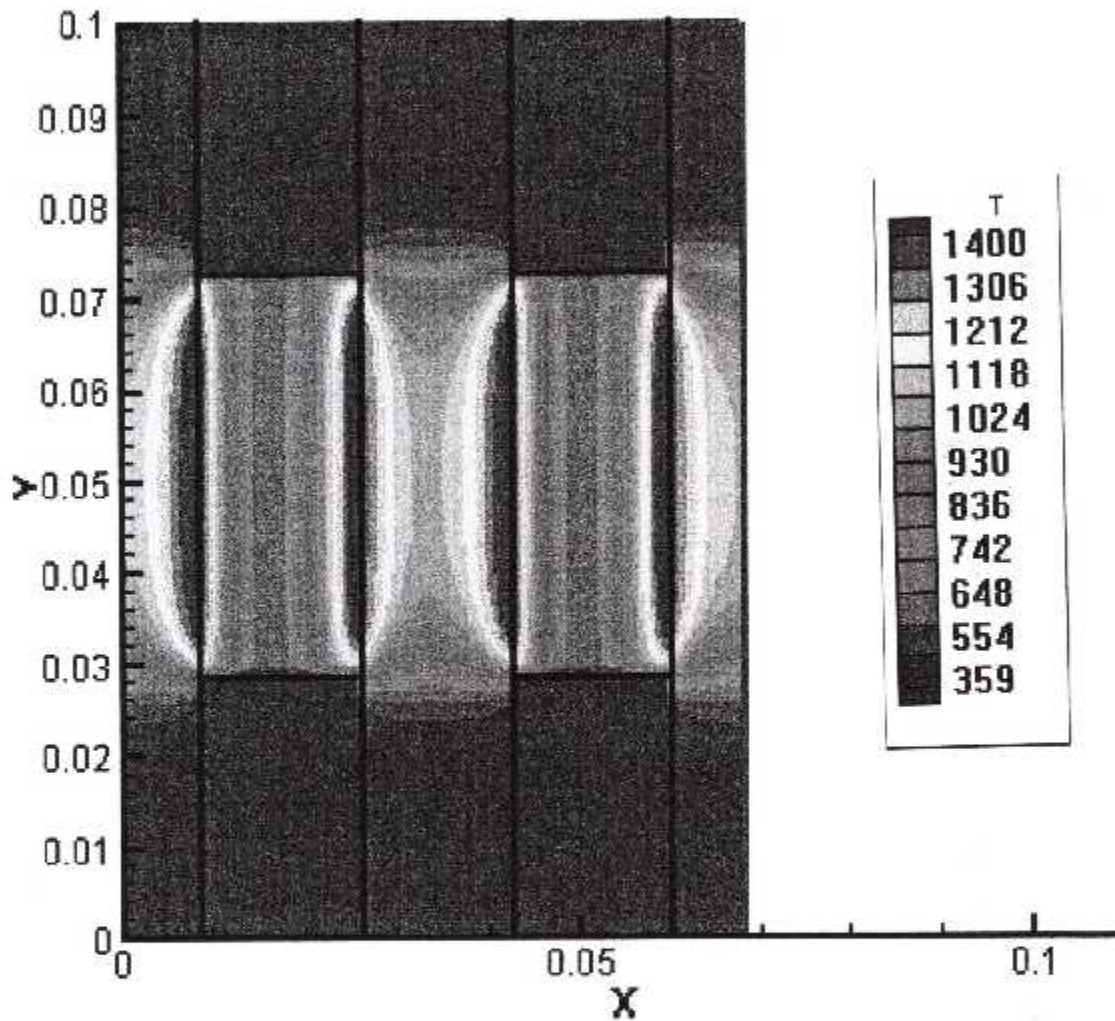
- Dans le premier cas nous choisissons le cas où  $P= 122,5$  bar, représenté par les figures 4-29 et 4-30.
- Par contre les figures 4-31 et 4-32 représentent le cas de  $P=100$  bar.
- Et enfin  $P= 200$  bar illustré par les figures 4-33 et 4-34.

L'examen qualitatif de ces courbes, nous révèle que le flux de chaleur à un rapport direct avec la puissance de freinage, puisque on voit que plus cette dernière augmente plus le flux de chaleur généré par friction est grand.

### 3-3-Effet du temps de freinage :

Sur les figures de 4-35 à 4-38, on a tracé les profils de température à des temps de freinage différents, toujours pour la frein du paragraphe 2, un maillage uniforme de 60x80 et un force de 122,5 bar, par rapport au résultat pris comme référence, nous avons choisis deux temps, l'un supérieur et l'autre inférieur à 29 seconde.

En examinant ces courbes, on peut conclure que le flux de chaleur est d'autant plus grand que le temps de freinage est grand, ce qui est parfaitement logique puisque plus on freine plus ça chauffe.



**FIGURE 4 – 29 :DISTRIBUTION DU CHAMP DE TEMPERATURE  
POUR P = 122.5 bar**

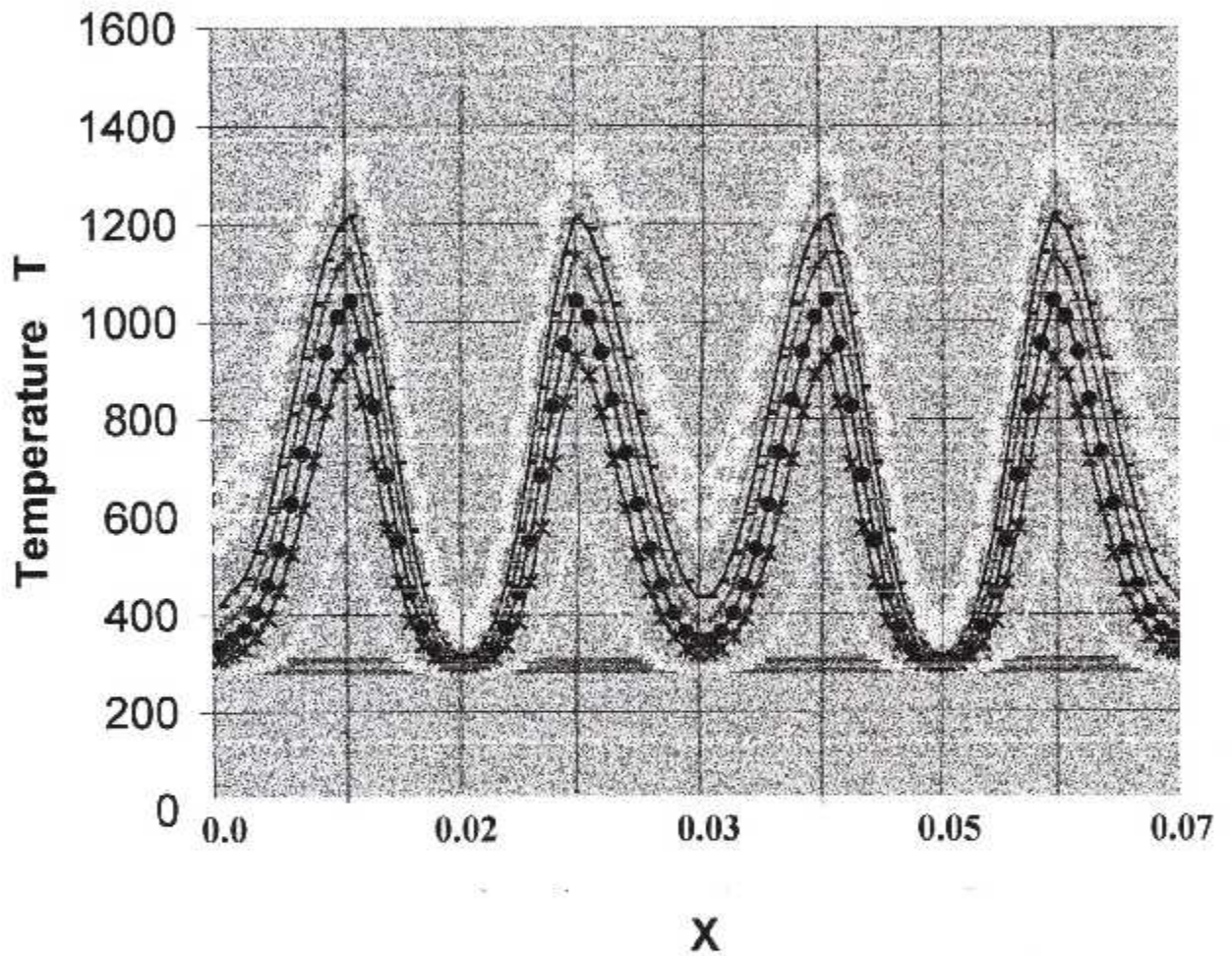


FIGURE 4 – 30 : PROFILS DE TEMPERATURE POUR P= 122.5 bar

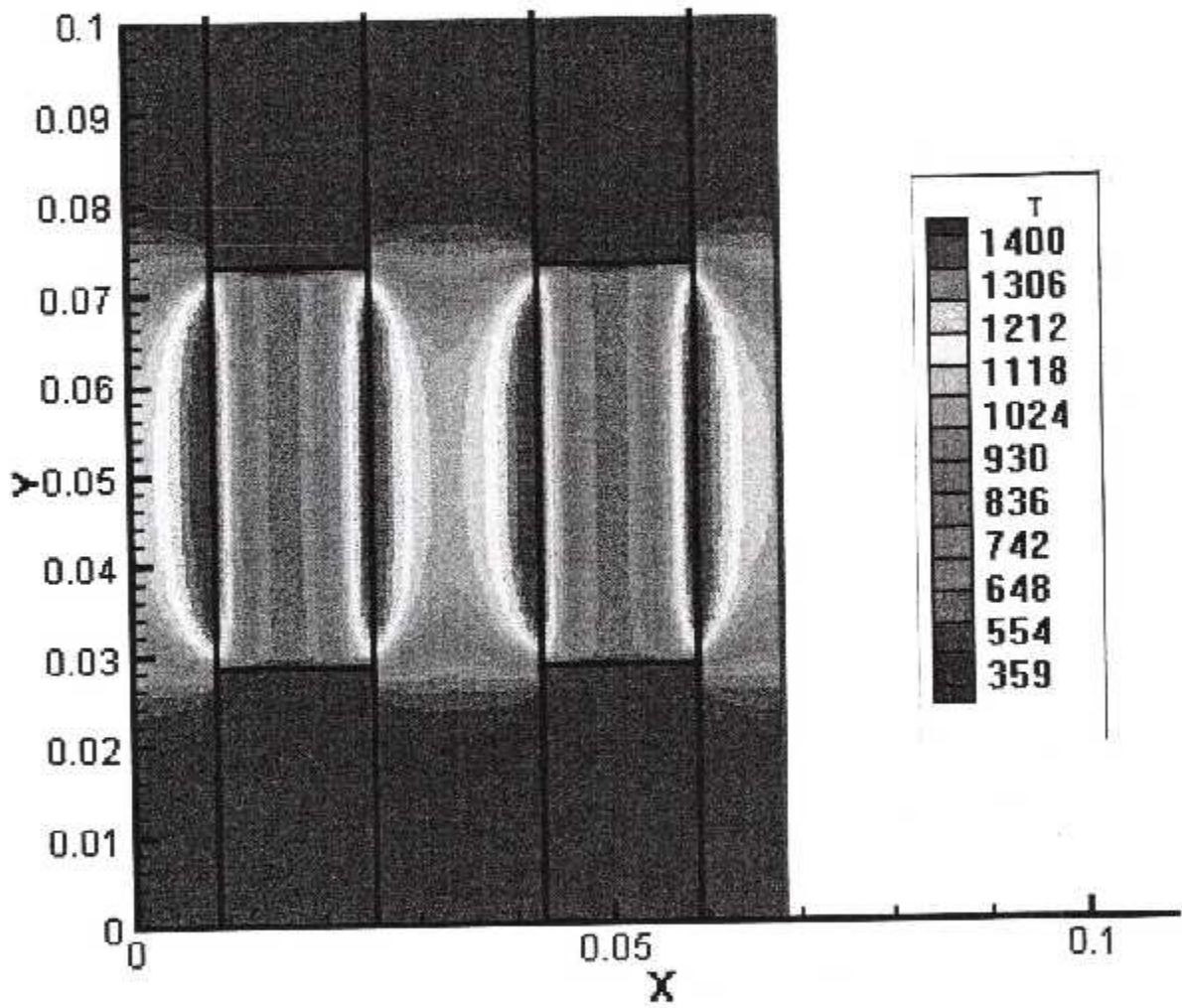


FIGURE 4 -31 :DISTRIBUTION DU CHAMP DE TEMPERATURE  
POUR P = 100 bar

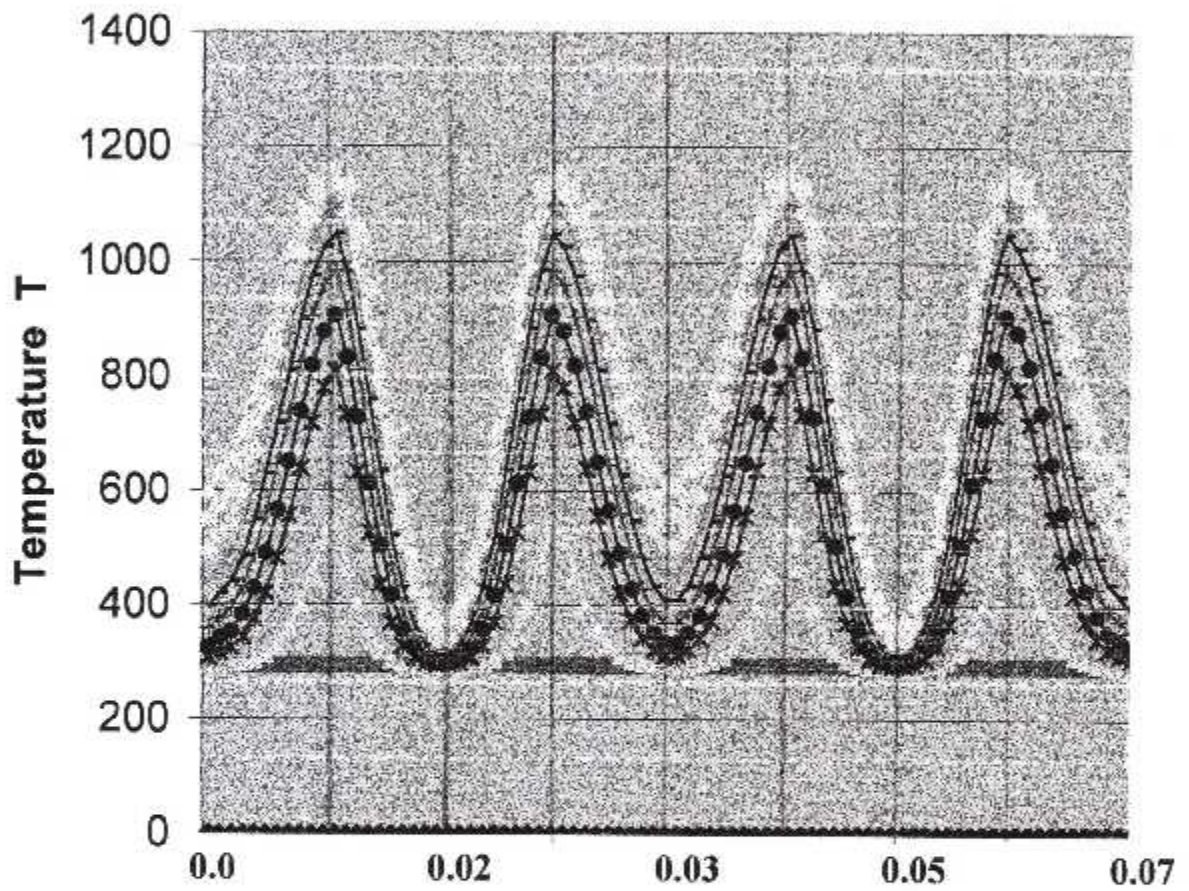


FIGURE 4 – 32 :PROFILS DE TEMPERATURE POUR P= 100bar

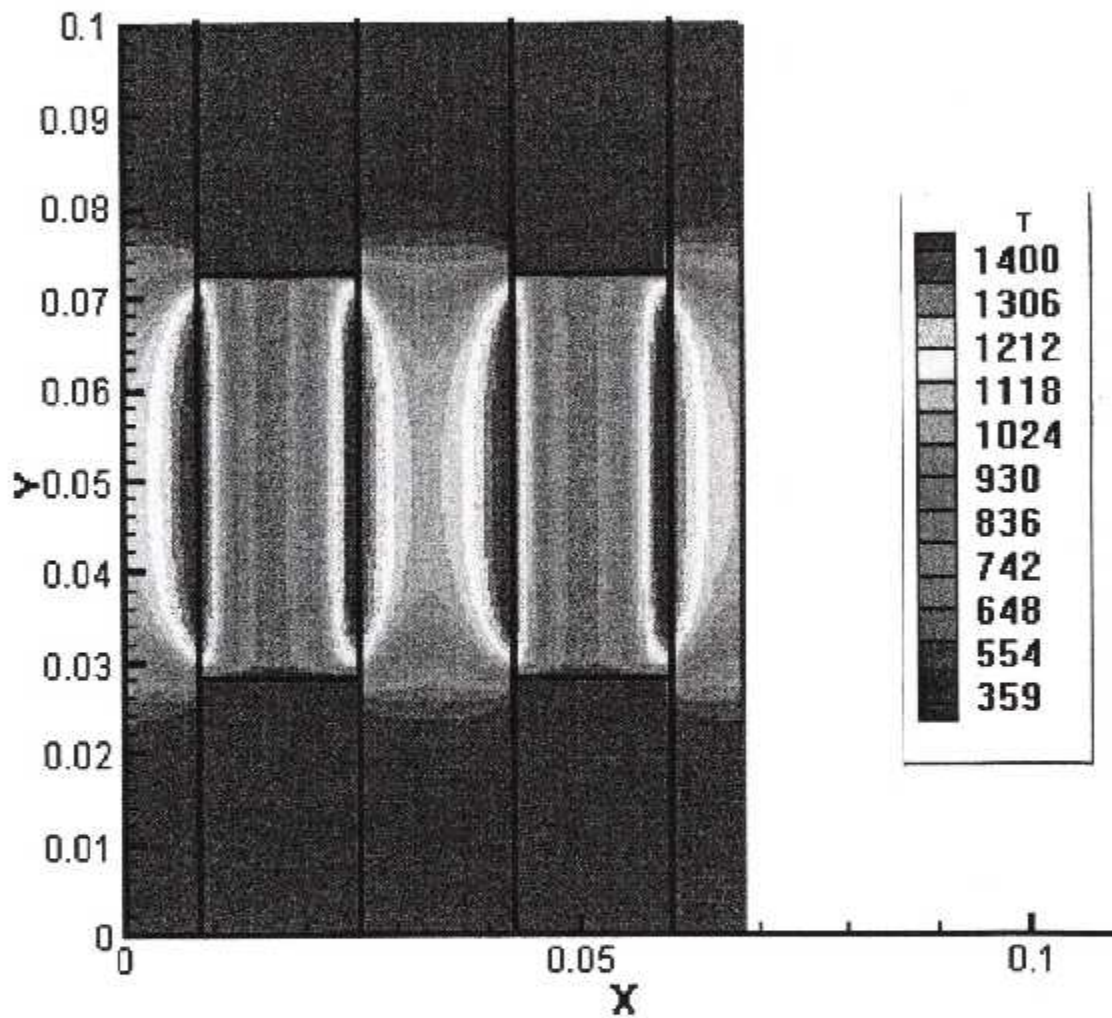


FIGURE 4-33 : DISTRIBUTION DU CHAMP DE TEMPERATURE  
POUR P=200bar

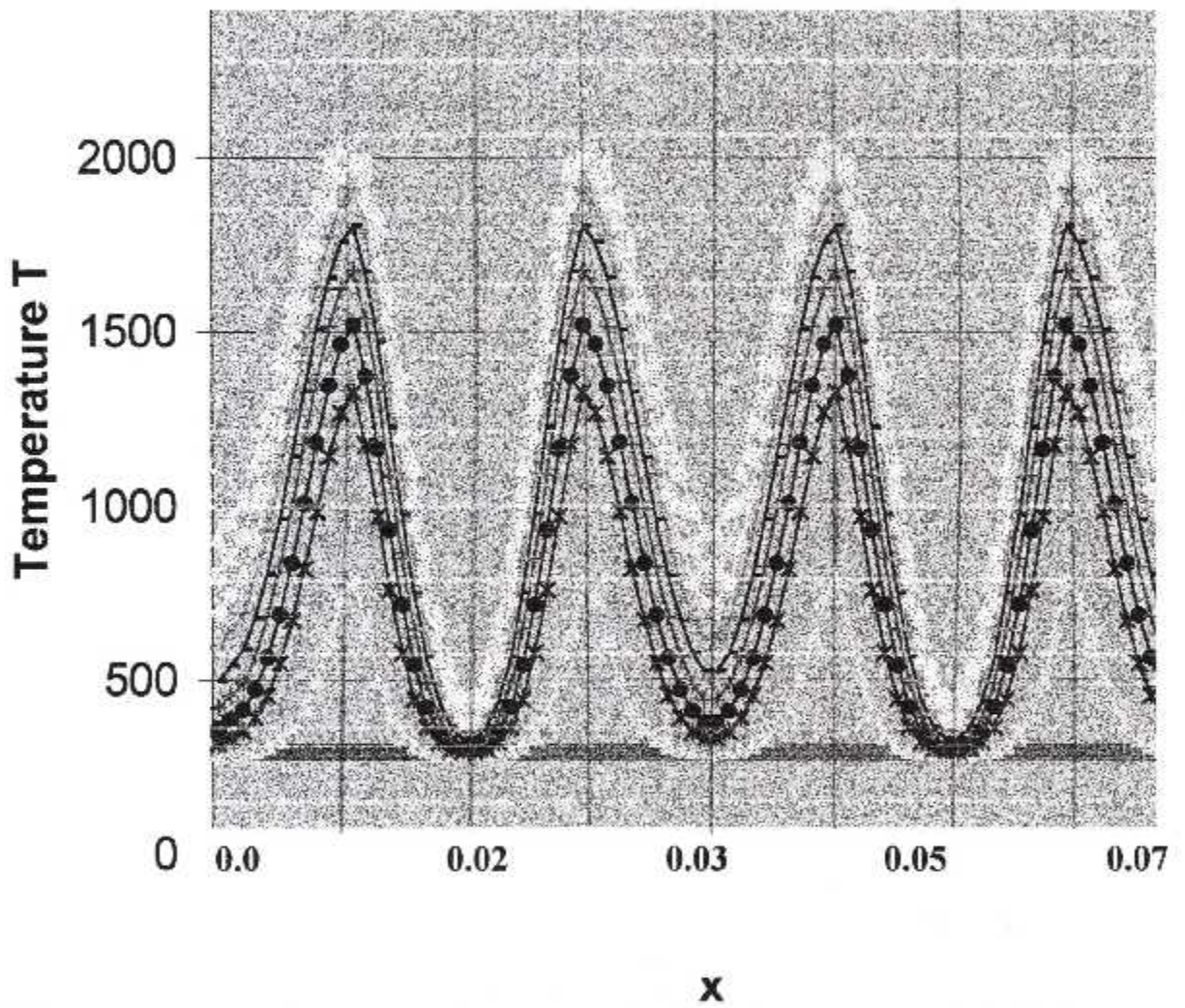


FIGURE 4 – 34 :PROFILS DE TEMPERATURE POUR P=200 bar

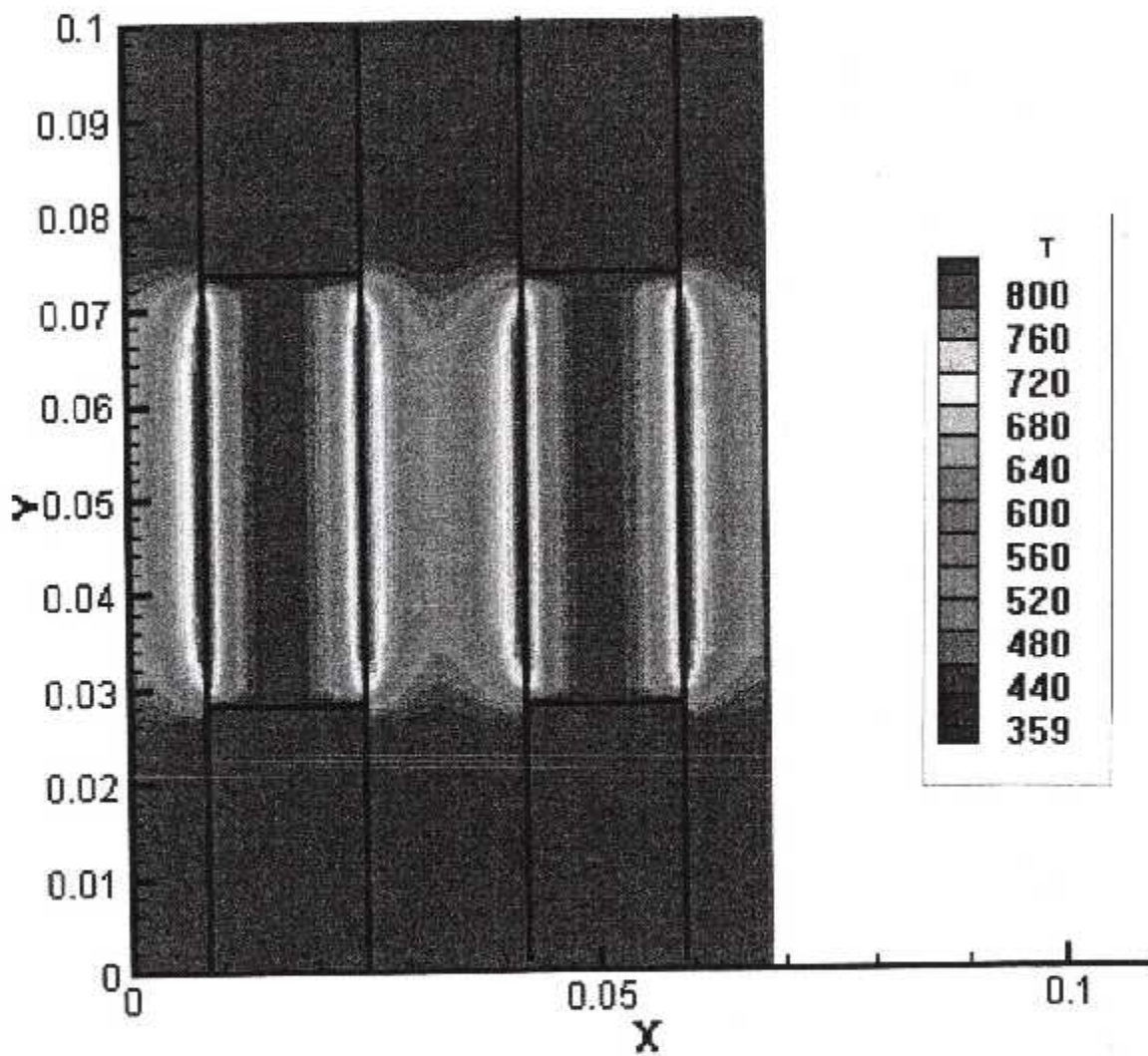


FIGURE 4-35 :DISTRIBUTION DU CHAMP DE TEMPERATURE  
POUR  $t_f = 15$  s



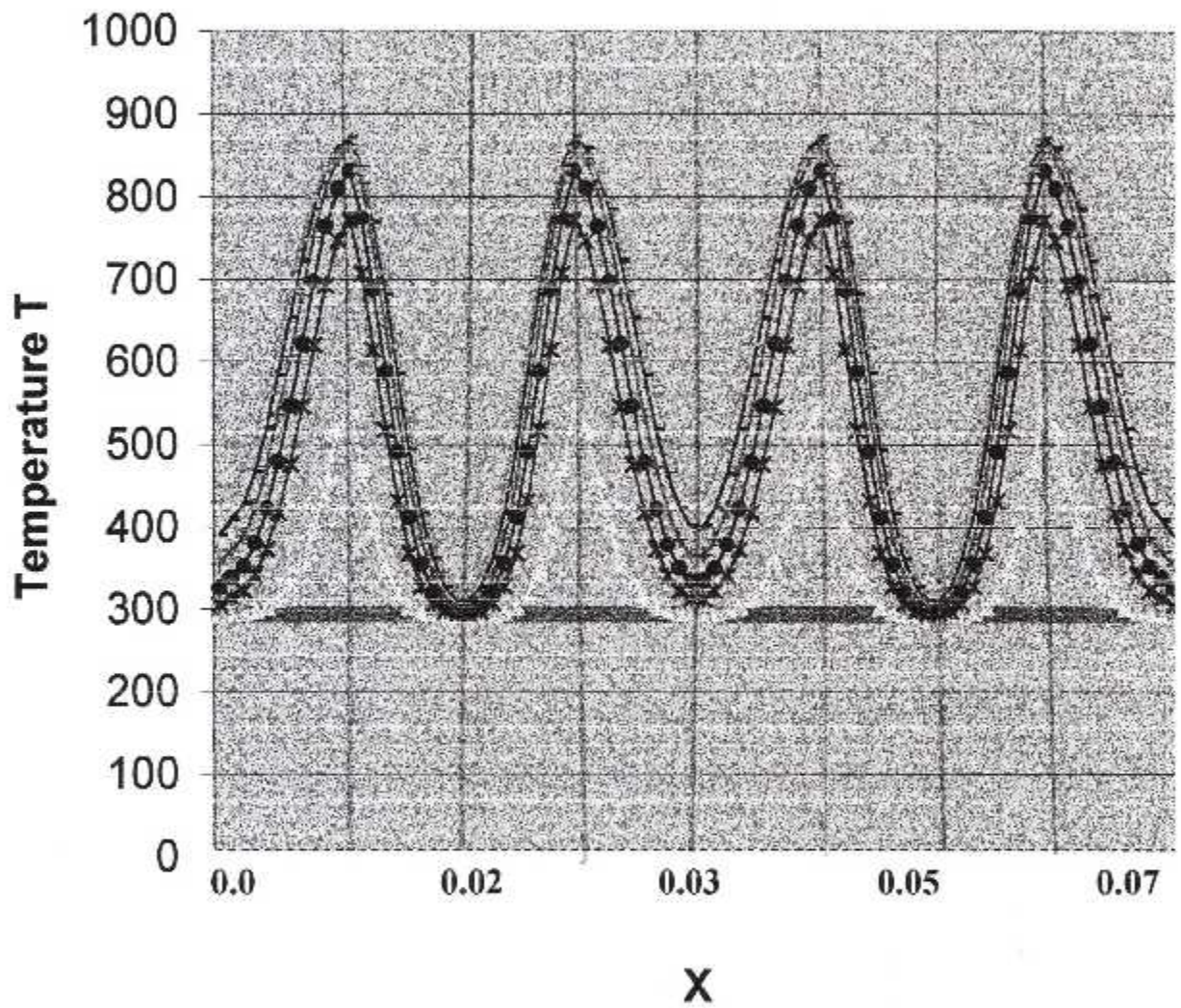
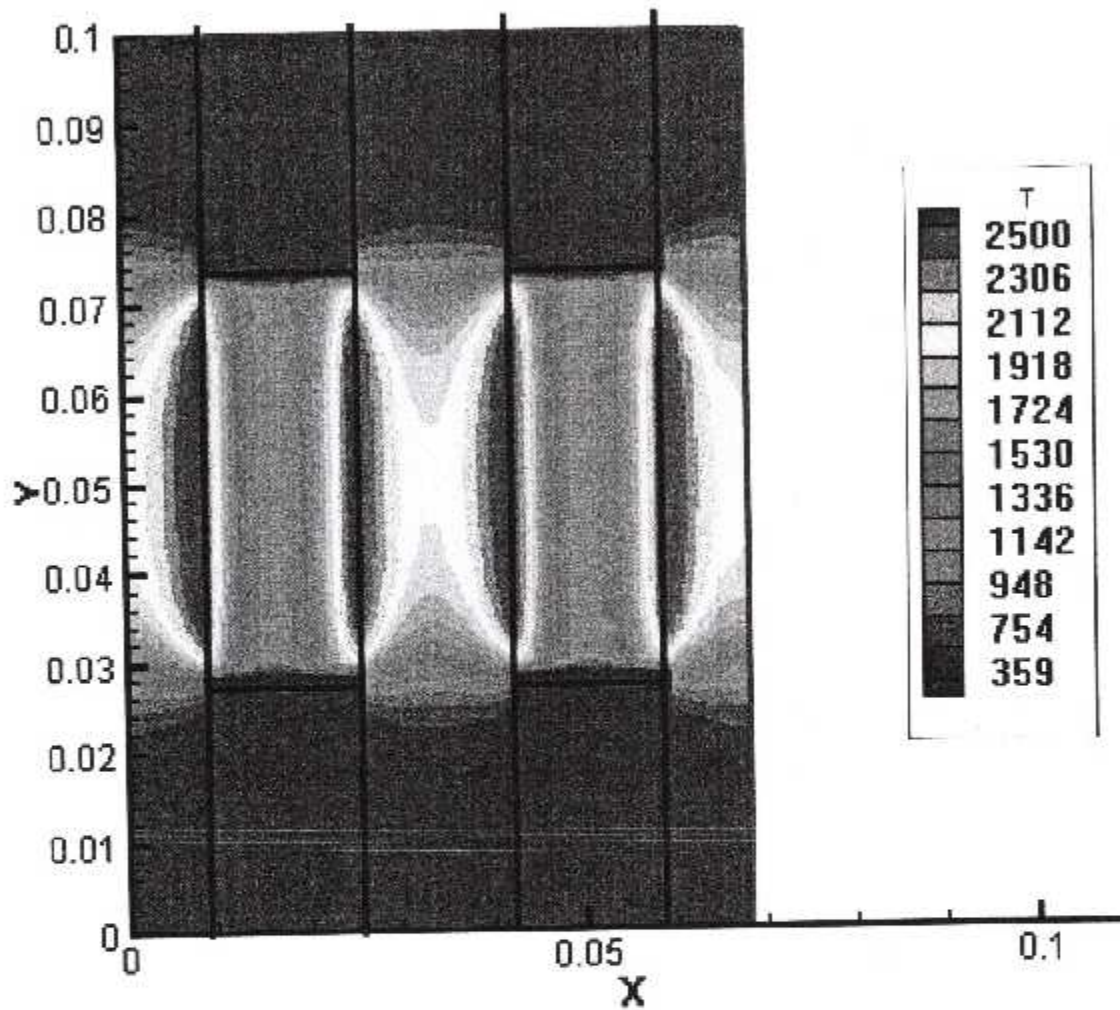


FIGURE 4-36 : PROFILS DE TEMPERATURE POUR  $t = 15$  s



**FIGURE 4-37 :DISTRIBUTION DU CHAMP DE TEMPERATURE  
POUR  $t_f = 35$  s**

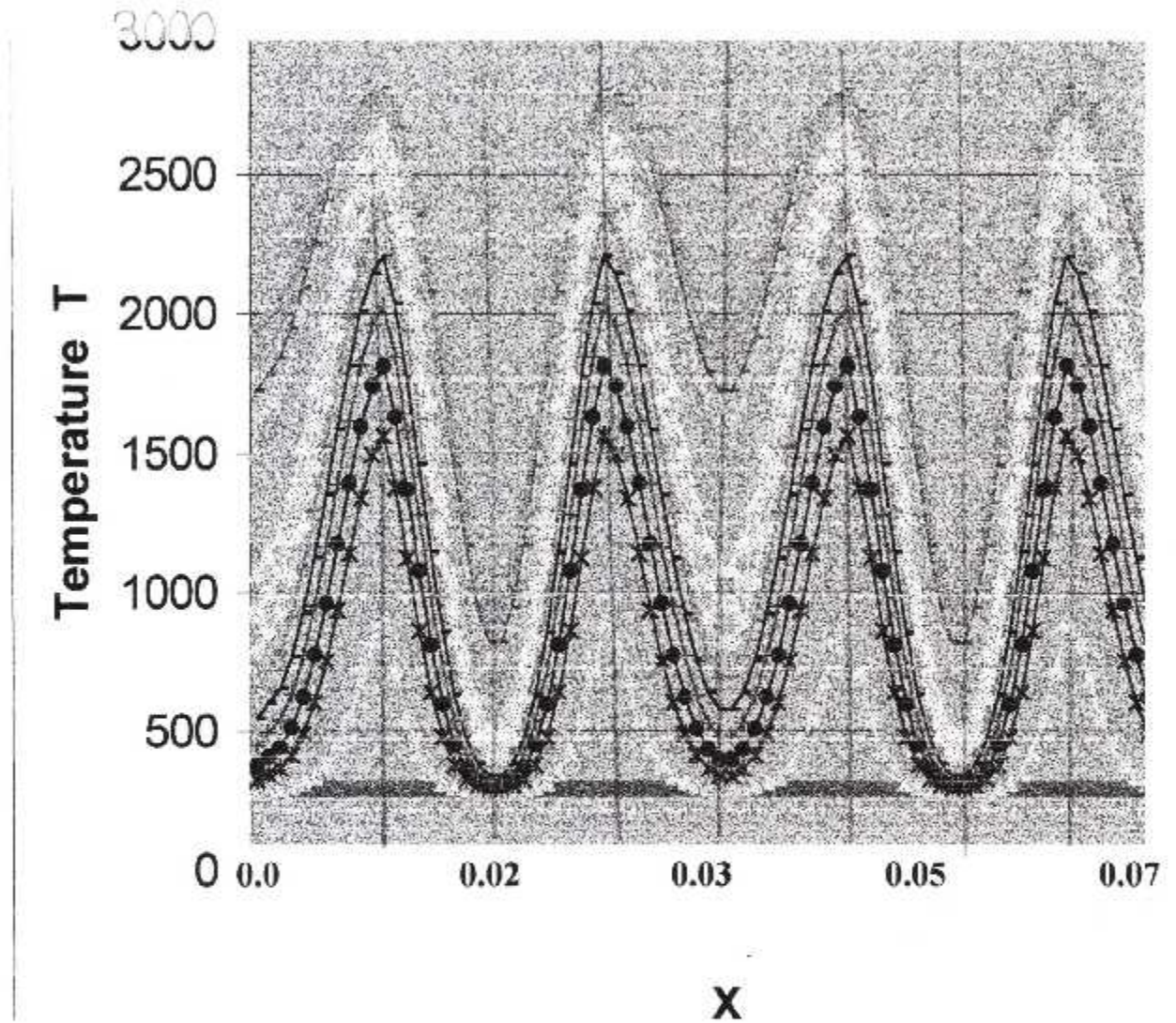


FIGURE 4 - 38 : PROFILS DE TEMPERATURE POUR  $t_f = 35$  s

# CONCLUSION

1. The first part of the report...

2. The second part of the report...

3. The third part of the report...

Pour terminer notre travail, on doit donner une conclusion générale afin de pouvoir juger ce qui à été fait le long de ce projet.

On peut dire que ce sujet nous a permis d'accéder à plusieurs domaines qui sont actuellement à la une, parmi eux on cite la programmation de manière générale, la méthode des volumes finis, et le logiciel tecplot.

D'autre part on remarque que vue l'importance du freinage pour la sécurité des avions, ce programme nous a permis d'étudier beaucoup de paramètres qui influent sur ce dernier, cela se fait de manière très aisée, tout simplement en faisant varier les données introduites dans le programme, contrairement aux méthodes analytiques, nous n'avons pas besoins de refaire le calcul pour aborder d'autres cas.

D'après les résultats obtenus, nous déduisant que le matériau représente le facteur le plus important, puisque c'est pratiquement le plus facile à changer, contrairement aux facteurs de temps, distance et pression qui ont en générale des valeurs moyennes constantes.

En fin, espérant que notre sujet trouvera une application ou une suite, en considérant les propriétés physiques variables en fonction de la température afin de se rapprocher le plus de la réalité physique du phénomène.

# BIBLIOGRAPHIE

## **BIBLIOGRAPHIE :**

[1] J- LECOMTE-BECKERS et Y-GREDAY propriétés thermiques, matériaux pour haute température.

[2] A-AZABI et M-ARADJ «étude thermique d'un bloc de frein du Boeing 737-800/NG, résolution de l'équation de la propagation de la chaleur en régime transitoire par la méthode de DUHAMEL », PFE aéronautique promotion 2003.

[3] N-AZZI «simulation de transfert de chaleur lors d'une opération de soudage TIG des tôles minces par la méthode des volumes finis et validation expérimentale », PFE mécanique ENP promotion 2003.

[4] H-BENTRADE «étude numérique de la convection forcée dans la zone d'entrée de l'échangeur de chaleur », thèse de magistère mécanique.

[5] Guide to exceptional aircraft carbon brake maintenance.

[6] Guide to exceptional brake control systems maintenance.

[7] Guide to exceptional aircraft steel brake maintenance.

[8] M-BOUMAHRAT et A-GOURDIN «méthodes numériques appliquées » OPU.

[9] F-GROSJEAN «méthode numérique des volumes finis ».

[10] S-JURGEN « transmission de la chaleur »  
Edition :OPU ,Alger ,1983.

[11] J-GHICHARD « freinage à très hautes performances »  
technique de l'ingénieur :B53B5580.

[12] J-CARRE « technologie de freinage »  
technique de l'ingénieur :B53B5574.

[13] J-CARRE « théorie de freinage »  
technique de l'ingénieur :B53B5570.

[14] J-CARRE « technologie de freinage »  
technique de l'ingénieur :B53B5571.

[15] J.TAINE et J.P.PETIT « transferts thermiques cours et  
données de base » deuxième édition :DUNOD,1995.

[16] N.MAPLE GROVE « a general purpose computer program for  
two-dimensional fluid and heat transfert » .



# ANNEXES

■ ALGORITHME " T.D.M.A " (TRIDIAGONAL MATRIX ALGORITHM)

Soit le système d'équations algébriques linéaires à matrice tri diagonale donné dans (1).

$$\begin{bmatrix} \beta_1 & \gamma_1 & & & & & & & & & \\ & \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 & & & & & & & \\ & & \alpha_3 & \beta_3 & \gamma_3 & & & & & & \\ & & & \cdot & \cdot & \cdot & & & & & \\ & & & & \alpha_i & \beta_i & \gamma & & & & \\ & & & & & \cdot & \cdot & \cdot & & & \\ & & & & & & & \alpha_n & \beta_n & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \vdots \\ \phi_i \\ \vdots \\ \phi_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \vdots \\ \lambda_i \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix} \quad (1)$$

Le principe de l'algorithme " TDMA " consiste tout d'abord, à utiliser la première equation pour éliminer  $\phi_1$  de la seconde equation. La nouvelle equation ainsi obtenue est à son tour utiliser pour éliminer  $\phi_2$  de la troisième equation. Une telle démarche est appliquer pour toute les equations restantes jusqu'à éliminer  $\phi_{n-1}$  de n-ième equation. Cette dernière aura alors uniquement une seule inconnue  $\phi_n$ . Les autres inconnues  $\phi_{n-1}, \phi_{n-2}, \dots, \phi_2, \phi_1$  sont donc calculées par substitution successive en faisant le chemin inverse.

Supposons, que  $\phi_{i-2}$  a été éliminée de la (i-1)-ième equation. Dans ce cas, on peut écrire :

$$b_{i-1} \phi_{i-1} + c_{i-1} \phi_i = d_{i-1} \quad (2)$$

Cette dernière est utilisée pour éliminer  $\phi_{i-1}$  de la  $i$ -ième équation. D'où:

$$\left( \beta_i - \frac{\alpha_i \cdot c_{i-1}}{b_{i-1}} \right) \phi_i + \gamma_i \cdot \phi_{i+1} = \lambda_i - \frac{\alpha_i \cdot d_{i-1}}{b_{i-1}} \quad (3)$$

En comparant l'équation (3) a (2) on a alors :

$$\text{pour } i = 2, 3, \dots, n \quad b_i = \beta_i - \frac{\alpha_i \cdot c_{i-1}}{b_{i-1}} \quad (4.a)$$

$$c_i = \gamma_i \quad (4.b)$$

$$d_i = \lambda_i - \frac{\alpha_i \cdot d_{i-1}}{b_{i-1}} \quad (4.c)$$

$$\text{pour } i=1 \quad b_1 = \beta_1, \quad c_1 = \gamma_1, \quad d_1 = \lambda_1 \quad (4.e)$$

Lorsque  $i=n$ , la  $n$ -ième équation s'écrit:

$$b_n \phi_n = d_n \quad (4.f)$$

donc:

$$\phi_n = \frac{d_n}{b_n} \quad (4.h)$$

Les autres valeurs de  $\phi$  sont calculées à partir de l'équation (3) qui, après transformation, devient:

pour  $i=n, n-1, \dots, 2$

$$\phi_{i-1} = \frac{(d_{i-1} - c_{i-1} \phi_i)}{b_{i-1}} \quad (5)$$

L'algorithme complet se présente alors comme suit:

■  $i=1,2,\dots,n$

$$c_i = \gamma \quad (6)$$

■  $b_1 = \beta_1, d_1 = \lambda_1$  (7)

■  $i=2,3,\dots,n$

$$k = \frac{\alpha_i}{b_{i-1}} \quad (8)$$

$$b_i = \beta_i - k \cdot c_{i-1} \quad (9)$$

$$d_i = \lambda_i - k \cdot d_{i-1} \quad (10)$$

$$\blacksquare \phi_n = \frac{d_n}{b_n} \quad (11)$$

■  $i=n,n-1,\dots,2$

$$\phi_{i-1} = \frac{(d_{i-1} - c_{i-1} \phi_i)}{b_{i-1}} \quad (12)$$

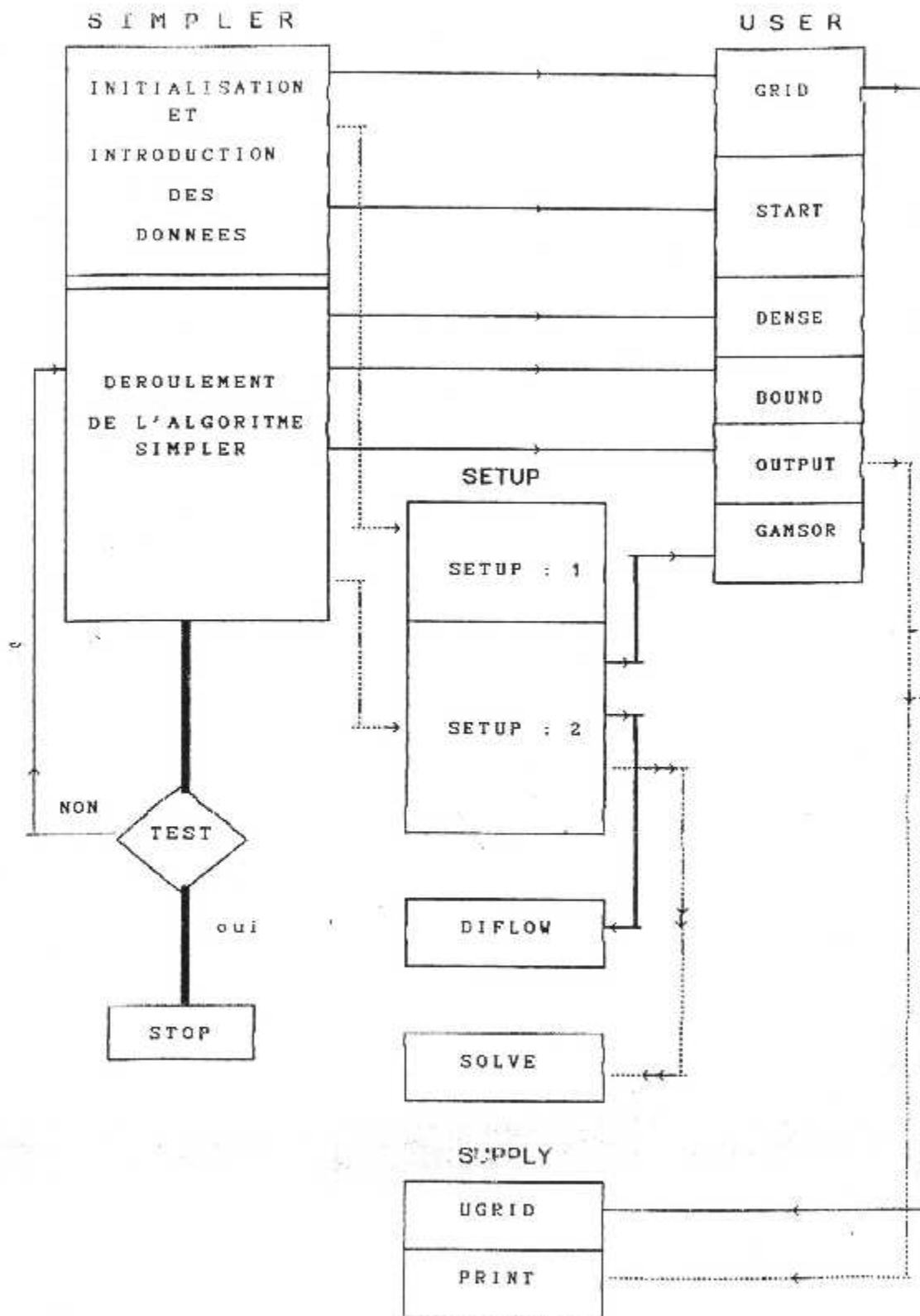


Figure (4.1) Organigramme du code "SIMPLER"

**PROPRIETES THERMIQUES DE**  
**QUELOUES MATERIAUX**

CORPS	Densité $\rho$ (Kg /dm <sup>3</sup> )	Chaleur spécifique ( Kj /Kg°C)	Coefficient de dilatation ( m / m°C)	Conductivité thermique ( Kj / m°C )	Résistance thermique (°Ccm/W)
Aluminium	2.702	0.909	238	755	0.48
Plomb	11.39	0.130	290	122	2.96
Fer pur	7.86	0.465	123	255	1.4
Acier	7.7	0.478	115	163	2.2
Cuivre	8.92	0.390	162	1425	0.25
Caoutchouc	1.6	1.47	-	0.71	350
Béton	2.3	0.88	-	2.9-5.5	123
Bois	0.6	2.51	-	0.42	860
Carton	0.5	-	-	0.5-1.3	710